

Câu I. (3,0 điểm)

1) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{5} + \sqrt{20}$.

b) $B = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$.

2) Tìm m để đồ thị hàm số $y = (m+2)x - 3$ đi qua điểm $A(-2;3)$.

3) Cho phương trình $x^2 - 4x + 2m - 1 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m = 2$.

b) Tìm m để phương trình có nghiệm.

Câu II. (3,0 điểm)

1) Một ô tô đi từ A và dự định đến B lúc 11 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc 40 km/h thì sẽ đến B chậm 1 giờ so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì sẽ đến B sớm 24 phút so với dự định. Tính độ dài quãng đường AB và thời điểm dự định xuất phát của ô tô tại A.

2) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, biết $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$. Tính độ dài AH, BH, CH.

3) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + \sqrt{y-2} = 5 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$$
.

Câu III. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O), một đường thẳng d không đi qua tâm O cắt đường tròn (O) tại hai điểm phân biệt M và N. Lấy điểm A tùy ý thuộc d và nằm ngoài đường tròn (O) ($AM < AN$). Qua A vẽ hai tiếp tuyến AB và AC của đường tròn (O) (B và C là các tiếp điểm). Gọi D là giao điểm của AO và BC.

1) Chứng minh rằng: Tứ giác OBAC là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh rằng: $AB^2 = AM \cdot AN$.

3) Chứng minh rằng: $\widehat{ADM} = \widehat{ANO}$.

4) Chứng minh rằng khi A thay đổi (A thuộc d và nằm ngoài đường tròn (O) , $AM < AN$) thì đường thẳng BC luôn đi qua một điểm cố định.

Câu IV. (1,0 điểm)

1) Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn:
$$\begin{cases} 2x - 3y - 8z = -9 \\ 4x + y + 12z = 17 \end{cases}$$

2) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = 2022$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = ab + 2bc + ac$.

----- **HẾT** -----