

Phần I: Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

Câu 1: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = 2022x + 2023$. B. $y = 2023x + 2022$.
C. $y = -2023x + 2022$. D. $y = 2022x - 2023$.

Câu 2: Điều kiện xác định của biểu thức $\frac{3}{\sqrt{x-2022}}$ là

- A. $x \geq 2022$. B. $x > 2022$. C. $x < 2022$. D. $x \leq 2022$.

Câu 3: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $2m$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC . Diện tích của tứ giác $ADCI$ bằng

- A. $3m^2$. B. $2m^2$. C. $\frac{5}{2}m^2$. D. $1m^2$.

Câu 4: Hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -x + 4y = 2 \end{cases}$ có nghiệm là $(x_0; y_0)$, giá trị $x_0 - 4y_0$ bằng

- A. 2. B. -7. C. -2. D. 8.

Câu 5: Phương trình $x^2 + 2022x - 2023 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Khi đó $x_1 + x_2$ bằng

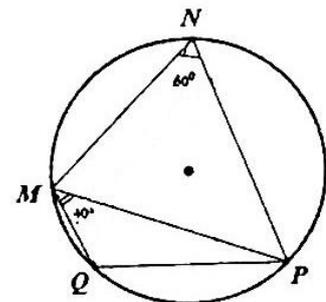
- A. 2022. B. 2023. C. -2022. D. -2023.

Câu 6: Đường thẳng đi qua điểm $M(1;1)$ và song song với đường thẳng $d: y = 2x - 3$ có phương trình là

- A. $y = 2x - 1$. B. $y = -2x + 3$. C. $y = 2x + 1$. D. $y = -2x - 1$.

Câu 7: Cho tứ giác $MNPQ$ nội tiếp một đường tròn có $\widehat{MNP} = 60^\circ$ và $\widehat{PMQ} = 40^\circ$ (hình vẽ bên). Số đo \widehat{MPQ} bằng

- A. 10° . B. 20° .
C. 40° . D. 50° .



Câu 8: Thể tích của hình cầu có đường kính $6cm$ bằng

- A. $288\pi cm^3$. B. $\frac{81}{4}\pi cm^3$. C. $27\pi cm^3$. D. $36\pi cm^3$.

Phần II: Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1 (1,5 điểm).

a) Chứng minh $\frac{8\sqrt{2} - \sqrt{32} - 4}{1 - \sqrt{2}} = -4$.

b) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{2}{\sqrt{x+2}} - \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{7}{x-4} \right) \cdot (\sqrt{x}-1)$.

Câu 2 (1,5 điểm). Cho phương trình $x^2 - mx + m - 5 = 0$ (1) (với m là tham số).

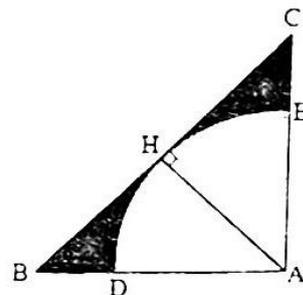
a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm tất cả giá trị của m để $x_1 + 2x_2 = 1$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ 3x^2 - xy - 8 = 0. \end{cases}$$

Câu 4 (3,0 điểm).

1) Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = 4\text{cm}$. Kê đường cao AH của tam giác ABC và vẽ cung tròn $(A; AH)$ cắt AB, AC lần lượt tại D, E (hình vẽ bên). Tính diện tích phần tô đậm trong hình vẽ bên.



2) Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Một đường thẳng đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm P, Q sao cho P nằm giữa A và Q , dây cung PQ không đi qua tâm O . Gọi I là trung điểm của đoạn PQ , J là giao điểm của hai đường thẳng AQ và MN . Chứng minh rằng:

a) Năm điểm A, M, O, I, N cùng nằm trên một đường tròn và $\widehat{JIM} = \widehat{JIN}$.

b) Tam giác AMP đồng dạng với tam giác AQM và $AP.AQ = AI.AJ$.

Câu 5. (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $x + 4 = \sqrt{x^2 + 9x + 19} - 2\sqrt{x + 3}$.

b) Cho x, y, z là các số thực dương thay đổi. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = (x + y - z)(y + z - x)(z + x - y) - xyz.$$

----- HẾT -----

ĐỀ CHÍNH THỨC

Phần I. Trắc nghiệm (2,0 điểm) Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

Câu 1: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = 2022x + 2023$. B. $y = 2023x + 2022$.
C. $y = -2023x + 2022$. D. $y = 2022x - 2023$.

