BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2012

Môn: TOÁN; Khối B

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Câu 1 (2,0 *điểm*). Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$ (1), m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.

b) Tìm *m* để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị *A* và *B* sao cho tam giác *OAB* có diện tích bằng 48.

Câu 2 (1,0 *điểm*). Giải phương trình $2(\cos x + \sqrt{3}\sin x)\cos x = \cos x - \sqrt{3}\sin x + 1$.

Câu 3 (1,0 *điểm*). Giải bất phương trình $x + 1 + \sqrt{x^2 - 4x + 1} \geq 3\sqrt{x}$.

Câu 4 (1,0 *điểm*). Tính tích phân $I = \int\limits_0^1 \frac{x^3}{x^4 + 3x^2 + 2}\,\mathrm{d}x$.

Câu 5 (1,0 *điểm*). Cho hình chóp tam giác đều *S.ABC* với $SA = 2a, AB = a$. Gọi *H* là hình chiếu vuông góc của *A* trên cạnh *SC*. Chứng minh *SC* vuông góc với mặt phẳng (*ABH*). Tính thể tích của khối chóp *S.ABH* theo *a*.

Câu 6 (1,0 *điểm*). Cho các số thực *x, y, z* thỏa mãn các điều kiện $x + y + z = 0$ và $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^5 + y^5 + z^5$.

II. PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*): ***Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)***

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho các đường tròn $(C_1)\colon x^2 + y^2 = 4$, $(C_2)\colon x^2 + y^2 - 12x + 18 = 0$ và đường thẳng $d\colon x - y - 4 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc (C_2), tiếp xúc với *d* và cắt (C_1) tại hai điểm phân biệt *A* và *B* sao cho *AB* vuông góc với *d*.

Câu 8.a (1,0 *điểm*). Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2;1;0)$, $B(-2;3;2)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua *A, B* và có tâm thuộc đường thẳng *d*.

Câu 9.a (1,0 *điểm*). Trong một lớp học gồm có 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình thoi *ABCD* có $AC = 2BD$ và đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình $x^2 + y^2 = 4$. Viết phương trình chính tắc của elip (*E*) đi qua các đỉnh *A, B, C, D* của hình thoi. Biết *A* thuộc *Ox*.

Câu 8.b (1,0 *điểm*). Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho $A(0;0;3), M(1;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (*P*) qua *A* và cắt các trục *Ox, Oy* lần lượt tại *B, C* sao cho tam giác *ABC* có trọng tâm thuộc đường thẳng *AM*.

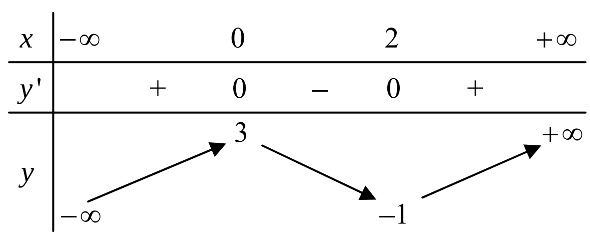
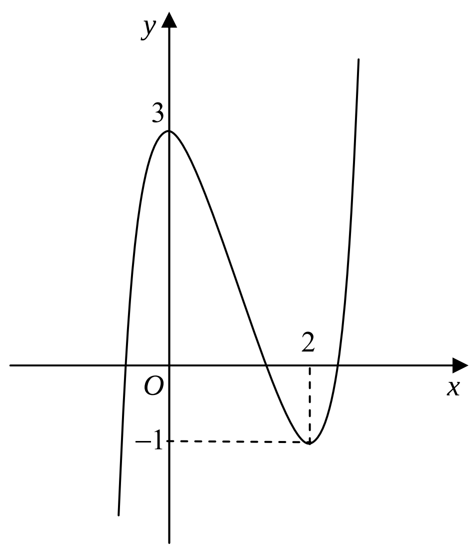
Câu 9.b (1,0 *điểm*). Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2\sqrt{3}iz - 4 = 0$. Viết dạng lượng giác của z_1 và z_2.

