VŨ VĂN BẮC – NHỮ ĐÌNH PHONG – HỒ XUÂN HÙNG

# *Hướng dẫn ôn tập nhanh kì thi*

# TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM HỌC 2016 - 2017

## THỦ THUẬT GIẢI NHANH ĐỀ THI TRẮC NGHIỆM

# TOÁN

NHÀ XUẤT BẢN TỔNG HỢP THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

# LỜI NÓI ĐẦU

Hình thức đề thi tuyển sinh năm 2017 có nhiều thay đổi từ khi Bộ Giáo dục và Đào tạo khẳng định phương án thi trắc nghiệm đối với môn Toán. Cuốn sách **"Hướng dẫn ôn tập nhanh kì thi Trung học phổ thông Quốc gia năm học 2016 – 2017"** này được viết nhằm thích ứng với sự thay đổi đó, đồng thời nhằm nâng cao chất lượng kiến thức cho các bạn học sinh chuẩn bị bước vào kỳ thi quan trọng vào tháng 7.

Theo thông báo của Bộ Giáo dục đối với kỳ thi tuyển sinh năm 2017 kiến thức chỉ xoay quanh chương trình lớp 12 ban cơ bản, thời gian làm bài là 90 phút và đề gồm 50 câu. Dựa vào cấu trúc đề thi môn Toán năm 2017 được Bộ Giáo dục và Đào tạo công bố vào chiều 5/10/2016 dự kiến các nội dung thi bao gồm:

1. Ứng dụng đạo hàm, khảo sát hàm số: chiếm 22% tỉ trọng điểm.
2. Hàm số mũ và logarit: chiếm 20% tỉ trọng điểm.
3. Tích phân và ứng dụng: chiếm 14% tỉ trọng điểm.
4. Số phức: chiếm 12% tỉ trọng điểm.
5. Hình học không gian: chiếm 16% tỉ trọng điểm.
6. Hình học giải tích trong không gian: chiếm 16% tỉ trọng điểm.

Khi viết cuốn sách này, các tác giả rất chú ý đến mối quan hệ giữa lí thuyết và bài toán. Đối với người học toán, hiểu sâu sắc lí thuyết phải vận dụng được thành thạo những bài toán cơ bản, các kết quả cơ bản của lí thuyết trong giải toán, làm đề và trong quá trình làm đề người đọc sẽ củng cố lại kiến thức một cách sâu sắc hơn cũng như định hình cho mình cách phân bổ thời gian hợp lý cho từng phần trong đề thi. Các dạng câu hỏi thường xuất hiện trong các đề thi thử được trình bày tương đối đầy đủ trong cuốn sách này. Tất cả những bài toán trong 11 đề của cuốn sách này đều có hướng dẫn giải chi tiết. Cuốn sách được viết thành 2 phần:

Phần 1: gồm 11 đề thi được soạn chuẩn theo cấu trúc đề thi của Bộ.

Phần 2: gồm đáp án và lời giải chi tiết cho các đề thi.

Cuốn sách là công trình tập thể của nhóm tác giả gồm: Vũ Văn Bắc, Nhữ Đình Phong và Hồ Xuân Hùng. Viết bộ giáo trình này, chúng tôi đã tham khảo kinh nghiệm của những thầy cô giảng dạy lâu năm tại nhiều trường THPT.

Chúng tôi cũng xin chân thành cảm ơn Ban Giám đốc Nhà sách Khang Việt về việc xuất bản cuốn sách này.

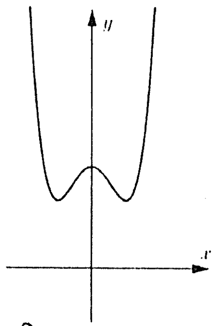
Chúng tôi rất mong nhận được những ý kiến, nhận xét của bạn đọc đối với cuốn sách này, để lần tái bản sau được hoàn thiện hơn.

*Các tác giả.*

# LUYỆN ĐỀ TRƯỚC KÌ THI THPT QUỐC GIA

## ĐỀ SỐ 1

**Câu 1.** Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn đáp án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=-x^2+x-1$. **B.** $y=-x^3+5x+1$.

**C.** $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+2x^2+3$.

**Câu 2.** Hàm số $y=x^3-2x^2+x+1$ đồng biến trên khoảng nào?

**A.** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right)$.

**C.** $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

**Câu 3.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-\frac{16}{3}$ | $\nearrow$ | $\frac{16}{3}$ | $\searrow$ | $\frac{11}{3}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

**A.** Hàm số có ba cực trị.

**B.** Hàm số đạt giá trị cực đại tại $x=-1$ và $x=2$.

**C.** Hàm số đạt giá trị cực đại tại $x=1$.

**D.** Giá trị cực đại của hàm số $y_{CD}=\frac{16}{3}$.

**Câu 4.** Cho hàm số $f\left(x\right)=\frac{x^2+2x-3}{x+2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**B.** Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-2\right\}$.

**C.** Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-2\right)$ và $\left(-2;+\infty\right)$.

**Câu 5.** Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-ax+b}{x-1}$ với $a$, $b$ là các số thực. Đồ thị hàm số đã cho có điểm cực đại là $A(0;-1)$. Tính giá trị của biểu thức $P=2a+b$.

**A.** $P=3$. **B.** $P=6$. **C.** $P=5$. **D.** $P=4$.

**Câu 6.** Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$.

**A.** $y=3$. **B.** $y=2$. **C.** $y=\pm1$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}$.

**Câu 7.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{20x^2+10x+3}{3x^2+2x+1}$ trên đoạn $\left[-3;-1\right]$.

**A.** 7. **B.** $\dfrac{13}{2}$. **C.** $\dfrac{153}{22}$. **D.** 6.

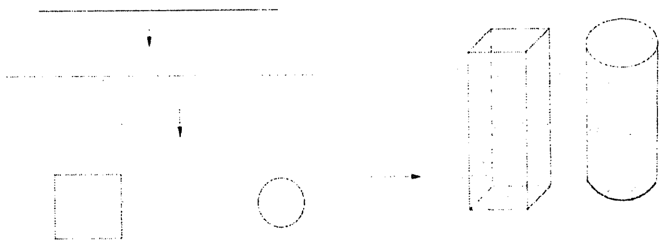
**Câu 8.** Tìm giá trị cực đại $y_{CD}$ của hàm số $x^4-2x^3+x^2+1=0$.

**A.** $y_{CD}=2$. **B.** $y_{CD}=1$. **C.** $y_{CD}=\dfrac{15}{16}$. **D.** $y_{CD}=\dfrac{17}{16}$.

**Câu 9.** Biết rằng đường thẳng $y=x$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{4-x}{3-x}$ tại điểm duy nhất, kí hiệu điểm đó là $\left(x_0;y_0\right)$. Tìm $y_0$.

**A.** $y_0=4$. **B.** $y_0=6$. **C.** $y_0=2$. **D.** $y_0=-1$.

**Câu 10.** Cho một sợi dây thép dài 14,28 m. Người ta cắt sợi dây đó thành hai đoạn, một đoạn uốn thành hình vuông khép kín, một đoạn uốn thành hình tròn. Người ta dựa vào những hình vừa uốn để tạo hai chiếc hộp một cái hình hộp chữ nhật một cái hình trụ có cùng chiều cao sao cho đáy vừa khít với những hình vừa uốn. Hỏi chiều dài của sợi dây để uốn thành hình vuông là bao nhiêu để tổng thể tích hai cái hộp là nhỏ nhất (lấy $\pi=3,14$)?



**A.** 8 (m). **B.** 6 (m). **C.** 5 (m). **D.** 7 (m).

**Câu 11.** Cho hàm số $y=x^3-3x^2+(m-1)x+1$ có đồ thị $\left(C_m\right)$, với $m$ là tham số thực. Tìm tất cả giá trị của $m$ sao cho $\left(C_m\right)$ cắt đường thẳng $d: y=x+1$ tại ba điểm $A\left(0;1\right)$, $B$, $C$ phân biệt thỏa mãn $BC=\sqrt{10}$.

**A.** $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=1$. **D.** $m=4$.

**Câu 12.** Giải phương trình $\log_4\left(x^2-2x+2\right)=3$.

A. $x=1\pm 3\sqrt{7}$. B. $x=1\pm\sqrt{65}$. C. $x=1\pm\sqrt{11}$. D. $x=1\pm\sqrt{6}$.

**Câu 13.** Cho hàm số $y=10^{\frac{x-1}{x+1}}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng ?

A. $\frac{y'}{y}=-\frac{2\ln 10}{(x+1)^2}$. B. $\frac{y'}{y}=\frac{2\ln 10}{(x+1)^2}$. C. $\frac{y'}{y}=\frac{x-1}{10(x+1)}$. D. $\frac{y'}{y}=\frac{(x-1)\ln 10}{10(x+1)}$.

**Câu 14.** Giải bất phương trình $\log_2\left(x^3+4^{500}\right)>1000$.

A. $x>4$. B. $x>2$. C. $x>0$. D. $x\in\varnothing$.

**Câu 15.** Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-6x+8\right)^{1001}$.

A. $D=[2;4]$. B. $D=[4;+\infty)\cup(-\infty;2]$.

C. $D=(2;4)$. D. $D=(4;+\infty)\cup(-\infty;2)$.

**Câu 16.** Cho hàm số $f(x)=\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^3}-\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2}$. Xét các khẳng định sau:

*Khẳng định 1.* $f(x)>0\Leftrightarrow x^3>x^2$.

*Khẳng định 2.* $f(x)>0\Leftrightarrow x>1$.

*Khẳng định 3.* $f(x)<2-\sqrt{3}\Leftrightarrow\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^3-1}<1+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2-1}$.

*Khẳng định 4.* $f(x)>2+\sqrt{3}\Leftrightarrow\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^3+1}>1+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2+1}$.

Trong các khẳng định trên, có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

**Câu 17.** Cho hai số thực dương $a$ và $b$, với $a\neq 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\log_a(ab)=1+2\log_a b^2$. B. $\log_a(ab)=2+2\log_a b^2$.

C. $\log_a(ab)=1+2\log_{a^2} b$. D. $\log_a(ab)=2+2\log_{a^2} b$.

**Câu 18.** Tính đạo hàm của hàm số $y=(3x-1).10^{3x-1}$.

A. $y'=10^{3x-1}\left[3+(3x-1)\ln 10\right]$. B. $y'=10^{3x-1}\left[1+3(3x-1)\ln 10\right]$.

C. $y'=10^{3x-1}\left[1+(3x-1)\ln 10\right]$. D. $y'=3.10^{3x-1}\left[1+(3x-1)\ln 10\right]$.

**Câu 19.** Đặt $a=\log_4 3$, $b=\log_{\frac{1}{2}} 5$. Hãy biểu diễn $\log_{\sqrt{2}} 2400$ theo $a$ và $b$.

A. $\log_{\sqrt{2}} 2400=a+b+\frac{5}{2}$. B. $\log_{\sqrt{2}} 2400=4a-4b+10$.

C. $\log_{\sqrt{2}} 2400=2a-4b+20$. D. $\log_{\sqrt{2}} 2400=2a+4b+15$.

**Câu 20.** Xét $a$ và $b$ là hai số thực dương tùy ý. Đặt $x=\ln\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^{1000}$, $y=\ln a^{500}-500\ln\dfrac{1}{b}$.

Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $x\le y$. **B.** $x<y$. **C.** $x\ge y$. **D.** $x>y$.

**Câu 21.** Một người gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất 12% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi, hỏi số tiền người đó thu được (cả vốn lẫn lãi) sau 5 năm là bao nhiêu?

**A.** 54054000 đồng. **B.** 35246000 đồng. **C.** 80149000 đồng. **D.** 22081000 đồng.

**Câu 22.** Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $\int\limits_2^3 f(x)dx=-\int\limits_2^3 f(5-x)dx$. **B.** $\int\limits_2^3 f(x)dx=\dfrac{5}{2}\int\limits_2^3 f(5-x)dx$.

**C.** $\int\limits_2^3 f(x)dx=\int\limits_2^3 f(5-x)dx$. **D.** $\int\limits_2^3 f(x)dx=-\dfrac{5}{2}\int\limits_2^3 f(5-x)dx$.

**Câu 23.** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sqrt{4x-1}$, biết $F\left(\dfrac{37}{4}\right)=100$.

**A.** $F(x)=-\dfrac{2}{3}\sqrt{4x-1}+104$. **B.** $F(x)=\dfrac{2}{3}(4x-1)\sqrt{4x-1}-44$.

**C.** $F(x)=\dfrac{2}{\sqrt{4x-1}}+\dfrac{299}{3}$. **D.** $F(x)=\dfrac{1}{6}(4x-1)\sqrt{4x-1}+64$.

**Câu 24.** Một ô tô chạy với vận tốc 20m/s thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-10t+20$ (m/s), trong đó $t$ là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

**A.** 4 (m). **B.** 2 (m). **C.** 20 (m). **D.** 10 (m).

**Câu 25.** Tính tích phân $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\sin x\cos^{1001}x\,dx$.

**A.** $I=\dfrac{1}{501.2^{502}}$. **B.** $I=\dfrac{1}{501.2^{1001}}$. **C.** $I=\dfrac{1}{501.2^{501}}$. **D.** $I=\dfrac{1}{501.2^{1000}}$.

**Câu 26.** Tính tích phân $I=\int\limits_1^{3^{1000}}(3x^2+1)\ln x\,dx$.

**A.** $I=999.3^{1000}+2999.3^{2999}+\dfrac{4}{3}$. **B.** $I=999.3^{1000}+2999.3^{2999}-\dfrac{4}{3}$.

**C.** $I=1001.3^{1000}+2999.3^{2999}+\dfrac{4}{3}$. **D.** $I=1001.3^{1000}+2999.3^{2999}-\dfrac{4}{3}$.

**Câu 27.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{x-2}{x+1}$, $y=0$, $x=0$.

A. $3+\ln 15$. B. $2+\ln 9$. C. $-3+\ln 12$. D. $-2+\ln 27$.

**Câu 28.** Ký hiệu $(H)$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$, $y=0$, $x=e$. Tính thể tích $V$ của khối tròn xoay thu được khi quay hình $(H)$ xung quanh trục hoành.

A. $V=\pi$. B. $V=\dfrac{\pi}{3}$. C. $V=\dfrac{\pi}{2}$. D. $V=\dfrac{\pi}{6}$.

**Câu 29.** Cho số phức $z=a+bi$ $(a,\ b\in\mathbb{R})$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $z+\overline{z}=2bi$. B. $z-\overline{z}=2a$. C. $z.\overline{z}=a^2-b^2$. D. $\left|z^2\right|=\left|z\right|^2$.

**Câu 30.** Trong mặt phẳng phức, cho $A$ là điểm biểu diễn của số phức $z=1+2i$ và $B$ là điểm biểu diễn của số phức $z'=2+i$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Hai điểm $A$ và $B$ đối xứng nhau qua trục hoành.

B. Hai điểm $A$ và $B$ đối xứng nhau qua trục tung.

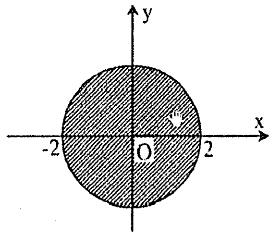
C. Hai điểm $A$ và $B$ đối xứng nhau qua gốc tọa độ $O$.

D. Hai điểm $A$ và $B$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.

**Câu 31.** Rút gọn số phức $z=(\sqrt{2}+3i)^2+(2+3i)(2-3i)$ ta được kết quả là?

A. $z=4(1+i\sqrt{2})$. B. $z=6(1+i\sqrt{2})$. C. $z=6(\sqrt{2}+i)$. D. $z=4(\sqrt{2}+i)$.

**Câu 32.** Cho số phức $z=a+bi$, $(a,\ b\in\mathbb{R})$. Điểm biểu diễn số phức $z$ nằm trong đường tròn tâm $O$ bán kính $R=2$ (hình vẽ dưới). Tìm điều kiện liên hệ giữa $a$ và $b$.




A. $a+b=4$. B. $a^2+b^2<4$.

C. $a^2+b^2=4$. D. $a^2+b^2>4$.

**Câu 33.** Cho số phức $w=zi+1$, với $z$ là số phức thỏa mãn $\left|\left(\overline{z}-2i+1\right)^3\right|=8$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Điểm biểu diễn số phức $z$ có quỹ tích là đường tròn tâm $I(1;2)$ bán kính bằng 2.

B. Điểm biểu diễn số phức $w$ có quỹ tích là đường tròn tâm $I(-1;-2)$ bán kính bằng 2.

C. Điểm biểu diễn số phức $w$ có quỹ tích là đường tròn tâm $I(3;-1)$ bán kính bằng 2.

D. Điểm biểu diễn số phức $z$ có quỹ tích là đường tròn tâm $I(-1;-2)$ bán kính bằng 4.

**Câu 34.** Cho số phức $z=x+yi\neq 1$, $(x,\ y\in\mathbb{R})$. Tìm phần ảo của số phức $w=\dfrac{z+1}{z-1}$.

A. $-\dfrac{2y}{(x-1)^2+y^2}$. B. $-\dfrac{2x}{(x-1)^2+y^2}$. C. $\dfrac{xy}{(x-1)^2+y^2}$. D. $\dfrac{x+y}{(x-1)^2+y^2}$.

**Câu 35.** Nếu ba kích thước chiều dài, chiều rộng và chiều cao của khối hộp hình chữ nhật tăng lên $k$ lần thì thể tích của nó tăng lên bao nhiêu lần?

A. $k$. B. $k^2$. C. $k^3$. D. $k^4$.

**Câu 36.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $A$, cạnh $AB = 2a$, $AC = a$. Các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích $V$ của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{13}}{9}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$.

**Câu 37.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AD = BC = \sqrt{13}a$, $AC = BD = \frac{\sqrt{85}}{2}a$, $AB = CD = \frac{\sqrt{65}}{2}a$. Tính thể tích $V$ của tứ diện $ABCD$.

A. $V = \frac{7}{2}a^3$. B. $V = 14a^3$. C. $V = \frac{28}{3}a^3$. D. $V = 7a^3$.

**Câu 38.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $2a$, cạnh $SA = SB = SC = 2a$. Ký hiệu $V$ là thể tích khối chóp $S.ABCD$. Tìm giá trị lớn nhất của $V$.

A. $a^3$. B. $2a^3$. C. $\frac{8}{3}a^3$. D. $\frac{4}{3}a^3$.

**Câu 39.** Một hình nón có đường sinh $a$ và diện tích đáy bằng $\frac{4}{5}$ diện tích xung quanh thì thể tích $V$ của hình nón bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{4\pi a^3}{81}$. B. $V = \frac{16\pi a^3}{125}$. C. $V = \frac{16\pi a^3}{81}$. D. $V = \frac{4\pi a^3}{125}$.

**Câu 40.** Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước $a$, $b$, $c$ lần lượt là độ dài hai cạnh đáy và đường cao nội tiếp một hình trụ $T$. Tính thể tích $V$ của hình trụ $T$.

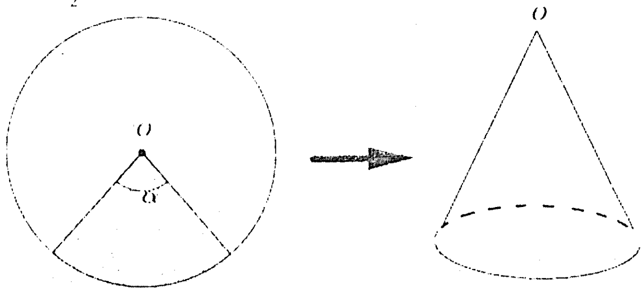
A. $V = \pi\left(a^2 + b^2\right)c$. B. $V = \frac{\pi\left(c^2 + b^2\right)a}{4}$.

C. $V = \frac{\pi\left(a^2 + b^2\right)c}{4}$. D. $V = \frac{\pi\left(a^2 + b^2\right)c}{4}$.

**Câu 41.** Cho hình chóp tứ diện đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 1, đường cao $SO = 2$. Tính bán kính $R$ của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. $R = \frac{5}{4}$. B. $R = \frac{3}{2}$. C. $R = \frac{5}{8}$. D. $R = \frac{9}{8}$.

**Câu 42.** Cho một tờ giấy hình tròn tâm $O$ bán kính $R$. Ta cắt đi một hình quạt có góc $\alpha$. Sau đó dán hai mép vừa bị cắt với nhau của hình quạt còn lại để tạo thành hình chóp (hình vẽ). Khi $\alpha = \frac{\pi}{3}$ thì hình chóp có thể tích là $V_1$ và khi $\alpha = \frac{\pi}{6}$ thì hình chóp có thể tích là $V_2$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ (làm tròn đến ba chữ số thập phân).




A. $\frac{V_1}{V_2} \approx 1,143$. B. $\frac{V_1}{V_2} \approx 1,142$. C. $\frac{V_1}{V_2} \approx 1,144$. D. $\frac{V_1}{V_2} \approx 1,145$.

**Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $(P)$?

A. $\vec{n}=(1;-2;0)$. B. $\vec{n}=(1-2;3)$. C. $\vec{n}=(1;0;-2)$. D. $\vec{n}=(3;-2;1)$.

**Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=16$. Tìm tọa độ tâm $I$ và bán kính $R$ của $(S)$.

A. $I(-1;1;-1)$ và $R=16$. B. $I(-1;1;-1)$ và $R=4$.

C. $I(1;-1;1)$ và $R=16$. D. $I(1;-1;1)$ và $R=4$.

**Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-z+3=0$ và điểm $A(1;-2;2)$. Tính khoảng cách $d$ từ điểm $A$ đến mặt phẳng $(P)$.

A. $d=\frac{2}{\sqrt{6}}$. B. $d=\frac{5}{\sqrt{6}}$. C. $d=\frac{1}{3}$. D. $d=\frac{5}{2}$.

**Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d: \frac{x-4}{2}=\frac{y-3}{3}=\frac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P): 8x+12y+mz+9=0$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ sao cho mặt phẳng $(P)$ vuông góc với đường thẳng $d$.

A. $m=-52$. B. $m=-4$. C. $m=52$. D. $m=4$.

**Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;1)$ và $B(2;1;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua $A$ và vuông góc với đường thẳng $AB$.

A. $x+3y+2z+3=0$. B. $x-3y+2z-9=0$.

C. $x+3y-2z+7=0$. D. $x-3y-2z-5=0$.

**Câu 48.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z+5=0$. Mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ theo giao tuyến là đường tròn $(T)$ có bán kính bằng 2. Viết phương trình của mặt cầu $(S)$.

**A.** $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=\dfrac{85}{9}$.

**B.** $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=20$.

**C.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=\dfrac{85}{9}$.

**D.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=20$.

**Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;1)$ và đường thẳng $d$ có phương trình $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $A$, vuông góc và cắt đường thẳng $d$.

**A.** $\Delta: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{5}$.

**B.** $\Delta: \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+2}{5}=\dfrac{z-1}{4}$.

**C.** $\Delta: \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{3}$.

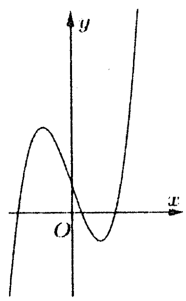
**D.** $\Delta: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-1}{4}$.

**Câu 50.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$, $B(-1;1;2)$, $C(2;-1;1)$. Điểm $M$ thuộc trục hoành thỏa mãn $T=\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{CM}.\overrightarrow{AM}$ nhỏ nhất. Hoành độ của $M$ có dạng $\dfrac{a}{b}$, với $a$, $b$ là hai số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P=3a^2+4b^2$.

**A.** $P=48$. **B.** $P=42$. **C.** $P=40$. **D.** $P=52$.

## ĐỀ SỐ 2

**Câu 1.** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây về dấu của $a$, $b$, $c$, $d$ là đúng nhất?




**A.** $a,\ d>0$. **B.** $a>0,\ c>0>b$.

**C.** $a,\ b,\ c,\ d>0$. **D.** $a,\ d>0,\ c<0$.

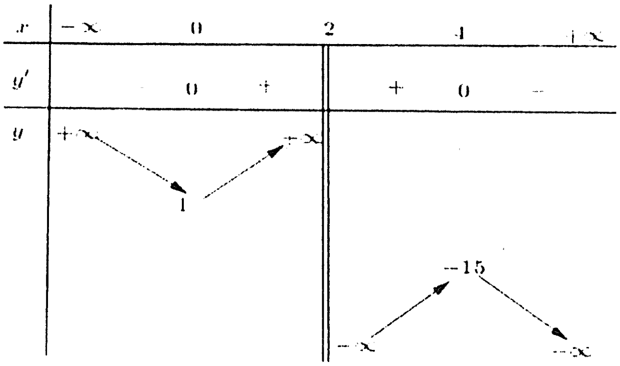
**Câu 2.** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x^2-7x+6}$ có số đường tiệm cận là?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 3.** Hàm số $y=\ln(x+2)+\dfrac{3}{x+2}$ đồng biến trên khoảng nào?

**A.** $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **D.** $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

**Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có bảng biến thiên sau:




Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$ và đạt cực tiểu tại điểm $x = 4$.

**B.** Hàm số có đúng một cực trị.

**C.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

**D.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng −15.

**Câu 5.** Hàm số nào sau đây không có cực trị?

**A.** $y = x^3 - 3x + 1$.

**B.** $y = \dfrac{2-x}{x+3}$.

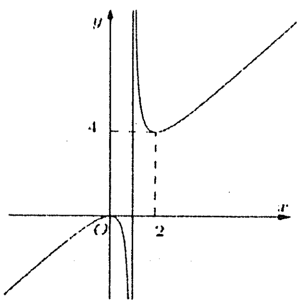
**C.** $y = x^4 - 4x^3 + 3x + 1$.

**D.** $y = x^{2n} + 2017x$ $\left(n \in \mathbb{N}^*\right)$.

**Câu 6.** Kí hiệu $m$ và $M$ lần lượt là giá trị lớn nhất giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính giá trị của tỉ số $\dfrac{M}{m}$.

**A.** $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

**Câu 7.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:




Hỏi với giá trị thực nào của $m$ thì đường thẳng $y = 2m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại hai điểm phân biệt.

**A.** $m = 2$. **B.** $0 < m < 2$.

**C.** $m = 0$. **D.** $m < 0$ hoặc $m > 2$.

**Câu 8.** Cho các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = \dfrac{f(x)+3}{g(x)+1}$. Hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị các hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = 1$ bằng nhau và khác 0. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $f(1) \le -\dfrac{11}{4}$. **B.** $f(1) < -\dfrac{11}{4}$. **C.** $f(1) > -\dfrac{11}{4}$. **D.** $f(1) \ge -\dfrac{11}{4}$.

**Câu 9.** Tìm tất cả giá trị của $m$ sao cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{mx^2 + 3mx + 1}}{x+2}$ có ba tiệm cận.

**A.** $0 < m < \dfrac{1}{2}$. **B.** $0 < m \le \dfrac{1}{2}$. **C.** $m \le 0$. **D.** $m \ge \dfrac{1}{2}$.

**Câu 10.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho hàm số $y = x + m(\sin x + \cos x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $m \in \left(-\infty; \dfrac{-1}{\sqrt{2}}\right) \cup \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}; +\infty\right)$.

**B.** $-\dfrac{1}{\sqrt{2}} \le m \le \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

**C.** $-3 < m < \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

**D.** $m \in \left(-\infty; -\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left[\dfrac{1}{\sqrt{2}}; +\infty\right)$.

**Câu 11.** Dynamo là một ảo thuật gia đại tài người Anh nhưng người ta thường nói Dynamo làm ma thuật chứ không phải làm ảo thuật. Bất kì màn trình diễn nào của anh chàng trẻ tuổi tài cao này đều khiến người xem há hốc miệng kinh ngạc vì nó vượt qua giới hạn của khoa học.

Một lần đến New York anh ngẫu hứng trình diễn khả năng bay lơ lửng trong không trung của mình bằng cách di chuyển từ tòa nhà này đến tòa nhà khác và trong quá trình di chuyển đấy có một lần anh đáp đất tại một điểm trong khoảng cách của hai tòa nhà (Biết mọi di chuyển của anh đều là đường thẳng). Biết tòa nhà ban đầu Dynamo đứng có chiều cao là $a(m)$, tòa nhà sau đó Dynamo đến có chiều cao là $b(m)$ $(a < b)$ và khoảng cách giữa hai tòa nhà là $c(m)$. Vị trí đáp đất cách tòa nhà thứ nhất một đoạn là $x(m)$. Hỏi $x$ bằng bao nhiêu để quãng đường di chuyển của Dynamo là bé nhất ?

**A.** $x = \dfrac{3ac}{a+b}$. **B.** $x = \dfrac{ac}{3(a+b)}$. **C.** $x = \dfrac{ac}{a+b}$. **D.** $x = \dfrac{ac}{2(a+b)}$.

**Câu 12.** Giải phương trình $\log_4(x+1) + \log_4(x-3) = 3$.

**A.** $x = 1 \pm 2\sqrt{17}$. **B.** $x = 1 + 2\sqrt{17}$. **C.** $x = 33$. **D.** $x = 5$.

**Câu 13.** Tính đạo hàm của hàm số $y = (1 - \cos 3x)^6$.

**A.** $y' = 6\sin 3x(1 - \cos 3x)^5$. **B.** $y' = 6\sin 3x(\cos 3x - 1)^5$.

**C.** $y' = 18\sin 3x(1 - \cos 3x)^5$. **D.** $y' = 18\sin 3x(\cos 3x - 1)^5$.

**Câu 14.** Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\left(x + 9^{500}\right) > -1000$.

**A.** $x < 0$. **B.** $x > -9^{500}$. **C.** $x > 0$. **D.** $-3^{1000} < x < 0$.

**Câu 15.** Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y = \log_2\left(x^3 - 8\right)^{1000}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.
B. $D=(2;+\infty)$.
C. $D=(-\infty;2)$.
D. $D=(-2;+\infty)\cup(-\infty;2)$.

**Câu 16.** Cho hàm số $f(x)=\left(3-\sqrt{2}\right)^{x}-\left(3-\sqrt{2}\right)^{-x^2}$. Xét các khẳng định sau:

*Khẳng định 1:* $f(x)>0 \Leftrightarrow x^3+x^2>0$.

*Khẳng định 2:* $f(x)>0 \Leftrightarrow x>-1$.

*Khẳng định 3:* $f(x)<3-\sqrt{2} \Leftrightarrow \left(3-\sqrt{2}\right)^{x-1}<1+\left(\dfrac{3+\sqrt{2}}{7}\right)^{x^2+1}$

*Khẳng định 4:* $f(x)<3+\sqrt{2} \Leftrightarrow \left(3-\sqrt{2}\right)^{1+x^2}<7+\left(3-\sqrt{2}\right)^{1-x^2}$.

Trong các khẳng định trên, có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 4.
B. 3.
C. 1.
D. 2.

**Câu 17.** Cho hai số thực dương $a$ và $b$, với $a\neq 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{a^2}(ab)=\dfrac{1}{2}\log_a b$.
B. $\log_{a^2}(ab)=\dfrac{1}{4}\log_a b$.
C. $\log_{a^2}(ab)=2+2\log_a b$.
D. $\log_{a^2}(ab)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\log_a b$.

**Câu 18.** Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x+3}{9^x}$.

A. $y'=\dfrac{1-2(x+3)\ln 3}{3^{2x}}$.
B. $y'=\dfrac{1+2(x+3)\ln 3}{3^{2x}}$.
C. $y'=\dfrac{1-2(x+3)\ln 3}{3^{x^2}}$.
D. $y'=\dfrac{1+2(x+3)\ln 3}{3^{x^2}}$.

**Câu 19.** Đặt $a=\log_3 4$, $b=\log_5 4$. Hãy biểu diễn $\log_{12}80$ theo $a$ và $b$.

A. $\log_{12}80=\dfrac{2a^2-2ab}{ab+b}$.
B. $\log_{12}80=\dfrac{a+2ab}{ab}$.
C. $\log_{12}80=\dfrac{a+2ab}{ab+b}$.
D. $\log_{12}80=\dfrac{2a^2-2ab}{ab}$.

**Câu 20.** Xét $a$ và $b$ là hai số thực dương tùy ý. Đặt $x=\ln\left(a^2-ab+b^2\right)^{1000}$, $y=1000\ln a-\ln\dfrac{1}{b^{1000}}$.

Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $x<y$.
B. $x>y$.
C. $x\le y$.
D. $x\ge y$.

**Câu 21.** Năm 1992, người ta đã biết số $p=2^{756839}-1$ là một số nguyên tố (số nguyên tố lớn nhất được biết cho đến lúc đó). Hãy tìm số các chữ số của $p$ khi viết trong hệ thập phân.

A. 227830 chữ số.
B. 227834 chữ số.
C. 227832 chữ số.
D. 227831 chữ số.

**Câu 22.** Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\int_{-2}^{2} f(x)dx = -2\int_{0}^{2} f(x)dx.$ B. $\int_{-2}^{2} f(x)dx = 2\int_{0}^{2} f(x)dx.$

C. $\int_{-2}^{2} f(x)dx = -\int_{0}^{2}\left[f(x)+f(-x)\right]dx.$ D. $\int_{-2}^{2} f(x)dx = \int_{0}^{2}\left[f(x)+f(-x)\right]dx.$

**Câu 23.** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=1000^x$.

A. $F(x)=\dfrac{10^{3x}}{3\ln 10}+C.$ B. $F(x)=3.10^{3x}\ln 10.$

C. $F(x)=\dfrac{1000^{x+1}}{x+1}+C.$ D. $F(x)=1000^x+C.$

**Câu 24.** Trong Vật lý, công được hình thành khi một lực tác động vào một vật và gây ra sự dịch chuyển, ví dụ như đi xe đạp.

Một lực $F(x)$ biến thiên, thay đổi, tác động vào một vật thể làm vật này di chuyển từ $x=a$ đến $x=b$ thì công sinh ra bởi lực này có thể tính theo công thức:

$$W=\int_{a}^{b} F(x)dx.$$

*Nhà Vật lý Albert Einstein đi xe đạp*

Với thông tin trên, hãy tính công $W$ sinh ra khi một lực $F(x)=\sqrt{3x-2}$ tác động vào một vật thể làm vật này di chuyển từ $x=1$ đến $x=6$.

A. $W=20.$ B. $W=12.$ C. $W=18.$ D. $W=14.$

**Câu 25.** Tính tích phân $I=\int_{1}^{3} x(x-1)^{1000}dx.$

A. $I=\dfrac{2003.2^{1002}}{1003002}.$ B. $I=\dfrac{1502.2^{1001}}{501501}.$ C. $I=\dfrac{3005.2^{1002}}{1003002}.$ D. $I=\dfrac{2003.2^{1001}}{501501}.$

**Câu 26.** Tính tích phân $I=\int_{1}^{2^{1000}} \dfrac{\ln x}{(x+1)^2}dx.$

A. $I=-\dfrac{\ln 2^{1000}}{1+2^{1000}}+1000\ln\dfrac{2}{1+2^{1000}}.$ B. $I=-\dfrac{1000\ln 2}{1+2^{1000}}+\ln\dfrac{2^{1000}}{1+2^{1000}}.$

C. $I=\dfrac{\ln 2^{1000}}{1+2^{1000}}-1000\ln\dfrac{2}{1+2^{1000}}.$ D. $I=\dfrac{1000\ln 2}{1+2^{1000}}-\ln\dfrac{2^{1000}}{1+2^{1000}}.$

**Câu 27.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-2x+4$ và $y=x+2$.

A. $\dfrac{1}{6}.$ B. $\dfrac{1}{2}.$ C. $\dfrac{1}{3}.$ D. $\dfrac{1}{4}.$

**Câu 28.** Ký hiệu $(H)$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{(x-1)e^{x^2-2x}}$, $y=0$, $x=2$.

Tính thể tích $V$ của khối tròn xoay thu được khi quay hình $(H)$ xung quanh trục hoành.

A. $V=\dfrac{\pi(2e-1)}{2e}$. B. $V=\dfrac{\pi(2e-3)}{2e}$. C. $V=\dfrac{\pi(e-1)}{2e}$. D. $V=\dfrac{\pi(e-3)}{2e}$.

**Câu 29.** Cho số phức $z=\dfrac{7-11i}{2-i}$. Tìm phần thực và phần ảo của $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng $-5$ và phần ảo bằng $-3i$.

B. Phần thực bằng $-5$ và phần ảo bằng $-3$.

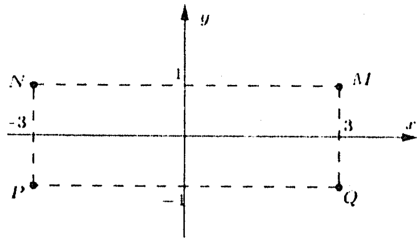
C. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng 3.

D. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $3i$.

**Câu 30.** Cho hai số phức $z_1=1+3i$, $\overline{z}_2=4+2i$. Tính môđun của số phức $z_2-2z_1$.

A. $2\sqrt{17}$. B. $2\sqrt{13}$. C. 4. D. 5.

**Câu 31.** Cho số phức $z$ thỏa mãn $(2-i)z=7-i$. Hỏi điểm biểu diễn của $z$ là điểm nào trong các điểm $M, N, P, Q$ ở hình dưới?




A. Điểm $P$. B. Điểm $Q$.

C. Điểm $M$. D. Điểm $N$.

**Câu 32.** Cho số phức $z=2+3i$. Tìm số phức $w=(3+2i)z+2\overline{z}$.

A. $w=5+7i$. B. $w=4+7i$. C. $w=7+5i$. D. $w=7+4i$.

**Câu 33.** Kí hiệu $z_1;z_2;z_3$ là ba nghiệm của phương trình phức $z^3+2z^2+z-4=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=|z_1|+|z_2|+|z_3|$.

A. $T=4$. B. $T=4+\sqrt{5}$. C. $T=4\sqrt{5}$. D. $T=5$.

**Câu 34.** Cho số phức $w$ và hai số thực $a$, $b$. Biết rằng $2w+i$ và $3w-5$ là hai nghiệm của phương trình $z^2+az+b=0$. Tìm phần thực của số phức $w$.

A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

**Câu 35.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD$, $ABB'A'$ và $ADD'A'$ lần lượt bằng $S_1$, $S_2$ và $S_3$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $V=S_1\sqrt{\dfrac{S_2S_3}{2}}$. B. $V=\sqrt{S_1S_2S_3}$. C. $V=\dfrac{1}{3}\sqrt{\dfrac{S_1S_2S_3}{2}}$. D. $V=S_2S_3\sqrt{\dfrac{S_1}{2}}$.

**Câu 36.** Cho hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng $a$ và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc $60^0$. Tính thể tích $V$ của khối chóp.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

**Câu 37.** Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ đáy hình vuông có cạnh bằng $a$, đường chéo $AC'$ tạo với mặt bên $(BCC'B')$ một góc $\alpha$ $(0<\alpha<45^0)$. Tính thể tích của lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $a^3\sqrt{\cot^2\alpha+1}$. B. $a^3\sqrt{\tan^2\alpha-1}$. C. $a^3\sqrt{\cos 2\alpha}$. D. $a^3\sqrt{\cot^2\alpha-1}$.

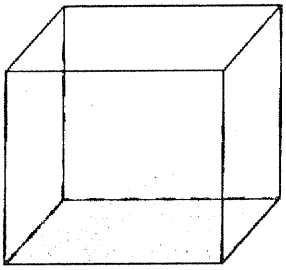
**Câu 38.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $A'$, $B'$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $SA$, $SB$. Tính tỉ số thể tích $\dfrac{V_{SABC}}{V_{SA'B'C}}$.

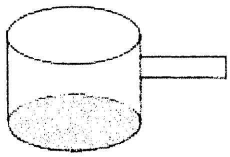
A. 4. B. $\dfrac{1}{4}$. C. $\dfrac{1}{2}$. D. 2.

**Câu 39.** Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều. Tính độ dài đường cao của hình nón.

A. $\dfrac{a}{4}$. B. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a$. C. $\dfrac{a}{2}$. D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$.

**Câu 40.** Cho một cái bể nước hình hộp chữ nhật có ba kích thước 3m, 2m, 2m lần lượt là chiều dài, chiều rộng, chiều cao của lòng trong đựng nước của bể. Hàng ngày nước ở trong bể được lấy ra bởi một cái gáo hình trụ có chiều cao là $5cm$ và bán kính đường tròn đáy là $4cm$. Trung bình một ngày được múc ra 170 gáo nước để sử dụng (Biết mỗi lần múc là múc đầy gáo). Hỏi sau bao nhiêu ngày thì bể hết nước biết rằng ban đầu bể đầy nước?





A. 280 ngày. B. 281 ngày. C. 282 ngày. D. 283 ngày.

**Câu 41.** Một cái cốc hình trụ cao $15cm$ đựng được 0,5 lít nước. Hỏi bán kính đường tròng đáy của cái cốc sấp sỉ bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng thập phân thứ hai)?

A. 3,26 cm. B. 3,27 cm. C. $3,25\,\text{cm}$. D. $3,28\,\text{cm}$.

**Câu 42.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác đều cạnh $a$, cạnh $SA=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. Gọi $D$ là điểm đối xứng của $B$ qua $C$. Tính bán kính $R$ của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABD$.

A. $R=\dfrac{a\sqrt{39}}{7}$. B. $R=\dfrac{a\sqrt{35}}{7}$. C. $R=\dfrac{a\sqrt{37}}{6}$. D. $R=\dfrac{a\sqrt{39}}{6}$.

**Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2z+3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $(P)$?

A. $\vec{n}=(1-2;3)$. B. $\vec{n}=(1;0;-2)$. C. $\vec{n}=(1;-2;0)$. D. $\vec{n}=(3;-2;1)$.

**Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-3=0$. Tìm tọa độ tâm $I$ và bán kính $R$ của $(S)$.

A. $I(2;-1;1)$ và $R=3$. B. $I(-2;1;-1)$ và $R=3$.

C. $I(2;-1;1)$ và $R=9$. D. $I(-2;1;-1)$ và $R=9$.

**Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+3y+4z-5=0$ và điểm $A(1;-3;1)$. Tính khoảng cách $d$ từ điểm $A$ đến mặt phẳng $(P)$.

A. $d=\frac{3}{\sqrt{29}}$. B. $d=\frac{8}{\sqrt{29}}$. C. $d=\frac{8}{9}$. D. $d=\frac{8}{29}$.

**Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d:\frac{x-4}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P):x-3y+2mz-4=0$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ sao cho đường thẳng $d$ song song với mặt phẳng $(P)$.

