SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NGHỆ AN	KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2022 – 2023
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	Môn thi: TOÁN *Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề*

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Tính $A=\sqrt{81}-\sqrt{36}+\sqrt{49}$.

b) Rút gọn biểu thức $P=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)\cdot\dfrac{x-\sqrt{x}}{2022}$, với $x>0$ và $x\neq 1$.

c) Xác định các hệ số a, b của hàm số $y=ax+b$, biết đồ thị của hàm số đi qua điểm $M(-1;3)$ và cắt trục tung tại điểm có tung dộ bằng -2.

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Giải phương trình $2x^2-9x+10=0$.

b) Cho phương trình $x^2+3x-1=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $T=\dfrac{3|x_1-x_2|}{x_1^2x_2+x_1x_2^2}$.

Câu 3 (1,5 điểm). Trong kỳ SEA Games 31 tổ chức tại Việt Nam, thú sao la được chọn làm linh vật. Một phân xưởng được giao sản xuất 420 thú nhồi bông sao la trong một thời gian dự định để làm quà tặng. Biết rằng nếu mỗi giờ phân xưởng sản xuất thêm 5 thú nhồi bông sao la thì sẽ rút ngắn được thời gian hoàn thành công việc là 2 giờ. Tính thời gian dự định của phân xưởng?

Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại $C\,(AC<BC)$, đường cao CK và đường phân giác trong BD $(K\in AB, D\in AC)$. Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt CK, AB lần lượt tại H và I.

a) Chứng minh $CDKI$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AD.AC=DH.AB$.

c) Gọi F là trung điểm AD. Đường tròn tâm I bán kính ID cắt BC tại M (M khác B) và cắt AM tại N(N khác M). Chứng minh B, N, F thẳng hàng.

Câu 5 (1,0 điểm). Giải phương trình $\sqrt{x^2+1}+3=\left(\dfrac{1}{x}-3\right)\left(\sqrt{9x^2-6x+2}+3\right)$.

……………**Hết**……………

LỜI GIẢI ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TỈNH NGHỆ AN

Được thực hiện bởi Nguyễn Nhất Huy, thầy Trịnh Văn Luân

Bài 1:

a) Tính $A = \sqrt{81} - \sqrt{36} + \sqrt{49}$.

b) Rút gọn biểu thức $P = \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \dfrac{x-\sqrt{x}}{2022}$, với $x > 0$ và $x \neq 1$.

c) Xác định hệ số a, b của hàm số $y = ax + b$, biết đồ thị của hàm số đi qua điểm $M(-1;3)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2.

Hướng dẫn giải

a) Ta có $A = \sqrt{9^2} - \sqrt{6^2} + \sqrt{7^2} = 9 - 6 + 7 = 10$.

b) Với $x > 0$ và $x \neq 1$, ta có:

$$\begin{aligned} P &= \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \dfrac{x-\sqrt{x}}{2022} \\ &= \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{2022} \\ &= \dfrac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{2022} \\ &= \dfrac{1}{2022}. \end{aligned}$$

c) Do đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua điểm $M(-1;3)$ nên $3 = -a + b \Leftrightarrow -a + b = 3 \quad (1)$.

Đồ thị hàm số $y = ax + b$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2, tức là đồ thị hàm số đi qua điểm $B(0;-2)$.

Suy ra $-2 = a \cdot 0 + b \Leftrightarrow b = -2$.

Thay vào (1) ta được $-a - 2 = 3 \Leftrightarrow a = -5$.

Vậy $a = -5; b = -2$.

Bài 2:

a) Giải phương trình $2x^2 - 9x + 10 = 0$.

b) Cho phương trình $x^2 + 3x - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $T = \dfrac{3|x_1 - x_2|}{x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2}$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có $\Delta = (-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 10 = 1 > 0$. Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt

$x_1 = \dfrac{-(-9)+\sqrt{1}}{2\cdot 2} = \dfrac{5}{2}$.; $x_2 = \dfrac{-(-9)-\sqrt{1}}{2\cdot 2} = 2$.

