SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG TRỊ	KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
ĐỀ CHÍNH THỨC	**Khóa ngày 03 tháng 6 năm 2021**
	Môn thi: TOÁN
	(Dành cho tất cả các thí sinh)
	Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. (2,0 *điểm*)

Bằng các phép biến đổi đại số, rút gọn các biểu thức sau:

$A = 2\sqrt{8} - 5\sqrt{18} + 4\sqrt{32}.$

$B = \dfrac{a-\sqrt{a}}{a-2\sqrt{a}+1}\cdot\left(1-\sqrt{a}\right)$, với $a > 1$.

Câu 2. (1,5 *điểm*)

Cho hàm số $y = (1-m)x^2$. (1)

1. Tìm điều kiện của m để hàm số (1) đồng biến khi $x > 0$.

2. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng $y = -x + 3$ tại điểm có tung độ bằng 2 ?

Câu 3. (1,5 *điểm*)

Cho phương trình (ẩn x) $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$.

1. Giải phương trình khi $m = 3$.

2. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $A = \dfrac{4\left(x_1x_2+1\right)}{{x_1}^2 + {x_2}^2 + 2(2 + x_1x_2)}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 4. (1,0 *điểm*)

Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 40 lần bắn là 8,25 điểm. Kết quả cụ thể được ghi trong bảng sau, trong đó có hai ô bị mờ không đọc được (đánh dấu *):

Điểm số của mỗi lần bắn	10	9	8	7
Số lần bắn	7	*	15	*

Hãy tìm lại các số trong hai ô đó.

Câu 5. (3,5 *điểm*)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên cạnh AC lấy điểm F, vẽ FE vuông góc với BC tại E. Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác CEF. Đường thẳng BF cắt (O) tại điểm thứ hai là D, DE cắt AC tại H.

1. Chứng minh $ABEF$ là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh $\widehat{BCA} = \widehat{BDA}$.

3. Chứng minh hai tam giác AEO và EHO đồng dạng.

4. Đường thẳng AD cắt (O) tại điểm thứ hai là G, FG cắt CD tại I, CG cắt FD tại K. Chứng minh I, K, H thẳng hàng.

Câu 6. (0,5 *điểm*)

Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $0 \le x, y, z \le 1$. Chứng minh rằng

$$x + y + z - 2\left(xy + yz + zx\right) + 4xyz \le 1.$$

------------------ **HẾT** ------------------

Họ và tên thí sinh: .... ***Số báo danh:*** ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG TRỊ	KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN Khóa ngày 03 tháng 6 năm 2021
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	**Môn thi: Toán** **(Dành cho tất cả các thí sinh)** *Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)*

Câu 1. (2,0 *điểm*)

Bằng các phép biến đổi đại số, hãy rút gọn các biểu thức sau:

$A = 2\sqrt{8} - 5\sqrt{18} + 4\sqrt{32}$

$B = \dfrac{a-\sqrt{a}}{a-2\sqrt{a}+1}.\left(1-\sqrt{a}\right)$, với $a > 1$.

Câu 2. (1,5 *điểm*)

Cho hàm số $y = (1-m)x^2$.   (1)

1. Tìm điều kiện của *m* để hàm số (1) đồng biến khi $x > 0$.

2. Với giá trị nào của *m* thì đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng $y = -x + 3$ tại điểm có tung độ bằng 2?

Câu 3. (1,5 *điểm*)

Cho phương trình (ẩn x) $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$

1. Giải phương trình khi $m = 3$.

2. Tìm giá trị của *m* để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $A = \dfrac{4(x_1x_2+1)}{x_1^2 + x_2^2 + 2(2 + x_1x_2)}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 4. (1 *điểm*)

Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 40 lần bắn là 8,25 điểm. Kết quả cụ thể được ghi lại trong bảng sau, trong đó có 2 ô bị mờ đi không đọc được (đánh dấu *):

Điểm số của mỗi lần bắn	10	9	8	7
Số lần bắn	7	*	15	*

Hãy tìm lại các số trong hai ô đó.

