

s

Bài I. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x + \sqrt{x} + 3}{x - 4}$ và $B = \frac{\sqrt{x} + 3}{x - 4} - \frac{\sqrt{x}}{x + 2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$ ($x > 0, x \neq 4$).

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Tìm các giá trị x nguyên dương để $A - B < \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Bài II. (2,5 điểm)

- 1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.
Hàng ngày, bạn An đi học từ nhà đến trường bằng xe đạp. Biết rằng khoảng cách từ nhà bạn An đến trường là 4km. Do lúc về phải lên dốc nên vận tốc đạp xe chậm hơn vận tốc lúc đi 4km/h, vì vậy thời gian lúc về lâu hơn thời gian lúc đi là 5 phút. Hỏi vận tốc đạp xe lúc về của bạn An bằng bao nhiêu km/h?
- 2) Người ta thiết kế một thùng tôn hình trụ không có nắp để đựng nước có dung tích bằng $2m^3$. Biết chiều cao thùng tôn là 2m. Hỏi phải dùng tối thiểu bao nhiêu m^2 tôn (không kể mép nối) để làm được thùng tôn trên? Lấy $\pi = 3,14$ và kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân.

Bài III. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình sau
$$\begin{cases} \frac{2x - y}{3} - \frac{x - y}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{3x - 4y}{2} = \frac{x + 3y}{5} \end{cases}$$

- 2) Cho phương trình $x^2 - (2m - 1)x - m = 0$ (m là tham số)
 - a) Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
 - b) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho

$$\frac{x_1^2 + x_2^2 - 7x_1x_2}{\sqrt{x_1x_2} - 1} = 1 + \sqrt{x_1x_2}.$$

Bài IV. (3,0 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung BC cố định ($BC < 2R$). Điểm A di động trên đường tròn (O) sao cho tam giác ABC có 3 góc nhọn và $AB < AC$. Vẽ đường cao CD của tam giác ABC và đường kính AM . Hạ CE vuông góc với AM tại E , gọi H là trực tâm của tam giác ABC .

- 1) Chứng minh rằng tứ giác $ADEC$ nội tiếp được một đường tròn.
- 2) Chứng minh rằng $\widehat{ABH} = \widehat{DEA}$ và $DE \cdot BC = DC \cdot BM$.
- 3) Kéo dài DE cắt BM tại F , BH cắt AC ở K . Chứng minh rằng DF luôn đi qua một điểm cố định và $KF \parallel AM$.

Bài V. (0,5 điểm) Cho các số a, b dương sao cho $4a \geq 1 + 6ab$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{2ab}{2a^2 + 3b^2}.$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 NĂM 2023

