SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÁI BÌNH	ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÁI BÌNH NĂM HỌC 2018 – 2019
ĐỀ CHÍNH THỨC	**MÔN THI: TOÁN** **(Dành cho thí sinh thi chuyên Toán, Tin)**
Đề thi gồm 01 trang	*Thời gian làm bài:* ***150 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. (*2,0 điểm*)

1) Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - 2m + 4 = 0$ (1) (với m là tham số). Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm không âm x_1, x_2. Tính theo m giá trị biểu thức $P = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ và tìm giá trị nhỏ nhất của P.

2) Cho hàm số $y = \dfrac{x^2+2}{x+2}$. Tìm tất cả các giá trị x nguyên để y nguyên.

Câu 2. (*2,0 điểm*)

1) Cho các số a, b, c thỏa mãn điều kiện $a + 2b + 5c = 0$. Chứng minh phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm.

2) Giải phương trình: $(4x^3 - x + 3)^3 = x^3 : \dfrac{3}{2}$

Câu 3. (*1,0 điểm*)

Hai cây nến cùng chiều dài và làm bằng các chất liệu khác nhau, cây nến thứ nhất cháy hết với tốc độ đều trong 3 giờ, cây nến thứ hai cháy hết với tốc độ đều trong 4 giờ. Hỏi phải cùng bắt đầu đốt lúc mấy giờ chiều để đến 4 giờ chiều, phần còn lại của cây nến thứ hai dài gấp đôi phần còn lại của cây nến thứ nhất?

Câu 4. (*1,0 điểm*)

Cho các số x, y dương thỏa mãn điều kiện $(x + \sqrt{1+x^2})(y + \sqrt{1+y^2}) = 2018$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y$.

Câu 5. (*3,5 điểm*)

1) Cho tam giác ABC có $AB = 4$, $AC = 3$, $BC = 5$, đường cao AH. Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A vẽ hai nửa đường tròn đường kính BH và HC. Hai nửa đường tròn này cắt AB, AC lần lượt tại E, F.

a) Tính diện tích của nửa hình tròn đường kính BH.

b) Chứng minh tứ giác $BEFC$ nội tiếp và đường thẳng EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn đường kính BH và CH.

2) Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$. Tìm kích thước hình chữ nhật $MNPQ$ có hai đỉnh M, N thuộc nửa đường tròn, hai đỉnh P, Q thuộc đường kính AB sao cho diện tích $MNPQ$ lớn nhất.

Câu 6. (*0,5 điểm*)

Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2} = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{\sqrt{5a^2 + 2ab + 2b^2}} + \frac{1}{\sqrt{5b^2 + 2bc + 2c^2}} + \frac{1}{\sqrt{5c^2 + 2ca + 2a^2}}.$$

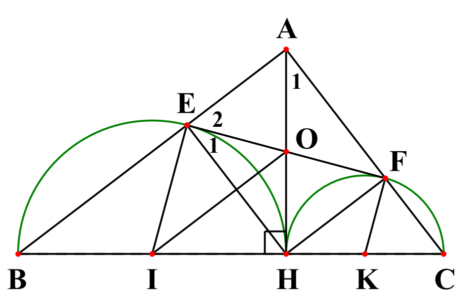
------------------- HẾT -------------------

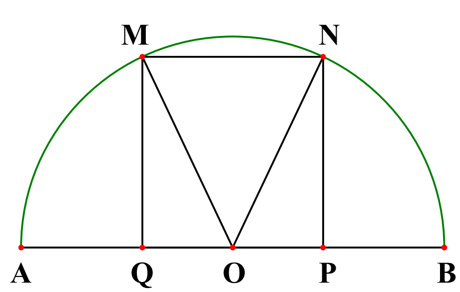
Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Chữ kí của giám thị 1: .... Chữ kí của giám thị 2: ....

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN:

