

Câu 1. (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình $x^2 + 5x - 14 = 0$.
- 2) Giải phương trình $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$.
- 3) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$.

Câu 2. (1,0 điểm)

Rút gọn biểu thức $M = \left[\sqrt{(3 - \sqrt{5})^2} + \frac{8}{\sqrt{5} - 1} \right] : (\sqrt{5} + 1)$.

Câu 3. (2,25 điểm)

1) Vẽ đồ thị hàm số $(P): y = \frac{1}{2}x^2$.

2) Tìm tọa độ giao điểm của parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x - 2$ bằng phép tính.

3) Cho phương trình $x^2 + (m + 2)x - 4 = 0$ (m là tham số thực). Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 8$.

Câu 4. (1,5 điểm)

1) Một đội xe được giao nhiệm vụ vận chuyển 150 tấn hàng tiếp tế đến một khu vực có người đang bị cách ly do dịch Covid – 19. Theo kế hoạch phải hoàn thành trong một thời gian nhất định và biết rằng số tấn hàng mỗi ngày đội xe đó chở là như nhau. Vì tình hình cấp bách nên mỗi ngày đội xe đó đã chở nhiều hơn kế hoạch ban đầu là 5 tấn hàng, do đó đội xe đã hoàn thành nhiệm vụ được giao sớm hơn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch ban đầu đội xe phải hoàn thành nhiệm vụ trong bao nhiêu ngày?

2) Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có bán kính đáy 2 cm và chiều cao gấp 3 lần bán kính đáy.

Câu 5. (3,25 điểm)

Từ điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (A và B là hai tiếp điểm).

1) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp.

2) Vẽ tia Mx nằm giữa hai tia MA và MO . Tia Mx cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm C và điểm D (điểm C nằm giữa hai điểm M và D). Chứng minh hai tam giác MAC và MDA đồng dạng, rồi từ đó suy ra $\frac{MC}{MD} = \left(\frac{AC}{AD} \right)^2$.

3) Gọi H là giao điểm của OM và AB . Kẻ DK vuông góc với AB tại K , OP vuông góc với CD tại P , OQ vuông góc với HD tại Q . Chứng minh tứ giác $HKPQ$ là hình thang cân.

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Giải phương trình $x^2 + 5x - 14 = 0$.

2) Giải phương trình $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$.

3) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$.

Lời giải

1) Giải phương trình $x^2 + 5x - 14 = 0$

Ta có: $\Delta = 5^2 - 4 \cdot (-14) = 81, \sqrt{\Delta} = 9$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-5+9}{2} = 2; x_2 = \frac{-5-9}{2} = -7$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{2; -7\}$.

2) Giải phương trình $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$.

Đặt $x^2 = t (t \geq 0)$, phương trình ban đầu trở thành $t^2 + 8t - 9 = 0$

Ta có: $a+b+c = 1+8+(-9)=0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $t_1 = 1(tm); t_2 = -9(ktm.t \geq 0)$

Với $t=1 \Rightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Vậy phương trình ban đầu có tập nghiệm là $S = \{1; -1\}$.

3) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 2x + 4y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7y = -7 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x + 2 \cdot 1 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 5 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(5;1)$.

Câu 2. (1,0 điểm)

Rút gọn biểu thức $M = \left[\sqrt{(3-\sqrt{5})^2} + \frac{8}{\sqrt{5}-1} \right] : (\sqrt{5}+1)$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned}
M &= \left[\left| 3 - \sqrt{5} \right| + \frac{8}{\sqrt{5} - 1} \right] : (\sqrt{5} + 1) \\
&= \left[3 - \sqrt{5} + \frac{8}{\sqrt{5} - 1} \right] : (\sqrt{5} + 1) \\
&= \left[3 - \sqrt{5} + \frac{8(\sqrt{5} + 1)}{5 - 1} \right] : (\sqrt{5} + 1) \\
&= \left[3 - \sqrt{5} + \frac{8(\sqrt{5} + 1)}{4} \right] : (\sqrt{5} + 1) \\
&= \left[3 - \sqrt{5} + 2(\sqrt{5} + 1) \right] : (\sqrt{5} + 1) \\
&= (3 - \sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 2) : (\sqrt{5} + 1) \\
&= \frac{\sqrt{5} + 5}{\sqrt{5} + 1} = \frac{\sqrt{5}(1 + \sqrt{5})}{\sqrt{5} + 1} = \sqrt{5}
\end{aligned}$$

Câu 3. (2,25 điểm)

- 1) Vẽ đồ thị hàm số (P): $y = \frac{1}{2}x^2$.
- 2) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x - 2$ bằng phép tính.
- 3) Cho phương trình $x^2 + (m + 2)x - 4 = 0$ (m là tham số thực). Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 8$.