A. $m=\frac{1}{2}$. B. $m=\frac{1}{3}$. C. $m=1$. D. $m=2$.

**Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;0)$ và $B(3;1;-2)$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua trung điểm $I$ của cạnh $AB$ và vuông góc với đường thẳng $AB$.

A. $-x+2z+3=0$. B. $2x-y-1=0$. C. $2y-z-3=0$. D. $2x-z-3=0$.

**Câu 48.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{z-3}{1}=\frac{y-2}{1}$ và hai mặt phẳng $(P):x-2y+2z=0$, $(Q):x-2y+3z-5=0$. Mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ là giao điểm của đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$. Mặt phẳng $(Q)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$. Viết phương trình của mặt cầu $(S)$.

A. $(S):(x+2)^2+(y+4)^2+(z+3)^2=\frac{2}{7}$. B. $(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=\frac{9}{14}$.

C. $(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=\frac{2}{7}$. D. $(S):(x+2)^2+(y+4)^2+(z+3)^2=\frac{9}{14}$.

**Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-4}{1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{-2}$, $d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng $d$ đi qua điểm $A$, vuông góc với đường thẳng $d_1$ và cắt đường thẳng $d_2$.

A. $d:\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{4}$. B. $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{3}$.

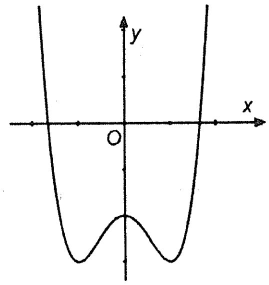
C. $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{-1}$. D. $d:\frac{x-1}{-2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{3}$.

**Câu 50.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;1)$, $B(0;2;-1)$, $C(2;-3;1)$. Điểm $M$ thỏa mãn $T = MA^2 - MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất. Tính giá trị của $P = x_M^2 + 2y_M^2 + 3z_M^2$.

**A.** $P = 101$. **B.** $P = 134$. **C.** $P = 114$. **D.** $P = 162$.

# ĐỀ SỐ 3

**Câu 1.** Cho đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a \neq 0)$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?




**A.** $a < 0,\ b > 0,\ c > 0$. **B.** $a > 0,\ b < 0,\ c < 0$.

**C.** $a > 0,\ b > 0,\ c < 0$. **D.** $a < 0,\ b > 0,\ c < 0$.

**Câu 2.** Cho hàm số $y = \dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{x}$ có đồ thị là $(C)$. Xét các khẳng định sau:

1. $(C)$ có một tiệm cận đứng là $x = 0$ và hai tiệm cận ngang là $y = \pm 2$.
2. Khoảng cách giữa hai tiệm cận ngang của $(C)$ bằng 4.
3. $(C)$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng.
4. $(C)$ chỉ có một tiệm cận.

Trong các khẳng định trên, có bao nhiêu khẳng định đúng?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

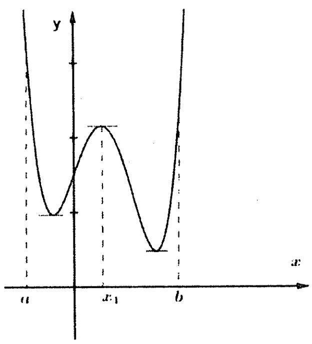
**Câu 3.** Tìm các khoảng đồng biến của hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+2}$.

**A.** $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$. **B.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

**C.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$ và $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

**Câu 4.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$ và có đồ thị như hình vẽ.

Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?




**A.** Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

**B.** Đồ thị hàm số có một điểm cực đại.

**C.** Trên khoảng $(a;b)$ thì giá trị lớn nhất của $f(x)$ bằng $f(x_1)$.

**D.** Đồ thị hàm số có hai điểm cực tiểu.

**Câu 5.** Số điểm cực trị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có thể là?

**A.** 3. **B.** 0 hoặc 2. **C.** 1 hoặc 2. **D.** 0 hoặc 1 hoặc 2.

**Câu 6.** Biết đường thẳng $y = -2x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 7x - 5$ tại các điểm phân biệt. Tìm hoành độ giao điểm có độ lớn lớn nhất trong các hoành độ giao điểm thu được.

**A.** 2. **B.** $-3$. **C.** $-1$. **D.** 4.

**Câu 7.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 1 + \sin 2x + \dfrac{4}{\sin^2 2x}$.

**A.** 4. **B.** $\sqrt{15}$. **C.** $\sqrt{17}$. **D.** 3.

**Câu 8.** Điểm $M$ thuộc đồ thị $(C)$ của hàm số $y = \dfrac{x^2 + 5x + 15}{x + 3}$ và $M$ có tọa độ là các số nguyên. Hỏi có bao nhiêu điểm $M$ thỏa mãn bài toán?

**A.** 6. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 4.

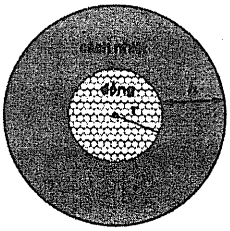
**Câu 9.** Cho hàm số $y = \dfrac{2x - 1}{x - 1}$ (C). Tìm $m$ sao cho đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ thỏa mãn tam giác $OAB$ vuông tại $O$, với $O$ là gốc tọa độ.

**A.** $m = 1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = -2$.

**Câu 10.** Cáp tròn truyền dưới nước bao gồm một lõi đồng và bao quanh lõi đồng là lõi cách nhiệt (như hình vẽ). Nếu $x$ là tỷ lệ của bán kính lõi và độ dày của vật liệu cách điện ($x = \dfrac{r}{h}$) thì bằng đo đạc thực nghiệm người ta thấy vận tốc truyền tải tín hiệu được cho bởi phương trình $v = x^2 \ln\left(\dfrac{1}{x}\right)$ $(0 < x < 1)$. Nếu bán kính của lõi bằng 1cm, vật liệu cách nhiệt có bề dày $h$ phải bằng bao nhiêu để vận tốc truyền tải là lớn nhất?

**A.** $h = \dfrac{1}{\sqrt{e}}$ (cm). **B.** $h = \sqrt{e}$ (cm).

**C.** $h = e$ (cm). **D.** $h = \dfrac{1}{e}$ (cm).




**Câu 11.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để $y = -\dfrac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m+3)x - 4$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

**A.** $m \geq \dfrac{12}{7}$. **B.** $m \leq \dfrac{12}{7}$. **C.** $m \geq 1$. **D.** $1 \leq m \leq \dfrac{12}{7}$.

**Câu 12.** Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 + 4) - \log_2(x - 1) = 3$ bằng?

**A.** 12. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 14.

**Câu 13.** Tính đạo hàm của hàm số $y = 10^{x^2+1}$.

**A.** $y' = 10.100^x \ln 10.$ **B.** $y' = 20x.100^x \ln 10.$

**C.** $y' = 10.10^{x^2} \ln 10.$ **D.** $y' = 20x.10^{x^2} \ln 10.$

**Câu 14.** Giải bất phương trình $\log_2(x^2-4)+\log_{\frac{1}{2}}(x+2)>1000.$

**A.** $x > 2 + 2^{1000}.$ **B.** $x > 2002.$ **C.** $2 < x < 2 + 2^{1000}.$ **D.** $2 < x < 2002.$

**Câu 15.** Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y=(x^3-8)^{-1000}.$

**A.** $D = (2;+\infty).$ **B.** $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}.$

**C.** $D = (-\infty;2).$ **D.** $D = (-2;+\infty)\cup(-\infty;2).$

**Câu 16.** Cho hàm số $f(x)=2^x.7^{x+1}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai ?

**A.** $f(x)<1 \Leftrightarrow x+(x+1)\log_2 7<0.$ **B.** $f(x)<1 \Leftrightarrow x+1+x\log_7 2<0.$

**C.** $f(x)>7^{2x+1} \Leftrightarrow x>0.$ **D.** $f(x)>2^x \Leftrightarrow x>-1.$

**Câu 17.** Cho hai số thực dương $a$ và $b$, với $a\neq 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $\log_a(ab)^2 = 2+2\log_a b.$ **B.** $\log_a(ab)^2 = \frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b.$

**C.** $\log_a(ab)^2 = 2\log_a b.$ **D.** $\log_a(ab)^2 = \frac{1}{2}\log_a b.$

**Câu 18.** Tính đạo hàm của hàm số $y=(3x-1)\ln(x^2+1)^{1000}.$

**A.** $y' = \ln(x^2+1)^{3000} + \dfrac{1000(3x^2-x)}{x^2+1}.$ **B.** $y' = \ln(x^2+1)^{3000} + \dfrac{2000(3x^2-x)}{x^2+1}.$

**C.** $y' = 3\ln(x^2+1)^{1000} + \dfrac{1000(3x-1)}{x^2+1}.$ **D.** $y' = 3\ln(x^2+1)^{1000} + \dfrac{2000(3x-1)}{x^2+1}.$

**Câu 19.** Đặt $a=\log_3 2$, $b=\log_7 2$. Hãy biểu diễn $\log_6 56$ theo $a$ và $b$.

**A.** $\log_6 56 = \dfrac{3a^2-3ab}{ab}.$ **B.** $\log_6 56 = \dfrac{a+3ab}{ab}.$

**C.** $\log_6 56 = \dfrac{3a^2-3ab}{ab+b}.$ **D.** $\log_6 56 = \dfrac{a+3ab}{ab+b}.$

**Câu 20.** Xét $a$ và $b$ là hai số thực dương tùy ý. Đặt $x=e^{\frac{a+b}{2}}$, $y=\dfrac{e^a+e^b}{2}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng ?

**A.** $x\le y.$ **B.** $x>y.$ **C.** $x<y.$ **D.** $x\ge y.$

**Câu 21.** Một người gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất 12% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi, hỏi sau bao lâu người đó có được 35246000 đồng (cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu?

**A.** 6 năm. **B.** 8 năm. **C.** 4 năm. **D.** 5 năm.

**Câu 22.** Cho $f(x)$ là hàm lẻ và liên tục trên đoạn $[-2;2]$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $\int\limits_{-2}^{2} f(x)dx = 0.$ **B.** $\int\limits_{-2}^{2} f(x)dx = 2\int\limits_{0}^{2} f(x)dx.$

**C.** $\int\limits_{-2}^{2} f(x)dx = \int\limits_{-2}^{2} f(-x)dx.$ **D.** $\int\limits_{-2}^{2} f(x)dx = -2\int\limits_{0}^{2} f(x)dx.$

**Câu 23.** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \dfrac{\tan^{1000} x}{\cos^2 x}$.

**A.** $F(x) = -\dfrac{\tan^{1001}}{1001} + C.$ **B.** $F(x) = \dfrac{\tan^{1001}}{1001} + C.$

**C.** $F(x) = -\dfrac{1}{999\cot^{999} x} + C.$ **D.** $F(x) = \dfrac{1}{999\cot^{999} x} + C.$

**Câu 24.** Cuộc thi Hoa hậu Việt Nam 2016 kết thúc cách đây không lâu, người đẹp Đỗ Mỹ Linh trở thành chủ nhân mới của danh hiệu Hoa hậu Việt Nam, danh hiệu Á hậu 1 thuộc về người đẹp Ngô Thanh Thanh Tú và danh hiệu Á hậu 2 thuộc về người đẹp Huỳnh Thị Thùy Dung. Nhiều chuyên gia đã nghiên cứu về vận tốc đi catwalk của ba người đẹp nói trên và một trong số đó là TS. Vũ Nhữ Hồ, tiến sĩ đã công bố nghiên cứu của mình như sau: *vận tốc đi catwalk của ba người đẹp Mỹ Linh, Thanh Tú, Thùy Dung lần lượt tuân theo ba công thức:*

$v(t_1) = -t_1 + 2$ (m / s), $v(t_2) = -2t_2 + 3$ (m / s), $v(t_3) = -2t_3 + 4$ (m / s).

Với thông tin trên của TS. Vũ Nhữ Hồ, hãy tính tổng quãng đường $S_b$ (m) mà ba người đẹp nói trên đi được trong khoảng thời gian từ thời điểm 0 (s) đến thời điểm 2 (s).

**A.** $S_b = 8.$ **B.** $S_b = 6.$ **C.** $S = 12.$ **D.** $S = 10.$

**Câu 25.** Tìm tất cả các giá trị nguyên dương của tham số $m$ sao cho $\int\limits_{1}^{m}(x^3 - 6x)dx = \dfrac{875}{4}$.

**A.** $m = 4.$ **B.** $m = 5.$ **C.** $m = 6.$ **D.** $m = 3.$

**Câu 26.** Tính tích phân $I = \int\limits_{0}^{1000}(2x-1)e^x dx.$

**A.** $I = 2001e^{1000} - 1.$ **B.** $I = 2001e^{1000} + 1.$ **C.** $I = 1997e^{1000} + 3.$ **D.** $I = 1997e^{1000} - 3.$

**Câu 27.** Cho đồ thị $(C)$ có phương trình $x^2 - 2xy = x^3 - y^2$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(C)$ và đường thẳng $x = 2$.

**A.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{5}.$ **B.** $\dfrac{16\sqrt{2}}{5}.$ **C.** $\dfrac{8\sqrt{2}}{5}.$ **D.** $\dfrac{32\sqrt{2}}{5}.$

**Câu 28.** Ký hiệu $(H)$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \ln x,\ y = 0,\ x = 1,\ x = 2.$ Tính thể tích $V$ của khối tròn xoay thu được khi quay hình $(H)$ xung quanh trục hoành.

A. $V = 2\ln^2 2 - 4\ln 2 - 2$.
B. $V = 2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 1$.
C. $V = 2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 4$.
D. $V = 2\pi\left(1 - \ln 2\right)^2$.

**Câu 29.** Cho số phức $z = a + bi \quad (a,\ b \in \mathbb{R})$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

A. $i$ là đơn vị ảo, tức là $i^2 = -1$.

B. Số phức liên hợp của $z$ là $\overline{z} = a - bi$.

C. Số phức $z$ có môđun bằng $\sqrt{a^2 + b^2}$.

D. Số phức $z$ có phần ảo là $a$ và phần thực là $b$.

**Câu 30.** Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i,\ z_2 = 1 - i$. Tính giá trị của $P = \left|\dfrac{z_1 + z_2}{z_2}\right|$.

A. $P = \sqrt{26}$.
B. $P = \dfrac{\sqrt{26}}{2}$.
C. $P = 3 + \sqrt{26}$.
D. $P = \sqrt{26} - 3$.

**Câu 31.** Tìm số phức $z$ thỏa mãn $\overline{z} + 2z = (1 - 2i)^2(2 + i)$.

A. $z = -\dfrac{2}{3} - 11i$.
B. $z = \dfrac{2}{3} + 11i$.
C. $z = \dfrac{2}{3} - 11i$.
D. $z = -\dfrac{2}{3} + 11i$.

**Câu 32.** Tìm cặp số nguyên dương $(x;y)$ sao cho số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $z^3 = -11 - 2i$.

A. $(x;y) = (3;2)$.
B. $(x;y) = (-4;2)$.
C. $(x;y) = (1;2)$.
D. $(x;y) = (5;3)$.

**Câu 33.** Tìm phần thực $a$ của số phức $z$ thỏa mãn $z = \left(2i - 3\right)i + \dfrac{3 + i}{2i}$.

A. $a = -\dfrac{3}{2}$.
B. $a = -\dfrac{2}{3}$.
C. $a = 3$.
D. $a = -2$.

**Câu 34.** Cho số phức $z$ thỏa mãn $\left|z - 1\right| = 3$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w$ với $(3 - 2i)w = iz + 2$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm $I$ của đường tròn đó.

A. $I(2;3)$.
B. $I(-2;3)$.
C. $I\left(\dfrac{4}{13};\dfrac{7}{13}\right)$.
D. $I\left(\dfrac{1}{12};\dfrac{2}{3}\right)$.

**Câu 35.** Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi và diện tích đáy bằng $S_1$. Tứ giác $ACC'A'$ và $BDD'B'$ có diện tích lần lượt bằng $S_2$ và $S_3$. Kí hiệu $V$ là thể tích của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $V = \dfrac{S_1}{2}\sqrt{S_2S_3}$.
B. $V = \dfrac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{S_1S_2S_3}$.
C. $V = \dfrac{\sqrt{3}}{3}\sqrt{S_1S_2S_3}$.
D. $V = \sqrt{\dfrac{S_1S_2S_3}{2}}$.

**Câu 36.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng $a\sqrt{3}$ và $\widehat{ABC} = 120^0$. Cạnh $SC$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa mặt phẳng $\left(SAB\right)$ và $\left(ABCD\right)$ bằng $45^0$. Tính theo $a$ thể tích $V$ của hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{3\sqrt{3}a^3}{2}$.
B. $V = \dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.
C. $V = \dfrac{3\sqrt{2}a^3}{2}$.
D. $V = \dfrac{3\sqrt{2}a^3}{4}$.

**Câu 37.** Cho hình chóp tam giác có đường cao bằng 10cm và các cạnh đáy bằng 20cm, 21cm và 29cm. Thể tích của hình chóp đó bằng?

A. $600\text{ cm}^3$. B. $621{,}3\text{ cm}^3$. C. $700\text{ cm}^3$. D. $700\sqrt{2}\text{ cm}^3$.

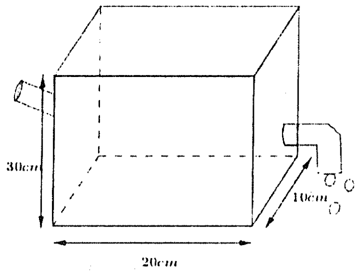
**Câu 38.** Một thợ làm nón lá hình chóp với đường kính của vành nón là 50cm, đường cao của nón là 15cm. Hỏi diện tích lá cần có để phủ một lần cái nón là bao nhiêu? (không kể phần lá xếp lên nhau).

A. $125\sqrt{34}\pi\left(\text{cm}^2\right)$. B. $125\sqrt{33}\pi\left(\text{cm}^2\right)$. C. $126\sqrt{33}\pi\left(\text{cm}^2\right)$. D. $126\sqrt{34}\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

**Câu 39.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $B$, cạnh $SA = a$, $AB = b$ và $SA$ vuông góc với đáy. Tính khoảng cách $d$ từ điểm $A$ đến mặt phẳng $(SBC)$.

A. $d = \dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{ab}$. B. $d = \dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$. C. $d = \dfrac{ab}{\sqrt{2a^2+2b^2}}$. D. $d = \dfrac{\sqrt{2a^2+2b^2}}{ab}$.

**Câu 40.** Một bể hình hộp chữ nhật chứa nước có kích thước như hình vẽ được trang bị hai vòi. Một vòi dùng để bơm nước vào bể với mức bơm 6 lít/phút, vòi còn lại hút nước từ bể với mức hút là 4 lít/phút. Cả hai vòi được bật lên cùng một lúc. Các vòi được tắt ngay lập tức khi bể đầy nước. Hỏi sẽ mất bao lâu để bể đầy nước từ lúc bật? (biết ban đầu bể không có nước).




A. 4 (phút). B. 160 (giây).

C. 180 (giây). D. 2 (phút).

**Câu 41.** Bán kính đáy của hình trụ bằng 2m, chiều cao bằng 3m. Tính độ dài đường chéo của thiết diện qua trục.

A. 4 (m). B. $\sqrt{13}$ (m). C. $2\sqrt{10}$ (m). D. 5 (m).

**Câu 42.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$, đường cao của hình chóp bằng $a$. Gọi $E$, $F$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $BC$, $AD$. Tính thể tích $V$ của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.EBF$.

A. $V = \dfrac{29\sqrt{29}\pi a^3}{353}$. B. $V = \dfrac{17\sqrt{17}\pi a^3}{384}$. C. $V = \dfrac{17\sqrt{17}\pi a^3}{353}$. D. $V = \dfrac{29\sqrt{29}\pi a^3}{384}$.

**Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): y - 2z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $(P)$?

A. $\vec{n} = (0;-2;1)$. B. $\vec{n} = (1;-2;1)$. C. $\vec{n} = (0;1;-2)$. D. $\vec{n} = (1;-2;0)$.

**Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2my + 2z + m^2 - 2 = 0$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ sao cho $(S)$ có tâm $I(1;2;-1)$.

A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. $m = 3$.

**Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z+m=0$, với $m$ là tham số thực và điểm $A(-1;2;1)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho khoảng cách từ điểm $A$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng $\frac{7}{9}$.

**A.** $m=\frac{13}{3}$ hoặc $m=\frac{16}{3}$.
**B.** $m=\frac{2}{3}$ hoặc $m=\frac{13}{3}$.
**C.** $m=\frac{2}{3}$ hoặc $m=\frac{16}{3}$.
**D.** $m=\frac{16}{3}$ hoặc $m=\frac{19}{3}$.

**Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d:\begin{cases} x=3+3t \\ y=4+2t \\ z=2+t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Xét đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{6}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+3}{m}$, với $m$ là tham số thực khác 0. Tìm $m$ sao cho đường thẳng $\Delta$ song song với đường thẳng $d$.

**A.** $m=-2$.
**B.** $m=2$.
**C.** $m=26$.
**D.** $m=-26$.

**Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;2)$, $B(-1;2;4)$, $C(0;5;6)$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua ba điểm $A$, $B$, $C$.

**A.** $2x-4y+5z-10=0$.
**B.** $2x-4y+5z-12=0$.
**C.** $2x-4y-5z+10=0$.
**D.** $2x+4y-5z+2=0$.

**Câu 48.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;2;3)$, $B(1;3;7)$, $C(5;6;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x-3y+z+1=0$. Mặt cầu $(S)$ đi qua ba điểm $A$, $B$, $C$ và có tâm $I$ thuộc mặt phẳng $(P)$. Tính giá trị của biểu thức $P=x_I^2+y_I^2+z_I^2+\frac{7}{5}y_Iz_I$.

**A.** $P=\frac{73}{5}$.
**B.** $P=\frac{59}{5}$.
**C.** $P=71$.
**D.** $P=78$.

**Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 5x-3y-z+2=0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$, $d_2: \frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng $d$ vuông góc với mặt phẳng $(P)$, đồng thời cắt cả hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$.

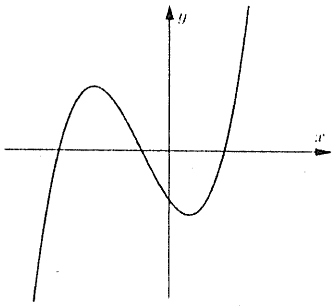
**A.** $d: \frac{x-4}{5}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z}{-1}$.
**B.** $d: \frac{x-4}{-5}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{1}$.
**C.** $d: \frac{x+3}{5}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-2}{-1}$.
**D.** $d: \frac{x-3}{-5}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-2}{1}$.

**Câu 50.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A(1;2;5)$ và cắt chiều dương của các trục tọa độ $Ox$, $Oy$, $Oz$ lần lượt tại $M$, $N$, $P$ khác gốc tọa độ thỏa mãn thể tích tứ diện $OMNP$ nhỏ nhất. Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm nào dưới đây?

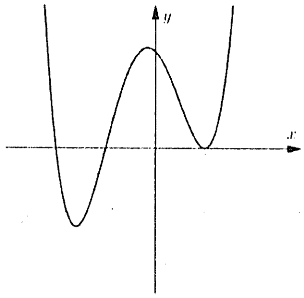
**A.** $T(-3;6;6)$. **B.** $T(3;-6;6)$. **C.** $T(-1;6;5)$. **D.** $T(1;-6;5)$.

# ĐỀ SỐ 4

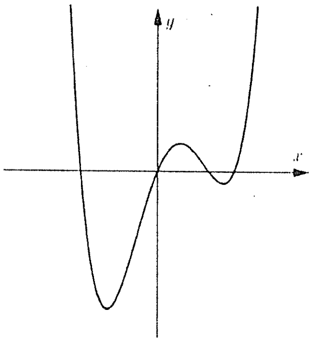
**Câu 1.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và phương trình $f(x)=0$ có ba nghiệm thực phân biệt. Xét các hình dưới đây, những hình nào có thể là đồ thị của hàm số $f(x)$?



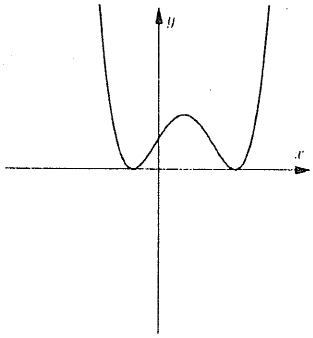

(1)




(2)




(3)




(4)

**A.** 1 và 2. **B.** 1, 2 và 4. **C.** 1 và 3. **D.** 2 và 4.

**Câu 2.** Hàm số $y=x^5+x^3-\sqrt{1-3x}$ đồng biến trên khoảng nào?

**A.** $\left(\frac{1}{3};1\right)$. **B.** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$. **C.** $(1;7)$. **D.** $(7;+\infty)$.

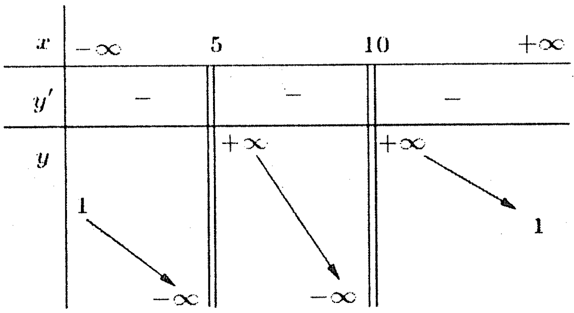
**Câu 3.** Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ của hàm số $f(x)=\frac{\ln x}{x}$.

**A.** $\frac{1}{e}$. **B.** $e$. **C.** $-\frac{1}{e}$. **D.** $-e$.

**Câu 4.** Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{5-x}}{\ln(x-3)}$.

**A.** $D=[3;5]$. **B.** $D=(3;5]\setminus\{4\}$. **C.** $D=[3;5)$. **D.** $D=(3;5)\setminus\{4\}$.

**Câu 5.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{5;10\}$ và có bảng biến thiên như sau:




Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;5)$, $(5;10)$, $(10;+\infty)$.

**B.** Phương trình $f(x)=m-1$ luôn có hai nghiệm phân biệt trên $\mathbb{R}\setminus\{5;10\}$, $\forall m\in\mathbb{R}$.

**C.** Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang và 2 tiệm cận đứng.

**D.** Đồ thị hàm số cắt trục $Ox$ tại ba điểm phân biệt.

**Câu 6.** Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

1. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x_0 \Leftrightarrow$ đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x_0$.
2. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại $x_0 \Leftrightarrow x_0$ là nghiệm của đạo hàm.
3. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)=0$ thì $x_0$ phải là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ đã cho.
4. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$ thì hàm số đạt cực đại tại $x_0$.

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

**Câu 7.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+4x+2}{x+3}$ trên đoạn $[-1;3]$.

**A.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=2$. **B.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=\dfrac{14}{5}$. **C.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=\dfrac{5}{2}$. **D.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=\dfrac{26}{3}$.

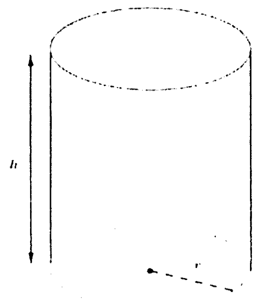
**Câu 8.** Tìm $m$ sao cho hàm số $y=f(x)=x^3-3mx^2+(m-1)x+2$ đạt cực đại tại $x=2$.

**A.** $m=1$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-1$. **D.** $m\in\varnothing$.

**Câu 9.** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ có mấy tiệm cận?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

**Câu 10.** Một kĩ sư của nhà máy được yêu cầu phải thiết kế một thùng chứa hình trụ (như hình vẽ) có thể tích nhất định. Biết rằng giá của vật liệu làm mặt đáy và nắp của thùng đắt gấp $N$ $(N>1)$ (chi phí cho mỗi đơn vị diện tích) so với vật liệu để làm mặt bên của thùng. Tỉ lệ chiều cao $h$ và bán kính đáy $r$ theo $N$ được tìm bởi kĩ sư sao cho giá thành sản xuất thùng là nhỏ nhất (biết rằng kĩ sư làm đúng)?



**A.** $\dfrac{h}{r} = \sqrt{2}N.$ **B.** $\dfrac{h}{r} = 2N.$

**C.** $\dfrac{h}{r} = 3N.$ **D.** $\dfrac{h}{r} = \sqrt{3}N.$

**Câu 11.** Giả sử $x_0$ là nghiệm của phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$ $(a \neq 0)$. Cho hàm số $y = f(x) = Mx$, với $M = \max\left\{\left|\dfrac{b}{a}\right|; \left|\dfrac{c}{a}\right|\right\}$. Tìm tất cả giá trị của tham số $a$ sao cho hàm số $g(x) = -f(x) + ax$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $a \leq \dfrac{x_0^2}{x_0+1}.$ **B.** $a \leq -\dfrac{x_0+1}{x_0^2}.$ **C.** $a \leq \dfrac{x_0^2}{|x_0|+1}.$ **D.** $a \leq -\dfrac{|x_0|+1}{x_0^2}.$

**Câu 12.** Phương trình $\log_2(2x-1) + \log_2(x+3) = \log_2(x^2+3)$ có số nghiệm là?

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Câu 13.** Tính đạo hàm của hàm số $y = 12^{\tan x}$.

**A.** $y' = \dfrac{12^{\tan x}\ln 12}{\cos^2 x}.$ **B.** $y' = \dfrac{12^{\tan x}\ln 12}{\sin^2 x}.$

**C.** $y' = \tan x.12^{\tan x - 1}\ln 12.$ **D.** $y' = \dfrac{\tan x.12^{\tan x-1}}{\ln 12}.$

**Câu 14.** Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2-9) - \log_{\frac{1}{3}}(x-3) < 1000.$

**A.** $x \in \mathbb{R}.$ **B.** $x > 3.$ **C.** $3 < x < 3^{1000} - 3.$ **D.** $x \in \varnothing.$

**Câu 15.** Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y = (x^2-6x+8)^{\frac{1}{1000}}$.

**A.** $D = \mathbb{R}.$ **B.** $D = [4;+\infty) \cup (-\infty;2].$

**C.** $D = (4;+\infty) \cup (-\infty;2).$ **D.** $D = [2;4].$

**Câu 16.** Cho hàm số $f(x) = \dfrac{2^x}{7^{x+1}}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

**A.** $f(x) > 1 \Leftrightarrow x+1 < x\log_7 2.$ **B.** $f(x) > 1 \Leftrightarrow x > (x+1)\log_2 7.$

**C.** $f(x) > \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x < -1.$ **D.** $f(x) > \dfrac{1}{7} \Leftrightarrow x > 0.$

**Câu 17.** Cho các số thực dương $a, b, c$, với $a \neq 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\log_a(abc) = 2\log_{a^2} b + \frac{1}{2}\log_a c^2$.

B. $\log_a(abc) = 1 + 2\log_{a^2} b + \frac{1}{2}\log_a c^2$.

C. $\log_a(abc) = \frac{1}{2}\log_{a^2} b + 2\log_a c^2$.

D. $\log_a(abc) = 1 + \frac{1}{2}\log_{a^2} b + 2\log_a c^2$.

**Câu 18.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x}{\ln(x^2+1)^{1000}}$.

A. $y' = \frac{(x^2+1)\ln(x^2+1) - 2x^2}{1000\ln^2(x^2+1)}$.

B. $y' = \frac{2x^2 - (x^2+1)\ln(x^2+1)}{1000\ln^2(x^2+1)}$.

C. $y' = \frac{(x^2+1)\ln(x^2+1) - 2x^2}{1000(x^2+1)\ln^2(x^2+1)}$.

D. $y' = \frac{2x^2 - (x^2+1)\ln(x^2+1)}{1000(x^2+1)\ln^2(x^2+1)}$.

**Câu 19.** Cho $\log_3 x = 2\sqrt{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_3 x^2 + \log_{\frac{1}{3}} x^3 - \log_9 x + \log_{\sqrt{3}} x$.

A. $P = \sqrt{3}$.

B. $P = 2\sqrt{3}$.

C. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $P = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

**Câu 20.** Xét $a$ và $b$ là hai số thực dương tùy ý.

Đặt $x = 1000\log_{2^{1000}}(a^2+b^2)$, $y = \frac{1}{1000}\log_2(a+b)^{1000}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $x - 2y > -1$.

B. $x - 2y \geq -1$.

C. $x - 2y < -1$.

D. $x - 2y \leq -1$.

**Câu 21.** Năm 2015, dân số Việt Nam là 91,7 triệu người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Việt Nam từ năm 2015 đến năm 2025 ở mức không đổi là 1,5%, hãy dự đoán dân số Việt Nam năm 2025.

A. 106,54 triệu người.

B. 104,95 triệu người.

C. 108,15 triệu người.

D. 109,78 triệu người.

**Câu 22.** Cho $f(x)$ là hàm chẵn và liên tục trên đoạn $[-2;2]$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\int_{-2}^{2} f(x)dx = 0$.

B. $\int_{-2}^{2} f(x)dx = 2\int_{0}^{2} f(x)dx$.

C. $\int_{-2}^{2} f(x)dx = -2\int_{0}^{2} f(x)dx$.

D. $\int_{-2}^{2} f(x)dx = 1$.

**Câu 23.** Tìm nguyên hàm $H$ của hàm số $f(x) = \frac{2^{1000}}{2x-1} + \frac{3^{1000}}{(3x-1)^2}$.

A. $H = 2^{1001}\ln|2x-1| - \frac{3^{1001}}{3x-1} + C$.

B. $H = 2^{1001}\ln|2x-1| + \frac{3^{1001}}{3x-1} + C$.

C. $H = 2^{999}\ln|2x-1| - \frac{3^{999}}{3x-1} + C$.

D. $H = 2^{999}\ln|2x-1| + \frac{3^{999}}{3x-1} + C$.

**Câu 24.** Một vật đang chuyển động với vận tốc 10m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 2t + t^2$ $(\text{m}/\text{s}^2)$. Tính quãng đường $S$ (m) mà vật đi được trong khoảng thời gian 12 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

A. $S = 120$. B. $S = 2424$. C. $S = 720$. D. $S = 3576$.

**Câu 25.** Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + 11\cos x}{\sin x + \cos x} dx$.

A. $I = \frac{3\pi}{2} + 5\ln 2$. B. $I = 3\pi + 5\ln 2$. C. $I = \frac{3\pi}{2} + 10\ln 2$. D. $I = \frac{3\pi}{2} + \frac{5}{2}\ln 2$.

**Câu 26.** Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{1000} x}{\sin^{1000} x + \cos^{1000} x} dx$.

A. $I = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1000} - 1$. B. $I = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{1000} - 1$. C. $I = \frac{\pi}{2}$. D. $I = \frac{\pi}{4}$.

**Câu 27.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $4x = y^2$ và $4y = x^2$.

A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{16}{3}$. D. $\frac{32}{3}$.

**Câu 28.** Ký hiệu $(H)$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^{\frac{x}{2}}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$. Tính thể tích $V$ của khối tròn xoay thu được khi quay hình $(H)$ xung quanh trục hoành.

A. $V = \pi(e - 2)$. B. $V = \pi(e - 1)$. C. $V = \pi(3e - 2)$. D. $V = \pi(3e - 1)$.

**Câu 29.** Tìm phần thực của số phức $z = 3(2 + 3i) - 4(2i - 1)$.

A. 10. B. 7. C. $\sqrt{7}$. D. $\sqrt{5}$.

**Câu 30.** Tìm môđun của số phức $z = (2 + 3i)(1 + i)^2$.

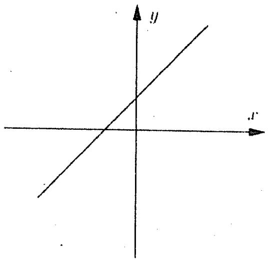
A. $|z| = \sqrt{15}$. B. $|z| = \sqrt{13}$. C. $|z| = 2$. D. $|z| = 2\sqrt{13}$.

**Câu 31.** Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn số phức $z$ thỏa mãn điều kiện $z^2$ là một số ảo là?

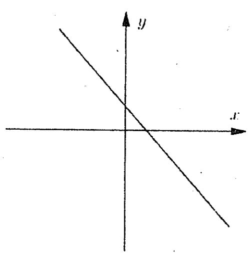
A. Hai đường phân giác $y = x$ và $y = -x$ của các góc phần tư. B. Trục ảo.

C. Đường phân giác của góc phần tư thứ nhất. D. Trục hoành.

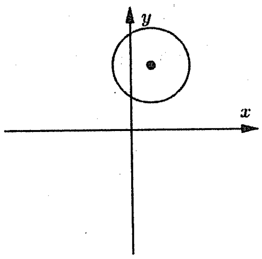
**Câu 32.** Cho số phức $z$ thỏa mãn $|iz - (-3 + i)| = 2$. Trong mặt phẳng phức, đồ thị nào hiển thị đúng quỹ tích điểm biểu diễn $z$.



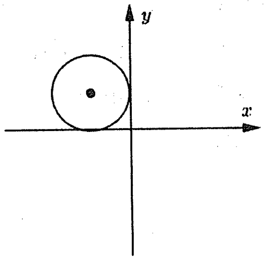

A. Hình 1.




B. Hình 3.




C. Hình 2.




D. Hình 4.

**Câu 33.** Kí hiệu $z_1;z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-3z+4=0$. Tính giá trị của biểu thức $|z_1|+|z_2|$.

A. 2. B. 4. C. 5. D. 3.

**Câu 34.** Cho số phức $z$ thỏa mãn $\overline{z}(3+2i)-1=z(2+3i)$. Tìm số phức $z$.

A. $z=1+2i$.
B. $z=2i+1$.
C. $z=1+3i$.
D. Không tồn tại $z$ thỏa mãn.

**Câu 35.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $B'D'=a\sqrt{5}$, $AA'=A'B'=\dfrac{A'D'}{2}$.

Tính theo $a$ thể tích $V$ của khối hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V=a^3$. B. $V=2a^3$. C. $V=\dfrac{3\sqrt{10}}{5}a^3$. D. $V=3a^3$.

**Câu 36.** Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác $SAB$ đều cạnh $a$, tam giác $ABC$ cân tại $C$. Hình chiếu của $S$ trên mặt phẳng $(ABC)$ là trung điểm của cạnh $AB$. Đường thẳng $SC$ tạo với mặt đáy một góc $30^0$. Tính theo $a$ thể tích $V$ khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^3$. B. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{8}a^3$. C. $V=\dfrac{\sqrt{3}}{8}a^3$. D. $V=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

**Câu 37.** Cho tứ diện $OABC$ có $OA=a$, $OB=b$, $OC=c$, $\widehat{AOB}=60^0$, $\widehat{BOC}=45^0$, $\widehat{COA}=30^0$. Gọi $CH$ và $CK$ lần lượt là đường cao của tam giác $OAC$ và tam giác $OBC$. Tính thể tích $V$ của tứ diện $OABC$.

A. $V=\dfrac{abc\sqrt{6}}{12}$. B. $V=\dfrac{abc\sqrt[4]{6}}{12}$. C. $V=\dfrac{abc\sqrt{2}}{12}$. D. $V=\dfrac{abc\sqrt{\sqrt{6}-2}}{12}$.

**Câu 38.** Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh $SA=SB=SC=a$ và $SA$, $SB$, $SC$ đôi một vuông góc với nhau. Tính theo $a$ khoảng cách $h$ từ điểm $S$ đến mặt phẳng $(ABC)$.

A. $h=\dfrac{a}{\sqrt{2}}$. B. $h=\dfrac{a}{\sqrt{3}}$. C. $h=\dfrac{a}{2}$. D. $h=\dfrac{a}{3}$.

**Câu 39.** Trong không gian, cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, cạnh $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Tính diện tích xung quanh của hình nón nhận được khi quay tam giác $ABC$ xung quanh trục $AC$.

A. $S_{xq} = \pi 2a^2$.    B. $S_{xq} = \pi a^2$.    C. $S_{xq} = \pi\sqrt{3}a^2$.    D. $S_{xq} = \pi\sqrt{2}a^2$.

**Câu 40.** Hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng 5 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7. Diện tích toàn phần của hình trụ trên bằng?

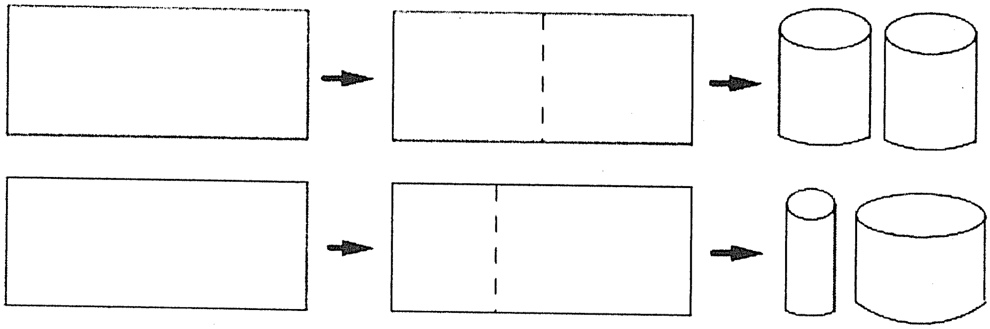
A. $100\pi$.    B. $140\pi$.    C. $120\pi$.    D. $160\pi$.

**Câu 41.** Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50cm \times 240cm$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng $50cm$ theo hai cách như sau:

*Cách 1.* Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của thùng.

*Cách 2.* Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm sao cho tấm này có chiều dài bằng ba lần tấm kia rồi gò mỗi tấm thành mặt xung quanh của thùng.

Kí hiệu $V_1$ là tổng thể tích của hai thùng được gò theo cách 1 và $V_2$ là tổng thể tích của hai thùng được gò theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{4}$.    B. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.    C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.    D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}$.

**Câu 42.** Cho khoảng cách từ tâm mặt cầu $S(O;R)$ đến mặt phẳng $(Q)$ là $d$, với $d < R$. Hỏi giữa mặt phẳng $(Q)$ và mặt cầu $(S)$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 2.    B. 1.    C. Vô số.    D. 3.

**Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 5z - 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $(P)$?

A. $\vec{n} = (-4;5;-2)$.    B. $\vec{n} = (3;-4;2)$.    C. $\vec{n} = (3;-5;-2)$.    D. $\vec{n} = (3;-4;5)$.

**Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z - m^2 + 5 = 0$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ sao cho $(S)$ có bán kính $R = 3$.

