SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
Năm học 2022 - 2023
Bài thi môn chuyên: Toán; Ngày thi: 10/6/2022
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
Đề thi gồm 05 câu, trong 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm):

Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}\right):\left(\dfrac{x-2}{x-\sqrt{x}-2}-1\right)$ với $x>0, x\neq 4, x\neq 9.$

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tính giá trị của biểu thức A khi $x=3-2\sqrt{2}$.

Câu 2 (2,0 điểm):

1. Giải phương trình $x^2-3x+2+2(2-x)\sqrt{x-1}=0.$
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x^2+2y^2+8x+4y=-1\\ x^2+7y^2-4xy+6y=6\end{cases}.$

Câu 3 (2,0 điểm):

1. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x+2y+3z\le 6$. Chứng minh rằng :

$$\frac{1}{x^2+4y^2+9z^2}+\frac{1}{49xy}+\frac{3}{49yz}+\frac{3}{98zx}\ge\frac{9}{49}.$$

2. Tìm tất cả các số nguyên dương a và các số nguyên tố p thỏa mãn $a^2=7p^4+9$.

Câu 4 (3,0 điểm):

Cho tam giác nhọn ABC $(AB<AC)$ nội tiếp đường tròn (O). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC. Đường thẳng MN cắt (O) tại các điểm P, Q (P thuộc cung nhỏ $\overset{\frown}{AB}$ và Q thuộc cung nhỏ $\overset{\frown}{AC}$). Lấy điểm D trên cạnh BC ($D\neq B; D\neq C$). Đường tròn ngoại tiếp tam giác BDP cắt AB tại điểm I (I khác B). Đường thẳng DI cắt AC tại K.

1. Chứng minh rằng tứ giác $AIPK$ nội tiếp.
2. Chứng minh rằng $\dfrac{PK}{PD}=\dfrac{QB}{QA}$.
3. Đường thẳng CP cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BDP tại G (G khác P). Đường thẳng IG cắt đường thẳng BC tại điểm E. Chứng minh rằng khi điểm D di chuyển trên cạnh BC thì tỉ số $\dfrac{CD}{CE}$ không đổi.

Câu 5 (1,0 điểm):

Cho bảng ô vuông 3×3 (gồm ba dòng và ba cột). Người ta ghi tất cả các số thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ vào các ô vuông của bảng, mỗi ô vuông ghi một số, sao cho tổng các số trong mỗi bảng vuông con cỡ 2×2 đều bằng nhau.

1. Hãy chỉ ra một cách ghi các số vào bảng thỏa mãn yêu cầu bài toán.
2. Trong tất cả các cách ghi các số vào bảng thỏa mãn yêu cầu bài toán, tìm giá trị lớn nhất của tổng các số trong mỗi bảng vuông con cỡ 2×2.

--------HẾT--------

Họ và tên thí sinh:.. Số báo danh:...
Họ và tên, chữ ký: Cán bộ coi thi thứ nhất:...
Cán bộ coi thi thứ hai:...

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
Năm học: 2022 - 2023
Bài thi môn chuyên: TOÁN - Ngày thi: 10/6/2022
(Hướng dẫn chấm gồm 09 trang)

I. Hướng dẫn chung

1. Bài làm của học sinh đúng đến đâu cho điểm đến đó.
2. Học sinh có thể sử dụng kết quả câu trước làm câu sau.
3. Đối với bài hình, nếu vẽ sai hình hoặc không vẽ hình thì không cho điểm.
4. Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà đúng vẫn cho đủ điểm, thang điểm chi tiết do Ban chấm thi thống nhất.
5. Việc chi tiết hoá thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn phải đảm bảo không sai lệch và có biên bản thống nhất thực hiện trong toàn Ban chấm thi.
6. Tuyệt đối không làm tròn điểm.

