SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **TỈNH ĐIỆN BIÊN**	**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT** **NĂM HỌC 2020 - 2021**
Đề chính thức **(Có 01 trang)**	**Môn: Toán (Chuyên)** Ngày thi: 15/7/2020 *Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề*

ĐỀ BÀI

Câu 1. *(2,0 điểm).*

1. Cho biểu thức: $P=\dfrac{a^2-\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}+1}-\dfrac{2a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}}+\dfrac{2(a-1)}{\sqrt{a}-1}$ (với $a>0, a\neq 1$).

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2\sqrt{x-1}+\dfrac{1}{y+3}=1 \\ 4\sqrt{x-1}-\dfrac{3}{y+3}=7 \end{cases}$

Câu 2. *(2,0 điểm).*

Cho phương trình: $x^2-5mx-4m=0$ (với m là tham số).

a) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm kép, tìm nghiệm đó.

b) Chứng minh rằng khi phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì:

$$x_1^2+5mx_2+m^2+14m+1>0.$$

Câu 3. *(2,0 điểm).*

a) Một con Robot được thiết kế có thể đi thẳng, quay một góc 90^0 sang phải hoặc sang trái. Robot xuất phát từ vị trí A đi thẳng $2m$ quay sang trái rồi đi thẳng $3m$, quay sang phải rồi đi thẳng $5m$ đến đích tại vị trí B. Tính khoảng cách giữa đích đến và nơi xuất phát của Robot.

b) Cho hai số a, b thỏa mãn $a>b>0$ và $a.b=1$. Chứng minh: $\dfrac{a^2+b^2}{a-b}\geq 2\sqrt{2}$.

Câu 4. *(3,0 điểm).*

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Đường cao AD, BE cắt nhau tại H. Kéo dài BE, AO cắt đường tròn (O) lần lượt tại F và M.

a) Chứng minh ΔHAF cân.

b) Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh ba điểm H, I, M thẳng hàng và $AH=2OI$.

c) Khi BC cố định, xác định vị trí của A trên đường tròn (O) để $DH.DA$ lớn nhất.

Câu 5. *(1,0 điểm).*

a) Cho $xy+yz+xz=0$ và $xyz\neq 0$. Chứng minh rằng: $\dfrac{yz}{x^2}+\dfrac{xz}{y^2}+\dfrac{xy}{z^2}=3$.

b) Cho n là số nguyên dương. Biết rằng $2n+1$ và $3n+1$ là hai số chính phương. Chứng minh rằng n chia hết cho 40.

.... ***Hết*** ....

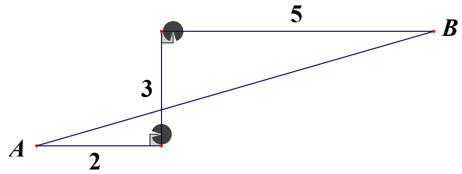
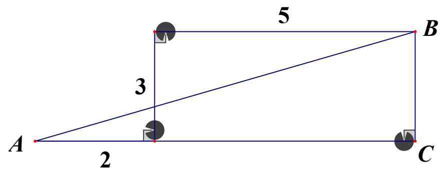
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐIỆN BIÊN

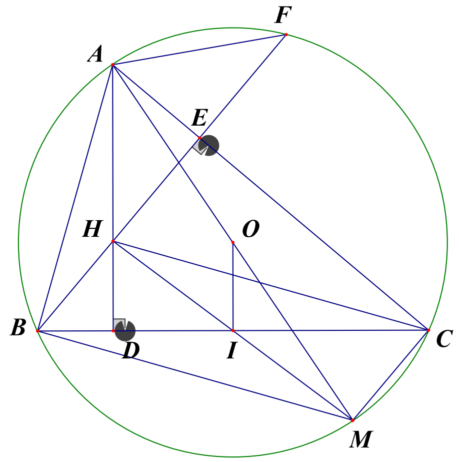
(Hướng dẫn chấm có 04 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
Năm học : 2020 - 2021