Câu 5. (3,5 *điểm*)

Cho tam giác *ABC* vuông tại *A*. Trên cạnh *AC* lấy điểm *F*, vẽ *FE* vuông góc với *BC* tại *E*. Gọi *(O)* là đường tròn ngoại tiếp tam giác *CEF*. Đường thẳng *BF* cắt đường tròn *(O)* tại điểm thứ hai là *D*, *DE* cắt *AC* tại *H*.

1. Chứng minh tứ giác *ABEF* là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh $\widehat{BCA} = \widehat{BDA}$.

3. Chứng minh hai tam giác *AEO* và *EHO* đồng dạng.

4. Đường thẳng *AD* cắt đường tròn *(O)* tại điểm thứ hai là *G*, *FG* cắt *CD* tại *I*, *CG* cắt *FD* tại *K*. Chứng minh *I*, *K*, *H* thẳng hàng.

Câu 6. (0,5 *điểm*)

Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $0 \le x, y, z \le 1$. Chứng minh rằng

$$x + y + z - 2(xy + yz + zx) + 4xyz \le 1.$$

-----------------HẾT-----------------

Họ và tên thí sinh:..Số báo danh:........................

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. (2,0 *điểm*)

Bằng các phép biến đổi đại số, hãy rút gọn các biểu thức sau:

$A=2\sqrt{8}-5\sqrt{18}+4\sqrt{32}$

$B=\dfrac{a-\sqrt{a}}{a-2\sqrt{a}+1}.\left(1-\sqrt{a}\right)$, với $a>1$.

Lời giải:

Ta có: $A=2\sqrt{8}-5\sqrt{18}+4\sqrt{32}=4\sqrt{2}-15\sqrt{2}+16\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

Với $a>1$, ta có: $B=\dfrac{a-\sqrt{a}}{a-2\sqrt{a}+1}.\left(1-\sqrt{a}\right)=\dfrac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}.\left(1-\sqrt{a}\right)=\dfrac{-\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)^2}{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}=-\sqrt{a}$

Vậy $A=5\sqrt{2}$ và $B=-\sqrt{a}$.

Câu 2. (1,5 *điểm*)

Cho hàm số $y=\left(1-m\right)x^2$. (1)

1. Tìm điều kiện của *m* để hàm số (1) đồng biến khi $x>0$.

2. Với giá trị nào của *m* thì đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng $y=-x+3$ tại điểm có tung độ bằng 2?

Lời giải:

1. Điều kiện để hàm số (1) đồng biến khi $x>0$ là $1-m>0\Leftrightarrow m<1$.

Vậy để để hàm số (1) đồng biến khi $x>0$ thì $m<1$.

2. Vì đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng $y=-x+3$ tại điểm có tung độ bằng 2 nên giao điểm đó có hoành độ *x* thỏa mãn: $2=-x+3\Leftrightarrow x=1$.

Thay $x=1, y=2$ vào (1) ta có: $2=\left(1-m\right).1^2\Leftrightarrow 1-m=2\Leftrightarrow m=-1$.

Vậy để thỏa mãn điều kiện bài toán thì $m=-1$.

Câu 3. (1,5 *điểm*)

Cho phương trình (ẩn x) $x^2-2mx+2m-1=0$

1. Giải phương trình khi $m=3$.

2. Tìm giá trị của *m* để phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 sao cho biểu thức $A=\dfrac{4\left(x_1x_2+1\right)}{x_1^2+x_2^2+2\left(2+x_1x_2\right)}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải:

1. Khi $m=3$, phương trình đã cho trở thành: $x^2-6x+5=0$.

Vì $a+b+c=1-6+5=0$ nên phương trình có 2 nghiệm $x_1=1$ và $x_2=5$.

2. Vì $a+b+c=1-2m+2m-1=0$ nên phương trình có nghiệm $x_1=1$ và $x_2=2m-1$ với mọi giá trị của *m*.

Ta có: $A=\dfrac{4\left(x_1x_2+1\right)}{x_1^2+x_2^2+2\left(2+x_1x_2\right)}=\dfrac{4\left(x_1x_2+1\right)}{\left(x_1+x_2\right)^2+4}=\dfrac{4\left(2m-1+1\right)}{\left(2m-1+1\right)^2+4}=\dfrac{8m}{4m^2+4}=\dfrac{2m}{m^2+1}$

Lại có: $\left(m+1\right)^2\geq 0,\forall m\Leftrightarrow 2m\geq -\left(m^2+1\right),\forall m\Leftrightarrow \dfrac{2m}{\left(m^2+1\right)}\geq -1,\forall m$

$\Rightarrow A\geq -1,\forall m$, dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m=-1$.