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \dfrac{5}{2}; x_2 = 2$.

b) Ta có $\Delta = 3^2 - 4\cdot 1\cdot(-1) = 13 > 0$, nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Theo định lý Viét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -3 \\ x_1x_2 = -1. \end{cases}$

Có $(|x_1 - x_2|)^2 = x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2 = (-3)^2 - 4(-1) = 13$.

Suy ra $|x_1 - x_2| = \sqrt{13}$.

Và $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = x_1x_2(x_1+x_2) = (-1)\cdot(-3) = 3$..

Vậy $T = \dfrac{3\sqrt{13}}{3} = \sqrt{13}$.

Bài 2:

Trong kỳ SEA Games 31 tổ chức tại Việt Nam, thú sao la được chọn làm linh vật. Một phân xưởng được giao sản xuất 420 thú nhồi bông sao la trong một thời gian dự định để làm quà tặng. Biết rằng nếu mỗi giờ phân xưởng sản xuất thêm 5 thú nhồi bông sao la thì sẽ rút ngắn thời gian hoàn thành công việc là 2 giờ. Tính thời gian dự định của phân xưởng.

Hướng dẫn giải

Gọi thời gian dự định sản xuất sao la nhồi bông của phân xưởng là x (giờ, $x > 0$).

Khi đó năng suất dự định của phân xưởng là $\dfrac{420}{x}$ (sản phẩm/ giờ).

Thời gian thực tế của phân xưởng là $x - 2$ (giờ).

Năng suất thực tế của phân xưởng là $\dfrac{420}{x-2}$ (sản phẩm / giờ).

Do thực tế mỗi giờ phân xưởng sản xuất thêm 5 thú nhồi bông nên ta có phương trình

$$\begin{aligned}
&\frac{420}{x-2} - \frac{420}{x} = 5 \\
&\Leftrightarrow \frac{420x}{x(x-2)} - \frac{420(x-2)}{x(x-2)} = \frac{5x(x-2)}{x(x-2)} \\
&\Rightarrow 420x - 420x + 840 = 5x^2 - 10x \\
&\Leftrightarrow 5x^2 - 10x - 840 = 0 \\
&\Leftrightarrow x^2 - 2x - 168 = 0.
\end{aligned}$$

Ta có $\Delta' = (-1)^2 - 1\cdot(-168) = 169 > 0$. Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt. $x_1 = 14$ (thoả mãn); $x_2 = -12$ (loại).

Vậy thời gian dự định của phân xưởng là 14 giờ.

Bài 4:

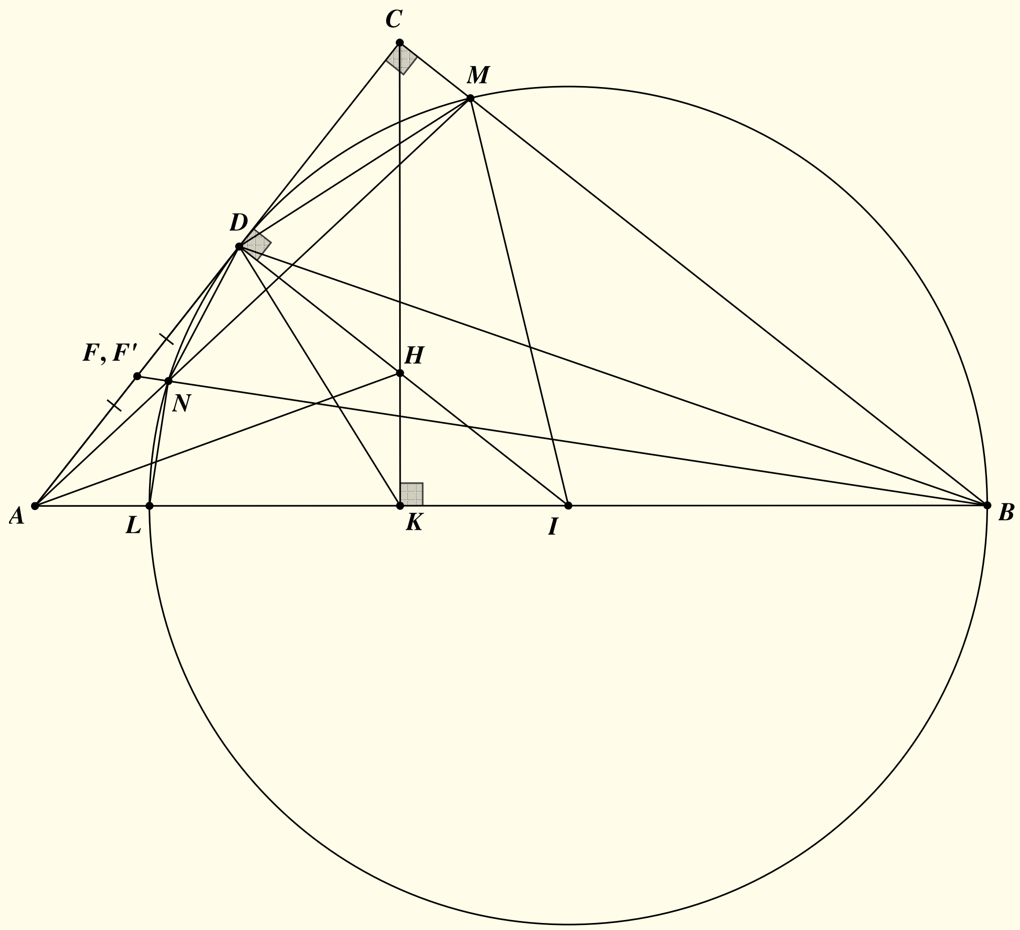
Cho tam giác ABC vuông tại C ($AC < BC$), đường cao CK và đường phân giác trong BD ($K \in AB, D \in AC$). Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt CK, AB lần lượt tại H và I.