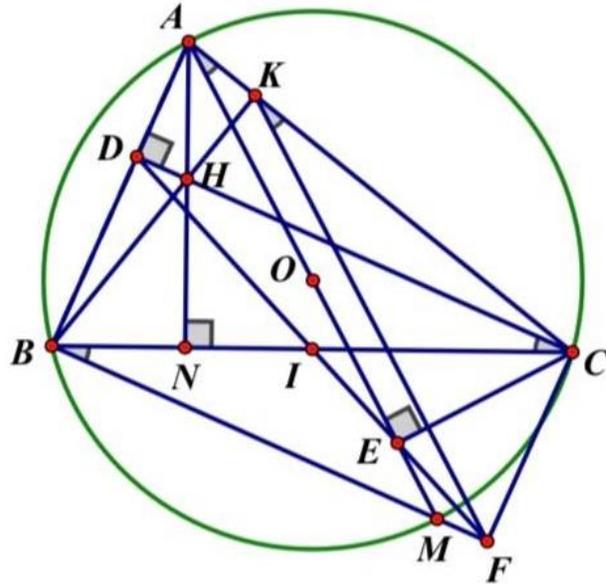
MÔN: TOÁN

Ngày thi: 06/4/2023

BÀI	Ý	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
I		Cho hai biểu thức $A = \frac{x+\sqrt{x}+3}{x-4}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+3}{x-4} - \frac{\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ ($x > 0, x \neq 4$).	2,0
	a	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.	0,5
		Thay $x = 9$ (TMĐK) vào A ta được $A = \frac{9+\sqrt{9}+3}{9-4} = \frac{15}{5} = 3$.	0,25
		Vậy $A = 3$ khi $x = 9$.	0,25
	b	Rút gọn biểu thức B.	1,0
		Với $x > 0, x \neq 4$ ta có, $B = \frac{\sqrt{x}+3}{x-4} - \frac{\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ $= \frac{\sqrt{x}+3}{x-4} - \frac{1}{(\sqrt{x}+2)} - \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ $= \frac{\sqrt{x}+3 - (\sqrt{x}-2) - (\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{-\sqrt{x}+3}{x-4}$	0,25
		Vậy $B = \frac{-\sqrt{x}+3}{x-4}$	0,25
			0,25
			0,25
			0,25
c	Tìm các giá trị x nguyên dương để biểu thức $A - B < \frac{1}{\sqrt{x}}$.	0,5	
	Ta có, $P = A - B = \frac{x+\sqrt{x}+3}{x-4} - \frac{-\sqrt{x}+3}{x-4}$ $= \frac{x+2\sqrt{x}}{x-4} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$	0,25	
	Ta có, $P < \frac{1}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} < \frac{1}{\sqrt{x}}$ $\Leftrightarrow \frac{x-\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)\sqrt{x}} < 0$ Vì $x - \sqrt{x} + 2 = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0 (\forall x > 0, x \neq 4)$ Nên $\sqrt{x} - 2 < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4$ x nguyên nên $x \in \{1; 2; 3\}$	0,25	

II	1	<p>Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.</p> <p>Hàng ngày, bạn An đi học từ nhà đến trường bằng xe đạp. Biết rằng khoảng cách từ nhà bạn An đến trường là 4km. Do lúc về phải lên dốc nên vận tốc đạp xe chậm hơn vận tốc lúc đi 4km/h, vì vậy thời gian lúc về lâu hơn thời gian lúc đi là 5 phút. Hỏi vận tốc đạp xe lúc về của bạn An bằng bao nhiêu km/h?</p>	2,0
		<p>Gọi vận tốc lúc về là x (km/h), $x > 0$.</p> <p>Khi đó vận tốc lúc đi là: $x + 4$ (km/h)</p> <p>Đổi đơn vị 5 phút $= \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$ (giờ)</p> <p>Theo bài ta có phương trình:</p> $\frac{4}{x} - \frac{4}{x+4} = \frac{5}{60}$ $\Leftrightarrow x^2 + 4x - 192 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 12(TM) \\ x = -16(L) \end{cases}$ <p>Vận tốc xe đạp lúc về của An là 12km/h.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,5 0,25 0,25
	2	<p>Người ta thiết kế một thùng tôn hình trụ không có nắp để đựng nước có dung tích bằng $2m^3$. Biết chiều cao thùng tôn là 2m. Hỏi phải dùng tối thiểu bao nhiêu m^2 tôn (không kể mép nối) để làm được thùng tôn trên? Lấy $\pi = 3,14$ và kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân.</p>	0,5
	<p>Gọi bán kính thùng tôn là R (m), $R > 0$; chiều cao thùng tôn là $h = 2m$.</p> <p>Thể tích thùng tôn là: $V = \pi R^2 h = 2(cm^3)$</p> <p>Nên $S_D = \pi R^2 = 1(cm^2)$</p> <p>Vậy bán kính thùng tôn là: $R = \sqrt{\frac{1}{\pi}}$</p> <p>Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\pi}} \cdot 2 = 4\sqrt{\pi}$</p> <p>Diện tích phần tôn cần sử dụng là:</p> $S = S_D + S_{xq} = 1 + 4\sqrt{\pi} \approx 8,09(m^2)$	0,25 0,25	
III	1	<p>Giải hệ phương trình sau</p> $\begin{cases} \frac{2x-y}{3} - \frac{x-y}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{3x-4y}{2} = \frac{x+3y}{5} \end{cases}$	1,0
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(2x-y) - 3(x-y) = 3 \\ 5(3x-4y) = 2(x+3y) \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 3 \\ 13x-26y = 0 \end{cases}$	0,25 0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ x = 2y \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ <p>Vậy nghiệm của hệ là $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$</p>	0,25
		0,25
2	Cho phương trình $x^2 - (2m-1)x - m = 0$ (m là tham số)	1,0
a	Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .	0,5
	Ta có $\Delta = [-(2m-1)]^2 - 4.1.(-m) = 4m^2 + 1 > 0 \forall m$.	0,25
	Do đó, phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .	0,25
b	Tìm các giá trị của tham số m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $\frac{x_1^2 + x_2^2 - 7x_1x_2}{\sqrt{x_1x_2} - 1} = 1 + \sqrt{x_1x_2}$.	0,5
	<p>Theo ý a) phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m. Gọi 2 nghiệm đó là x_1, x_2. Theo Vi-et ta có:</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 \\ x_1x_2 = -m \end{cases}$ <p>Để $\frac{x_1^2 + x_2^2 - 7x_1x_2}{\sqrt{x_1x_2} - 1} = 1 + \sqrt{x_1x_2}$</p> <p>Điều kiện: $\begin{cases} x_1x_2 \neq 1 \\ x_1x_2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m \leq 0 \end{cases}$</p> <p>Biểu thức đã cho</p> $\frac{x_1^2 + x_2^2 - 7x_1x_2}{\sqrt{x_1x_2} - 1} = 1 + \sqrt{x_1x_2}$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 9x_1x_2 = x_1x_2 - 1$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 10x_1x_2 + 1 = 0$ $\Leftrightarrow 2m^2 + 3m + 1 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{2} (TM) \\ m = -1 (L) \end{cases} \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$	0,25
IV	Cho đường tròn (O ; R) và dây cung BC cố định ($BC < 2R$). Điểm A di động trên đường tròn (O) sao cho tam giác ABC có 3 góc nhọn và $AB < AC$. Vẽ đường cao CD của tam giác ABC và đường kính AM . Hạ CE vuông góc với AM tại E , gọi H là trực tâm của tam giác ABC .	3,0
	1 Chứng minh rằng tứ giác $ADEC$ nội tiếp được một đường tròn.	1,0
	Vẽ hình	0,25