A. $m = \pm 3\sqrt{2}$.    B. $m = \pm\sqrt{2}$.    C. $m = \pm 2\sqrt{2}$.    D. $m = \pm 2\sqrt{3}$.

**Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+my+2z+3=0$, với $m$ là tham số thực và điểm $A(1;2;1)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho khoảng cách từ điểm $A$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng $\frac{2}{3}$.

**A.** $m=-2$ hoặc $m=-3$.

**B.** $m=-2$ hoặc $m=-\frac{17}{4}$.

**C.** $m=-\frac{17}{4}$ hoặc $m=-1$.

**D.** $m=-2$ hoặc $m=-\frac{19}{4}$.

**Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d:\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1-3t \\ z=1 \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Xét đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{m}=\frac{z+2}{-2}$, với $m$ là tham số thực khác 0. Tìm $m$ sao cho đường thẳng $\Delta$ vuông góc với đường thẳng $d$.

**A.** $m=1$.

**B.** $m=2$.

**C.** $m=\frac{2}{3}$.

**D.** $m=\frac{1}{3}$.

**Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+6z-5=0$ và điểm $A(2;-3;1)$. Viết phương trình mặt phẳng $(Q)$ đi qua điểm $A$ và song song với mặt phẳng $(P)$.

**A.** $3x-2y-2z-10=0$.

**B.** $2x-3y+6z-19=0$.

**C.** $3x+4y+z+5=0$.

**D.** $4x-6y+12z-19=0$.

**Câu 48.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-1;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{1}$. Đường thẳng $d$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm $A$ và $B$ với $AB=10$. Viết phương trình của mặt cầu $(S)$.

**A.** $(S): (x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=27$.

**B.** $(S): (x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=31$.

**C.** $(S): (x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=27$.

**D.** $(S): (x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=31$.

**Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-5y-z=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ nằm trên mặt phẳng $(P)$ sao cho $\Delta$ cắt và vuông góc với đường thẳng $d$.

**A.** $\Delta: \frac{x-3}{6}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{7}$.

**B.** $\Delta: \frac{x-2}{6}=\frac{y}{-5}=\frac{z-2}{1}$.

**C.** $\Delta: \frac{x-2}{5}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{6}$.

**D.** $\Delta: \frac{x-3}{4}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-1}{7}$.

**Câu 50.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(1;2;4)$ và cắt các trục tọa độ $Ox$, $Oy$, $Oz$ lần lượt tại $A$, $B$, $C$ thỏa mãn $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$ nhỏ nhất. Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm nào dưới đây?

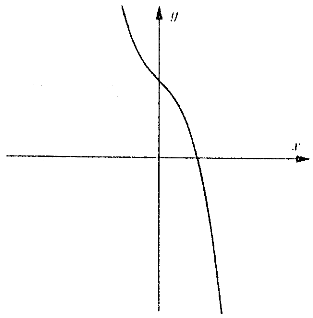
**A.** $T(1;-2;4)$. **B.** $T(-3;5;2)$. **C.** $T(2;-2;6)$. **D.** $T(-1;1;5)$.

## ĐỀ SỐ 5

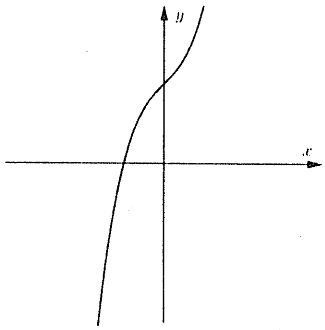
**Câu 1.** Hàm số $y=\frac{x^2+3x+3}{x+2}$ nghịch biến trên khoảng nào?

**A.** $(-3;-2)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $x\neq -2$.

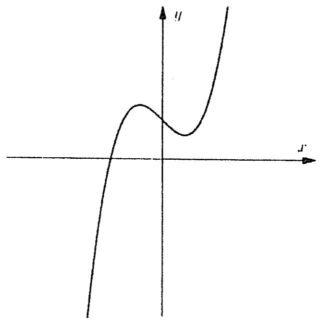
**Câu 2.** Cho bốn hình vẽ biểu diễn bốn dạng đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$.



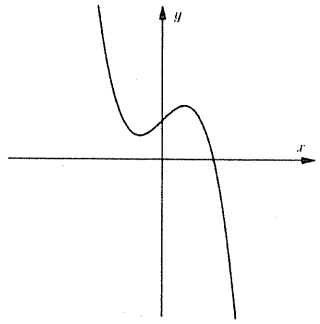

*Hình 1*




*Hình 2*




*Hình 3*




*Hình 4*

Và các điều kiện sau:

1) $\begin{cases} a>0 \\ b^2-3ac>0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} a>0 \\ b^2-3ac\leq 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} a>0 \\ b^2-3ac>0 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} a<0 \\ b^2-3ac\leq 0 \end{cases}$

Hãy chọn sự tương ứng giữa các dạng đồ thị hàm số và điều kiện.

**A.** $A\leftrightarrow 2, B\leftrightarrow 4, C\leftrightarrow 1, D\leftrightarrow 3$. **B.** $A\leftrightarrow 3, B\leftrightarrow 4, C\leftrightarrow 2, D\leftrightarrow 1$.

**C.** $A\leftrightarrow 1, B\leftrightarrow 3, C\leftrightarrow 2, D\leftrightarrow 4$. **D.** $A\leftrightarrow 4, B\leftrightarrow 2, C\leftrightarrow 1, D\leftrightarrow 3$.

**Câu 3.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0,\ ad-bc\neq 0)$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

**A.** Đồ thị luôn có một tiệm cận đứng.

**B.** Trong mọi trường hợp, trục tung không thể là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**C.** Đồ thị hàm số luôn có một tâm đối xứng.

**D.** Đồ thị luôn có một tiệm cận ngang.

**Câu 4.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên khoảng $(a;b)$. Khẳng định nào dưới đây là sai ?

**A.** Nếu $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên khoảng $(a;b)$.

**B.** Nếu $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên khoảng $(a;b)$.

**C.** Nếu $f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x_0\in(a;b)$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M_0(x_0;f(x_0))$ song song hoặc trùng với trục hoành.

**D.** Nếu $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0\in(a;b)$ thì $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;x_0)$ và nghịch biến trên khoảng $(x_0;b)$.

**Câu 5.** Tìm hàm số không có cực trị trong các hàm số sau:

**A.** $y=(x-1)^4$. **B.** $y=x^4+3x^2+2$. **C.** $y=x^5+1$. **D.** $y=x^3-3x+5$.

**Câu 6.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=5\cos x-\cos 5x$ trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{4}\right]$.

**A.** $\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]} y=-4$. **B.** $\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]} y=3\sqrt{2}$. **C.** $\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]} y=3\sqrt{3}$. **D.** $\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]} y=4$.

**Câu 7.** Biết rằng đồ thị hàm số $y=-x^2+8x-3$ cắt đồ thị hàm số $y=2x^3-3x^2+9x-4$ tại điểm duy nhất $M$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** Điểm $M$ thuộc góc phần tư thứ hai.

**B.** Điểm $M$ thuộc góc phần tư thứ nhất.

**C.** Điểm $M$ thuộc góc phần tư thứ ba.

**D.** Điểm $M$ thuộc góc phần tư thứ tư.

**Câu 8.** Tìm $m$ sao cho đồ thị hàm số $f(x)=2x^3+3(m-1)x^2+6m(1-2m)x$ có điểm cực đại và cực tiểu nằm trên đường thẳng $y=-4x$.

**A.** $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-2$.

**Câu 9.** Tìm khoảng cách $d$ giữa hai tiệm cận đứng của hai đồ thị hàm số sau:

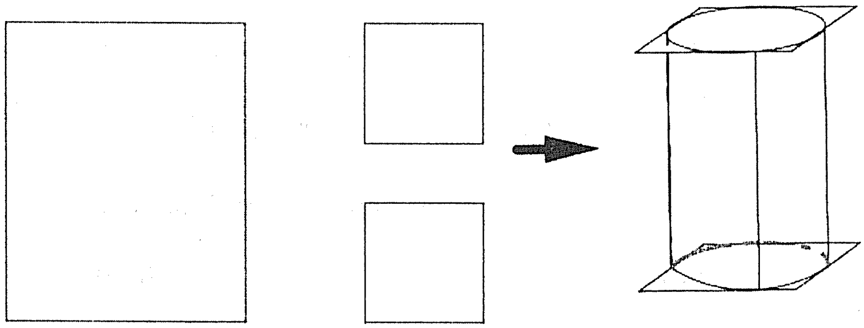
$f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{8x^3+x^2+2}}{x+3}$ $(C)$ và $g(x)=\dfrac{x+1}{x+2}$ $(C')$.

**A.** $d=4$. **B.** $d=2$. **C.** $d=3$. **D.** $d=1$.

**Câu 10.** Tìm giá trị $m$ không âm sao cho phương trình $x^3 - 3\sqrt[3]{3x+2m} = 2m$ có nghiệm duy nhất.

A. $m > 1$. B. $m \le 1$. C. $m \ge 2$. D. $m < 2$.

**Câu 11.** Một người muốn làm một thùng chứa hình trụ (như hình vẽ) để giữ 1 lít nước sao cho chi phí vật liệu làm thùng là ít nhất. Mặt bên, đáy và nắp thùng được làm từ cùng một loại vật liệu. Biết rằng mặt bên được làm từ một miếng vật liệu hình chữ nhật uốn lại thành hình trụ và được thực hiện không có lãng phí, mặt đáy và nắp được làm từ hai tấm vật liệu hình vuông bằng nhau và ngoại tiếp đường tròn đáy của hình trụ tạo bởi tấm vật liệu hình chữ nhật kia. Hỏi chiều dài các cạnh của tấm vật liệu hình vuông là bao nhiêu?



A. 5 (cm). B. 10 (cm). C. 8 (cm). D. 16 (cm).

**Câu 12.** Tổng các nghiệm của phương trình $\frac{1}{2}\log_3(x+2)^2 + \frac{1}{3}\log_3(x+8)^3 = 1$ bằng ?

A. $2\sqrt{3} - 15$. B. $-20$. C. $2\sqrt{3} - 5$. D. $5 + 2\sqrt{3}$.

**Câu 13.** Cho hàm số $y = 10^{\sin 2x - \cos x}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\frac{y'}{y} = (2\sin 2x - \cos x)\ln 10$. B. $\frac{y'}{y} = (\sin x + 2\cos 2x)\ln 10$.

C. $\frac{y'}{y} = (\cos 2x - \sin x)\ln 10$. D. $\frac{y'}{y} = (\cos 2x + \sin x)\ln 10$.

**Câu 14.** Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3(2x-1)\right)^{1001} > 0$.

A. $x > 3$. B. $\frac{1}{2} < x < 2$. C. $1 < x < 2$. D. $1 < x < 3$.

**Câu 15.** Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y = \log_2\left(\frac{x^2 - 3x + 4}{x-1}\right)^{1001}$.

A. $D = (1;+\infty) \cup (-\infty;3)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $D = (-\infty;1)$. D. $D = (1;+\infty)$.

**Câu 16.** Cho hàm số $f(x)=2^x.5^{x^2}$. Xét các khẳng định sau:

*Khẳng định 1.* $f(x)<1 \Leftrightarrow x\ln 2+x^2\ln 5<0$.

*Khẳng định 2.* $f(x)<1 \Leftrightarrow x^2+x\log_5 2<0$.

*Khẳng định 3.* $f(x)>2^x \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$.

*Khẳng định 4.* $f(x)>5^{x^2} \Leftrightarrow x>0$.

Trong các khẳng định trên, có bao nhiêu khẳng định đúng?

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

**Câu 17.** Cho các số thực dương $a$, $b$, $c$, với $a\neq 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $\log_{a^2}(abc)=2+2\log_a b+2\log_a c$.

**B.** $\log_{a^2}(abc)=2\log_a b+2\log_a c$.

**C.** $\log_{a^2}(abc)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b+\frac{1}{2}\log_a c$.

**D.** $\log_{a^2}(abc)=\frac{1}{2}\log_a b+\frac{1}{2}\log_a c$.

**Câu 18.** Cho hàm số $y=\sqrt{x^2+1}.2^{1000x}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $\frac{y'}{y}=\frac{2x}{x^2+1}+1000\ln 4$.

**B.** $\frac{y'}{y}=\frac{x}{x^2+1}+1000\ln 4$.

**C.** $\frac{y'}{y}=\frac{2x}{x^2+1}+1000\ln 2$.

**D.** $\frac{y'}{y}=\frac{x}{x^2+1}+1000\ln 2$.

**Câu 19.** Cho $\log_2 x=\sqrt[4]{6}$. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_2 x^2+\log_4 x+\log_{\frac{1}{2}} x+\log_{\sqrt{2}} x$.

**A.** $P=\frac{5\sqrt[4]{6}}{2}$. **B.** $P=\frac{7\sqrt[4]{6}}{2}$. **C.** $P=5\sqrt[4]{6}$. **D.** $P=2\sqrt[4]{6}$.

**Câu 20.** Xét $a$ và $b$ là hai số thực dương tùy ý. Đặt

$x=\log_{2^{1000}}\left(a^2-ab+b^2\right)^{1000}$, $y=1000\log_{2^{1000}}(a+b)$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $\frac{x}{2}\le y-1$. **B.** $\frac{x}{2}<y-1$. **C.** $\frac{x}{2}\ge y-1$.

**Câu 21.** Năm 2015, dân số Việt Nam là 91,7 triệu người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Việt Nam từ năm 2015 đến năm 2035 ở mức không đổi là 1,5%. Hỏi đến năm nào dân số Việt Nam đạt mức 106,54 triệu người.

**A.** Năm 2020. **B.** Năm 2025. **C.** Năm 2030. **D.** Năm 2035.

**Câu 22.** Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $K$ và $a$, $b$ là hai số bất kỳ thuộc $K$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

**A.** $\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx,\ k\in\mathbb{R}$.

**B.** $\int_a^a f(x)dx=0$.

C. $\int_a^b f(x)dx = \sqrt[3]{\int_a^b f^3(x)dx}$.    D. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.

**Câu 23.** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3^x\sqrt{3^x+1}$.

A. $F(x) = \dfrac{3^x(2+3^{x+1})\ln 3}{2\sqrt{3^x+1}}$.    B. $F(x) = \dfrac{2}{3}(3^x+1)\sqrt{3^x+1} + C$.

C. $F(x) = \dfrac{2\sqrt{3^x+1}}{3\ln 3} + C$.    D. $F(x) = \dfrac{2(3^x+1)\sqrt{3^x+1}}{3\ln 3} + C$.

**Câu 24.** Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu 49 m/s. Gia tốc trọng trường là 9,8 $m/s^2$. Ký hiệu $T$(s) là thời điểm viên đạn đạt độ cao lớn nhất. Tìm $T$.

A. $T = 0,2$.    B. $T = 0,4$.    C. $T = 5$.    D. $T = 10$.

**Câu 25.** Tính tích phân $I = \int_1^2 \dfrac{dx}{x(1+x^{1000})}$.

A. $I = \dfrac{1}{1000}\ln\dfrac{2^{1001}}{1+2^{1000}}$.    B. $I = \dfrac{1}{1000}\ln\dfrac{2^{999}}{1+2^{1000}}$.

C. $I = \dfrac{1001}{1000}\ln\dfrac{2}{1+2^{1000}}$.    D. $I = \dfrac{999}{1000}\ln\dfrac{2}{1+2^{1000}}$.

**Câu 26.** Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos^2 x - \sin^2 x)e^{\sin x+\cos x}dx$.

A. $I = (\sqrt{2}-1)e^{\sqrt{2}}$.    B. $I = (1+\sqrt{2})e^{\sqrt{2}}$.

C. $I = (\sqrt{2}-1)e^{\sqrt{2}} - 2e$.    D. $I = (1+\sqrt{2})e^{\sqrt{2}} - 2e$.

**Câu 27.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và $y = x^4 - 3x^2$ trong miền $x \ge 0$.

A. $\dfrac{24}{5}$.    B. $\dfrac{32}{5}$.    C. $\dfrac{16}{15}$.    D. $\dfrac{64}{15}$.

**Câu 28.** Ký hiệu $(H)$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{3}x\ln x$, $y = 0$, $x = e$. Tính thể tích $V$ của khối tròn xoay thu được khi quay hình $(H)$ xung quanh trục $Ox$.

A. $V = \dfrac{\pi(5e^3-1)}{9}$.    B. $V = \dfrac{\pi(5e^3-2)}{9}$.    C. $V = \dfrac{\pi(5e^3-1)}{27}$.    D. $V = \dfrac{\pi(5e^3-2)}{27}$.

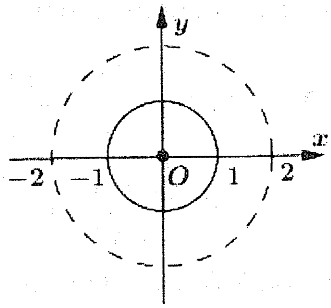
**Câu 29.** Đơn giản số phức $z = (1+2i)^3$.

A. $z = 15+\sqrt{2}i$.    B. $z = \sqrt{11}+2i$.    C. $z = 13+3i$.    D. $z = -11-2i$.

**Câu 30.** Tìm $x, y \in \mathbb{R}$ sao cho $(2x-3)-(4y+1)i = y+(1-3x)i$.

**A.** $x=2,\ y=1$. **B.** $x=1,\ y=2$. **C.** $x=1,\ y=3$. **D.** $x=3,\ y=1$.

**Câu 31.** Quỹ tích điểm biểu diễn của số phức $z=a+bi$ $(a,\ b\in\mathbb{R})$ là phần không tô màu nằm giữa đường nét đứt và phần tô màu như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?




**A.** $|z|\le 1$. **B.** $1<|z|\le 2$.

**C.** $1<|z|<2$. **D.** $2\le |z|$.

**Câu 32.** Cho số phức $z$ thỏa mãn $\dfrac{|z|^2}{z}+2zi+3=0$ và $z$ có dạng $a+bi$ $(a,\ b\in\mathbb{R},\ b\neq 0)$. Tính giá trị của tỉ số $\dfrac{a}{b}$.

**A.** $\dfrac{a}{b}=3$. **B.** $\dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{b}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a}{b}=2$.

**Câu 33.** Cho số phức $z=\dfrac{2+3i}{2-i}$. Tìm phần ảo của số phức $w$ sao cho $(2i+1)w+1=\overline{z}.i$.

**A.** $-\dfrac{7}{25}$. **B.** $-\dfrac{1}{25}$. **C.** 7. **D.** $-7$.

**Câu 34.** Phương trình phức $az^2+bz+c=0$ $(a,\ b,\ c\in\mathbb{R},\ a\neq 0)$ có hai nghiệm $z_1;z_2$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $z_1$ và $z_2$ là hai số thực khi $b^2<4ac$. **B.** $z_1$ và $z_2$ là hai số thuần ảo.

**C.** $|z_1|=|z_2|$ khi $b^2<4ac$. **D.** $z_1^2=z_2^2$.

**Câu 35.** Mỗi đỉnh của mỗi đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

**Câu 36.** Cho hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng $b$ và chiều cao $h$. Tìm $h$ theo $b$ sao cho thể tích của hình chóp đã cho có giá trị lớn nhất.

**A.** $h=\dfrac{\sqrt{2}b}{2}$. **B.** $h=\dfrac{b}{2}$. **C.** $h=\dfrac{\sqrt{3}b}{2}$. **D.** $h=\dfrac{b}{\sqrt{3}}$.

**Câu 37.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và cạnh $SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi $H$ và $K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A$ xuống $SB$ và $SD$. Trong các tam giác sau, tam giác nào không phải là tam giác vuông?

**A.** Tam giác $SAB$. **B.** Tam giác $SBC$. **C.** Tam giác $SBD$. **D.** Tam giác $AKC$.

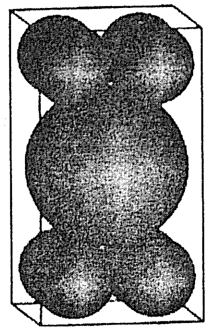
**Câu 38.** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $AB=BC=2a$ và $\widehat{ABC}=120^0$. Cạnh $SA=3a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách $d$ cách từ $A$ đến mặt phẳng $(SBC)$.

A. $d=\frac{a}{2}$. B. $d=\frac{2}{3}a$. C. $d=\frac{3}{2}a$. D. $d=2a$.

**Câu 39.** Một hình trụ có bán kính $R$ và diện tích xung quanh bằng nửa diện tích toàn phần thì chiều cao $h$ bằng?

A. $2R$. B. $R$. C. $\frac{R}{2}$. D. $3R$.

**Câu 40.** Một khối hình chữ nhật có kích thước $4\times4\times h$ chứa một khối cầu lớn có bán kính bằng $2$ và tám khối cầu nhỏ có bán kính bằng $1$. Biết rằng các khối cầu đều tiếp xúc nhau và tiếp xúc với các mặt của hình hộp (như hình vẽ). Thể tích của hình hộp là?



A. $64+32\sqrt{7}$. B. $48+32\sqrt{5}$.

C. $32+32\sqrt{7}$. D. $64\sqrt{5}$.

**Câu 41.** Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được một thiết diện là một tam giác cân có hai cạnh bằng $5a$ và một cạnh bằng $8a$. Thể tích của hình nón đó bằng?

A. $12\pi a^3$. B. $16\pi a^3$. C. $15\pi a^3$. D. $18\pi a^3$.

**Câu 42.** Cho hình lập phương có cạnh bằng $a$. Kí hiệu $V_1$ và $V_2$ lần lượt là thể tích hình cầu nội tiếp và ngoại tiếp hình lập phương đã cho. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

**Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{-3}$.

Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của $d$?

A. $\vec{u}=(-1;2;-3)$. B. $\vec{u}=(1;2;3)$. C. $\vec{u}=(1;2;-3)$. D. $\vec{u}=(-1;2;3)$.

**Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-2mz=0$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ sao cho $(S)$ có tâm $I(2;-1;2)$ và bán kính $R=3$.

A. $m=3$. B. $m=1$. C. $m=-2$. D. $m=2$.

**Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z-1=0$ và hai điểm $A(2;-1;1)$, $B(-2;1;1)$. Ký hiệu $d_1$ và $d_2$ lần lượt là khoảng cách từ điểm $A$ và $B$ đến mặt phẳng $(P)$. Tính tỉ số $\frac{d_1}{d_2}$.

A. $\frac{d_1}{d_2}=3$. B. $\frac{d_1}{d_2}=2$. C. $\frac{d_1}{d_2}=\frac{1}{3}$. D. $\frac{d_1}{d_2}=\frac{1}{2}$.

**Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+4z-1=0$. Xét mặt phẳng $(Q): (2-m)x+(2m-1)y+12z-2=0$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ sao cho mặt phẳng $(Q)$ song song với mặt phẳng $(P)$.

**A.** $m=-6$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-2$ **D.** $m=-4$.

**Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+1=0$ và mặt phẳng $(Q): x-3z+2=0$. Viết phương trình mặt phẳng $(R)$ đi qua điểm $A(1;-2;1)$, đồng thời vuông góc với mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$.

**A.** $6x-3y-2z-10=0$. **B.** $6x-3y+2z-14=0$.

**C.** $6x+3y+2z-2=0$. **D.** $6x+3y-2z+2=0$.

**Câu 48.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$. Mặt cầu $(S)$ có bán kính bằng $\frac{10}{3}$, tâm thuộc đường thẳng $d$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P)$. Tâm của $(S)$ có hoành độ lớn hơn 2. Viết phương trình của mặt cầu $(S)$.

**A.** $(S): (x-4)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=\frac{100}{9}$. **B.** $(S): (x-5)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=\frac{100}{9}$.

**C.** $(S): (x-3)^2+y^2+z^2=\frac{100}{9}$. **D.** $(S): (x-6)^2+(y+3)^2+(z-3)^2=\frac{100}{9}$.

**Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-6=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ cắt mặt phẳng $(P)$ và đường thẳng $d$ lần lượt tại $M$ và $N$ sao cho $A(3;5;2)$ là trung điểm của cạnh $MN$.

**A.** $\Delta: \frac{x}{3}=\frac{y-2}{3}=\frac{z}{2}$. **B.** $\Delta: \frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+1}{3}$.

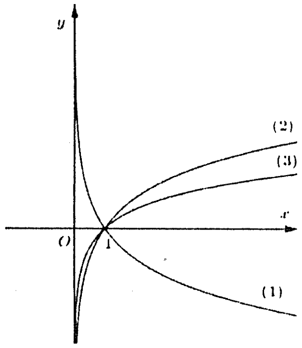
**C.** $\Delta: \frac{x+6}{9}=\frac{y+1}{6}=\frac{z-3}{-1}$. **D.** $\Delta: \frac{x-4}{-1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+2}{4}$.

**Câu 50.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;1;-2)$, $C(1;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): x-y+2z=0$. Điểm $M$ thuộc $(P)$ thỏa mãn $MA^2-MB^2-MC^2$ lớn nhất. Tính giá trị của biểu thức $T=x_M^2+3y_M^2+5z_M^2$.

**A.** $T=36$. **B.** $T=81$. **C.** $T=33$. **D.** $T=96$.

# ĐỀ SỐ 6

**Câu 1.** Cho $a$, $b$, $c$ là các số thực dương khác 1. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của ba hàm số $y=\log_a x$ (1), $y=\log_b x$ (2), $y=\log_c x$ (3).




Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $a>b>c$.  B. $a<b<c$.

C. $b>c>a$.  D. $b>a>c$.

**Câu 2.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | \|\| | $+$ | |
| $y$ | $-2$ ↗ | | $+\infty$ \|\| $-\infty$ | | ↗ $-2$ |

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $y=-1$ và tiệm cận ngang $x=-2$.

B. Đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số có ba tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=-2$.

**Câu 3.** Hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;1)$.  B. $(1;2)$.  C. $(2;+\infty)$.  D. $(-\infty;0)$.

**Câu 4.** Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ của hàm số $y=1+\sqrt{-2x^2+10x-8}$.

A. $\dfrac{2+3\sqrt{2}}{2}$.  B. $\dfrac{5+3\sqrt{2}}{2}$.  C. $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$.  D. $\dfrac{5+5\sqrt{3}}{2}$.

**Câu 5.** Tìm $m$ sao cho hệ bất phương trình sau có nghiệm $\begin{cases} x^2-3x\le 0 \\ x^3-2x|x-2|-m^2+4m\ge 0 \end{cases}$

A. $m\in\mathbb{R}$.  B. $m\in(-\infty;-3)$.  C. $m\in(7;+\infty)$.  D. $m\in[-3;7]$.

**Câu 6.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Điểm $x_i\in(a;b)$ là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$. Xét các khẳng định sau:

1. $f(x_i)$ là một cực trị của $f(x)$.

2. $f(x_i)=\max\limits_{(x_i-\varepsilon;x_i+\varepsilon)} f(x)$ ($\varepsilon>0$ và $\varepsilon$ đủ nhỏ) $\Leftrightarrow x_i$ là điểm cực đại của hàm số.

3. $x_i$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x) \Leftrightarrow \exists\varepsilon>0$ sao cho $f(x)$ nghịch biến trên $[x_i-\varepsilon;x_i]$ và $f(x)$ đồng biến trên nửa khoảng $(x_i;x_i+\varepsilon]$.

4. $x_i$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=f(x) \Leftrightarrow \max f(x)=f(x_i)$.

Trong các khẳng định trên, có bao nhiêu khẳng định đúng?

**A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Câu 7.** Kí hiệu $m$ và $M$ lần lượt là giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của hàm số $y=x+\sqrt{12-3x^2}$. Tính tỉ số $\frac{m}{M}$.

**A.** $\frac{m}{M}=-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{m}{M}=\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{m}{M}=-\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{m}{M}=\frac{1}{4}$.

**Câu 8.** Cho đồ thị hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại đúng một điểm thuộc góc phần tư thứ nhất. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng nhất?

**A.** Phương trình $f(x)=g(x)$ có đúng một nghiệm dương.

**B.** Với $x_0$ thỏa mãn $f(x_0)-g(x_0)=0$ thì $f(x_0)>0$.

**C.** Phương trình $f(x)=g(x)$ không có nghiệm trên khoảng $(-\infty;0)$.

**D.** Đáp án A và C đúng.

**Câu 9.** Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị $(C)$. Viết phương trình đường thẳng $d$ song song với đường thẳng $\Delta: y+x-2=0$ và cắt $(C)$ tại hai điểm $A$, $B$ phân biệt sao cho tam giác $IAB$ có diện tích bằng $2\sqrt{3}$, với $I$ là giao điểm của hai đường tiệm cận.

**A.** $d: x+y+2=0$. **B.** $d: x+y-3=0$. **C.** $d: y+x+1=0$. **D.** $d: y+x+3=0$.

**Câu 10.** Tìm khoảng cách nhỏ nhất giữa hai tiệm cận ngang từ các tiệm cận ngang của hai đồ thị hàm số sau: $f(x)=\frac{\sqrt{3x^2+3}}{x+1}$ $(C)$ và $g(x)=\frac{\sqrt[3]{2x^3+x^2+1}}{x+1}$ $(H)$.

**A.** $\sqrt{3}+\sqrt[3]{2}$. **B.** $\sqrt{3}-\sqrt[3]{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt[3]{2}$.

**Câu 11.** Một sinh viên của trường Đại học Kinh tế Quốc dân có một ý tưởng kinh doanh, trong ý tưởng này bạn ấy muốn bán số lượng $n$ sản phẩm để tối đa hóa lợi nhuận của mình. Khi nghiên cứu thị trường bạn ấy thấy rằng nếu đặt giá cho sản phẩm là 1,5\$ bạn ấy có thể bán được 1000 sản phẩm, nếu hạ giá mỗi sản phẩm xuống 10*cent* bạn ấy có thể bán thêm được 200 sản phẩm. Giả sử rằng chi phí cố định bỏ ra cho dự án lần này (chi phí khởi nghiệp) tổng số là 400\$ và chi phí mất mát cho mỗi sản phẩm (chi phí cận biên) là 0,5\$. Sau khi phân tích kĩ những con số chàng trai định giá cho sản phẩm bán ra của mình là $x\$$. Vậy chàng trai đó phải bán sản phẩm với giá bao nhiêu để thu được lợi nhuận cao nhất và số sản phẩm sẽ bán được là bao nhiêu?

**A.** $x=0,75\$$ và $n=2500$ (sản phẩm). **B.** $x=1\$$ và $n=2000$ (sản phẩm).

**C.** $x=1,25\$$ và $n=1500$ (sản phẩm). **D.** $x=1,5\$$ và $n=500$ (sản phẩm).

**Câu 12.** Phương trình $2\log_4 x-\log_{\frac{1}{2}}(x-1)=1$ có số nghiệm là ?

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

**Câu 13.** Cho hàm số $y=12^{\sqrt{x^2+1}}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng ?

**A.** $\frac{y'}{y}=2x\sqrt{x^2+1}.12^{\sqrt{x^2-1}-1}$. **B.** $\frac{y'}{y}=\sqrt{x^2+1}.12^{\sqrt{x^2-1}-1}.\ln 12$.

**C.** $\frac{y'}{y}=\frac{x\ln 12}{\sqrt{x^2+1}}$. **D.** $\frac{y'}{y}=\frac{2x\ln 12}{\sqrt{x^2+1}}$.

**Câu 14.** Giải bất phương trình $\log_2(x+1)+\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x-3)>1000$.

**A.** $3<x<2+\sqrt{4+2^{1000}}$. **B.** $3<x<1+\sqrt{4+2^{1000}}$.

**C.** $x>2+\sqrt{4+2^{1000}}$. **D.** $x>1+\sqrt{4+2^{1000}}$.

**Câu 15.** Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2\frac{3x-1}{x-1}\right)^{1001}$.

**A.** $D=(1;+\infty)\cup(-\infty;0)$. **B.** $D=(1;+\infty)\cup(-\infty;0]$.

**C.** $D=(0;1)$. **D.** $D=[0;1)$.

**Câu 16.** Cho hàm số $f(x)=\frac{2^x}{5^{x^2}}$. Xét các khẳng định sau:

*Khẳng định 1.* $f(x)>1\Leftrightarrow x\ln 2>x^2\ln 5$. *Khẳng định 2.* $f(x)>1\Leftrightarrow x\log_2 5<1$.

*Khẳng định 3.* $f(x)>5^{-x^2}\Leftrightarrow x>\log_2 5$. *Khẳng định 4.* $f(x)>2^x\Leftrightarrow -1<x<1$.

Trong các khẳng định trên, có bao nhiêu khẳng định đúng?

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 17.** Cho các số thực dương $a, b, c$, với $a\neq 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $\log_a(abc)^2=\frac{1}{2}\log_a b+\frac{1}{2}\log_a c$. **B.** $\log_a(abc)^2=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b+\frac{1}{2}\log_a c$.

**C.** $\log_a(abc)^2=2\log_a b+2\log_a c$. **D.** $\log_a(abc)^2=2+2\log_a b+2\log_a c$.

**Câu 18.** Cho hàm số $y=\sqrt{x^2+1}.\log_2(x^2+2)$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $y' = \frac{xy}{x^2+1} + \frac{2x\sqrt{x^2+1}}{\left(x^2+2\right)\ln 2}$.

B. $y' = \frac{xy}{x^2+1} + \frac{2x\sqrt{x^2+1}.\ln 2}{x^2+2}$.

C. $y' = \frac{xy}{x^2+1} + \frac{\sqrt{x^2+1}}{\left(x^2+2\right)\ln 2}$.

D. $y' = \frac{xy}{x^2+1} + \frac{\sqrt{x^2+1}.\ln 2}{x^2+2}$.

**Câu 19.** Đặt $a = \log_{12} 6$, $b = \log_{12} 7$. Hãy biểu diễn $\log_2 14$ theo $a$ và $b$.

A. $\log_2 14 = \frac{a-b+1}{1-b}$.

B. $\log_2 14 = \frac{a+b+1}{a+1}$.

C. $\log_2 14 = \frac{a-b-1}{a-1}$.

D. $\log_2 14 = \frac{a+b+1}{b+1}$.

**Câu 20.** Xét $a, b, c$ là các số thực dương thỏa mãn $a+b=c$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

A. $2\ln a < \ln\left(c^2-b^2\right)$.

B. $2\ln b < \ln\left(c^2-a^2\right)$.

C. $2\ln c > \ln\left(a^2+b^2\right)$.

D. $\ln a + \ln b > 2\ln\frac{c}{2}$.

**Câu 21.** Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = A.e^{rt}$, với $A$ là số lượng vi khuẩn ban đầu, $r$ là tỉ lệ tăng trưởng $(r>0)$, $t$ là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Ký hiệu $S_v$ là số lượng con vi khuẩn sau 20 giờ, tìm $S_v$.

A. $S_v = 2700$.

B. $S_v = 5400$.

C. $S_v = 8100$.

D. $S_v = 10800$.

**Câu 22.** Cho $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $K$ và $a, b, c$ là ba số bất kỳ thuộc $K$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

A. $\int_a^b \left[f(x) - g(x)\right]dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$.

B. $\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$.

C. $\int_a^b \left[f(x) + g(x)\right]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$.

D. $\int_a^b f(x)g(x)dx = \int_a^b f(x)dx \int_a^b g(x)dx$.

**Câu 23.** Tìm nguyên hàm $H$ của hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}$.

A. $H = \frac{2(1+\ln x)\sqrt{1+\ln x}}{3} + C$.

B. $H = \frac{(1+\ln x)\sqrt{1+\ln x}}{3} + C$.

C. $H = \frac{2\sqrt{1+\ln x}}{3} + C$.

D. $H = \frac{\sqrt{1+\ln x}}{3x} + C$.

**Câu 24.** Trong Giải tích, với hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ có đồ thị là một đường cong $C$, người ta có thể tính độ dài của $C$ theo công thức $L=\int_a^b \sqrt{1+(f'(x))^2}dx$. Với thông tin trên, hãy tính độ dài của đường cong $C$ cho bởi $y=\frac{x^2}{4\sqrt{2}}-\frac{\ln x}{\sqrt{2}}$ trên $[1;2]$.

**A.** $\frac{3+2\ln 2}{2\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{3+2\ln 2}{4\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{3+4\ln 2}{2\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{3+4\ln 2}{4\sqrt{2}}$.

**Câu 25.** Tính tích phân $I=\int_2^{2+2^{1000}} \frac{1}{1+\sqrt{x-2}}dx$.

**A.** $I=2^{500}-\ln\left(1+2^{500}\right)$. **B.** $I=2^{501}-2\ln\left(1+2^{500}\right)$.

**C.** $I=2^{500}-2\ln\left(1+2^{500}\right)$. **D.** $I=2^{501}-\ln\left(1+2^{500}\right)$.

**Câu 26.** Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\sin x+\cos x)}{\cos^2 x}dx$.

**A.** $I=\frac{1}{2}\ln 2-\frac{\pi}{4}$. **B.** $I=\frac{3}{2}\ln 2-\frac{\pi}{4}$. **C.** $I=\frac{1}{2}\ln 2+\frac{\pi}{4}$. **D.** $I=\frac{3}{2}\ln 2+\frac{\pi}{4}$.

**Câu 27.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{x^2}{3}+3$ và $y=\left|x^2-3\right|$.

**A.** $24-8\sqrt{3}$. **B.** $12-4\sqrt{3}$. **C.** $24-4\sqrt{3}$. **D.** $12-2\sqrt{3}$.

**Câu 28.** Ký hiệu $(H)$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường

$y=\sqrt{\sin x-\cos x+m}$, $y=0$, $x=0$, $x=\frac{\pi}{2}$, với $m$ là tham số thực lớn hơn 2. Tìm $m$ sao cho thể tích $V$ của khối tròn xoay thu được khi quay hình $(H)$ xung quanh trục hoành bằng $\frac{3\pi^2}{2}$.

**A.** $m=6$. **B.** $m=4$. **C.** $m=3$. **D.** $m=9$.

**Câu 29.** Tìm số phức liên hợp của $z=(2+i)(3-i)+\frac{1}{1-i}$?

**A.** $\bar{z}=\frac{9}{2}+\frac{3}{2}i$. **B.** $\bar{z}=\frac{7}{2}+\frac{1}{2}i$. **C.** $\bar{z}=2+3i$. **D.** $\bar{z}=\frac{15}{2}-\frac{3}{2}i$.

**Câu 30.** Cho hai số phức $z_1=3-i$ và $z_2=1-i$. Môđun của số phức $z=\frac{z_1+2z_2}{z_2}$ bằng?

**A.** $\sqrt{15}$. **B.** 4. **C.** $\sqrt{17}$. **D.** $\sqrt{13}$.

**Câu 31.** Cho số phức $z=3+4i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai ?

**A.** Số phức liên hợp của số phức $z$ là $\bar{z}=3-4i$.

**B.** Số phức $w=2+i$ là căn bậc hai của số phức $z$.

C. Môđun của số phức $z$ bằng 5.

D. Số phức $z^{-1} = \frac{4}{25} - \frac{3}{25}i$.

**Câu 32.** Cho số phức $z = 4 + 5i$. Tìm phần thực của số phức $w = 2iz + \frac{|z|^2}{z}$.

A. 3. B. $-6$. C. 4. D. $-5$.

**Câu 33.** Kí hiệu $z_1; z_2; z_3$ là ba nghiệm phức của phương trình $z^3 + z^2 + z - 3 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = |z_1| + |z_2| + |z_3|$.

A. $T = 1 + 2\sqrt{3}$. B. $T = 1 + 2\sqrt{2}$. C. $T = 3 + 4\sqrt{3}$. D. $T = 2\sqrt{2}$.

**Câu 34.** Cho số phức $z = \frac{i - m}{1 - m(m - 2i)}$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ sao cho $|z - i| \le \frac{1}{4}$.

A. $-3 \le m \le 3$. B. $-\frac{1}{\sqrt{13}} \le m \le \frac{1}{\sqrt{13}}$. C. $-\frac{1}{\sqrt{15}} \le m \le \frac{1}{\sqrt{15}}$. D. $-2 \le m \le 2$.

**Câu 35.** Cho lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng 2 và cạnh bên bằng 3. Tính thể tích $V$ của lăng trụ đó.

A. $V = 6$. B. $V = 12$. C. $V = 8$. D. $V = 16$.

**Câu 36.** Một tứ diện đều có độ dài cạnh bằng 2. Tính diện tích toàn phần $S_{tp}$ của tứ diện đó.

A. $S_{tp} = 8$. B. $S_{tp} = 16$. C. $S_{tp} = 4\sqrt{3}$. D. $S_{tp} = 4\sqrt{6}$.

**Câu 37.** Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh $SA = a$, $SB = b$, $SC = c$ và $SA$, $SB$, $SC$ vuông góc với nhau từng đôi một. Tính theo $a$, $b$, $c$ thể tích $V$ của hình chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{1}{3}abc$. B. $V = \frac{1}{6}abc$. C. $V = \frac{1}{9}abc$. D. $V = \frac{2}{3}abc$.

**Câu 38.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $a$. Gọi $M$, $N$, $P$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $CD$, $A'D'$, $BB'$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

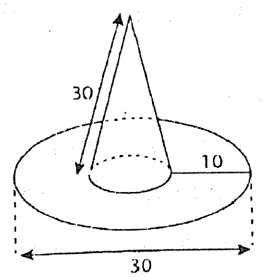
A. Tam giác $PNM$ cân. B. Tam giác $PNM$ vuông cân.

C. Tam giác $PNM$ vuông. D. Tam giác $PNM$ đều.

**Câu 39.** Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước $a$, $b$, $c$ nội tiếp một hình trụ $T$ nhận cạnh có kích thước $c$ là chiều cao. Thể tích hình trụ $T$ bằng?

A. $\pi(a^2 + b^2)c$. B. $\frac{\pi(a^2 + b^2)c}{4}$. C. $\frac{\pi(b^2 + c^2)b}{4}$. D. $\frac{\pi(b^2 + c^2)a}{4}$.

**Câu 40.** Tính diện tích vải cần để may cái mũ có dạng và kích thước (cùng đơn vị đo) được cho bởi hình vẽ dưới (không kể riềm, mép).




A. $350\pi$. B. $400\pi$.

C. $450\pi$. D. $500\pi$.

**Câu 41.** Cho hình thang $ABCD$ vuông tại $A$ và $B$ có $\frac{BC}{AD}=\frac{\sqrt{2}-1}{2}$. Quay hình thang $ABCD$ xung quanh đường cao $AB$ thì tam giác $ABD$ sinh ra một hình nón có thể tích $V_1$ và hình thang $ABCD$ sinh ra một hình nón cụt có thể tích $V_2$. Tính tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$.

A. $\frac{4}{3}$. B. 2. C. $\frac{5}{4}$. D. $\frac{5}{3}$.

**Câu 42.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại $A$ và $D$, cạnh $AB=AD=a$, $CD=2a$. Cạnh $SD=2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi $E$ là trung điểm của cạnh $CD$. Tính theo $a$ bán kính $R$ của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCE$.

A. $R=\frac{a\sqrt{11}}{2}$. B. $R=\frac{a\sqrt{13}}{2}$. C. $R=\frac{a\sqrt{15}}{3}$ D. $R=\frac{a\sqrt{13}}{3}$.

**Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1\\z=-3-2t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của $d$?

A. $\vec{u}=(2;1;-3)$. B. $\vec{u}=(1;0;-2)$. C. $\vec{u}=(1;1;-2)$. D. $\vec{u}=(1;-2;1)$

**Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2my-2mz+2m^2-8=0$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ sao cho $(S)$ có tâm nằm trên mặt phẳng $(P):x+4y+z+1=0$.

A. $m=\frac{2}{3}$. B. $m=\frac{1}{3}$. C. $m=1$. D. $m=2$.

**Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+3z+m=0$, với $m$ là tham số thực và hai điểm $A(2;-1;1)$, $B(-2;1;1)$. Kí hiệu $d_1$ và $d_2$ lần lượt là khoảng cách từ điểm $A$ và $B$ đến mặt phẳng $(P)$. Tìm $m$ sao cho tỉ số $\frac{d_1}{d_2}$ bằng 3.

A. $m=-1$ hoặc $m=3$. B. $m=-1$ hoặc $m=5$.

C. $m=3$ hoặc $m=-2$. D. $m=-2$ hoặc $m=5$.

**Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+3z-4=0$. Xét mặt phẳng $(Q):4x+(m-1)y+(8-m)z-3=0$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ sao cho mặt phẳng $(Q)$ vuông góc với mặt phẳng $(P)$.

A. $m=6$. B. $m=5$. C. $m=4$. D. $m=3$.

**Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P): y-2z+1=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng $(Q)$ đi qua điểm $A(2;3;-1)$, đồng thời vuông góc với mặt phẳng $(P)$ và song song với đường thẳng $d$.

**A.** $x+3y+2z-9=0$.	**B.** $x+4y+2z-12=0$.

**C.** $2x+3y+z-12=0$.	**D.** $x+2y+z-7=0$.

**Câu 48.** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(3;2;3)$, $B(0;6;4)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-4}{1}$. Mặt cầu $(S)$ đi qua hai điểm $A$, $B$ và có tâm $I$ thuộc đường thẳng $d$. Tính giá trị của biểu thức $P=x_I^2+y_I^2+z_I^2+2x_Iy_Iz_I$.

**A.** $P=-8$.	**B.** $P=37$.	**C.** $P=125$.	**D.** $P=297$.

**Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+4y-2z+6=0$. Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $A(1;-1;3)$, cắt đường thẳng $d$ và song song với mặt phẳng $(P)$.

**A.** $\Delta: \frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{4}$.	**B.** $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{3}$.

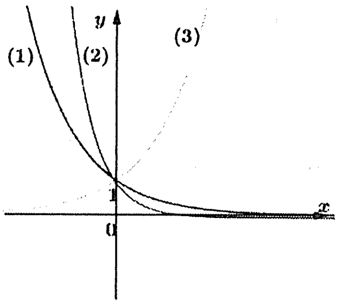
**C.** $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{-1}$.	**D.** $\Delta: \frac{x-1}{-2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{3}$.

**Câu 50.** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A(1;4;9)$ và cắt chiều dương của các trục tọa độ *Ox*, *Oy*, *Oz* lần lượt tại $M$, $N$, $P$ thỏa mãn $OM+ON+OP$ nhỏ nhất. Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm nào dưới đây?

**A.** $T(4;6;2)$.	**B.** $T(3;6;0)$.	**C.** $T(2;5;-1)$.	**D.** $T(6;0;-2)$.

# ĐỀ SỐ 7

**Câu 1.** Cho $a$, $b$, $c$ là các số thực dương và khác 1. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của ba hàm số $y=a^x$ (1), $y=b^x$ (2), $y=c^x$ (3).




Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $a>b>c$. B. $a<b<c$.

C. $c>a>b$. D. $b>c>a$.

**Câu 2.** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-9}{x^2-4}$ có mấy đường tiệm cận?

A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

**Câu 3.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

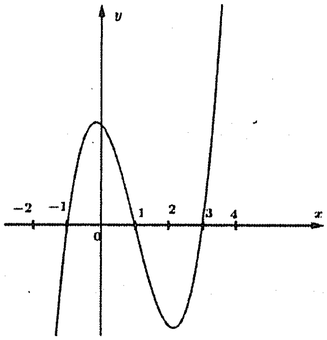
A. Nếu $f(x)$ đồng biến trên $[a;b]$ thì $f'(x)\ge 0, \forall x\in(a;b)$.

B. Nếu $f'(x)\ge 0$, $\forall x\in(a;b)$ thì $f(x)$ đồng biến trên $[a;b]$.

C. Nếu $f'(x)=0$, $\forall x\in[a;b]$ thì $f(x)$ là hàm hằng trên đoạn $[a;b]$.

D. Nếu $f(x)$ nghịch biến trên $[a;b]$ thì $f'(x)\le 0$, $\forall x\in(a;b)$.

**Câu 4.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y'=f'(x)$. Hàm số $g(x)=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.




Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

B. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-1;1]$.

C. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ âm.

**Câu 5.** Tìm giá trị cực đại $y_{CD}$ của hàm số $y=\dfrac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$.

A. 3. B. $\sqrt{7}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{5}$.

**Câu 6.** Biết rằng đường thẳng $d: y=2x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-x^3+x+2$ tại điểm duy nhất, kí hiệu $(x_0;y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm $y_0$.

A. $y_0=-2$. B. $y_0=4$. C. $y_0=1$. D. $y_0=3$.

**Câu 7.** Kí hiệu $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=x^2e^x$ trên đoạn $[-3;2]$. Tính giá trị của biểu thức $P=2017m+M$.

A. $P=4e^2$. B. $P=2017+3e^{\sqrt{3}}$. C. $P=\dfrac{4}{e^2}$. D. $P=2017+\dfrac{4}{e^2}$.

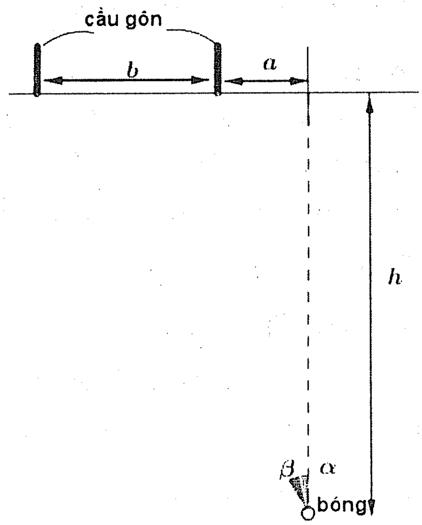
**Câu 8.** Cho hàm số $f(x)=\frac{x^3}{3}+x^2+3ax-a$ và $g(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+ax+1$, với $a$ là tham số thực. Tìm $a$ sao cho mỗi hàm số có hai cực trị đồng thời giữa hai hoành độ cực trị của hàm số này có một hoành độ cực trị của hàm số kia.

**A.** $-\frac{15}{4}<a<\frac{1}{5}$. **B.** $-4<a<15$. **C.** $-\frac{15}{4}<a<0$. **D.** $-4<a<0$.

**Câu 9.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{mx^2+3}}$ có hai tiệm cận ngang và khoảng cách giữa hai tiệm cận ngang này bằng 2.

**A.** $m>0$. **B.** $m=3$. **C.** $m=4$. **D.** $m=1$.

**Câu 10.** Một cầu thủ của Việt Nam trong một trận đấu bóng đá có cơ hội dốc bóng thẳng theo đường nét đứt (như hình vẽ) để sút bóng. Tất cả các thông số được biểu thị trên hình vẽ. Biết rằng khi sút bóng về cầu gôn thì khả năng ăn bàn tỉ lệ với góc $\beta$ nằm giữa tầm nhìn từ điểm sút đến hai cột gôn. Tìm giá trị của $h$ theo $a$, $b$ để khả năng ăn bàn là cao nhất (biết rằng khoảng cách xa hay gần không ảnh hưởng đến tỷ lệ thành bàn)?




**A.** $h=\sqrt{a(a+b)}$. **B.** $h=a(a+b)$.

**C.** $h=b(a+b)$. **D.** $h=\sqrt{b(a+b)}$.

**Câu 11.** Tìm các giá trị thực của tham số $m$ sao cho hàm số $y=x^3+3x^2+mx-2017m^3$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 2.

**A.** $m=\frac{9}{4}$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

**Câu 12.** Giải phương trình $2\log_4(x+1)+\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x-3)=6$.

**A.** $x=33$. **B.** $x=5$. **C.** $x=1+2\sqrt{17}$. **D.** $x=1\pm2\sqrt{17}$.

**Câu 13.** Tính đạo hàm của hàm số $y=\ln\frac{2}{x+1}$.

**A.** $y'=\frac{x+1}{2}\ln\frac{2}{x+1}$. **B.** $y'=-\frac{1}{x+1}\ln\frac{2}{x+1}$.

**C.** $y'=\frac{x+1}{2}$. **D.** $y'=-\frac{1}{x+1}$.

**Câu 14.** Giải bất phương trình $\log_{x^2+2}(2x+3)^{1001}>1001$.

**A.** $1-\sqrt{2}<x<1+\sqrt{2}$. **B.** $x>1+\sqrt{2}$.

**C.** $1-\sqrt{3}<x<1+\sqrt{3}$. **D.** $x>1+\sqrt{3}$.

**Câu 15.** Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y=\log_2\left(\dfrac{x^2-3x+4}{x-1}\right)^{1000}$.

A. $D=(1;+\infty)$. B. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. C. $D=(1;+\infty)\cup(-\infty;3)$. D. $D=(-\infty;1)$.

**Câu 16.** Cho hàm số $f(x)=x^2.2^x.3^{x^2}$. Xét các khẳng định sau:

*Khẳng định 1.* $f(x)>1\Leftrightarrow 2\ln x+x\ln 2+x^2\ln 3>0$.

*Khẳng định 2.* $f(x)>1\Leftrightarrow \log_2 x^2+x+x^2\log_2 3>0$.

*Khẳng định 3.* $f(x)\geq x^2.2^x\Leftrightarrow x>0$.

*Khẳng định 4.* $f(x)\geq x^2.3^{x^2}\Leftrightarrow x>0$.

Trong các khẳng định trên, có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 4. B. 2. C. 0. D. 3.

**Câu 17.** Cho hai số thực dương $a$ và $b$, với $a\neq 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{\sqrt{a}}(ab)=2+2\log_a b$. B. $\log_{\sqrt{a}}(ab)=2\log_a b$.

C. $\log_{\sqrt{a}}(ab)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\log_a b$. D. $\log_{\sqrt{a}}(ab)=\dfrac{1}{2}\log_a b$.

**Câu 18.** Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{(x-1)(\sin x-\cos x)}{x+1}$.

A. $y'=\dfrac{(x^2-1)\sin x+(x^2+3)\cos x}{(x+1)^2}$. B. $y'=\dfrac{(x^2+1)\sin x+(x^2-3)\cos x}{(x+1)^2}$.

C. $y'=\dfrac{(x^2-1)\sin x-(x^2+3)\cos x}{(x+1)^2}$. D. $y'=\dfrac{(x^2+1)\sin x-(x^2-3)\cos x}{(x+1)^2}$.

**Câu 19.** Đặt $a=\log_{20}5,\ b=\log_{20}7$. Hãy biểu diễn $\log_2 28$ theo $a$ và $b$.

A. $\log_2 28=\dfrac{a+b+2}{b+1}$. B. $\log_2 28=\dfrac{2a+2b+2}{a+1}$.

C. $\log_2 28=\dfrac{a-b-2}{b-1}$. D. $\log_2 28=\dfrac{2a-2b-2}{a-1}$.

**Câu 20.** Xét $a$ và $b$ là hai số thực dương tùy ý. Đặt $x=\log_{\frac{1}{2}}(a^2+b^2)$, $y=\log_{\frac{1}{2}}a+\log_{\frac{1}{2}}b$.

Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $x-y\leq -1$. B. $x-y<-1$. C. $x-y\geq -1$. D. $x-y>-1$.

**Câu 21.** Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S=A.e^{rt}$, với $A$ là số lượng vi khuẩn ban đầu, $r$ là tỉ lệ tăng trưởng $(r>0)$, $t$ là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau bao lâu số lượng vi khuẩn là 8100 con?

A. 4 giờ. B. 24 giờ. C. 10 giờ. D. 20 giờ.

**Câu 22.** Cho $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $K$ và $a$, $b$, $c$ là ba số bất kỳ thuộc $K$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $\int_a^b f(x)dx + \int_b^a f(x)dx = 0.$ **B.** $\int_a^b f(x)dx = \sqrt[3]{\int_a^b f^3(x)dx}.$

**C.** $\int_a^b f(x)dx + \int_b^c g(x)dx = \int_a^c f(x)dx.$ **D.** $\int_a^b f(x)g(x)dx = \int_a^b f(x)dx \int_a^b g(x)dx.$

**Câu 23.** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \dfrac{\ln x\sqrt{1+\ln^2 x}}{x}$.

**A.** $F(x) = \dfrac{\sqrt{(1+2\ln x)^5}}{10} - \dfrac{\sqrt{(1+2\ln x)^3}}{6} + C.$ **B.** $F(x) = \dfrac{(1+\ln^2 x)\sqrt{1+\ln^2 x}}{3} + C.$

**C.** $F(x) = \dfrac{\sqrt{(1+2\ln x)^5}}{5} - \dfrac{\sqrt{(1+2\ln x)^3}}{3} + C.$ **D.** $F(x) = \dfrac{(1+\ln^2 x)\sqrt{1+\ln^2 x}}{6} + C.$

**Câu 24.** Giả sử một vật từ trạng thái nghỉ khi $t = 0$ (s) chuyển động thẳng với vận tốc $v(t) = t(6-t)$ (m / s). Tìm quãng đường $S$ (m) vật đi được cho tới khi nó dừng lại.

**A.** $S = 36.$ **B.** $S = 40.$ **C.** $S = 24.$ **D.** $S = 30.$

**Câu 25.** Tính tích phân $I = \int_1^2 \dfrac{\ln x^{1000}}{x} dx.$

**A.** $I = 1000\ln^2 2.$ **B.** $I = 1000\ln 4.$ **C.** $I = 500\ln^2 2.$ **D.** $I = 500\ln 4.$

**Câu 26.** Tìm tất cả các giá trị thực lớn hơn 1 của tham số $m$ sao cho

$\int_1^m \ln^2 x dx = m\ln m(\ln m - 2) + 2^{1000}.$

**A.** $m = 2^{1000}.$ **B.** $m = 2^{1000} + 1.$ **C.** $m = 2^{999} + 1.$ **D.** $m = 2^{999} + 2.$

**Câu 27.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x$ và $y = -x^2$.

**A.** $\dfrac{81}{12}.$ **B.** $\dfrac{37}{12}.$ **C.** $\dfrac{9}{4}.$ **D.** 13.

**Câu 28.** Ký hiệu $(H)$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (2x-1)e^x$, $y = 0$, $x = 0$. Tính thể tích $V$ của khối tròn xoay thu được khi quay hình $(H)$ xung quanh trục hoành.

**A.** $V = \dfrac{\pi(2e-3)}{2}.$ **B.** $V = \dfrac{\pi(2e+1)}{2}.$ **C.** $V = \dfrac{\pi(2e-1)}{2}.$ **D.** $V = \dfrac{\pi(2e-5)}{2}.$

**Câu 29.** Đơn giản số phức $z = 2i(3i-1)(1-i)$.

**A.** $z = -8 + 4i.$ **B.** $z = -8.$ **C.** $z = 5 + 3i.$ **D.** $z = 7 - 7i.$

**Câu 30.** Tìm các số phức $z$ thỏa mãn $z^2 + z(-9+3i) + 18 - 13i = 0$.

**A.** Không có số phức $z$ nào thỏa mãn. **B.** $z = \dfrac{80}{13} - \dfrac{3}{13}i$, $z = 3 - 2i$.

**C.** $z = 5 - 2i$, $z = 4 - i$. **D.** $z = 5 - 2i$.

**Câu 31.** Cho hai số phức $z_1 = \dfrac{2+i}{1-i}$ và $z_2 = 3+i$. Tính môđun của số phức $z = z_1 - z_2$.

A. $\dfrac{\sqrt{26}}{2}$. B. $\dfrac{3}{2}$. C. $\dfrac{5}{2}$. D. $\dfrac{\sqrt{27}}{2}$.

**Câu 32.** Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $i^{2015} = 1$. B. $i^{2016} = 1$. C. $i^{2017} = -i$. D. $i^{1977} = -i$.

**Câu 33.** Căn bậc hai của số phức $z = 1 + 2\sqrt{6}i$ là $\beta$ thì $\beta$ có thể là số phức nào trong các số phức dưới đây?

A. $\sqrt{3} - \sqrt{2}i$. B. $-\sqrt{3} + \sqrt{2}i$. C. $-\sqrt{3} - \sqrt{2}i$. D. $\sqrt{2} - \sqrt{3}i$.

**Câu 34.** Cho số phức $w$ và hai số thực $a$, $b$. Biết rằng $w + 2i$ và $2w - 4$ là hai nghiệm của phương trình phức $z^2 + az + b = 0$. Tìm phần thực của số phức $w$.

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

**Câu 35.** Tổng diện tích các mặt của khối lập phương là $96\ \text{cm}^2$. Thể tích của khối đó bằng?

A. $16\ \text{cm}^3$. B. $64\ \text{cm}^3$. C. $48\ \text{cm}^3$. D. $80\ \text{cm}^3$.

**Câu 36.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông tại $A$, cạnh $AC = b$, góc $\widehat{ACB} = 60^0$. Góc giữa đường thẳng $BC'$ và mặt phẳng $(AA'C'C)$ bằng $30^0$. Tính theo $b$ diện tích xung quanh của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $4b^2$. B. $\left(\sqrt{6}+3\right)b^2$. C. $\sqrt{2}\left(3+\sqrt{3}\right)b^2$. D. $2\sqrt{2}\left(3+\sqrt{3}\right)b^2$.

**Câu 37.** Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. Cạnh $SA = 2a$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách $d$ từ điểm $A$ đến mặt phẳng $(SBC)$.

A. $d = \dfrac{6}{5}a$. B. $d = \dfrac{4}{5}a$. C. $d = \dfrac{\sqrt{3}}{5}a$. D. $d = \dfrac{\sqrt{5}}{5}a$.

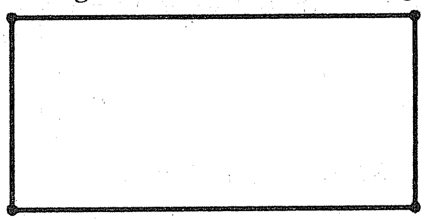
**Câu 38.** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích $V$. Gọi $P$ là một điểm trên đường thẳng $AA'$. Thể tích khối chóp $P.BCC'A'$ bằng?

A. $\dfrac{V}{2}$. B. $\dfrac{V}{3}$. C. $\dfrac{2V}{3}$. D. $\dfrac{V}{4}$.

**Câu 39.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có khoảng cách từ tâm $O$ của đáy đến mặt bên bằng $a$. Góc giữa đường cao của hình chóp $S.ABCD$ và mặt bên bằng $30^0$. Tính theo $a$ thể tích $V$ khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{32\sqrt{3}}{9}a^3$. B. $V = \dfrac{8\sqrt{3}}{9}a^3$. C. $V = \dfrac{40\sqrt{3}}{9}a^3$. D. $V = \dfrac{25\sqrt{3}}{9}a^3$.

**Câu 40.** Cho một tờ giấy hình chữ nhật có chiều rộng là 13 cm và chiều dài là 32 cm. Dán các phần viền với nhau (mầu xẫm như hình vẽ) một cách thích hợp để tạo thành một tứ diện gần đều (tức là các cặp cạnh đối diện bằng nhau) và các mặt tam giác cân đó đều có đáy bằng 13 cm. Tính thể tích $V$ khối tứ diện gần đều được tạo từ tờ giấy thỏa mãn tính chất trên.



**A.** $V=\frac{167}{4}\sqrt{95}\ \left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $V=\frac{169}{4}\sqrt{95}\ \left(\text{cm}^3\right)$.

**C.** $V=\frac{165}{4}\sqrt{95}\ \left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $V=\frac{163}{4}\sqrt{95}\ \left(\text{cm}^3\right)$.

**Câu 41.** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, đường cao $AH$. Quay tam giác xung quanh cạnh huyền $BC$ ta được một vật thể tròn xoay. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

**A.** Diện tích xung quanh của vật thể bằng diện tích toàn phần của nó.

**B.** Diện tích vật thể bằng $\pi AH\left(AB+AC\right)$.

**C.** Thể tích vật thể bằng $\frac{1}{3}\pi AH^2.BC$.

**D.** Thể tích vật thể bằng một nửa thể tích của hình trụ có bán kính là $AH$ và chiều cao là $BC$.

**Câu 42.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$. Tam giác $SAD$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi $M$ và $N$ lần lượt là trung điểm của cạnh $BC$ và $CD$. Tính theo $a$ bán kính $R$ của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.MNC$.

**A.** $R=\frac{a\sqrt{91}}{12}$. **B.** $R=\frac{a\sqrt{93}}{12}$. **C.** $R=\frac{a\sqrt{91}}{11}$. **D.** $R=\frac{a\sqrt{93}}{11}$.

**Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{2}$.

Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của $d$?

**A.** $\vec{u}=\left(4;-2;4\right)$. **B.** $\vec{u}=\left(4;2;0\right)$. **C.** $\vec{u}=\left(-2;2;-4\right)$. **D.** $\vec{u}=\left(4;2;4\right)$.

**Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-2x-2my+2mz+m^2+2=0$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ sao cho $\left(S\right)$ có tâm nằm trên mặt phẳng $\left(P\right):x+3y-z-4=0$.

**A.** $m=\frac{3}{4}$. **B.** $m\in\varnothing$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

**Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{1}$ và điểm $A\left(1;-1;-1\right)$. Tính khoảng cách $d$ từ điểm $A$ đến đường thẳng $\Delta$.

**A.** $d=\sqrt{\frac{19}{3}}$. **B.** $d=\sqrt{3}$. **C.** $d=\sqrt{\frac{14}{3}}$. **D.** $d=\sqrt{\frac{17}{3}}$.

**Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):2x-3y+4z-6=0$. Xét mặt phẳng $\left(Q\right):2x+\left(2-m\right)y+\left(m-1\right)z-m-1=0$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ sao cho mặt phẳng $\left(Q\right)$ trùng với mặt phẳng $\left(P\right)$.

A. $m = 6$. B. $m = 5$. C. $m = -5$. D. $m = -6$.

**Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ và hai điểm $A(1;0;1)$, $B(2;1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng $(Q)$ đi qua hai điểm $A$ và $B$, đồng thời vuông góc với mặt phẳng $(P)$.

A. $x + 2y + 3z - 4 = 0$. B. $x + y + z - 2 = 0$. C. $3x + y - z - 2 = 0$. D. $x - y - 3z + 2 = 0$.

**Câu 48.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{1}$ và hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 2 = 0$, $(Q): x + 2y - 2z + 14 = 0$. Mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ thuộc đường thẳng $d$, với $I$ là điểm có hoành độ âm, đồng thời $(S)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$. Viết phương trình của mặt cầu $(S)$.

A. $(S): \left(x + \dfrac{1}{4}\right)^2 + \left(y - \dfrac{1}{4}\right)^2 + \left(z - \dfrac{11}{8}\right)^2 = \dfrac{16}{9}$. B. $(S): (x+9)^2 + (y-9)^2 + (z+3)^2 = \dfrac{961}{9}$.

C. $(S): \left(x + \dfrac{4}{3}\right)^2 + \left(y - \dfrac{4}{3}\right)^2 + \left(z - \dfrac{5}{6}\right)^2 = \dfrac{1}{81}$. D. $(S): (x+8)^2 + (y-8)^2 + \left(z + \dfrac{5}{2}\right)^2 = 81$.

**Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 5y - z = 0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ vuông góc mặt phẳng $(P)$ tại giao điểm của đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(P)$.

A. $\Delta: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$. B. $\Delta: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{-5} = \dfrac{z-2}{-1}$.

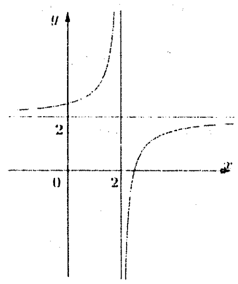
C. $\Delta: \dfrac{x-3}{3} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{1}$. D. $\Delta: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-1}{-5} = \dfrac{z-1}{-1}$.

**Câu 50.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;1;-2)$, $C(1;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z = 0$. Điểm $M$ thuộc $(P)$ thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T = x_M^2 + y_M^2 + z_M^2$.

A. $T = 36$. B. $T = 81$. C. $T = \dfrac{10}{3}$. D. $T = \dfrac{98}{9}$.

# ĐỀ SỐ 8

**Câu 1.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?




A. $y = \dfrac{2x-5}{x-2}$. B. $y = \dfrac{2x-5}{x+2}$.

C. $y = \dfrac{2x+5}{x+2}$. D. $y = \dfrac{2x+5}{x-2}$.

**Câu 2.** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

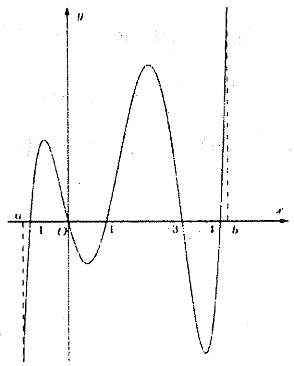
**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

**Câu 3.** Tìm điều kiện của $a,\ b,\ c$ để hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \ (a\neq 0)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $a>0,\ b^2-3ac\geq 0$. **B.** $a<0,\ b^2-3ac\leq 0$.

**C.** $a<0,\ b^2-3ac\geq 0$. **D.** $a>0,\ b^2-3ac\leq 0$.

**Câu 4.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(a;b)$ với $a=-1-\varepsilon,\ b=4+\varepsilon$ ( $\varepsilon>o$ và $\varepsilon$ rất nhỏ) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai ?

**A.** Trên khoảng $(a;b)$ hàm số đã cho có 4 cực trị.

**B.** Hàm số đã cho có hai cực tiểu trên khoảng $(a;b)$.

**C.** Hàm số đã cho có hai cực đại trên khoảng $(a;b)$.

**D.** Tồn tại duy nhất một giá trị của $m$ để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm phân biệt trên khoảng $(a;b)$.

**Câu 5.** Tìm giá trị cực tiểu $y_{CT}$ của hàm số $y=2x-1+\dfrac{2x}{x^2-1}$.

**A.** $y_{CT}=3\sqrt{3}-1$. **B.** $y_{CT}=-1$. **C.** $y_{CT}=3\sqrt{3}$. **D.** $y_{CT}=1-3\sqrt{3}$.

**Câu 6.** Biết đường thẳng $d: y=2x+1$ cắt đồ thị $(C)$ của hàm số $y=\sqrt{x^2+3x+5}$ tại điểm duy nhất, kí hiệu $(x_0;y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm $y_0$.

**A.** $y_0=2$. **B.** $y_0=3$. **C.** $y_0=1$. **D.** $y_0=4$.

**Câu 7.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+2x-3}{x+2}$ trên đoạn $[0;3]$.

**A.** $\max\limits_{[0;3]} f(x)=\dfrac{12}{5}$. **B.** $\max\limits_{[0;3]} f(x)=12$. **C.** $\max\limits_{[0;3]} f(x)=\dfrac{17}{5}$. **D.** $\max\limits_{[0;3]} f(x)=\dfrac{14}{5}$.

**Câu 8.** Cho hàm số $y=\dfrac{m}{3}x^3+(m-2)x^2+(m-1)x+2$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ sao cho hàm số đạt cực đại tại điểm $x_1$ và đạt cực tiểu tại điểm $x_2$ thỏa mãn $x_1<x_2<1$.

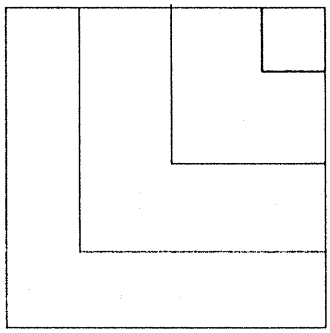
**A.** $\dfrac{4}{3}<m<\dfrac{5}{3}$. **B.** $1<m<\dfrac{5}{4}$.

**C.** $\dfrac{5}{4}<m<\dfrac{4}{3}$. **D.** Không tồn tại $m$ thỏa mãn.

**Câu 9.** Tìm tất cả các giá trị thực của $a$ sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+1}{3x^2-2xa+a}$ có đúng một tiệm cận đứng.

**A.** $a=\pm\sqrt{\dfrac{3}{2}}$. **B.** $a=0$ hoặc $a=3$. **C.** $a=1$ hoặc $a=2$. **D** $a=\pm 2$.

**Câu 10.** Một ngôi nhà $30m\times 30m$ nằm ở góc đông bắc của một trang trại $120m\times 120m$. Người chủ ngôi nhà muốn chia phần còn lại với hai hàng rào hình chữ V thành 3 lô đất hình chữ V có cùng diện tích, như hình dưới đây. Mỗi đoạn hàng rào vuông góc với cạnh của trang trại. Hàng rào ngắn nhất là bao nhiêu?



**A.** $60\sqrt{5}$ (m). **B.** $60$ (m).

**C.** $30\sqrt{13}$ (m). **D.** $60\sqrt{6}$ (m).

**Câu 11.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $a$ sao cho phương trình sau có hai nghiệm $\log_2\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{ax+a}+\left(1-a^2\right)x^2-2a^2x+1-a^2=0$.

**A.** $a\in(-\infty;-1)$. **B.** $1<a<\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}<a<1$. **D.** $a\in(1;+\infty)$.

**Câu 12.** Phương trình $\log_2\left(x^2+4\right)-\dfrac{1}{\log_{x-1}2}-3=0$ có số nghiệm là?

**A.** 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Câu 13.** Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_{\frac{3}{4}}|x|$.

**A.** $y'=\dfrac{1}{x(\ln 3-2\ln 2)}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{|x|(\ln 3-2\ln 2)}$.

**C.** $y'=\dfrac{\ln 3}{2x\ln 2}$. **D.** $y'=\dfrac{\ln 3}{2|x|\ln 2}$.

**Câu 14.** Giải bất phương trình $\log_{x^2+2}(2x+3)^{1000}>1000$.

**A.** $x>1+\sqrt{2}$. **B.** $1-\sqrt{2}<x<1+\sqrt{2}$. **C.** $x>1+\sqrt{3}$. **D.** $1-\sqrt{3}<x<1+\sqrt{3}$.

**Câu 15.** Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2\dfrac{1}{x-1}\right)^{1000}$.

**A.** $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D=(1;2]\cup[2;+\infty)$. **C.** $D=(1;2)\cup(2;+\infty)$. **D.** $D=(1;+\infty)$.

**Câu 16.** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2.2^x}{5^{x^2}}$. Xét các khẳng định sau:

*Khẳng định 1.* $f(x)>1\Leftrightarrow \ln x^2+x\ln 2>x^2\ln 5$.

*Khẳng định 2.* $f(x)>1\Leftrightarrow 2\log_5|x|+x\log_5 2>x^2$.

*Khẳng định 3.* $f(x) \ge 2^x.5^{-x^2} \Leftrightarrow x \ge 1$ hoặc $x \le -1$.

*Khẳng định 4.* $f(x) \ge x^2 \Leftrightarrow x + \log_{\frac{1}{5}} 2 \le 0$.

Trong các khẳng định trên, có bao nhiêu khẳng định đúng?

**A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

**Câu 17.** Cho các số thực dương $a, b, c$, với $a \ne 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $\log_{\sqrt{a}}(abc) = 2\log_a b + 2\log_a c$.

**B.** $\log_{\sqrt{a}}(abc) = 2 + 2\log_a b + 2\log_a c$.

**C.** $\log_{\sqrt{a}}(abc) = \frac{1}{2}\log_a b + \frac{1}{2}\log_a c$.

**D.** $\log_{\sqrt{a}}(abc) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b + \frac{1}{2}\log_a c$.

**Câu 18.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{\sin x \tan x}{x \cos x}$.

**A.** $y' = \dfrac{\tan x}{x}\left(\dfrac{2}{\cos^2 x} + \dfrac{\tan x}{x}\right)$.

**B.** $y' = \dfrac{\tan x}{x}\left(2 + \dfrac{\tan x}{x}\right)$.

**C.** $y' = \dfrac{\tan x}{x}\left(\dfrac{2}{\cos^2 x} - \dfrac{\tan x}{x}\right)$.

**D.** $y' = \dfrac{\tan x}{x}\left(2 - \dfrac{\tan x}{x}\right)$.

**Câu 19.** Đặt $a = \log_2 m$, $b = \log_m(16m)$, với $m > 0$, $m \ne 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $b - \dfrac{4}{a} = 1$. **B.** $a - \dfrac{4}{b} = 1$. **C.** $b - 4a = 1$ **D.** $a - 4b = 1$.

**Câu 20.** Xét $a$ và $b$ là hai số thực dương tùy ý. Đặt $x = \log_4(a^3 + b^3)$, $y = \log_4(a + b)$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $x - 3y \le -1$. **B.** $x - 3y \ge -1$. **C.** $x - 3y < -1$. **D.** $x - 3y > -1$.

**Câu 21.** Áp suất không khí $P$ (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu là mmHg) suy giảm mũ so với độ cao $x$ (đo bằng mét), tức là $P$ giảm theo công thức $P = P_0.e^{xi}$, với $P_0 = 760$ mmHg là áp suất ở mực nước biển ($x = 0$), $i$ là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000m thì áp suất của không khí là 672,71 mmHg. Hỏi áp suất không khí ở độ cao 3000m là bao nhiêu?

A. 527,06 mmHg. **B.** 530,23 mmHg. **C.** 20,77 mmHg. **D.** 733,13 mmHg.

**Câu 22.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Viết công thức tính diện tích $S$ của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$.

**A.** $S = \int_a^b f(x)dx$. **B.** $S = \int_a^b |f(x)|dx$. **C.** $S = \int_a^b f^2(x)dx$. **D.** $S = \int_a^b \pi|f(x)|dx$.

**Câu 23.** Tìm nguyên hàm $H$ của hàm số $f(x) = \cos x\sqrt{\sin x + 1}$.

A. $H=\frac{1}{3}\sin x\sqrt{\sin x+1}+C.$ B. $H=\frac{1}{3}(\sin x+1)\sqrt{\sin x+1}+C.$

C. $H=\frac{2}{3}(\sin x+1)\sqrt{\sin x+1}+C.$ D. $H=\frac{1-2\sin x-3\sin^2 x}{2\sqrt{\sin x+1}}.$

**Câu 24.** Một đám vi trùng tại ngày thứ $t$ có số lượng là $N(t)$. Biết rằng $N'(t)=\frac{2000}{1+2t}$ và lúc đầu đám vi trùng có 300000 con. Ký hiệu $L$ là số lượng vi trùng sau 10 ngày. Tìm $L$.

A. $L=306089.$ B. $L=303044.$ C. $L=301522.$ D. $L=300761.$

**Câu 25.** Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\cos^2 x-\sin^2 x)(\sin x+\cos x)^{1000}dx.$

A. $I=\frac{2^{500}-1}{501}.$ B. $I=\frac{2^{500}-1}{1002}.$ C. $I=\frac{2^{501}-1}{501}.$ D. $I=\frac{2^{501}-1}{1002}.$

**Câu 26.** Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{2\sin x(1+\cos x)+1}{2\sin x+1}dx.$

A. $I=\frac{\pi}{2}-1-\ln 3.$ B. $I=\frac{\pi}{2}-1-\frac{1}{2}\ln 3.$ C. $I=\frac{\pi}{2}+1-\ln 3.$ D. $I=\frac{\pi}{2}+1-\frac{1}{2}\ln 3.$

**Câu 27.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=|x^2-3x+2|$ và $y=x+2.$

A. $\frac{23}{3}.$ B. $\frac{34}{3}.$ C. $\frac{31}{3}.$ D. $\frac{26}{3}.$

**Câu 28.** Xét $(H)$ là hình phẳng giới hạn bởi $(P): y^2=8x$ và đường thẳng $x=2$. Ký hiệu $V_1$ và $V_2$ lần lượt là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình $(H)$ xung quanh trục $Ox$ và $Oy$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}.$

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{5}{2}.$ B. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{5}{4}.$ C. $\frac{V_1}{V_2}=5.$ D. $\frac{V_1}{V_2}=10.$

**Câu 29.** Đơn giản số phức $z=i^{2017}.$

A. $z=1.$ B. $z=i.$ C. $z=-1.$ D. $z=-i.$

**Câu 30.** Tìm nghịch đảo của số phức $z=7-2i.$

A. $z^{-1}=\frac{7}{53}+\frac{2i}{53}.$ B. $z^{-1}=\frac{7}{\sqrt{35}}+\frac{2i}{\sqrt{35}}.$ C. $z^{-1}=\frac{7}{\sqrt{53}}-\frac{2i}{\sqrt{53}}.$ D. $z^{-1}=\frac{7}{53}-\frac{2i}{53}.$

**Câu 31.** Tìm $x,y\in\mathbb{R}$ sao cho $(1-2i)x+(1+2y)i=1+i.$

A. $x=y=2.$ B. $x=1,\ y=2.$ C. $x=2,\ y=1.$ D. $x=y=1.$

**Câu 32.** Cho hai số phức $z_1=a+bi$ và $z_2=c+di$ $(a,\ b,\ c,\ d\in\mathbb{R})$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

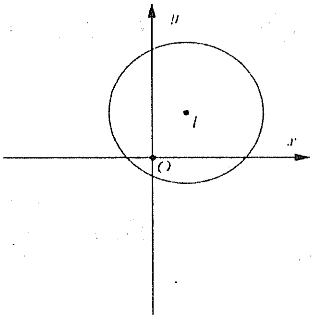
A. $z_1+z_2=(a+d)+(b+c)i.$ B. $z_1-z_2=(a-c)+(b-d)i.$

**C.** $z_1 z_2 = ac - bd + (ad + bc)i.$ **D.** $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{ac + bd + (bc - ad)i}{c^2 + d^2}.$

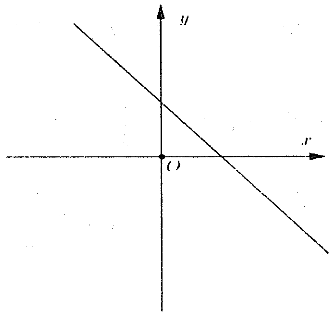
**Câu 33.** Cho số phức $z = 3 + 5i$. Tìm môđun của số phức $w = iz + \overline{z}$.

**A.** $|w| = 2.$ **B.** $|w| = 2 + \sqrt{2}.$ **C.** $|w| = 2\sqrt{2}.$ **D.** $|w| = 3\sqrt{2}.$

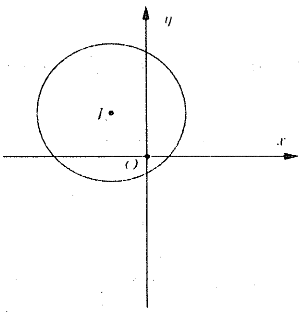
**Câu 34.** Đồ thị nào biểu diễn đúng tập hợp các điểm $M$ trong mặt phẳng phức biểu diễn số phức $z$, biết $|z| = |\overline{z} - 2 + 3i|$.



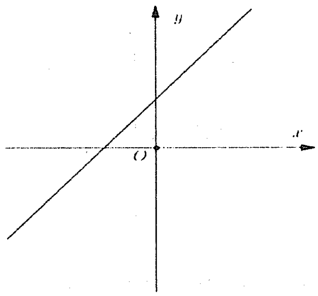

**A.**




**B.**




**C.**




**D.**

**Câu 35.** Cho hình hộp chữ nhật có thể tích là $V$, đáy là hình vuông cạnh $a$. Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật bằng?

**A.** $2\left(\dfrac{V}{a} + a^2\right).$ **B.** $4\left(\dfrac{V}{a^2} + a\right).$ **C.** $2\left(\dfrac{V}{a^2} + a^2\right).$ **D.** $4\dfrac{V}{a} + 2a^2.$

**Câu 36.** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình chữ nhật, cạnh $SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi $H$ và $K$ lần lượt là hình chiếu của $A$ xuống $SB$ và $SD$. Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng $(AHK)$?

**A.** $SD.$ **B.** $SB.$ **C.** $SC.$ **D.** $CD.$

**Câu 37.** Cho tứ diện $ABCD$, qua điểm $M$ trên đoạn $AC$ ta dựng mặt phẳng $(P)$ song song với $AB$ và $CD$. Mặt phẳng $(P)$ cắt $BC$, $BD$, $AD$ lần lượt tại $N$, $P$, $Q$. Đặt $x = \dfrac{CM}{CA}$, diện tích tứ giác $MNPQ$ lớn nhất khi $x$ bằng bao nhiêu?

**A.** $\dfrac{1}{3}.$ **B.** $1.$ **C.** $2.$ **D.** $\dfrac{1}{2}.$

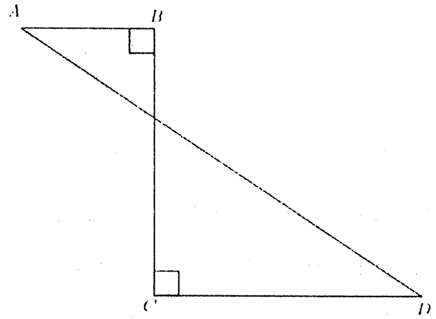
**Câu 38.** Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác đều cạnh $a$, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $30^0$. Hình chiếu của $A'$ trên mặt phẳng đáy $(ABC)$ trùng với trung điểm của cạnh $BC$. Tính theo $a$ thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

**Câu 39.** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, cạnh $AB = a$, $AC = 2a$ và có đường cao là $AH$. Quay tam giác xung quanh cạnh huyền $BC$ ta được một vật thể tròn xoay. Tính theo $a$ thể tích của vật thể tròn xoay.

