

Câu I (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $2x^2 - 4x + 4 = x + 1$.
2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x(y+2) - y(x+1) = 4 \\ 3x + y = 11. \end{cases}$$

Câu II (1,5 điểm). Cho biểu thức $P = \frac{a+6\sqrt{a}+9}{\sqrt{a}+3} + \frac{a-9}{\sqrt{a}-3}$, (với $a \geq 0; a \neq 9$).

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tính giá trị của biểu thức P khi $a = 19 - 6\sqrt{10}$.

Câu III (1,5 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = 2mx + 3 - 2m$ (với m là tham số).

1. Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;1)$.
2. Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ các điểm A, B . Tìm m để x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{14}$.

Câu IV (1,0 điểm). Lớp 9A giao cho An đi mua bánh và kẹo để tổ chức liên hoan. An mua tất cả 15 hộp bánh và 5 túi kẹo với số tiền phải trả là 850 nghìn đồng. Biết rằng, giá mỗi hộp bánh là như nhau, giá mỗi túi kẹo là như nhau và giá một hộp bánh hơn giá một túi kẹo là 10 nghìn đồng. Tính giá tiền để mua một hộp bánh và giá tiền để mua một túi kẹo.

Câu V (3,5 điểm). Cho đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng OA và E là điểm thuộc đường tròn tâm O (E không trùng với A và B). Gọi Ax và By là các tiếp tuyến tại A và B của đường tròn (O) (Ax, By cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm E). Qua điểm E kẻ đường thẳng d vuông góc với EI cắt Ax và By lần lượt tại M và N .

1. Chứng minh tứ giác $AMEI$ nội tiếp.
2. Chứng minh $\widehat{ENI} = \widehat{EBI}$ và $AE \cdot IN = BE \cdot IM$.
3. Gọi P là giao điểm của AE và MI ; Q là giao điểm của BE và NI . Chứng minh hai đường thẳng PQ và BN vuông góc với nhau.
4. Gọi F là điểm chính giữa của cung AB không chứa điểm E của đường tròn (O) . Tính diện tích tam giác OMN theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Câu VI (0,5 điểm). Cho 2 số a, b thỏa mãn $a + b \geq 1$ và $a > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{20a^2 + b}{4a} + 4b^2$.

--- HẾT ---

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Cán bộ coi thi thứ nhất.....Cán bộ coi thi thứ hai.....

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

(Hướng dẫn chấm gồm 5 trang)

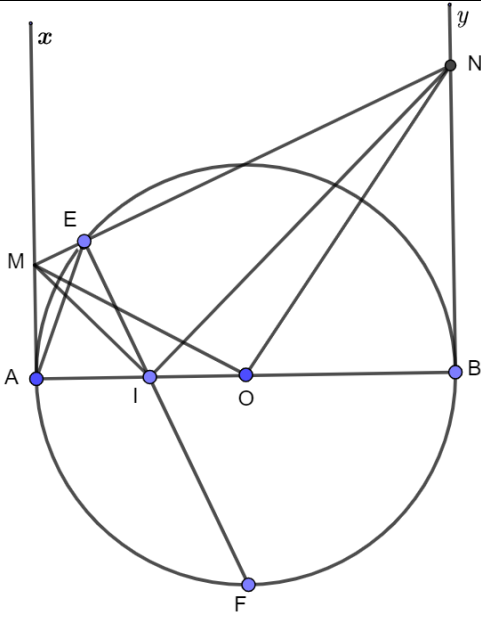
Lưu ý:

- Các cách giải đúng khác đáp án cho điểm tương ứng theo hướng dẫn chấm.
- Tổng điểm toàn bài không làm tròn.