II. Hướng dẫn chi tiết

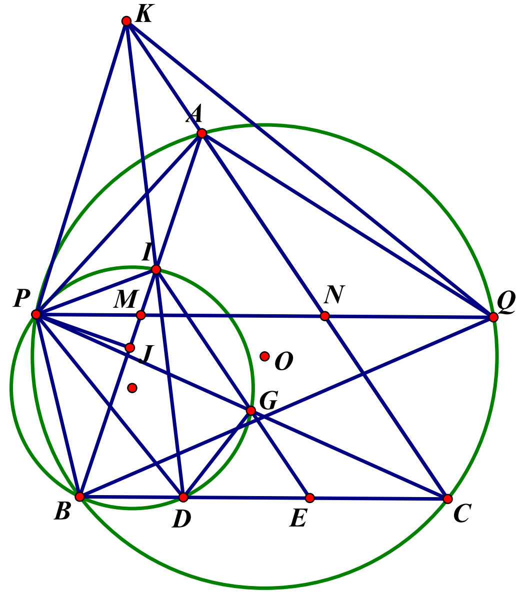
Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	**Câu 1 (2,0 điểm):** Cho biểu thức $A=\left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}\right):\left(\frac{x-2}{x-\sqrt{x}-2}-1\right)$ với $x>0, x\neq 4, x\neq 9.$	
Ý 1	**1 (1,5 điểm).** Rút gọn biểu thức A.	
	$A=\left(\frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)}-\frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)}+\frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}\right):\left(\frac{x-2}{x-\sqrt{x}-2}-1\right)$	**0,25**
	$=\left(\frac{(x-9)-(x-4)+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)}\right):\left(\frac{x-2}{x-\sqrt{x}-2}-1\right)$	**0,25**
	$=\left(\frac{\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)}\right):\left(\frac{x-2-x+\sqrt{x}+2}{x-\sqrt{x}-2}\right)$	**0,25**
	$=\left(\frac{1}{\sqrt{x}-2}\right):\left(\frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}-2}\right)$	**0,25**
	$=\left(\frac{1}{\sqrt{x}-2}\right).\left(\frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}}\right)$	**0,25**
	$=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}.$	**0,25**
Ý 2	**2 (0,5 điểm).** Tính giá trị của biểu thức A khi $x=3-2\sqrt{2}$.	
	Ta có $x=3-2\sqrt{2}=(\sqrt{2}-1)^2\Rightarrow\sqrt{x}=\sqrt{2}-1$	**0,25**
	Khi đó $A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}=1+\frac{1}{\sqrt{2}-1}=1+(\sqrt{2}+1)=2+\sqrt{2}$	**0,25**
Câu 2	**1 (1,0 điểm). Giải phương trình:** $x^2-3x+2+2(2-x)\sqrt{x-1}=0$	
	Cách 1. Điều kiện xác định: $x\geq 1$. Khi đó phương trình $\Leftrightarrow\left(x-\sqrt{x-1}\right)^2-4\left(x-\sqrt{x-1}\right)+3=0$	**0.25**

	Đặt $t = x - \sqrt{x-1}$, phương trình trở thành: $t^2 - 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 3 \end{array}\right.$	**0.25**
	Với t = 1, ta có: $x - \sqrt{x-1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x-1}\left(\sqrt{x-1} - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1(TM) \\ x = 2(TM) \end{array}\right.$	**0.25**
	Với t = 3, ta có: $x - \sqrt{x-1} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = x - 3 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \ge 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 5(TM)$ Vậy phương trình có các nghiệm: x = 1; x = 2; x = 5.	**0.25**
	Cách 2:	
	Điều kiện xác định: $x \ge 1$. Phương trình ban đầu tương đương với pt $\Leftrightarrow (x-1)(x-2) - 2(x-2)\sqrt{x-1} = 0$	**0.25**
	$\Leftrightarrow (x-2).\sqrt{x-1}.(\sqrt{x-1} - 2) = 0$	**0.25**
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 2 = 0 \\ \sqrt{x-1} = 0 \\ \sqrt{x-1} = 2 \end{array}\right.$	**0.25**
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 1 \\ x = 2^2 + 1 = 5 \end{array}\right.$ Vậy phương trình có các nghiệm: x = 1; x = 2; x = 5.	**0.25**
	Cách 3:	
	Điều kiện xác định: $x \ge 1(*)$. Ta có: $x^2 + 2(2-x)\sqrt{x-1} - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1) + 2(2-x)\sqrt{x-1} + x^2 - 4x + 3 = 0$ (1) Đặt $\sqrt{x-1} = t, (t \ge 0)$ phương trình (1) trở thành $t^2 + 2(2-x)t + x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow (t - x + 1)(t - x + 3) = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = x - 1 \\ t = x - 3 \end{array}\right.$	**0.25**
	*) Với $t = x - 1$ ta có $\sqrt{x-1} = x - 1 \Leftrightarrow \sqrt{x-1}(\sqrt{x-1} - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x-1} = 0 \\ \sqrt{x-1} = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1(TM(*)) \\ x = 2(TM(*)) \end{array}\right.$	**0.25**
	*) Với $t = x - 3$ ta có $\sqrt{x-1} = x - 3 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \ge 3 \\ x - 1 = x^2 - 6x + 9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \ge 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \ge 3 \\ \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 5 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 5(TM(*))$	**0.25**
	Vậy phương trình có các nghiệm: x = 1; x = 2; x = 5.	**0.25**
	2 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình: $\left\{\begin{array}{l} 2x^2 + 2y^2 + 8x + 4y = -1 \\ x^2 + 7y^2 - 4xy + 6y = 6 \end{array}\right.$.	
	Cách 1:	
	Hpt $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x^2 + 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = \dfrac{9}{2} \\ x^2 - 4xy + 4y^2 + 3y^2 + 6y + 3 = 9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} (x+2)^2 + (y+1)^2 = \dfrac{9}{2} \text{ (1)} \\ (x-2y)^2 + 3(y+1)^2 = 9 \text{ (2)} \end{array}\right.$	**0.25**

