SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2022 - 2023**

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Trong các câu sau, mỗi câu chỉ có một lựa chọn đúng. Em hãy ghi vào bài làm chữ cái in hoa đứng trước lựa chọn đúng (Ví dụ: Câu 1 *nếu chọn* A *là đúng thì viết* 1.A).

Câu 1. Biểu thức $P = \dfrac{2022}{x}$ có nghĩa khi và chỉ khi

A. $x<0.$ **B.** $x>0.$ **C.** $x\neq 0.$ **D.** $x=0.$

Câu 2. Hàm số $y = mx + 2023$ (m là tham số) nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $m\le 0.$ **B.** $m<0.$ **C.** $m>0.$ **D.** $m\ge 0.$

Câu 3. Tích hai nghiệm của phương trình $x^2-8x+5=0$ là

A. 8. **B.** -8. **C.** -5. **D.** 5.

Câu 4. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=a, AD=2a\ (a>0)$. Khi đó bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}.$ **B.** $a.$ **C.** $a\sqrt{5}.$ **D.** $2a.$

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 5 (1,25 điểm). Giải phương trình $x^2-5x-6=0.$

Câu 6 (1,25 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x+y=3 \\ 3x+2y=4 \end{cases}$

Câu 7 (1,0 điểm). Cho Parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $d: y=-2x+m-1$ (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$ sao cho $(y_1+y_2)^2=110-x_1^2-x_2^2.$

Câu 8 (1,0 điểm). Một phân xưởng theo kế hoạch phải may 900 bộ quần áo trong một thời gian quy định, mỗi ngày phân xưởng may được số bộ quần áo là như nhau. Khi thực hiện, do cải tiến kỹ thuật nên mỗi ngày phân xưởng may thêm được 10 bộ quần áo và hoàn thành kế hoạch trước 3 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng may được bao nhiêu bộ quần áo?

Câu 9 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn, nội tiếp đường tròn $(O;R)$ và $AB<AC$. Ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC (D, E, F là chân các đường cao) đồng quy tại điểm H. Kẻ đường kính AK của đường tròn $(O;R)$. Gọi M là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AK.

a) Chứng minh rằng tứ giác $BCEF$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh rằng tam giác ABD đồng dạng với tam giác AKC và MD song song với BK.

c) Giả sử hai đỉnh B, C cố định trên đường tròn $(O;R)$ và đỉnh A di động trên cung lớn BC của đường tròn $(O;R)$. Chứng minh rằng đường thẳng MF luôn đi qua một điểm cố định và tìm vị trí của đỉnh A sao cho diện tích tam giác AEH lớn nhất.

Câu 10 (0,5 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $x+y+z=1$. Chứng minh rằng

$$\frac{yz}{x^2+xyz}+\frac{zx}{y^2+xyz}+\frac{xy}{z^2+xyz}\ge \frac{1}{4x}+\frac{1}{4y}+\frac{1}{4z}.$$

——— HẾT ———

Học sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC ĐỀ CHÍNH THỨC	KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT Năm học: 2022 – 2023 Môn thi: TOÁN *Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề)*

HƯỚNG DẪN GIẢI

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Mỗi câu đúng được 0,5 điểm

Câu	1	2	3	4
Đáp án	C	B	D	A

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 5. *Giải phương trình* $x^2-5x-6=0$

Ta có: $a-b+c=1-(-5)+6=0$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1=-1;\ x_2=6$.

Câu 6. *Giải hệ phương trình* $\begin{cases}2x+y=3\\3x+2y=4\end{cases}$

Ta có: $\begin{cases}2x+y=3\\3x+2y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x+2y=6\\3x+2y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\3.2+2y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x;y)=(2;-1)$.

Câu 7. *Cho Parabol* $(P):y=x^2$ *và đường thẳng* $d:y=-2x+m-1$ *(với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt* $A(x_1;y_1)$ *và* $B(x_2;y_2)$ *sao cho* $(y_1+y_2)^2=110-x_1^2-x_2^2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của *d* và *(P)* là:

$$x^2=-2x+m-1\Leftrightarrow x^2+2x-m+1=0\quad(1)$$

Để *d* và *(P)* cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Delta'>0\Leftrightarrow 1^2-1.(-m+1)>0\Leftrightarrow m>0$$

Theo Vi – ét ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=-2\\x_1x_2=-m+1\end{cases}$

Vì *A, B* là 2 điểm thuộc *d* nên ta có $y_1=-2x_1+m-1;\ y_2=-2x_2+m-1$ thay vào đề bài ta được:

$$(y_1+y_2)^2=110-x_1^2-x_2^2$$

$$\Leftrightarrow(-2x_1+m-1-2x_2+m-1)^2=110-x_1^2-x_2^2$$

$$\Leftrightarrow\left[-2(x_1+x_2)+2m-2\right]^2-110+x_1^2+x_2^2=0$$

$$\Leftrightarrow\left[-2(x_1+x_2)+2m-2\right]^2-110+(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=0$$

