SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2018 – 2019

MÔN THI MÔN TOÁN

Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1. *(2 điểm)*

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x\ge 0; x\ne 1$.

1) Tìm giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

2) Chứng minh $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$.

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $\dfrac{A}{B}\ge\dfrac{x}{4}+5$.

Câu 2. *(2 điểm)*

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là 28 mét , độ dài đường chéo bằng 10 mét .Tính chiều dài chiều rộng của mảnh đất đó theo mét.

Câu 3. *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}4x-|y+2|=3\\ x+2|y+2|=3\end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=(m+2)x+3,\ (P): y=x^2$

a) Chứng minh (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt .

b) Tìm tất cả các giá trị m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ là các số nguyên .

Câu 4. ***(3,5 điểm)***

Cho đường tròn $(O;R)$ với dây cung AB không đi qua tâm. Lấy S là một điểm bất kì trên tia đối của tia AB (S khác A). Từ điểm S vẽ hai tiếp tuyến SC, CD với đường tròn $(O;R)$ sao cho điểm C nằm trên cung nhỏ AB (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB.

1) Chứng minh năm điểm C, D, H, O, S thuộc đường tròn đường kính SO.

2) Khi $SO=2R$, hãy tính độ dài đoạn thẳng SD theo R và tính số đo góc SCD.

3) Đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng SC, cắt đoạn thẳng CD tại K. Chứng minh tứ giác $ADHK$ là tứ giác nội tiếp và đường thẳng BK đi qua trung điểm của đoạn thẳng SC.

4) Gọi E là trung điểm của đường thẳng BD và F là hình chiếu vuông góc của điểm E trên đường thẳng AD. Chứng minh rằng, khi điểm S thay đổi trên tia đối của tia AB thì điểm F luôn thuộc một đường tròn cố định.

Câu 5: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}+2\sqrt{x}$.

---HẾT---

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2018 – 2019

MÔN THI MÔN TOÁN

Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. *(2 điểm)*

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x\ge 0; x\ne 1$.

1) Tìm giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

2) Chứng minh $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$.

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $\dfrac{A}{B}\ge\dfrac{x}{4}+5$.

Lời giải

1) Với $x=9\Rightarrow\sqrt{x}=3$

Thay vào A ta có : $A=\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{3+4}{3-1}=\dfrac{7}{2}$

2) $B=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}=\dfrac{3\sqrt{x}+1-2\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$

3) Với $A=\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$

$\Rightarrow\dfrac{A}{B}=\sqrt{x}+4$ vậy $\Rightarrow\dfrac{A}{B}\ge\dfrac{x}{4}+5\Leftrightarrow\sqrt{x}+4\ge\dfrac{x}{4}+5\Leftrightarrow x-4\sqrt{x}+4\le 0\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}-2\right)^2\le 0\Leftrightarrow x=4.$

Câu 2. *(2 điểm)*

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là 28 mét , độ dài đường chéo bằng 10 mét .Tính chiều dài chiều rộng của mảnh đất đó theo mét.

Lời giải

Gọi chiều dài , chiều rộng hình chữ nhật lần lượt là $x(m), y(m)$ với $10>x>y>0$.

Chu vi hình chữ nhật 28 mét$\Rightarrow 2(x+y)=28\Rightarrow x+y=14\quad(1)$

Độ dài đường chéo hình chữ nhật là 10 mét $\Rightarrow x^2+y^2=100\quad(2)$

Từ $(1),(2)\Rightarrow x,y$ là nghiệm của hệ phương trình : $\begin{cases}x+y=14\\x^2+y^2=100\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=14-y & (3)\\x^2+y^2=100 & (4)\end{cases}$

Lấy (3) thay vào $(4)\Rightarrow(14-y)^2+y^2=100\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y=8\\y=6\end{array}\right.$

Với $y=8\Rightarrow x=6$ (không thỏa mãn $10>x>y>0$)

Với $y=6\Rightarrow x=8$ (thỏa mãn).

Câu 3. *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x-|y+2|=3 \\ x+2|y+2|=3 \end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=(m+2)x+3,\ (P): y=x^2$

a) Chứng minh (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt .

b) Tìm tất cả các giá trị m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ là các số nguyên .

Lời giải

1) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 4x-|y+2|=3 \\ x+2|y+2|=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x-2|y+2|=6 \\ x+2|y+2|=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x=9 \\ x+2|y+2|=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 1+2|y+2|=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ |y+2|=1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ \left[\begin{array}{l} y+2=1 \\ y+2=-1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ \left[\begin{array}{l} y=-1 \\ y=-3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases} \end{array}\right..$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)\in\{(1;-1),(1;-3)\}$.

