

VÒNG 5

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 11 tháng 6 năm 2022

Thời gian làm bài: 120 phút.

**Bài I (2,0 điểm)**

Cho hai biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{4x}{2\sqrt{x}-x}$  (với  $x > 0; x \neq 4$ )

a) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 16$

b) Rút gọn  $P = \frac{B}{A}$

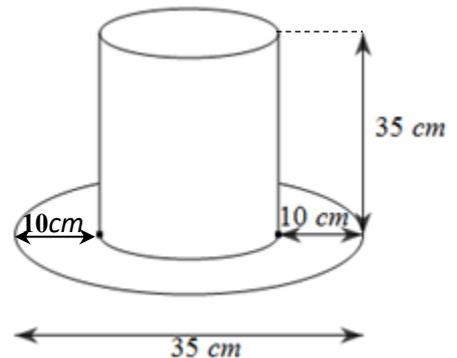
c) Tìm giá trị nguyên lớn nhất của x để  $P > -2$

**Bài II (2,5 điểm)**

1. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Bạn Dương đi xe đạp từ tỉnh A đến tỉnh B dài 45km. Khi từ tỉnh B quay trở về tỉnh A, Dương đi theo đường khác dài hơn 9km. Vì lúc về vận tốc của Dương tăng hơn so với lúc đi là 3km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc của Dương lúc đi từ tỉnh A đến tỉnh B?

2. Một chiếc mũ của nhà ảo thuật với các kích thước cho ở hình bên. Tính diện tích vải cần có để làm nên chiếc mũ (không kể riềm, mép, phần thừa).  
(Lấy  $\pi \approx 3,14$ )



**Bài III (2,0 điểm)**

1. Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} 2|x-1| - 5y = 3 \\ 5|x-1| + 10y = -3 \end{cases}$

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho

Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = 2(m-1)x - m + 3$

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.

b) Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A và B trên trục hoành. Tìm m để H và K đối xứng nhau qua O.

**Bài IV (3,0 điểm)**

Cho nửa đường tròn tâm (O), đường kính  $AB = 2R$  và điểm C cố định trên nửa đường tròn sao cho  $AC > BC$ . Điểm M di động trên cung AC ( $M \neq A; M \neq C$ ). Kẻ MH vuông góc AB tại H; kẻ MI vuông góc AC tại I.

a) Chứng minh: tứ giác AMIH nội tiếp được.

b) Chứng minh:  $\triangle MIH$  đồng dạng với  $\triangle MCB$ , từ đó tìm vị trí của điểm M để  $CB = 2IH$ .

c) Gọi K là giao điểm của AC và BM. Kẻ KE vuông góc AB tại E. Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp  $\triangle MCE$  chạy trên một đường thẳng cố định.

**Bài V (0,5 điểm)**

Giải phương trình:  $4x^4 - 7x^3 + 9x^2 - 10x + 4 = 0$

-----HẾT-----

**Lưu ý:** Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên:.....SBD:.....

Giám thị 1:..... ; Giám thị 2:.....