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2,0đ)	1)	Phương trình: $x^2-2mx+m^2-2m+4=0$ (1) Phương trình (1) có hai nghiệm không âm x_1,x_2 $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'\ge 0\\ x_1+x_2\ge 0\\ x_1x_2\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2-(m^2-2m+4)\ge 0\\ 2m\ge 0\\ m^2-2m+4\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2m-4\ge 0\\ m\ge 0\\ (m-1)^2+3\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow m\ge 2$ Xét $P=\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}\ge 0$ $\Rightarrow P^2=\left(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}\right)^2=x_1+x_2+2\sqrt{x_1x_2}=2m+2\sqrt{m^2-2m+4}$ $\Rightarrow P=\sqrt{2m+2\sqrt{m^2-2m+4}}$ Với $m\ge 2$, ta có: $P^2=2m+2\sqrt{m(m-2)+4}\ge 2.2+2\sqrt{0+4}=8$ $\Rightarrow P\ge 2\sqrt{2}$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m=2$ Vậy $\min P=2\sqrt{2}$ khi $m=2$.	1.0
	2)	Xét $y=\dfrac{x^2+2}{x+2}=\dfrac{x^2-4+6}{x+2}=\dfrac{(x+2)(x-2)}{x+2}+\dfrac{6}{x+2}=x-2+\dfrac{6}{x+2}$ Với $x\in Z$, ta có: $y\in Z\Leftrightarrow \dfrac{6}{x+2}\in Z\Leftrightarrow x+2\in Ư(6)$ hay $x+2\in\{1;-1;2;-2;3;-3;6;-6\}\Leftrightarrow x\in\{-1;-3;0;-4;1;-5;4;-8\}$ Vậy $x\in\{-1;-3;0;-4;1;-5;4;-8\}$ là các giá trị cần tìm.	1.0
Câu 2 (2,0đ)	1)	Phương trình $ax^2+bx+c=0$ (1) Xét 2 trường hợp: * TH1: $a=0\Rightarrow$ phương trình (1) trở thành $bx+c=0$ (2) + Nếu $b=0$ thì từ điều kiện $a+2b+5c=0$ suy ra $c=0$ $\Rightarrow$ Phương trình (2) nghiệm đúng với mọi x $\Rightarrow$ Phương trình (1) có nghiệm. + Nếu $b\ne 0$ thì phương trình (2) có nghiệm duy nhất $x=-\dfrac{c}{b}$ $\Rightarrow$ Phương trình (1) có nghiệm. * TH2: $a\ne 0\Rightarrow$ phương trình (1) là phương trình bậc hai ẩn x Từ $a+2b+5c=0\Rightarrow b=-\dfrac{a+5c}{2}\Rightarrow b^2=\dfrac{(a+5c)^2}{4}$. Do đó: $\Delta=b^2-4ac=\dfrac{(a+5c)^2}{4}-4ac=\dfrac{a^2+10ac+25c^2-16ac}{4}$ $=\dfrac{a^2-6ac+25c^2}{4}=\dfrac{a^2-6ac+9c^2+16c^2}{4}=\dfrac{(a-3c)^2}{4}+4c^2\ge 0$ $\Rightarrow$ Phương trình (1) có nghiệm	1.0

		* Kết luận: Phương trình (1) luôn có nghiệm với các số *a*, *b*, *c* thỏa mãn điều kiện $a+2b+5c=0$.	
	2)	$(4x^3-x+3)^3=x^3:\frac{3}{2}$ Nhờ thầy cô giải giúp nhé !	1.0
Câu 3 (1,0đ)		Giả sử chiều dài ban đầu của hai cây nến là h (cm). Gọi thời gian cần tìm là x (giờ) (x > 0). Sau x (giờ) thì: + Cây nến thứ nhất cháy được $x\cdot\frac{h}{3}=\frac{hx}{3}$ (cm) + Cây nến thứ hai cháy được $x\cdot\frac{h}{4}=\frac{hx}{4}$ (cm) + Phần còn lại của cây nến thứ nhất là $h-\frac{hx}{3}=h\left(1-\frac{x}{3}\right)$ (cm) + Phần còn lại của cây nến thứ hai là $h-\frac{hx}{4}=h\left(1-\frac{x}{4}\right)$ (cm) Theo đề bài ta có phương trình: $h\left(1-\frac{x}{4}\right)=2.h\left(1-\frac{x}{3}\right)$ $\Leftrightarrow 1-\frac{x}{4}=2-\frac{2x}{3}$ $\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\right)x=1$ $\Leftrightarrow x=2,4$ (thỏa mãn điều kiện) Vậy thời điểm cùng bắt đầu đốt hai cây nến là: 4 – 2,4 = 1,6 (giờ) hay 1 giờ 36 phút chiều.	1.0
Câu 4 (1,0đ)		Cho các số *x*, *y* > 0 thỏa mãn điều kiện $(x+\sqrt{1+x^2})(y+\sqrt{1+y^2})=2018$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+y$. Nhờ thầy cô giải giúp nhé !	
Câu 5 (3,5đ)	1a)		0.25
		Gọi I là trung điểm của BH, K là trung điểm của HC, O là giao điểm của AH và EF. ΔABC có: $BC^2 = 5^2 = 25$ $AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 25$ $\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$ $\Rightarrow$ ΔABC vuông tại A (theo định lí Py-ta-go đảo)	0.5

		Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có: $AB^2 = BC.BH \Rightarrow BH = \dfrac{AB^2}{BC} = \dfrac{4^2}{5} = 3,2 \Rightarrow IB = \dfrac{BH}{2} = 1,6$ Diện tích nửa hình tròn đường kính BH là: $S = \dfrac{1}{2}\pi.IB^2 = \dfrac{1}{2}\pi.(1,6)^2 = 1,28\pi$ (đơn vị diện tích)	0.5
	1b)	Ta có: $\widehat{BEH} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow HE \perp AB \Rightarrow \widehat{AEH} = 90^0$ Tương tự, ta có: $\widehat{AFH} = 90^0$ Tứ giác AEHF có 3 góc vuông nên là hình chữ nhật $\Rightarrow$ AEHF là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{A}_1$ Mà $\widehat{A}_1 + \widehat{C} = 90^0 \Rightarrow \widehat{E}_1 + \widehat{C} = 90^0$ Tứ giác BEFC có: $\widehat{BEF} + \widehat{C} = \widehat{BEH} + \widehat{E}_1 + \widehat{C} = 90^0 + 90^0 = 180^0$ $\Rightarrow$ BEFC là tứ giác nội tiếp. Cách 2: ΔABH vuông tại H, đường cao HE $\Rightarrow AH^2 = AB.AE$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) Chứng minh tương tự, ta được $AH^2 = AC.AF$ $\Rightarrow AB.AE = AC.AF \Rightarrow \dfrac{AF}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$ ΔAFE và ΔABC có: $\widehat{BAC}$ chung và $\dfrac{AF}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$ $\Rightarrow \Delta AFE \backsim \Delta ABC$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{E}_2 = \widehat{C}$ $\Rightarrow$ BEFC là tứ giác nội tiếp.	0.5
		Tứ giác AEHF là hình chữ nhật $\Rightarrow OE = OH$ ΔIEO và ΔIHO có: IO chung, IE = IH, OE = OH $\Rightarrow \Delta IEO = \Delta IHO$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{IEO} = \widehat{IHO} = 90^0$ $\Rightarrow EF \perp IE$ $\Rightarrow$ EF là tiếp tuyến tại E của (I) Chứng minh tương tự, ta được EF là tiếp tuyến tại F của (K) Vậy EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn đường kính BH và CH.	0.5
	2)		0.25
		Gọi O là trung điểm của AB. ΔOQM và ΔOPN có: $\widehat{OQM} = \widehat{OPN} = 90^0$ (MNPQ là hình chữ nhật)	0.5

		OM = ON = R MQ = NP (MNPQ là hình chữ nhật) $\Rightarrow \Delta$ OQM = Δ OPN (cạnh huyền - cạnh góc vuông) $\Rightarrow OQ = OP = \dfrac{1}{2}QP$ (có thể vẽ OH $\perp$ MN $\Rightarrow$ HM = HN $\Rightarrow$ OQ = OP) $\Rightarrow S_{MNPQ}$ = QM.QP = 2 QM.QO	
		Ta có: $2QM.QO \le QM^2 + QO^2 = OM^2 = R^2$ $\Rightarrow S_{MNPQ} \le R^2$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow QO = QM = \dfrac{R\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow QP = R\sqrt{2}; QM = \dfrac{R\sqrt{2}}{2}$ Vậy max $S_{MNPQ} = R^2$ khi $QP = R\sqrt{2}; QM = \dfrac{R\sqrt{2}}{2}$	0.5
Câu 6 (0,5đ)		Với $a,b,c > 0$, chứng minh được: $(a+b+c)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right) \ge 9 \Rightarrow \dfrac{1}{a+b+c} \le \dfrac{1}{9}\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)$ $(x+y+z)^2 \le 3(x^2+y^2+z^2) \Rightarrow \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} \le \sqrt{3\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\right)}$	
		Với $a,b > 0$, ta có : $5a^2+2ab+2b^2 = (4a^2+4ab+b^2)+(a^2-2ab+b^2)$ $= (2a+b)^2 + (a-b)^2 \ge (2a+b)^2$ $\Rightarrow \sqrt{5a^2+2ab+2b^2} \ge \sqrt{(2a+b)^2} = 2a+b$ $\Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{5a^2+2ab+2b^2}} \le \dfrac{1}{2a+b} \le \dfrac{1}{9}\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right) = \dfrac{1}{9}\left(\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}\right)$ Tương tự: $\dfrac{1}{\sqrt{5b^2+2bc+2c^2}} \le \dfrac{1}{9}\left(\dfrac{2}{b}+\dfrac{1}{c}\right)$; $\dfrac{1}{\sqrt{5c^2+2ca+2a^2}} \le \dfrac{1}{9}\left(\dfrac{2}{c}+\dfrac{1}{a}\right)$ $\Rightarrow P \le \dfrac{1}{9}\left(\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{1}{c}+\dfrac{2}{c}+\dfrac{1}{a}\right) = \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)$ $\Rightarrow P \le \dfrac{1}{3}\cdot\sqrt{3\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\right)} = \dfrac{1}{3}\cdot\sqrt{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a=b=c \\ \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=\sqrt{3}$ Vậy max $P = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ khi $a=b=c=\sqrt{3}$.	0.5