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM
MÔN TOÁN CHUYÊN

Câu	Hướng dẫn	Điểm
1.1 (1,0đ)	Cho biểu thức: $P=\dfrac{a^2-\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}+1}-\dfrac{2a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}}+\dfrac{2(a-1)}{\sqrt{a}-1}$ a) Rút gọn P.	
	Với $a>0, a\neq 1 \Rightarrow P=\dfrac{\sqrt{a}(\sqrt{a}^3-1)}{a+\sqrt{a}+1}-\dfrac{\sqrt{a}(2\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}}+\dfrac{2(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}-1}$	0,25
	$P=\dfrac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a}+1)}{a+\sqrt{a}+1}-(2\sqrt{a}+1)+2(\sqrt{a}+1)=a-\sqrt{a}+1$	0,25
	b) Tính giá trị nhỏ nhất của P.	
	$P=a-\sqrt{a}+1=\left(\sqrt{a}-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}\geq\dfrac{3}{4}$ (Với $\forall a>0, a\neq 1$)	0,25
	Vậy giá trị nhỏ nhất của $P=\dfrac{3}{4}$ khi $a=\dfrac{1}{4}$.	0,25
1.2	Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2\sqrt{x-1}+\dfrac{1}{y+3}=1\\4\sqrt{x-1}-\dfrac{3}{y+3}=7\end{cases}$	
	Điều kiện: $\begin{cases}x\geq 1\\y\neq -3\end{cases}$	0,25
	Đặt $\begin{cases}u=\sqrt{x-1}\\v=\dfrac{1}{y+3}\end{cases}$ (điều kiện $u\geq 0$) $\Rightarrow\begin{cases}2u+v=1\\4u-3v=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u=1\\v=-1\end{cases}$ (thỏa mãn)	0,5
	$\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{x-1}=1\\\dfrac{1}{y+3}=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=-4\end{cases}$ (thỏa mãn). Vậy HPT có 1 nghiệm $(2;-4)$	0,25
2.a (1,0đ)	Phương trình: $x^2-5mx-4m=0$. a) Tìm m để phương trình có nghiệm kép, tìm nghiệm đó.	
	Ta có: $\Delta=25m^2+16m$	0,25
	Để phương trình có nghiệm kép thì $\Delta=0\Leftrightarrow 25m^2+16m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=-\dfrac{16}{25}\end{array}\right.$	0,25
	+) $m=0$ nghiệm kép là $x_1=x_2=\dfrac{5m}{2}=0$	0,25
	+) $m=-\dfrac{16}{25}$ nghiệm kép là $x_1=x_2=\dfrac{5m}{2}=-\dfrac{8}{5}$	0,25

	b) Chứng minh rằng khi phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thì $x_1^2 + 5mx_2 + m^2 + 14m + 1 > 0$.	
	PT có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thì $\Delta = 25m^2 + 16m > 0$	0,25
2.b (1,0đ)	và $x_1^2 - 5mx_1 - 4m = 0 \Leftrightarrow x_1^2 = 5mx_1 + 4m$ và $x_1 + x_2 = 5m$	0,25
	Xét $P = x_1^2 + 5mx_2 + m^2 + 14m + 1 = 5mx_1 + 4m + 5mx_2 + m^2 + 14m + 1$ $= 5m(x_1 + x_2) + m^2 + 18m + 1 = 26m^2 + 18m + 1$	0,25
	Suy ra $P = 25m^2 + 16m + m^2 + 2m + 1 = \Delta + (m+1)^2 > 0$ (vì $\Delta > 0$). Đpcm.	0,25
	a) Một con Robot được thiết kế có thể đi thẳng, quay một góc 90^0 sang phải hoặc sang trái. Robot xuất phát từ vị trí A đi thẳng $2m$ quay sang trái rồi đi thẳng $3m$, quay sang phải rồi đi thẳng $5m$ đến đích tại vị trí B. Tính khoảng cách giữa đích đến và nơi xuất phát của Robot.	
	Học sinh vẽ được hình minh họa 	0,25
3.a (1,0đ)	Kẻ $AC \perp BC$ như hình vẽ: 	0,25
	Ta có: $AC = 7; BC = 3$	0,25
	$\Rightarrow AB = \sqrt{7^2 + 3^3} = \sqrt{58}$ Vậy khoảng cách giữa đích đến và nơi xuất phát của Robot là $\sqrt{58}$	0,25
	b) Chứng minh: $\dfrac{a^2 + b^2}{a - b} \geq 2\sqrt{2}$. Với $a > b > 0$ và $a.b = 1$.	
	Vì $a.b = 1 \Rightarrow \dfrac{a^2 + b^2}{a - b} = \dfrac{(a-b)^2 + 2}{a - b} = (a - b) + \dfrac{2}{(a - b)}$	0,25
3.b (1,0đ)	Do $a > b > 0 \Rightarrow (a - b) + \dfrac{2}{(a-b)} \geq 2\sqrt{(a-b).\dfrac{2}{(a-b)}} = 2\sqrt{2}$ (BĐT AM-GM)	0,25
	Dấu bằng xảy ra khi: $(a - b) = \dfrac{2}{(a-b)} \Leftrightarrow (a-b)^2 = 2 \Leftrightarrow a - b = \sqrt{2}$ $\Leftrightarrow a - \dfrac{1}{a} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} a = \dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2} & (t/m) \\ a = \dfrac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2} & (Loai) \end{array}\right. \Rightarrow b = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$	0,25
	Vậy $\dfrac{a^2 + b^2}{a - b} \geq 2\sqrt{2}$. Dấu bằng xảy ra khi $a = \dfrac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}; b = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$	0,25