Bài	Đáp án	Điểm
Bài I (2 điểm)	a) Thay $x = 16$ (TMĐK) vào $A$	0,25
	$A = \frac{\sqrt{16} + 3}{\sqrt{16} - 2} = \frac{7}{2}$	0,25
	b) $P = \frac{B}{A} \Rightarrow P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} + \frac{4x}{2\sqrt{x} - x} \right) : \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2}$	0,25
	$P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{4x}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3}$	0,25
	$P = \frac{-3\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3}$	0,25
	$P = \frac{-3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$	0,25
	c) $P > -2$ $\Leftrightarrow \frac{-3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} > -2 \Leftrightarrow \frac{-\sqrt{x} + 6}{\sqrt{x} + 3} > 0$	0,25
có $\sqrt{x} + 3 > 0 \Rightarrow -\sqrt{x} + 6 > 0$ $\Rightarrow x < 36$ mà $x$ là số nguyên lớn nhất $\Rightarrow x = 35$ (TMĐK)	0,25	
Bài II (2,5 điểm)	1) Gọi vận tốc lúc đi từ A đến B là $x$ (km/h, $x > 0$ )	0,25
	Thời gian đi từ A đến B là: $\frac{45}{x}$ (giờ)	0,25
	Quãng đường từ B về A là: $45 + 9 = 54$ (km) Vận tốc đi từ B về A là: $x + 3$ (km/h)	0,25
	Thời gian đi từ B về A là $\frac{54}{x + 3}$ (giờ)	0,25
	Thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình:	
	$\frac{45}{x} - \frac{54}{x + 3} = \frac{1}{2}$	0,25
	$\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x^2 + 21x - 270 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 9(TM) \\ x = -30(KTM) \end{cases}$	0,5
Vậy bạn Dương đi từ A đến B với vận tốc là 9km/h	0,25	
2) Bán kính thân mũ là: $(35 - 10,2) : 2 = 15$ cm = 7,5cm Diện tích thân mũ là: $S_{xq} + S_{đáy} = \pi r h + r^2 \pi = 15 \cdot \pi \cdot 35 + 7,5^2 \pi = 581,25\pi$ cm <sup>2</sup> Diện tích vành mũ là: $(35 : 2)^2 \pi - (15 : 2)^2 \pi = 250\pi$ cm <sup>2</sup>	0,25	
Diện tích vải để làm mũ là: $581,25\pi + 250\pi = 831,25\pi$ (cm <sup>2</sup> ) $\approx 2610,25$ (cm <sup>2</sup> )		
Kết luận	0,25	
1) Giải hệ phương trình:		
$\begin{cases} 2 x-1  - 5y = 3 \\ 5 x-1  + 10y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 x-1  - 10y = 6 \\ 5 x-1  + 10y = -3 \end{cases}$	0,25	

	$\Leftrightarrow \begin{cases} 9 x-1 =3 \\ 2 x-1 -5y=3 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases}  x-1 =\frac{1}{3} \\ y=\frac{-7}{15} \end{cases} \begin{cases} x-1=\frac{1}{3} \\ x-1=-\frac{1}{3} \\ y=\frac{-7}{15} \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{4}{3} \\ x=\frac{2}{3} \\ y=\frac{-7}{15} \end{cases}$ <p>Kết luận: Hệ phương trình có nghiệm <math>\left(\frac{4}{3}; \frac{-7}{15}\right); \left(\frac{2}{3}; \frac{-7}{15}\right)</math></p>	0,25
<b>Bài III</b> (2,0 điểm)	2a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) : $x^2 = 2(m-1)x - m + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (1) $\Delta = [-2(m-1)]^2 - 4.1.(m-3) = 4m^2 - 8m + 4 - 4m + 12 = 4m^2 - 12m + 16$ $= (2m-3)^2 + 7 > 0$ với mọi giá trị của m $\Rightarrow$ pt (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m $\Rightarrow$ (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B với mọi giá trị của m	0,25
	b) Gọi $x_1; x_2$ là hoành độ của A và B $\Rightarrow x_1; x_2$ là hai nghiệm của pt (1) Theo hệ thức vi-et ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 3 \end{cases}$ H, K là hình chiếu của A và B trên trục hoành $\Rightarrow H(x_1; 0), K(x_2; 0)$ H và K đối xứng nhau qua O $\Rightarrow x_1 + x_2 = 0$ và $x_1 \cdot x_2 < 0$	0,25
	$\Rightarrow \begin{cases} 2m - 2 = 0 \\ m - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$ Vậy $m = 1$	0,25
	Vẽ hình đến câu a	
<b>Bài IV</b> (3 điểm)		0,25
	a) $MH \perp AB$ tại H (gt) $\Rightarrow \widehat{MHA} = 90^\circ$ $MI \perp AC$ tại I (gt) $\Rightarrow \widehat{MIA} = 90^\circ$	0,25
	Tứ giác AMIH có $\widehat{MHA} = \widehat{MIA} = 90^\circ$ mà H và I là hai đỉnh kề nhau $\Rightarrow$ Tứ giác AMIH nội tiếp (dnhb)	0,25
	b) Tứ giác AMIH nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{MAI} = \widehat{MHI}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung MI)	0,25

