

Bài I (2 điểm) Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} \text{ và } B = \frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{4\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}-3} \text{ với } x \geq 0, x \neq 1$$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 4$

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm giá trị x nguyên lớn nhất để $\frac{A-1}{B} \leq \frac{-1}{2}$

Bài II (2 điểm) 1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} + 2\sqrt{y} = 8 \\ \frac{11}{x-1} - 3\sqrt{y} = 2 \end{cases}$$

2) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d) $y = mx + 1$ (với m là tham số)

a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có tung độ giao điểm

thỏa mãn $y_1 + y_2 + y_1 \cdot y_2 = 7$

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc lập hệ phương trình:

Lúc 6 giờ 30 phút sáng, một ca nô xuôi dòng từ A đến B dài 48km. Khi đến B, ca nô nghỉ 30 phút sau đó ngược dòng từ B về A lúc 10 giờ 36 phút cùng ngày. Tìm vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc dòng nước là 3km/h.

2) Một hình nón có chiều cao 40cm và đường kính đáy bằng 60cm. Tính thể tích của hình nón đó? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Bài IV (3 điểm) Cho đường tròn (O), đường kính AB. Trên tiếp tuyến Ax của đường tròn (O) lấy điểm M. Qua M vẽ đường thẳng cắt đường tròn tâm O tại 2 điểm C và D (C nằm giữa M và D, tia MD nằm giữa hai tia MO và MA). Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng CD.

a) Chứng minh rằng: Tứ giác MAIO nội tiếp được.

b) Chứng minh rằng: $MC \cdot MD = AM^2$

c) Qua I kẻ đường thẳng song song với BD, cắt AB tại H. Tia MO cắt các đoạn thẳng BC và BD lần lượt tại E, F. Chứng minh rằng: $CH \parallel EF$ và O là trung điểm của EF.

Bài V (0.5 điểm) Cho hai số dương x, y thỏa mãn điều kiện $x + 2y = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{1}{x} + \frac{2}{y}$

Bài	Câu	Đáp án	Điểm
I (2đ)	1(0,5đ)	Thay $x = 4$ (tmđk) vào A	0,25
		Tính được $A = 1/5$ Trả lời:	0,25
	2 (0,75đ)	$B = \frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{4\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}-1+\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)-4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
		$= \frac{x-1}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$	0,25
	3 (0,75đ)	$\frac{A-1}{B} \leq \frac{-1}{2}$ ĐK: $x \geq 0, x \neq 1$ Tính được $\frac{A-1}{B} = \frac{-4}{\sqrt{x}+1}$	0,25
		$\frac{A-1}{B} \leq \frac{-1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-7}{2(\sqrt{x}+1)} \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-7 \leq 0$ $\Leftrightarrow x \leq 49$	0,25
		kết hợp $x \geq 0, x \neq 1$ $\Rightarrow 0 \leq x \leq 49, x \neq 1$ Mà x nguyên lớn nhất, suy ra $x = 49$ (TMĐK)	0,25
II (2đ)	1 (0,75đ)	ĐKXD: $x \neq 1; y \geq 0$	0,25
		$\begin{cases} \frac{2}{x-1} + 2\sqrt{y} = 8 \\ \frac{11}{x-1} - 3\sqrt{y} = 2 \end{cases}, \text{ giải tìm được } \begin{cases} \frac{1}{x-1} = 1 \\ \sqrt{y} = 3 \end{cases}$	0,25
		Từ đó: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 9 \end{cases} (TM)$ Kết luận: $S = \{(2;9)\}$.	0,25
	2a (0,5đ)	a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta có: $x^2 = mx + 1 \Leftrightarrow x^2 - mx - 1 = 0$	0,25

