

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1: Điều kiện để hàm số $y = (-m + 3)x - 3$ đồng biến trên \mathbb{R} là:

- A. $m = 3$ B. $m \leq 3$ C. $m \geq 3$ D. $x \neq 3$

Câu 2: Cho hàm số $y = -3x^2$ kết luận nào sau đây đúng.

- A. $y = 0$ là giá trị lớn nhất của hàm số
B. $y = 0$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số
C. Không xác định được giá trị lớn nhất của hàm số trên.
D. Xác định được giá trị nhỏ nhất của hàm số trên.

Câu 3: Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{2019 - \frac{2019}{x}}$ là:

- A. $x \neq 0$ B. $x \geq 1$ C. $x \geq 1$ hoặc $x < 0$ D. $0 < x \leq 1$

Câu 4: Cho phương trình $x - 2y = 2(1)$, phương trình nào trong các phương trình sau đây kết hợp với (1) để được phương trình vô số nghiệm.

- A. $2x - 3y = 3$ B. $2x - 4y = -4$ C. $-\frac{1}{2}x + y = -1$ D. $\frac{1}{2}x - y = -1$

Câu 5: Biểu thức $\sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2} - \sqrt{5}$ có kết quả là:

- A. $3 + 2\sqrt{5}$ B. $3 - 2\sqrt{5}$ C. $2 - 3\sqrt{5}$ D. -3

Câu 6: Cho hai phương trình $x^2 - 2x + a = 0$ và $x^2 + x + 2a = 0$. Để hai phương trình cùng vô nghiệm thì:

- A. $a > 1$ B. $a < 1$ C. $a > \frac{1}{8}$ D. $a < \frac{1}{8}$

Câu 7: Cho đường tròn $(O; R)$ và một dây cung $AB = R$. Khi đó số đo cung nhỏ AB là:

- A. 60° B. 120° C. 150° D. 100°

Câu 8: Đường tròn là hình:

- A. Không có trục đối xứng C. Có một trục đối xứng
B. Có hai trục đối xứng D. Có vô số trục đối xứng

Câu 9: Cho phương trình $x^2 - x - 4 = 0$ có nghiệm x_1, x_2 . Biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$ có giá trị là:

- A. $A = 28$ B. $A = -13$ C. $A = 13$ D. $A = 18$

Câu 10: Thể tích hình cầu thay đổi như thế nào nếu bán kính hình cầu tăng gấp 2 lần:

- A. Tăng gấp 16 lần B. Tăng gấp 4 lần
C. Tăng gấp 8 lần D. Tăng gấp 2 lần

Câu 11: Diện tích hình tròn ngoại tiếp một tam giác đều cạnh a là:

- A. πa^2 B. $\frac{3\pi a^2}{4}$ C. $3\pi a^2$ D. $\frac{\pi a^2}{3}$

Câu 12: Cho tam giác ABC vuông tại A. khi đó trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\frac{AB}{AC} = \frac{\cos C}{\cos B}$ B. $\sin B = \cos C$ C. $\sin B = \tan C$ D. $\tan B = \cos C$

PHẦN II: TỰ LUẬN (7 điểm)

Bài 1. (1,0 điểm) Rút gọn biểu thức $A = \frac{4 + \sqrt{8} + \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{6}}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$

Bài 2. (1,5 điểm) không sử dụng máy tính cầm tay, hãy giải các phương trình và hệ phương trình sau:

- a) $5x^2 + 13x^2 - 6 = 0$ b) $x^4 + 2x^2 - 15 = 0$ c) $\begin{cases} 3x - 4y = 17 \\ 5x + 2y = 11 \end{cases}$

Bài 3. (1,5 điểm)

- a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy vẽ parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$
- b) Tìm m để đường thẳng (d): $y = (m - 1)x + \frac{1}{2}m^2 + m$ đi qua điểm $M(1; -1)$
- c) Chứng minh rằng parabol (P) luôn cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt A và B. Gọi $x_1; x_2$ là hoành độ hai điểm A, B. Tìm m sao cho $x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2 > 2019$

Bài 4. (2,5 điểm)

Cho đường tròn tâm (O) với dây AB cố định không phải đường kính. Gọi C là điểm thuộc cung lớn AB sao cho tam giác ABC nhọn. M, N lần lượt là điểm chính giữa của cung nhỏ AB; AC. Gọi I là giao điểm của BN và CM. Dây MN cắt AB và AC lần lượt tại H và K.

- a) Chứng minh tứ giác BMHI nội tiếp.
b) Chứng minh $MK \cdot MN = MI \cdot MC$
c) chứng minh tam giác AKI cân tại K.

Bài 5: Với $x \neq 0$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{x^2 - 3x + 2019}{x^2}$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM

1.B	2.A	3.C	4.C	5.B	6.A
7.A	8.D	9.C	10.C	11.D	12.B

PHẦN II: TỰ LUẬN

$$\begin{aligned} \text{Bài 1: } A &= \frac{4 + \sqrt{8} + \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{6}}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{4 + 2\sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{2}\sqrt{3}}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} \\ &= \frac{4 + 3\sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{2}\sqrt{3}}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{(2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) + (2\sqrt{2} + 2 - \sqrt{2}\sqrt{3})}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} \\ &= \frac{(2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) + \sqrt{2}(2 + \sqrt{2} - \sqrt{3})}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{(2 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2})}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} = 1 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

Vậy $A = 1 + \sqrt{2}$

Bài 2:

a) $5x^2 + 13x^2 - 6 = 0$

Ta có $\Delta = 13^2 + 4.5.6 = 289 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 17$

$$\Rightarrow \text{phương trình có hai nghiệm phân biệt } \begin{cases} x_1 = \frac{-13+17}{2.5} = \frac{2}{5} \\ x_2 = \frac{-13-17}{2.5} = -3 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S = \left\{ \frac{2}{5}; -3 \right\}$

b) $x^4 + 2x^2 - 15 = 0$

Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$ khi đó ta có phương trình: $t^2 + 2t - 15 = 0 \Leftrightarrow (t+5)(t-3) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -5 \text{ (ktm)} \\ t = 3 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Với $t = 3 \Rightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S = \{ \pm\sqrt{3} \}$

c) $\begin{cases} 3x - 4y = 17 \\ 5x + 2y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4y = 17 \\ 10x + 4y = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x = 39 \\ 5x + 2y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 5.3 + 2y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$

Bài 3:

a) Tự vẽ

b) Tìm m để đường thẳng (d): $y = (m-1)x + \frac{1}{2}m^2 + m$ đi qua điểm $M(1; -1)$

Vì $M(1; -1)$ thuộc (d): $y = (m-1)x + \frac{1}{2}m^2 + m$ nên thay tọa độ M vào d ta được:

$$-1 = (m-1) \cdot 1 + \frac{1}{2}m^2 + m \Leftrightarrow \frac{1}{2}m^2 + m + m - 1 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}m(m+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -4 \end{cases}$$

Vậy $m = 0; m = -4$ thỏa mãn bài toán

c) Phương trình hoành độ giao điểm của P và d là:

$$\frac{1}{2}x^2 = (m-1)x + \frac{1}{2}m^2 + m$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - (m-1)x - \frac{1}{2}m^2 - m = 0(1)$$

$$\text{Ta có } \Delta = [-(m-1)]^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}m^2 - m\right)$$

$$\Delta = m^2 - 2m + 1 + m^2 + 2m$$

$$\Delta = 2m^2 + 1 > 0 \text{ với mọi } m$$

Suy ra phương trình 1 luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

Nên P luôn cắt d tại hai điểm phân biệt A và B

$$\text{Theo vi-ét ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 \cdot x_2 = -m^2 - 2m \end{cases}$$

$$\text{Theo đề ta có: } x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2 > 2019$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 + 4x_1x_2 - 2019 > 0$$

$$\Leftrightarrow [2(m-1)]^2 + 4(-m^2 - 2m) - 2019 > 0$$

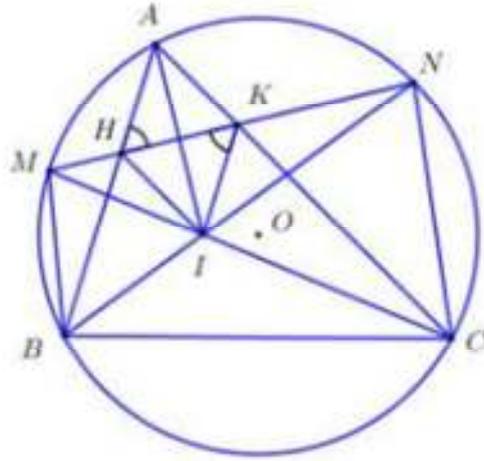
$$\Leftrightarrow 4m^2 - 8m + 4 - 4m^2 - 8m - 2019 > 0$$

