

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THỪA THIÊN HUẾ

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm có 01 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN QUỐC HỌC
NĂM HỌC 2020 - 2021

Khóa ngày 18 tháng 07 năm 2020

Môn thi: TOÁN (chuyên Toán)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1.

1. Cho biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{1 - x} + \frac{(\sqrt{x} - 2)^2 + 3\sqrt{x} - x}{1 - \sqrt{x}},$$

tìm điều kiện của x để $P < 8$.

2. Cho

$$f(n) = \frac{1}{\sqrt{4n^2 - 1}(\sqrt{2n + 1} + \sqrt{2n - 1})},$$

tính $Q = f(1) + f(2) + \dots + f(40)$.

Bài 2.

1. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = mx + 4$ ($m \neq 0$) và parabol $(P): y = 2x^2$. Gọi A, B là các giao điểm của (d) và (P) ; A' và B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B lên trục hoành. Tìm m để diện tích tứ giác $ABB'A'$ bằng 15 cm^2 (đơn vị đo trên các trục là xentimét).
2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2y - y + x = 3xy \\ xy^2 + y^3 - x^3 = 3xy \end{cases}.$$

Bài 3.

1. Giải phương trình

$$(\sqrt{x+3} + \sqrt{6-x})(6\sqrt{2x+6} - 2x - 13) = 6\sqrt{2}.$$

2. Chứng minh phương trình $x^2 - (m^2 - 1)x + m(m - 1)^2 = 0$ (x là ẩn số) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m . Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình đã cho, giả sử $x_1 \leq x_2$, tìm m để x_2 đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B (điểm O nằm ngoài đường tròn (O')). Từ một điểm M trên tia đối của tia AB , vẽ các tiếp tuyến MC, MD với đường tròn (O) (C, D là các tiếp điểm và D nằm trong đường tròn (O')). Hai đường thẳng AC và AD cắt đường tròn (O') lần lượt tại E và F (E và F không trùng với A), hai đường thẳng CD và EF cắt nhau tại I .

- Chứng minh tứ giác $BCEI$ nội tiếp và $EI \cdot BD = BI \cdot AD$.
- Chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng EF .
- Chứng minh khi M thay đổi trên tia đối của tia AB thì đường thẳng CD luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5.

1. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x và y thỏa mãn

$$2021(x^2 + 2y^2) - 2020(2xy + y) = 2022.$$

2. Cho x, y, z là ba số thực dương, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$S = \frac{\sqrt{2x^2 - xy + 2y^2}}{x + y + 2z} + \frac{\sqrt{2y^2 - yz + 2z^2}}{y + z + 2x} + \frac{\sqrt{2z^2 - zx + 2x^2}}{z + x + 2y}.$$

—HẾT—