		$\Delta = m^2 + 4 > 0 \forall m$ nên pt luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m, suy ra đường thẳng luôn cắt Parabol tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m	0,25
	2b (0,75đ)	b) Vì pt luôn có 2 nghiệm với mọi giá trị của m, Áp dụng hệ thức Viet có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = -1 \end{cases}$	0,25
		$y_1 + y_2 + y_1 \cdot y_2 = 7$ $\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_1^2 \cdot x_2^2 = 7$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + (x_1x_2)^2 = 7$	0,25
		$\Leftrightarrow m^2 - 2 \cdot (-1) + (-1)^2 = 7$ $\Leftrightarrow m^2 = 4$ $\Leftrightarrow m = \pm 2$ Trả lời: ...	0,25
III (2,5đ)	1 (2đ)	Gọi vận tốc riêng của ca nô là x (đơn vị: km/h) ($x > 3$)	0,25
		Vận tốc xuôi dòng của ca nô là: $x + 3$ (km/h)	0,25
		Vận tốc ngược dòng của ca nô là: $x - 3$ (km/h)	
		Thời gian ca nô xuôi dòng từ A đến B là: $\frac{48}{x+3}$ (giờ)	0,5
		Thời gian ca nô ngược dòng từ B về A là: $\frac{48}{x-3}$ (giờ)	
		Thời gian ca nô đi từ A đến B rồi từ B trở về A, không tính thời gian nghỉ là: $10 \text{ giờ } 36 \text{ phút} - 6 \text{ giờ } 30 \text{ phút} - 30 \text{ phút} = 3 \text{ giờ } 36 \text{ phút}$ $= \frac{18}{5} \text{ giờ.}$	0,25
		Ta có phương trình: $\frac{48}{x+3} + \frac{48}{x-3} = \frac{18}{5}$	0,25
		Giải phương trình được $x = 27$ hoặc $x = \frac{-1}{3}$	0,25

		Xét $\triangle MAC$ và $\triangle MDA$ có: Góc AMD chung $\widehat{MAC} = \widehat{MDC}$ (cmt)	0,25
		$\Rightarrow \triangle MAC \sim \triangle MDA$ (g.g)	0,25
		$\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA}$ (tỉ số đồng dạng) $\Rightarrow AM^2 = MC \cdot MD$ (đpcm)	0,25
	3a (0,5đ)	Chứng minh $CH \parallel EF$	
		Ta có $IH \parallel BD$ (gt) $\Rightarrow \widehat{CIH} = \widehat{CDC}$ (2 góc đồng vị) Xét (O): Có $\widehat{CDB} = \widehat{CAH}$ ($= \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{BC}$) Suy ra $\widehat{CIH} = \widehat{CAH}$ Từ đó c/m tứ giác ACHI nội tiếp $\Rightarrow \widehat{IAH} = \widehat{ICH}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung IH)	0,25
		C/m $\widehat{IAH} = \widehat{IMO}$ (do tứ giác MAIO nội tiếp) Suy ra $\widehat{ICH} = \widehat{IMO}$ Mà 2 góc này ở vị trí đồng vị Suy ra $CH \parallel MO$ $\Rightarrow CH \parallel EF$ (vì E, F, M, O thẳng hàng)	0,25
	3b (0,5đ)	Chứng minh O là trung điểm của EF.	
		Kéo dài CH cắt BD tại K $\triangle CDK$ có I là trung điểm của CD, $IH \parallel DK$ $\Rightarrow H$ là trung điểm của CK $\triangle BCH$ có $EO \parallel CH \Rightarrow \frac{OE}{CH} = \frac{BO}{BH}$ (Hệ quả Ta - lét) $\triangle BKH$ có $OF \parallel KH \Rightarrow \frac{OF}{KH} = \frac{BO}{BH}$ (Hệ quả Ta - lét)	0,25
		$\Rightarrow \frac{OE}{CH} = \frac{OF}{KH}$ Mà $CH = KH$ (vì H là trung điểm của CK) Suy ra $OE = OF$ Mà O, E, F thẳng hàng Suy ra O là trung điểm của EF	0,25
V (0,5đ)		$A = \frac{1}{x} + \frac{2}{y} \Rightarrow 3A = \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right) \cdot (x + 2y)$ $\Rightarrow 3A = 1 + 2 \cdot \frac{y}{x} + 2 \cdot \frac{x}{y} + 4 = 5 + 2\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)$ Do $x, y > 0 \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2 \Rightarrow 2\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) \geq 4$ $\Rightarrow 3A \geq 9 \Rightarrow A \geq 3$	0,25

		Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ \frac{x}{y} = \frac{y}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 3 \\ x = y \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ (TM) Vậy GTNN của A là 3 khi $x = y = 1$.	0,25
--	--	---	------