Thay $\begin{cases}x_1+x_2=-2\\x_1x_2=-m+1\end{cases}$ vào phương trình trên ta được:

$$(4+2m-2)^2-110+(-2)^2-2(-m+1)=0$$

$$\Leftrightarrow(2m+2)^2+2m-108=0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2+10m-104=0$$

$$\Leftrightarrow 2m^2+5m-52=0$$

Ta có: $\Delta_m = 441 > 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m_1 = 4\,(TMĐK) \\ m_2 = \dfrac{-13}{2}\,(L) \end{array}\right.$

Vậy với $m = 4$ thì đường thẳng *d* cắt Parabol *(P)* tại hai điểm phân biệt *A, B* thỏa mãn đề bài.

Câu 8. *Một phân xưởng theo kế hoạch phải may 900 bộ quần áo trong một thời gian quy định, mỗi ngày phân xưởng may được số bộ quần áo là như nhau. Khi thực hiện, do cải tiến kĩ thuật nên mỗi ngày phân xưởng may thêm được 10 bộ quần áo và hoàn thành kế hoạch trước 3 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng may được bao nhiêu bộ quần áo?*

Gọi số bộ quần áo phân xưởng may được theo kế hoạch là x $\left(x \in \mathbb{N}^*;\ x < 900\right)$

Thực tế mỗi ngày phân xưởng may được $x + 10$ bộ

Theo kế hoạch thời gian phân xưởng hoàn thành 900 bộ là $\dfrac{900}{x}$ ngày

Thực tế thời gian phân xưởng hoàn thành 900 bộ là $\dfrac{900}{x+10}$ ngày

Theo đề bài, do hoàn thành sớm hơn kế hoạch 3 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{900}{x} - \frac{900}{x+10} = 3$$

$$\Leftrightarrow 900(x+10) - 900x = 3x(x+10)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 3000 = 0$$

$$\Delta' = 3025 > 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 50\ \ (TMĐK) \\ x_2 = -60\ \ (L) \end{array}\right.$$

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng may được 50 bộ quần áo.

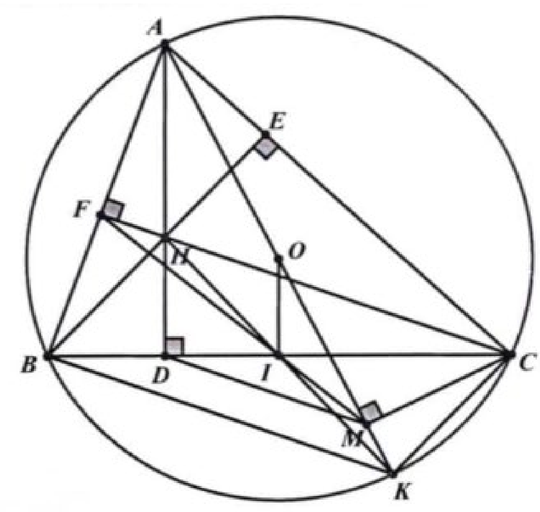
Câu 9.

Cho tam giác ABC nhọn, nội tiếp đường tròn $(O;R)$ và $AB < AC$. Ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC (D, E, F là chân các đường cao) đồng quy tại điểm H. Kẻ đường kính AK của đường tròn $(O;R)$. Mọi M là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AK.

a) Chứng minh rằng tứ giác BCEF nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh rằng tam giác ABD đồng dạng với tam giác AKC và MD song song với BK.

c) Giả sử hai đỉnh B, C cố định trên đường tròn $(O;R)$ và đỉnh A di động trên cung lớn BC của đường tròn $(O;R)$. Chứng minh rằng đường thẳng MF luôn đi qua một điểm cố định và tìm vị trí của đỉnh A sao cho diện tích tam giác AEH lớn nhất.



a) Do $BE \perp AC \Rightarrow \widehat{BEC} = 90°$

$CF \perp AB \Rightarrow \widehat{BFC} = 90°$

Tứ giác $BCEF$ có $\widehat{BEC}=\widehat{BFC}=90^\circ$ nên $BCEF$ nội tiếp đường tròn

b) Xét $\triangle ADB$ và $\triangle AKC$ ta có:

$$\widehat{ADB}=\widehat{ACK}=90^\circ$$

$$\widehat{ABD}=\widehat{AKC}\left(=\frac{1}{2}\text{sđ}\,\widehat{AC}\right)$$

$\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle AKC\left(g-g\right)$

Xét tứ giác $ADMC$ có: $\widehat{ADC}=\widehat{AMC}\left(=90^\circ\right)\Rightarrow ADMC$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{AMD}=\widehat{ACD}\left(=\frac{1}{2}\text{sđ}\,\widehat{AD}\right)$ (1)

Mà tứ giác $ABKC$ nội tiếp đường tròn *(O)*

$\Rightarrow \widehat{AKB}=\widehat{ACD}=\widehat{ACB}\left(=\frac{1}{2}\widehat{AB}\right)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{AMD}=\widehat{AKB}$

Mà 2 góc ở vị trí đồng vị nên $MD \,//\, BK$.

c) Gọi giao điểm của MF và BC là I.

