

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Câu 1. (3,0 điểm)

a) Cho $a = \sqrt[3]{2} + 2$ và đa thức $P(x) = (x - 3)(x - 1)^3$. Tính giá trị của $P(a)$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} xy^2 = x^2 + xy - 2y^2 \\ x^2y = x^2 + 4y^2. \end{cases}$$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho số nguyên dương m thỏa mãn $3^m + 5^m + 14$ chia hết cho 15. Chứng minh rằng $3^m + 5^m + 14$ chia hết cho 16.

Câu 3. (1,5 điểm) Cho các số dương a, b . Chứng minh rằng

$$\frac{a}{b} + b + \frac{|a - b|}{b^2} + \frac{|b^2 - b|}{a} \geq 2.$$

Câu 4. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC , với $AB < AC$ và ngoại tiếp đường tròn (I) . Gọi D, E, F tương ứng là tiếp điểm của BC, CA, AB với đường tròn (I) . Đường thẳng đi qua D vuông góc với EF , cắt đường tròn (I) tại điểm thứ hai K (khác D). Gọi L là hình chiếu vuông góc của A trên IK . Các đường thẳng AI, BC cắt nhau tại H ; các đường thẳng IK, EF cắt nhau tại J . Chứng minh rằng

a) $\widehat{KIF} = \widehat{ACB}$ và AL là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

b) $LK \cdot BC = AI \cdot EF$.

c) Các đường thẳng DK, HJ, AL đồng quy.

Câu 5. (1,0 điểm) Lần lượt ghi các số 1000, 1001, 1002, ..., 1010 lên 11 tấm thẻ trắng, trên mỗi thẻ ghi đúng một số. Người ta xếp tất cả 11 tấm thẻ đó vào hai chiếc hộp, một chiếc màu xanh và một chiếc màu đỏ, sao cho mỗi hộp có ít nhất một thẻ và tổng các số được ghi ở các thẻ trong hộp xanh chia hết cho tổng các số được ghi ở các thẻ trong hộp đỏ. Hỏi, trong mỗi hộp có bao nhiêu tấm thẻ?