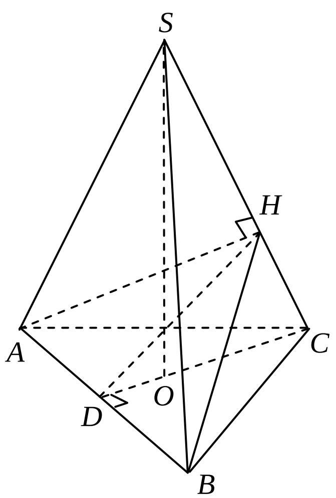
---------- HẾT ----------

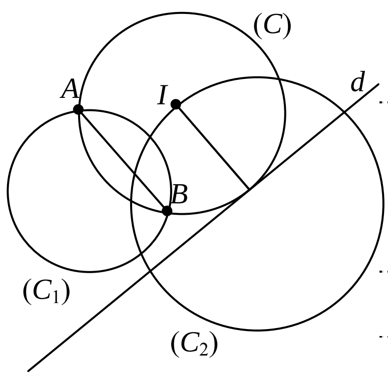
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

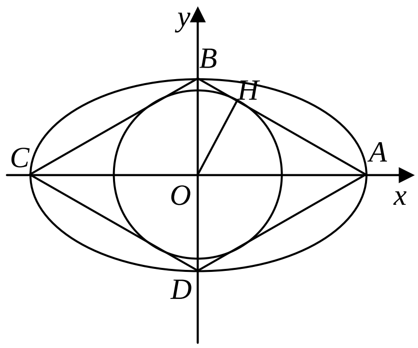
Họ và tên thí sinh:... ; Số báo danh:.. .

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
ĐỀ CHÍNH THỨC	ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2012 Môn: TOÁN; Khối B (Đáp án - thang điểm gồm 04 trang)

Câu	*Đáp án*	*Điểm*
1 **(2,0 *điểm*)**	**a) (1,0 *điểm*)**	
	Khi $m=1$, ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 3$. • Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. • Sự biến thiên: – Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.	***0,25***
	Các khoảng đồng biến: $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$, khoảng nghịch biến: $(0; 2)$. – Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CĐ} = 3$; đạt cực tiểu tại $x = 2$, $y_{CT} = -1$. – Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$.	***0,25***
	– Bảng biến thiên: 	***0,25***
	• Đồ thị: 	***0,25***
	b) (1,0 *điểm*)	
	$y' = 3x^2 - 6mx$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2m$. Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị khi và chỉ khi $m \neq 0$ (*).	***0,25***
	Các điểm cực trị của đồ thị là $A(0; 3m^3)$ và $B(2m; -m^3)$. Suy ra $OA = 3\|m^3\|$ và $d(B, (OA)) = 2\|m\|$.	***0,25***
	$S_{\Delta OAB} = 48 \Leftrightarrow 3m^4 = 48$	***0,25***
	$\Leftrightarrow m = \pm 2$, thỏa mãn (*).	***0,25***