	$\Rightarrow 2(x+2)^2-(x-2y)^2-(y+1)^2=0 \Leftrightarrow (x+2)^2-(x-2y)^2+(x+2)^2-(y+1)^2=0$ $\Leftrightarrow (2x-2y+2)(2y+2)+(x+y+3)(x-y+1)=0$ $\Leftrightarrow (x-y+1)(4y+4)+(x+y+3)(x-y+1)=0$ $\Leftrightarrow (x-y+1)(x+5y+7)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=y-1 & (*) \\ x=-5y-7 & (**) \end{array}\right.$	**0,25**
	TH1: x = y-1 vào (1) được: $(y-1+2)^2+(y+1)^2=\frac{9}{2} \Leftrightarrow 2(y+1)^2=\frac{9}{2} \Leftrightarrow (y+1)^2=\frac{9}{4}$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=\frac{1}{2} \Rightarrow x=-\frac{1}{2} \\ y=-\frac{5}{2} \Rightarrow x=-\frac{7}{2} \end{array}\right.$	**0,25**
	TH2: $x=-5y-7$ vào (1) được: $(-5y-7+2)^2+(y+1)^2=\frac{9}{2} \Leftrightarrow 26(y+1)^2=\frac{9}{2} \Leftrightarrow (y+1)^2=\frac{9}{4.13}$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-1+\frac{3}{2\sqrt{13}} \Rightarrow x=-2-\frac{15}{2\sqrt{13}} \\ y=-1-\frac{3}{2\sqrt{13}} \Rightarrow x=-2+\frac{15}{2\sqrt{13}} \end{array}\right.$ Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là $(x;y)\in\left\{(-\frac{1}{2};\frac{1}{2});(-\frac{7}{2};\frac{-5}{2});(-2-\frac{15}{2\sqrt{13}};-1+\frac{3}{2\sqrt{13}});(-2+\frac{15}{2\sqrt{13}};-1-\frac{3}{2\sqrt{13}})\right\}$	**0,25**
	Cách 2:	
	$\begin{cases} 2x^2+2y^2+8x+4y=-1 & (1) \\ x^2+7y^2-4xy+6y=6 & (2) \end{cases}$ Lấy (1) trừ (2) vế theo vế ta được $x^2-5y^2+4xy+8x-2y+7=0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \left[(x+2(y+2)\right]^2-9(y+1)^2=0 \Leftrightarrow (x-y+1)(x+5y+7)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y-1 \\ x=-5y-7 \end{array}\right.$ ***Chú ý: Học sinh có thể tính*** Δ ***và tìm ra hai trường hợp*** $x=y-1$ ***và*** $x=-5y-7$	**0,25**
	TH1: x = y-1 vào (1) được: $2(y-1)^2+2y^2+8(y-1)+4y+1=0 \Leftrightarrow 4y^2+8y-5=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=\frac{1}{2} \Rightarrow x=-\frac{1}{2} \\ y=-\frac{5}{2} \Rightarrow x=-\frac{7}{2} \end{array}\right.$	**0,25**