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{5}$. B. $\frac{\pi a^3\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{4\pi a^3\sqrt{5}}{15}$. D. $\frac{\pi a^3}{5}$.

**Câu 40.** Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh $CD = 2AB$, $AB = a$, $BC = h$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình $ABCD$ quanh cạnh $CD$ bằng?




A. $\frac{16}{27}\pi ah^2$. B. $\frac{18}{27}\pi ah^2$.

C. $\pi ah^2$. D. $\frac{20}{27}\pi ah^2$.

**Câu 41.** Cho góc vuông $\widehat{xOy}$ và một điểm $A$ nằm ngoài mặt phẳng $(Oxy)$. Khoảng cách từ điểm $A$ đến $Ox$, $Oy$ bằng nhau và bằng $a$. Cho $OA = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. Gọi $E$ là hình chiếu vuông góc của $A$ xuống $Ox$. Độ dài đoạn $OE$ bằng?

A. $\frac{a}{3}$. B. $a$. C. $\frac{a}{2}$. D. $2a$.

**Câu 42.** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Xét điểm $M$ trong không gian thỏa mãn điều kiện $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 2$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Điểm $M$ thuộc một mặt cầu có tâm là trọng tâm tam giác $ABC$ và có bán kính $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. Điểm $M$ thuộc mặt cầu có tâm là trọng tâm tứ diện $ABCD$ và có bán kính $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

C. Điểm $M$ thuộc mặt cầu có tâm là trọng tâm tứ diện $ABCD$ và có bán kính $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. Điểm $M$ thuộc đường tròn có tâm là trọng tâm tam giác $ABC$ và có bán kính $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

**Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{u}=(3;-4;5)$, $\vec{v}=(2m-n;1-n;m+1)$, với $m$ và $n$ là các tham số thực. Tìm $m$ và $n$ sao cho $\vec{u}=\vec{v}$.

**A.** $m=4,\ n=3$. **B.** $m=5,\ n=4$. **C.** $m=3,\ n=4$. **D.** $m=4,\ n=5$.

**Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(3;-4;5)$. Mặt cầu $(S)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-3z-2=0$. Bán kính $R$ của mặt cầu $(S)$ bằng?

**A.** $R=\sqrt{14}$. **B.** $R=\frac{7}{5}$. **C.** $R=\frac{14}{\sqrt{10}}$. **D.** $R=\frac{12}{\sqrt{10}}$.

**Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x-3y+4z+6=0$, $(Q): 2x+3y-4z+5=0$. Ký hiệu $\alpha$ là góc giữa mặt phẳng $(P)$ và mặt phẳng $(Q)$. Tính giá trị của $P=\cos\alpha$.

**A.** $P=\frac{7}{18}$. **B.** $P=\frac{20}{29}$. **C.** $P=\frac{9}{29}$. **D.** $P=\frac{21}{29}$.

**Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{3}=\frac{y-4}{4}=\frac{z+3}{5}$ và mặt phẳng $(P): (3m-2)x-ny-2z+4=0$, với $m$, $n$ là các tham số thực. Tìm $m$, $n$ sao cho mặt phẳng $(P)$ chứa đường thẳng $d$.

**A.** $m=5,\ n=6$. **B.** $m=-4,\ n=-5$. **C.** $m=4,\ n=5$. **D.** $m=-5,\ n=-6$.

**Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+4}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+3}{1}$ và hai điểm $A(1;0;1)$, $B(2;1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng $(Q)$ đi qua hai điểm $A$ và $B$ đồng thời song song với đường thẳng $d$.

**A.** $x+y+z-2=0$. **B.** $x+2y+3z-4=0$. **C.** $3x+y-z-2=0$. **D.** $x-y-3z+2=0$.

**Câu 48.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P)$ có phương trình $x+y-z-3=0$. Mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ đối xứng với $A$ qua mặt phẳng $(P)$ và bán kính của $(S)$ bằng ba lần khoảng cách từ điểm $I$ đến mặt phẳng $(P)$. Viết phương trình của mặt cầu $(S)$.

**A.** $(S): (x-3)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=27$. **B.** $(S): (x-1)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=27$.

**C.** $(S): (x+5)^2+(y-6)^2+(z+5)^2=30$. **D.** $(S): (x+4)^2+(y-3)^2+(z+5)^2=147$.

**Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z-4=0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{-1}$, $d_2: \frac{x-1}{2}=\frac{y-6}{-5}=\frac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng $d$ vuông góc với $(P)$, đồng thời đi qua giao điểm của $d_1$ và $d_2$.

A. $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$.
B. $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{3}$.
C. $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.
D. $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$.

**Câu 50.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$, $B(-1;1;2)$, $C(2;-1;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Điểm $M$ thuộc $d$ thỏa mãn $T=\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $P=x_M^2+y_M^2+z_M^2$.

A. $P=6$.
B. $P=22$.
C. $P=10$.
D. $P=2$.

# ĐỀ SỐ 9

**Câu 1.** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a\neq 0)$ có đồ thị $(C)$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

A. Đồ thị $(C)$ luôn có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác cân có đỉnh thuộc $Oy$.

B. Hàm số luôn có khoảng đồng biến và nghịch biến.

C. Trên $(C)$ tồn tại vô số cặp điểm đối xứng nhau qua $Oy$.

D. Tồn tại $a$, $b$, $c$ để $(C)$ cắt $Ox$ tại điểm duy nhất.

**Câu 2.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-2}$ có đồ thị $(C)$. Đồ thị $(C)$ nhận đường thẳng $y=3$ làm tiệm cận ngang và $(C)$ đi qua điểm $A(3;1)$. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b$.

A. $P=3$.
B. $P=-5$.
C. $P=-8$.
D. $P=5$.

**Câu 3.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $\frac{17}{15}$ | $\searrow$ | $1$ | $\searrow$ | $\frac{13}{15}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục $Ox$ tại hai điểm phân biệt.

D. $\min\limits_{[-1;1]} y=f(1)=\dfrac{13}{15}$ và $\max\limits_{[-1;1]} y=f(-1)=\dfrac{17}{15}$.

**Câu 4.** Cho hai hàm số $f(x) = x^3 + 3ax^2 + 3x + 3$ có đồ thị $(C)$ và $g(x) = x^3 + 3bx^2 + 9x + 5$ có đồ thị $(H)$, với $a$, $b$ là các tham số thực. Đồ thị $(C)$ và $(H)$ có chung ít nhất một điểm cực trị. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |a| + 2|b|$.

**A.** $\sqrt{21}$. **B.** $2\sqrt{6} + 6$. **C.** $3 + 5\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

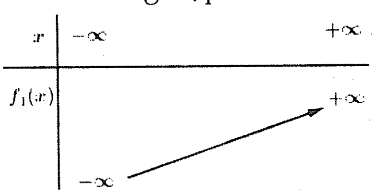
**Câu 5.** Tìm giá trị cực tiểu $y_{CT}$ của hàm số $y = f(x) = \dfrac{x^3}{x-1}$.

**A.** $y_{CT} = 7$. **B.** $y_{CT} = \dfrac{13}{2}$. **C.** $y_{CT} = 6$. **D.** $y_{CT} = \dfrac{27}{4}$.

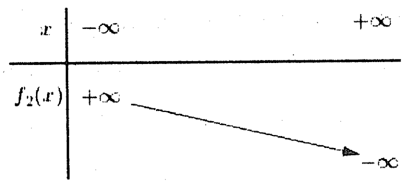
**Câu 6.** Kí hiệu $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{(x+5)^2}{x+1}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $M = 16$. **B.** $m = 16$. **C.** $M = -16$. **D.** $m = -16$.

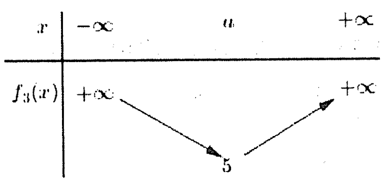
**Câu 7.** Một học sinh ghi tập giá trị $T$ dưới mỗi bảng biến thiên của hàm số như dưới đây. Hỏi trường hợp nào sai?



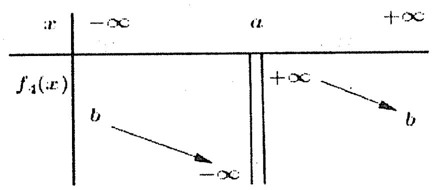

**A.** $T = \mathbb{R}$.




**B.** $T = (-\infty; +\infty)$.




**C.** $T = [5; +\infty)$.




**D.** $T = \mathbb{R}$.

**Câu 8.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $(C)$ như hình vẽ.

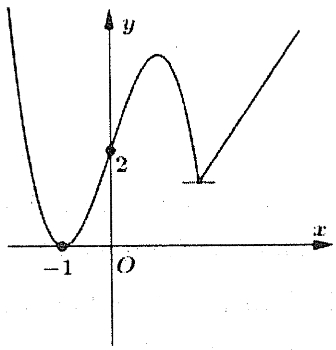
Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

**A.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ bằng 0.

**B.** Đồ thị $(C)$ có duy nhất một điểm cực đại.

**C.** Tồn tại một khoảng $(a;b)$ nào đó để hàm số $y = f(x)$ vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng đó.

**D.** Đồ thị $(C)$ có duy nhất một điểm cực tiểu.




**Câu 9.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số $k$ sao cho hàm số $y = \dfrac{2x^2 + kx + 2 - k}{x + k - 1}$ đồng biến

trên khoảng $(1;+\infty)$.

A. $k \geq -2+2\sqrt{2}$. B. $k \leq -2-2\sqrt{2}$. C. $0 \leq k \leq -2+2\sqrt{2}$. D. $k \geq -2-2\sqrt{2}$.

**Câu 10.** Cho hàm số $y = f(x) = |x+1|$. Để tính $f'(-1)$ một học sinh giải theo các bước sau:

I. $f(x) = |x+1| \Rightarrow f(x) = x+1$ khi $x > -1, f(-1) = 0, f(x) = -x-1$ khi $x < -1$.

II. $f'(-1^+) = \lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1} = \lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{x+1-0}{x+1-0} = 1$.

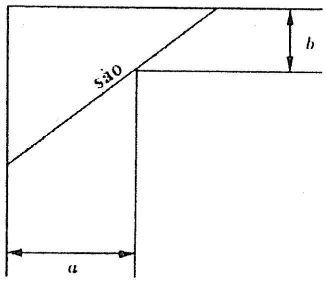
III. $f'(-1^-) = \lim\limits_{x \to -1} \dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1} = \lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{x+1-0}{x+1-0} = 1$.

Do đó $f'(-1^+) = f'(-1^-) = 1 \Rightarrow f'(-1) = 1$. Học sinh làm đúng hay sai, nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Học sinh làm sai và sai từ bước I. B. Học sinh làm sai và sai từ bước II.

C. Học sinh làm sai và sai từ bước III. D. Học sinh làm đúng.

**Câu 11.** Để chặn đường hành lang hình chữ L người ta dùng một que sào thẳng dài đặt kín những điểm chạm với hành lang (như hình vẽ). Biết rằng $a = 24$ và $b = 3$, hỏi cái sào thỏa mãn điều trên có chiều dài $l$ tối thiểu là bao nhiêu?




A. $\dfrac{51\sqrt{5}}{2}$. B. $15\sqrt{5}$.

C. $27\sqrt{5}$. D. $11\sqrt{5}$.

**Câu 12.** Phương trình $\dfrac{1}{4}\log_3(x+1)^4 + \dfrac{1}{3}\log_3(x+5)^3 = 1$ có số nghiệm là?

A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

**Câu 13.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{\frac{2}{3}}(x^2-2x+2)$.

A. $y' = \dfrac{2(x-1)\ln 2}{(x^2-2x+2)\ln 3}$. B. $y' = \dfrac{2(x-1)}{(x^2-2x+2)(\ln 2 - \ln 3)}$.

C. $y' = \dfrac{1}{2(x-1)(x^2-2x+2)(\ln 2-\ln 3)}$. D. $y' = \dfrac{\ln 2}{2(x-1)(x^2-2x+2)\ln 3}$.

**Câu 14.** Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(\log_3(2x-1))^{1000} > 0$.

A. $\dfrac{1}{2} < x < 2$ và $x \neq 1$. B. $1 < x < 2$.

C. $\dfrac{2}{3} < x < 2$ và $x \neq 1$. D. $1 < x < 3$.

**Câu 15.** Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y = \log_{x-1}(x^3+1)^{1001}$.

A. $D = (1;+\infty)$. B. $D = (1;2] \cup [2;+\infty)$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $D = (1;2) \cup (2;+\infty)$.

**Câu 16.** Cho hàm số $f(x) = x^2.6^{x+1}$. Xét các khẳng định sau:

*Khẳng định 1.* $f(x) > 1 \Leftrightarrow 2\ln x + (x+1)\ln 6 > 0$.

*Khẳng định 2.* $f(x) > x^2 \Leftrightarrow x > -1$.

*Khẳng định 3.* $f(x) > 6 \Leftrightarrow \ln x^2 + x\ln 6 > 0$.

*Khẳng định 4.* $f(x) > 6^x \Leftrightarrow x > \dfrac{1}{\sqrt{6}}$.

Trong các khẳng định trên, có bao nhiêu khẳng định đúng?

**A.** 0. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

**Câu 17.** Cho hai số thực dương $a$ và $b$, với $a \neq 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $\log_a \sqrt{ab} = \dfrac{1}{2}\log_a b$.

**B.** $\log_a \sqrt{ab} = 2\log_a b$.

**C.** $\log_a \sqrt{ab} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\log_a b$.

**D.** $\log_a \sqrt{ab} = 2 + 2\log_a b$.

**Câu 18.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{\cos x \cot x}{x \sin x}$.

**A.** $y' = \dfrac{\cot x}{x}\left(\dfrac{2}{\sin^2 x} - \dfrac{\cot x}{x}\right)$.

**B.** $y' = -\dfrac{\cot x}{x}\left(-\dfrac{2}{\sin^2 x} + \dfrac{\cot x}{x}\right)$.

**C.** $y' = \dfrac{\cot x}{x}\left(\dfrac{2}{\sin^2 x} + \dfrac{\cot x}{x}\right)$.

**D.** $y' = -\dfrac{\cot x}{x}\left(\dfrac{2}{\sin^2 x} + \dfrac{\cot x}{x}\right)$.

**Câu 19.** Đặt $\log_2 3 = a$, $\log_3 4 = b$. Hãy biểu diễn $T = \log_{27} 8 + \log_{256} 81$ theo $a$ và $b$.

**A.** $T = \dfrac{a+b+2}{a^2b+ab^2}$. **B.** $T = \dfrac{a^2+b^2+4}{a^2b+ab^2}$. **C.** $T = \dfrac{a+b+2}{a^2b+2ab^2}$. **D.** $T = \dfrac{a^2+b^2+4}{a^2b+2ab^2}$.

**Câu 20.** Xét $a$ và $b$ là hai số thực thỏa mãn $a > b > 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $1 < \dfrac{1}{1000}\log_a b^{1000} < \dfrac{a}{b}$.

**B.** $1 > 1000\log_{b^{1000}} a > \dfrac{b}{a}$.

**C.** $0 < \log_{a^{1000}} b^{1000} < \dfrac{a}{b}$.

**D.** $0 < \log_{b^{1000}} a^{1000} < \dfrac{b}{a}$.

**Câu 21.** Áp suất không khí $P$ (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu là mmHg) suy giảm mũ so với độ cao $x$ (đo bằng mét), tức là $P$ giảm theo công thức $P = P_0.e^{xi}$, với $P_0 = 760$ mmHg là áp suất ở mức nước biển $(x = 0)$, $i$ là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000m áp suất của không khí là 672,71 mmHg. Hỏi áp suất không khí là $\dfrac{672{,}71^3}{760^2}$ mmHg ở độ cao bao nhiêu?

**A.** 2000 m. **B.** 3000 m. **C.** 4000 m. **D.** 5000 m.

**Câu 22.** Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Viết công thức tính diện tích $S$ của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a,\ x = b$.

A. $S = \int_a^b \left[f(x) - g(x)\right]dx$.

B. $S = \int_a^b \left|f(x) + g(x)\right|dx$.

C. $S = \int_a^b \left|f(x) - g(x)\right|dx$.

D. $S = \int_a^b \left[f(x) + g(x)\right]dx$.

**Câu 23.** Tìm nguyên hàm $H$ của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{(x-1)\sqrt{2x-1}}$.

A. $H = \ln\dfrac{2}{1+\sqrt{2x-1}} + C$.

B. $H = \ln\left|1 - \dfrac{2}{1-\sqrt{2x-1}}\right| + C$.

C. $H = \ln\left|\dfrac{2}{1-\sqrt{2x-1}}\right| + C$.

D. $H = \ln\left|1 - \dfrac{2}{1+\sqrt{2x-1}}\right| + C$.

**Câu 24.** Ký hiệu $h(t)$ (cm) là mực nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được $t$ giây. Biết rằng $h'(t) = \dfrac{1}{3}\sqrt[3]{t+8}$ và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mực nước $L$ (cm) ở bồn sau khi bơm nước được 19 giây.

A. $L = 14$.
B. $L = 15,25$.
C. $L = 16,25$.
D. $L = 18,5$.

**Câu 25.** Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\cos x\left(1+\sin^2 x\right)^{1001} dx$.

A. $I = \dfrac{2^{1002}-1}{2004}$.
B. $I = \dfrac{2^{1002}-1}{1002}$.
C. $I = \dfrac{2^{1001}-1}{2004}$.
D. $I = \dfrac{2^{1001}-1}{1002}$.

**Câu 26.** Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x)\left(x + e^{\sin x + \cos x}\right)dx$.

A. $I = e^{\sqrt{2}} - e - 1 + \dfrac{\pi\sqrt{2}}{4}$.

B. $I = e^2 + e - 1 + \dfrac{\pi\sqrt{2}}{4}$.

C. $I = e^{\sqrt{2}} + e - 1 - \dfrac{\pi\sqrt{2}}{4}$.

D. $I = e^2 - e + 1 - \dfrac{\pi\sqrt{2}}{4}$.

**Câu 27.** Tính diện tích hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = 2x$.

A. $\dfrac{7}{2}$.
B. $\dfrac{8}{3}$.
C. $\dfrac{5}{2}$.
D. $\dfrac{4}{3}$.

**Câu 28.** Ký hiệu $(H)$ là hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = 0$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - mx$, với $m$ là tham số thực dương. Tìm $m$ sao cho thể tích $V$ của khối tròn xoay thu được khi quay hình $(H)$ xung quanh trục $Ox$ bằng $\dfrac{16\pi}{15}$.

A. $m = 1$.
B. $m = 2$.
C. $m = 4$.
D. $m = 3$.

**Câu 29.** Với $n \in \mathbb{N}^*$ thì khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $i^{2n} = 1$. B. $i^{4n} = 1$. C. $i^{2n+1} = i$. D. $i^{2n} = -1$.

**Câu 30.** Đơn giản số phức $z = (3+4i)^2(1+2i) + i$.

A. $z = -55 + 11i$. B. $z = 30 - 5i$. C. $z = 8 - 5i$. D. $z = 11 - 22i$.

**Câu 31.** Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 3 - i$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1 - z_2| + |z_1|$.

A. $P = 2$. B. $P = \sqrt{5}$. C. $P = 2\sqrt{5}$. D. $P = \sqrt{3}$.

**Câu 32.** Cho số phức $z = \dfrac{2+i}{5-i}$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w = \overline{z}.i$.

A. Phần thực bằng $\dfrac{7}{26}$ và phần ảo bằng $\dfrac{9}{26}i$.

B. Phần thực bằng $\dfrac{9}{26}$ và phần ảo bằng $\dfrac{7}{26}$.

C. Phần thực bằng $\dfrac{7}{26}$ và phần ảo bằng $\dfrac{9}{26}$.

D. Phần thực bằng $\dfrac{9}{26}$ và phần ảo bằng $-\dfrac{7}{26}$.

**Câu 33.** Tìm $x, y > 0$ sao cho số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $z^2 = 2 + 2\sqrt{3}i$.

A. $x = \sqrt{3}$, $y = 2$. B. $x = \sqrt{3}$, $y = 1$. C. $x = 2$, $y = \sqrt{3}$. D. $x = 1$, $y = 2\sqrt{3}$.

**Câu 34.** Trong các số phức $z$ thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 2i| = |z - i|$, hãy tìm số phức có môđun nhỏ nhất.

A. $z = 1 - i$. B. $z = 2 - 2i$. C. $z = 3 - i$. D. $z = 5 - i$.

**Câu 35.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $a$. Gọi $M$, $N$, $P$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $CD$, $A'D'$, $BB'$. Tính theo $a$ diện tích $S$ của tam giác $MNP$.

A. $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. B. $S = \dfrac{3a^2\sqrt{3}}{4}$. C. $S = \dfrac{a^2}{4}$. D. $S = \dfrac{3a^2\sqrt{3}}{8}$.

**Câu 36.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên $SA = a$ $\left(0 < a < \sqrt{3}\right)$ và các cạnh còn lại đều bằng 1. Tính theo $a$ thể tích $V$ của hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{a\sqrt{3-a^2}}{3}$. B. $V = \dfrac{a\sqrt{3-a^2}}{6}$. C. $V = \dfrac{3-a^2}{6\sqrt{a}}$. D. $V = \dfrac{3-a^2}{3\sqrt{a}}$.

**Câu 37.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân tại $C$, cạnh $AB = A'A = a$. Đường thẳng $BC'$ tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc bằng $60^0$. Tính theo $a$ thể tích $V$ của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \dfrac{\sqrt{15}}{4}a^3$. B. $V = \dfrac{\sqrt{13}}{4}a^3$. C. $V = \dfrac{\sqrt{15}}{12}a^3$. D. $V = \dfrac{\sqrt{13}}{12}a^3$.

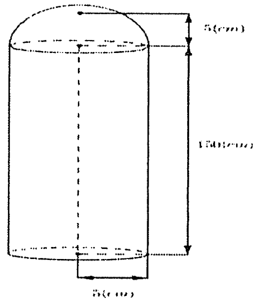
**Câu 38.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích là $V$. Thể tích $V'$ của khối tứ diện có các đỉnh $C'$ và các trung điểm của các cạnh $AB$, $B'C'$, $C'D'$ quan hệ với $V$ như thế nào?

**A.** $V'=\frac{V}{12}$. **B.** $V'=\frac{V}{6}$. **C.** $V'=\frac{V}{24}$. **D.** $V'=\frac{V}{8}$.

**Câu 39.** Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh bằng 2. Một mặt cầu có diện tích bằng diện tích toàn phần của hình nón thì sẽ có bán kính bằng?

**A.** $2\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

**Câu 40.** Một bình sắt để chứa Oxy sử dụng trong công nghiệp và trong y tế được thiết kế với các thông số như hình vẽ. Thể tích $V$ của bình sắt này là bao nhiêu?



**A.** $V=\frac{26}{3}\pi\ (l)$. **B.** $V=\frac{23}{6}\pi\ \left(\mathrm{m}^3\right)$.

**C.** $V=\frac{23}{6}\pi\ (l)$. **D.** $V=\frac{26}{3}\pi\ \left(\mathrm{m}^3\right)$.

**Câu 41.** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh $a$. Diện tích xung quanh của hình trụ có đáy là đường tròn nội tiếp tam giác $BCD$, chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$ là?

**A.** $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

**Câu 42.** Cho hai điểm $A$, $B$ cố định. Gọi $M$ là một điểm di động trong không gian sao cho $\widehat{MAB}=30^0$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $M$ thuộc mặt cầu cố định. **B.** $M$ thuộc mặt trụ cố định.

**C.** $M$ thuộc mặt phẳng cố định. **D.** $M$ thuộc mặt nón cố định.

**Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(2;-3;4)$, $\vec{v}=\left(m+4;-2m^2-1;5m+2\right)$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ sao cho vectơ $\vec{u}$ cùng phương với vectơ $\vec{v}$.

**A.** $m=2$. **B.** $m=-\frac{5}{4}$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-2$.

**Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-4}{2}=\frac{y-5}{3}=\frac{z-6}{4}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d$?

**A.** $M(2;2;10)$. **B.** $M(2;2;4)$. **C.** $M(6;8;2)$. **D.** $M(4;5;6)$.

**Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x-3y+4z+6=0$, $(Q):2x+3y-mz+5=0$, với $m$ là tham số thực. Ký hiệu $\alpha$ là góc giữa mặt phẳng $(P)$ và mặt phẳng $(Q)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho $\cos\alpha=\frac{21}{29}$.

**A.** $m=4$ hoặc $m=-\dfrac{13}{2}$. **B.** $m=5$ hoặc $m=-\dfrac{15}{2}$.

**C.** $m=-4$ hoặc $m=\dfrac{15}{2}$. **D.** $m=-5$ hoặc $m=\dfrac{13}{2}$.

**Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z-1}{5}$. Xét mặt phẳng $(P):10x-15y-mz-6=0$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ sao cho mặt phẳng $(P)$ cắt đường thẳng $d$.

**A.** $m\in\varnothing$. **B.** $m\neq-8$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\neq-6$.

**Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1:\begin{cases}x=3+t\\ y=1-2t\\ z=4\end{cases}\ (t\in\mathbb{R}),\ d_2:\begin{cases}x=2+t'\\ y=4\\ z=1-3t'\end{cases}\ (t'\in\mathbb{R}).$$

Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A(1;-2;1)$, đồng thời song song với đường thẳng $d_1$ và $d_2$.

**A.** $6x-3y-2z-10=0$. **B.** $6x-3y+2z-14=0$.

**C.** $6x+3y+2z-2=0$. **D.** $6x+3y-2z+2=0$.

**Câu 48.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;4;-1)$ và mặt phẳng $(P)$ có phương trình $x-2y+2z+9=0$. Mặt cầu $(S)$ tiếp xúc với $(P)$ tại $A$ và có bán kính bằng 3. Hoành độ tâm $I$ của mặt cầu $(S)$ dương. Tính giá trị của biểu thức $P=x_I^2+3y_I^2+5z_I^2$.

**A.** $P=153$. **B.** $P=21$. **C.** $P=18$. **D.** $P=120$.

**Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;1)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$, $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. Viết phương trình đường thẳng $d$ song song với mặt phẳng $(P):2x+3y+4z-6=0$, cắt đường thẳng $d_1$ và $d_2$ lần lượt tại $M$ và $N$ sao cho $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN}=5$ và $N$ có hoành độ nguyên.

**A.** $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$. **B.** $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-2}$.

**C.** $d:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-4}{-3}$. **D.** $d:\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{1}$.

**Câu 50.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;1)$, $B(1;-1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. Điểm $M$ thuộc $d$ thỏa mãn diện tích tam giác $MAB$ nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $P=x_M^2+y_M^2+z_M^2$.

**A.** $P=\dfrac{49}{18}$. **B.** $P=\dfrac{101}{36}$. **C.** $P=\dfrac{53}{18}$. **D.** $P=29$.

# ĐỀ SỐ 10

**Câu 1.** Cho bảng biến thiên sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $a+b$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Biết đây là bảng biến thiên của hàm số $y = ax^4 + bx^2$. Tìm giá trị của $a$ và $b$.

**A.** $a = 1$ và $b = -2$. **B.** $a = 2$ và $b = -3$.

**C.** $a = -1$ và $b = 2$. **D.** $a = -1$ và $b = -2$.

**Câu 2.** Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - x + 1} - \sqrt{x^2 + 2x + 2}$ có đồ thị $(C)$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** Đồ thị $(C)$ có duy nhất một tiệm cận đứng.

**B.** Đồ thị $(C)$ có hai tiệm cận ngang và khoảng cách giữa chúng bằng $\frac{3}{2}$.

**C.** Đồ thị $(C)$ có hai tiệm cận đứng.

**D.** Đồ thị $(C)$ có hai tiệm cận ngang và khoảng cách giữa chúng bằng 3.

**Câu 3.** Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ và $k \in \mathbb{R}$ cho trước. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

**A.** $f(x) + g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$.

**B.** $k.f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$.

**C.** $f(x) + k$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$.

**D.** $f(x) + 2g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$.

**Câu 4.** Với bài bài toán tìm tất cả các giá trị thực của $m$ sao cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2mx + 1}{x + 2m}$ đạt cực đại tại $x = 1$, một học sinh đã tiến hành giải như sau:

**Bước 1.** Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2m\}$ và tính $y' = \dfrac{x^2 + 4mx - 4m^2 - 1}{(x + 2m)^2}$.

**Bước 2.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 1 \Leftrightarrow y'(1) = 0$.

**Bước 3.** Biến đổi $y'(1) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{4m(1 - m)}{(1 + 2m)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 1 \end{array}\right.$

Kết luận $m=0,\ m=1$ thỏa mãn bài toán.

Học sinh giải đúng hay sai, nếu sai thì sai ở bước nào?

**A.** Học sinh giải sai và sai ở bước 2. **B.** Học sinh giải sai và sai ở bước 3.

**C.** Học sinh giải sai và sai ở bước 1. **D.** Học sinh giải đúng.

**Câu 5.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x-3)(x^3-8)^2$. Số cực trị của $f(x)$ là ?

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 5.

**Câu 6.** Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $[-4;4]$.

**A.** $\max\limits_{[-4;4]} f(x)=15;\ \min\limits_{[-4;4]} f(x)=-41.$ **B.** $\max\limits_{[-4;4]} f(x)=8;\ \min\limits_{[-4;4]} f(x)=-41.$

**C.** $\max\limits_{[-4;4]} f(x)=40;\ \min\limits_{[-4;4]} f(x)=-41.$ **D.** $\max\limits_{[-4;4]} f(x)=40;\ \min\limits_{[-4;4]} f(x)=8.$

**Câu 7.** Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}$ có đồ thị $(C)$. Trên $(C)$ tìm tất cả các điểm đối xứng nhau qua điểm $M\left(0;\dfrac{5}{2}\right)$.

**A.** $(3;2)$ và $(3;7)$. **B.** $(-3;-2)$ và $(3;7)$.

**C.** $\left(-2\sqrt{3};4\right)$ và $(3;-7)$. **D.** $(-3;-2)$ và $(3;7)$.

**Câu 8.** Biết rằng đồ thị hàm số $y=x^3+3x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=3x^2$ tại điểm duy nhất, kí hiệu $(x_0;y_0)$ là tọa độ điểm đó. Tìm $y_0$.

**A.** $y_0=5$. **B.** $y_0=4$. **C.** $y_0=2$. **D.** $y_0=3$.

**Câu 9.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có tiệm cận đứng?

**A.** $f(x)=x^{2017}-x+\dfrac{2}{3}$. **B.** $f(x)=3-x+\dfrac{1}{x-3}$.

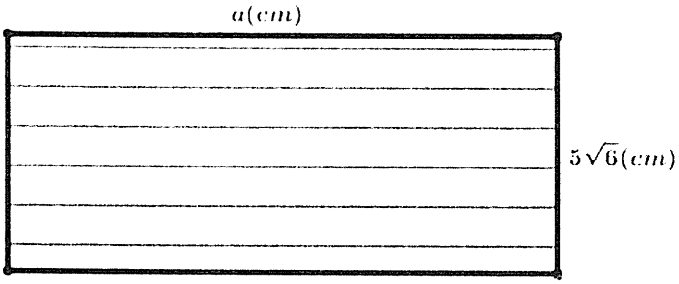
**C.** $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+1}$. **D.** $f(x)=x^4-x^2+2017$.

**Câu 10.** Nếu phương trình $\left|x^2-4x+3\right|-\log_a\left(3a^2-5a\right)=0$ có ba nghiệm phân biệt thì giá trị thực của $a$ là?

**A.** $a<0$ hoặc $a>2$. **B.** $a=0$ hoặc $a=3$.

**C.** $a=2$. **D.** $1<a<3$.

**Câu 11.** Một tờ giấy hình chữ nhật có chiều rộng bằng $5\sqrt{6}$ (cm) và chiều dài bằng $a$ (cm) với $a<20\sqrt{6},\ a\neq 10\sqrt{6}$. Dán các phần viền của tờ giấy với nhau (màu xẫm như hình vẽ) sao cho thích hợp để tạo thành một tứ diện gần đều (tức là các cặp cạnh đối diện bằng nhau) mà các mặt đều là tam giác cân với đáy bằng $\dfrac{a}{2}$ (cm). Tìm $a$ sao cho tứ diện gần đều thỏa mãn điều kiện trên có thể tích lớn nhất (không kể phần viền)?




**A.** $a = 35$ (cm). **B.** $a = 30$ (cm). **C.** $a = 40$ (cm). **D.** $a = 45$ (cm).

**Câu 12.** Tích các nghiệm của phương trình $\dfrac{4}{\log_2 x^2} + \dfrac{9}{1 + \log_2 x} = 4$ bằng?

**A.** $4\sqrt[4]{8}$. **B.** $2\sqrt[4]{8}$. **C.** $4\sqrt[4]{6}$. **D.** $2\sqrt[4]{6}$.

**Câu 13.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{\frac{3}{4}}(\sin 2x - \cos x)$.

**A.** $y' = \dfrac{(\sin x + 2\cos 2x)\ln 3}{2(\sin 2x - \cos x)\ln 2}$.

**B.** $y' = \dfrac{\ln 3}{2(\sin x + 2\cos 2x)(\sin 2x - \cos x)(\ln 2)}$.

**C.** $y' = \dfrac{\sin x + 2\cos 2x}{(\sin 2x - \cos x)(\ln 3 - 2\ln 2)}$.

**D.** $y' = \dfrac{1}{(\sin x + 2\cos 2x)(\sin 2x - \cos x)(\ln 3 - 2\ln 2)}$.

**Câu 14.** Giải bất phương trình $|\log_2 x| . \log_{\frac{1}{2}}(3x - 1)^{1001} \ge 0$.

**A.** $\dfrac{1}{3} < x \le \dfrac{2}{3}$ hoặc $x > 1$.

**B.** $\dfrac{1}{3} < x \le \dfrac{2}{3}$.

**C.** $\dfrac{1}{3} < x \le \dfrac{2}{3}$ và $x = 1$.

**D.** $\dfrac{1}{3} < x \le \dfrac{2}{3}$ hoặc $x = 1$.

**Câu 15.** Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y = \log_{x-1}(x - 2)^{1000}$.

**A.** $D = (1;2) \cup (2;+\infty)$.

**B.** $D = (1;2] \cup [2;+\infty)$.

**C.** $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

**D.** $D = (2;+\infty)$.

**Câu 16.** Cho hàm số $f(x) = \dfrac{6^{x+1}}{x^2 + 1}$. Xét các khẳng định sau:

*Khẳng định 1.* $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$.

*Khẳng định 2.* $f(x) > 1 \Leftrightarrow x + 1 > \log_6(x^2 + 1)$.

*Khẳng định 3.* $f(x) < 6 \Leftrightarrow \ln(x^2 + 1) > x\ln 6$.

*Khẳng định 4.* $f(x) > 1 \Leftrightarrow 1 + \log_6(1 + 6^x) > \log_6(x^2 + 7)$.

Trong các khẳng định trên, có bao nhiêu khẳng định đúng?

**A.** 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

**Câu 17.** Cho các số thực dương $a$, $b$, $c$, với $a \ne 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\log_a \sqrt{abc} = 2\log_a b + 2\log_a c$.
B. $\log_a \sqrt{abc} = 2 + 2\log_a b + 2\log_a c$.

C. $\log_a \sqrt{abc} = \frac{1}{2}\log_a b + \frac{1}{2}\log_a c$.
D. $\log_a \sqrt{abc} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b + \frac{1}{2}\log_a c$.

**Câu 18.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{4^x}$.

A. $y' = \frac{x - 2(x^2+1)\ln 2}{2^{2x}\sqrt{x^2+1}}$.
B. $y' = \frac{x + 2(x^2+1)\ln 2}{2^{2x}\sqrt{x^2+1}}$.

C. $y' = \frac{x - 2(x^2+1)\ln 2}{2^{x^2}\sqrt{x^2+1}}$.
D. $y' = \frac{x + 2(x^2+1)\ln 2}{2^{x^2}\sqrt{x^2+1}}$.

**Câu 19.** Cho $a$ và $b$ là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 3ab$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai ?

A. $\ln a + \ln b = 2\ln|a - b|$.
B. $\log_3 a + \log_3 b = \log_3(a^2 + b^2) - 1$.

C. $\log_5 a + \log_5 b = 2\log_5(a + b) - 2$.
D. $\ln a + \ln(3b) = \ln(a^2 + b^2)$.

**Câu 20.** Xét $a$ và $b$ là hai số thực thỏa mãn $a > b > 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $a > \frac{1}{1000}\log_a b^{1000} > 1$.
B. $\frac{1}{a} < 1000\log_{b^{1000}} a < 1$.

C. $\frac{1}{1000}\log_b a^{1000} < \frac{1}{b} < 1000\log_{a^{1000}} b$.
D. $\frac{1}{1000}\log_a b^{1000} < 1 < 1000\log_{b^{1000}} a$.

**Câu 21.** Các loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14 (một đồng vị của cacbon). Khi một bộ phận của một cái cây nào đó bị chết thì hiện tượng quang hợp cũng ngưng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phận đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp, chuyển hóa thành nitơ 14. Biết rằng nếu gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cái cây sinh trưởng từ $t$ năm trước đây thì $P(t)$ được tính theo công thức

$P(t) = 100.(0,5)^{\frac{t}{5750}}$ (%). Phân tích một mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 65%. Hỏi tuổi của công trình kiến trúc đó khoảng bao lâu?

A. 41776 năm
B. 20888 năm.
C. 3574 năm.
D. 1787 năm.

**Câu 22.** Cho hai đường cong có phương trình $x = g(y)$ và $x = h(x)$, trong đó $g$ và $h$ là hai hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$. Viết công thức tính diện tích $S$ của hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $x = g(y)$, $x = h(x)$ và hai đường thẳng có phương trình $x = a$, $x = b$.

A. $S = \int_a^b [g(y) + h(y)]dy$.
B. $S = \int_a^b |g(y) + h(y)|dy$.

C. $S = \int_a^b [g(y) - h(y)]dy$.
D. $S = \int_a^b |g(y) - h(y)|dy$.

**Câu 23.** Tìm nguyên hàm $H$ của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}$.

A. $H=2\sqrt{1+\ln x}+C$. B. $H=\ln(1+\ln x)+C$.

C. $H=\dfrac{1+\ln x}{2}+C$. D. $H=2(1+\ln x)+C$.

**Câu 24.** Giá trị trung bình của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ là một số, kí hiệu $m(f)$ được tính theo công thức $m(f)=\dfrac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)dx$. Với thông tin trên, hãy tính giá trị trung bình $m(f)$ của hàm số $f(x)=\sin x$ trên $[0;\pi]$.

A. $m(f)=0$. B. $m(f)=\dfrac{3}{\pi}$. C. $m(f)=\dfrac{1}{\pi}$. D. $m(f)=\dfrac{2}{\pi}$.

**Câu 25.** Tính tích phân $I=\int\limits_0^{\ln 2}\left(e^x+e^{1000x}\right)dx$.

A. $I=\dfrac{1000+2^{1001}}{1001}$. B. $I=\dfrac{999+2^{1000}}{1000}$. C. $I=\dfrac{1+2^{1001}}{1001}$. D. $I=\dfrac{1+2^{1000}}{1000}$.

**Câu 26.** Tính tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)\ln(\sin x+\cos x)dx$.

A. $I=\dfrac{1}{2}\ln 2-\dfrac{1}{2}$. B. $I=\dfrac{1}{2}\ln 2-\dfrac{1}{4}$. C. $I=\ln 2-1$. D. $I=\ln 2-\dfrac{1}{4}$.

**Câu 27.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=\left(x^2-2\right)^2$, $y=x^2$, trục tung và đường thẳng $x=1$.

A. $\dfrac{38}{15}$. B. $\dfrac{32}{15}$. C. $\dfrac{22}{15}$. D. $\dfrac{44}{15}$.

**Câu 28.** Ký hiệu $(H)$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{\left(x^2+1\right)e^x}$, $y=0$, $x=0$, $x=1$. Tính thể tích $V$ của khối tròn xoay thu được khi quay hình $(H)$ xung quanh trục hoành.

A. $V=\pi(2e-1)$. B. $V=\pi(4e-1)$. C. $V=\pi(2e-3)$. D. $V=\pi(4e-3)$.

**Câu 29.** Cho hai số phức $z_1=1+i$, $z_2=1-i$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

A. $z_1z_2=|z_1-z_2|$. B. $|z_1-z_2|=\sqrt{2}$. C. $z_1+z_2=2$. D. $\dfrac{z_1}{z_2}=i$.

**Câu 30.** Cho số phức $z=(1+2i)(1-i)^2+3i$. Tìm số phức $\bar{z}$.

A. $\bar{z}=4-i$. B. $\bar{z}=1+i$. C. $\bar{z}=\sqrt{3}-i$. D. $\bar{z}=2+i$.

**Câu 31.** Các số phức $z_1$, $z_2$, $z_3$ thỏa mãn $z_1+z_2+z_3=0$ và $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

A. $\left|z_1^3+z_2^3+z_3^3\right|=\left|z_1^3\right|+\left|z_2^3\right|+\left|z_3^3\right|$.
B. $\left|z_1^3+z_2^3+z_3^3\right|\geq\left|z_1^3\right|+\left|z_2^3\right|+\left|z_3^3\right|$.
C. $\left|z_1^3+z_2^3+z_3^3\right|\leq\left|z_1^3\right|+\left|z_2^3\right|+\left|z_3^3\right|$.
D. $\left|z_1^3+z_2^3+z_3^3\right|\neq\left|z_1^3\right|+\left|z_2^3\right|+\left|z_3^3\right|$.

**Câu 32.** Giải phương trình phức $z^2-z+1=0$.

A. $z=\dfrac{2\pm\sqrt{3}i}{2}$.
B. $z=\dfrac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$.
C. $z=\dfrac{1\pm\sqrt{5}i}{2}$.
D. $z=3\pm5i$.

**Câu 33.** Trong mặt phẳng phức, cho điểm $A(2;-1)$. Điểm $A'$ đối xứng với $A$ qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất. Điểm $A'$ biểu diễn số phức nào?

