



ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 1 trang)

Môn thi: **TOÁN**

Ngày thi: 13/6/2021

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}} - \frac{3x+9}{x-9}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.

2) Chứng minh $A + B = \frac{3}{\sqrt{x+3}}$.

Bài II (2,5 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một tổ sản xuất phải làm xong 4800 bộ đồ bảo hộ y tế trong một số ngày quy định. Thực tế, mỗi ngày tổ đó đã làm được nhiều hơn 100 bộ đồ bảo hộ y tế so với số bộ đồ bảo hộ y tế phải làm trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế 8 ngày trước khi hết thời hạn, tổ sản xuất đã làm xong 4800 bộ đồ bảo hộ y tế đó. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày tổ sản xuất phải làm bao nhiêu bộ đồ bảo hộ y tế? (Giả định rằng số bộ đồ bảo hộ y tế mà tổ đó làm xong trong mỗi ngày là bằng nhau.)

2) Một thùng nước có dạng hình trụ với chiều cao $1,6m$ và bán kính đáy $0,5m$. Người ta sơn toàn bộ phía ngoài mặt xung quanh của thùng nước này (trừ hai mặt đáy). Tính diện tích bề mặt được sơn của thùng nước (lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài III (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3}{x+1} - 2y = -1 \\ \frac{5}{x+1} + 3y = 11 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + m - 2$.

Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = 2$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A . Vẽ đường tròn tâm C , bán kính CA . Từ điểm B kẻ tiếp tuyến BM với đường tròn $(C; CA)$ (M là tiếp điểm, M và A nằm khác phía đối với đường thẳng BC).

1) Chứng minh bốn điểm A, C, M và B cùng thuộc một đường tròn.

2) Lấy điểm N thuộc đoạn thẳng AB (N khác A, N khác B). Lấy điểm P thuộc tia đối của tia MB sao cho $MP = AN$. Chứng minh tam giác CPN là tam giác cân và đường thẳng AM đi qua trung điểm của đoạn thẳng NP .

Bài V (0,5 điểm)

Với các số thực a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 2$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3(a + b) + ab$.

..... Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Họ, tên và chữ kí của cán bộ coi thi số 1:

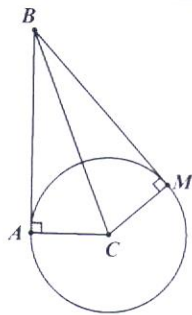
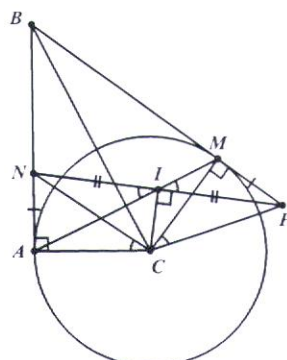
Họ, tên và chữ kí của cán bộ coi thi số 2:



ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM

Môn thi: TOÁN

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1)	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$. Thay $x = 16$ (TMĐK) vào biểu thức A . Tính được $A = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{16} + 3} = \frac{4}{7}$.	1,0
	2)	Chứng minh $A + B = \frac{3}{\sqrt{x} + 3}$. $A + B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - \frac{3x + 9}{x - 9} = \frac{x - 3\sqrt{x} + 2x + 6\sqrt{x} - 3x - 9}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)}$ $= \frac{3(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{3}{\sqrt{x} + 3}$	1,0
	1)	Hỏi mỗi ngày tổ đó phải sản xuất bao nhiêu bộ đồ bảo hộ y tế? Gọi số bộ đồ bảo hộ y tế mà tổ sản xuất phải làm trong một ngày theo kế hoạch là x (bộ), ($x > 0$). Lập luận để có phương trình $\frac{4800}{x} - \frac{4800}{x + 100} = 8$ $\Leftrightarrow x^2 + 100x - 60000 = 0$ (vì $x > 0$). Giải phương trình tìm được $x = -300$ hoặc $x = 200$. Đối chiếu điều kiện và thử lại thấy $x = 200$ thỏa mãn. KL: Theo kế hoạch, mỗi ngày tổ sản xuất phải làm 200 bộ đồ bảo hộ y tế.	1,5
Bài II 2,5 điểm	2)	Tính diện tích bề mặt được sơn của thùng nước. Diện tích bề mặt được sơn là diện tích xung quanh của thùng nước: $S = 2\pi Rh \approx 2 \times 3,14 \times 0,5 \times 1,6 = 5,024 (m^2)$. KL: Diện tích bề mặt được sơn của thùng nước xấp xỉ bằng $5,024 (m^2)$.	1,0
	1)	Giải hệ phương trình ĐKXD: $x \neq -1$. $\begin{cases} \frac{3}{x+1} - 2y = -1 \\ \frac{5}{x+1} + 3y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{19}{x+1} = 19 \\ \frac{10}{x+1} + 6y = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 1 \\ 10 + 6y = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$ Đối chiếu điều kiện và kết luận nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (0; 2)$.	1,0
Bài III 2,0 điểm	2)	Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $ x_1 - x_2 = 2$. Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) : $x^2 = 2x + m - 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 2 = 0$ (1). Đường thẳng (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt \Leftrightarrow (1) có 2 nghiệm phân biệt	1,0

