

Bài 1. (2,0 điểm).

1. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$ với $x = 4$.

2. Cho $P = \left(\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+1} - \frac{7}{2\sqrt{x}-2} \right) : \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 9$.

a) Rút gọn P . b) So sánh P và P^3 .

Bài 2. (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một xe ô tô cần chạy quãng đường 80km trong thời gian đã dự định. Vì trời mưa nên một phần tư quãng đường đầu xe phải chạy chậm hơn vận tốc dự định là 15km/h. Để đến nơi đúng thời gian dự định nên khi trời tạnh xe phải chạy nhanh hơn vận tốc dự định là 10km/h trên quãng đường còn lại. Tính thời gian dự định của xe ô tô đó.

Bài 3. (2,0 điểm)

1. Cho phương trình ẩn x : $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0$.

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $-2 < x_1 < x_2 < 4$.

2. Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} mx + y = m + 1 \\ x + my = 2m \end{cases}$$

Tìm m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y)$. Tìm hệ thức liên hệ giữa $x; y$ không phụ thuộc vào m .

Bài 4. (3,5 điểm)

Câu 1 (0,5 điểm). Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 6$ cm; $AC = 8$ cm. Người ta quay $\triangle ABC$ một vòng quanh AB. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình tạo thành sau khi quay.

Câu 2 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn. Vẽ đường tròn đường kính AB cắt các đoạn thẳng CA, CB theo thứ tự tại M, N (khác A, B). Gọi H là giao điểm của AN và BM .

a) Chứng minh tứ giác $CMHN$ là tứ giác nội tiếp;

b) Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Kẻ đường kính CD của đường tròn (O) .

Chứng minh $AH = BD$;

c) Gọi I là trung điểm của AB . Đường thẳng qua H vuông góc với IH lần lượt cắt các đường thẳng CA, CB tại P, Q . Chứng minh H là trung điểm của PQ ;

d) Giả sử đường tròn tâm O cố định, dây AB cố định. Điểm C thay đổi trên đường tròn (O) nhưng vẫn thỏa mãn tam giác ABC nhọn. Chứng minh rằng bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác CMN không thay đổi.

Bài 5 (0,5 điểm). Cho $a, b, c \geq 0; a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$3 \leq a\sqrt{b^3+1} + b\sqrt{c^3+1} + c\sqrt{a^3+1} \leq 5.$$