A. $z=-1+2i$.
B. $z=2+i$.
C. $z=1+2i$.
D. $-2+i$.

**Câu 34.** Trong mặt phẳng phức, cho ba điểm $A$, $B$, $C$ lần lượt biểu diễn các số phức $z_1=(1-i)(2+i)$, $z_2=1+3i$, $z_3=1-3i$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Tam giác $ABC$ cân (không đều).
B. Tam giác $ABC$ đều.
C. Tam giác $ABC$ vuông (không cân).
D. Tam giác $ABC$ vuông cân.

**Câu 35.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Kí hiệu $V_1$ và $V_2$ lần lượt là thể tích của tứ diện $ACB'D'$ và hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{1}{6}$.
B. $\dfrac{1}{2}$.
C. $\dfrac{1}{3}$.
D. $\dfrac{1}{4}$.

**Câu 36.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng $a$, cạnh $BD=a$. Hình chiếu của $S$ trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh $AB$. Mặt phẳng $(SCD)$ tạo với mặt đáy một góc bằng $60^0$. Tính theo $a$ thể tích $V$ của hình chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^3$.
B. $V=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$.
C. $V=\dfrac{\sqrt{5}}{3}a^3$.
D. $V=\dfrac{\sqrt{5}}{6}a^3$.

**Câu 37.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $A$, cạnh $AB=3a$, $BC=5a$. Mặt phẳng $(SAC)$ vuông góc với mặt đáy. Cạnh $SA=2a$ và góc $\widehat{SAC}=30^0$. Tính theo $a$ thể tích $V$ của hình chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.
B. $V=2a^3\sqrt{3}$.
C. $V=a^3\sqrt{3}$.
D. $V=2a^3$.

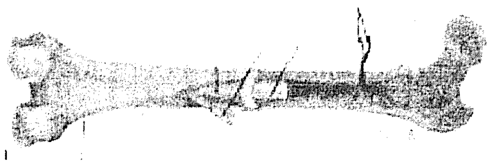
**Câu 38.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$. Cạnh $SA$ vuông góc với mặt đáy. Góc giữa đường thẳng $SC$ và mặt đáy bằng $45^0$. Tính theo $a$ khoảng cách $d$ giữa hai đường thẳng $SB$ và $AC$.

A. $d=\dfrac{a\sqrt{10}}{5}$.
B. $d=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.
C. $d=\dfrac{a\sqrt{10}}{3}$.
D. $d=\dfrac{a\sqrt{15}}{3}$.

**Câu 39.** Cho một hình nón sinh bởi một tam giác đều cạnh $a$ khi quay quanh đường cao của nó. Một khối cầu có thể tích bằng thể tích của khối nón thì có bán kính bằng?

A. $\dfrac{a\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{8}$. B. $\dfrac{a\sqrt[3]{3}}{8}$. C. $\dfrac{a\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{4}$. D. $\dfrac{a\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{2}$.

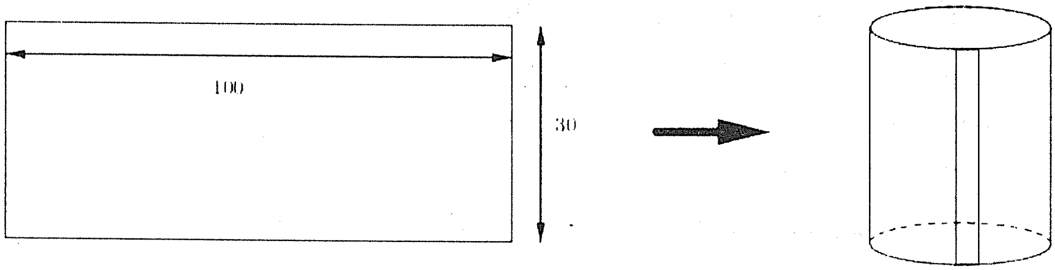
**Câu 40.** Một xương đùi ở người cơ bản là một ống rỗng chứa đầy tủy vàng. Bán kính ngoài là $r$ và bán kính trong là $r_t$, một tỷ số giữa chúng là $k=\dfrac{r_t}{r}$. Mật độ xương khoảng $1{,}8 g/cm^3$ và của tủy là khoảng $1\ g/cm^3$. Cho xương đùi với chiều dài $L$, khối lượng $m(k)$ của nó biểu diễn theo hàm của $k$ là biểu thức nào?



A. $m(k)=\dfrac{\pi r^2 L}{\left(1{,}8-0.8k^2\right)}$. B. $m(k)=\pi r^2 L\left(1{,}8-0{,}8k^2\right)$.

C. $m(k)=\pi r^2 L\left(1{,}8-k^2\right)$. D. $m(k)=\pi r^2 L\left(1-0{,}8k^2\right)$.

**Câu 41.** Một miếng tôn hình chữ nhật có chiều dài 100 cm, chiều rộng 30 cm được uốn chiều dài lại thành mặt xung quanh của một thùng dựng nước. Biết mỗi chỗ mối ghép mất 5 cm. Hỏi thùng đựng được tối đa là bao nhiêu lít nước nếu tính theo số nguyên ?




A. 21 lít. B. 18 lít. C. 20 lít. D. 19 lít.

**Câu 42.** Cho ba tia $Ox$, $Oy$, $Oz$ đôi một vuông góc với nhau. Điểm $A$ là cố định trên $Ox$ với $OA=\sqrt{6}$, điểm $B$, $C$ thay đổi trên $Oy$, $Oz$ sao cho $OA=OB+OC$. Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$.

A. $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. B. 2. C. $\dfrac{3}{2}$. D. 1.

**Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a}=(1;3;2)$, $\vec{b}=(1;2;0)$, $\vec{c}=(0;1;2)$. Tìm tọa độ của vecto $\vec{w}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.

A. $\vec{w}=(2;6;4)$. B. $\vec{w}=(0;2;4)$. C. $\vec{w}=(0;4;6)$. D. $\vec{w}=(0;2;6)$.

**Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{4}$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của $d$ ?

A. $\vec{u}=(2;1;4)$. B. $\vec{u}=(2;-1;3)$. C. $\vec{u}=(2;1;3)$. D. $\vec{u}=(2;-1;4)$.

**Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$d_1:\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y-4}{4}=\dfrac{z-5}{3}$, $d_2:\dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y-4}{-4}=\dfrac{z+5}{3}$.

Ký hiệu $\alpha$ là góc giữa đường thẳng $d_1$ và đường thẳng $d_2$. Tính giá trị của $P=\cos\alpha$.

**A.** $P=\dfrac{8}{9}$. **B.** $P=\dfrac{9}{25}$. **C.** $P=\dfrac{8}{25}$. **D.** $P=\dfrac{4\sqrt{34}}{25}$.

**Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(S):x^2+y^2+z^2-4x-6y-8z+4=0$. Xét mặt phẳng $(P):x-2y+2z+m=0$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ sao cho mặt cầu $(S)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P)$.

**A.** $m=11$ hoặc $m=-19$. **B.** $m=19$ hoặc $m=-11$.

**C.** $m=12$ hoặc $m=-18$. **D.** $m=18$ hoặc $m=-12$.

**Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;1)$, $B(-4;1;-1)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A$, $B$ và cắt mặt cầu $(S)$ theo một đường tròn có bán kính $r=\dfrac{7}{\sqrt{10}}$.

**A.** $x-y-4z+1=0$ hoặc $19x+16y-41z+19=0$.

**B.** $x+2y-z+1=0$ hoặc $19x+16y-41z+19=0$.

**C.** $x+3y+1=0$ hoặc $19x+17y-40z+19=0$.

**D.** $x-3z+1=0$ hoặc $19x+17y-40z+19=0$.

**Câu 48.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{1}$. Mặt cầu $(S)$ có đường kính là đoạn vuông góc chung của $d_1$ và $d_2$. Tính giá trị của biểu thức $P=x_I+2y_I+4z_I$, với $I$ là tâm của mặt cầu $(S)$.

**A.** $P=\dfrac{18}{7}$. **B.** $P=\dfrac{22}{7}$. **C.** $P=\dfrac{20}{7}$. **D.** $P=\dfrac{24}{7}$.

**Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba đường thẳng

$\Delta:\dfrac{x-4}{5}=\dfrac{y-5}{-3}=\dfrac{z-6}{-1}$, $d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng $d$ song song với đường thẳng $\Delta$, đồng thời cắt cả hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$.

**A.** $d:\dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-2}{-1}$. **B.** $d:\dfrac{x-4}{-5}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{1}$.

**C.** $d:\dfrac{x-3}{-5}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-2}{1}$. **D.** $d:\dfrac{x-4}{5}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z}{-1}$.

**Câu 50.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(3;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): x-y-z=0$. Điểm $M$ thuộc $(P)$ thỏa mãn $MA+MB$ nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T=x_M^2+2y_M^2+3z_M^2$.

**A.** $T=36$. **B.** $T=16$. **C.** $T=15$. **D.** $T=18$.

# ĐỀ SỐ 11

**Câu 1.** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $y_{CĐ}$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**A.** $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^4-4x^2-3$. **D.** $y=2x^3-6x^2+4$.

**Câu 2.** Đồ thị hàm số nào sau đây không có ba tiệm cận?

**A.** $y=\dfrac{x+3}{2x^2-2x}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+x+1}{4-x^2}$. **C.** $y=\dfrac{x^3+x-1}{x^3-1}$. **D.** $y=\dfrac{x^3+2}{x^3-3x^2+4}$.

**Câu 3.** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{2-5x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

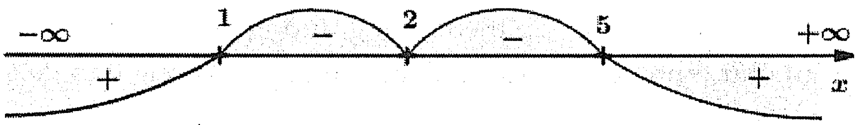
**A.** Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**B.** Hàm số luôn nghịch biến trên hai khoảng $\left(-\infty;\dfrac{2}{5}\right)$ và $\left(\dfrac{2}{5};+\infty\right)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**D.** Hàm số đồng biến trên hai khoảng $\left(-\infty;\dfrac{2}{5}\right)$ và $\left(\dfrac{2}{5};+\infty\right)$.

**Câu 4.** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có dấu của $f'(x)$ được biểu diễn trên trục như sau:




Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** Hàm số có ba cực trị. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và $x=2$. **D.** Hàm số đạt cực trị tại $x=1$ và $x=5$.

**Câu 5.** Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{4}x^4-x^3+4x$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** Hàm số có một cực đại và một cực tiểu.

**B.** Hàm số có một cực tiểu tại $x=-1$ và $f_{CT}=-\frac{11}{4}$.

**C.** Hàm số không có cực trị.

**D.** Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=2$ và cực đại tại điểm $x=-1$.

**Câu 6.** Cho hàm số $f(x)=\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(2)=f(-2)=0$ và $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)=3\sqrt{2}$.

**B.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(2)=f(-2)=2$ và $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)=3\sqrt{2}$.

**C.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(2)=f(-2)=2$ và $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(0)=2\sqrt{2}$.

**D.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(2)=f(-2)=1$ và $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(0)=3\sqrt{2}$.

**Câu 7.** Giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{x^3+3x+2}{x^3-3}$ có tọa độ là?

**A.** $T(1;\sqrt[3]{3})$. **B.** $T(\sqrt[3]{3};1)$. **C.** $T(1;3)$. **D.** $T(3;1)$.

**Câu 8.** Cho hàm số $f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{(3m+2)}{2}x^2+(3m^2+1)x+m^{2017}$, với $m$ là tham số thực. Kí hiệu các điểm cực trị của hàm số là $x_1;x_2$. Tìm $m$ sao cho biểu thức $P=\left|4(x_1+x_2)-x_1x_2\right|$ đạt giá trị lớn nhất.

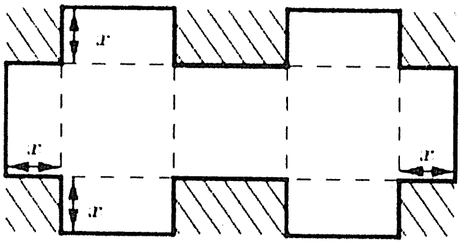
**A.** $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=1$. **D.** $m=\frac{3}{2}$.

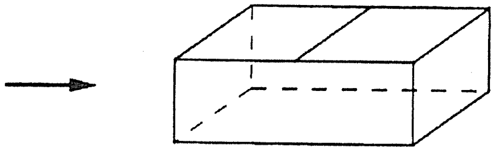
**Câu 9.** Tìm $m$ sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-4}{x^3-(m+1)x+m}$ có hai tiệm cận đứng và khoảng cách giữa hai tiệm cận đứng bằng 1.

**A.** $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=4$.

**Câu 10.** Cho một tấm bìa cáo kích thước $20\text{cm}\times 40\text{cm}$ được cắt đi những phần không cần thiết là phần gạch chéo rồi gấp theo những đường nét đứt và dán phần viền với nhau (mầu xẫm như hình vẽ) chỉ trừ ra phần làm nắp là không dán để tạo ra một cái hộp (như hình vẽ).

Thể tích $V$ của cái hộp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu (đơn vị của $x$ là cm)?



A. $V_{max}=\frac{54}{27}(l)$. B. $V_{max}=\frac{32}{27}(m^3)$. C. $V_{max}=\frac{54}{27}(m^3)$. D. $V_{max}=\frac{32}{27}(l)$.

**Câu 11.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ sao cho hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+20m+17$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\in(-\infty;+\infty)$. B. $m\in(1;+\infty)$. C. $m\in[1;+\infty)$. D. $m\in(-\infty;1]$.

**Câu 12.** Tìm nghiệm lớn nhất của phương trình $\log_2^2(x-1)-\frac{7}{3}\log_2(x-1)^3+12=0$.

A. $x=1+2^{\frac{27-7\sqrt{5}}{2}}$. B. $x=1+2^{\frac{27+7\sqrt{5}}{2}}$. C. $x=17$. D. $x=19$.

**Câu 13.** Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_{\frac{2}{3}}\sqrt{x^4+4x^2+1}$.

A. $y'=\frac{\ln 2}{2x(x^2+2)(x^4+4x^2+1)\ln 3}$. B. $y'=\frac{2x(x^2+2)\ln 2}{(x^4+4x^2+1)\ln 3}$.

C. $y'=\frac{1}{2x(x^2+2)(x^4+4x^2+1)(\ln 2-\ln 3)}$. D. $y'=\frac{2x(x^2+2)}{(x^4+4x^2+1)(\ln 2-\ln 3)}$.

**Câu 14.** Giải bất phương trình $|\log_2 x|.\log_{\frac{1}{2}}(3x-1)^{1001}<0$.

A. $x>\frac{2}{3}$ và $x\neq 1$. B. $\frac{1}{3}<x<\frac{2}{3}$. C. $x>\frac{2}{3}$ hoặc $x\neq 1$. D. $x>\frac{2}{3}$.

**Câu 15.** Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y=\log_2(x^3+x^2)^{1001}$.

A. $D=(-1;0]\cup[0;+\infty)$. B. $D=(-1;0)\cup(0;+\infty)$.

C. $D=(-1;+\infty)$. D. $D=[-1;+\infty)$.

**Câu 16.** Cho hàm số $f(x)=(1+\sqrt{3})^{x^2}-(2-\sqrt{3})^{x^2}$. Xét các khẳng định sau:

*Khẳng định 1.* $f(x)>0\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$.

*Khẳng định 2.* $f(x)>1\Leftrightarrow x^2\ln(1+\sqrt{3})>\ln\left[1+(2-\sqrt{3})^{x^2}\right]$.

*Khẳng định 3.* $f(x)<-1\Leftrightarrow x^2\ln(2-\sqrt{3})>\ln\left[1+(1+\sqrt{3})^2\right]$.

Trong các khẳng định trên, có bao nhiêu khẳng định đúng?

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

**Câu 17.** Cho các số thực dương $a$, $b$, $c$, với $a \neq 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

**A.** $\log_a\left(ab^2c^3\right) = 1 + 2\log_a b + 3\log_a c$.

**B.** $\log_a\left(ab^2c^3\right) = \frac{1}{2}\log_a b + \frac{1}{3}\log_a c$.

**C.** $\log_a\left(ab^2c^3\right) = 1 + \frac{1}{2}\log_a b + \frac{1}{3}\log_a c$.

**D.** $\log_a\left(ab^2c^3\right) = \frac{1}{2}\log_a b + \frac{1}{3}\log_a c$.

**Câu 18.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{\ln x}{9^x}$.

**A.** $y' = \dfrac{1 + 2x\ln x.\ln 3}{x.3^{2x}}$.

**B.** $y' = \dfrac{1 - 2x\ln x.\ln 3}{x.3^{2x}}$.

**C.** $y' = \dfrac{1 - 2x\ln x.\ln 3}{x.3^{x^2}}$.

**D.** $y' = \dfrac{1 + 2x\ln x.\ln 3}{x.3^{x^2}}$.

**Câu 19.** Cho $a$ và $b$ là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = ab$. Xét các hệ thức sau:

*Hệ thức 1.* $\ln a + \ln b = \ln\left(a^2 + b^2\right)$.

*Hệ thức 2.* $\log_3 a + \log_3 b = 2\log_3(a+b) - 1$.

*Hệ thức 3.* $2\ln(a+b+1) = \ln(2a + 2b + 3ab + 2)$.

*Hệ thức 4.* $\ln(a+1) + \ln(b+1) = \ln\left(a^2 + b^2 + a + b + 1\right)$.

Trong các hệ thức trên, có bao nhiêu hệ thức đúng?

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

**Câu 20.** Cho $a$, $b$, $c$ là các số thực thỏa mãn $a + b = c$ và $a$, $b > 0$. Xét các đánh giá sau:

*Đánh giá 1.* $a^{1000} + b^{1000} < c^{1000}$.

*Đánh giá 2.* $\log_{\frac{1}{2}} a > \dfrac{1}{1000}\log_{\frac{1}{2}} c^{1000}$.

*Đánh giá 3.* $a^{\frac{1}{1000}} + b^{\frac{1}{1000}} > c^{\frac{1}{1000}}$.

*Đánh giá 4.* $\log_2 b^{\frac{1}{1000}} > \dfrac{1}{1000}\log_2 c$.

Trong các đánh giá trên, có bao nhiêu đánh giá đúng?

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

**Câu 21.** Khoảng 200 năm trước, hai nhà khoa học Pháp là Clô-zi-ut và Cla-pay-rông đã thấy rằng áp suất $p$ của hơi nước (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu là mmHg) gây ra khi nó chiếm khoảng trống phía trên của mặt nước chứa trong một bình kín được tính theo công thức $p = a.10^{\frac{k}{t+273}}$, với $t$ là nhiệt độ $C$ của nước, $a$ và $k$ là hằng số.

Cho biết $k \approx -2258,624$ và khi nhiệt độ của nước là $100°C$ thì áp suất của hơi nước là 760 mmHg. Tìm $[a]$, với $[a]$ có giá trị nguyên không vượt quá $a$.

**A.** $[a]=863118842$. **B.** $[a]=863188842$. **C.** $[a]=863118841$. **D.** $[a]=863188841$.

**Câu 22.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a;b]$. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$, quay quanh trục hoành tạo nên một khối tròn xoay. Viết công thức tính thể tích $V$ của khối tròn xoay đó.

**A.** $V=\pi\int_a^b f^2(x)dx$. **B.** $V=\int_a^b f^2(x)dx$. **C.** $V=\pi\int_a^b f(x)dx$. **D.** $V=\int_a^b |f(x)|dx$.

**Câu 23.** Tìm nguyên hàm $H$ của hàm số $f(x)=\sqrt{e^x+1}$.

**A.** $H=\ln\left|1-\dfrac{2}{1+\sqrt{e^x+1}}\right|+C$. **B.** $H=2\sqrt{e^x+1}+\ln\left|1-\dfrac{2}{1+\sqrt{e^x+1}}\right|+C$.

**C.** $H=\ln\left|\dfrac{2}{1-\sqrt{e^x+1}}-1\right|+C$. **D.** $H=2\sqrt{e^x+1}+\ln\left|\dfrac{2}{1-\sqrt{e^x+1}}-1\right|+C$.

**Câu 24.** Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)=3-2\sin 2t$ (m/s). Tính quãng đường $S$ (m) mà vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm $t=0$ (s) đến thời điểm $t=\dfrac{3\pi}{4}$ (s).

**A.** $S=\dfrac{9\pi}{4}-1$. **B.** $S=\dfrac{3\pi}{4}-1$. **C.** $S=\dfrac{9\pi}{4}$. **D.** $S=\dfrac{3\pi}{4}$.

**Câu 25.** Tính tích phân $I=\int_0^{3^{500}}\dfrac{x^3}{x^4+4x^2+3}dx$.

**A.** $I=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{\left(1+3^{1999}\right)^3}{1+3^{1000}}$. **B.** $I=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{\left(1+3^{1001}\right)^3}{1+3^{1000}}$.

**C.** $I=\dfrac{1}{4}\ln\dfrac{\left(1+3^{1999}\right)^3}{1+3^{1000}}$. **D.** $I=\dfrac{1}{4}\ln\dfrac{\left(1+3^{1001}\right)^3}{1+3^{1000}}$.

**Câu 26.** Tìm tất cả các giá trị thực dương của tham số $m$ sao cho:

$$\int_0^m x^2e^x dx = m^2e^m-2me^m+2^{1000}.$$

**A.** $m=\ln\left(2+2^{999}\right)$. **B.** $m=\ln\left(1+2^{1000}\right)$. **C.** $m=\ln\left(1+2^{999}\right)$. **D.** $m=\ln\dfrac{1+2^{1000}}{2}$.

**Câu 27.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=y^3$, $y=0$, $x=8$.

**A.** 9. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 18.

**Câu 28.** Ký hiệu $(H)$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{\ln(x^3+1)}$, $y=0$, $x=1$. Tính thể tích $V$ của khối tròn xoay thu được khi quay hình $(H)$ xung quanh trục $Ox$.

A. $V = \dfrac{\pi(\ln 2 - 3)}{3}$. B. $V = \dfrac{\pi(\ln 2 - 1)}{3}$. C. $V = \dfrac{\pi(2\ln 2 - 3)}{3}$. D. $V = \dfrac{\pi(2\ln 2 - 1)}{3}$.

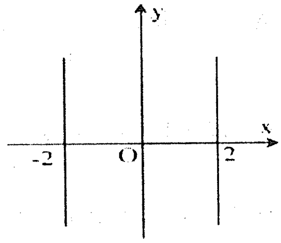
**Câu 29.** Cho hai số phức $z = a + bi$ $(a,\ b \in \mathbb{R})$ và $z' = a' + b'i$ $(a',\ b' \in \mathbb{R})$. Số phức $w = z.z'$ có phần thực bằng?

A. $a + a'$. B. $aa' - bb'$. C. $ab' - a'b$. D. $b + b'$.

**Câu 30.** Đơn giản số phức $z = \dfrac{5-2i}{3+i}$.

A. $z = \dfrac{13}{10} - \dfrac{11}{10}i$. B. $z = \dfrac{11}{10} - \dfrac{13}{10}i$. C. $z = \dfrac{13}{10} + \dfrac{11}{10}i$. D. $z = \dfrac{11}{10} + \dfrac{13}{10}i$.

**Câu 31.** Cho số phức $z = a + bi$ $(a,\ b \in \mathbb{R})$. Tập hợp các điểm $M$ trong mặt phẳng phức biểu diễn số phức $z$ nằm trong dải $(-2;2)$ (hình bên). Tìm điều kiện của $a$ và $b$.




(Hình 1)

A. $a \geq 2,\ b \geq 2$. B. $a \leq -2,\ b \leq -2$.

C. $-2 < a < 2,\ b \in \mathbb{R}$. D. $a,\ b \in (-2;2)$.

**Câu 32.** Tính tổng môđun các nghiệm của phương trình phức $(z^2+1)(z^2-2zi-1)=0$.

A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

**Câu 33.** Trong mặt phẳng phức, cho $A$, $B$, $C$ lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1 = -1+3i$, $z_2 = 1+5i$, $z_3 = 4+i$. Điểm $D$ thỏa mãn tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Điểm $D$ biểu diễn số phức nào sau đây?

A. $z_4 = 2+3i$. B. $z_4 = 2-i$. C. $z_4 = 2+4i$. D. $z_4 = 3+5i$.

**Câu 34.** Tìm tập hợp các điểm biểu diễn $w = (1+i)z + 2$ trên mặt phẳng phức, biết rằng số phức $z$ thỏa mãn $|z-1| \leq 3$.

A. Hình tròn đóng có tâm tại $(3;1)$, bán kính bằng $3\sqrt{2}$.

B. Đường tròn có tâm tại $(3;1)$, bán kính bằng $3\sqrt{2}$.

C. Hình tròn đóng có tâm tại $(1;0)$, bán kính bằng 3.

D. Đường tròn có tâm tại $(1;0)$, bán kính bằng 3.

**Câu 35.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $V$. Điểm $M$ thuộc cạnh $AD$, trên cạnh $CA'$ lấy điểm $N$ sao cho $MN$ song song với mặt phẳng $(BDC')$. Biết rằng $\dfrac{MA}{MD} = \dfrac{1}{4}$. Tính thể tích của tứ diện $NDAB$ theo $V$.

A. $\frac{V}{8}$. B. $\frac{V}{10}$. C. $\frac{V}{12}$. D. $\frac{V}{6}$.

**Câu 36.** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a$. Các điểm $M$ và $N$ lần lượt là trung điểm của cạnh $SB$, $SC$. Mặt phẳng $(AMN)$ vuông góc với mặt phẳng $(SBC)$. Tính thể tích của hình chóp.

A. $\frac{\sqrt{5}}{21}a^3$. B. $\frac{\sqrt{5}}{20}a^3$. C. $\frac{\sqrt{5}}{24}a^3$. D. $\frac{\sqrt{5}}{27}a^3$.

**Câu 37.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh $SA$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi $B'$, $C'$, $D'$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A$ trên $SB$, $SC$, $SD$. Xét các khẳng định sau:

*Khẳng định 1.* $(SAC)\perp(SBD)$.

*Khẳng định 2.* $B'D'\perp(SAC)$.

*Khẳng định 3.* Các điểm $A$, $B'$, $C'$, $D'$ đồng phẳng.

*Khẳng định 4.* Tứ giác $AB'C'D'$ nội tiếp một đường tròn.

Trong các khẳng định trên, các phát biểu đúng là?

A. (1), (2), (3) và (4). B. (1), (2) và (3).

C. (2), (3) và (4). D. (3) và (4).

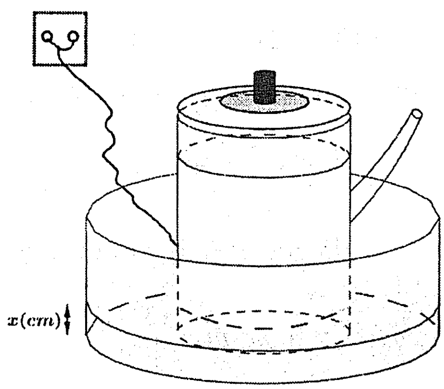
**Câu 38.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $A$, góc $\widehat{ABC}=30^0$. Tam giác $SBC$ đều cạnh bằng $a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo $a$ khoảng cách từ điểm $C$ đến mặt phẳng $(SAB)$.

A. $\frac{a\sqrt{26}}{13}$. B. $\frac{a\sqrt{39}}{13}$. C. $\frac{a.2\sqrt{13}}{13}$. D. $\frac{a\sqrt{13}}{13}$.

**Câu 39.** Cho một hình nón có đường sinh bằng $a$ và góc ở đỉnh bằng $90^0$. Cắt hình nón bằng mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua đỉnh sao cho góc giữa $(\alpha)$ và mặt đáy hình nón bằng $\beta$ $(45^0<\beta\le 90^0)$. Khi đó thiết diện có diện tích lớn nhất bằng?

A. $\frac{a^2}{3}$. B. $a^2$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^2$. D. $\frac{a^2}{2}$.

**Câu 40.** Cho một cái ấm siêu tốc và cái chậu đều hình trụ, ấm có chiều cao là $h=9$ cm, bán kính đường tròn đáy là $R=4,5$ cm và chậu có chiều cao $h'=6$ cm, bán kính đường tròn đáy $R'$ $(R'>R)$. Người đó đổ đầy nước vào ấm rồi cắm điện để đun nước, vì sau khi cắm điện người đó đi ra ngoài mua ít đồ và để đề phòng về muộn nước sẽ tràn ra sàn nên người đó đặt ấm vào trong cái chậu để nếu nước có tràn ra thì chậu hứng.



Biết rằng sau khi nước sôi thì tại từng thời điểm $t$ $\left(t \in \mathbb{Z}^*\right)$ nước tràn trong 1 (s) được tính theo phương trình $\frac{13\pi}{2690}\left(-t^2+25t+150\right)$ $\left(\text{cm}^3\right)$ và nếu $t > 30$ thì nước không tràn nữa mà chỉ bốc hơi. Và đúng như dự tính của người đó khi mua đồ về phòng thì nước đã sôi được $20(s)$ và lúc đó đo chiều cao mực nước dâng trong chậu thì thấy nước dâng lên $x = 0,5\,\text{cm}$. Hỏi tỉ lệ thể tích của cái chậu và cái ấm sấp sỉ là bao nhiêu (làm tròn đến đến số thập phân thứ hai)?

**A.** 2,39. **B.** 2,37. **C.** 2,38. **D.** 2,36.

**Câu 41.** Cho hình trụ có bán kính đáy $R$, đường cao $OO'$ và $OO'$ trùng với trục đi qua tâm hai đường tròn đáy. Cắt hình trụ đó bằng mặt phẳng $(\alpha)$ tùy ý vuông góc với đáy và cách điểm $O$ một khoảng $h$ cho trước $(h < R)$. Mặt phẳng $(\alpha)$ có tính chất nào dưới đây?

**A.** Cả ba tính chất trên đều sai.

**B.** Luôn cách một mặt phẳng cho trước qua trục hình trụ một khoảng $h$.

**C.** Cắt hình trụ theo thiết diện vuông.

**D.** Luôn tiếp xúc với mặt trụ cố định.

**Câu 42.** Một khối trụ có bán kính đáy $a\sqrt{3}$, chiều cao $2a\sqrt{3}$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối trụ bằng?

**A.** $8\sqrt{6}\pi a^3$. **B.** $6\sqrt{6}\pi a^3$. **C.** $\frac{4}{3}\sqrt{6}\pi a^3$. **D.** $4\sqrt{3}\pi a^3$.

**Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1;-2;2)$, $\vec{v} = (2;2;-1)$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

**A.** $\vec{u}.\vec{v} = 4$. **B.** $\vec{u}.\vec{v} = 3$. **C.** $\vec{u}.\vec{v} = -4$. **D.** $\vec{u}.\vec{v} = 8$.

**Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 1 \\ z = -2t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của $d$?

**A.** $\vec{u} = (3;1;-2)$. **B.** $\vec{u} = (3;0;-2)$. **C.** $\vec{u} = (1;1;0)$. **D.** $\vec{u} = (1;1;-2)$.

**Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{5} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-5}{3}$, $d_2: \frac{x+3}{m} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z+5}{3}$, với $m$ là tham số thực khác 0. Ký hiệu $\alpha$ là góc giữa đường thẳng $d_1$ và đường thẳng $d_2$. Tìm $m$ sao cho $\cos\alpha = \frac{9}{25}$.

**A.** $m = -5$ hoặc $m = \frac{13}{5}$. **B.** $m = 4$ hoặc $m = -\frac{13}{5}$.

C. $m = 5$ hoặc $m = -\frac{11}{5}$.
D. $m = -4$ hoặc $m = \frac{11}{5}$.

**Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 8z + 4 = 0$. Xét mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + m = 0$, với $m$ là tham số thực. Tìm $m$ sao cho mặt cầu $(S)$ cắt mặt phẳng $(P)$.

A. $-18 < m < 12$.
B. $-19 < m < 11$.
C. $m > 11$ hoặc $m < -19$.
D. $m > 12$ hoặc $m < -18$.

**Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z - 6 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$. Viết phương trình mặt phẳng $(Q)$ song song với mặt phẳng $(P)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S)$.

A. $2x - 3y + 5z - 15 \pm 3\sqrt{38} = 0$.
B. $2x - 3y + 5z + 15 \pm 3\sqrt{38} = 0$.
C. $2x - 3y + 5z - 15 \pm 3\sqrt{40} = 0$.
D. $2x - 3y + 5z + 15 \pm 3\sqrt{40} = 0$.

**Câu 48.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-1;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng $d$ cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm $A$ và $B$ sao cho tam giác $IAB$ vuông. Viết phương trình của mặt cầu $(S)$.

A. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 8$.
B. $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 8$.
C. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$.
D. $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$.

**Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;4)$, mặt phẳng $(P)$ có phương trình $2x + 4y + z - 5 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$, song song với mặt phẳng $(P)$ và vuông góc với đường thẳng $d$.

A. $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-10}{6}$.
B. $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{2}$.
C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+2}{6}$.
D. $\Delta: \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-4}{2}$.

**Câu 50.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(\frac{11}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$, $B(3;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): x - y - z = 0$. Điểm $M$ thuộc $(P)$ thỏa mãn $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T = x_M^2 + 2y_M^2 + 3z_M^2$.

A. $T = 15$.
B. $T = 18$.
C. $T = 16$.
D. $T = 36$.

# HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

## ĐỀ SỐ 1

**Câu 1. Chọn C.**

Đồ thị hàm số trên có ba điểm cực trị đồng thời $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số được biểu diễn như hình vẽ là đồ thị hàm số của đáp án C.

Đáp án A sai vì đồ thị hàm bậc hai chỉ có một điểm cực trị.

Đáp án B sai vì đồ thị hàm số này chỉ có hai điểm cực trị đồng thời $\lim\limits_{x\to+\infty} y = -\infty; \lim\limits_{x\to-\infty} = +\infty$.

Đáp án D sai vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} = -\infty$.

**Câu 2. Chọn A.**

Đạo hàm $y' = 3x^2 - 4x + 1 = (x-1)(3x-1) \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 1 \\ x \leq \dfrac{1}{3} \end{array}\right.$

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; \dfrac{1}{3}\right)$ và $(1; +\infty)$.

**Câu 3. Chọn B.**

Từ bảng biến thiên ta được:

+ Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và $y_{CĐ} = \dfrac{16}{3}$.

+ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$, $x = 2$.

**Câu 4. Chọn D.**

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Đạo hàm $f'(x) = \dfrac{x^2 + 4x + 7}{(x+2)^2} = \dfrac{(x+2)^2 + 3}{(x+2)^2} > 0,\ \forall x \neq -2$.

Từ đó $f(x)$ trên hai khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

**Câu 5. Chọn A.**

Ta có: $y' = \dfrac{(2x-a)(x-1) - (x^2 - ax + b)}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2 - 2x + a - b}{(x-1)^2}$

Do $A(0; -1)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - ax + b}{x-1}$ nên $\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y(0) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ b = 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow a = b = 1$.

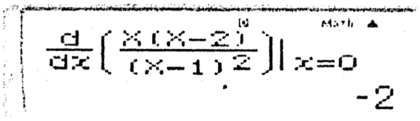
Thử lại với $a = b = 1 \Rightarrow y' = \dfrac{x(x-2)}{(x-1)^2}$, do đó $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Ta thấy qua $x = 0$ đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm nên $x = 0$ là điểm cực đại của hàm số. Với $a = b = 1 \Rightarrow P = 2a + b = 3$.

***Bình luận:***

*Nếu muốn thử xem $x = 0$ có phải là điểm cực đại khi $a = b = 1$ hay không ta còn có thể dùng máy tính kiểm tra $y''(0)$ nếu $y''(0) < 0$ thì đúng. Bằng tổ hợp nút lệnh:*

SHIFT ∫ ▭ ALPHA X ( ALPHA X − 2 ) ▼ ( ALPHA X − 1 ) x² ► ► 0 =




**Câu 6. Chọn C.**

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+3}{\sqrt{x^2+1}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1+\dfrac{3}{x}}{\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}} = 1$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x+3}{\sqrt{x^2+1}} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-1-\dfrac{3}{x}}{\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}} = -1$.

Do đó đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = \pm 1$.

**Câu 7. Chọn B.**

Hàm số đã xác định và liên tục trên đoạn $\left[-3;-1\right]$.

Ta có: $y' = \dfrac{(40x+10)(3x^2+2x+1)-(6x+2)(20x^2+10x+3)}{(3x^2+2x+1)^2} = \dfrac{10x^2+22x+4}{(3x^2+2x+1)^2} = \dfrac{2(5x+1)(x+2)}{(3x^2+2x+1)^2}$;

$\left\{\begin{array}{l} x \in \left(-3;-1\right) \\ y' = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x = -2$. Lại có: $f(-2) = 7$; $f(-3) = \dfrac{152}{22}$; $f(-1) = \dfrac{13}{2} \Rightarrow \min\limits_{[-3;-1]} y = \dfrac{13}{2}$.

**Câu 8. Chọn D.**

Ta có: $y' = 4x^3 - 6x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{1}{2} \\ x = 1 \end{array}\right.$

Lại có: $y'' = 12x^2 - 12x + 2 \Rightarrow y''(0) = 2 > 0$; $y''\left(\dfrac{1}{2}\right) = -1 < 0$; $y''(1) = 2 > 0$

$\Rightarrow y$ đạt cực đại tại $x=\frac{1}{2}\Rightarrow y_{CD}=y\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{17}{16}$.

**Câu 9. Chọn C.**

Phương trình hoành độ giao điểm $x=\frac{4-x}{3-x}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 3\\3x-x^2=4-x\end{cases}\Leftrightarrow x=2\Rightarrow x_0=2\Rightarrow y_0=2.$

**Câu 10. Chọn A.**

Gọi $x(m)$ là chiều dài đoạn dây sắt bị cắt ra rồi uốn thành hình vuông $(0<x<14,28)$.

$\Rightarrow$ Đoạn còn lại sẽ có chiều dài là $14,28-x$ (m).

Gọi $h$ là chiều cao của hai cái hộp đơn vị m.

Gọi $r$ là bán kính hình tròn tạo bởi sợi dây cắt ra $\Rightarrow r=\frac{14,28-x}{2\pi}$ (m).

Chiều dài mỗi cạnh của hình vuông được uốn từ sợi dây cắt ra là $\frac{x}{4}$ (m).

Gọi $V_1$ là thể tích cái hộp hình hộp chữ nhật đáy là hình vuông $\Rightarrow V_1=h.\left(\frac{x}{4}\right)^2$ $(m^3)$.

Gọi $V_2$ là thể tích cái hộp hình trụ đáy hình tròn $\Rightarrow V_2=h.\pi.r^2=h.\frac{(14,28-x)^2}{4\pi}$ $(m^3)$.

Tổng thể tích $V=V_1+V_2=\frac{h}{4}.\left(\frac{(14,28-x)^2}{\pi}+\frac{x^2}{4}\right)$ $(m^3)$.

Ta cần tìm GTLN của $f(x)=\frac{(14,28-x)^2}{\pi}+\frac{x^2}{4}$ với $0<x<14,28$..

*Để tìm giá trị lớn nhất của $f(x)$ ta có hai cách như sau:*

**Cách 1:** Khai triển ra rồi dùng tính chất của hàm bậc hai

$$f(x)=\left(\frac{1}{\pi}+\frac{1}{4}\right).x^2-\frac{714}{25\pi}x+\frac{14,28^2}{\pi}.$$

Ta thấy ngay $f(x)$ là một hàm bậc hai với $a>0$ suy ra $f(x)$ min khi

$$x=-\frac{b}{2a}=\frac{\frac{714}{25.3,14}}{2.\left(\frac{1}{3,14}+\frac{1}{4}\right)}=8 \text{ (m)}.$$

**Cách 2:** Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz, ta có:

$$f(x)=\frac{(14,28-x)^2}{\pi}+\frac{x^2}{4}\geq\frac{(14,28-x+x)^2}{\pi+4}=28,36 \text{ } (m^2).$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \dfrac{14,28-x}{\pi}=\dfrac{x}{4} \Leftrightarrow x=\dfrac{4.14,28}{4+\pi}=8$ (m).

**Câu 11. Chọn B.**

Phương trình hoành độ giao điểm $x+1=x^3-3x^2+(m-1)x+1$

$$\Leftrightarrow x(x^2-3x+m-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow A(0;1) \\ x^2-3x+m-2=0 \quad (1) \end{array}\right.$$

Ta có $d$ cắt $(C_m)$ tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=9-4(m-2)>0 \\ 0^2-3.0+m-2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<\dfrac{17}{4} \\ m\neq 2 \end{cases} \qquad (*)$$

Do $B,\ C\in d \Rightarrow B(x_1;x_1+1),\ C(x_2;x_2+1) \Rightarrow \overrightarrow{BC}=(x_2-x_1;x_2-x_1)$

$\Rightarrow BC^2=(x_2-x_1)^2+(x_2-x_1)^2=2(x_1+x_2)^2-8x_1x_2.$

Ta có $x_1;x_2$ là hai nghiệm của (1) nên theo Viet thì $\begin{cases} x_1+x_2=3 \\ x_1x_2=m-2 \end{cases}$

$\Rightarrow BC^2=2.3^2-8(m-2)=34-8m=\left(\sqrt{10}\right)^2 \Leftrightarrow m=3$ thỏa mãn (*)

**Câu 12. Chọn A.**

Ta có: $\log_4\left(x^2-2x+2\right)=3 \Leftrightarrow x^2-2x+2=4^3 \Leftrightarrow x^2-2x-62=0 \Leftrightarrow x=1\pm 3\sqrt{7}.$

**Câu 13. Chọn B.**

Ta có: $y=10^{\frac{x-1}{x+1}} \Rightarrow y'=10^{\frac{x-1}{x+1}}.\dfrac{2}{(x+1)^2}\ln 10=\dfrac{2y\ln 10}{(x+1)^2} \Rightarrow \dfrac{y'}{y}=\dfrac{2\ln 10}{(x+1)^2}.$

**Câu 14. Chọn C.**

Ta có: $\log_2\left(x^3+4^{500}\right)>1000 \Leftrightarrow x^3+4^{500}>2^{1000} \qquad (1)$

Lại có: $4^{500}=\left(2^2\right)^{500}=2^{2.500}=2^{1000}$ nên (1) $\Leftrightarrow x^3>0 \Leftrightarrow x>0.$

**Câu 15. Chọn D.**

Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-6x+8\right)^{1001}$ xác định $\Leftrightarrow \left(x^2-6x+8\right)^{1001}>0 \Leftrightarrow x^2-6x+8>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>4 \\ x<2 \end{array}\right.$

**Câu 16. Chọn C.**

Ta có: $f(x)>0 \Leftrightarrow \left(2-\sqrt{3}\right)^{x^3}>\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2}$

$$\Leftrightarrow x^3<x^2 \Leftrightarrow x^2(x-1)<0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0 \\ x-1<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0 \\ x<1 \end{cases}$$

Từ đó, ta được khẳng định 1 và 2 sai.