	$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1.$ <p>Lập luận, áp dụng định lý Vi-et, có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -m + 2 \end{cases} (*)$</p> <p>Biến đổi $x_1 - x_2 = 2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 4.$</p> <p>Từ (*) ta có: $4 - 4(-m + 2) = 4 \Leftrightarrow m = 2$ (tmđk). Kết luận $m = 2.$</p>	
Bài IV 3,0 điểm	<p>1) Chứng minh bốn điểm A, C, M và B cùng thuộc một đường tròn.</p>	1,5
	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Tam giác ABC vuông tại A nên $\widehat{BAC} = 90^\circ \Rightarrow A$ thuộc đường tròn đường kính $BC.$</p> <p>BM là tiếp tuyến của đường tròn (C) nên $\widehat{BMC} = 90^\circ \Rightarrow M$ thuộc đường tròn đường kính $BC.$</p> <p>KL: Bốn điểm A, C, M và B cùng thuộc đường tròn đường kính $BC.$</p> </div> </div>	
Bài IV 3,0 điểm	<p>2) Chứng minh tam giác CPN là tam giác cân và đường thẳng AM đi qua trung điểm của đoạn thẳng $NP.$</p>	1,5
	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>* Xét $\triangle CAN$ và $\triangle CMP$ có: $CA = CM$; $\widehat{CAN} = \widehat{CMP} = 90^\circ$; $AN = MP$ $\Rightarrow \triangle CAN = \triangle CMP$ (c.g.c) $\Rightarrow CN = CP$ \Rightarrow Tam giác CPN cân tại $C.$</p> <p>* Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng $NP.$ $\triangle CPN$ cân tại C và I là trung điểm của đoạn thẳng NP nên $CI \perp NP.$</p> <p>Tứ giác $NACI$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{NIA} = \widehat{NCA}.$ Tứ giác $CIMP$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MIP} = \widehat{MCP}.$ $\triangle CAN = \triangle CMP \Rightarrow \widehat{NCA} = \widehat{MCP}.$</p> <p>Ta có $\widehat{NIA} + \widehat{PIA} = 180^\circ$ (vì I nằm giữa N và P) $\Rightarrow \widehat{MIP} + \widehat{PIA} = 180^\circ$, mà 2 góc này kề nhau $\Rightarrow A, I, M$ là 3 điểm thẳng hàng</p> <p>KL: Đường thẳng AM đi qua trung điểm của đoạn thẳng $NP.$</p> </div> </div>	
Bài V 0,5 điểm	<p>Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3(a + b) + ab.$</p>	0,5
	<p>Từ điều kiện $a^2 + b^2 = 2$, ta có $(a + b)^2 - 2ab = 2 \Rightarrow ab = \frac{1}{2}(a + b)^2 - 1.$</p> <p>Đặt $x = a + b$. Khi đó $P = 3x + \frac{1}{2}x^2 - 1 = \frac{1}{2}(x + 3)^2 - \frac{11}{2}.$</p> <p>Ta có $(a + b)^2 \leq 2(a^2 + b^2) \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2.$</p> <p>Do đó $x + 3 \geq 1 \Rightarrow (x + 3)^2 \geq 1 \Rightarrow P \geq -5.$ Dấu bằng xảy ra khi $a = b = -1.$</p> <p>KL: Giá trị nhỏ nhất của P là $-5.$</p>	



.....Hết.....