

Câu I (2,0 điểm). Cho biểu thức $P = \frac{x}{\sqrt{x-1}} + \frac{2}{\sqrt{x-2}} + \frac{2x-x\sqrt{x}-2}{x-3\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 4$.

- Rút gọn biểu thức P .
- Tìm tất cả các giá trị của x để $|P| - P = 0$.

Câu II (2,0 điểm).

1. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m+2)x - m - 8$ (với m là tham số).
Tìm các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt nằm bên phải trục tung, có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 - x_2 = 0$.

2. Tìm các nghiệm nguyên $(x; y)$ của phương trình $2024(x^2 + y^2) - 2023(2xy + 1) = 5$.

Câu III (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $3x^3 - 7x^2 + 6x + 4 = 3\sqrt{\frac{16x^2 + 6x + 2}{3}}$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8 \\ 2x^2 + y^2 - 3xy + 3x - 2y + 1 = 0 \end{cases}$

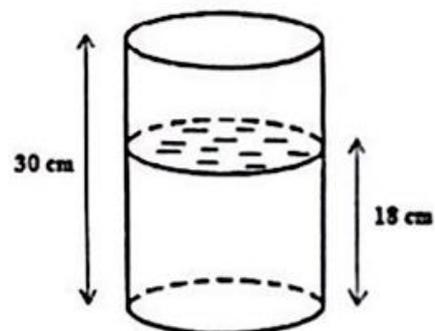
Câu IV (3,0 điểm).

1. Cho tam giác ABC đều, nội tiếp đường tròn $(O; R)$, H là trung điểm của cạnh BC .
 M là điểm bất kì thuộc đoạn BH (M khác B). Lấy điểm N thuộc đoạn CA sao cho $CN = BM$.
Gọi I là trung điểm của đoạn MN .

a) Chứng minh bốn điểm O, M, H, I cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh diện tích tam giác IAB không đổi. Xác định vị trí của điểm M để đoạn thẳng MN có độ dài nhỏ nhất.

2. Có một bình thủy tinh hình trụ cao 30cm chứa nước, diện tích đáy bình bằng $\frac{1}{6}$ diện tích xung quanh, mặt nước cách đáy bình là 18cm (hình vẽ bên). Cần đổ thêm bao nhiêu lít nước nữa để nước vừa đầy bình (Bỏ qua bề dày của bình, cho $\pi = 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)?



Câu V (1,0 điểm). Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 3abc$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = \sqrt{\frac{a}{3b^2c^2 + abc}} + \sqrt{\frac{b}{3a^2c^2 + abc}} + \sqrt{\frac{c}{3a^2b^2 + abc}}$.