

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TÂY NINH

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 NĂM HỌC 2021 - 2022

Ngày thi: 08 tháng 6 năm 2021

Môn thi: **TOÁN (chuyên)**

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang, thí sinh không phải chép đề vào giấy thi)

Câu 1: (1,0 điểm) Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{1-\sqrt{3}}$.

Câu 2: (1,0 điểm) Tìm m để hai đường thẳng $y = 3x + 2m - 1$ và $y = -4x - m + 8$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

Câu 3: (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH (H thuộc BC). Biết $\widehat{ABC} = 60^\circ$ và $AH = a$. Tính theo a độ dài cạnh BC .

Câu 4: (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} xy - y^2 = 16 \\ x^2 - xy = 25 \end{cases}$$
.

Câu 5: (1,0 điểm) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^2 - 2y(x - y) = 2(x + 1)$.

Câu 6: (1,0 điểm) Tìm m, n để phương trình $x^2 - 2(n + 1)x + 2n(2 - m) - m^2 - n^2 = 0$ có nghiệm kép.

Câu 7: Cho tứ giác $ABCD$ (ABC, BCD là các tam giác nhọn) nội tiếp đường tròn có AC và BD cắt nhau tại E . Gọi M, N và I lần lượt là trung điểm của CD, CE và DE .

a) (1,0 điểm) Chứng minh $\widehat{IAE} = \widehat{EBN}$.

b) (1,0 điểm) Gọi J là giao điểm của AI và BN ; đường thẳng JM cắt AC và BD lần lượt tại K và L . Chứng minh JE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác EKL .

Câu 8: (1,0 điểm) Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{ABD} = 29^\circ$; $\widehat{ADB} = 41^\circ$; $\widehat{DCA} = 58^\circ$ và $\widehat{ACB} = 82^\circ$. Tính \widehat{ABC} .

Câu 9: (1,0 điểm) Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $0 \leq x, y, z \leq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2(x^3 + y^3 + z^3) - (x^2y + y^2z + z^2x)$

----- Hết -----

Giám thị không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh : Số báo danh :

Chữ ký của giám thị 1: Chữ ký của giám thị 2 :

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TÂY NINH

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2021 - 2022

HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN (chuyên)

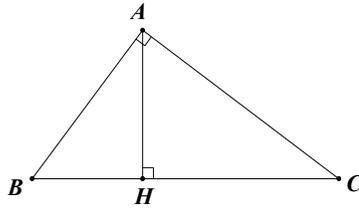
(Bản hướng dẫn này có 05 trang)

A. Hướng dẫn chung

1. Nếu thí sinh làm bài theo cách riêng nhưng đáp ứng được yêu cầu cơ bản như trong hướng dẫn chấm thi vẫn cho điểm đúng như hướng dẫn chấm qui định.
2. Việc chi tiết hóa điểm số (nếu có) so với biểu điểm phải đảm bảo không sai lệch với hướng dẫn chấm, thống nhất trong toàn tổ và được lãnh đạo Hội đồng chấm thi phê duyệt.
3. Sau khi cộng điểm toàn bài được làm tròn đến 0,25 điểm.

B. Đáp án và thang điểm

Câu	Nội dung cần đạt	Điểm
1	Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{1-\sqrt{3}}$.	1,0 điểm
	• Biến đổi $P = \frac{\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}}{1-\sqrt{3}}$	0,25
	$= \frac{ 1-\sqrt{3} }{1-\sqrt{3}}$	0,25
	$= \frac{-(1-\sqrt{3})}{1-\sqrt{3}}$	0,25
	$= -1$	0,25
2	Tìm m để hai đường thẳng $y = 3x + 2m - 1$ và $y = -4x - m + 8$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung.	1,0 điểm
	• Từ đề bài suy ra $b = b'$	0,25
	$\Leftrightarrow 2m - 1 = -m + 8$	0,25
	$\Leftrightarrow 3m = 9$	0,25
	$\Leftrightarrow m = 3$. Vậy $m = 3$ là giá trị cần tìm.	0,25
3	Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH (H thuộc BC). Biết $\widehat{ABC} = 60^\circ$ và $AH = a$. Tính theo a độ dài cạnh BC .	1,0 điểm



