

SBD:.....

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề có 01 trang gồm 5 câu

Câu 1 (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \frac{3x + 5\sqrt{x} - 11}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} + \frac{2}{\sqrt{x} + 2} - 1$ (với $0 \leq x \neq 1$)

- Rút gọn biểu thức P .
- Tìm x để P chia hết cho 3.

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x - 3 = 0$ (1) (với m là tham số). Tìm tất cả các

giá trị nguyên của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 5$.

b) Giải phương trình $\sqrt{x+1} + \sqrt{3x-5} = 4$.

Câu 3 (1,0 điểm).

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2}{b+c-a} + \frac{b^2}{c+a-b} + \frac{c^2}{a+b-c} \geq a+b+c$$

Câu 4 (1,5 điểm).

Tìm $n \in \mathbb{N}$ để $n^5 + 1$ chia hết cho $n^3 + 1$.

Câu 5 (3,5 điểm).

Từ điểm A ở bên ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với (O) (M, N là các tiếp điểm). Gọi E là trung điểm của AN , C là giao điểm của ME với (O) (C khác M) và H là giao điểm của MN và AO .

- Chứng minh tứ giác $HCEN$ nội tiếp.
- Gọi D là giao điểm của AC với (O) (D khác C). Chứng minh tam giác MND là tam giác cân.
- Gọi I là giao điểm của NO với (O) (I khác N); K là giao điểm của MD và AI .

Tính tỉ số $\frac{KM}{KD}$.

.....HẾT.....

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
Khóa ngày 07/6/2022
Môn: TOÁN (CHUYÊN)

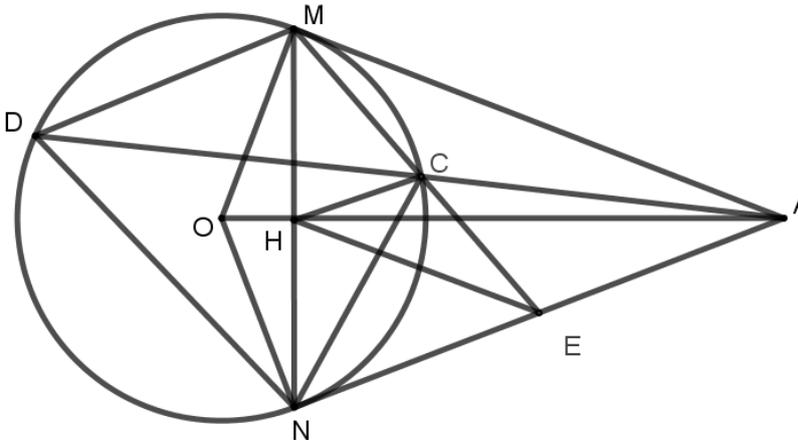
(Hướng dẫn chấm gồm có 05 trang)