<table>
<tr><td rowspan="5">4.a
(1,0đ)</td><td>Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Đường cao AD, BE cắt nhau tại H. Kéo dài BE, AO cắt đường tròn (O) lần lượt tại F và M.
a) Chứng minh ΔHAF cân.</td><td></td></tr>
<tr><td>Vẽ hình đúng đến câu 4.a

</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Ta có: $\widehat{AHF}=\widehat{ACB}$ (cùng phụ với $\widehat{DAE}$)</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Lại có $\widehat{ACB}=\widehat{AFB}$ (cùng chắn cung AB)</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Suy ra $\widehat{AHF}=\widehat{AFB}\Rightarrow\Delta AHF$ cân tại A.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="5">4.b
(1,0đ)</td><td>b) Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh ba điểm H, I, M thẳng hàng và $AH=2OI$.</td><td></td></tr>
<tr><td>Ta có $BH//CM$ (cùng vuông AC), $HC//BM$ (cùng vuông AB).</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\Rightarrow BHCM$ là hình bình hình .</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Mà I là trung điểm của $BC\Rightarrow I$ cũng là trung điểm của $HM\Rightarrow$ ba điểm H, I, M thẳng hàng.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\Rightarrow OI$ là đường trung bình của $\Delta AHM\Rightarrow AH=2OI$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="5">4.c
(1,0đ)</td><td>c) Khi BC cố định, xác định vị trí của A trên đường tròn (O) để $DH.DA$ lớn nhất.</td><td></td></tr>
<tr><td>Theo câu 1 ta có $\widehat{AHF}=\widehat{AFB}\Rightarrow\widehat{BHD}=\widehat{ACB}\Rightarrow\Delta DAC\sim\Delta DBH(\mathrm{g.g})$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Suy ra $\dfrac{DA}{DC}=\dfrac{DB}{DH}\Leftrightarrow DA.DH=DB.DC$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Ta có $DB.DC\le\left(\dfrac{BD+CD}{2}\right)^2\Leftrightarrow DB.DC\le\left(\dfrac{BC}{2}\right)^2$
Dấu bằng xẩy ra khi $BD=DC$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Vậy để $DH.DA$ lớn nhất thì A là điểm chính giữa cung lớn BC.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">5.a
(0,5đ)</td><td>a) Cho $xy+yz+xz=0$ và $xyz\ne0$. Chứng minh rằng: $\dfrac{yz}{x^2}+\dfrac{xz}{y^2}+\dfrac{xy}{z^2}=3$</td><td></td></tr>
<tr><td>Vì: $xy+yz+xz=0;\ xyz\ne0\Rightarrow\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=0$
Chứng minh được nếu: $a+b+c=0\Rightarrow a^3+b^3+c^3=3abc$</td><td>0,25</td></tr>
</table>

	Áp dụng công thức trên ta có: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0 \Rightarrow \frac{1}{x^3}+\frac{1}{y^3}+\frac{1}{z^3}=\frac{3}{xyz}$ Lại có: $\frac{yz}{x^2}+\frac{xz}{y^2}+\frac{xy}{z^2}=xyz\left(\frac{1}{x^3}+\frac{1}{y^3}+\frac{1}{z^3}\right)=3$. (Đpcm)	0,25
5.b (0,5đ)	b) Cho n là số nguyên dương. Biết rằng $2n+1$ và $3n+1$ là hai số chính phương. Chứng minh rằng n chia hết cho 40.	
	Đặt $2n+1=x^2 \Rightarrow x$ lẻ $\Rightarrow 2n=(x-1)(x+1)\vdots 4$ vì $x-1;\ x+1$ chẵn $\Rightarrow n$ chẵn Đặt $3n+1=y^2 \Rightarrow y$ lẻ (do n chẵn) và $3n=(y-1)(y+1)\vdots 8$ vì $y-1;\ y+1$ là hai số chẵn liên tiếp mà $(3;8)=1 \Rightarrow n\vdots 8$ (1).	0,25
	Ta có một số chính phương chia cho 5 dư 0 hoặc 1 hoặc 4. Mặt khác $x^2+y^2=5n+2 \Rightarrow x^2, y^2$ chia cho 5 dư 1 Nên $n=(3n+1)-(2n+1)=\left(y^2-x^2\right)\vdots 5$ (2). Từ (1), (2) và $(5;8)=1 \Rightarrow n\vdots 40$. Đpcm.	0,25

(Lưu ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa)