SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**
Đề thi gồm 01 trang	**NĂM HỌC 2022 – 2023**
	Môn thi: Toán (Chuyên)
	Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian phát đề)*

Bài 1 ***(1,5 điểm):*** Cho biểu thức $P=\left(\frac{x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}-\frac{x\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}\right):\frac{2x}{\sqrt{x}+1}$ với $x>0$ và $x\neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của biểu thức P với $x=3-2\sqrt{2}$.

c) Tìm x để $P>3$

Bài 2 ***(2,0 điểm):***

a) Giải phương trình: $(x-9)(x-6)(x-4)(x-1)=-56$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2x^2+2y^2-5xy-9x+9y+9=0\\ x^2+2y+2\sqrt{x^2+2y+2}-1=0\end{cases}$.

Bài 3 ***(2,0 điểm):***

a) Cho phương trình bậc hai: $x^2-2(3m+1)x+3(m^2+2)=0$ (*) với m là tham số. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 và $x_1^2+x_2^2-2x_1x_2=4$.

b) Tìm tất cả các nghiệm nguyên $(x;y)$ của phương trình:

$$2x^2+y^2-3xy-x-y-13=0.$$

Bài 4 ***(0,5 điểm):*** Trên bảng đang có hai số 1 và 2. Thực hiện ghi thêm số lên bảng theo quy tắc sau: Mỗi lần viết lên bảng một số $c=ab+a+b$ với hai số a và b đã có trên bảng. Hỏi với cách viết thêm số như trên sau một số lần hữu hạn có thể viết được số 2022 lên bảng không?

Bài 5 ***(3,0 điểm):*** Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn (O). Từ M kẻ 2 tiếp tuyến MA, MB đến (O) (A, B là tiếp điểm). Kẻ cát tuyến MNP ($MN < MP$). K là trung điểm của NP.

a) Chứng minh các điểm A,K,O,B cùng thuộc một đường tròn và xác định tâm của đường tròn đó.

b) BA cắt OK tại E và MP cắt AB tại F. Chứng minh KF là phân giác trong của $\widehat{AKB}$ từ đó suy ra $EA.FB=EB.FA$.

c) Chứng minh khi cát tuyến MNP thay đổi thì trọng tâm tam giác ANP luôn thuộc một đường tròn cố định.

Bài 6 ***(1,0 điểm):*** Cho ba số thực dương x,y,z thỏa mãn $x+y+z=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\frac{x^2}{\sqrt{15x^2+26xy+8y^2}}+\frac{y^2}{\sqrt{15y^2+26yz+8z^2}}+\frac{z^2}{\sqrt{15z^2+26zx+8x^2}}$.

——————— **Hết** ———————

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

Đề thi gồm 01 trang

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2022 – 2023
Môn thi: Toán (Chuyên)
Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian phát đề)*

Bài 1 ***(1,5 điểm):*** Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{x\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}\right):\dfrac{2x}{\sqrt{x}+1}$ với $x>0$ và $x\neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.
b) Tính giá trị của biểu thức P với $x=3-2\sqrt{2}$.
c) Tìm x để $P>3$

Bài 2 ***(2,0 điểm):***

a) Giải phương trình: $(x-9)(x-6)(x-4)(x-1)=-56$.
b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2x^2+2y^2-5xy-9x+9y+9=0\\ x^2+2y+2\sqrt{x^2+2y+2}-1=0\end{cases}$.

Bài 3 ***(2,0 điểm):***

a) Cho phương trình bậc hai: $x^2-2(3m+1)x+3(m^2+2)=0$ $(*)$ với *m* là tham số. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 và $x_1^2+x_2^2-2x_1x_2=4$.
b) Tìm tất cả các nghiệm nguyên $(x;y)$ của phương trình:

$$2x^2+y^2-3xy-x-y-13=0.$$

Bài 4 ***(0,5 điểm)*****:** Trên bảng đang có hai số 1 và 2. Thực hiện ghi thêm số lên bảng theo quy tắc sau: Mỗi lần viết lên bảng một số $c=ab+a+b$ với hai số *a* và *b* đã có trên bảng. Hỏi với cách viết thêm số như trên sau một số lần hữu hạn có thể viết được số 2022 lên bảng không?

