SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TÂY NINH

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2022-2023

Ngày thi: **08** tháng **6** năm **2022**

Môn thi: **TOÁN (chuyên)**

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang, thí sinh không phải chép đề vào giấy thi)

Câu 1. (*1,0 điểm*) Rút gọn biểu thức $P=\left(\frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{6}}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}-3}\right).\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)$.

Câu 2. (*1,0 điểm*) Cho hai đường thẳng $(d_1): y=(k-3)x+4$ và $(d_2): y=(9-2k)x-5$. Tìm k để (d_1) song song (d_2).

Câu 3. (*1,0 điểm*) Cho đường tròn (O) và điểm A ở ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB với (O) (B là tiếp điểm), gọi M là giao điểm của đoạn thẳng OA với (O). Biết $AB=2a$, $AM=a$. Tính bán kính của đường tròn đã cho theo a.

Câu 4. (*1,0 điểm*) Cho đường thẳng $(d): y=x+\frac{28}{3}$ và parabol $(P): y=\frac{1}{3}x^2$. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).

Câu 5. (*1,0 điểm*) Chứng minh phương trình $5x^2+2y^2-2xy-4x+4y+5=0$ vô nghiệm.

Câu 6. (*1,0 điểm*) Tìm m, n nguyên dương để phương trình $x^2-2(m-n)x+2m-3n=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=10$.

Câu 7. (*1,0 điểm*) Cho đường tròn (O) có đường kính BC, A là điểm nằm trên (O) ($AB<AC$, A khác B). Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABO cắt đoạn thẳng AC tại điểm thứ hai là K. Đường thẳng BK cắt (O) tại điểm thứ hai là L. Các đường thẳng CL, OK cắt nhau tại I. Chứng minh ba điểm A, B, I thẳng hàng.

Câu 8. (*2,0 điểm*) Cho tam giác đều ABC cạnh a, đường cao AH (H thuộc BC), M là điểm bất kỳ trên cạnh BC, vẽ ME vuông góc với AB tại E và MF vuông góc AC tại F. Gọi O là trung điểm đoạn thẳng AM.

a) (*1,0 điểm*) Tứ giác $OEHF$ là hình gì?

b) (*1,0 điểm*) Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tứ giác $OEHF$ theo a khi M di động trên cạnh BC.

Câu 9. (*1,0 điểm*) Cho các số thực x, y thỏa mãn các điều kiện: $x\geq 0, y\geq 0$ và $x^2+y^2=1$. Chứng minh $\frac{\sqrt{2}}{2}\leq x^3+y^3\leq 1$.

--- Hết ---

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu 1: (1,0 điểm) Rút gọn biểu thức $P=\left(\frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{6}}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}-3}\right).\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)$

$$P=\frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{6}-3\right)-\sqrt{2}\left(2-\sqrt{6}\right)}{\left(2-\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{6}-3\right)}.\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)=\frac{\sqrt{18}-3\sqrt{3}-2\sqrt{2}+\sqrt{12}}{2\sqrt{6}-6-6+3\sqrt{6}}.\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)$$

$$=\frac{3\sqrt{2}-3\sqrt{3}-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2\sqrt{6}-6-6+3\sqrt{6}}.\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{5\sqrt{6}-12}.\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)=\frac{2\sqrt{6}-6-6+3\sqrt{6}}{5\sqrt{6}-12}$$

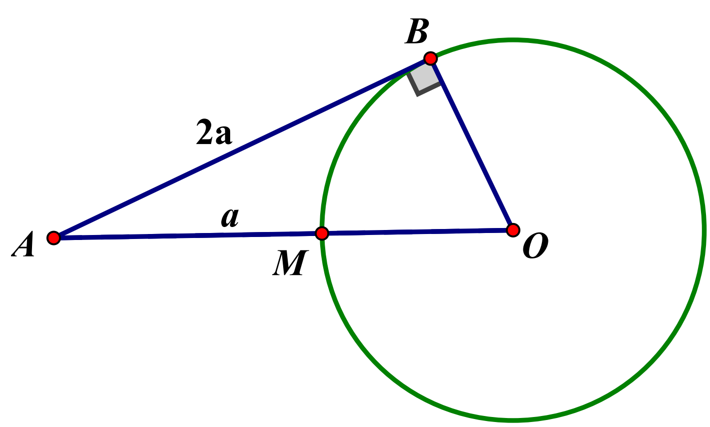
$$=\frac{5\sqrt{6}-12}{5\sqrt{6}-12}=1$$

Câu 2: (1,0 điểm) Cho hai đường thẳng (d_1): y=(k-3)x+4 và (d_2): y=(9-2k)x-5.
Tìm k để (d_1) song với (d_2)

$$\left(d_1\right)//\left(d_2\right)\Leftrightarrow\begin{cases}k-3=9-2k\\4\neq -5\end{cases}\Leftrightarrow k=4$$

Vậy k=4 thì hai đường thẳng đã cho song song với nhau.