	$\widehat{MIH} = \widehat{AH}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung HI) Xét đường tròn (O), ta có : $\widehat{MAI} = \widehat{ABC}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung MC) $\widehat{EMB} = \widehat{AH}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung BC)	0,25
	Suy ra $\widehat{MHI} = \widehat{ABC}$ ; $\widehat{MIH} = \widehat{EMB}$ $\Rightarrow \Delta MIH$ đồng dạng với $\Delta MCB(g - g)$	0,25
	$\Rightarrow \frac{MI}{MC} = \frac{IH}{CB} (t/c)$ $CB = 2IH \Rightarrow MC = 2MI$ $\Delta MIC$ vuông tại I $\Rightarrow \sin \widehat{MCI} = \frac{MI}{MC} \Rightarrow \sin \widehat{MCI} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{MCI} = 30^\circ$ Xét đường tròn (O), ta có $\widehat{MCA} = \frac{1}{2} sđ \widehat{AM}$ (góc nội tiếp) $\Rightarrow sđ \widehat{AM} = 60^\circ$ $\widehat{MOM} = sđ \widehat{AM}$ (đl góc ở tâm) $\Rightarrow \widehat{MOM} = 60^\circ$	0,25
	Có $\Delta AOM$ cân tại O (OA = OM = R) mà $\widehat{MOM} = 60^\circ \Rightarrow \Delta AOM$ đều $\Rightarrow AM = R$ Vậy M trên cung AC sao cho AM = R thì CB = 2IH	0,25
	c) Chứng minh tứ giác AMKE nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MAK} = \widehat{MEK}$ Chứng minh tứ giác BCKE nội tiếp $\Rightarrow \widehat{BKC} = \widehat{BEC}$	0,25
	$\Rightarrow \widehat{MEC} = \widehat{MEK} + \widehat{BEC} = \widehat{MAC} + \widehat{ABC}$ $\Rightarrow \widehat{MEC} = \frac{1}{2} sđ \widehat{MC} + \frac{1}{2} sđ \widehat{MC} = sđ \widehat{MC}$ Xét (O) có $\widehat{MOC} = sđ \widehat{MC}$ (đl góc ở tâm) $\Rightarrow \widehat{MEC} = \widehat{MOC} \Rightarrow$ Tứ giác MEOC nội tiếp	0,25
	Gọi D là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác MCE $\Rightarrow D$ là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác MEOC $\Rightarrow DO = DC \Rightarrow D$ thuộc trung trực của OC Do O, C cố định $\Rightarrow OC$ cố định $\Rightarrow$ đường Trung trực của OC cố định Vậy khi M chạy trên cung AC thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MCE chạy trên đường thẳng cố định là trung trực của OC	0,25
<b>Bài V</b> (0,5 điểm)	$4x^4 - 7x^3 + 9x^2 - 10x + 4 = 0$ $\Leftrightarrow 4x^3(x-1) - 3x^2(x-1) + 6x(x-1) - 4(x-1) = 0$ $\Leftrightarrow (x-1)(4x^3 - 3x^2 + 6x - 4) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 & (1) \\ 4x^3 - 3x^2 + 6x - 4 = 0 & (2) \end{cases}$	0,25
	Giải (2) $4x^3 - 3x^2 + 6x - 4 = 0 \Leftrightarrow 8x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0 \Leftrightarrow 7x^3 + x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0$ $\Leftrightarrow (x-2)^3 = -7x^3 \Leftrightarrow x-2 = -\sqrt[3]{7}x \Leftrightarrow x = \frac{2}{1+\sqrt[3]{7}}$ Vậy phương trình có nghiệm $x \in \left\{ 1; \frac{2}{1+\sqrt[3]{7}} \right\}$	0,25

**Lưu ý:**-Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.