

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức

$$A = \sqrt{18} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} + (1 - \sqrt{2})^2.$$

b) Rút gọn biểu thức $B = \frac{x-4}{\sqrt{x}+2} + \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$.

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $2x^4 - x^2 - 1 = 0$.

b) Xác định tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + m^2 + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = m$.

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) có đường kính AB. Trên đường tròn (O) lấy điểm E (khác B) sao cho tiếp tuyến của (O) tại E cắt tia AB tại điểm C. Gọi d là đường thẳng vuông góc với đường thẳng AB tại C, D là giao điểm của đường thẳng AE và đường thẳng d, F là giao điểm thứ hai của đường thẳng BD và đường tròn (O).

a) Chứng minh tứ giác BCDE nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh EF song song với đường thẳng d.

c) Gọi I là giao điểm của BE và CF, H là giao điểm của EF và AB.

Chứng minh $BC \cdot IF = 2IC \cdot BH$.

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$Q = \sqrt{2a+bc} + \sqrt{2b+ca} + \sqrt{2c+ab}.$$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI VÀO 10 TỈNH QUẢNG NAM

Câu 1.

$$a) A = \sqrt{18} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} + (1 - \sqrt{2})^2.$$

$$= 3\sqrt{2} - \sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} \\ = 3.$$

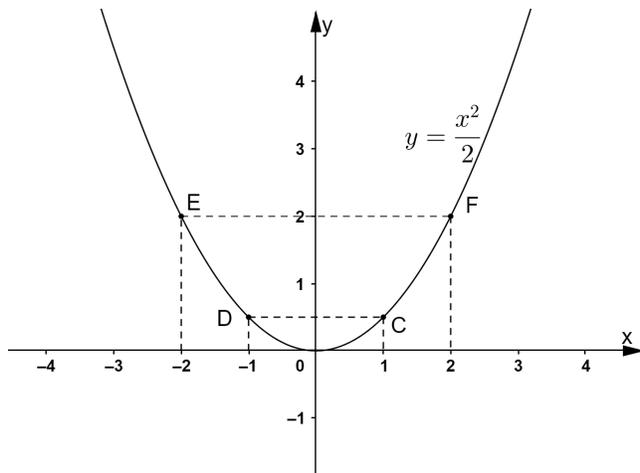
b) Với $x > 0$ ta có:

$$B = \frac{x-4}{\sqrt{x+2}} + \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x+2}} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}} = \sqrt{x}-2 + \sqrt{x}+2 = 2\sqrt{x}.$$

Câu 2.

a) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$

x	-2	-1	0	1	2
y	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2



b)

$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 3y = 21 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 33 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (3; 2)$.

Câu 3.

a) Đặt $x^2 = t$ ($t \geq 0$), ta có:

$$2t^2 - t - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-1)(2t+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ (TM)} \\ t = -\frac{1}{2} \text{ (L)} \end{cases}$$

$$\text{Với } t=1 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{1; -1\}$.

b) Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thì:

$$\Delta' = m^2 - (m^2 + m - 3) = 3 - m > 0 \Leftrightarrow m < 3$$

$$\text{Hệ thức Vi-et: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 + m - 3 \end{cases}$$

Ta có: $|x_1 - x_2| = m \Rightarrow m \geq 0$ (Vì $|x_1 - x_2| \geq 0$). Vậy $0 \leq m < 3$

$$\Leftrightarrow (|x_1 - x_2|)^2 = m^2 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 = m^2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = m^2 \quad (1)$$

Thay hệ thức Vi-et vào (1) ta có:

$$(2m)^2 - 4(m^2 + m - 3) - m^2 = 0$$

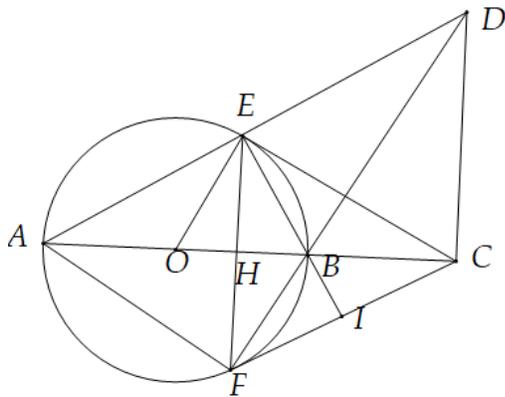
$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m^2 - 4m + 12 - m^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+6)(m-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -6 \text{ (L)} \\ m = 2 \text{ (TM)} \end{cases}$$

Vậy $m = 2$.

Câu 4.



a) Ta có: $\widehat{AEB} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{DEB} = 90^\circ$ mà $\widehat{DCB} = 90^\circ$ (Giả thiết)

Suy ra tứ giác $BCDE$ nội tiếp.

b) Ta có: $\widehat{BEC} = \widehat{BDC}$ (Vì tứ giác $BCDE$ nội tiếp)

Mặt khác: $\widehat{EFB} = \widehat{BEC}$ (Góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn một cung)

Suy ra $\widehat{EFB} = \widehat{BDC}$, mà hai góc này ở vị trí so le trong nên $EF \parallel DC$ hay $EF \parallel d$.

c) Ta có: $\begin{cases} EF \parallel CD \\ AB \perp CD \end{cases} \Rightarrow EF \perp AB$ tại H

$\Rightarrow H$ là trung điểm EF (Quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây)

ΔBFE có BH vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến nên ΔBFE cân tại B

Suy ra: $\widehat{FEB} = \widehat{BFE}$ (1)

$\triangle CEF$ có CH là đường cao đồng thời là đường trung tuyến nên $\triangle CEF$ cân tại C (dnhb)

$\Rightarrow \widehat{CEF} = \widehat{CFE}$ mà $\widehat{EFB} = \widehat{BEC}$ (cmt) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BFI} = \widehat{FEB} = \widehat{FEB} = \widehat{BEC}$

Xét $\triangle IEF$ và $\triangle IFB$ có:

\widehat{FIE} chung

$\widehat{BFI} = \widehat{FEB}$ (cmt)

Vậy $\triangle IEF$ đồng dạng với $\triangle IFB$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{IE}{IF} = \frac{FE}{FB} = \frac{IF}{IB}$$

Mặt khác: $\widehat{FEB} = \widehat{BEC}$ (cmt) suy ra

Câu 5.

Ta có:

$$\sqrt{2a+bc} = \sqrt{(a+b+c)a+bc} \quad (\text{Do } a+b+c=2)$$

$$= \sqrt{a^2+ab+bc+ac} = \sqrt{(a+b)(a+c)} \leq \frac{(a+b)+(a+c)}{2} \quad (\text{Áp dụng bất đẳng thức với hai}$$

số dương $a+b$ và $a+c$)

$$\text{Vậy ta có: } \sqrt{2a+bc} \leq \frac{(a+b)+(a+c)}{2} \quad (1)$$

Tương tự:

$$\sqrt{2b+ca} \leq \frac{(a+b)+(b+c)}{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{2c+ab} \leq \frac{(a+c)+(b+c)}{2} \quad (3)$$

Cộng (1), (2) và (3) theo vế ta được:

$$Q \leq 2(a+b+c) = 4$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=\frac{2}{3}$

Suy ra giá trị lớn nhất của Q bằng 4 khi $a=b=c=\frac{2}{3}$.