	TH2: $x=-5y-7$ vào (1) được: $2(5y+7)^2+2y^2+8(-5y-7)+4y+1=0 \Leftrightarrow 52y^2+104y+43=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-1+\dfrac{3}{2\sqrt{13}} \Rightarrow x=-2-\dfrac{15}{2\sqrt{13}} \\ y=-1-\dfrac{3}{2\sqrt{13}} \Rightarrow x=-2+\dfrac{15}{2\sqrt{13}} \end{array}\right.$ Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là $(x;y)\in\left\{(-\frac{1}{2};\frac{1}{2});(-\frac{7}{2};\frac{-5}{2});(-2-\frac{15}{2\sqrt{13}};-1+\frac{3}{2\sqrt{13}});(-2+\frac{15}{2\sqrt{13}};-1-\frac{3}{2\sqrt{13}})\right\}$	**0,25**
Câu 3	**Câu 3 (2,0 điểm):** **1. Cho** x, y, z **là các số thực dương thỏa mãn** $x+2y+3z\le 6.$ **Chứng minh rằng :** $\dfrac{1}{x^2+4y^2+9z^2}+\dfrac{1}{49xy}+\dfrac{3}{49yz}+\dfrac{3}{98zx}\ge\dfrac{9}{49}.$ **2. Tìm tất cả các số nguyên dương** a **và các số nguyên tố** p **thỏa mãn** $a^2=7p^4+9.$	
	1. (1,0 điểm): Cho x, y, z **là các số thực dương thỏa mãn** $x+2y+3z\le 6.$ **Chứng minh rằng :** $\dfrac{1}{x^2+4y^2+9z^2}+\dfrac{1}{49xy}+\dfrac{3}{49yz}+\dfrac{3}{98zx}\ge\dfrac{9}{49}.$	
	Đặt $P=\dfrac{1}{x^2+4y^2+9z^2}+\dfrac{1}{49xy}+\dfrac{3}{49yz}+\dfrac{3}{98zx}$ **Cách 1.** Đặt $a=x;\ b=2y;\ c=3z$. Khi đó $a+b+c\le 6$ Khi đó $\begin{cases} xy=\dfrac{ab}{2} \\ yz=\dfrac{bc}{6} \\ zx=\dfrac{ca}{3} \end{cases}$. Khi đó biểu thức P trở thành $P=\dfrac{1}{a^2+b^2+c^2}+\dfrac{2}{49ab}+\dfrac{18}{49bc}+\dfrac{9}{98ca}.$	**0,25**
	Áp dụng bất đẳng thức $\dfrac{(a_1)^2}{b_1}+\dfrac{(a_2)^2}{b_2}+\dfrac{(a_3)^2}{b_3}+\dfrac{(a_4)^2}{b_4}\ge\dfrac{(a_1+a_2+a_3+a_4)^2}{b_1+b_2+b_3+b_4}$, với $a_1,a_2,a_3,a_4,b_1,b_2,b_3,b_4$ là các số thực và $b_1,b_2,b_3,b_4>0$. Dấu bằng xẩy ra khi $\dfrac{a_1}{b_1}=\dfrac{a_2}{b_2}=\dfrac{a_3}{b_3}=\dfrac{a_4}{b_4}$	**0,25**
	Ta có $P=\dfrac{1}{a^2+b^2+c^2}+\dfrac{\frac{4}{49}}{2ab}+\dfrac{\frac{36}{49}}{2bc}+\dfrac{\frac{9}{49}}{2ca}\ge\dfrac{(1+\frac{2}{7}+\frac{6}{7}+\frac{3}{7})^2}{a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca}$ $=\dfrac{(\frac{18}{7})^2}{(a+b+c)^2}\ge\dfrac{(\frac{18}{7})^2}{36}=\dfrac{9}{49}$	**0,25** **0,25**
	2. (1,0 điểm): Tìm tất cả các số nguyên dương a **và các số nguyên tố** p **thỏa mãn** $a^2=7p^4+9.$	