2) $(d): y=(m+2)x+3$ và $(P): y=x^2$.

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình

$x^2=(m+2)x+3 \Leftrightarrow x^2-(m+2)x-3=0$

Ta có $a=1\neq 0.$

Xét $\Delta=(m+2)^2+4.3=(m+2)^2+12>0$ với mọi $m\in\mathbb{R}$. Vì $(m+2)^2\geq 0$ với mọi $m\in\mathbb{R}$.

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt nên đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Theo định lí vi-ét $\begin{cases} x_1+x_2=m+2 \\ x_1.x_2=-3 \end{cases}$. Để $x_1,x_2\in\mathbb{Z}$ mà $x_1.x_2=-3$. Vì 3 là số nguyên tố nến

$x_1.x_2=-3 \Rightarrow \begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x_1=1 \\ x_2=-3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x_1=3 \\ x_2=-1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x_1=-3 \\ x_2=1 \end{cases}$.

Suy ra $x_1+x_2=-2 \Leftrightarrow m+2=-2 \Leftrightarrow m=-4$.

Hoặc $x_1+x_2=2 \Rightarrow m+2=2 \Rightarrow m=0$

Vậy $m=-4$ hoặc $m=0$ thì (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là các số nguyên.

Câu 4. ***(3,5 điểm)***

Cho đường tròn $(O;R)$ với dây cung AB không đi qua tâm. Lấy S là một điểm bất kì trên tia đối của tia AB (S khác A). Từ điểm S vẽ hai tiếp tuyến SC, CD với đường tròn $(O;R)$ sao cho điểm C nằm trên cung nhỏ AB (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB.

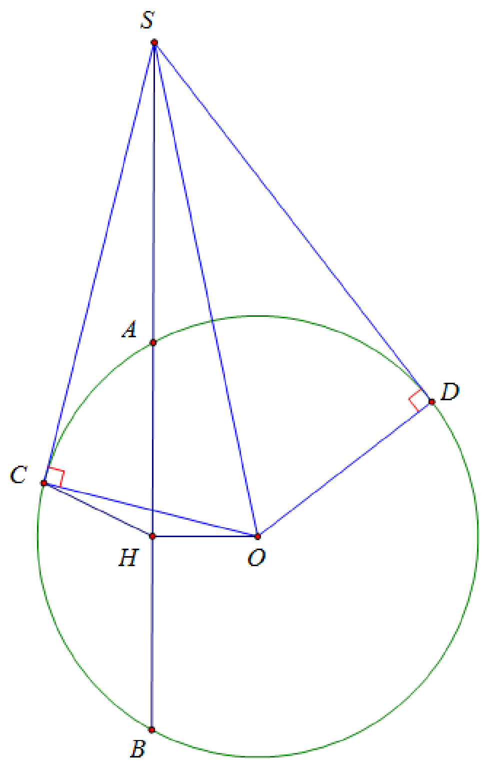
1) Chứng minh năm điểm C, D, H, O, S thuộc đường tròn đường kính SO.

2) Khi $SO = 2R$, hãy tính độ dài đoạn thẳng SD theo R và tính số đo góc SCD.

3) Đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng SC, cắt đoạn thẳng CD tại K. Chứng minh tứ giác $ADHK$ là tứ giác nội tiếp và đường thẳng BK đi qua trung điểm của đoạn thẳng SC.

4) Gọi E là trung điểm của đường thẳng BD và F là hình chiếu vuông góc của điểm E trên đường thẳng AD. Chứng minh rằng, khi điểm S thay đổi trên tia đối của tia AB thì điểm F luôn thuộc một đường tròn cố định.

Lời giải



1) Chứng minh năm điểm C, D, H, O, S thuộc đường tròn đường kính SO.

* Xét đường tròn $(O;R)$ có:

- $SC \perp OC$ (SC là tiếp tuyến của đường tròn $(O;R)$ $\Rightarrow SCO = 90^0$

- $SD \perp OD$ (SD là tiếp tuyến của đường tròn $(O;R)$ $\Rightarrow SDO = 90^0$

- H là trung điểm của đoạn thẳng AB $\Rightarrow OH \perp AB$ (Tính chất đường kính đi qua trung điểm của dây cung) $\Rightarrow SHO = 90^0$

* Xét tứ giác $SCOD$ có:

- $SCO + SDO = 180^0$ (cmt)