Ta có: $\angle DAN = \angle DCI$, $\angle CDI = \angle CAE$, (5)

$\angle CAE = \angle CBM$ (cùng chắn cung \widehat{CM}); (6)

$\angle CBM = \angle DAN$ (cùng phụ với góc $\angle ABN$). (7)

Từ (5), (6), (7) ta thu được $\angle CDI = \angle DCI$, tam giác DCI cân tại I nên $ID = IC$.

Để dàng chứng minh được tam giác IBD cân tại I nên $IB = ID$

Vậy $IB = IC$ nên suy ra DF luôn đi qua điểm I cố định là trung điểm của BC .

Ta có góc $\widehat{DBM} = 90^\circ$ (chắn nửa đường tròn) nên $BF \parallel CD$ (cùng vuông góc với AB). Xét tam giác DIC và tam giác FIB có:

$\angle DIC = \angle BIF$;

$\angle DCI = \angle IBF$ (so le trong, $BF \parallel CD$);

$IB = IC$.

Suy ra $\triangle DIC = \triangle FIB$ (g-c-g), do đó $IF = ID$. Ta thu được

$IB = IC = ID = IF$.

Suy ra tam giác BFC vuông tại F . Vì vậy góc $\angle CFB = 90^\circ$.

Xét tứ giác $BKCF$ có $\angle BKC + \angle BFC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, nên tứ giác $BKCF$ nội tiếp. Nên góc $\angle FBC = \angle FKC$ (cùng chắn cung \widehat{CF}).

Kết hợp với $\angle FBC = \angle MAC$ (cùng chắn cung \widehat{CM}). Ta thu được $\angle FKC = \angle MAC$. Do đó $KF \parallel AM$.

V

Cho các số a, b dương sao cho $4a \geq 1 + 6ab$. Tìm giá trị lớn nhất

của biểu thức $P = \frac{2ab}{2a^2 + 3b^2}$.

Theo bất đẳng thức Côsi cho 2 số 1 và $6ab$, ta có

$1 + 6ab \geq 2\sqrt{6ab}$

$$\text{Vậy } 4a \geq 1 + 6ab \geq 2\sqrt{6ab} \Rightarrow 2a \geq 3b \Leftrightarrow \frac{a}{b} \geq \frac{3}{2}, \text{ đặt } \frac{a}{b} = t$$

$$P = \frac{2ab}{2a^2 + 3b^2} = \frac{2\frac{a}{b}}{2\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 3} = \frac{2t}{2t^2 + 3} = \frac{2}{2t + \frac{3}{t}}$$

0,25

P lớn nhất khi $Q = 2t + \frac{3}{t}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ta có

$$Q = 2t + \frac{3}{t} = \frac{4t}{3} + \frac{3}{t} + \frac{t}{3} \geq 2\sqrt{\frac{4t}{3} \cdot \frac{3}{t}} + \frac{3}{3}$$

$$Q \geq 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\text{Suy ra } P \leq \frac{4}{9}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } \begin{cases} 1 = 6ab \\ \frac{a}{b} = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{3} \end{cases}$$

0,25