a) Chứng minh $CDKI$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AD \cdot AC = DH \cdot AB$.

c) Gọi F là trung điểm AD. Đường tròn tâm I bán kính ID cắt BC tại M (M khác B) và cắt AM tại N (N khác M). Chứng minh B, N, F thẳng hàng.

Hướng dẫn giải



a) Theo giả thiết vì CK là đường cao và DI vuông góc AC nên ta có

$$\widehat{CDI} = \widehat{CKI} = 90^\circ$$

Suy ra tứ giác $CDKI$ là tứ giác nội tiếp.

b) Vì BD là phân giác nên theo tính chất đường phân giác ta có

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}. \qquad (1)$$

Vì $\widehat{CAB}$ chung, $\widehat{AKC} = \widehat{ACB} = 90°$. nên $\Delta ACK \backsim \Delta ABC$(g.g). Do đó ta được

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CK}. \tag{2}$$

Từ (1) và (2) ta được tỷ lệ thức

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CK} \Leftrightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{CK}{CD} \tag{3}$$

Vì $CDKI$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{ADK} = \widehat{AIC}$, $\widehat{CAI}$ chung nên $\Delta ADK \backsim \Delta AIC$(g.g). Do đó ta được

$$AD \cdot AC = AK \cdot AI. \tag{4}$$

Vì DI, CB cùng vuông góc với AC nên $DI \parallel CB$. Theo định lý Thales ta được

$$\frac{AB}{AI} = \frac{AC}{AD}. \tag{5}$$

Vì $\widehat{DCH}$ chung, $\widehat{CDH} = \widehat{CKA} = 90°$ nên $\Delta CDH \backsim \Delta CKA$(g.g). Do đó ta được

$$\frac{AK}{DH} = \frac{CK}{CD}. \tag{6}$$

Từ $(3), (5)$ và (6) ta được

$$\frac{AK}{DH} = \frac{AB}{AI} \Leftrightarrow AK \cdot AI = DH \cdot AB$$

Kết hợp với (4) ta được $AD \cdot AC = AK \cdot AI = DH \cdot AB$.

Vậy bài toán được chứng minh.

c) Ta có $\widehat{IDB} = \widehat{CBD} = \widehat{IBD}$(so le trong vì $DI \parallel CB$ và BD là phân giác $\widehat{CBA}$).

Do đó ΔIBD cân tại I suy ra $ID = IB$ hay B thuộc (I, ID).

Vì $ID \perp AC$ nên AC là tiếp tuyến của (I, ID).