$$\Leftrightarrow -16m - 2015 > 0$$

$$\Leftrightarrow -16m > 2015$$

$$\Leftrightarrow m < \frac{2015}{16}$$

Bài 4:



a) Ta có: $\widehat{ABN} = \widehat{NMC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung hai cung bằng nhau)
 $\Rightarrow \widehat{HBI} = \widehat{HMI} \Rightarrow$ Tứ giác BMHI nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau).

b) Ta có $\widehat{MNB} = \widehat{ACM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung hai cung bằng nhau)
 $\Rightarrow \widehat{MNI} = \widehat{MCK}$

Xét tam giác MIN và tam giác MKC ta có:

\widehat{NMC} : chung

$\widehat{MNI} = \widehat{MCK}$ (cmt)

$$\Rightarrow \Delta MIN = \Delta MKC (g - g) \Rightarrow \frac{MI}{MN} = \frac{MK}{MC} \Rightarrow MK \cdot MN = MI \cdot MC$$

c) Ta có $\widehat{MNI} = \widehat{MCK}$ (cmt) nên tứ giác NCIK nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{HKI} = \widehat{NCI} = \widehat{NCM}$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

Lại có $\widehat{NMC} = \frac{sd\widehat{MN}}{2}$ (góc nội tiếp bằng nửa số đo cung bị chắn)

$$\widehat{AHN} = \frac{sd\widehat{AN} + sd\widehat{BM}}{2} = \frac{sd\widehat{AN} + sd\widehat{AM}}{2} = \frac{sd\widehat{MN}}{2} \text{ (góc có đỉnh bên trong đường tròn)}$$

$\Rightarrow \widehat{NCM} = \widehat{AHK} \Rightarrow \widehat{HKI} = \widehat{AHK}$ mà chúng ở vị trí so le trong $\Rightarrow AH // KI$

Chứng minh tương tự ta có $\widehat{AKH} = \widehat{KHI}$ mà chúng ở vị trí so le trong $\Rightarrow AK // HI$

Xét tứ giác AHKI ta có $\begin{cases} AH // KI \\ AK // HI \end{cases} \Rightarrow AHKI$ là hình bình hành (1)

Tứ giác BMHI là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MHB} = \widehat{MIB}$ (hai góc nt cùng chắn cung MB)

Tứ giác NCIK là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{NKC} = \widehat{NIC}$ (hai góc nt cùng chắn cung NC)

Mà $\widehat{MIB} = \widehat{NIC}$ (dd) $\Rightarrow \widehat{MHB} = \widehat{NKI}$

$$\Rightarrow \widehat{AHK} = \widehat{AKH} \Rightarrow \Delta AHK \text{ cân tại } H \Rightarrow AH = AK \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) \Rightarrow tứ giác AHIK là hình thoi

$$\Rightarrow KA = KI \Rightarrow \Delta AKI \text{ cân tại } K \text{ (đpcm)}$$

Bài 5: Điều kiện $x \neq 0$

$$\text{Ta có } A = \frac{x^2 - 3x + 2019}{x^2} = 1 - \frac{3}{x} + \frac{2019}{x^2}$$

Đặt $t = \frac{1}{x}$ ($t \neq 0$) ta được:

$$\begin{aligned} A &= 1 - 3t + 2019t^2 = 2019 \left(t^2 - \frac{1}{673}t \right) + 1 = 2019 \geq \left[t^2 - 2t \frac{1}{1346} + \left(\frac{1}{1346} \right)^2 \right] - 2019 \left(\frac{1}{1346} \right)^2 + 1 \\ &= 2019 \left(t - \frac{1}{1346} \right)^2 + \frac{2689}{2692} \geq \frac{2689}{2692} \text{ với mọi } t \text{ thuộc } \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$\text{Dấu "}" xảy ra khi } t = \frac{1}{1346} \text{ (tm)}. \quad \text{Vậy } \min A = \frac{2689}{2692} \text{ khi } t = \frac{1}{1346} \Rightarrow x = 1346 \text{ (tm)}$$

----- HẾT -----