• Trong tam giác vuông ABH ta có $\sin \widehat{ABH} = \frac{AH}{AB}$ 0,25

• Tính được $AB = \frac{AH}{\sin \widehat{ABH}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ 0,25

• Trong tam giác vuông ABC ta có $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$ 0,25

• Vậy $BC = \frac{AB}{\cos \widehat{ABC}} = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$. 0,25

4 Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy - y^2 = 16 & (1) \\ x^2 - xy = 25 & (2) \end{cases}$ **1,0 điểm**

• Lấy (2) - (1) theo vế ta được: $(x - y)^2 = 9 \Leftrightarrow x - y = \pm 3$ 0,25

• Nếu $x - y = 3 \Leftrightarrow x = y + 3$ thay vào (1) ta được: $y = \frac{16}{3} \Rightarrow x = \frac{25}{3}$. 0,25

• Nếu $x - y = -3 \Leftrightarrow x = y - 3$ thay vào (1) ta được: $y = \frac{-16}{3} \Rightarrow x = \frac{-25}{3}$. 0,25

• Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $\left(\frac{25}{3}, \frac{16}{3}\right); \left(\frac{-25}{3}, \frac{-16}{3}\right)$. 0,25

5 Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^2 - 2y(x - y) = 2(x + 1)$. **1,0 điểm**

Ta có $x^2 - 2y(x - y) = 2(x + 1) \Leftrightarrow x^2 - 2(y + 1)x + 2(y^2 - 1) = 0$ (1).

Ta có $\Delta' = y^2 + 2y + 1 - 2y^2 + 2 = -y^2 + 2y + 3 = 4 - (y - 1)^2 \leq 4$.

Để phương trình (1) có nghiệm nguyên x thì Δ' theo y phải là số chính phương nên $\Delta' \in \{0; 1; 4\}$.

• Nếu $\Delta' = 4 \Rightarrow (y - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow y = 1$, thay vào phương trình (1), ta có

$$x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

• Nếu $\Delta' = 1 \Rightarrow (y - 1)^2 = 3 \Rightarrow y \notin \mathbb{Z}$.

	<ul style="list-style-type: none"> • Nếu $\Delta' = 0 \Rightarrow (y-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ y=-1 \end{cases}$. + Với $y = 3$, thay vào phương trình (1), ta có: $x^2 - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x-4)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 4.$ + Với $y = -1$, thay vào phương trình (1), ta có $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$. 	0,25
	Vậy phương trình có 4 nghiệm nguyên là $(0; 1), (4; 1), (4; 3), (0; -1)$.	0,25
6	<p>Tìm m, n để phương trình $x^2 - 2(n+1)x + 2n(2-m) - m^2 - n^2 = 0$ có nghiệm kép.</p>	1,0 điểm
	<ul style="list-style-type: none"> • Phương trình đã cho có nghiệm kép khi $\Delta' = 0$ $\Leftrightarrow (n+1)^2 - 2n(2-m) + m^2 + n^2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (n-1)^2 + (m+n)^2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} (n-1)^2 = 0 \\ (m+n)^2 = 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow n = 1; m = -1$ Vậy $m = -1, n = 1$ là các giá trị cần tìm.	0,25
7	<p>Cho tứ giác $ABCD$ (ABC, BCD là các tam giác nhọn) nội tiếp đường tròn có AC và BD cắt nhau tại E. Gọi M, N và I lần lượt là trung điểm của CD, CE và DE.</p> <p>a) (1,0 điểm) Chứng minh $\widehat{IAE} = \widehat{EBN}$.</p> <p>b) (1,0 điểm) Gọi J là giao điểm của AI và BN; đường thẳng JM cắt AC và BD lần lượt tại K và L. Chứng minh JE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác EKL.</p>	2,0 điểm