Ta có: $\widehat{ABK}=90^\circ \Rightarrow BK\perp AB$

Mà $CF\perp AB \Rightarrow BK//CF$

Mặt khác $BK//DM \Rightarrow DM//CF \Rightarrow \widehat{MDC}=\widehat{CDF}$ (3)

Tứ giác $ADMC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MDC}=\widehat{MAC}$ (4)

Tứ giác $AFMC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MAC}=\widehat{MFC}$ (5)

Từ (3), (4) và (5) suy ra $\widehat{DCF}=\widehat{MFC}$ hay $\widehat{ICF}=\widehat{IFC}$

Suy ra tam giác IFC cân tại $I \Rightarrow IF=IC$ (6)

Ta lại có: $\widehat{IFC}+\widehat{IFB}=90^\circ$; $\widehat{IBF}+\widehat{ICF}=90^\circ \Rightarrow \widehat{IFB}=\widehat{IBF}$

Suy ra tam giác BFI cân tại $I \Rightarrow IB=IF$ (7)

Từ (6) và (7) suy ra $IB=IC$ hay I là trung điểm của BC cố định

Vậy MF luôn đi qua điểm cố định là trung điểm của BC

+) Ta có $BHCK$ là hình hình hanfh, mà I là trung điểm của BC nên I là trung điểm của HK

Lại có O là trung điểm của AK suy ra OI là đường trung bình của tam giác $AHK \Rightarrow OI=\frac{1}{2}AH$

Ta có $S_{AHE}=\frac{1}{2}HE.AE\le \frac{1}{2}.\frac{HE^2+AE^2}{2}=\frac{1}{4}AH^2=OI^2$

Dấu "=" xảy ra khi $AE=HE \Leftrightarrow \triangle AHE$ vuông cân tại E

$\Rightarrow \widehat{AHE}=45^\circ \Rightarrow \widehat{ACB}=45^\circ$ (cùng bù với $\widehat{EHD}$)

Vậy diện tích tam giác AEH lớn nhất bằng OI^2.

Câu 10.

Cho *x, y, z* là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $x+y+z=1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{yz}{x^2+xyz}+\frac{zx}{y^2+xyz}+\frac{xy}{z^2+xyz}\ge \frac{1}{4x}+\frac{1}{4y}+\frac{1}{4z}$$

Đặt $A=\frac{yz}{x^2+xyz}+\frac{zx}{y^2+xyz}+\frac{xy}{z^2+xyz}$

Ta có: $\frac{yz}{x^2+yz}=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+yz}=\frac{1}{x}-\frac{1}{x\left(x+y+z\right)+yz}=\frac{1}{x}-\frac{1}{\left(x+y\right)\left(y+z\right)}$

Tương tự, ta có:

$$\frac{yz}{y^2+xyz}=\frac{1}{y}-\frac{1}{(y+z)(y+x)}$$

$$\frac{xy}{z^2+xyz}=\frac{1}{z}-\frac{1}{(z+x)(z+y)}$$

Ta có:

$$A=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}-\left[\frac{1}{(x+y)(x+z)}+\frac{1}{(y+x)(y+z)}+\frac{1}{(z+y)(z+x)}\right]$$

$$=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{x}-\frac{2}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

Mà $(x+y)(y+z)(z+x)\geq\frac{8}{9}(x+y+z)(xy+yz+zx)=\frac{8}{9}(xy+yz+zx)$ (1)

$$(xy+yz+zx)^2\geq 3xyz(x+y+z)=3xyz$$

$$\Rightarrow (xy+yz+zx)\geq\frac{3xyz}{xy+yz+zx} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $(x+y)(y+z)(z+x)\geq\frac{8}{9}.\frac{3xyz}{xy+yz+zx}=\frac{8}{3}.\frac{xyz}{xy+yz+zx}$

Suy ra $A\geq\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}-2.\frac{3}{8}.\frac{xy+yz+zx}{xyz}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}-\frac{3}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)=\frac{1}{4x}+\frac{1}{4y}+\frac{1}{4z}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=y=z=\frac{1}{3}$.

_____ THCS.TOANMATH.com _____