Câu 3



Ta có BO=OM=R (bán kính đường tròn (O) nêm AO=a+R.
Áp dụng định lý Pytago ta có:

$$AO^2=AB^2+OB^2\Leftrightarrow\left(a+R\right)^2=\left(2a\right)^2+R^2\Leftrightarrow R=\frac{3}{2}a$$

Câu 4: (1,0 điểm) cho đường thẳng $\left(d\right):y=x+\frac{28}{3}$ và parabol $\left(P\right):y=\frac{1}{3}x^2$. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P)

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm phương trình:

$$\frac{1}{3}x^2 - x - \frac{28}{3} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 28 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 7 \\ x_2 = -4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_1 = \dfrac{49}{3} \\ y_2 = \dfrac{16}{3} \end{array}\right.$$

Vậy tọa độ giao điểm của hai đồ thị là $\left(7;\dfrac{49}{3}\right)$ va $\left(-4;\dfrac{16}{3}\right)$

Câu 5: (1,0 điểm) Chứng minh phương trình $5x^2 + 2y^2 - 2xy - 4x + 4y + 5 = 0$ vô nghiệm

$$5x^2 + 2y^2 - 2xy - 4x + 4y + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)^2 + (2x-1)^2 + (y+2)^2 = 0$$

Vế trái >0, đẳng thức không xảy ra nên pt vô nghiệm

Câu 6: (1,0 điểm) Tìm m, n nguyên dương để phương trình $x^2 - 2(m-n)x + 2m - 3n = 0$

Ta có

$$\Delta' = m^2 + n^2 - 2mn - 2m + 3n \ge 0$$

$$x_1 + x_2 = 2m - 2n$$

$$x_1 x_2 = 2m - 3n$$

Theo đề bài $x_1{}^2 + x_2{}^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10$

$$\Leftrightarrow (2m-2n)^2 - 2(2m-3n) = 10$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 2m(2n+1) + 2n^2 + 3n - 5 = 0 \text{ (*)}$$

Phương trình (*) phải cí nghiệm nguyên: Khi

$$\begin{cases} \Delta' \ge 0 \\ m, n \in \mathbb{Z}^+ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \le \dfrac{11}{2} \\ m, n \in \mathbb{Z}^+ \end{cases}$$

Suy ra n =1,2,3,4,5 với n=1,5 thì Δ' chính phương và m=3, 6

Vậy các cặp số thỏa mãn là (m,n)=(3;1); (6; 5)

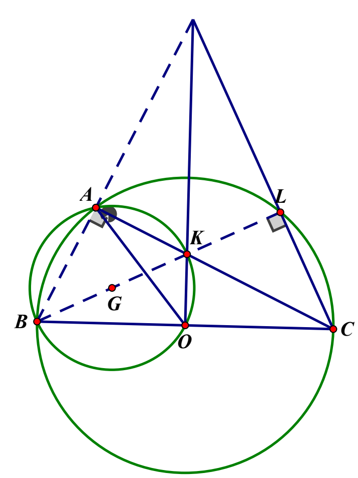
Câu 7: (1,0 điểm) Cho đường tròn (O) có đường kính BC, A là điểm nằm trên (O) (AB<AC, A khác B). Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABO cắt đoạn thẳng AC tại điểm thứ hai là K. Đường thẳng BK cắt (O) tại điểm thứ hai là L. Cát đường thẳng CL, OK cắt nhau tại I. Chứng minh ba điểm A, B, I thẳng hàng

GIẢI

Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABO

Góc ABC=90^0 (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm O)

Suy ra B, G, K, L thẳng hàng và góc BOK =90^0 (góc nội tiếp chắn nủa đường tròn tâm G)



Do đó IO và BL là hai đường cao của tam giác IBC cắt nhau tại K

Suy ra KC là đường cao thứ ba hay $BI \perp KC$ mà $BA \perp KC$ suy ra B, A, I thẳng hàng

Câu 8: (2,0 điểm) Cho tam giác điều ABC cạnh a, đường cao AH (H thuộc BC), M là điểm bất kỳ trên cạnh BC, vẽ ME vuông góc AB tại E và MF vuông góc AC tại F. Gọi O là trung điểm của AM.
a) (1,0 điểm) Tứ giác OEHF là hình gì?
b) (1,0 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tứ giác OEHF theo a khi M di động trên cạnh BC.
Giải

a) Ta có $\widehat{AEM} = \widehat{AHM} = \widehat{AFM} = 90^0$ suy ra 5 điểm A, E, H, F,M cùng thuộc một đường tròn đường kính AM

Do $\widehat{EAM} = \widehat{FAH} = 30^0$ suy ra $\widehat{EOH} = \widehat{FOH} = 60^0$. Vậy OEHF là hình thoi

b) $S_{OEHF} = \frac{1}{2}EF.OH$

Mà $FE=OH\sqrt{3}$ và $OH = \frac{1}{2}AM \geq \frac{1}{2}AH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$; $AH=\frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$;

Suy ra $S_{OEHF} = \frac{1}{2}EF.OH = \frac{1}{2}\sqrt{3}OH^2 = \frac{1}{8}\sqrt{3}AM^2 \geq \frac{1}{8}\sqrt{3}AH^2 = \frac{1}{8}\sqrt{3}\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3\sqrt{3}a^2}{32}$

GTNN $S_{OEHF} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{32}$ khi M trùng với H hay M là trung điểm của BC

Câu 9: (1,0 điểm) Cho các số thực x, y thỏa mãn điều kiện $x \geq 0, y \geq 0$ và $x^2 + y^2 = 1$

Chứng minh $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x^3 + y^3 \leq 1$.

Giải Theo điều kiện $x \geq 0, y \geq 0$ và $x^2 + y^2 = 1$; $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$

Suy ra $x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 = 1$

Mặt khác $1= \left(x^2 + y^2\right)^2 \leq \left(\sqrt{x}.\sqrt{x^3} + \sqrt{y}.\sqrt{y^3}\right)^2 \leq (x+y)\left(x^3 + y^3\right) = \sqrt{2}\left(x^3 + y^3\right)$

suy ra $\left(x^3 + y^3\right) \geq \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Vậy $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x^3 + y^3 \leq 1$