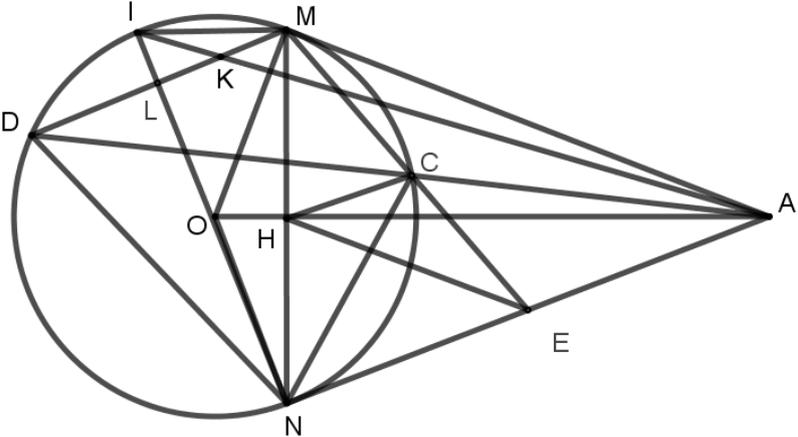
Yêu cầu chung

- * Đáp án chỉ trình bày một lời giải cho mỗi câu. Trong bài làm của học sinh yêu cầu phải lập luận logic chặt chẽ, đầy đủ, chi tiết rõ ràng.
- * Trong mỗi câu, nếu học sinh giải sai ở bước giải trước thì cho điểm 0 đối với những bước sau có liên quan.
- * Điểm thành phần của mỗi câu được phân chia đến 0,25 điểm. Đối với điểm là 0,5 điểm thì tùy tổ giám khảo thống nhất để chiết thành từng 0,25 điểm.
- * Đối với Câu 5, học sinh không vẽ hình thì cho điểm 0. Trường hợp học sinh có vẽ hình, nếu vẽ sai ở ý nào thì điểm 0 ở ý đó.
- * Học sinh có lời giải khác đáp án (nếu đúng) vẫn cho điểm tối đa tùy theo mức điểm từng câu.
- * Điểm của toàn bài là tổng (không làm tròn số) của điểm tất cả các câu.

Câu	Nội dung	Điểm
1	<p>Cho biểu thức $P = \frac{3x + 5\sqrt{x} - 11}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} + \frac{2}{\sqrt{x} + 2} - 1$</p> <p>(với $0 \leq x \neq 1$)</p> <p>a) Rút gọn biểu thức P b) Tìm x để P chia hết cho 3.</p>	2,0 điểm
a	<p>Với $0 \leq x \neq 1$ ta có:</p> $P = \frac{(3x + 5\sqrt{x} - 11) - (\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2) + 2(\sqrt{x} - 1) - (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)}$ $= \frac{(3x + 5\sqrt{x} - 11) - (x - 4) + 2(\sqrt{x} - 1) - (x + \sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)}$	0,5
	$= \frac{x + 6\sqrt{x} - 7}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 7)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{\sqrt{x} + 7}{\sqrt{x} + 2}$ <p>Vậy $P = \frac{\sqrt{x} + 7}{\sqrt{x} + 2}$ với $0 \leq x \neq 1$</p>	0,5

Câu	Nội dung	Điểm
b	Ta có: $P = \frac{\sqrt{x+7}}{\sqrt{x+2}} = 1 + \frac{5}{\sqrt{x+2}} \Rightarrow 1 < P \leq 1 + \frac{5}{2} = \frac{7}{2}$ với $0 \leq x \neq 1$	0,25
	Biểu thức P chia hết cho 3 $\Leftrightarrow P = 3 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x+7}}{\sqrt{x+2}} = 3$	0,25
	$\Leftrightarrow \sqrt{x+7} = 3\sqrt{x+2} \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$	0,25
	Vậy $x = \frac{1}{4}$	0,25
2	<p>a) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 3 = 0$ (1) (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 5$.</p> <p>b) Giải phương trình $\sqrt{x+1} + \sqrt{3x-5} = 4$</p>	2,0 điểm
a	Ta thấy $ac = -3 < 0, \forall m$ nên phương trình (1) luôn có 2 nghiệm x_1, x_2 với mọi giá trị của m .	0,25
	Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 & (2) \\ x_1 x_2 = -3 & (3) \end{cases}$	
	Kết hợp $x_1 + 2x_2 = 5$ với (2) ta được $x_1 = 4m - 9, x_2 = 7 - 2m$	0,25
	Thay vào (3) ta có $(4m - 9)(7 - 2m) = -3 \Leftrightarrow -8m^2 + 46m - 60 = 0 \Leftrightarrow m = 2$ hoặc $m = \frac{15}{4}$	0,25
	Vậy $m = 2$	0,25
b	Điều kiện: $x \geq \frac{5}{3}$ $\sqrt{x+1} + \sqrt{3x-5} = 4 \Leftrightarrow (\sqrt{x+1} - 2) + (\sqrt{3x-5} - 2) = 0$ $\Leftrightarrow \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+2} + \frac{3(x-3)}{\sqrt{3x-5}+2} = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow (x-3) \left[\frac{1}{\sqrt{x+1}+2} + \frac{3}{\sqrt{3x-5}+2} \right] = 0$ $\Leftrightarrow x-3 = 0$ do $\frac{1}{\sqrt{x+1}+2} + \frac{3}{\sqrt{3x-5}+2} > 0, \forall x \geq \frac{5}{3}$ $\Leftrightarrow x = 3$ Vậy $x = 3$	0,5