	Kiểm tra $p=2$. Khi đó $a^2=7.2^4+9=121\Rightarrow a=11$ Kiểm tra $p=3$. Khi đó $a^2=7.3^4+9=576\Rightarrow a=24$	**0,25**
	Giả sử tồn tại số nguyên dương a và số nguyên tố p thỏa mãn ycbt. Ta có $a^2=7p^4+9\Rightarrow a^2-9=7p^4\Rightarrow (a+3)(a-3)=7p^4\ (p\ge 5)$ (1)	**0,25**
	Trường hợp 1: Nếu $(a+3)\,\vdots\,7\Rightarrow a=7b-3$ Khi đó thay vào (1) ta có: $7.p^4=7b(7b-6)\Rightarrow p^4=b(7b-6)$ Vì $a^2=7p^4+9\ge 7.5^4+9=4384\Rightarrow a\ge 67\Rightarrow 7b-3\ge 67\Leftrightarrow b\ge 10$ $\Rightarrow b=p^m\ (1\le m\le 4)$. Suy ra $p^4=p^m(7p^m-6)\Rightarrow p^{4-m}=7.p^m-6\Rightarrow 6\,\vdots\,p$ (loại do $p\ge 5$)	**0,25**
	Trường hợp 2: Nếu $(a-3)\,\vdots\,7\Rightarrow a=7b+3$ Khi đó thay vào (1) ta có: $7.p^4=7b(7b+6)\Rightarrow p^4=b(7b+6)$ Vì $a^2=7p^4+9\ge 7.5^4+9=4384\Rightarrow a\ge 67\Rightarrow 7b+3\ge 67\Rightarrow b\ge 10$ $\Rightarrow b=p^m\ (1\le m\le 4)$. Suy ra $p^4=p^m(7p^m+6)\Rightarrow p^{4-m}=7.p^m+6\Rightarrow 6\,\vdots\,p$ (loại do $p\ge 5$) **Vậy có hai cặp số** $(a;p)$ **cần tìm là** $(11;2)$; $(24;3)$	**0,25**
Câu 4	**Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn** $ABC\,(AB<AC)$ **nội tiếp đường tròn** (O)**. Gọi** M, N **lần lượt là trung điểm của các cạnh** AB, AC**. Đường thẳng** MN **cắt** (O) **tại các điểm** P, Q **(**P **thuộc cung nhỏ** $\overset{\frown}{AB}$ **và** Q **thuộc cung nhỏ** $\overset{\frown}{AC}$**). Lấy điểm** D **trên cạnh** BC **(**$D\ne B$; $D\ne C$**). Đường tròn ngoại tiếp tam giác** BDP **cắt** AB **tại điểm** I **(**I **khác** B**). Đường thẳng** DI **cắt** AC **tại** K**.** **1. Chứng minh rằng tứ giác** $AIPK$ **nội tiếp.** **2. .Chứng minh rằng** $\dfrac{PK}{PD}=\dfrac{QB}{QA}$**.** **3. Đường thẳng** CP **cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác** BDP **tại** G **(**G **khác** P**). Đường thẳng** IG **cắt đường thẳng** BC **tại điểm** E**. Chứng minh rằng khi điểm** D **di chuyển trên cạnh** BC **thì tỉ số** $\dfrac{CD}{CE}$ **không đổi.**	
Câu 4		

	 **Vẽ hình đúng để chứng minh ý a cho điểm.**	**0,5**
Ý 1	**1 (1,0 điểm). Chứng minh rằng tứ giác $AIPK$ nội tiếp**	
	Do tứ giác $BDIP$ nội tiếp nên $\widehat{PIK} = 180^0 - \widehat{PID} = \widehat{PBC}$.	**0,25**
	Lại do tứ giác $APBC$ nội tiếp nên $\widehat{PAK} = 180^0 - \widehat{PAC} = \widehat{PBC}$.	**0,25**
	Suy ra $\widehat{PIK} = \widehat{PAK}$.	**0,25**
	Do đó tứ giác $AIPK$ nội tiếp.	**0,25**
Ý 2		
	2 (1,0 điểm). Chứng minh rằng $\dfrac{PK}{PD} = \dfrac{QB}{QA}$.	
	Do các tứ giác $AIPK$ và $BDIP$ nội tiếp nên $\widehat{PKI} = \widehat{PAI}$ và $\widehat{PDI} = \widehat{PBI}$. Suy ra $\Delta PKD \sim \Delta PAB$ (g – g), do đó $\dfrac{PK}{PA} = \dfrac{PD}{PB} \Rightarrow \dfrac{PK}{PD} = \dfrac{PA}{PB}$ (1)	**0,25**
	Lại do tứ giác $APBQ$ nội tiếp nên $\widehat{MPB} = \widehat{MAQ}$ và $\widehat{MBP} = \widehat{MQA}$. Suy ra $\Delta MPB \sim \Delta MAQ$ (g – g), do đó $\dfrac{PB}{AQ} = \dfrac{MP}{MA}$ (2)	**0,25**
	Tương tự, $\Delta MAP \sim \Delta MQB$ (g – g), suy ra $\dfrac{AP}{QB} = \dfrac{MP}{MB} = \dfrac{MP}{MA}$ (do $MA = MB$) (3)	**0,25**
	Từ (2) và (3) ta suy ra $\dfrac{PB}{AQ} = \dfrac{AP}{QB} \Rightarrow \dfrac{QB}{QA} = \dfrac{PA}{PB}$ (4) Từ (1) và (4) ta đi đến $\dfrac{PK}{PD} = \dfrac{QB}{QA}$.	**0,25**
Ý 3	**3 (0,5 điểm).** **Đường thẳng CP cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BDP tại G (G khác P). Đường thẳng IG cắt đường thẳng BC tại điểm E. Chứng minh rằng khi điểm D di chuyển trên cạnh BC thì tỉ số $\dfrac{CD}{CE}$ không đổi.**	