Lời giải

- 1) Vẽ đồ thị hàm số (P): $y = \frac{1}{2}x^2$.

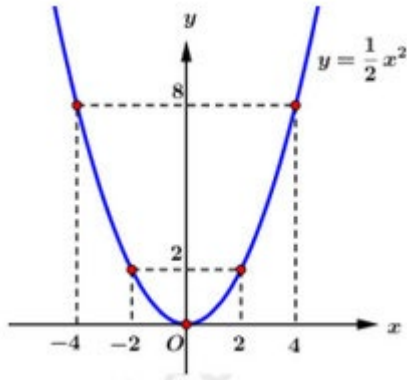
TXĐ: R

Lập bảng:

X	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ là một đường cong Parabol đỉnh O(0;0) nằm phía trên trục hoành, nhận trục Oy là trục đối xứng, điểm O là điểm thấp nhất của đồ thị.

Đồ thị:



2) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x - 2$ bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$\frac{1}{2}x^2 = 2x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

$$\text{Với } x=2 \Rightarrow y=2.2-2=2$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là (2;2).

3) Cho phương trình $x^2 + (m+2)x - 4 = 0$ (m là tham số thực). Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 8$.

$$\begin{aligned} \Delta &= (m+2)^2 - 4.1(-4) \\ \text{Ta có: } &= (m+2)^2 + 16 > 0 \end{aligned}$$

Với mọi m phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Theo hệ thức Vi-et ta có: $x_1 + x_2 = -m - 2$; $x_1 x_2 = -4$

$$x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 8$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 8$$

$$\Leftrightarrow -4(-m-2) = 8$$

$$\Leftrightarrow 4m + 8 = 8$$

$$\Leftrightarrow 4m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 0$$

Vậy $m=0$.

Câu 4. (1,5 điểm)

1) Một đội xe được giao nhiệm vụ vận chuyển 150 tấn hàng tiếp tế đến khu vực có người đang bị cách ly do dịch Covid-19. Theo kế hoạch phải hoàn thành trong một thời gian nhất định và biết rằng số tấn hàng mỗi ngày đội xe đó chở là như nhau. Vì tình hình cấp bách nên mỗi ngày đội xe đó đã chở nhiều hơn kế hoạch ban đầu là 5 tấn hàng, do đó đội xe đã hoàn thành nhiệm vụ được giao sớm hơn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch ban đầu đội xe phải hoàn thành nhiệm vụ trong bao nhiêu ngày?

2) Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có bán kính đáy 2cm và chiều cao gấp 3 lần bán kính đáy.

Lời giải

1) Một đội xe được giao nhiệm vụ vận chuyển 150 tấn hàng tiếp tế đến khu vực có người đang bị cách ly do dịch Covid-19. Theo kế hoạch phải hoàn thành trong một thời gian nhất định và biết rằng số tấn hàng mỗi ngày đội xe đó chở là như nhau. Vì tình hình cấp bách nên mỗi ngày đội xe đó đã chở nhiều hơn kế hoạch ban đầu là 5 tấn hàng, do đó đội xe đã hoàn thành nhiệm vụ được giao sớm hơn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch ban đầu đội xe phải hoàn thành nhiệm vụ trong bao nhiêu ngày?

Gọi số tấn hàng mỗi ngày đội xe phải phải chở theo kế hoạch là x (tấn) ($0 < x < 150$)

Số tấn hàng mỗi ngày đội xe phải chở theo thực tế là $x+5$ (tấn)

Thời gian hoàn thành nhiệm vụ theo kế hoạch là $\frac{150}{x}$ (ngày)

Thời gian hoàn thành nhiệm vụ theo kế hoạch là $\frac{150}{x+5}$ (ngày)

Do đó đội xe đã hoàn thành nhiệm vụ được giao sớm hơn 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned}\frac{150}{x} - \frac{150}{x+5} &= 1 \\ \Leftrightarrow \frac{150(x+5) - 150x}{x(x+5)} &= 1 \\ \Leftrightarrow 150x + 750 - 150x &= x^2 + 5x \\ \Leftrightarrow x^2 + 5x - 750 &= 0 \\ \Delta = 5^2 - 4.1.(-750) &= 3025 > 0\end{aligned}$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-5 + \sqrt{3025}}{2} = 25; x_2 = \frac{-5 - \sqrt{3025}}{2} = -30$

Với $x=25$ thỏa điều kiện.