- SCO và SDO là hai góc đối nhau
$\Rightarrow SCOD$ là tứ giác nội tiếp
Có ΔSCO và ΔSDO vuông tại C và D, có SO là cạnh huyền chung
$\Rightarrow$ tứ giác $SCOD$ thuộc đường tròn đường kính $SO.$ (1)

* Xét tứ giác $SCHO$ có:

- $SCO = SHO = 90^0$
- Mà hai đỉnh S và H kề nhau cùng nhìn cạnh SO dưới một góc bằng nhau
$\Rightarrow$ tứ giác $SCHO$ thuộc đường tròn đường kính $SO.$ (2)

Từ $(1),(2)$ $\Rightarrow$ năm điểm $C,\ D,\ H,\ O,\ S$ thuộc đường tròn đường kính $SO.$

2) Khi $SO = 2R,$ hãy tính độ dài đoạn thẳng SD theo R và tính số đo góc $SCD.$
Xét ΔSDO vuông tại D:
Có: $SO^2 = SD^2 + OD^2$ (định lí Pytago)
$\Rightarrow SD^2 = SO^2 - OD^2 = (2R)^2 - R^2 = 3R^2$
$\Rightarrow SD = \sqrt{3}R$

Ta lại có: $\tan OSD = \dfrac{OD}{SD} = \dfrac{R}{\sqrt{3}R} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow OSD = 30^0$
Chứng minh tương tự ta có: $SD = R\sqrt{3};\ OSC = 30^0.$
Xét ΔSCD có:
$SC = SD \Rightarrow \Delta SCD$ cân
Mà $CSD = OCS + ODS = 60^0 \Rightarrow \Delta SCD$ đều $\Rightarrow SCD = 60^0.$

3. Chứng minh tứ giác $ADHK$ là tứ giác nội tiếp và đường thẳng BK đi qua trung điểm của đoạn thẳng $SC.$
- Có tứ giác $DOHC$ là tứ giác nội tiếp (Cmt)

$\Rightarrow KDH = COH = \dfrac{1}{2}CH$ (1)

Do: $\left.\begin{array}{l} AK \perp OC\ (AK // SC) \\ OH \perp AH\ (gt) \end{array}\right\} \Rightarrow KAH = COH$ (2)

Từ $(1),(2)$ tứ giác $ADHK$ là tứ giác nội tiếp

Gọi: $\begin{cases} BK \cap SC = \{T\} \\ AK \cap BC = \{P\} \end{cases}$

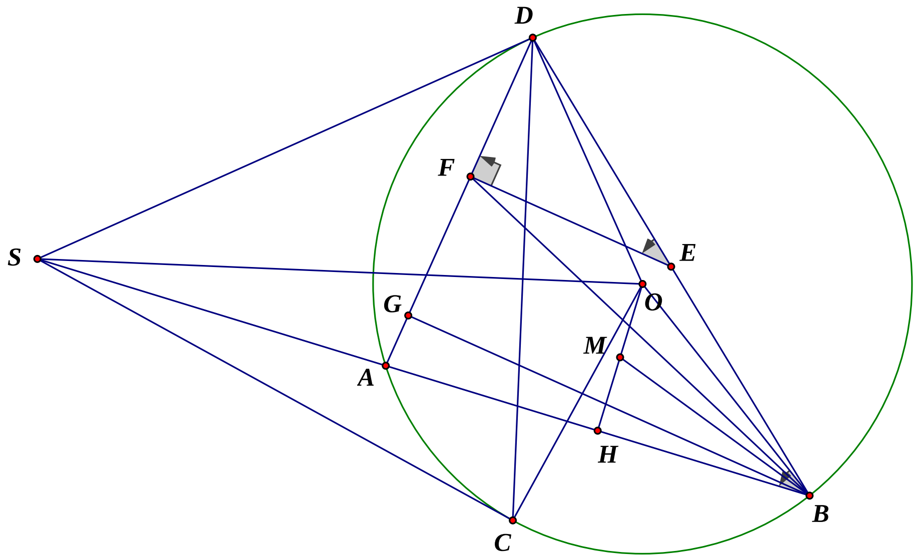
Ta có: $DAKH$ nội tiếp $\Rightarrow AHK = DAC$

Mà: $DAC = ABC = \dfrac{1}{2}AC$

$\Rightarrow AHK = BAC$
$\Rightarrow HK // BC$ (2 góc đồng vị)
Xét ΔABP $\Rightarrow$ K là trung điểm của AP

$\Rightarrow \dfrac{AK}{ST} = \dfrac{HK}{TD}$ $\Rightarrow$ T là trung điểm của đoạn thẳng SC (đpcm)

4. Ta có $OA = OB$ nên ΔOAB cân đỉnh O.



Có OH là trung tuyến, đồng thời là phân giác của ΔOAB nên $BOH = \frac{1}{2}AOB$

Hay $BOH = \frac{1}{2}sđ\, AB$.

Ta có $BDA = \frac{1}{2}sđ\, AB$ (góc nội tiếp chắn cung AB).

Suy ra $BOH = BDA$ hay $BOH = EDF$.

Xét ΔOHB và ΔDFE có:

$OHB = DFE = 90^\circ$; $BOH = EDF$ (chứng minh trên).

Suy ra ΔOHB đồng dạng ΔDFE (góc - góc).

Nên ta có: $\frac{OH}{HB} = \frac{DF}{FE}$ (1).

Gọi G là hình chiếu vuông góc của B trên AD, suy ra $BG \perp AD$.

Khi đó, ΔBDG có $FE \,//\, BG$ (cùng vuông góc với AD) nên $\frac{DF}{DG} = \frac{FE}{BG} = \frac{DE}{DB} = \frac{1}{2}$.

Suy ra F là trung điểm của DG và $\frac{DF}{FE} = \frac{DG}{BG}$ (2)

Gọi M là trung điểm của OH.

Từ (1) và (2), ta có $\frac{OH}{HB} = \frac{DG}{BG}$ hay $\frac{2.MH}{HB} = \frac{2.FG}{BG} \Leftrightarrow \frac{MH}{HB} = \frac{FG}{BG}$.

Xét ΔBHM và ΔBGF có:

$BHM = BGF = 90^\circ$.

$\frac{MH}{HB} = \frac{FG}{BG}$ (chứng minh trên).

Suy ra ΔBHM đồng dạng ΔBGF (cạnh – góc – cạnh).

Do đó, ta có: $GFB = HMB$ (các góc tương ứng).

Hay $AFB = HMB$ (3).

Xét đường tròn (O) có A, B, O, H là các điểm cố định.

Có M là trung điểm của OH nên M cố định.

Suy ra $BMH = \alpha$ không đổi.

Nên từ (3), suy ra AFB có số đo không đổi, hay điểm F luôn nhìn đoạn AB dưới góc không đổi α. Vậy điểm ΔBHM nằm trên cung chứa góc α dựng trên đoạn AB.

Do đó, khi điểm S di động trên tia đối của tia AB thì điểm F luôn nằm trên đường tròn cố định là cung chứa góc α dựng trên đoạn AB.

Câu 5: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} + 2\sqrt{x}$

Lời giải

Cách 1: Điều kiện: $0 \le x \le 1$

Đặt $A = \sqrt{1-x} + \sqrt{x}$; $B = \sqrt{1+x} + \sqrt{x}$

Ta có $A^2 = 1 + 2\sqrt{x(1-x)} \ge 1 \ \forall 0 \le x \le 1 \Rightarrow A \ge 1$. Đẳng thức xảy ra khi $x = 0$

$B^2 = 1 + 2x + 2\sqrt{x(1+x)} \ge 1 \forall 0 \le x \le 1 \Rightarrow B \ge 1$. Đẳng thức xảy ra khi $x = 0$

Do đó $P = A + B \ge 2$. Đẳng thức xảy ra khi $x = 0$

Vậy GTNN của P là 2 đạt được khi và chỉ khi $x = 0$.

Cách 2:

Điều kiện: $0 \le x \le 1$

Đặt $a = \sqrt{1-x}, b = \sqrt{1+x}$. Vì $0 \le x \le 1$ nên ta có $b \ge a \ge 0$ và $a^2 + b^2 = 2$

Ta có $b^2 - a^2 = 2x \Leftrightarrow \sqrt{2(b^2 - a^2)} = 2\sqrt{x}$

Khi đó $P = a + b + \sqrt{2(b^2 - a^2)} \ge 2a + \sqrt{2(b^2 - a^2)}$

Suy ra $P^2 \ge 4a^2 + 2(b^2 - a^2) + 4a\sqrt{2(b^2 - a^2)} = 2(a^2 + b^2) + 4a\sqrt{2(b^2 - a^2)}$

Vì $2(a^2 + b^2) = 4$ và $4a\sqrt{2(b^2 - a^2)} \ge 0$ với mọi $0 \le a \le b$

Nên $P^2 \ge 4 \Rightarrow P \ge 2 \ (do\, P > 0)$

Dấu $"="$ xảy ra khi và chỉ khi $b = a$ tức là $x = 0$.