Gọi F' là giao của BN với AC, L là giao của (I, ID) với AB.

Vì $F'D$ là tiếp tuyến của (I, ID) (do AC là tiếp tuyến) nên

$$F'D^2 = F'N \cdot F'B. \tag{*}$$

Vì tứ giác $LNMB$ nội tiếp (I, ID) nên $\widehat{NLB} = \widehat{CMA}$ mà theo giả thiết ta có $\widehat{MCA} = \widehat{BNL} = 90°$ (vì BL là đường kính) nên $\Delta MCA \backsim \Delta LNB$(g.g) suy ra

$$\widehat{F'BA} = \widehat{NBL} = \widehat{MAC} = \widehat{F'AN}$$

Kết hợp với góc $\widehat{AF'B}$ chung ta được $\Delta AF'N \backsim \Delta BF'A$(g.g) do đó ta được tỷ lệ thức

$$\frac{F'N}{F'A} = \frac{F'A}{F'B} \Leftrightarrow F'A^2 = F'N \cdot F'B. \tag{**}$$

Từ $(*)$ và $(**)$ ta suy ra $F'D = F'A$ hay F' là trung điểm AD nên F' trùng F.

Vậy B, N, F thẳng hàng.

Bài 5:

Giải phương trình $\sqrt{x^2+1}+3=\left(\dfrac{1}{x}-3\right)\left(\sqrt{9x^2-6x+2}+3\right) \quad (1).$

Hướng dẫn giải

Điều kiện $x \neq 0$.

Nhận thấy $VT=\sqrt{x^2+1}+3>0$, với mọi $x \neq 0$.

Khi đó để phương trình có nghiệm thì vế phải của (1) phải lớn hơn 0.

Hay $\left(\dfrac{1}{x}-3\right)\left(\sqrt{9x^2-6x+2}+3\right)>0$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x}-3>0 \text{ do } \left(1\sqrt{(1-3x)^2+1}+3>0 \quad \forall x \neq 0\right)$$
$$\Leftrightarrow \frac{1-3x}{x}>0 \Leftrightarrow 0<x<\frac{1}{3}.$$

Ta có $\sqrt{x^2+1}+3=\left(\dfrac{1}{x}-3\right)\left(\sqrt{9x^2-6x+2}+3\right)$

$$\Leftrightarrow x\sqrt{x^2+1}+3x=(1-3x)\left(\sqrt{(1-3x)^2+1}+3\right)$$
$$\Leftrightarrow x\left(\sqrt{x^2+1}+3\right)=(1-3x)\left(\sqrt{(1-3x)^2+1}+3\right).$$

Đặt $1-3x=t$ (điều kiện $t>0$).

Khi đó phương trình trở thành: $x\left(\sqrt{x^2+1}+3\right)=t\left(\sqrt{t^2+1}+3\right)$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^4+x^2}-\sqrt{t^4+t^2}+3\cdot(x-t)=0$$
$$\Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x^4+x^2}-\sqrt{t^4+t^2})(\sqrt{x^4+x^2}+\sqrt{t^4+t^2})}{\sqrt{x^4+x^2}+\sqrt{t^4+t^2}}+3(x-t)=0$$
$$\Leftrightarrow \frac{(x^4-t^4)+(x^2-t^2)}{\sqrt{x^4+x^2}\sqrt{t^4+t^2})}+3(x-t)=0$$
$$\Leftrightarrow \frac{(x-t)(x+t)(x^2+t^2)+(x-t)(x+t)}{\sqrt{x^4+x^2}+\sqrt{t^4+t^2}}+3(x-t)=0$$
$$\Leftrightarrow (x-t)\left(\frac{(x+t)(x^2+t^2+1)}{\sqrt{x^4+x^2}+\sqrt{t^4+t^2}}+3\right)=0.$$
$$\Leftrightarrow x-t=0 \quad \text{do } \frac{(x+t)(x^2+t^2+1)}{\sqrt{x^4+x^2}+\sqrt{t^4+t^2}}+3>0$$
$$\Leftrightarrow x=t.$$

Suy ra $x=1-3x \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{4}$ (thoả mãn).

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{1}{4}$.