Theo kế hoạch ban đầu đội phải hoàn thành trong $\frac{150}{25} = 6$ (ngày)

Vậy theo kế hoạch ban đầu đội phải hoàn thành trong 6 ngày.

2) Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có bán kính đáy 2cm và chiều cao gấp 3 lần bán kính đáy.

Chiều cao hình trụ là $2.3=6$ cm

Diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi 2.6 = 24\pi$ (cm²).

Câu 5. (3,25 điểm)

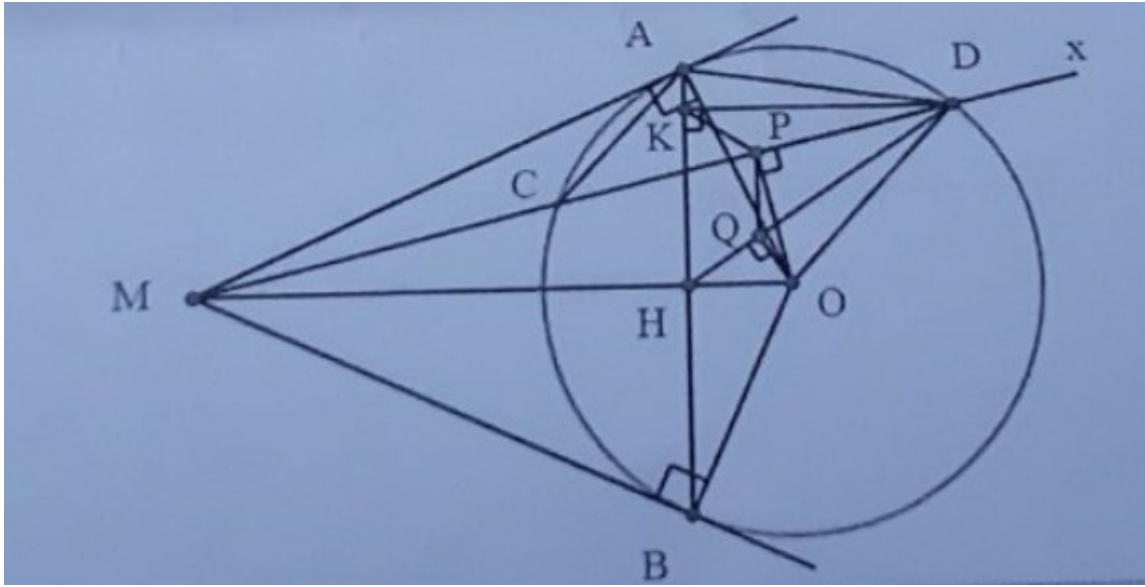
Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O; R) kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (A và B là hai tiếp điểm).

- 1) Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp.
- 2) Vẽ tia Mx nằm giữa hai tia MA và MO. Tia Mx cắt đường tròn (O; R) tại điểm C và điểm D (điểm C nằm giữa hai điểm M và D). Chứng minh hai tam giác MAC và MDA đồng dạng, rồi từ đó suy

$$\text{ra } \frac{MC}{MD} = \left(\frac{AC}{AD} \right)^2.$$

- 3) Gọi H là giao điểm của OM và AB. Kẻ DK vuông góc với AB tại K, OP vuông góc với CD tại P, OQ vuông góc với HD tại Q. Chứng minh tứ giác HKPQ là hình thang cân.

Lời giải



- 1) Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp.

Ta có: MA là tiếp tuyến của đường tròn (O) $\Rightarrow \widehat{MAO} = 90^\circ$

MB là tiếp tuyến của đường tròn (O) $\Rightarrow \widehat{MBO} = 90^\circ$

Tứ giác MAOB có $\widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau

Suy ra MAOB là tứ giác nội tiếp.