Câu 2: Điều kiện xác định của biểu thức $\frac{3}{\sqrt{x-2022}}$ là

- A. $x \geq 2022$. B. $x > 2022$. C. $x < 2022$. D. $x \leq 2022$.

Câu 3: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $2m$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC . Diện tích của tứ giác $ADCI$ bằng

- A. $3m^2$. B. $2m^2$. C. $\frac{5}{2}m^2$. D. $1m^2$.

Câu 4: Hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -x + 4y = 2 \end{cases}$ có nghiệm là $(x_0; y_0)$, giá trị $x_0 - 4y_0$ bằng

- A. 2. B. -7. C. -2. D. 8.

Câu 5: Phương trình $x^2 + 2022x - 2023 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Khi đó $x_1 + x_2$ bằng

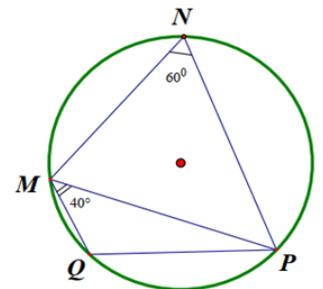
- A. 2022. B. 2023. C. -2022. D. -2023.

Câu 6: Đường thẳng đi qua điểm $M(1;1)$ và song song với đường thẳng $d: y = 2x - 3$ có phương trình là

- A. $y = 2x - 1$. B. $y = -2x + 3$. C. $y = 2x + 1$. D. $y = -2x - 1$.

Câu 7: Cho tứ giác $MNPQ$ nội tiếp một đường tròn có $\widehat{MNP} = 60^\circ$ và $\widehat{PMQ} = 40^\circ$ (hình vẽ bên). Số đo \widehat{MPQ} bằng

- A. 10° . B. 20° .
C. 40° . D. 50° .



Câu 8: Thể tích của hình cầu có đường kính $6cm$ bằng

- A. $288\pi cm^3$. B. $\frac{81}{4}\pi cm^3$. C. $27\pi cm^3$. D. $36\pi cm^3$.

Phần II - Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $T = \frac{8\sqrt{2} - \sqrt{32} - 4}{1 - \sqrt{2}}$.

b) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{2}{\sqrt{x+2}} - \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{7}{x-4} \right) \cdot (\sqrt{x}-1)$.

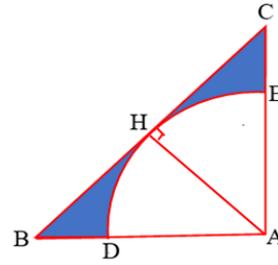
Câu 2. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - mx + m - 5 = 0$ (1) (với m là tham số).

- a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.
b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm tất cả giá trị của m để $x_1 + 2x_2 = 1$.

Câu 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ 3x^2 - xy - 8 = 0. \end{cases}$$

Câu 4. (3,0 điểm)

1) Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = 4\text{cm}$. Kẻ đường cao AH của tam giác ABC và vẽ cung tròn $(A; AH)$ cắt AB, AC lần lượt tại D, E (hình vẽ bên). Tính diện tích phần tô đậm trong hình vẽ bên.



2) Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Một đường thẳng đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm P, Q sao cho P nằm giữa A và Q , dây cung PQ không đi qua tâm O . Gọi I là trung điểm của đoạn PQ , J là giao điểm của hai đường thẳng AQ và MN . Chứng minh rằng:

a) Năm điểm A, M, O, I, N cùng nằm trên một đường tròn và $\widehat{JIM} = \widehat{JIN}$.

b) Tam giác AMP đồng dạng với tam giác AQM và $AP \cdot AQ = AI \cdot AJ$.

Câu 5. (1,0 điểm)

a) Giải phương trình $x + 4 = \sqrt{x^2 + 9x + 19} - 2\sqrt{x + 3}$.

b) Cho x, y, z là các số thực dương thay đổi. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = (x + y - z)(y + z - x)(z + x - y) - xyz.$$

----- Hết -----

Phần I: Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Mỗi đáp án đúng được 0,25 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	C	B	A	C	C	A	B	D

Phần II: Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $T = \frac{8\sqrt{2} - \sqrt{32} - 4}{1 - \sqrt{2}}$.

b) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{2}{\sqrt{x} + 2} - \frac{1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{7}{x - 4} \right) \cdot (\sqrt{x} - 1)$.