Suy ra *A* đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1 khi $m=-1$.

Câu 4. (1 *điểm*)

Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 40 lần bắn là 8,25 điểm. Kết quả cụ thể được ghi lại trong bảng sau, trong đó có 2 ô bị mờ đi không đọc được (đánh dấu *):

Điểm số của mỗi lần bắn	10	9	8	7
Số lần bắn	7	*	15	*

Hãy tìm lại các số trong hai ô đó.

Lời giải:

Gọi số lần bắn trúng ô 9 điểm và 7 điểm lần lượt là *x* và *y*, $(x, y \in \mathbb{N}^*)$.

Tổng số lần bắn là 40 nên ta có: $7 + x + 15 + y = 40 \Rightarrow x + y = 18 \qquad (1)$.

Điểm số trung bình cộng là 8,25 điểm nên ta có:

$$\frac{10.7 + 9x + 8.15 + 7y}{40} = 8,25 \Leftrightarrow 9x + 7y = 140 \qquad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 18 \\ 9x + 7y = 140 \end{cases}$.

Giải hệ phương trình trên ta có: $x = 7, y = 11$.

Vậy ta có bảng:

Điểm số của mỗi lần bắn	10	9	8	7
Số lần bắn	7	*7*	15	*11*

Câu 5. (3,5 *điểm*)

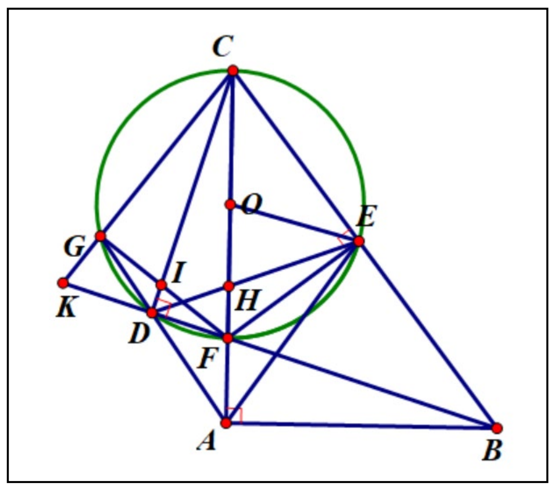
Cho tam giác *ABC* vuông tại *A*. Trên cạnh *AC* lấy điểm *F*, vẽ *FE* vuông góc với *BC* tại *E*. Gọi *(O)* là đường tròn ngoại tiếp tam giác *CEF*. Đường thẳng *BF* cắt đường tròn *(O)* tại điểm thứ hai là *D*, *DE* cắt *AC* tại *H*.

1. Chứng minh tứ giác *ABEF* là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh $\widehat{BCA} = \widehat{BDA}$.

3. Chứng minh hai tam giác *AEO* và *EHO* đồng dạng.

4. Đường thẳng *AD* cắt đường tròn *(O)* tại điểm thứ hai là *G*, *FG* cắt *CD* tại *I*, *CG* cắt *FD* tại *K*. Chứng minh *I*, *K*, *H* thẳng hàng.



Lời giải:

1. Chứng minh tứ giác *ABEF* là tứ giác nội tiếp.

Ta có: $\widehat{FAB} + \widehat{FEB} = 90^0 + 90^0 = 180^0$ nên suy ra tứ giác *ABEF* là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh $\widehat{BCA} = \widehat{BDA}$.

Ta có: $\widehat{CAB} = \widehat{BDC} = 90^0$ nên tứ giác *ABCD* là tứ giác nội tiếp.

Suy ra $\widehat{BCA} = \widehat{BDA}$ (là 2 góc cùng chắn cung *AB*).

3. Chứng minh hai tam giác *AEO* và *EHO* đồng dạng.

Trước hết ta chứng minh: $\widehat{OAE} = \widehat{CBD} = \widehat{OEH}$.

