

Câu 1. Chứng minh $A = \sqrt{2\sqrt{5} + 6} - \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} + 2018$ là một số nguyên

Câu 2. Rút gọn biểu thức $P = \frac{a-1}{\sqrt{b}-1} \sqrt{\frac{b-2\sqrt{b}+1}{a^2-2a+1}}$ với $a < 1$ và $b > 1$

Câu 3. Tìm các giá trị của $m \neq \frac{1}{2}$ để hàm số $y = (2m - 1)x^2$ đạt giá trị lớn nhất bằng 0 tại $x = 0$.

Câu 4. Cho hàm số $y = ax + b$ với $a \neq 0$. Xác định các hệ số a, b biết đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = 2x + 2019$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2020.

Câu 5. Một địa phương cấy 10ha giống lúa loại I và 8ha giống lúa loại II. Sau một mùa vụ, địa phương đó thu hoạch và tính toán sản lượng thấy:

+ Tổng sản lượng của hai giống lúa thu về là 139 tấn;

+ Sản lượng thu về từ 4ha giống lúa loại I nhiều hơn sản lượng thu về từ 3ha giống lúa loại II là 6 tấn.

Hãy tính năng suất lúa trung bình (đơn vị: tấn/ ha) của mỗi loại giống lúa.

Câu 6. Cho phương trình $x^2 - 4x + m - 1 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - 10x_1x_2 = 2020$.

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $AB = 10\text{cm}$, $AH = 6\text{cm}$, Tính độ dài các cạnh AC, BC của tam giác ABC.

Câu 8. Cho đường tròn (O). Đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (O) tại A. Trên d lấy một điểm B (B khác A), vẽ đường tròn (B, BA) cắt đường tròn (O) tại điểm C (C khác A). Chứng minh BC là tiếp tuyến của (O).

Câu 9. Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Lấy các điểm P, Q lần lượt thuộc các cung nhỏ AC, AB sao cho BP vuông góc với AC, CQ vuông góc với AB. Gọi I, J lần lượt là giao điểm của PQ với AB và AC. Chứng minh $IJ \cdot AC = AI \cdot CB$.

Câu 10. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) kẻ các tiếp tuyến AB, AC đến đường tròn (O) (B, C là tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC.

a. Chứng minh $OB^2 = OH \cdot OA$

b. EF là một dây cung của (O) đi qua H sao cho A, E, F không thẳng hàng. Chứng minh bốn điểm A, E, O, F nằm trên cùng một đường tròn.

---- HẾT ----

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$A = 2020$$

Vậy A là một số nguyên.

Câu 2.

$$\begin{aligned} P &= \frac{a-1}{\sqrt{b}-1} \sqrt{\frac{b-2\sqrt{b}+1}{a^2-2a+1}} \\ &= \frac{a-1}{\sqrt{b}-1} \sqrt{\frac{(\sqrt{b}-1)^2}{(a-1)^2}} \\ &= \frac{a-1}{\sqrt{b}-1} \cdot \frac{|\sqrt{b}-1|}{|a-1|} \\ &= \frac{a-1}{\sqrt{b}-1} \cdot \frac{\sqrt{b}-1}{1-a} \\ &= -1 \end{aligned}$$

(do $a < 1$ và $b > 1$)

Câu 3. Hàm số $y = (2m - 1)x^2$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 0$.

$$\text{Khi } 2m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$$

Câu 4. (d): $y = ax + b$ ($a \neq 0$) song song với (Δ): $y = 2x + 2019$

$$\rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b \neq 2019 \end{cases} \quad (1)$$

$$+ \text{ (d) cắt Oy tại điểm có tung độ 2020} \rightarrow b = 2020 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) ta có: } y = 2x + 2020$$

Câu 5.

Gọi năng suất lúa trung bình của loại I là x ($0 < x < 139$)

Gọi năng suất lúa trung bình của loại II là y ($0 < y < 139$)

Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 10x + 8y = 139 \\ 4x - 3y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7,5 \\ y = 8 \end{cases}$$

Vậy năng suất lúa trung bình của loại I là: 7,5 (tấn / ha)

Vậy năng suất lúa trung bình của loại II là: 8 (tấn / ha)

Câu 6. Cho phương trình $x^2 - 4x + m - 1 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - 10x_1x_2 = 2020$.

$$\Delta' = 4 - m - 1 = 3 - m$$

$$+ \text{ PT có 2 nghiệm} \Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 3 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 3$$

+ Theo Viet $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases} \quad (1)$

Mà: $x_1^2 + x_2^2 - 10x_1x_2 = 2020$

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 12x_1x_2 - 2020 = 0 \quad (2)$

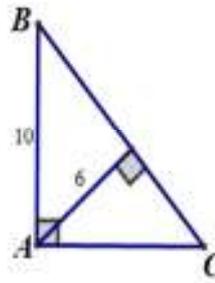
Thế (1) vào (2) $\Leftrightarrow 16 - 12(m+1) - 2020 = 0$

$\Leftrightarrow -12m - 2016 = 0$

$\Leftrightarrow m = -168 \quad (t/m)$

Câu 7.

