

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN  
TỈNH BÀ RỊA – VŨNG TÀU

NĂM HỌC: 2018 – 2019

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN (Dùng chung cho tất cả thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút

Ngày thi: 30 tháng 05 năm 2018.

**Câu 1 (2,5 điểm).**

a) Rút gọn biểu thức:  $A = \frac{3}{\sqrt{7}-2} - \frac{14}{\sqrt{7}} + \sqrt{(\sqrt{7}-2)^2}$ .

b) Giải phương trình:  $5x^2 + 2\sqrt{5}x + 1 = 0$ .

c) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 16 \\ x + 5y = -23 \end{cases}$$

**Câu 2 (2,0 điểm).**

a) Tìm tất cả giá trị của hệ số  $a$  để hàm số  $y = ax + 2$  đồng biến và đồ thị của hàm số đi qua điểm  $A(1;3)$ .

b) Cho đường thẳng  $(d): y = (3 - 2m)x - m^2$  và parabol  $(P): y = x^2$ .

Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để  $(d)$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  và  $x_1(x_2 - 1) + 2(x_1 - x_2) = 2x_1 - x_2$ .

**Câu 3 (1,5 điểm).**

a) Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi bằng  $174m$ . Nếu tăng chiều rộng  $5m$  và giảm chiều dài  $2m$  thì diện tích mảnh vườn đó tăng thêm  $215m^2$ . Tính chiều rộng và chiều dài ban đầu của mảnh vườn.

b) Giải phương trình:  $5x^4 - 2x^2 - 3x^2\sqrt{x^2 + 2} = 4$ .

**Câu 4 (3,5 điểm).**

Cho đường tròn  $(O)$  có  $AB$  là dây cung không đi qua tâm và  $I$  là trung điểm của dây  $AB$ . Trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $M$  khác điểm  $A$ . Vẽ hai tiếp tuyến  $MC$  và  $MD$  đến  $(O)$  (tiếp điểm  $C$  thuộc cung nhỏ  $AB$ , tiếp điểm  $D$  thuộc cung lớn  $AB$ ).

a) Chứng minh tứ giác  $OIMD$  nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh  $MD^2 = MA \cdot MB$ .

c) Đường thẳng  $OI$  cắt cung nhỏ  $AB$  của  $(O)$  tại điểm  $N$ , giao điểm của hai đường thẳng  $DN$  và  $MB$  là  $E$ . Chứng minh  $\Delta MCE$  cân tại  $M$ .

d) Đường thẳng  $ON$  cắt đường thẳng  $CD$  tại điểm  $F$ . Chứng minh  $\frac{1}{OI \cdot OF} + \frac{1}{ME^2} = \frac{4}{CD^2}$ .

**Câu 5 (0,5 điểm).**

Cho  $a > 0, b > 0$  và  $a + b \leq 1$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = \frac{a}{1+b} + \frac{b}{1+a} + \frac{1}{a+b}$ .

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

Chữ kí của giám thị 1: .....

Chữ kí của giám thị 2: .....

**HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN:**

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
<b>Câu 1 (2,5đ)</b>	a)	$A = \frac{3}{\sqrt{7}-2} - \frac{14}{\sqrt{7}} + \sqrt{(\sqrt{7}-2)^2} = \frac{3(\sqrt{7}+2)}{(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)} - 2\sqrt{7} +  \sqrt{7}-2 $ $= \frac{3(\sqrt{7}+2)}{3} - 2\sqrt{7} + \sqrt{7} - 2 = \sqrt{7} + 2 - \sqrt{7} - 2 = 0$	1.0
	b)	$5x^2 + 2\sqrt{5}x + 1 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{5}x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{5}x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ <p>Vậy nghiệm của phương trình là <math>x = -\frac{\sqrt{5}}{5}</math>.</p>	0.75
	c)	$\begin{cases} 3x - 2y = 16 \\ x + 5y = -23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 16 \\ 3x + 15y = -69 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -17y = 85 \\ 3x - 2y = 16 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = -5 \\ 3x - 2 \cdot (-5) = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}$ <p>Vậy nghiệm của hệ phương trình là <math>(x, y) = (2; -5)</math>.</p>	0.75
<b>Câu 2 (2,0đ)</b>	a)	<p>Đồ thị của hàm số <math>y = ax + 2</math> đi qua điểm <math>A(1;3)</math></p> $\Leftrightarrow 3 = a \cdot 1 + 2 \Leftrightarrow a = 1$ <p>Với <math>a = 1</math> thì hàm số <math>y = ax + 2</math> đồng biến.</p> <p>Vậy <math>a = 1</math> là giá trị cần tìm.</p>	1.0
	b)	<p>Xét phương trình hoành độ giao điểm của <math>(d)</math> và <math>(P)</math>:</p> $x^2 = (3 - 2m)x - m^2 \Leftrightarrow x^2 + (2m - 3)x + m^2 = 0 \quad (*)$ $\Delta = (2m - 3)^2 - 4m^2 = -12m + 9$ <p><math>(d)</math> cắt <math>(P)</math> tại hai điểm phân biệt</p> <p><math>\Leftrightarrow</math> Phương trình <math>(*)</math> có hai nghiệm phân biệt <math>x_1, x_2</math></p> $\Leftrightarrow \Delta = -12m + 9 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{3}{4}$ <p>Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 - 2m \\ x_1 x_2 = m^2 \end{cases}</math></p> <p>Theo đề bài:</p> $x_1(x_2 - 1) + 2(x_1 - x_2) = 2x_1 - x_2$ $\Leftrightarrow x_1 x_2 - x_1 + 2x_1 - 2x_2 - 2x_1 + x_2 = 0$ $\Leftrightarrow x_1 x_2 - (x_1 + x_2) = 0$ $\Leftrightarrow m^2 - (3 - 2m) = 0$ $\Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0$ $\Leftrightarrow (m - 1)(m + 3) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$	1.0

		<p>Kết hợp với điều kiện <math>m &lt; \frac{3}{4} \Rightarrow m = -3</math></p> <p>Vậy <math>m = -3</math> là giá trị cần tìm.</p>	
<b>Câu 3 (1,5đ)</b>	a)	<p>Gọi chiều rộng và chiều dài ban đầu của mảnh vườn lần lượt là <math>x(m)</math> và <math>y(m)</math>. Điều kiện: <math>0 &lt; x &lt; y &lt; 87; 2 &lt; y</math>.</p> <p>Vì chu vi mảnh vườn bằng 174m nên ta có phương trình:</p> $2(x + y) = 174 \Leftrightarrow x + y = 87 \quad (1)$ <p>Diện tích ban đầu của mảnh vườn là <math>xy</math> (<math>m^2</math>)</p> <p>Diện tích mảnh vườn nếu tăng chiều rộng 5m và giảm chiều dài 2m là <math>(x + 5)(y - 2)</math> (<math>m^2</math>)</p> <p>Ta có phương trình:</p> $(x + 5)(y - 2) = xy + 215 \Leftrightarrow -2x + 5y = 225 \quad (2)$ <p>Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình <math>\begin{cases} x + y = 87 \\ -2x + 5y = 225 \end{cases}</math></p> <p>Giải hệ được <math>\begin{cases} x = 30 \\ y = 57 \end{cases}</math> (thỏa mãn điều kiện)</p> <p>Vậy chiều rộng và chiều dài ban đầu của mảnh vườn lần lượt là 30m và 57m.</p>	0.75
	b)	<p><u>Cách 1:</u></p> $5x^4 - 2x^2 - 3x^2\sqrt{x^2 + 2} = 4 \quad (1)$ $\Leftrightarrow 5x^4 - 10x^2 + 2x^2 - 4 - 3x^2\sqrt{x^2 + 2} + 6x^2 = 0$ $\Leftrightarrow 5x^2(x^2 - 2) + 2(x^2 - 2) - 3x^2(\sqrt{x^2 + 2} - 2) = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - 2)(5x^2 + 2) - 3x^2(\sqrt{x^2 + 2} - 2) = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 + 2 - 4)(5x^2 + 2) - 3x^2(\sqrt{x^2 + 2} - 2) = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + 2} + 2)(\sqrt{x^2 + 2} - 2)(5x^2 + 2) - 3x^2(\sqrt{x^2 + 2} - 2) = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + 2} - 2) \left[ (\sqrt{x^2 + 2} + 2)(5x^2 + 2) - 3x^2 \right] = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + 2} - 2) \left[ (\sqrt{x^2 + 2} + 2)(2x^2 + 2) + 3x^2(\sqrt{x^2 + 2} + 1) \right] = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 2} - 2 = 0 \quad \left( \text{do } (\sqrt{x^2 + 2} + 2)(2x^2 + 2) + 3x^2(\sqrt{x^2 + 2} + 1) > 0 \right)$ $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 2} = 2$ $\Leftrightarrow x^2 + 2 = 4$ $\Leftrightarrow x^2 = 2$ $\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$ <p>Vậy nghiệm của phương trình (1) là <math>x = \pm\sqrt{2}</math>.</p> <p><u>Cách 2:</u></p> <p>Đặt <math>y = \sqrt{x^2 + 2}</math> (<math>y \geq \sqrt{2}</math>) <math>\Rightarrow x^2 = y^2 - 2</math></p> <p>Phương trình (1) trở thành:</p>	0.75