	a) Chứng minh $\widehat{IAE} = \widehat{EBN}$.	1,0 điểm
	Ta có $\widehat{INE} = \widehat{DCA}$ (vì IN là đường trung bình trong tam giác ECD)	0,25
	$\widehat{DBA} = \widehat{DCA}$ (cùng chắn cung AD)	0,25
	Hay $\widehat{IBA} = \widehat{INA}$. Từ đó suy ra tứ giác $ABNI$ nội tiếp	0,25
	Do đó $\widehat{IAN} = \widehat{IBN}$ (cùng chắn cung IN) hay $\widehat{IAE} = \widehat{EBN}$	0,25
	b) Gọi J là giao điểm của AI và BN ; đường thẳng JM cắt AC và BD lần lượt tại K và L . Chứng minh JE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác EKL .	1,0 điểm
	• Do $\widehat{JNI} = \widehat{JAB}$ (tứ giác $ABNI$ nội tiếp) nên $\Delta JNI \sim \Delta JAB$ suy ra $\frac{NI}{AB} = \frac{JN}{JA}$ (1)	0,25
	• Do MN, IN, IM là các đường trung bình trong ΔCDE và tứ giác $ABNI$ nội tiếp nên ta có $\widehat{MNI} = \widehat{NIB} = \widehat{EAB}$ và $\widehat{MIN} = \widehat{DCE} = \widehat{EBA}$	0,25
	Suy ra $\Delta EAB \sim \Delta MNI$ dẫn tới $\frac{NI}{AB} = \frac{NM}{AE}$ (2)	0,25
	Lại có $\widehat{JNM} = \widehat{JBI} = \widehat{JAN}$ (MN song song BD và câu a) (3)	
	Từ (1), (2) và (3) ta được $\Delta JAE \sim \Delta JNM$ suy ra $\widehat{MJN} = \widehat{EJA}$ Do đó $\widehat{JEK} = \widehat{JAE} + \widehat{AJE} = \widehat{JNM} + \widehat{MJN} = \widehat{KLE}$ hay JE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác EKL .	0,25
8	Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{ABD} = 29^\circ$; $\widehat{ADB} = 41^\circ$; $\widehat{DCA} = 58^\circ$ và $\widehat{ACB} = 82^\circ$. Tính \widehat{ABC} .	1,0 điểm
	Gọi E là giao điểm thứ 2 của AC và đường tròn ngoại tiếp ΔBCD Khi đó $\widehat{ECB} = \widehat{EDB} = 82^\circ$ suy ra DA là phân giác của \widehat{EDB}	0,25

	• $\widehat{DCE} = \widehat{DBE} = 58^\circ$ nên BA là phân giác của \widehat{EBD}	0,25
	Từ đó suy ra EA là phân giác của \widehat{DEB} ; Mà $\widehat{DEB} = 180^\circ - (58^\circ + 82^\circ) = 40^\circ$	0,25
	Vậy $\widehat{ABC} = \widehat{ABD} + \widehat{DBC} = \widehat{ABD} + \frac{\widehat{DEB}}{2} = 29^\circ + \frac{40^\circ}{2} = 49^\circ$	0,25
9	Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $0 \leq x, y, z \leq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2(x^3 + y^3 + z^3) - (x^2y + y^2z + z^2x)$.	1,0 điểm
	Do $0 \leq x, y, z \leq 1$ nên ta có: $(1 - x^2)(1 - y) + (1 - y^2)(1 - z) + (1 - z^2)(1 - x) \geq 0$ $\Leftrightarrow (x^2 + y^2 + z^2) + (x + y + z) - (x^2y + y^2z + z^2x) \leq 3$ (1)	0,25
	Do $0 \leq x, y, z \leq 1$ nên: $x^3 \leq x^2 \leq x$; $y^3 \leq y^2 \leq y$; $z^3 \leq z^2 \leq z$. (2)	0,25
	Từ đó $T = 2(x^3 + y^3 + z^3) - (x^2y + y^2z + z^2x)$ $\leq (x^2 + y^2 + z^2) + (x + y + z) - (x^2y + y^2z + z^2x) \stackrel{do (1)}{\leq} 3$. (3)	0,25
	Vậy giá trị lớn nhất của T là 3. Dấu bằng trong (3) xảy ra \Leftrightarrow đồng thời dấu bằng trong (1), (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = y = z = 1 \\ x = y = 1; z = 0 \\ y = z = 1; x = 0 \\ z = x = 1; y = 0 \end{cases}$	0,25
	(Học sinh chỉ cần nêu được 1 trường hợp xảy ra dấu bằng là được)	

----- Hết -----