Do các tứ giác $BDGI$ và $APBC$ nội tiếp nên $\widehat{PGI} = \widehat{PBI}$ và $\widehat{PBA} = \widehat{PCA}$, suy ra $\widehat{PGI} = \widehat{PCA}$. Do đó $IG // AC$ và $\dfrac{CD}{CE} = \dfrac{KD}{KI}$ (5)

Trên cạnh AB, lấy điểm J sao cho $\widehat{KPI} = \widehat{APJ}$.

Vì tứ giác $AIPK$ nội tiếp nên $\widehat{KPI} = 180^0 - \widehat{KAI} = \widehat{BAC}$ không đổi, vì thế J là điểm cố định, nghĩa là tỉ số $\dfrac{AB}{AJ}$ không đổi. (6)

0,25

Lại vì $\Delta PKI \sim \Delta PAJ\,(g.g) \Rightarrow \dfrac{PK}{PA} = \dfrac{KI}{AJ}$

Ta có $\Delta PKD \sim \Delta PAB\,(g.g) \Rightarrow \dfrac{PK}{PA} = \dfrac{KD}{AB}$

Suy ra $\dfrac{KI}{AJ} = \dfrac{KD}{AB} \Rightarrow \dfrac{KD}{KI} = \dfrac{AB}{AJ}$ (7)

Từ (5) và (7) dẫn đến $\dfrac{CD}{CE} = \dfrac{AB}{AJ}$.

Vậy khi D di chuyển trên BC thì $\dfrac{CD}{CE}$ không đổi.

0,25

Câu 5

Câu 5(1,0 điểm): Cho bảng ô vuông 3×3 (gồm ba dòng và ba cột). Người ta ghi tất cả các số thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ vào các ô vuông của bảng, mỗi ô vuông ghi một số, sao cho tổng các số trong mỗi bảng vuông con cỡ 2×2 đều bằng nhau.

1. Hãy chỉ ra một cách ghi các số vào bảng thỏa mãn yêu cầu bài toán?

2. Trong tất cả các cách ghi các số vào bảng thỏa mãn yêu cầu bài toán, tìm giá trị lớn nhất tổng các số trong mỗi bảng vuông con cỡ 2×2.

1. (0,5 điểm): Hãy chỉ ra một cách ghi các số vào bảng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

3	5	4
9	**1**	8
6	2	7

4	8	1
3	**9**	6
5	7	2

1	8	3
6	**5**	4
7	2	9

5	7	6
2	**3**	1
8	4	9

2	4	3
9	**7**	8
5	1	6

2	4	3
8	**9**	7
5	1	6

2. (0,5 điểm): Tìm giá trị lớn nhất của tổng bốn số ghi trên mỗi bảng con cỡ 2×2.

Tổng các số ghi trên bảng là $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$

Gọi x là số ghi ở ô vuông trung tâm (ô vuông thứ 5 tính từ trái qua phải, từ trên xuống dưới- hình vẽ), các ô còn lại ghi các số $a_1;\ a_2;a_3;a_4;b_1;\ b_2;b_3;b_4$

a_1	a_2	a_3
a_4	x	b_1
b_2	b_3	b_4

Tổng tất cả các số ghi trong bốn bảng con cỡ 2×2 là

$(a_1+a_2+x+a_4)+(a_2+a_3+b_1+x)+(a_4+x+b_3+b_2)+(x+b_1+b_4+b_3)$

$=(a_1+a_2+a_3+a_4+x+b_1+b_2+b_3+b_4)+(a_2+3x+a_4+b_1+b_3)$

$=45+2x+(x+a_2+a_4+b_1+b_3)$

0,25

Gọi T là tổng của các số ghi trong bảng con cỡ 2×2. Khi đó

$$4T=45+2x+(x+a_2+a_4+b_1+b_3)\le 45+2.9+(9+8+7+6+5)=98 \Rightarrow T\le \frac{98}{4}$$

Do T là số nguyên nên GTLN của T là 24

Một cách ghi các số vào bảng mà tổng các số trong bảng vuông con cỡ 2×2 bằng 24 .

1	8	4
6	**9**	3
2	7	5

0,25

------------ Hết ------------