Bài 5 ***(3,0 điểm):*** Cho đường tròn (O) và điểm *M* nằm ngoài đường tròn (O). Từ *M* kẻ 2 tiếp tuyến MA, MB đến (O) (*A, B* là tiếp điểm). Kẻ cát tuyến *MNP* (*MN* < *MP*). *K* là trung điểm của *NP*.

a) Chứng minh các điểm A,K,O,B cùng thuộc một đường tròn và xác định tâm của đường tròn đó.
b) *BA* cắt *OK* tại *E* và *MP* cắt *AB* tại *F*. Chứng minh *KF* là phân giác trong của $\widehat{AKB}$ từ đó suy ra $EA.FB=EB.FA$.
c) Chứng minh khi cát tuyến *MNP* thay đổi thì trọng tâm tam giác *ANP* luôn thuộc một đường tròn cố định.

Bài 6 ***(1,0 điểm):*** Cho ba số thực dương x,y,z thỏa mãn $x+y+z=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\dfrac{x^2}{\sqrt{15x^2+26xy+8y^2}}+\dfrac{y^2}{\sqrt{15y^2+26yz+8z^2}}+\dfrac{z^2}{\sqrt{15z^2+26zx+8x^2}}$.

------------------------ **Hết** --------------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.
Họ, tên thí sinh: ……………………………………Số báo danh: ……………………
Chữ ký của cán bộ coi thi 1: ……………; Chữ ký của cán bộ coi thi 2: ……………………

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Bài 1 *(1,5 điểm):* Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{x\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}\right):\dfrac{2x}{\sqrt{x}+1}$ với $x>0$ và $x\neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.
b) Tính giá trị của biểu thức P với $x=3-2\sqrt{2}$.
c) Tìm x để $P>3$.

Lời giải

a) Rút gọn biểu thức P.

$$P=\left(\frac{x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}-\frac{x\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}\right):\frac{2x}{\sqrt{x}+1}$$

$$=\left[\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}-1}-\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+1}\right]:\frac{2x}{\sqrt{x}+1}$$

$$=\left[\left(x+\sqrt{x}+1\right)-\left(x-\sqrt{x}+1\right)\right]:\frac{2x}{\sqrt{x}+1}$$

$$=\left(2\sqrt{x}\right).\frac{\sqrt{x}+1}{2x}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

b)Tính giá trị của biểu thức P với $x=3-2\sqrt{2}$.

Ta có: $x=3-2\sqrt{2}=\left(\sqrt{2}-1\right)^2$ suy ra $\sqrt{x}=\sqrt{2}-1$

Thay vào P ta có: $P=\dfrac{\sqrt{2}-1+1}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{\sqrt{2}.\left(\sqrt{2}+1\right)}{2-1}=2+\sqrt{2}$

c) Tìm x để $P>3\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}>3\Leftrightarrow 2\sqrt{x}<1$

$$\Leftrightarrow 0<x<\frac{1}{4}$$

Bài 2 *(2,0 điểm):*

a) Giải phương trình: $(x-9)(x-6)(x-4)(x-1)=-56$.
b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2x^2+2y^2-5xy-9x+9y+9=0\\ x^2+2y+2\sqrt{x^2+2y+2}-1=0\end{cases}$

Lời giải

a/ $(x-9)(x-6)(x-4)(x-1)=-56$ (1)

(1) $\Leftrightarrow \left(x^2-10x+9\right)\left(x^2-10x+24\right)+56=0$

Đặt $a = x^2 - 10x + 9$.

Suy ra $a\left(a+15\right)+56=0 \Leftrightarrow a^2+15a+56=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-7 \\ a=-8 \end{array}\right.$

TH1: $a=-7 \Rightarrow x^2-10x+9=-7 \Leftrightarrow x^2-10x+16=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=8 \end{array}\right.$

TH2: $a=-8 \Rightarrow x^2-10x+9=-8 \Leftrightarrow x^2-10x+17=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5+2\sqrt{2} \\ x=5-2\sqrt{2} \end{array}\right.$

Vậy phương trình (1) có tập nghiệm $S=\left\{2;8;5-2\sqrt{2};5+2\sqrt{2}\right\}$

b/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x^2+2y^2-5xy-9x+9y+9=0 & \left(1\right) \\ x^2+2y+2\sqrt{x^2+2y+2}-1=0 & \left(2\right) \end{cases}$

Ta có $(1) \Leftrightarrow (x-2y-3)\left(2x-y-3\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x-2y-3=0 & (3) \\ 2x-y-3=0 & (4) \end{array}\right.$

Đặt $a=\sqrt{x+2y+2},\ a \geq 0.$

Suy ra $a^2=x^2+2y+2 \Rightarrow x^2+2y=a^2-2$

$\left(2\right) \Rightarrow a^2-2+2a-1=0 \Leftrightarrow a^2+2a-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=1 \\ a=-3\ (l) \end{array}\right.$

Suy ra $\sqrt{x^2+2y+2}=1 \Leftrightarrow x^2+2y+1=0 \quad \left(5\right)$

TH1: $\begin{cases} x=2y+3 \\ x^2+2y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y+3 \\ x^2+x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y+3 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right. \end{cases}$

Suy ra $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=-2 \\ y=-\dfrac{5}{2} \end{cases}$

TH2: $\begin{cases} y=2x-3 \\ x^2+2y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x-3 \\ x^2+4x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x-3 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-5 \end{array}\right. \end{cases}$

Suy ra $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=-5 \\ y=-13 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là: $S=\left\{(1;-1),\left(-2;-\dfrac{5}{2}\right),(-5;-13)\right\}$.

Bài 3 ***(2,0 điểm):***

a) Cho phương trình bậc hai: $x^2-2(3m+1)x+3(m^2+2)=0$ $(*)$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 và $x_1^2+x_2^2-2x_1x_2=4$.

b) Tìm tất cả các nghiệm nguyên $(x;y)$ của phương trình:

$$2x^2+y^2-3xy-x-y-13=0.$$

Lời giải

a/ Cho phương trình bậc hai: $x^2-2(3m+1)x+3(3m^2+2)=0$ $(*)$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 và $x_1^2+x_2^2-2x_1x_2=4$.

* Ta có:

$$\Delta'=(3m+1)^2-1.3(3m^2+2)=9m^2+6m+1-9m^2-6=6m-5>0 \Leftrightarrow m>\frac{5}{6}.$$

Ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2(3m+1)=6m+2 \\ x_1x_2=9m^2+6 \end{cases}$

* $x_1^2+x_2^2-2x_1x_2=4 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=4$

$\Leftrightarrow (6m+2)^2-4(9m^2+6)=4$

$\Leftrightarrow 36m^2+24m+4-36m^2-24=4$

$\Leftrightarrow m=1$ *(TMĐK)*

Vậy $m=1$ thì $x_1^2+x_2^2-2x_1x_2=4$.

b/ Tìm tất cả các nghiệm nguyên $(x;y)$ của phương trình : $2x^2+y^2-3xy-x-y-13=0$.

Ta có: $2x^2+y^2-3xy-x-y-13=0=0 \Leftrightarrow (x-y-2)(2x-y+3)=7$

Ta xét các trường hợp

TH1: $\begin{cases} x-y-2=1 \\ 2x-y+3=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ TH2: $\begin{cases} x-y-2=-1 \\ 2x-y+3=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-11 \\ y=-12 \end{cases}$

TH3: $\begin{cases} x-y-2=7 \\ 2x-y+3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-11 \\ y=-20 \end{cases}$ TH4: $\begin{cases} x-y-2=-7 \\ 2x-y+3=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=6 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm nguyên của phương trình đã cho là:

$S=\{(1;-2),(-11;-12),(-11;20),(1;6)\}$.

Bài 4 ***(0,5 điểm):*** Trên bảng đang có hai số 1 và 2. Thực hiện ghi thêm số lên bảng theo quy tắc sau: Mỗi lần viết lên bảng một số $c = ab + a + b$ với hai số a và b đã có trên bảng. Hỏi với cách viết thêm số như trên sau một số lần hữu hạn có thể viết được số 2022 lên bảng không?

Lời giải

Gọi $c(n)$ số viết lên bảng sau lần thực hiện thứ n.

Ta chứng minh $c(n)$ sẽ chia 3 dư 2 với mọi n.

Ta có các số viết lên bảng là: 5, 11, 17, 23, …

Giả sử trên bảng đang có các số đều chia 3 dư 2 và số 1.

TH1: Ta chọn $a = 1; b = 3k + 2$ thì số viết lên là $ab + a + b = 3k + 2 + 1 + 3k + 2 = 6k + 5$ chia 3 dư 2.

TH1: Ta chọn $a = 3m + 2; b = 3k + 2$ thì số viết lên là

$ab + a + b = (3m + 2)(3k + 2) + 3m + 2 + 3k + 2 = 3(3mk + 3k + 3m + 2) + 2$ chia 3 dư 2.

Vậy các số viết lên bảng luôn chia 3 dư 2 mà 2022 chia hết cho 3 nên không thể viết được số 2022 lên bảng.

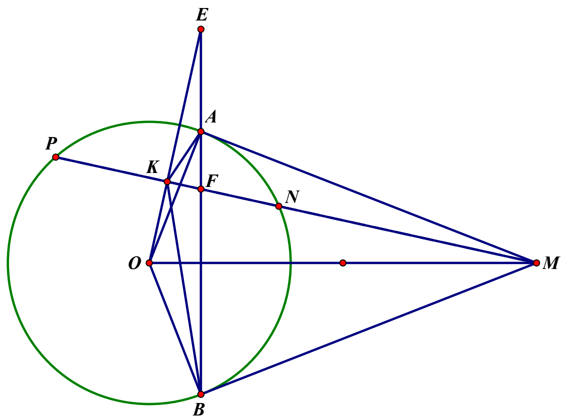
Bài 5 ***(3,0 điểm):*** Cho đường tròn (O) và điểm *M* nằm ngoài đường tròn (O). Từ *M* kẻ 2 tiếp tuyến MA, MB đến (O) (*A, B* là tiếp điểm). Kẻ cát tuyến *MNP* (*MN* < *MP*). *K* là trung điểm của *NP*.

a) Chứng minh các điểm A, K, O, B cùng thuộc một đường tròn và xác định tâm của đường tròn đó.

b) *BA* cắt *OK* tại *E* và *MP* cắt *AB* tại *F*. Chứng minh *KF* là phân giác trong của $\widehat{AKB}$ từ đó suy ra $EA.FB = EB.FA$.

c) Chứng minh khi cát tuyến *MNP* thay đổi thì trọng tâm tam giác *ANP* luôn thuộc một đường tròn cố định.

Lời giải



a/ Ta có: $\widehat{MKO} = 90^\circ$ (*K* là trung điểm *NP*)

$\widehat{MAO} = 90^\circ$ (*AM* là tiếp tuyến của (*O*))

$\widehat{MBO} = 90^\circ$ (*BM* là tiếp tuyến của (*O*))

Suy ra *A, B, K* cùng nhìn *MO* dưới một góc vuông

Suy ra A, B, K, O, M cùng nằm trên một đường tròn đường kính *OM*

Suy ra A, B, K, O cùng nằm trên một đường tròn đường kính *OM* có tâm là trung điểm *OM*.

b/ Ta có: $\widehat{AKM} = \widehat{AOM}$ (Tứ giác *AKOM* nội tiếp)