2 **(1,0 *điểm*)**	Phương trình đã cho tương đương với: $\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=\cos x-\sqrt{3}\sin x$	***0,25***
	$\Leftrightarrow \cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$	***0,25***
	$\Leftrightarrow 2x-\frac{\pi}{3}=\pm\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z}).$	***0,25***
	$\Leftrightarrow x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi$ hoặc $x=k\frac{2\pi}{3}$ $(k\in\mathbb{Z}).$	***0,25***
3 **(1,0 *điểm*)**	Điều kiện: $0\le x\le 2-\sqrt{3}$ hoặc $x\ge 2+\sqrt{3}$ (*). Nhận xét: $x=0$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Với $x>0,$ bất phương trình đã cho tương đương với: $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+\sqrt{x+\frac{1}{x}-4}\ge 3$ (1).	***0,25***
	Đặt $t=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$ (2), bất phương trình (1) trở thành $\sqrt{t^2-6}\ge 3-t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-t<0 \\ \begin{cases} 3-t\ge 0 \\ t^2-6\ge(3-t)^2 \end{cases} \end{array}\right.$	***0,25***
	$\Leftrightarrow t\ge\frac{5}{2}.$ Thay vào (2) ta được $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\ge\frac{5}{2}\Leftrightarrow\sqrt{x}\ge 2$ hoặc $\sqrt{x}\le\frac{1}{2}$	***0,25***
	$\Leftrightarrow 0<x\le\frac{1}{4}$ hoặc $x\ge 4.$ Kết hợp (*) và nghiệm $x=0,$ ta được tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $\left[0;\frac{1}{4}\right]\cup[4;+\infty).$	***0,25***
4 **(1,0 *điểm*)**	Đặt $t=x^2,$ suy ra $dt=2xdx.$ Với $x=0$ thì $t=0;$ với $x=1$ thì $t=1.$	***0,25***
	Khi đó $I=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{x^2.2x\mathrm{d}x}{(x^2+1)(x^2+2)}=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{t\mathrm{d}t}{(t+1)(t+2)}$	***0,25***
	$=\frac{1}{2}\int_0^1\left(\frac{2}{t+2}-\frac{1}{t+1}\right)\mathrm{d}t=\left(\ln\lvert t+2\rvert-\frac{1}{2}\ln\lvert t+1\rvert\right)\Big\rvert_0^1$	***0,25***
	$=\ln 3-\frac{3}{2}\ln 2.$	***0,25***
5 **(1,0 *điểm*)**	 Gọi D là trung điểm của cạnh AB và O là tâm của $\Delta ABC.$ Ta có $AB\perp CD$ và $AB\perp SO$ nên $AB\perp(SCD),$ do đó $AB\perp SC.$	***0,25***
	Mặt khác $SC\perp AH,$ suy ra $SC\perp(ABH).$	***0,25***
	Ta có: $CD=\frac{a\sqrt{3}}{2},OC=\frac{a\sqrt{3}}{3}$ nên $SO=\sqrt{SC^2-OC^2}=\frac{a\sqrt{33}}{3}.$ Do đó $DH=\frac{SO.CD}{SC}=\frac{a\sqrt{11}}{4}.$ Suy ra $S_{\Delta ABH}=\frac{1}{2}AB.DH=\frac{\sqrt{11}a^2}{8}.$	***0,25***
	Ta có $SH=SC-HC=SC-\sqrt{CD^2-DH^2}=\frac{7a}{4}.$ Do đó $V_{S.ABH}=\frac{1}{3}SH.S_{\Delta ABH}=\frac{7\sqrt{11}a^3}{96}.$	***0,25***

6 **(1,0 *điểm*)**	Với $x+y+z=0$ và $x^2+y^2+z^2=1$, ta có: $0=(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2x(y+z)+2yz=1-2x^2+2yz$, nên $yz=x^2-\frac{1}{2}$. Mặt khác $yz\le\frac{y^2+z^2}{2}=\frac{1-x^2}{2}$, suy ra: $x^2-\frac{1}{2}\le\frac{1-x^2}{2}$, do đó $-\frac{\sqrt{6}}{3}\le x\le\frac{\sqrt{6}}{3}$ (*).	***0,25***
	Khi đó: $P=x^5+(y^2+z^2)(y^3+z^3)-y^2z^2(y+z)$ $=x^5+(1-x^2)\left[(y^2+z^2)(y+z)-yz(y+z)\right]+\left(x^2-\frac{1}{2}\right)^2x$ $=x^5+(1-x^2)\left[-x(1-x^2)+x\left(x^2-\frac{1}{2}\right)\right]+\left(x^2-\frac{1}{2}\right)^2x=\frac{5}{4}\left(2x^3-x\right)$.	***0,25***
	Xét hàm $f(x)=2x^3-x$ trên $\left[-\frac{\sqrt{6}}{3};\frac{\sqrt{6}}{3}\right]$, suy ra $f'(x)=6x^2-1$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm\frac{\sqrt{6}}{6}$. Ta có $f\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}\right)=f\left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)=-\frac{\sqrt{6}}{9}$, $f\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)=f\left(-\frac{\sqrt{6}}{6}\right)=\frac{\sqrt{6}}{9}$. Do đó $f(x)\le\frac{\sqrt{6}}{9}$. Suy ra $P\le\frac{5\sqrt{6}}{36}$.	***0,25***
	Khi $x=\frac{\sqrt{6}}{3}, y=z=-\frac{\sqrt{6}}{6}$ thì dấu bằng xảy ra. Vậy giá trị lớn nhất của P là $\frac{5\sqrt{6}}{36}$.	***0,25***
7.a **(1,0 *điểm*)**	 (C_1) có tâm là gốc tọa độ O. Gọi I là tâm của đường tròn (C) cần viết phương trình, ta có $AB\perp OI$. Mà $AB\perp d$ và $O\notin d$ nên $OI//d$, do đó OI có phương trình $y=x$.	***0,25***
	Mặt khác $I\in(C_2)$, nên tọa độ của I thỏa mãn hệ: $\begin{cases}y=x\\x^2+y^2-12x+18=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=3\end{cases}\Rightarrow I(3;3)$.	***0,25***
	Do (C) tiếp xúc với d nên (C) có bán kính $R=d(I,d)=2\sqrt{2}$.	***0,25***
	Vậy phương trình của (C) là $(x-3)^2+(y-3)^2=8$.	***0,25***
8.a **(1,0 *điểm*)**	Gọi (S) là mặt cầu cần viết phương trình và I là tâm của (S). Do $I\in d$ nên tọa độ của điểm I có dạng $I(1+2t;t;-2t)$.	***0,25***
	Do $A,B\in(S)$ nên $AI=BI$, suy ra $(2t-1)^2+(t-1)^2+4t^2=(2t+3)^2+(t-3)^2+(2t+2)^2\Rightarrow t=-1$.	***0,25***
	Do đó $I(-1;-1;2)$ và bán kính mặt cầu là $IA=\sqrt{17}$.	***0,25***
	Vậy, phương trình mặt cầu (S) cần tìm là $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=17$.	***0,25***
9.a **(1,0 *điểm*)**	Số cách chọn 4 học sinh trong lớp là $C_{25}^4=12650$.	***0,25***
	Số cách chọn 4 học sinh có cả nam và nữ là $C_{15}^1.C_{10}^3+C_{15}^2.C_{10}^2+C_{15}^3.C_{10}^1$	***0,25***
	$=11075$.	***0,25***
	Xác suất cần tính là $P=\frac{11075}{12650}=\frac{443}{506}$.	***0,25***

7.b (1,0 *điểm*)	 Giả sử $(E): \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 (a>b>0)$. Hình thoi $ABCD$ có $AC=2BD$ và A, B, C, D thuộc (E) suy ra $OA=2OB$.	***0,25***
	Không mất tính tổng quát, ta có thể xem $A(a;0)$ và $B\left(0;\dfrac{a}{2}\right)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên AB, suy ra OH là bán kính của đường tròn $(C): x^2+y^2=4$.	***0,25***
	Ta có: $\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{4}{a^2}$.	***0,25***
	Suy ra $a^2=20$, do đó $b^2=5$. Vậy phương trình chính tắc của (E) là $\dfrac{x^2}{20}+\dfrac{y^2}{5}=1$.	***0,25***
8.b (1,0 *điểm*)	Do $B\in Ox, C\in Oy$ nên tọa độ của B và C có dạng: $B(b;0;0)$ và $C(0;c;0)$.	***0,25***
	Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, suy ra: $G\left(\dfrac{b}{3};\dfrac{c}{3};1\right)$.	***0,25***
	Ta có $\overrightarrow{AM}=(1;2;-3)$ nên đường thẳng AM có phương trình $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-3}{-3}$. Do G thuộc đường thẳng AM nên $\dfrac{b}{3}=\dfrac{c}{6}=\dfrac{-2}{-3}$. Suy ra $b=2$ và $c=4$.	***0,25***
	Do đó phương trình của mặt phẳng (P) là $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{3}=1$, nghĩa là $(P): 6x+3y+4z-12=0$.	***0,25***
9.b (1,0 *điểm*)	Phương trình bậc hai $z^2-2\sqrt{3}\,i\,z-4=0$ có biệt thức $\Delta=4$.	***0,25***
	Suy ra phương trình có hai nghiệm: $z_1=1+\sqrt{3}i$ và $z_2=-1+\sqrt{3}i$.	***0,25***
	• Dạng lượng giác của z_1 là $z_1=2\left(\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$.	***0,25***
	• Dạng lượng giác của z_2 là $z_2=2\left(\cos\dfrac{2\pi}{3}+i\sin\dfrac{2\pi}{3}\right)$.	***0,25***

---------- HẾT ----------