Giải

a) $T = \frac{8\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - 4}{1 - \sqrt{2}}$
 $= \frac{4(\sqrt{2} - 1)}{1 - \sqrt{2}} = -4$.

b) Điều kiện $x \geq 0; x \neq 4$.

$$P = \left(\frac{2\sqrt{x} - 4 - \sqrt{x} - 2 + 7}{x - 4} \right) \cdot (\sqrt{x} - 1)$$
$$= \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{x - 4} \right) \cdot (\sqrt{x} - 1)$$
$$= \frac{x - 1}{x - 4}$$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - mx + m - 5 = 0$ (1) (với m là tham số).

a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm tất cả giá trị của m để $x_1 + 2x_2 = 1$.

Giải

Vì (1) là phương trình bậc 2 nên ta có $\Delta = m^2 - 4m + 20 = (m - 2)^2 + 16 > 0 \forall m$.

Do đó phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

Theo câu a) ta có với mọi giá trị của m phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Nên ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = m & (2) \\ x_1 + x_2 = m - 5 & (3). \end{cases}$$

Theo giả thiết ta có $x_1 + 2x_2 = 1$ (4).

$$\text{Từ (2) và (4) ta có } \begin{cases} x_2 = 1 - m \\ x_1 = -1 + 2m. \end{cases}$$

Theo giả thiết ta có $x_1 + 2x_2 = 1$ (4).

$$\text{Từ (2) và (4) ta có } \begin{cases} x_2 = 1 - m \\ x_1 = -1 + 2m. \end{cases}$$

Thay x_1, x_2 vào (3) ta được $(1 - m)(-1 + 2m) = m - 5$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2. \end{cases}$$

Câu 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y - 2 = 0 & (1) \\ 3x^2 - xy - 8 = 0 & (2). \end{cases}$

Giải

$$\text{Phương trình (1)} \Leftrightarrow y = 2x - 2$$

Thay vào phương trình (2) ta được $3x^2 - x(2x - 2) - 8 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

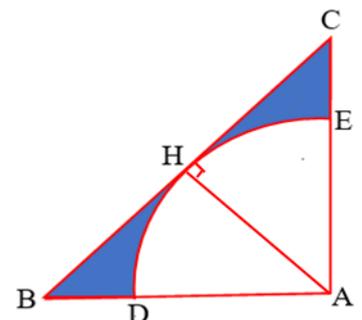
$$\text{Với } x = 2 \Rightarrow y = 2$$

$$\text{Với } x = -4 \Rightarrow y = -10$$

Vậy hệ đã cho có hai nghiệm $(2; 2); (-4; -10)$.

Câu 4. (3,0 điểm)

1) Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = 4\text{cm}$. Kẻ đường cao AH của tam giác ABC và vẽ cung tròn $(A; AH)$ cắt AB, AC lần lượt tại D, E (hình vẽ bên). Tính diện tích phần tô đậm trong hình vẽ bên.



2) Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN với (O)

(M, N là các tiếp điểm). Một đường thẳng đi qua A cắt (O) tại hai điểm P, Q sao cho P nằm giữa A và Q , dây cung PQ không đi qua tâm O . Gọi I là trung điểm của đoạn PQ , J là giao điểm của hai đường thẳng AQ và MN . Chứng minh rằng:

a) Năm điểm A, M, O, I, N cùng nằm trên một đường tròn và $\widehat{JIM} = \widehat{JIN}$.

b) Tam giác AMP đồng dạng với tam giác AQM và $AP.AQ = AI.AJ$.

Giải

1) Diện tích tam giác ABC là $S_1 = \frac{1}{2}.AB.AC = 8\text{ cm}^2$.

Vì tam giác ABC vuông cân tại $A \Rightarrow BC = AB\sqrt{2} = 4\sqrt{2}\text{ cm}$.