		$5(y^2 - 2)^2 - 2(y^2 - 2) - 3(y^2 - 2)y = 4$ $\Leftrightarrow 5y^4 - 20y^2 + 20 - 2y^2 + 4 - 3y^3 + 6y - 4 = 0$ $\Leftrightarrow 5y^4 - 3y^3 - 22y^2 + 6y + 20 = 0$ $\Leftrightarrow 5y^4 - 10y^3 + 7y^3 - 14y^2 - 8y^2 + 16y - 10y + 20 = 0$ $\Leftrightarrow 5y^3(y - 2) + 7y^2(y - 2) - 8y(y - 2) - 10(y - 2) = 0$ $\Leftrightarrow (y - 2)(5y^3 + 7y^2 - 8y - 10) = 0$ $\Leftrightarrow (y - 2)[5y(y^2 - 2) + 7(y^2 - 2) + 2y + 4] = 0$ $\Leftrightarrow y - 2 = 0 \quad (\text{do } y > \sqrt{2} \Rightarrow 5y(y^2 - 2) + 7(y^2 - 2) + 2y + 4 > 0)$ $\Leftrightarrow y = 2$ <p>Từ đó tìm được x.</p>	
<b>Câu 4</b> <b>(3,5đ)</b>			0.25
	a)	<p>Vì MD là tiếp tuyến tại D của (O) nên <math>\widehat{ODM} = 90^\circ</math>  (O) có dây AB không đi qua tâm và I là trung điểm của dây AB  <math>\Rightarrow OI \perp AB \Rightarrow \widehat{OIM} = 90^\circ</math>  Tứ giác OIMD có:  <math>\widehat{ODM} + \widehat{OIM} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ</math>  <math>\Rightarrow</math> Tứ giác OIMD nội tiếp được đường tròn.</p>	0.75
	b)	<p>(O) có: <math>\widehat{MDA}</math> là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn <math>\widehat{AD}</math>  <math>\widehat{MBD}</math> là góc nội tiếp chắn <math>\widehat{AD}</math>  <math>\Rightarrow \widehat{MDA} = \widehat{MBD}</math>  <math>\Delta MDA</math> và <math>\Delta MBD</math> có: <math>\widehat{DMB}</math> chung, <math>\widehat{MDA} = \widehat{MBD}</math>  <math>\Rightarrow \Delta MDA \sim \Delta MBD</math> (g.g)  <math>\Rightarrow \frac{MD}{MB} = \frac{MA}{MD} \Rightarrow MD^2 = MA \cdot MB</math></p>	0.75
	c)	<p>Vì <math>\widehat{MDE}</math> là góc nội tiếp chắn <math>\widehat{DN}</math> nên <math>\widehat{MDE} = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{DN}</math></p>	0.75

