

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN  
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10  
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN NĂM 2017  
MÔN THI : TOÁN ( vòng 2)

Thời gian làm bài : 120 phút ( không kể thời gian phát đề )

**Câu I.** (3.5 điểm )

1) Giải hệ phương trình.

$$\begin{cases} x + y = \sqrt{x + 3y} \\ x^2 + y^2 + xy = 3 \end{cases}$$

2) Với a, b là các số thực dương thỏa mãn  $ab + a + b = 1$ . Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{1+a^2} + \frac{b}{1+b^2} = \frac{1+ab}{\sqrt{2(1+a^2)(1+b^2)}}$$

**Câu II.** (2.5 điểm )

1) Giả sử p, q là hai số nguyên tố thỏa mãn đẳng thức:  $p(p-1) = q(q^2-1)$  (\*)

a) Chứng minh rằng tồn tại số nguyên dương K sao cho:  $p-1 = Kq$ ;  $q^2-1 = Kp$

b) Tìm tất cả các số nguyên tố p; q thỏa mãn đẳng thức (\*)

2) Với a, b, c là các số thực dương thỏa mãn  $ab + bc + ca + abc = 2$ , tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$M = \frac{a+1}{a^2+2a+2} + \frac{b+1}{b^2+2b+2} + \frac{c+1}{c^2+2c+2}$$

**Câu III.** ( 3 điểm )

Cho tam giác ABC nhọn với  $AB < AC$ . E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh CA, AB. Trung trực của đoạn thẳng EF cắt BC tại D. Giả sử có điểm P nằm trong  $\widehat{EAF}$  và nằm ngoài tam giác AEF sao cho  $\widehat{PEC} = \widehat{DEF}$  và  $\widehat{PFB} = \widehat{DFE}$ . PA cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác PEF tại Q khác P.

a) Chứng minh rằng  $\widehat{EQF} = \widehat{BAC} + \widehat{EDF}$ .

b) Tiếp tuyến tại P của đường tròn ngoại tiếp tam giác PEF cắt các đường thẳng CA, AB lần lượt tại M, N. Chứng minh rằng 4 điểm C, M, B, N cùng nằm trên một đường tròn. Gọi đường tròn này là đường tròn (K).

c) Chứng minh rằng đường tròn (K). Tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF.

**Câu IV.** (1 điểm )

Cho n là số nguyên dương,  $n \geq 5$ . Xét một đa giác lồi n cạnh. Người ta muốn kẻ số đường chéo của đa giác mà các đường chéo này chia đa giác đã cho thành đúng k miền, mỗi miền là một ngũ giác lồi ( hai miền bất kỳ kgoong có điểm trong chung).

a. Chứng minh rằng ta có thể thực hiện được với  $n=2018$ ,  $k=672$ .

b. Với  $n=2017$ .  $k=672$  ta có thể thực hiện được không? Hãy giải thích.

Họ và tên thí sinh: .....Số báo danh: .....  
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.