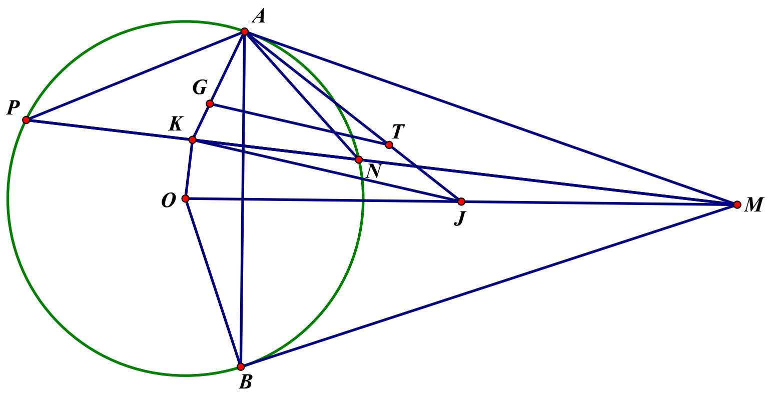
$\widehat{BKM} = \widehat{BOM}$ (Tứ giác *BOKM* nội tiếp) và $\widehat{BOM} = \widehat{AOM}$ (Tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra $\widehat{AKM} = \widehat{BKM}$ suy ra KF là phân giác trong của $\widehat{AKB}$.

Ta có $KE \perp KF$ suy ra KE là phân giác ngoài của góc $\widehat{AKB}$.

Theo tính chất đường phân giác trong và phân giác ngoài của tam giác ta có:

$$\begin{cases} \dfrac{EA}{EB} = \dfrac{KA}{KB} \\ \dfrac{FA}{FB} = \dfrac{KA}{KB} \end{cases} \Rightarrow \frac{EA}{EB} = \frac{FA}{FB} \Rightarrow EA.FB = EB.FA$$



c/ Gọi J là trung điểm OM, G là trọng tâm tam giác ANP và T thuộc AJ sao cho $AT = \frac{2}{3}AJ$.

Ta có M, O, A cố định nên J, T cố định .

Ta có $\frac{AG}{AK} = \frac{AT}{AJ} \Rightarrow GT // KJ \Rightarrow \frac{GT}{KJ} = \frac{2}{3}$

Ta có KJ là đường trung tuyến tam giác vuông OKM

nên $KJ = \frac{1}{2}OM$ suy ra $GT = \frac{1}{3}OM$

Suy ra G thuộc đường tròn cố định tâm T và bán kính bằng $\frac{1}{3}OM$

Bài 6 *(1,0 điểm):* Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x^2}{\sqrt{15x^2 + 26xy + 8y^2}} + \frac{y^2}{\sqrt{15y^2 + 26yz + 8z^2}} + \frac{z^2}{\sqrt{15z^2 + 26zx + 8x^2}}$.

Lời giải

Ta có:

$$\sqrt{15x^2 + 26xy + 8y^2} = \sqrt{(4x + 3y)^2 - (x - y)^2} \le \sqrt{(4x + 3y)^2} = 4x + 3y$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{\sqrt{15x^2+26xy+8y^2}} \ge \frac{x^2}{4x+3y}$$

Chứng minh tương tự, ta có:

$$\frac{y^2}{\sqrt{15y^2+26yz+8z^2}} \ge \frac{y^2}{4y+3z} \text{ và } \frac{z^2}{\sqrt{15z^2+26zx+8x^2}} \ge \frac{z^2}{4z+3x}$$

Suy ra

$$P \ge \frac{x^2}{4x+3y}+\frac{y^2}{4y+3z}+\frac{z^2}{4z+3x}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có:

$$\frac{x^2}{4x+3y}+\frac{4x+3y}{49} \ge 2\sqrt{\frac{x^2}{4x+3y}.\frac{4x+3y}{49}}=\frac{2x}{7}$$

Tương tự

$$\frac{y^2}{4y+3z}+\frac{4y+3z}{49} \ge \frac{2y}{7} \text{ và } \frac{z^2}{4z+3x}+\frac{4z+3x}{49} \ge \frac{2z}{7}$$

Suy ra

$$P+\frac{x+y+z}{7} \ge \frac{2(x+y+z)}{7} \Leftrightarrow P \ge \frac{x+y+z}{7}$$

Mà $x+y+z=3$ suy ra $P \ge \frac{3}{7}$.

Vậy GTLN của P bằng $\frac{3}{7}$ khi $x=y=z=1$.