Trong tứ giác nội tiếp *ABEF* ta có: $\widehat{FAE} = \widehat{FBE}$ (Vì cùng chắn cung *EF*).

Suy ra $\widehat{OAE} = \widehat{CBD} \quad (1)$.

Trong tam giác cân *ODE* (cân tại *O*), ta có: $\widehat{OED} = \dfrac{180^o - \widehat{EOD}}{2} = 90^o - \dfrac{\widehat{EOD}}{2}$,

Mà $\widehat{EOD} = 2\widehat{ECD}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung *ED*) $\dfrac{\widehat{EOD}}{2} = \widehat{ECD} = \widehat{BCD}$

Suy ra: $\widehat{OED} = 90^o - \dfrac{\widehat{EOD}}{2} = 90^o - \widehat{BCD} = \widehat{CBD} \qquad (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{OAE}=\widehat{CBD}=\widehat{OEH}$.

Xét hai tam giác *OAE* và tam giác *OEH* có:

* Góc *O* chung;
* $\widehat{OAE}=\widehat{OEH}$ (theo chứng minh trên).

Vậy $\Delta OAE\sim\Delta OEH\left(g.g\right)$.

4. Đường thẳng *AD* cắt đường tròn *(O)* tại điểm thứ hai là *G*, *FG* cắt *CD* tại *I*, *CG* cắt *FD* tại *K*. Chứng minh *I*, *K*, *H* thẳng hàng.

Trong tam giác *CKF* ta có *CD* và *FG* là các đường cao nên giao điểm của chúng là trực tâm của tam giác *CKF*.

Vì thế để chứng minh *I*, *K*, *H* thẳng hàng ta cần chứng minh *KH* là đường cao của tam giác *CKF* hay là cần chứng minh $KH\perp CF$.

Thật vậy, trước hết ta có $\widehat{ODE}=\widehat{OAE}$ (Vì cùng bằng $\widehat{OEH}$).

Suy ra tứ giác *ADOE* là tứ giác nội tiếp.

Từ đó suy ra $\widehat{ADE}=\widehat{AOE}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung *AE*).

Mà $\widehat{ADE}=\widehat{GCE}$ (Trong tứ giác nội tiếp, góc ngoài bằng góc trong đối diện).

Suy ra $\widehat{AOE}=\widehat{GCE}$ (3).

Vì tứ giác *ABEH* là tứ giác nội tiếp nên suy ra $\widehat{CBK}=\widehat{OAE}$ (4)

Trong tam giác *KCB* ta có: $\widehat{CKB}=180^0-\left(\widehat{KCB}+\widehat{CBK}\right)=180^0-\left(\widehat{GCE}+\widehat{CBK}\right)$ (5)

Lại có $\widehat{DHA}=\widehat{OHE}=\widehat{OEA}$ (theo chứng minh ở câu 3)

Suy ra $\widehat{DHA}=180^0-\left(\widehat{AOE}+\widehat{OAE}\right)$ (6).

Từ (3), (4), (5) và (6) suy ra $\widehat{CKB}=\widehat{DHA}$ hay $\widehat{CKD}=\widehat{DHA}$

Suy ra tứ giác *CKDH* là tứ giác nội tiếp.

Suy ra $\widehat{CHK}=\widehat{CDK}=90^0$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung *CK*).

Suy ra $KH\perp CF$.

Vậy *I*, *K*, *H* thẳng hàng.

Câu 6. (0,5 *điểm*)

Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $0\le x,y,z\le 1$. Chứng minh rằng

$$x+y+z-2\left(xy+yz+zx\right)+4xyz\le 1.$$

Lời giải:

Vì $0\le x,y,z\le 1\Rightarrow\begin{cases}xy\left(z-1\right)\le 0\\ yz\left(x-1\right)\le 0\\ zx\left(y-1\right)\le 0\end{cases}\Rightarrow 3xyz-\left(xy+yz+zx\right)\le 0$ (1)

Lại có $\left(x-1\right)\left(y-1\right)\left(z-1\right)\le 0\Rightarrow xyz-\left(xy+yz+zx\right)+\left(x+y+z\right)\le 1$ (2)

Cộng theo vế của (1) và (2) ta có: $x+y+z-2\left(xy+yz+zx\right)+4xyz\le 1$ (đpcm).