Lại có $f(x) < 2-\sqrt{3} \Leftrightarrow \left(2-\sqrt{3}\right)^{x^3} - \left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2} < 2-\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \left(2-\sqrt{3}\right)^{x^3-1} - \left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2-1} < 1 \Leftrightarrow \left(2-\sqrt{3}\right)^{x^3-1} < 1+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2-1}$.

Từ đó, ta được khẳng định 3 đúng.

Ta có $f(x) > 2+\sqrt{3} \Leftrightarrow \left(2-\sqrt{3}\right)^{x^3} - \left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2} > 2+\sqrt{3} = \dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow \left(2-\sqrt{3}\right)^{x^3+1} - \left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2+1} > 1 \Leftrightarrow \left(2-\sqrt{3}\right)^{x^3+1} > 1+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2}$.

Từ đó, ta được khẳng định 4 đúng.

**Câu 17. Chọn C.**

Với $a,\ b>0$ và $a \neq 1$, ta có $\log_a(ab) = \log_a a + \log_a b = 1+\log_a b = 1+\log_{a^2} b$.

**Câu 18. Chọn D.**

Ta có: $y = (3x-1).10^{3x-1} \Rightarrow y' = 3.10^{3x-1} + (3x-1).10^{3x-1}.3\ln 10 = 3.10^{3x-1}\left[1+(3x-1)\ln 10\right]$.

**Câu 19. Chọn B.**

Ta có: $a = \log_4 3 = \log_{2^2} 3 = \dfrac{1}{2}\log_2 3 \Leftrightarrow \log_2 3 = 2a$.

$b = \log_{\frac{1}{2}} 5 = \log_{2^{-1}} 5 = \dfrac{1}{-1}.\log_2 5 \Leftrightarrow \log_2 5 = -b$.

Khi đó $\log_{\sqrt{2}} 2400 = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2400 = \dfrac{1}{\frac{1}{2}}\log_2 2400 = 2\log_2 2400 = 2\log_2\left(3.5^2.2^5\right)$

$= 2\left(\log_2 3 + \log_2 5^2 + \log_2 2^5\right) = 2\left(2a + 2\log_2 5 + 5\right) = 2\left(2a-2b+5\right) = 4a-4b+10$.

**Câu 20. Chọn C**

Với $a,\ b>0$, ta có $x = \ln\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^{1000} = 1000\ln\dfrac{a+b}{2}$.

$y = \ln a^{500} - 500\ln\dfrac{1}{b} = 500\ln a + 500\ln b = 500\ln(ab)$.

Xét hiệu $x-y = 500\left[2\ln\dfrac{a+b}{2} - \ln(ab)\right] = 500\left[\ln\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2 - \ln(ab)\right]$ (1)

Lại có $\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2 - ab = \dfrac{(a+b)^2-4ab}{4} = \dfrac{(a-b)^2}{4} \geq 0$.

Khi đó từ (1) $\Rightarrow x-y \geq 0 \Rightarrow x \geq y$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b>0$.

**Câu 21. Chọn B.**

Số tiền người đó thu được (cả vốn lẫn lãi) sau 5 năm là:

$20000000.(1+12\%)^5 = 35246833,66$ (đồng).

**Câu 22. Chọn C.**

Xét tích phân $I=\int_2^3 f(5-x)dx$. đặt $5-x=t \Rightarrow x=5-t$.

Khi $x=2 \Rightarrow t=3$; $x=3 \Rightarrow t=2$. Do đó $I=-\int_2^3 f(t)d(5-t)=\int_2^3 d(t)dt=\int_2^3 d(x)dx$.

**Câu 23. Chọn D.**

Ta có: $F(x)=\int \sqrt{4x-1}dx$.

Đặt $t=\sqrt{4x-1} \Rightarrow x=\dfrac{t^2+1}{4} \Rightarrow F(x)=\int td\dfrac{t^2+1}{4}=\int t.\dfrac{2t}{4}dt=\dfrac{1}{2}\int t^2dt$

$\Rightarrow F(x)=\dfrac{1}{2}.\dfrac{t^3}{3}+C=\dfrac{1}{6}\left(\sqrt{4x-1}\right)^3+C=\dfrac{1}{6}(4x-1)\sqrt{4x-1}+C$.

Bài ra $F\left(\dfrac{37}{4}\right)=100 \Rightarrow \dfrac{1}{6}(37-1)\sqrt{37-1}+C=100 \Leftrightarrow C=100-36=64$

$\Rightarrow F(x)=\dfrac{1}{6}(4x-1)\sqrt{4x-1}+64$.

**Câu 24. Chọn C.**

Lấy mốc thời gian là lúc ô tô bắt đầu được phanh. Gọi $t_0$ là thời điểm ô tô dừng.

Ta có: $v(t_0)=0 \Rightarrow -10t_0 20=0 \Leftrightarrow t_0=2$.

Như vậy, khoảng thời gian từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn của ô tô là 2 giây.

Trong khoảng thời gian 2 giây đó, ô tô di chuyển được quãng đường là:

$L=\int_0^2(-10t+20)dt=\left(-5t^2+20t\right)\Big|_0^2=20$ (m).

**Câu 25. Chọn A.**

Ta có: $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\sin x\cos^{1001}xdx=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}-\cos^{1001}xd(\cos x)=-\dfrac{\cos^{1002}x}{1002}\Bigg|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$

$=-\dfrac{1}{1002}\left[0-\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^{1002}\right]=\dfrac{1}{1002.2^{501}}=\dfrac{1}{501.2^{502}}$.

**Câu 26. Chọn A.**

Ta có: $I=\int_1^{3^{1000}}\left(3x^2+1\right)\ln xdx=\int_1^{3^{1000}}\ln xd\left(x^3+x\right)=\left[\left(x^3+x\right)\ln x\right]\Big|_1^{3^{1000}}-\int_1^{3^{1000}}\left(x^3+x\right)d(\ln x)$

$=\left(3^{3000}+3^{1000}\right)\ln 3^{1000}-\int_1^{3^{1000}}\left(x^3+x\right).\dfrac{1}{x}dx=1000\left(3^{3000}+3^{1000}\right)\ln 3-\int_1^{3^{1000}}\left(x^2+1\right)dx$

$=1000\left(3^{3000}+3^{1000}\right)\ln 3-\left(\dfrac{x^3}{3}+x\right)\Bigg|_1^{3^{1000}}=1000\left(3^{3000}+3^{1000}\right)\ln 3-\left(\dfrac{3^{3000}}{3}+3^{1000}\right)+\dfrac{4}{3}$

$$= \frac{2999.3^{3000}}{3} + 999.3^{1000} + \frac{4}{3} = 999.3^{1000} + 2999.3^{2999} + \frac{4}{3}.$$

**Câu 27. Chọn D.**

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{x-2}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 2.$

Diện tích cần tính là: $S = \int_0^2 \left|\frac{x-2}{x+1} - 0\right| dx = \int_0^2 \left|\frac{x-2}{x+1}\right| dx.$

Rõ ràng trên khoảng $(0;2)$ phương trình $\frac{x-2}{x+1} = 0$ vô nghiệm $\Rightarrow S = \left|\int_0^2 \frac{x-2}{x+1} dx\right|.$

Ta có $\int_0^2 \frac{x-2}{x+1} dx = \int_0^2 \frac{x+1-3}{x+1} dx = \int_0^2 \left(1 - \frac{3}{x+1}\right) dx = \left(x - 3\ln|x+1|\right)\Big|_0^2 = 2 - 3\ln 3 = 2 - \ln 27$

$\Rightarrow S = |2 - \ln 27| = -2 + \ln 27.$

**Câu 28. Chọn B.**

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{\ln x}{\sqrt{x}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \ln x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$

Thể tích cần tính là $V = \pi \int_1^e \left(\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\right)^2 dx = \pi \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx = \pi \int_1^e \ln^2 x d(\ln x) = \pi \frac{\ln^3 x}{3}\Big|_1^e = \frac{\pi}{3}.$

**Câu 29. Chọn D.**

Ta có: $\overline{z} = a - bi \Rightarrow \begin{cases} \overline{z} + z = 2a \\ z - \overline{z} = 2bi \\ z.\overline{z} = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow$ A, B, C sai.

Đến đây, ta có thể chọn ngay được D là đáp án đúng.

Lại có $z^2 = a^2 - b^2 + 2abi \Rightarrow |z^2| = \sqrt{(a^2 - b^2)^2 + 4a^2b^2} = a^2 + b^2.$

$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow |z|^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow |z^2| = |z|^2 \Rightarrow$ D đúng.

**Câu 30. Chọn D.**

Ta có: $A(1;2),\ B(2;1) \Rightarrow$ A, B, C sai và D đúng.

**Câu 31. Chọn B.**

Ta có: $z = 2 + 9i^2 + 6\sqrt{2}i + 4 - 9i^2 = 6(1 + \sqrt{2}i).$

**Câu 32. Chọn B.**

Ta cần có quỹ tích biểu diễn số phức $z$ trên mặt phẳng phức là một hình tròn mở có tâm tại tọa độ $(0;0)$ và bán kính $R = 2.$

**Câu 33. Chọn C.**

Xét $w = a + bi\ (a,\ b \in \mathbb{R}) \Rightarrow z = \frac{a - 1 + bi}{i} = b - (a-1)i \Rightarrow \overline{z} = b + (a-1)i.$

Bài ra có $|\bar{z}-2i+1|=2 \Leftrightarrow |b+1+(a-3)i|=2 \Leftrightarrow (a-3)^2+(b+1)^2=4$.

Đây là dạng phương trình đường tròn có tâm $I(3;-1)$ và bán kính $R=2$.

Do đó số phức $w$ có quỹ tích là đường tròn tâm $I(3;-1)$ và bán kính bằng $R=2$.

Số phức $z$ có quỹ tích là một đường tròn tâm $J(-1;-2)$ và bán kính bằng $r=2$.

**Câu 34. Chọn A.**

Ta có $w=\frac{z+1}{z-1}=\frac{x+1+yi}{x-1+yi}=\frac{(x+1+yi)(x-1-yi)}{(x-1+yi)(x-1-yi)}=\frac{x^2-1+y^2-2yi}{(x-1)^2+y^2}=\frac{x^2+y^2-1}{(x-1)^2+y^2}-\frac{2y}{(x-1)^2+y^2}i.$

**Câu 35. Chọn C.**

Thể tích hình hộp chữ nhật tỉ lệ thuận với ba kích thước của khối hộp chữ nhật.

Nên ba kích thước khối hộp chữ nhật đều tăng lên $k$ lần thì thể tích của khối hộp chữ nhật tăng lên $k.k.k=k^3$ lần.

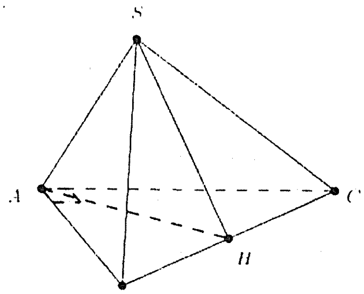
**Câu 36. Chọn A.**

Gọi $H$ là chân đường cao hạ từ $S$ xuống mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow HA=HB=HC$.

$\Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\Delta ABC$

$\Rightarrow H$ là trung điểm của cạnh $BC$.

Áp dụng định lý Pytago, ta có:



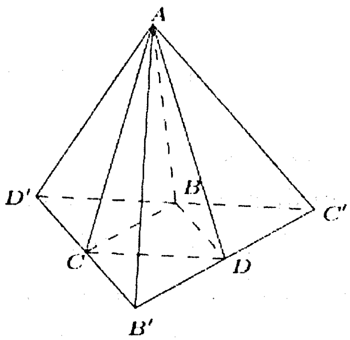

$SH=\sqrt{SC^2-HC^2}=\sqrt{2a^2-\frac{5}{4}a^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

$\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SH.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.SH.\frac{1}{2}.AB.AC=\frac{1}{6}.\frac{\sqrt{3}}{2}.a.2a.a=\frac{\sqrt{3}}{6}a^3.$

**Câu 37. Chọn D.**

Xét $\Delta B'C'D'$ với $B, C, D$ lần lượt là trung điểm các cạnh $C'D', B'D', C'B'$.

Khi đó $AD=BC=\frac{1}{2}B'C' \Rightarrow \Delta AB'C'$ vuông tại $A$.




Tương tự $\Delta AB'D', \Delta AC'D'$ vuông tại $A$

$\Rightarrow$ tứ diện $AB'C'D'$ vuông tại $A$.

Ta có: $\begin{cases} AD' \perp AB' \\ AD' \perp AC' \end{cases} \Rightarrow AD' \perp (AB'C')$

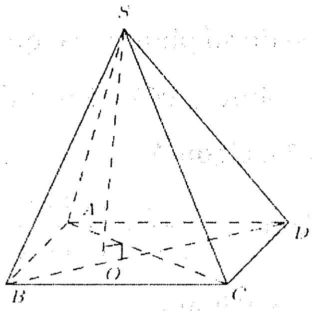
$\Rightarrow V_{AB'C'D'}=\frac{1}{3}AD'.S_{\Delta AB'C'}=\frac{1}{6}AD'.AB'.AC'.$

Đặt $AB'=x; AC'=y; AD'=z \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2=B'C'^2=4BC^2=52a^2 \\ y^2+z^2=C'D'^2=4DC^2=65a^2 \\ z^2+x^2=B'D'^2=4BC^2=85a^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2=36a^2 \\ y^2=16a^2 \\ z^2=49a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6a \\ y=4a \\ z=7a \end{cases}$

$\Rightarrow V_{AB'C'D'}=\frac{1}{6}.6a.4a.7a=28a^3.$

Do $d\left(A;\left(BCD\right)\right)=d\left(A;\left(B'C'D'\right)\right)\Rightarrow\dfrac{V_{AB'C'D'}}{V_{ABCD}}=\dfrac{S_{B'C'D'}}{S_{BCD}}=4\Rightarrow V_{ABCD}=\dfrac{V_{AB'C'D'}}{4}=7a^3.$

**Câu 38. Chọn B.**




Ta có ngay $V=2V_{S.ABC}$.

Kẻ $SO\perp\left(ABCD\right)$ tại $O$ mà $SA=SB=SC$

$\Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC$.

Đặt $\widehat{ABC}=\alpha\Rightarrow\begin{cases}R=OB=\dfrac{AC}{2\sin\alpha}\\ AC^2=AB^2+BC^2-2AB.BC\cos\alpha=8a^2-8a^2\cos\alpha\end{cases}$

$$\Rightarrow SO=\sqrt{SB^2-BO^2}=\sqrt{4a^2-\frac{AC^2}{4\sin^2\alpha}}=\sqrt{4a^2-\frac{2a^2-2a^2\cos\alpha}{\sin^2\alpha}}.$$

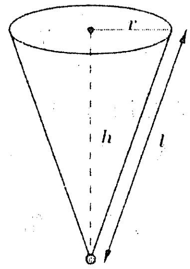
Do đó $V=2.\dfrac{1}{3}.SO.S_{ABC}=\dfrac{2}{3}.\sqrt{4a^2-\dfrac{2a^2-2a^2\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}}.\dfrac{1}{2}.4a^2.\sin\alpha$

$$=\frac{4}{3}a^3\sqrt{2\cos\alpha+4\sin^2\alpha-2}=\frac{4}{3}a^3\sqrt{-4\cos^2\alpha+2\cos\alpha+2}=\frac{4}{3}a^3\sqrt{-4\left(\cos\alpha-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{9}{4}}\le 2a^3.$$

**Câu 39. Chọn B.**

Gọi $r$ là bán kính đường tròn đáy của nón, $h$ là chiều cao của hình nón.

Diện tích đáy $S_d=\pi r^2$ và diện tích xung quanh $S_{xq}=\pi rl$.

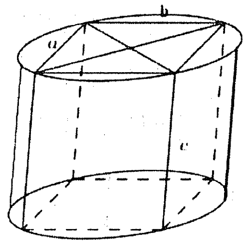



Bài ra $\dfrac{4}{5}S_{xq}=S_d\Rightarrow\pi r^2=\dfrac{4}{5}\pi rl\Rightarrow r=\dfrac{4}{5}l=\dfrac{4}{5}a.$

Áp dụng định lý Pytago, ta có: $h=\sqrt{l^2-r^2}=\dfrac{3}{5}a.$

Thể tích của hình nón là: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 l=\dfrac{1}{3}\pi.\left(\dfrac{4}{5}a\right)^2.\dfrac{3}{5}a=\dfrac{16\pi a^3}{125}.$

**Câu 40. Chọn C.**




Do hình hộp chữ nhật nội tiếp khối trụ nên ta có đường kính đường tròn đáy của hình trụ là đường chéo của hình chữ nhật đáy của hình hộp.

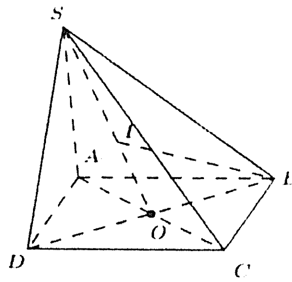
Gọi $r$ là bán kính đường tròn đáy của hình trụ ta có

$2r=\sqrt{a^2+b^2}\Rightarrow r=\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$

Thể tích hình trụ là: $V=\pi r^2.c=\dfrac{\pi\left(a^2+b^2\right)c}{4}.$

**Câu 41. Chọn D.**

Ta có $O = AC \cap BD$ và là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

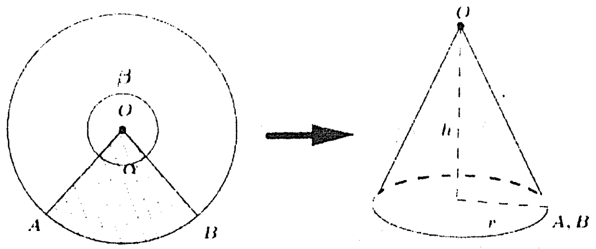



Lại có $SO \perp (ABCD)$ nên gọi $I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp thì $I \in SO$.

Ta có $IO = SO - SI = 2 - R$, áp dụng định lý Pytago thì $IO^2 + OB^2 = IB^2$.

$$\Rightarrow (2-R)^2 + \frac{AB^2 + DC^2}{4} = R^2 \Rightarrow (2-R)^2 + \frac{1}{2} = R^2 \Rightarrow R = \frac{9}{8}.$$

**Câu 42. Chọn A.**




Gọi các điểm như hình vẽ trên.

Gọi $\beta$ góc ở đỉnh của hình quạt còn lại để làm hình chóp với $\begin{cases} \alpha = \dfrac{\pi}{3} \Rightarrow \beta_1 = \dfrac{5}{3}\pi \\ \alpha = \dfrac{\pi}{6} \Rightarrow \beta_2 = \dfrac{11}{6}\pi \end{cases}$

Gọi $r$, $h$ lần lượt là đường kính đường tròn đáy của hình chóp và chiều cao của hình chóp.

Vì độ dài của đường tròn đáy hình nón bằng độ dài $\overset{\frown}{AB}$ của quạt tròn dùng để tạo ra hình nón: $\Rightarrow 2\pi r = R\beta \Rightarrow r = \dfrac{R\beta}{2\pi}$.

Ta có: $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \dfrac{R^2 x^2}{4\pi^2}} = \dfrac{R}{2\pi}\sqrt{4\pi^2 - \beta^2}$.

Thể tích hình nón là: $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{R^3}{24\pi^2}\beta^2\sqrt{4\pi^2 - \beta^2}$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\beta_1^2\sqrt{4\pi^2 - \beta_1^2}}{\beta_2^2\sqrt{4\pi^2 - \beta_2^2}} = \frac{200}{2783}\sqrt{253} \approx 1,143.$$

**Câu 43. Chọn A.**

*Mặt phẳng* $ax + by + cx + d = 0$ $(a^2 + b^2 + c^2 > 0)$ *có một VTPT là* $\vec{n} = (a;b;c)$.

Dựa vào đó, ta thấy ngay $(P): x - 2y + 3 = 0$ có một VTPT là $\vec{n} = (1;-2;0)$.

**Câu 44. Chọn D.**

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R$ có phương trình $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

Dựa vào đó, ta thấy ngay mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=16$ có tâm $I(1;-1;1)$ và bán kính $R=\sqrt{16}=4$.

**Câu 45. Chọn A.** Ta có: $d=\dfrac{|1+2.(-2)-2+3|}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{6}}$.

**Câu 46. Chọn D.**

Đường thẳng $d$ có một VTCP là $\vec{u}=(2;3;1)$. Mặt phẳng $(P)$ có một VTPT là $\vec{n}=(8;12;m)$.

YCBT $\Leftrightarrow \dfrac{8}{2}=\dfrac{12}{3}=\dfrac{m}{1}\Leftrightarrow m=4$.

**Câu 47. Chọn C.**

Mặt phẳng $(P)$ qua $A(1;-2;1)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(1;3;-2)$ là một VTPT

$\Rightarrow (P):1.(x-1)+3(y+2)-2(z-1)=0\Rightarrow (P):x+3y-2z+7=0$.

**Câu 48. Chọn B.**

Gọi $R$, $r$ là bán kính của mặt cầu $(S)$ và đường tròn $(T)$.

Ta có ngay $r^2+\left[d(I;(P))\right]^2=R^2$.

Mà $r=2$ và $d(I;(P))=\dfrac{|1-2.(-2)+2.1+5|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=\dfrac{12}{3}=4\Rightarrow R^2=2^2+4^2=20\Rightarrow R=2\sqrt{5}$.

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-2;1)$ và bán kính $R=2\sqrt{5}\Rightarrow (S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=20$.

**Câu 49. Chọn B.**

Ta có: $d:\begin{cases}x=1+t\\ y=-1+t\\ z=3-t\end{cases}\quad (t\in\mathbb{R})$.

Giả sử $\Delta$ đi qua $A$, vuông góc và cắt $d$ tại $M\Rightarrow M(t+1;t-1;3-t)$.

Đường thẳng $\Delta$ nhận $\overrightarrow{AM}=(t-1;t+1;2-t)$ là một VTCP.

Đường thẳng $d$ có một VTCP là $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Ta có: $\Delta\perp d\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u}=0\Leftrightarrow (t-1)+(t+1)-(2-t)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{2}{3}\Rightarrow \overrightarrow{AM}=\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{3};\dfrac{4}{3}\right)$.

Đường thẳng $\Delta$ nhận $\overrightarrow{AM}=\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{3};\dfrac{4}{3}\right)$ là một VTCP nên nhận $\vec{u}'=(-1;5;4)$ là một VTCP.

Kết hợp với $\Delta$ qua $A(2;-2;1)\Rightarrow \Delta:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+2}{5}=\dfrac{z-1}{4}$.

**Câu 50. Chọn A.**

Điểm $M$ thuộc trục hoành $\Rightarrow M(t;0;0) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = (t-1;1;-1) \\ \overrightarrow{BM} = (t+1;-1;-2) \\ \overrightarrow{CM} = (t-2;1;-1) \end{cases}$

$$\Rightarrow T = \left[(t-1)(t+1)-1+2\right]+\left[(t+1)(t-2)-1+2\right]+\left[(t-2)(t-1)+1+1\right]$$

$$= t^2 + (t^2 - t - 1) + (t^2 - 3t + 4) = 3t^2 - 4t + 3 = \left(t\sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{5}{3} \geq \frac{5}{3}.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow t\sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$. Khi đó $M\left(\frac{2}{3};0;0\right)$

$\Rightarrow a = 2,\ b = 3 \Rightarrow P = 3a^2 + 4b^2 = 48$

## ĐỀ SỐ 2

**Câu 1. Chọn D.**

Ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty; \lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty \Rightarrow a > 0$. Lại có tại $y(0) = d > 0$.

Nhìn vào đồ thị ta thấy hàm số có hai điểm cực trị $x_1;x_2$ trái dấu nhau lại có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ và $x_1;x_2$ là hai nghiệm phân biệt của phương trình $y' = 0$

$\Rightarrow x_1.x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \Rightarrow c < 0 \Rightarrow$ loại B và C. Tổng hợp lại ta cần có $a,\ d > 0,\ c < 0$.

**Câu 2. Chọn C.**

Ta có: $y = f(x) = \frac{3x-1}{(x-1)(x-6)}$.

$\lim\limits_{x\to1} f(x) = \infty;\ \lim\limits_{x\to6} f(x) = \infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng là $x = 1,\ x = 6$.

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{3x-1}{x^2-7x+6} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{7}{x} + \frac{6}{x^2}} = 0 \Rightarrow$ tiệm cận ngang là $y = 0$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x^2-7x+6}$ có ba tiệm cận.

**Câu 3. Chọn B.**

Ta có: $y' = \frac{1}{x+2} - \frac{3}{(x+2)^2} = \frac{x-1}{(x+2)^2} \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1 \Rightarrow y$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

**Câu 4. Chọn C.**

Từ bảng biến thiên ta nhận thấy có hai giá trị của $x$ mà qua đó $y'$ đổi dấu từ "−" sang "+" hoặc từ "+" sang "−" cho nên hàm số có hai cực trị $\Rightarrow$ B sai.

Lại có qua $x=0$ thì $y'$ đổi dấu từ "−" sang "+" và qua $x=4$ thì $y'$ đổi dấu từ "+" sang "−" cho nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và đạt cực đại tại $x=4 \Rightarrow$ A sai và C đúng.

Từ bảng biến thiên ta thấy $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to 2^-} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to 2^+} y = -\infty$ cho nên hàm số không có giá trị lớn nhất và cũng không có giá trị nhỏ nhất $\Rightarrow$ D sai.

**Câu 5. Chọn B.**

Đáp án A $\to y' = 3x^2 - 3 = 3(x^2-1)$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Tại $x=1; x=-1$ thì $y'$ có đổi dấu cho nên hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có cực trị $\Rightarrow$ Loại A.

Đáp án C $\to y' = 4x^3 - 12x^2 + 3$ phương trình $y'=0$ luôn có ít nhất một nghiệm làm đổi dấu $y'$ khi qua nghiệm đó cho nên hàm số $y = x^4 - 4x^3 + 3x + 1$ có cực trị $\Rightarrow$ Loại C.

Đáp án D $\to y' = 2n.x^{2n-1} + 2017$ ta có $y'=0 \Leftrightarrow x = x_o = \sqrt[2n-1]{\dfrac{-2017}{2n}}$ và qua thì $y'$ đổi dấu cho nên hàm số $y = x^{2n} + 2017x$ $\left(n \in \mathbb{N}^*\right)$ có cực trị $\Rightarrow$ Loại D.

Còn mỗi đáp án B, ta thấy hàm số $y = \dfrac{2-x}{x+3}$ là hàm bậc nhất trên bậc nhất suy ra không có cực trị.

**Câu 6. Chọn A.**

Hàm số đã xác định và liên tục trên đoạn $\left[0;3\right]$.

$$y' = \frac{(2x+1)(x+1) - x^2 - x - 4}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2};\ \begin{cases} x \in (0;3) \\ y'=0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Ta có $f(0)=4; f(1)=3; f(3)=4$. Do đó $m = \min\limits_{[0;3]} f(x) = 3$; $M = \max\limits_{[0;3]} f(x) = 4 \Rightarrow \dfrac{M}{m} = \dfrac{4}{3}$.

**Câu 7. Chọn D.** YCBT $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2m<0 \\ 2m>4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>2 \end{array}\right.$

**Câu 8. Chọn A.**

Ta có : $\left(\dfrac{f(x)+3}{g(x)+1}\right)' = \dfrac{f'(x)\left(g(x)+1\right) - g'(x)\left(f(x)+3\right)}{\left(g(x)+1\right)^2}$

$$f'(1) = g'(1) = \frac{f'(1)\left(g(1)+1\right) - g'(1)\left(f(1)+3\right)}{\left(g(1)+1\right)^2}.$$

Do đó $f'(1)=\dfrac{f'(1)\left(g(1)-f(x)-2\right)}{\left(g(1)+1\right)^2}\Leftrightarrow 1=\dfrac{g(1)-f(1)-2}{\left(g(1)+1\right)^2}$

$\Leftrightarrow f(1)=-g^2(1)-g(1)-3=-\left(g(1)+\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{11}{4}\le-\dfrac{11}{4}.$

**Câu 9. Chọn B.**

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{mx^2+3mx+1}}{x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{m+\dfrac{3m}{x}+\dfrac{1}{x^2}}}{1+\dfrac{2}{x}}=\sqrt{m}.$

$\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{mx^2+3mx+1}}{x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{m+\dfrac{3m}{x}+\dfrac{1}{x^2}}}{1+\dfrac{2}{x}}=-\sqrt{m}.$

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang thì $m>0$. Khi $x=-2\Rightarrow\sqrt{mx^2+3mx+1}=\sqrt{1-2m}$

+ Với $m<\dfrac{1}{2}\Rightarrow\sqrt{1-2m}>0$ thì đồ thị hàm số sẽ có tiệm cận đứng là $x=-2$.

+ Với $m=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\sqrt{1-2m}=0$, ta phải thử với trường hợp $m=\dfrac{1}{2}$.

$m=\dfrac{1}{2}\Rightarrow y=\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{3}{2}x+1}}{x+2}=\dfrac{\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(x+1)(x+2)}}{x+2}$. Lúc đó ta chỉ được xét giới hạn khi

$x\to-2^-\Rightarrow\lim\limits_{x\to-2^-}y=\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{1}{\sqrt{2}}\dfrac{\sqrt{(x+1)(x+2)}}{x+2}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\lim\limits_{x\to-2^-}-\sqrt{\dfrac{x+1}{x+2}}=-\infty.$

Từ đó với $m=\dfrac{1}{2}$ thì đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-2$.

Do đó đồ thị hàm số có ba tiện cận $\Leftrightarrow 0<m\le\dfrac{1}{2}$.

**Câu 10. Chọn B.**

YCBT $\Leftrightarrow y'=1+m(\cos x-\sin x)\ge0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\min\left(1+m(\cos x-\sin x)\right)\ge0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ (1)

Trước tiên ta sẽ đi tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số: $g(x)=\sin x-\cos x$.

**Cách 1:** Áp dụng bất đẳng thức Cauchy – Schwarz, ta có:

$\left(g(x)\right)^2=\left(\cos x-\sin x\right)^2\le2\left(\cos^2x+\sin^2x\right)=2\Rightarrow-\sqrt{2}\le g(x)\le\sqrt{2}.$

**Cách 2:** Sử dụng tách nhóm thích hợp.

Đặt $t=\sin x+\cos x\Rightarrow2\sin x.\cos x=t^2-1$

Ta có: $\left(g(x)\right)^2=\left(\cos x-\sin x\right)^2=2-t^2\le2\Rightarrow-\sqrt{2}\le g(x)\le\sqrt{2}.$

Do đó $\left|m(\cos x-\sin x)\right|=|m|.|\cos x-\sin x|\le|m|\sqrt{2}\Rightarrow -\sqrt{2}|m|\le m(\cos x-\sin x)\le\sqrt{2}|m|$.

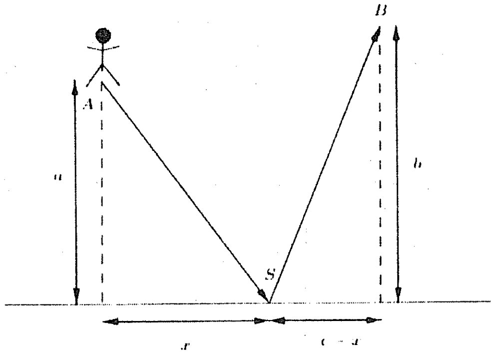
Do đó (1) $\Leftrightarrow 1-\sqrt{2}|m|\ge 0\Leftrightarrow \dfrac{-1}{\sqrt{2}}\le m\le\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

**Câu 11. Chọn C.**

Gọi các điểm như hình vẽ ta có quãng đường mà Dynamo đi là $SA+SB$.

Trong đó $SA=\sqrt{a^2+x^2}$, $SB=\sqrt{b^2+(c-x)^2}$.

Do đó quãng đường Dynamo phải di chuyển là $S=SA+SB=\sqrt{a^2+x^2}+\sqrt{b^2+(c-x)^2}$.




**Cách 1:** Áp dụng bất đẳng thức Mincopxki, ta có

$S=\sqrt{a^2+x^2}+\sqrt{b^2+(c-x)^2}\ge\sqrt{(a+b)^2+c^2}$.

Dấu bằng xảy ra khi $\dfrac{a}{b}=\dfrac{x}{c-x}\Leftrightarrow x=\dfrac{ac}{a+b}$.

**Cách 2:** Phương pháp hàm số:

$S=f(x)=\sqrt{a^2+x^2}+\sqrt{b^2+(c-x)^2}\quad(0<x<c)$

Ta có: $f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}-\dfrac{(c-x)}{\sqrt{b^2+(c-x)^2}}$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}-\frac{(c-x)}{\sqrt{b^2+(c-x)^2}}\Leftrightarrow x\sqrt{b^2+(c-x)^2}=(c-x)\sqrt{x^2+a^2}$$

$$\Leftrightarrow x^2\left[b^2+(c-x)^2\right]=(c-x)^2(x^2+a^2)\Leftrightarrow x^2b^2=a^2(x-c)^2\Leftrightarrow x=\frac{ac}{a+b}.$$

Lập bảng biến thiên của $f(x)$ ta được khi $x=\dfrac{ac}{a+b}$ thì quãng đường bé nhất.

**Câu 12. Chọn B.**

Điều kiện: $\begin{cases}x+1>0\\x-3>0\end{cases}\Leftrightarrow x>3\qquad(*)$

Khi đó $\log_4(x+1)+\log_4(x-3)=3\Leftrightarrow\log_4\left[(x+1)(x-3)\right]=3$

$\Leftrightarrow(x+1)(x-3)=4^3=64\Leftrightarrow x^2-2x-67=0\Leftrightarrow x=1\pm2\sqrt{17}$.

Kết hợp với (*) ta được $x=1+2\sqrt{17}$ là nghiệm duy nhất của phương trình đã cho.

**Câu 13. Chọn C.**

Ta có: $y=(1-\cos3x)^6\Rightarrow y=6(1-\cos3x)^5.(1-\cos3x)'$

$=6(1-\cos3x)^5.3\sin3x=18\sin3x(1-\cos3x)^5$.

**Câu 14. Chọn D.**

Điều kiện: $x > -9^{500}$ (*)

Khi đó $\log_{\frac{1}{3}}\left(x+9^{500}\right) > -1000 \Leftrightarrow -\log_3\left(x+9^{500}\right) > -1000$

$\Leftrightarrow \log_3\left(x+9^{500}\right) < 1000 \Leftrightarrow x+9^{500} < 3^{1000}$ (1)

Ta có $9^{500} = \left(3^2\right)^{500} = 3^{2.500} = 3^{1000}$ nên (1) $\Leftrightarrow x < 0$.

Kết hợp với (*), ta được: $-9^{500} < x < 0 \Leftrightarrow -3^{1000} < x < 0$ thỏa mãn.

**Câu 15. Chọn A.**

Hàm số $y = \log_2\left(x^3-8\right)^{1000}$ xác định $\Leftrightarrow \left(x^3-8\right)^{1000} > 0 \Leftrightarrow x^3-8 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 \neq 8 \Leftrightarrow x \neq 2$.

**Câu 16. Chọn B.**

Ta có: $f(x) > 0 \Leftrightarrow \left(3-\sqrt{2}\right)^{x^3} > \left(3-\sqrt{2}\right)^{-x^2}$

$\Leftrightarrow x^3 > -x^2 \Leftrightarrow x^3+x^2 > 0 \Leftrightarrow x^2(x+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x > -1 \end{cases}$

Từ đó, ta được khẳng định 1 đúng và khẳng định 2 sai.

Lại có: $f(x) < 3-\sqrt{2} \Leftrightarrow \left(3-\sqrt{2}\right)^{x^3} - \left(3-\sqrt{2}\right)^{-x^2} < 3-\sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(3-\sqrt{2}\right)^{x^3}}{3-\sqrt{2}} - \frac{\left(3-\sqrt{2}\right)^{-x^2}}{3-\sqrt{2}} < 1 \Leftrightarrow \left(3-\sqrt{2}\right)^{x^3-1} - \left(3-\sqrt{2}\right)^{-x^2-1} < 1$$

$$\Leftrightarrow \left(3-\sqrt{2}\right)^{x^3-1} < 1 + \left(\frac{1}{3-\sqrt{2}}\right)^{x^2+1} \Leftrightarrow \left(3-\sqrt{2}\right)^{x^3-1} < 1 + \left(\frac{3+\sqrt{2}}{7}\right)^{x^2+1}.$$

Từ đó, ta được khẳng định 3 đúng.

Ta có: $f(x) < 3+\sqrt{2} \Leftrightarrow \left(3-\sqrt{2}\right)^{x^3} - \left(3-\sqrt{2}\right)^{-x^2} < 3+\sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \left(3-\sqrt{2}\right)^{x^3} - \left(3-\sqrt{2}\right)^{-x^2} < \frac{7}{3-\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left(3-\sqrt{2}\right)^{1+x^3} - \left(3-\sqrt{2}\right)^{1-x^2} < 7 \Leftrightarrow \left(3-\sqrt{2}\right)^{1+x^3} < 7 + \left(3-\sqrt{2}\right)^{1-x^2}.$$

Từ đó, ta được khẳng định 4 đúng.

**Câu 17. Chọn D.**

Với $a, b > 0$ và $a \neq 1$, ta có:

$$\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2}\log_a(ab) = \frac{1}{2}\left(\log_a a + \log_a b\right) = \frac{1}{2}\left(1+\log_a b\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b.$$

**Câu 18. Chọn A.**

Ta có: $y = \frac{x+3}{9^x} = (x+3).\left(\frac{1}{9}\right)^x \Rightarrow y' = \left(\frac{1}{9}\right)^x + (x+3)\left(\frac{1}{9}\right)^x \ln\frac{1}{9}$

$$=\frac{1+(x+3)\ln\frac{1}{9}}{9^x}=\frac{1-(x+3)\ln 9}{\left(3^2\right)^x}=\frac{1-(x+3)\ln 3^2}{3^{2x}}=\frac{1-2(x+3)\ln 3}{3^{2x}}.$$

**Câu 19. Chọn C.**

Ta có: $\log_{12}80=\log_{12}\left(4^2.5\right)=\log_{12}4^2+\log_{12}5=2\log_{12}4+\dfrac{1}{\log_5 12}$

$$=\frac{2}{\log_4 12}+\frac{1}{\log_5 4+\log_5 3}=\frac{2}{\log_4 4+\log_4 3}+\frac{1}{b+\log_5 3}.$$

Từ $a=\log_3 4\Rightarrow \log_4 3=\dfrac{1}{a}\Rightarrow \log_5 3=\log_5 4.\log_4 3=b.\dfrac{1}{a}=\dfrac{b}{a}$

$$\Rightarrow \log_{12}80=\frac{2}{1+\frac{1}{a}}+\frac{1}{b+\frac{b}{a}}=\frac{2a}{a+1}+\frac{a}{b(a+1)}=\frac{a+2ab}{ab+b}.$$

**Câu 20. Chọn D.**

Với $a,\ b>0$, ta có $x=\ln\left(a^2-ab+b^2\right)^{1000}=1000\ln\left(a^2-ab+b^2\right)$.

$y=1000\ln a-\ln\dfrac{1}{b^{1000}}=1000\ln a+1000\ln b=1000\ln(ab)$.

Xét hiệu $x-y=1000\left[\ln\left(a^2-ab+b^2\right)-\ln(ab)\right]$ (1)

Lại có $\left(a^2-ab+b^2\right)-ab=(a-b)^2\ge 0\Rightarrow a^2-ab+b^2\ge ab>0$.

Khi đó từ (1) $\Rightarrow x-y\ge 0\Rightarrow x\ge y$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b>0$.

**Câu 21. Chọn C.**

Khi viết trong hệ thập phân, số các chữ số của $p=2^{756839}-1$ bằng các chữ số của $2^{756839}$.

Do đó số các chữ số của $p$ khi viết trong hệ thập phân là:

$\left[\log 2^{756839}\right]+1=\left[756839\log_2\right]+1=227831+1=227832$.

**Câu 22. Chọn D.**

Ta có $\displaystyle\int_{-2}^{2}f(x)dx=\int_{-2}^{0}f(x)dx+\int_{0}^{2}f(x)dx$ (1)

Xét tích phân $A=\displaystyle\int_{-2}^{0}f(x)dx$, đặt $x=-t\Rightarrow t=-x$.

Khi $x=-2\Rightarrow t=2$; $x=0\Rightarrow t=0$.

Do đó $A=-\displaystyle\int_{0}^{2}f(-t)d(-t)=\int_{0}^{2}f(-t)dt=\int_{0}^{2}f(-x)dx$.

Thế vào (1), ta được: $\displaystyle\int_{-2}^{2}f(x)dx=\int_{0}^{2}f(-x)dx+\int_{0}^{2}f(x)dx=\int_{0}^{2}\left[f(x)+f(-x)\right]dx$.

**Câu 23. Chọn A.**

Ta có: $F(x)=\int 1000^x dx=\dfrac{1000^x}{\ln 1000}+C=\dfrac{\left(10^3\right)^x}{\ln 10^3}+C=\dfrac{10^{3x}}{3\ln 10}+C$.

**Câu 24. Chọn D.**

Ta có: $W=\int\limits_1^6 \sqrt{3x-2}dx$.

Đặt $t=\sqrt{3x-2}\Rightarrow x=\dfrac{t^2+2}{3}$, khi $x=1$ thì $t=1$, khi $x=6$ thì $t=4$.

Do đó $W=\int\limits_1^4 td\dfrac{t^2+2}{3}=\int\limits_1^4 t.\dfrac{2t}{3}dt=\dfrac{2}{3}.\dfrac{t^3}{3}\Big|_1^4=14$.

**Câu 25: Chọn B.**

Đặt $x-1=t$, khi $x=1\Rightarrow t=0$; $x=3\Rightarrow t=2$.