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
I (2,0 điểm)	1 (1,0 điểm)	Giải phương trình $2x^2 - 4x + 4 = x + 1$.	
		Phương trình $2x^2 - 4x + 4 = x + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 0$	0,25
		Do $a + b + c = 2 - 5 + 3 = 0$	0,25
		nên phương trình có 2 nghiệm $x_1 = 1, x_2 = \frac{3}{2}$.	0,5
	2 (1,0 điểm)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(y+2) - y(x+1) = 4 \\ 3x + y = 11. \end{cases}$	
		Hệ phương trình đã cho tương đương với $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3x + y = 11 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 15 \\ 3x + y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 3x + y = 11 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 3.3 + y = 11 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$	0,25
		Vậy hệ phương trình đã cho có một nghiệm $(x; y) = (3; 2)$	
II (1,5 điểm)	Cho biểu thức $P = \frac{a+6\sqrt{a+9}}{\sqrt{a+3}} + \frac{a-9}{\sqrt{a-3}}$, (với $a \geq 0; a \neq 9$).		
	1. Rút gọn biểu thức P.		
	2. Tính giá trị của biểu thức P khi $a = 19 - 6\sqrt{10}$.		
	1 (1,0 điểm)	Rút gọn biểu thức P .	
		$P = \frac{(\sqrt{a+3})^2}{\sqrt{a+3}} + \frac{(\sqrt{a+3})(\sqrt{a-3})}{\sqrt{a-3}}$	0,5
		$= \sqrt{a+3} + \sqrt{a+3} = 2\sqrt{a+3}$	0,5
	2 (0,5 điểm)	Tính giá trị của biểu thức P khi $a = 19 - 6\sqrt{10}$.	
		$a = 19 - 6\sqrt{10} \Rightarrow P = 2\sqrt{19 - 6\sqrt{10}} + 6 = 2\sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2} + 6$	0,25
		$= 2 \sqrt{10} - 3 + 6 = 2(\sqrt{10} - 3) + 6 = 2\sqrt{10}$	0,25

III (1,5 điểm)	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = 2mx + 3 - 2m$ (với m là tham số). 1. Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;1)$. 2. Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ các điểm A, B. Tìm m để x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{14}$.		
	1 (0,5 điểm)	Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;1)$.	
		(d) đi qua $A(2;1)$ nên $1 = 2m \cdot 2 + 3 - 2m$	0,25
		$\Leftrightarrow m = -1$	0,25
	2 (1,0 điểm)	Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ các điểm A, B . Tìm m để x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{14}$.	
		Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là $x^2 = 2mx + 3 - 2m \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0(1)$	0,25
		$\Delta' = m^2 - (2m - 3) = (m - 1)^2 + 2 > 0$ với mọi m Vậy (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm A, B phân biệt.	0,25
		Do x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1) nên $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = 2m - 3 \end{cases}$ Để x_1, x_2 là độ dài 2 cạnh của một hình chữ nhật thì $\begin{cases} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m > 0 \\ 2m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{3}{2}$.	0,25
		Do x_1, x_2 là độ dài 2 cạnh của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{14}$ nên ta có $x_1^2 + x_2^2 = (\sqrt{14})^2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 14 \Leftrightarrow (2m)^2 - 2(2m - 3) = 14$ $\Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases} \Rightarrow m = 2$ (vì $m > \frac{3}{2}$)	0,25
IV (1,0 điểm)	Lớp 9A giao cho An đi mua bánh và kẹo để tổ chức liên hoan chia tay. An mua tất cả 15 hộp bánh và 5 túi kẹo với số tiền phải trả là 850 nghìn đồng. Biết rằng, giá mỗi hộp bánh là như nhau, giá mỗi túi kẹo là như nhau và giá một hộp bánh hơn giá một túi kẹo là 10 nghìn đồng. Tính giá tiền để mua một hộp bánh và giá tiền để mua một túi kẹo.		
	Gọi giá tiền một hộp bánh là x (nghìn đồng), giá tiền một gói kẹo là y (nghìn đồng) ĐK: $x > 0; y > 0$.		0,25
	Theo đầu bài 15 hộp bánh và 5 túi kẹo khi thanh toán là 850 nghìn đồng, nên ta có phương trình : $15x + 5y = 850(1)$		0,25
	Giá một hộp bánh nhiều hơn một túi kẹo là 10 nghìn đồng nên ta có phương trình: $x - y = 10(2)$		0,25

	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình sau: $\begin{cases} 15x + 5y = 850 \\ x - y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 35 \end{cases}$ Vậy giá tiền một hộp bánh là 45 nghìn đồng; một túi kẹo là 35 nghìn đồng.		0,25
V (3,5 điểm)	Cho đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng OA và E là điểm thuộc đường tròn tâm O (E không trùng với A và B). Gọi Ax và By là các tiếp tuyến tại A và B của đường tròn (O) (Ax, By thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm E). Qua điểm E kẻ đường thẳng d vuông góc với EI cắt Ax và By lần lượt tại M và N. 1. Chứng minh tứ giác $AMEI$ nội tiếp. 2. Chứng minh $\widehat{ENI} = \widehat{EBI}$ và $AE \cdot IN = BE \cdot IM$. 3. Gọi P là giao điểm của AE và MI; Q là giao điểm của BE và NI. Chứng minh hai đường thẳng PQ và BN vuông góc với nhau. 4. Gọi F là điểm chính giữa của cung AB không chứa điểm E của đường tròn (O). Tính diện tích tam giác OMN theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.		
	1 (1,0 điểm)	Chứng minh tứ giác $AMEI$ là tứ giác nội tiếp.	
		Xét tứ giác $AMEI$ có $\widehat{MAI} = 90^\circ$	0,5
		$\widehat{MEI} = 90^\circ$	0,25
		$\Rightarrow \widehat{MAI} + \widehat{MEI} = 180^\circ$ Vậy $AMEI$ là tứ giác nội tiếp	0,25
	2 (1,0 điểm)	Chứng minh: $\widehat{ENI} = \widehat{EBI}$ và $AE \cdot IN = BE \cdot IM$.	
		Tứ giác $AMEI$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EMI} = \widehat{EAI}$	0,25
		Tương tự ta có tứ giác $IBNE$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{ENI} = \widehat{EBI}$	0,25
		Xét $\triangle MIN$ và $\triangle AEB$ có $\widehat{ENI} = \widehat{EBI}$ và $\widehat{EMI} = \widehat{EAI}$ hay $\widehat{MNI} = \widehat{EBA}$ và $\widehat{NMI} = \widehat{EAB}$ Vậy $\triangle AEB$ và $\triangle MIN$ đồng dạng	0,25
		$\Rightarrow \frac{AE}{IM} = \frac{BE}{IN} \Rightarrow AE \cdot IN = BE \cdot IM$	0,25

	3 (0,75 điểm)	Gọi P là giao điểm của AE và MI ; Q là giao điểm của BE và NI . Chứng minh hai đường thẳng PQ và BN vuông góc nhau.	
		Ta có $\widehat{AEB} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)) $\Rightarrow \widehat{PEQ} = 90^\circ$ Mà $\triangle AEB$ và $\triangle MIN$ đồng dạng $\Rightarrow \widehat{MIN} = \widehat{AEB} = 90^\circ$ Tứ giác $PEQI$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EPQ} = \widehat{EIQ}$ (1)	0,25
		Tứ giác $IBNE$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EIQ} = \widehat{EBN}$ (2). Mà $\widehat{EBN} = \widehat{EAB}$ (3) (Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung EB của đường tròn (O))	0,25
		Từ (1), (2) và (3) suy ra $\Rightarrow \widehat{EPQ} = \widehat{EAB} \Rightarrow PQ \parallel AB$ Lại có $AB \perp BN$ suy ra $PQ \perp BN$	0,25
	4 (0,75 điểm)	Gọi F là điểm chính giữa của cung AB không chứa điểm E của đường tròn (O) . Tính diện tích tam giác OMN theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.	
			
		Tứ giác $AMEI$ nội tiếp nên $\widehat{AMI} = \widehat{AEF} = 45^\circ$ nên $\triangle AMI$ vuông cân tại A Chứng minh tương tự ta có $\triangle BNI$ vuông cân tại B $\Rightarrow AM = AI = \frac{R}{2}, BN = BI = \frac{3R}{2}$	0,25
		$S_{\triangle MOA} = \frac{1}{2} OA \cdot AM = \frac{R^2}{4}$ $S_{\triangle NOB} = \frac{1}{2} OB \cdot BN = \frac{3R^2}{4}$ $S_{\triangle ABNM} = (AM + BN) \frac{AB}{2} = 2R^2$	0,25
		Vậy $S_{\triangle MON} = S_{\triangle ABNM} - S_{\triangle MOA} - S_{\triangle NOB} = R^2$ (đvdt).	0,25

VI (0,5 điểm)	Cho 2 số a, b thỏa mãn $a+b \geq 1$ và $a > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{20a^2 + b}{4a} + 4b^2$.	
	$T = \frac{20a^2 + b}{4a} + 4b^2 \geq \frac{20a^2 + 1 - a}{4a} + 4b^2 = 5a + \frac{1}{4a} - \frac{1}{4} + 4b^2 = a + \frac{1}{4a} + 4a - \frac{1}{4} + 4b^2$	0,25
	Có $a + \frac{1}{4a} \geq 2\sqrt{a \cdot \frac{1}{4a}} = 1$	
	$4a - \frac{1}{4} + 4b^2 \geq 4(1-b) - \frac{1}{4} + 4b^2 = (2b-1)^2 + \frac{11}{4} \geq \frac{11}{4} \text{ với mọi } b$	0,25
	Do đó, $T \geq 1 + \frac{11}{4} = \frac{15}{4}$	
	$T = \frac{15}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4a} \\ 2b - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{2}$	
	Vậy giá trị nhỏ nhất của T bằng $\frac{15}{4}$ khi $a = b = \frac{1}{2}$	