Câu	Nội dung	Điểm
5	<p>Từ điểm A ở bên ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với (O) (M, N là các tiếp điểm). Gọi E là trung điểm của AN, C là giao điểm của ME với (O) (C khác M) và H là giao điểm của MN và AO</p> <p>a) Chứng minh tứ giác $HCEN$ nội tiếp.</p> <p>b) Gọi D là giao điểm của AC với (O) (D khác C). Chứng minh tam giác MND là tam giác cân.</p> <p>c) Gọi I là giao điểm của NO với (O) (I khác N); K là giao điểm của MD và AI. Tính tỉ số $\frac{KM}{KD}$.</p>	3,5 điểm
		
a	<p>Ta có AM, AN là hai tiếp tuyến cắt nhau nên OA là đường phân giác của \widehat{MON}</p> <p>ΔMON cân tại O, có OA đường phân giác nên OA đồng thời cũng là đường trung trực ứng với $MN \Rightarrow MH = HN; OA \perp MN$</p> <p>Vì $MH = HN; AE = EN$ nên HE là đường trung bình của ΔMAN</p> <p>$\Rightarrow HE \parallel MA \Rightarrow \widehat{HEM} = \widehat{AME}$</p> <p>mà $\widehat{MNC} = \widehat{AME}$ (cùng chắn \widehat{MC})</p> <p>nên $\widehat{MNC} = \widehat{HEM}$</p> <p>Suy ra tứ giác $HCEN$ nội tiếp.</p>	0,25 0,5 0,5 0,25
b	<p>$\Delta ENC \sim \Delta EMN$ (g.g) $\Rightarrow \frac{EN}{EM} = \frac{EC}{EN}$ mà $EN = EA$ nên $\frac{EA}{EM} = \frac{EC}{EA}$</p> <p>$\Delta ECA$ và ΔEAM có $\frac{EA}{EM} = \frac{EC}{EA}$ và \widehat{AEC} chung</p> <p>Do đó $\Delta ECA \sim \Delta EAM \Rightarrow \widehat{EAC} = \widehat{EMA}$</p> <p>Lại có $\widehat{EMA} = \widehat{MDC}$ (cùng chắn \widehat{MC}) nên $\widehat{EAC} = \widehat{MDC}$</p>	0,25 0,25 0,25

Câu	Nội dung	Điểm
	<p>Suy ra $MD \parallel AN \Rightarrow \widehat{DMN} = \widehat{MNA}$</p> <p>Mặt khác, $\widehat{MDN} = \widehat{MNA}$ (cùng chắn \widehat{MN}) $\Rightarrow \widehat{MDN} = \widehat{DMN}$. Do đó ΔMND cân tại N</p>	0,25
c		
	<p>Gọi L là giao điểm của MD và NI</p> <p>Vì $MD \parallel AN$ (cmt), $IN \perp AN$ (tính chất tiếp tuyến) nên $IN \perp MD$ tại $L \Rightarrow DL = ML = \frac{MD}{2}$</p> <p>$\Delta INA$ có $LK \parallel AN \Rightarrow \frac{LK}{AN} = \frac{IL}{IN}$ (1)</p>	0,25
	<p>Ta có $IM \parallel AO$ (cùng vuông góc với MN), suy ra $\widehat{MIL} = \widehat{AON}$</p> <p>Lại có $\widehat{MLI} = \widehat{ONA} = 90^\circ$ nên $\Delta MIL \sim \Delta AON$ (g - g)</p> <p>Suy ra $\frac{IL}{NO} = \frac{ML}{AN} \Rightarrow \frac{IL}{2NO} = \frac{ML}{2AN} \Rightarrow \frac{IL}{IN} = \frac{ML}{2AN}$ (2)</p>	0,25
	<p>Từ (1) và (2) suy ra $\frac{LK}{AN} = \frac{ML}{2AN} \Rightarrow LK = \frac{ML}{2} \Rightarrow MK = KL = \frac{ML}{2}$</p> <p>Vì $MK = LK$; $ML = DL \Rightarrow KD = 3KM \Rightarrow \frac{KM}{KD} = \frac{1}{3}$.</p>	0,25