Ta có H là hình chiếu của A trên BC nên H là trung điểm của BC

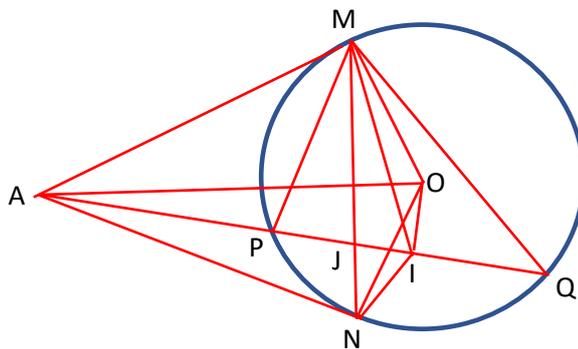
$$\Rightarrow AH = \frac{1}{2}BC = 2\sqrt{2}\text{ cm}.$$

Xét $(A; AH)$ có $sđ\widehat{DHE} = \widehat{BAC} = 90^\circ$.

Nên diện tích hình quạt tròn tâm A tạo bởi hai bán kính AD, AE và cung \widehat{DHE} là $S_2 = \frac{1}{4}\pi AH^2 = 2\pi\text{ cm}^2$.

Diện tích phần tô đậm là $S = S_1 - S_2 = (8 - 2\pi)\text{ cm}^2$.

2)



Ta có $\widehat{AMO} = \widehat{ANO} = \widehat{AIO} = 90^\circ$

Suy ra các điểm A, M, O, I, N cùng thuộc đường tròn đường kính AO .

Xét đường tròn đường kính AO có $AM = AN \Rightarrow \widehat{AM} = \widehat{AN}$.

Suy ra $\widehat{JIM} = \widehat{JIN}$.

Xét hai tam giác AMP và tam giác AQM có \widehat{MAQ} chung và $\widehat{AMP} = \widehat{AQM}$ (hai góc cùng chắn cung \widehat{MP} của đường tròn (O)) Vậy $\Delta AMP \sim \Delta AQM$.

$$\Delta AMP \sim \Delta AQM \Rightarrow \frac{AM}{AQ} = \frac{AP}{AM} \Leftrightarrow AM^2 = AP \cdot AQ. \quad (1)$$

Xét hai tam giác AMJ và tam giác AIM có \widehat{MAJ} chung.

Tam giác AMN cân và tứ giác $AMIN$ nội tiếp nên $\widehat{AIM} = \widehat{ANM} = \widehat{AMN}$.

Do đó $\Delta AMJ \sim \Delta AIM$

$$\Rightarrow AM^2 = AI \cdot AJ \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $AP \cdot AQ = AI \cdot AJ$

Câu 5. (1,0 điểm)

a) Giải phương trình $x+4 = \sqrt{x^2+9x+19} - 2\sqrt{x+3}$.

b) Cho x, y, z là các số thực dương thay đổi. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = (x+y-z)(y+z-x)(z+x-y) - xyz.$$

Giải

a) Điều kiện $x \geq -3$.

Phương trình tương đương với $2\sqrt{x+3} + x + 4 = \sqrt{(x+3) + (x+4)^2}$

Đặt $u = \sqrt{x+3}, v = x+4$ ($u \geq 0; v \geq 1$). Ta được $2u + v = \sqrt{u^2 + v^2}$.

$$\Rightarrow (2u+v)^2 = u^2 + v^2 \Rightarrow \begin{cases} u = 0 \\ 3u + 4v = 0 \end{cases}$$

- $u = 0 \Leftrightarrow x = -3$
- $3u + 4v = 0$ vô nghiệm vì $u \geq 0; v \geq 1$.

Thử lại ta có nghiệm của phương trình đã cho là $x = -3$.

b) Vì x, y, z có vai trò như nhau nên không mất tính tổng quát ta có thể giả sử $\begin{cases} x \geq y \\ x \geq z. \end{cases}$

Do đó $\begin{cases} x+y-z > 0 \\ z+x-y > 0. \end{cases}$

+) Nếu $y+z-x \leq 0$

Khi đó ta có $(x+y-z)(y+z-x)(z+x-y) \leq 0$

$$\Rightarrow P < 0.$$

+) Nếu $y+z-x > 0$

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} \sqrt{(x+y-z)(y+z-x)} \leq y \\ \sqrt{(z+x-y)(y+z-x)} \leq z \\ \sqrt{(x+y-z)(z+x-y)} \leq x \end{cases} \Rightarrow (x+y-z)(y+z-x)(z+x-y) \leq xyz$$

$$\Rightarrow P \leq 0.$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = y = z$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức P bằng 0 khi $x = y = z$.

_____ **THCS.TOANMATH.com** _____