Ta có:



$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6^2} = \frac{1}{10^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{36} = \frac{1}{100} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{64}{36 \cdot 100} = \frac{1}{AC^2}$$

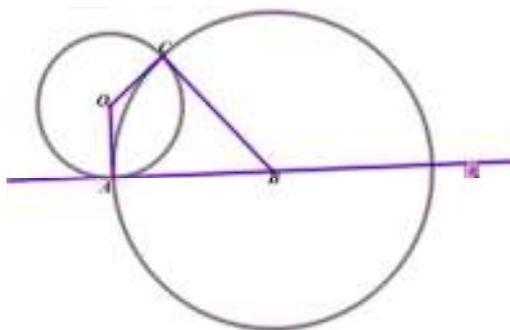
$$\Leftrightarrow AC = \frac{15}{2} \text{ (cm)}$$

Ta có: $AH \cdot BC = AB \cdot AC$

$$\Leftrightarrow 6 \cdot BC = 10 \cdot \frac{15}{2}$$

$$\Leftrightarrow BC = \frac{25}{2} \text{ (cm)}$$

Câu 8.



Theo bài ra ta có AB là tiếp tuyến của đường tròn (O) $\rightarrow AB \perp OA \quad (1)$

Xét hai tam giác ΔOAB và ΔOCB có:

$$OA = OC$$

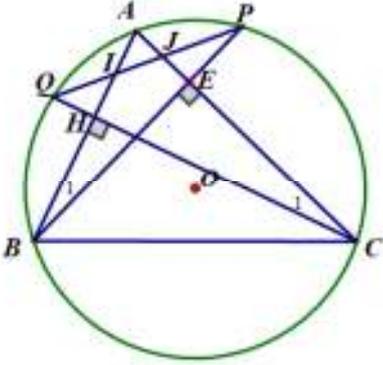
$$BA = BC \rightarrow \Delta OAB = \Delta OCB \text{ (c.c.c) (2)}$$

OB chung

Từ (1), (2) suy ra $\widehat{OAB} = \widehat{OCB} (=90^\circ)$ hay $\widehat{OCB} = 90^\circ$ nên $BC \perp OC$

Vậy BC là tiếp tuyến của (O)

Câu 9.



Tứ giác HECB nội tiếp đường tròn (vì 2 đỉnh liên tiếp nhìn 1 cạnh cố định dưới góc vuông)

$$\rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{C_1} \text{ (Nội tiếp chắn cung HE)} \rightarrow \widehat{AP} = \widehat{AQ}$$

$$\widehat{ACB} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

$$\widehat{AIP} = \frac{1}{2} (\widehat{AP} + \widehat{BQ}) = \frac{1}{2} \widehat{AB} \text{ (vì } \widehat{AP} = \widehat{AQ})$$

$$\rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{AIP}$$

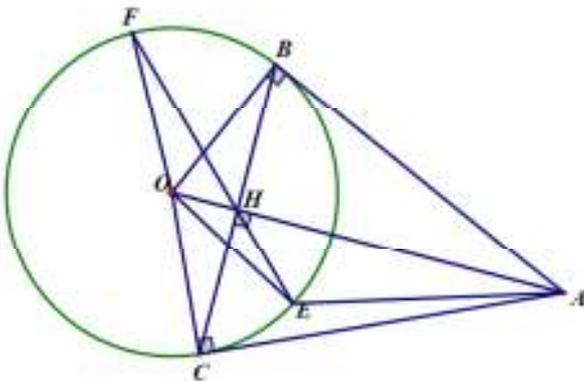
Xét tam giác ΔAIJ và ΔACB

Có \hat{A} chung

$$\widehat{ACB} = \widehat{AIP} \text{ (cmt)}$$

$$\text{Vậy } \Delta AIJ \text{ và } \Delta ACB \text{ (g.g)} \rightarrow \frac{AI}{AC} = \frac{IJ}{CB} \rightarrow IJ \cdot AC = AI \cdot CB$$

Câu 10.



a. Xét tam giác

ΔOBA và ΔOHB có:

\widehat{O} chung

$$\widehat{H} = \widehat{B} = 90^\circ$$

$$\rightarrow \Delta OBA \sim \Delta OHB \rightarrow \frac{OB}{OH} = \frac{OA}{OB} \rightarrow OB^2 = OH \cdot OA$$

b. theo cmt: $OB^2 = OH \cdot OA \rightarrow OE^2 = OH \cdot OA \rightarrow \frac{OE}{OH} = \frac{OA}{OE}$ lại có: $\widehat{HOE} = \widehat{AOE}$

$$\rightarrow \Delta OEH \sim \Delta OAE \rightarrow \widehat{OAE} = \widehat{OEF} \quad (1)$$

Vì ΔOEF cân nên: $\widehat{OFE} = \widehat{OEF} \quad (2)$

Từ (1), (2) suy ra: $\widehat{OAE} = \widehat{OFE}$ (hai đỉnh liên tiếp bằng nhau cùng nhìn dưới cạnh cố định OE) \rightarrow Tứ giác OEAF nội tiếp đường tròn

Vậy bốn điểm A, E, O, F nằm trên cùng một đường tròn