	<p>(O) có <math>ON \perp</math> dây <math>AB \Rightarrow \widehat{NA} = \widehat{NB}</math> (liên hệ giữa cung và dây)          Vì <math>\widehat{MED}</math> là góc có đỉnh ở bên trong (O) nên:  <math display="block">\widehat{MED} = \frac{1}{2} \text{sđ}(\widehat{AD} + \widehat{NB})</math>         Mà <math>\widehat{NA} = \widehat{NB}</math>  <math display="block">\widehat{MED} = \frac{1}{2} \text{sđ}(\widehat{AD} + \widehat{NA}) = \frac{1}{2} \text{sđ}\widehat{DN}</math> <math display="block">\Rightarrow \widehat{MED} = \widehat{MDE}</math> <math display="block">\Rightarrow \Delta MDE \text{ cân tại } M \Rightarrow MD = ME</math>         Nhưng <math>MC = MD</math> (tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau)  <math display="block">\Rightarrow MC = ME \Rightarrow \Delta MCE \text{ cân tại } M.</math></p>	
d)	<p>Gọi H là giao điểm của OM và CD          Ta có: <math>OC = OD</math> và <math>MC = MD</math>  <math>\Rightarrow OM</math> là đường trung trực của CD  <math>\Rightarrow OM \perp CD</math> tại H  <math>\Delta OIM</math> và <math>\Delta OHF</math> có: <math>\widehat{MOF}</math> chung, <math>\widehat{OIM} = \widehat{OHF} = 90^\circ</math>  <math>\Rightarrow \Delta OIM \simeq \Delta OHF</math> (g.g)  <math display="block">\Rightarrow \frac{OI}{OH} = \frac{OM}{OF} \Rightarrow OI \cdot OF = OH \cdot OM</math> <math>\Delta ODM</math> vuông tại D, đường cao DH  <math display="block">\Rightarrow OH \cdot OM = OD^2 \text{ và } \frac{1}{OD^2} + \frac{1}{MD^2} = \frac{1}{DH^2}</math>         Mà <math>OI \cdot OF = OH \cdot OM = OD^2</math>, <math>MD = ME</math>, <math>DH = \frac{1}{2}CD</math>  <math display="block">\Rightarrow \frac{1}{OI \cdot OF} + \frac{1}{ME^2} = \frac{4}{CD^2}</math> (đpcm)</p>	1.0
<b>Câu 5 (1,0đ)</b>	<p>Cho <math>a &gt; 0, b &gt; 0</math> và <math>a + b \leq 1</math>.          Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức <math>S = \frac{a}{1+b} + \frac{b}{1+a} + \frac{1}{a+b}</math>.          Với <math>a, b &gt; 0</math>, áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có:  <math display="block">\frac{a^2}{a+ab} + \frac{4}{9}(a+ab) \geq 2\sqrt{\frac{a^2}{a+ab} \cdot \frac{4}{9}(a+ab)} = \frac{4}{3}a</math> <math display="block">\Rightarrow \frac{a^2}{a+ab} \geq \frac{4}{3}a - \frac{4}{9}(a+ab) \Rightarrow \frac{a}{1+b} \geq \frac{8}{9}a - \frac{4}{9}ab</math>         Tương tự, ta có: <math>\frac{b}{1+a} \geq \frac{8}{9}b - \frac{4}{9}ab</math>  <math display="block">\Rightarrow S \geq \frac{8}{9}(a+b) - \frac{8}{9}ab + \frac{1}{a+b} = \frac{8}{9}\left(a+b + \frac{1}{a+b}\right) - \frac{8}{9}ab + \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{a+b}</math>         Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có:  <math display="block">a+b + \frac{1}{a+b} \geq 2\sqrt{(a+b) \cdot \frac{1}{a+b}} = 2</math>         Vì <math>a + b \leq 1</math> nên:</p>	1.0

	$(a+b)^2 \geq 4ab \Rightarrow ab \leq \frac{1}{4}(a+b)^2 \leq \frac{1}{4} \text{ và } \frac{1}{a+b} \geq 1$ $\Rightarrow S \geq \frac{8}{9} \cdot 2 - \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = \frac{5}{3}$ <p>Dấu “=” xảy ra <math>\Leftrightarrow a = b = \frac{1}{2}</math></p> <p>Vậy <math>\min S = \frac{5}{3}</math> khi <math>a = b = \frac{1}{2}</math></p>	
--	---	--