- 2) Vẽ tia Mx nằm giữa hai tia MA và MO. Tia Mx cắt đường tròn (O; R) tại điểm C và điểm D (điểm C nằm giữa hai điểm M và D). Chứng minh hai tam giác MAC và MDA đồng dạng, rồi từ đó suy ra

$$\frac{MC}{MD} = \left(\frac{AC}{AD} \right)^2.$$

Xét (O) có $\widehat{ADC} = \widehat{MAC}$ (góc nội tiếp với góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AC)

$$\Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{ADM}$$

Xét $\triangle MAC$ và $\triangle MDA$ có:

$\widehat{AMD}$ chung

$$\widehat{MAC} = \widehat{ADM} (cmt)$$

Vậy $\triangle MAC \sim \triangle MDA$ (g-g).

$$\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA}$$

$$\Rightarrow MA^2 = MC.MD.$$

$$\frac{MC}{MD} = \frac{MA^2}{MD^2} = \left(\frac{MA}{MD} \right)^2$$

$$\text{Mặt khác, } \triangle MAC \sim \triangle MDA \text{ (g-g)} \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{AC}{AD}$$

$$\text{Suy ra } \frac{MC}{MD} = \left(\frac{AC}{AD} \right)^2. (\text{đpcm})$$

3) Gọi H là giao điểm của OM và AB. Kẻ DK vuông góc với AB tại K, OP vuông góc với CD tại P, OQ vuông góc với HD tại Q. Chứng minh tứ giác HKPQ là hình thang cân.

Ta có:

OA=OB (=R) $\Rightarrow$ O thuộc đường trung trực của AB.

MA =MB (vì MA và MB là hai tiếp tuyến cắt nhau của (O) nên M thuộc trung trực của AB.

$\Rightarrow$ OM là trung trực của AB.

$\Rightarrow$ OM vuông góc với AB tại H.

Xét tam giác OAM vuông tại A, đường cao AH có: $OA^2=OH.OM$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông).

$$\text{Mà } OA=OD \Rightarrow OD^2=OH.OM \Rightarrow \frac{OH}{OD} = \frac{OD}{OM}.$$

Xét $\triangle ODH$ và $\triangle OMD$ có:

$\widehat{DOM}$ chung

$$\frac{OH}{OD} = \frac{OD}{OM}$$

Vậy $\triangle ODH \sim \triangle OMD$ (cgc).

$$\Rightarrow \widehat{ODH} = \widehat{ODM} \text{ (hai góc tương ứng).}$$

Ta có $KD \parallel OM$ (cùng vuông góc với AB)

$$\Rightarrow \widehat{KDP} = \widehat{ODM} \text{ (so le trong)}$$

$$\Rightarrow \widehat{ODH} = \widehat{PDK} \Rightarrow \widehat{ODH} + \widehat{HDP} = \widehat{PDK} + \widehat{HDP} \Rightarrow \widehat{ODP} = \widehat{HDK}$$

$$\text{Ta có } \widehat{ODP} + \widehat{DOP} = \widehat{HDK} + \widehat{KHD} (=90^\circ) \Rightarrow \widehat{DOP} = \widehat{KHD}$$

Xét tứ giác ODPQ có $\widehat{OPD} = \widehat{OQD} = 90^\circ$ (gt)

Mà hai góc này có đỉnh cùng nhìn cạnh OD

$\Rightarrow$ tứ giác ODPQ là tứ giác nội tiếp.

$$\Rightarrow \widehat{DOP} = \widehat{DQP} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung DP).}$$

Suy ra $\widehat{KHD} = \widehat{DQP} (= \widehat{DOP})$, mà hai góc này ở vị trí đồng vị bằng nhau.

$\Rightarrow PQ \parallel HK$

$\Rightarrow$ HKPQ là hình thang (1).

Xét $\triangle ODP$ và $\triangle HDK$ có:

$$\widehat{OPD} = \widehat{HKD} (= 90^0) \text{ và } \widehat{ODP} = \widehat{HDK} (cmt)$$

$$\text{Vậy } \triangle ODP \sim \triangle HDK \text{ (gg)} \Rightarrow \frac{OD}{HD} = \frac{PD}{KD}$$

Xét $\triangle ODH$ và $\triangle PDK$ có:

$$\widehat{ODH} = \widehat{PDK} (cmt) \text{ và } \frac{OD}{HD} = \frac{PD}{KD}$$

Vậy $\triangle ODH \sim \triangle PDK$ (cgc).

$$\Rightarrow \widehat{OHD} = \widehat{PKD} \text{ (hai góc tương ứng) .}$$

Mặt khác $\widehat{OHD} + \widehat{QHK} = 90^0$ và $\widehat{PKD} + \widehat{PKH} = 90^0$

Do đó $\widehat{QHK} = \widehat{PKH}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra HKPQ là hình thang cân (đpcm)