Do đó $I=\int\limits_0^2 (t+1)t^{1000}d(t+1)=\int\limits_0^2\left(t^{1001}+t^{1000}\right)dt=\left(\dfrac{t^{1002}}{1002}+\dfrac{t^{1001}}{1001}\right)\Big|_0^2$

$=\dfrac{2^{1002}}{1002}+\dfrac{2^{1001}}{1001}=2^{1001}\left(\dfrac{2}{1002}+\dfrac{1}{1001}\right)=\dfrac{1502.2^{1001}}{501501}$.

**Câu 26. Chọn B.**

Ta có: $I=\int\limits_1^{2^{1000}}\dfrac{\ln x}{(x+1)^2}dx=-\int\limits_1^{2^{1000}}\ln x d\dfrac{1}{x+1}=-\dfrac{\ln x}{x+1}\Big|_1^{2^{1000}}+\int\limits_1^{2^{1000}}\dfrac{1}{x+1}d(\ln x)$

$=-\dfrac{\ln 2^{1000}}{1+2^{1000}}+\int\limits_1^{2^{1000}}\dfrac{1}{x+1}.\dfrac{1}{x}dx=-\dfrac{1000\ln 2}{1+2^{1000}}+\int\limits_1^{2^{1000}}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}\right)dx$

$=-\dfrac{1000\ln 2}{1+2^{1000}}+\left(\ln|x|-\ln|x+1|\right)\Big|_1^{2^{1000}}=-\dfrac{1000\ln 2}{1+2^{1000}}+\ln\left|\dfrac{x}{x+1}\right|\Big|_1^{2^{1000}}$

$=-\dfrac{1000\ln 2}{1+2^{1000}}+\ln\dfrac{2^{1000}}{1+2^{1000}}$.

**Câu 27. Chọn A.**

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2-2x+4=x+2\Leftrightarrow x^2-3x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$

Diện tích cần tính là $S=\int\limits_1^2\left|\left(x^2-2x+4\right)-(x+2)\right|dx=\int\limits_1^2\left|x^2-3x+2\right|dx$.

Rõ ràng trên khoảng $(1;2)$ phương trình $x^2-3x+2=0$ vô nghiệm

$\Rightarrow S=\left|\int\limits_1^2\left(x^2-3x+2\right)dx\right|$. Ta có: $\int\limits_1^2\left(x^2-3x+2\right)dx=\left(\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3x^2}{2}+2x\right)\Big|_1^2=-\dfrac{1}{6}\Rightarrow S=\dfrac{1}{6}$.

**Câu 28. Chọn C.**

Phương trình hoành độ giao điểm $\sqrt{(x-1)e^{x^2-2x}}=0\Leftrightarrow(x-1)e^{x^2-2x}=0\Leftrightarrow x-1=0\Leftrightarrow x=1$.

Thể tích cần tính là $V=\pi\int_1^2\left[\sqrt{(x-1)e^{x^2-2x}}\right]^2dx$

$$=\pi\int_1^2(x-1)e^{x^2-2x}dx=\frac{\pi}{2}\int_1^2 e^{x^2-2x}d\left(x^2-2x\right)=\frac{\pi}{2}.e^{x^2-2x}\bigg|_1^2=\frac{\pi}{2}\left(1-\frac{1}{e}\right)=\frac{\pi(e-1)}{2e}.$$

**Câu 29. Chọn C.**

Ta có: $z=\dfrac{7-11i}{2-i}=\dfrac{(7-11i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}=\dfrac{25-15i}{5}=5-3i\Rightarrow\bar{z}=5+3i$.

Do đó $\bar{z}$ có phần thực bằng 5 và phần ảo bằng 3.

**Câu 30. Chọn A.**

Ta có: $z_2=4-2i\Rightarrow z_2-2z_1=2-8i\Rightarrow\left|z_2-2z_1\right|=\sqrt{2^2+(-8)^2}=2\sqrt{17}$.

**Câu 31. Chọn C.**

Ta có: $z=\dfrac{7-i}{2-i}=\dfrac{(7-i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}=\dfrac{15+5i}{5}=3+i$.

Do đó điểm biểu diễn $z$ là điểm có tọa độ là $(3;1)$.

**Câu 32. Chọn B.**

Ta có: $\bar{z}=2-3i\Rightarrow w=(3+2i)(2+3i)+2(2-3i)=4+7i$.

**Câu 33. Chọn D.**

Phương trình $\Leftrightarrow(z-1)(z^2+3z+4)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=1\\z^2+3z+4=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=1\\z=-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{7}}{2}i\\z=-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{7}}{2}i\end{array}\right.$

Do đó $T=\sqrt{1^2+0^2}+\sqrt{\left(\frac{-3}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2}+\sqrt{\left(\frac{-3}{2}\right)^2+\left(-\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2}=5$.

**Câu 34. Chọn D.**

Giả sử $w=x+yi\ (x;y\in R)\Rightarrow\begin{cases}2w+i=2x+(2y+1)i\\3w-5=3x-5+3yi\end{cases}$

Do $2w+i$ và $3w-5$ là hai nghiệm của $z^2+az+b=0$.

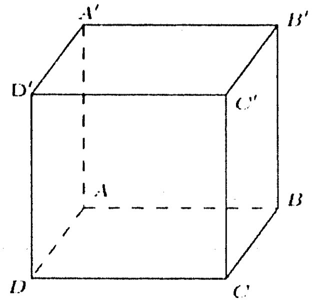
Áp dụng định lý Vi-et, ta có: $\begin{cases}2x+(2y+1)i+3x-5+3yi=0\\\left[2x+(2y+1)i\right](3x-5+3yi)=b\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x-5+(5y+1)i=-a \\ 6x^2-16x-6y^2-3y+i\left[6xy+(2y+1)(3x-5)\right]=-b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5y+1=0 \\ 6xy+(2y+1)(3x-5)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{-1}{5} \\ -\dfrac{6}{5}x+\dfrac{3}{5}(3x-5)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{-1}{5} \\ x=5 \end{cases}$$

Do đó phần thực của $w$ là 5.

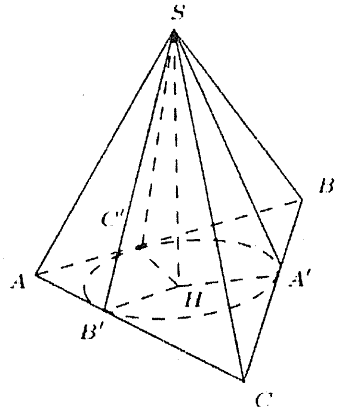
**Câu 35. Chọn B.**




Ta có: $S_1 = AD.AB$; $S_2 = AA'.AB$; $S_3 = AA'.AD$

$\Rightarrow V = AB.AD.AA' = \sqrt{AB.AD}.\sqrt{AB.AA'}.\sqrt{AD.AA'} = \sqrt{S_1.S_2.S_3}$.

**Câu 36. Chọn A.**




Gọi hình chóp tam giác đó là $S.ABC$, kẻ $SH \perp (ABC)$ tại $H$.

Gọi $A'$, $B'$, $C'$ lần lượt là chân đường cao hạ từ $H$ xuống $BC$, $CA$, $AB$.

Xét $\Delta SHA'$, $\Delta SHB'$, $\Delta SHC'$ đều vuông tại $H$ có $SH$ chung

$\widehat{SB'H} = \widehat{SC'H} = \widehat{SA'H} = 60^0 \Rightarrow \widehat{HSC'} = \widehat{HSA'} = \widehat{HSB'}$

$\Rightarrow \Delta SHA' = \Delta SHB' = \Delta SHC'$ $(g-g-g) \Rightarrow HA' = HB' = HC'$.

Do đó $H$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $ABC$.

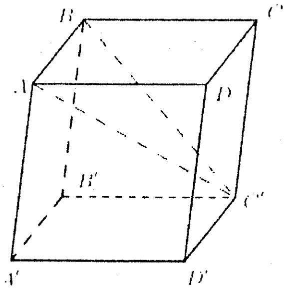
Tam giác $ABC$ đều cạnh $a \Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \dfrac{AB+BC+CA}{2}.HA'$

$\Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \dfrac{3a}{2}HA' \Rightarrow HA' = \dfrac{\sqrt{3}}{6}a$.

Tam giác $SHA'$ vuông tại $H$ và $\widehat{HA'S} = 60^0 \Rightarrow SH = HA'.\tan 60 = \dfrac{a}{2}$.

Thể tích $V = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \dfrac{\sqrt{3}}{24}a^3$.

**Câu 37. Chọn D.**



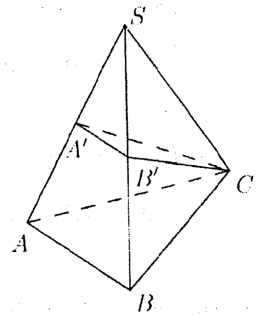

Ta có: ngay $\widehat{AC'B} = \alpha$.

Tam giác $ABC'$ vuông tại $B$ và $\widehat{AC'B} = \alpha$

$\Rightarrow BC' = \dfrac{a}{\tan\alpha} = a\cot\alpha$.

Áp dụng định lý Pytago thì $CC' = \sqrt{BC'^2 - BC^2} = a\sqrt{\cot^2\alpha - 1}$.

Thể tích khối lăng trụ $V = BC.CD.CC' = a^3\sqrt{\cot^2\alpha - 1}$.




**Câu 38. Chọn A.**

Ta có: $\dfrac{V_{SABC}}{V_{SA'B'C}} = \dfrac{SA.SB.SC}{SA'.SB'.SC} = \dfrac{SA.SB}{SA'.SB'} = 4$.

**Câu 39. Chọn D.**

Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều nên nó có chiều dài đường sinh là $a$ bán kính đường tròn đáy là $\dfrac{a}{2}$ nên chiều cao $h = \sqrt{a^2 - \left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$.

**Câu 40. Chọn B.**

Thể tích nước được đựng đầy trong hình bể là $V = 2.3.2 = 12\left(m^3\right)$.

Thể tích nước đựng đầy trong gáo là $V_g = \pi 4^2.5 = 80\pi\left(cm^3\right) = \dfrac{\pi}{12500}\left(m^3\right)$.

Mội ngày bể được múc ra $170$ gáo nước tức trong một ngày lượng được được lấy ra bằng: $V_m = 170.V_g = \dfrac{17}{1250}\pi\left(m^3\right)$.

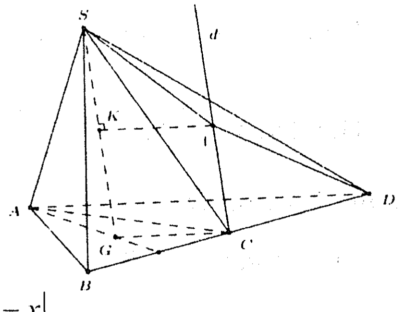
Ta có: $\dfrac{V}{V_m} = \dfrac{12}{\dfrac{17}{1250}\pi} \simeq 280,8616643 \Rightarrow$ sau $281$ ngày bể sẽ hết nước.

**Câu 41. Chọn A.**

Theo công thức thể tích hình trụ $V = \pi R^2 h \Rightarrow R^2 = \dfrac{V}{\pi h} \Rightarrow R = \sqrt{\dfrac{V}{\pi h}}$.

Với $h = 15cm$, $V = 0,5l = 0,5.1000cm^3 = 500cm^3 \Rightarrow R = \sqrt{\dfrac{500}{\pi.15}} \approx 3,26cm$.

**Câu 42. Chọn C.**




Gọi $G$ là trọng tâm tam giác $ABC$ thì $SG \perp \left(ABC\right)$.

Do $CB = CA = CD$ nên $C$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABD$. Qua $C$ kẻ đường thẳng $d$ song song $SG$ thì $d$ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABD$.

Gọi $I \in d$ là tâm mặt cầu cần tìm, đặt $IC = x \Rightarrow SK = \left|SG - x\right|$.

Kẻ $IK \perp SG \Rightarrow IK = CG = AG = \dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$, $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = a$.

Ta có $IS = ID \Leftrightarrow IK^2 + SK^2 = IC^2 + CD^2 \Leftrightarrow \dfrac{a^2}{3} + \left(a - x\right)^2 = x^2 + a^2 \Rightarrow x = \dfrac{a}{6}$.

Vậy tâm cầu $I$ được xác định, bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{x^2 + a^2} = \dfrac{a\sqrt{37}}{6}$.

**Câu 43. Chọn B.**

*Mặt phẳng $ax + by + cx + d = 0$ $\left(a^2 + b^2 + c^2 > 0\right)$ có một VTPT là $\vec{n} = \left(a;b;c\right)$.*

Dựa vào đó, ta thấy ngay $\left(P\right): x - 2z + 3 = 0$ có một VTPT là $\vec{n} = \left(1;0;-2\right)$.

**Câu 44. Chọn A.**

Ta viết lại mặt cầu $\left(S\right)$ như sau $\left(S\right): \left(x-2\right)^2 + \left(y+1\right)^2 + \left(z-1\right)^2 = 9$.

Mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(a;b;c\right)$, bán kính $R$ có phương trình

$\left(S\right): \left(x-a\right)^2 + \left(y-b\right)^2 + \left(z-c\right)^2 = R^2$.

Dựa vào đó, ta thấy ngay mặt cầu $\left(S\right): \left(x-2\right)^2 + \left(y+1\right)^2 + \left(z-1\right)^2 = 9$ có tâm $I\left(2;-1;1\right)$ và bán kính $R = \sqrt{9} = 3$.

**Câu 45. Chọn B.**

Ta có: $d = \dfrac{\left|2.1 + 3.\left(-3\right) + 4.1 - 5\right|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2}} = \dfrac{8}{\sqrt{29}}$.

**Câu 46. Chọn A.**

Đường thẳng $d$ qua $A\left(4;1;2\right)$ có một VTCP là $\vec{u} = \left(2;1;1\right)$.

Mặt phẳng $\left(P\right)$ có một VTPT là $\vec{n} = \left(1;-3;2m\right)$.

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow \begin{cases} A \notin \left(P\right) \\ \vec{u}.\vec{n} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 3.1 + 2m.2 - 4 \neq 0 \\ 2 - 3 + 2m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m - 3 \neq 0 \\ m = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{2}.$$

**Câu 47. Chọn D.**

Ta có $I$ là trung điểm của cạnh $AB \Rightarrow I\left(\dfrac{-1+3}{2};\dfrac{1+1}{2};\dfrac{0-2}{2}\right) \Rightarrow I\left(1;1;-1\right)$.

Mặt phẳng $\left(P\right)$ qua $I\left(1;1;-1\right)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = \left(4;0-2\right)$ là một VTPT

$\Rightarrow \left(P\right): 4\left(x-1\right) + 0.\left(y-1\right) - 2\left(z+1\right) = 0 \Rightarrow \left(P\right): 4x - 2z - 6 = 0 \Rightarrow \left(P\right): 2x - z - 3 = 0$.

**Câu 48. Chọn A.**

$$\text{Ta có: } d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 3 + t \\ z = 2 + t \end{cases} \left(t \in \mathbb{R}\right) \Rightarrow I\left(2t;t+3;t+2\right).$$

Mà $I \in \left(P\right) \Rightarrow 2t - 2\left(t+3\right) + 2\left(t+2\right) = 0 \Leftrightarrow 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow I\left(2;4;3\right)$.

Gọi $R$ là bán kính của $\left(S\right)$, ta có $\left(Q\right)$ tiếp xúc với $\left(S\right)$

$\Leftrightarrow d\left(I;(Q)\right)=R \Leftrightarrow R=\dfrac{\left|2-2.4+3.3-5\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+3^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{14}}.$

Kết hợp với $(S)$ có tâm $I(2;4;3) \Rightarrow (S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=\dfrac{4}{14}=\dfrac{2}{7}.$

**Câu 49. Chọn C.**

Gọi $M=d\cap d_2$, ta có $d_2:\begin{cases}x=2+t\\ y=-1-t\\ z=1+t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R}) \Rightarrow M(t+2;-t-1;t+1).$

Đường thẳng $d$ nhận $\overrightarrow{AM}=(t+1;-t;t-2)$ là một VTCP.

Đường thẳng $d_1$ có một VTCP là $\vec{u}=(1;4;-2)$. Ta có: $d\perp d_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u}=0$

$\Leftrightarrow (t+1)-4t-2(t-2)=0 \Leftrightarrow -5t+5=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2;-1;-1).$

Đường thẳng $d$ qua $A(1;-1;3)$ và nhận $\overrightarrow{AM}=(2;-1;-1)$ là một VTCP $\Rightarrow d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}.$

**Câu 50. Chọn B.**

Giả sử $M(x;y;z) \Rightarrow \begin{cases}\overrightarrow{AM}=(x-1;y+2;z-1)\\ \overrightarrow{BM}=(x;y-2;z+1)\\ \overrightarrow{CM}=(x-2;y+3;z-1)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}AM^2=(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2\\ BM^2=x^2+(y-2)^2+(z+1)^2\\ CM^2=(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2\end{cases}$

$\Rightarrow T=\left[(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2\right]-\left[x^2+(y-2)^2+(z+1)^2\right]+\left[(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2\right]$

$=\left[(x-1)^2-x^2+(x-2)^2\right]+\left[(y+2)^2-(y-2)^2+(y+3)^2\right]+\left[(z-1)^2-(z+1)^2+(z-1)^2\right]$

$=(x^2-6x+5)+(y^2+14y+17)+(z^2-6z+1)$

$=(x-3)^2-4+(y+7)^2-32+(z-3)^2-8\geq -4-32-8=-44.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=3,\ y=-7,\ z=3.$ Khi đó $M(3;-7;3) \Rightarrow P=x_M^2+2y_M^2+3z_M^2=134.$

# ĐỀ SỐ 3

**Câu 1. Chọn B.**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0 \Rightarrow$ A và D sai.

Có $y(0)=c$ trên đồ thị $\Rightarrow c<0$ vẫn chưa loại thêm được đáp án nào.

Đạo hàm $y'=4ax^3+2bx=2x(2ax^2+b)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ 2ax^2+b=0 \quad (1)\end{array}\right.$

Từ đồ thị ta thấy hàm số có ba điểm cực trị nên (1) phải có hai nghiệm phân biệt khác 0

$\Leftrightarrow ba < 0 \Leftrightarrow b < 0$ (do $a > 0$). Tóm lại ta cần có $a > 0,\ b < 0,\ c < 0$.

**Câu 2. Chọn C.**

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0} y = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{x} = \infty \Rightarrow x = 0$ là một tiệm cận đứng của $(C)$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{4+\dfrac{1}{x^2}} = 2 \Rightarrow y = 2$ là một tiệm cận ngang của $(C)$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} -\sqrt{4+\dfrac{1}{x^2}} = -2 \Rightarrow y = -2$ là một tiệm cận ngang của $(C)$.

Do đó khoảng cách giữa hai tiệm cận ngang của $(C)$ bằng 4.

Như vậy khẳng định 1, 2, 3 đúng và khẳng định 4 sai.

**Câu 3. Chọn D.**

TXĐ: $D = \mathbb{R}\setminus\{-2\}$. Ta có: $y' = \dfrac{5}{(x+2)^2} > 0,\ \forall x \in D$.

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

**Câu 4. Chọn C.**

Từ đồ thị $\Rightarrow$ đồ thị hàm số có ba điểm cực trị trong đó có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại $\Rightarrow$ A, B, D đúng.

Nhìn vào đồ thị thì hàm số đạt cực đại tại $x = x_1$ nhưng điểm có tọa độ $(x_1; y(x_1))$ trên đồ thị không phải là điểm cao nhất trong khoảng $(a;b)$ của đồ thị hàm số $\Rightarrow$ C sai.

**Câu 5. Chọn B.**

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c\ \ (a \neq 0)$ (1)

Hàm số có cực trị thì phải tồn tại những giá trị của $x$ sao cho $y'$ đổi dấu tại giá trị đó.

Ta có 3 trường hợp như sau:

- TH1. (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Rightarrow$ hàm số có 2 điểm cực trị.
- TH2. (1) vô nghiệm $\Rightarrow$ hàm số không có điểm cực trị.
- TH3. (1) có nghiệm kép nhưng do nghiệm kép thì $y'$ sẽ không đổi dấu qua nghiệm đó nên hàm số cũng không có điểm cực trị.

Do đó số điểm cực trị của hàm số có thể là 0 hoặc 2.

**Câu 6. Chọn B.**

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + 2x^2 - 7x = -2x + 1 \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \\ x = -3 \end{array}\right.$

**Câu 7. Chọn A.**

Đặt $t = \sin 2x\ \ (-1 \le t \le 1,\ t \neq 0)$, $D = [-1;0)\cup(0;1]$.

Xét hàm số $f(t) = 1 + t + \dfrac{4}{t^2}$, $t \in D$ có $f'(t) = 1 - \dfrac{8}{t^3} = 0 \Leftrightarrow t^3 = 8 \Leftrightarrow t = 2$.

Bảng biến thiên:

| $t$ | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | | $+$ | \|\| | $-$ | | | |
| $f(t)$ | $4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ \|\| $+\infty$ | $\searrow$ | $6$ | | |

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow \min f(x) = \min f(t) = f(-1) = 4$.

**Câu 8. Chọn A.**

Do $M \in (C) \Rightarrow M\left(t; \dfrac{t^2 + 5t + 15}{t + 3}\right)$ $(t \neq -3)$.

Với $t \in \mathbb{Z}$, ta có $\dfrac{t^2 + 5t + 15}{t + 3} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow t + 2 + \dfrac{9}{t + 3} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow t + 3 \in \{\pm 1;\ \pm 3;\ \pm 9\}$.

Do đó có 6 điểm $M$ thỏa mãn bài toán.

**Câu 9. Chọn D.**

Phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{2x-1}{x-1} = x + m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \Leftrightarrow x^2 + x(m-3) + 1 - m = 0 \end{cases}$ (1)

Đường thẳng $d$ cắt $(C)$ tại $A$, $B$ phân biệt $\Leftrightarrow$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m-3)^2 - 4(1-m) > 0 \\ 1^2 + 1.(m-3) + 1 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 5 > 0 \\ m \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 + 4 > 0 \\ m \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \mathbb{R}$ (*)

Do $A, B \in d \Rightarrow \begin{cases} A(x_1; x_1 + m) \Rightarrow \overrightarrow{OA} = (x_1; x_1 + m) \\ B(x_2; x_2 + m) \Rightarrow \overrightarrow{OB} = (x_2; x_2 + m) \end{cases}$

Ta có $x_1; x_2$ là hai nghiệm của (1) nên theo Viet thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 - m \\ x_1 x_2 = 1 - m \end{cases}$

Bài ra $\Delta OAB$ vuông tại $O$ nên $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 0$

$\Leftrightarrow x_1 x_2 + (x_1 + m)(x_2 + m) = 0 \Leftrightarrow 2x_1 x_2 + m(x_1 + x_2) + m^2 = 0$

$\Leftrightarrow 2(1-m) + m(3-m) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$ thỏa mãn (*)

**Câu 10. Chọn B.**

Vận tốc truyền tải $v$ là một hàm số phụ thuộc vào biến $x$ : $v(x) = x^2 \ln\dfrac{1}{x} = -x^2 \ln x$ $(0 < x < 1)$.

Đạo hàm $v'(x) = -2x\ln x - x^2.\dfrac{1}{x} = -x - 2x\ln x = -x(1 + 2\ln x)$

$\begin{cases} x \in (0;1) \\ v'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (0;1) \\ -x(1+2\ln x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (0;1) \\ \ln x = -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = e^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{e}}.$

Lập bảng biến thiên của $v(x)$ trên $(0;1) \Rightarrow$ với $x = \dfrac{1}{\sqrt{e}}$ thì $v(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

Khi đó: $\dfrac{r}{h} = \dfrac{1}{\sqrt{e}} \Rightarrow h = r\sqrt{e} = 1.\sqrt{e} = \sqrt{e}$ (cm).

**Câu 11. Chọn A.**

YCBT $\Leftrightarrow y' = -x^2 + 2(m-1)x + m + 3 \geq 0,\ \forall x \in (0;3)$

$\Leftrightarrow m(2x+1) \geq x^2 + 2x - 3,\ \forall x \in (0;3) \Leftrightarrow m \geq \dfrac{x^2+2x-3}{2x+1},\ \forall x \in (0;3).$

Xét hàm số $g(x) = \dfrac{x^2+2x-3}{2x+1},\ x \in (0;3)$ có $g'(x) = \dfrac{2x^2+2x+8}{(2x+1)^2} > 0,\ \forall x \in (0;3).$

Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(0;3)$ ta được $m \geq g(3) = \dfrac{12}{7}$ thỏa mãn bài toán.

**Câu 12. Chọn C.**

ĐK: $\begin{cases} x^2 + 4 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1 \qquad (*)$

Khi đó $\log_2(x^2+4) - \log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow \log_2 \dfrac{x^2+4}{x-1} = 3 \Leftrightarrow \dfrac{x^2+4}{x-1} = 2^3 = 8$

$\Leftrightarrow x^2 + 4 = 8x - 8 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 6 \end{array}\right.$ thỏa mãn (*)

Tổng các nghiệm của phương trình đã cho bằng $2 + 6 = 8$.

**Câu 13. Chọn D.**

Ta có: $y = 10^{x^2+1} = 10.10^{x^2} \Rightarrow y' = 10.10^{x^2}.2x\ln 10 = 20x.10^{x^2}\ln 10.$

**Câu 14. Chọn A.**

ĐK: $\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x+2) > 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2 \qquad (*)$

Khi đó $\log_2(x^2-4) + \log_{\frac{1}{2}}(x+2) > 1000 \Leftrightarrow \log_2(x^2-4) - \log_2(x+2) > 1000$

$\Leftrightarrow \log_2 \dfrac{x^2-4}{x+2} > 1000 \Leftrightarrow \log_2(x-2) > 1000 \Leftrightarrow x - 2 > 2^{1000} \Leftrightarrow x > 2 + 2^{1000}.$

Kết hợp với (*) ta được $x > 2 + 2^{1000}$ thỏa mãn.

**Câu 15. Chọn B.**

Hàm số $y = (x^3 - 8)^{-1000}$ xác định $\Leftrightarrow x^3 - 8 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 \neq 8 \Leftrightarrow x \neq 2.$

**Câu 16. Chọn C.**

Xét đáp án A, ta có $f(x)<1 \Leftrightarrow 2^x.7^{x+1}<1 \Leftrightarrow \log_2\left(2^x.7^{x+1}\right)<\log_2 1$

$\Leftrightarrow \log_2 2^x+\log_2 7^{x+1}<0 \Leftrightarrow x+(x+1)\log_2 7<0 \Rightarrow$ A đúng.

Xét đáp án B, ta có $f(x)<1 \Leftrightarrow 2^x.7^{x+1}<1 \Leftrightarrow \log_7\left(2^x.7^{x+1}\right)<\log_7 1$

$\Leftrightarrow \log_7 2^x+\log_7 7^{x+1}<0 \Leftrightarrow x\log_7 2+x+1<0 \Rightarrow$ B đúng.

Xét đáp án C, ta có $f(x)>7^{2x+1} \Leftrightarrow 2^x.7^{x+1}>7^{2x+1}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2^x.7^{x+1}}{7^{2x+1}}>1 \Leftrightarrow \dfrac{2^x}{7^x}>1 \Leftrightarrow \left(\dfrac{2}{7}\right)^x>1 \Leftrightarrow x<0 \Rightarrow$ C sai.

Đến đây, ta chọn ngay được C là đáp án đúng.

Xét đáp án D, ta có $f(x)>2^x \Leftrightarrow 2^x.7^{x+1}>2^x \Leftrightarrow 7^{x+1}>1 \Leftrightarrow x+1>0 \Leftrightarrow x>-1 \Rightarrow$ D đúng.

**Câu 17. Chọn A.**

Với $a,\ b>0$ và $a\neq 1$, ta có:

$\log_a(ab)^2=2\log_a(ab)=2\left(\log_a a+\log_a b\right)=2\left(1+\log_a b\right)=2+2\log_a b.$

**Câu 18. Chọn B.**

Ta có: $y=(3x-1)\ln\left(x^2+1\right)^{1000}=1000(3x-1)\ln\left(x^2+1\right)$

$\Rightarrow y'=1000.3\ln\left(x^2+1\right)+1000(3x-1).\dfrac{2x}{x^2+1}=\ln\left(x^2+1\right)^{3000}+\dfrac{2000\left(3x^2-x\right)}{x^2+1}.$

**Câu 19. Chọn D.**

Ta có: $\log_6 56=\log_6\left(2^3.7\right)=\log_6 2^3+\log_6 7=3\log_6 2+\dfrac{1}{\log_7 6}$

$=\dfrac{3}{\log_2 6}+\dfrac{1}{\log_7 2+\log_7 3}=\dfrac{3}{\log_2 2+\log_2 3}+\dfrac{1}{b+\log_7 3}.$

Từ $a=\log_3 2\Rightarrow \log_2 3=\dfrac{1}{a}\Rightarrow \log_7 3=\log_7 2.\log_2 3=b.\dfrac{1}{a}=\dfrac{b}{a}$

$\Rightarrow \log_6 56=\dfrac{3}{1+\dfrac{1}{a}}+\dfrac{1}{b+\dfrac{b}{a}}=\dfrac{3a}{a+1}+\dfrac{a}{b(a+1)}=\dfrac{a+3ab}{ab+b}.$

**Câu 20. Chọn A.**

Với $a,\ b>0$, áp dụng BĐT Côsi, ta có $\dfrac{e^a+e^b}{2}\geq\sqrt{e^ae^b}=\sqrt{e^{a+b}}=e^{\frac{a+b}{2}}\Rightarrow y\geq x\Rightarrow x\leq y.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b>0.$

**Câu 21. Chọn D.**

Số tiền người đó thu được (cả vốn lẫn lãi) sau $N$ năm là $S_N=20000000.(1+12\%)^N$.

Bài ra $S_N=35246000\Rightarrow 20000000.(1+12\%)^N=35246000$

$\Leftrightarrow (1,12)^N=1,7623\Leftrightarrow N=\log_{1,12}1,7623\approx 4,99979.$

**Câu 22. Chọn A.**

Hàm số $f(x)$ lẻ $\Rightarrow f(x)=-f(-x)\Rightarrow \int\limits_{-2}^{2} f(x)dx=\int\limits_{-2}^{2} -f(-x)dx$ (1)

Xét tích phân $A=\int\limits_{-2}^{2} -f(-x)dx$, đặt $-x=t\Rightarrow x=-t$.

Khi $x=-2\Rightarrow t=2$; $x=2\Rightarrow t=-2$. Do đó $A=-\int\limits_{-2}^{2} -f(t)d(-t)=-\int\limits_{-2}^{2} f(t)dt=-\int\limits_{-2}^{2} f(x)d(x)$.

Thế vào (1) ta được $\int\limits_{-2}^{2} f(x)dx=-\int\limits_{-2}^{2} f(x)dx\Leftrightarrow 2\int\limits_{-2}^{2} f(x)dx=0\Leftrightarrow \int\limits_{-2}^{2} f(x)dx=0$.

**Câu 23. Chọn B.**

Ta có: $F(x)=\int \frac{\tan^{1000}x}{\cos^2 x}dx=\int \tan^{1000}x\,dx(\tan x)=\frac{\tan^{1001}}{1001}+C$.

**Câu 24. Chọn A.**

Từ thời điểm 0 (s) đến thời điểm 2 (s) người đẹp Đỗ Mỹ Linh đi được quãng đường $S_1=\int\limits_0^2 (-t_1+2)d(t_1)=\left(-\frac{t_1^2}{2}+2t_1\right)\Big|_0^2=2$ (m).

Từ thời điểm 0 (s) đến thời điểm 2 (s) người đẹp Ngô Thanh Thanh Tú đi được quãng đường: $S_2=\int\limits_0^2 (-2t_2+3)d(t_2)=\left(-t_2^2+3t_2\right)\Big|_0^2=2$ (m).

Từ thời điểm 0 (s) đến thời điểm 2 (s) người đẹp Huỳnh Thị Thùy Dung đi được quãng đường: $S_3=\int\limits_0^2 (-2t_3+4)d(t_3)=\left(-t_3^2+4t_3\right)\Big|_0^2=4$ (m).

Do đó $S_h=S_1+S_2+S_3=2+2+4=8$ (m).

**Câu 25. Chọn C.**

Ta có: $\int\limits_1^m \left(x^3-6x\right)dx=\left(\frac{x^4}{4}-3x^2\right)\Big|_1^m=\frac{m^4}{4}-3m^2-\left(\frac{1}{4}-3\right)=\frac{875}{4}$

$\Leftrightarrow m^4-12m^2-1+12=875\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2=36\\ m^2=-24\end{array}\right.\Leftrightarrow m^2=36\Leftrightarrow m=\pm 6$.

Bài ra $m\in\mathbb{N}^*\Rightarrow m=6$ thỏa mãn bài toán.

**Câu 26. Chọn C.**

Ta có: $I=\int\limits_0^{1000} (2x-1)e^x dx=\int\limits_0^{1000} (2x-1)d\left(e^x\right)$

$$=\left[(2x-1)e^x\right]\Big|_0^{1000}-\int_0^{1000}e^x d(2x-1)=1999e^{1000}+1-2\int_0^{1000}e^x dx$$

$$=1999e^{1000}+1-\left(2e^x\right)\Big|_0^{1000}=1999e^{1000}+1-2e^{1000}+2=1997e^{1000}+3.$$

**Câu 27. Chọn B.**

Ta có: $x^2-2xy=x^3-y^2 \Leftrightarrow (y-x)^2=x^3 \Leftrightarrow y-x=\pm\sqrt{x^3}$ (với $x\ge 0$)

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=x+\sqrt{x^3} \\ y=x-\sqrt{x^3}\end{array}\right. \ (x\ge 0).$$

Diện tích cần tính là:

$$S=\int_0^2\left|\left[\left(x+\sqrt{x^3}\right)-\left(x-\sqrt{x^3}\right)\right]\right|dx=\int_0^2\left|2\sqrt{x^3}\right|dx=\int_0^2 2x^{\frac{3}{2}}dx=2.\frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}}\Bigg|_0^2=\frac{4}{5}.2^{\frac{5}{2}}=\frac{16\sqrt{2}}{5}.$$

**Câu 28. Chọn D.**

Thể tích cần tính là $V=\pi\int_1^2 \ln^2 x dx$.

$$\text{Ta có: } I=\int_1^2 \ln^2 x dx=\left(x\ln^2 x\right)\Big|_1^2-\int_1^2 xd\left(\ln^2 x\right)=2\ln^2 2-\int_1^2 x.2\ln x.\frac{1}{x}dx=2\ln^2 2-2\int_1^2 \ln x dx$$

$$=2\ln^2 2-(2x\ln x)\Big|_1^2+2\int_1^2 xd(\ln x)=2\ln^2 2-4\ln 2+2\int_1^2 x.\frac{1}{x}dx=2\ln^2 2-4\ln 2+(2x)\Big|_1^2$$

$=2\ln^2 2-4\ln 2+2=2\left(\ln^2 2-2\ln 2+1\right)=2(1-\ln 2)^2$. Do đó $V=2\pi(1-\ln 2)^2$.

**Câu 29. Chọn D.**

Rõ ràng A, B, C đúng. Số phức $z$ có phần thực là $a$ và phần ảo là $b \Rightarrow$ D sai.

**Câu 30. Chọn B.**

$$\text{Ta có: } \frac{z_1+z_2}{z_2}=\frac{2+3i+1-i}{1-i}=\frac{3+2i}{1-i}=\frac{(3+2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{1+5i}{2}=\frac{1}{2}+\frac{5}{2}i$$

$$\Rightarrow P=\left|\frac{z_1+z_2}{z_2}\right|=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{26}}{2}.$$

**Câu 31. Chọn A.**

Giả sử $z=a+bi$ $(a,\ b\in\mathbb{R})\Rightarrow \bar{z}=a-bi$. Bài ra, ta có: $a-bi+2(a+bi)=(1-2i)^2(2+i)$

$$\Leftrightarrow 3a+bi=(-3-4i)(2+i)\Leftrightarrow 3a+bi=-2-11i \Leftrightarrow \begin{cases}3a=-2\\ b=-11\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}a=-\dfrac{2}{3}\\ b=-11\end{cases}\Rightarrow z=-\frac{2}{3}-11i.$$

**Câu 32. Chọn C.**

Ta có $z^3=(x+yi)^3=x^3-3xy^2+\left(3x^2y-y^3\right)i$. Bài ra, ta có:

$$x^3-3xy^2+\left(3x^2y-y^3\right)i=-11-2i\Leftrightarrow\begin{cases}x^3-3xy^2=-11\\3x^2y-y^3=-2\end{cases}\Rightarrow 2(x^3-3xy^2)=11(3x^2y-y^3)$$

$$\Leftrightarrow(2x-y)(x^2-16xy-11y^2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=y\\x^2-16xy-11y^2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=2x\\x=(8\pm5\sqrt{3})y\end{array}\right.$$

Do $x,y\in\mathbb{N}^*\Rightarrow$ loại $x=(8\pm5\sqrt{3})y$.

Với $y=2x$, ta có $6x^3-8x^3=-2\Leftrightarrow x=1\Rightarrow y=2$ thỏa mãn $x,y\in\mathbb{N}^*$.

**Câu 33. Chọn A.**

Ta có: $z=2i^2-3i+\dfrac{-i(3+i)}{-2i^2}=-2-3i+\dfrac{1-3i}{2}=-\dfrac{3}{2}-\dfrac{9}{2}i$.

$\Rightarrow$ phần thực của số phức $z$ là: $-\dfrac{3}{2}$.

**Câu 34. Chọn C.**

Giả sử $w=a+bi$ $(a,\ b\in\mathbb{R})$. Bài ra, ta có: $(3-2i)(a+bi)=iz+2$

$\Leftrightarrow 3a+2b-2+(3b-2a)i=zi\Leftrightarrow z=\dfrac{3a+2b-2+(3b-2a)i}{i}$

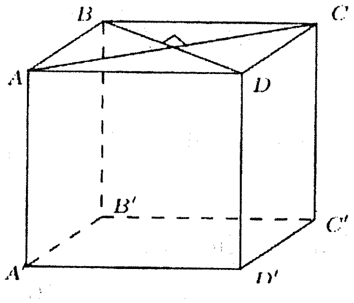
$\Leftrightarrow z=3b-2a-(3a+2b-2)i\Leftrightarrow z-1=3b-2a-1-(3a+2b-2)i$

$\Rightarrow|z-1|=\sqrt{\left(3b-2a-1\right)^2+\left(3a+2b-2\right)^2}$.

Mà $|z-1|=3\Rightarrow\left(3b-2a-1\right)^2+\left(3a+2b-2\right)^2=9\Leftrightarrow 13a^2-8a+13b^2-14b-4=0$

$\Leftrightarrow 13\left(a-\dfrac{4}{13}\right)^2+13\left(b-\dfrac{7}{13}\right)^2=9\Leftrightarrow\left(a-\dfrac{4}{13}\right)^2+\left(b-\dfrac{7}{13}\right)^2=\dfrac{9}{13}$. Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w$ là một đường tròn có tâm $I\left(\dfrac{4}{13};\dfrac{7}{13}\right)$ và bán kính $R=\dfrac{3}{\sqrt{13}}$.

**Câu 35. Chọn D.**




Ta có tứ giác $ABCD$ là hình thoi và có diện tích bằng $S_1\Rightarrow S_1=\dfrac{BD.AC}{2}$.

Lại có $S_2=AC.CC'$, $S_3=BD.DD'$, $S_3=BD.DD'$.

Do đó $V=\dfrac{1}{2}BD.AC.DD'=\dfrac{1}{2}\sqrt{BD.DD'}.\sqrt{AC.DD'}.\sqrt{BD.AC}$

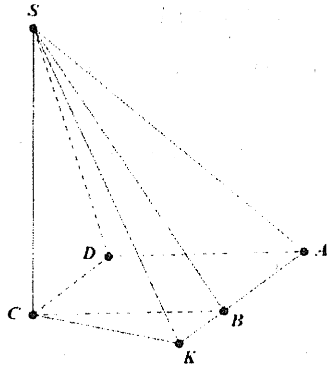
$=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\dfrac{AC.BD}{2}}.\sqrt{BD.DD'}.\sqrt{AC.CC'}=\sqrt{\dfrac{S_1S_2S_3}{2}}$.

**Câu 36. Chọn B.**

Kẻ $SK\perp AB$ $(K\in AB)\Rightarrow\left(\widehat{(SAB);(ABCD)}\right)=\widehat{SKC}=45^0$.

Ta có $\widehat{ABC}=120^0 \Rightarrow \widehat{CBK}=60^0 \Rightarrow CK = CB.\sin 60=\dfrac{3a}{2}$

$\Rightarrow \tan\widehat{SKC}=\tan 45^0 = 1=\dfrac{SC}{CK}=\dfrac{SC}{\frac{3a}{2}} \Rightarrow SC=\dfrac{3a}{2}.$




Lại có $S_{ABCD}=2.\dfrac{1}{2}BC.AB.\sin 120^o=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}a^2$

$\Rightarrow V=\dfrac{1}{3}SC.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3}{2}a.\dfrac{3\sqrt{3}}{2}a^2=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^3.$

**Câu 37. Chọn C.**

Gọi $p$ là nửa chu vi của tam giác đáy $\Rightarrow p=\dfrac{20+21+29}{2}=35$ (cm).

Gọi $S$ là diện tích tam giác đáy, áp dụng công thức Hê rông, ta có:
$S=\sqrt{35(35-20)(35-21)(35-29)}=210\ \left(\text{cm}^2\right).$

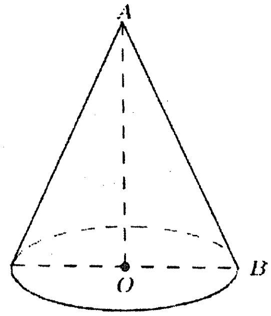
Do đó thể tích hình chóp $V=\dfrac{1}{3}.10.S=700\ \left(\text{cm}^3\right).$

**Câu 38. Chọn A.**

Ta có: $R=OB=\dfrac{50}{2}=25$ (cm).

Áp dụng định lý Pytago vào tam giác vuông $OAB \Rightarrow AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=5\sqrt{34}$ (cm).

Diện tích phần cần phủ là diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq}=\pi Rl=125\sqrt{34}\pi\ \left(\text{cm}^2\right).$

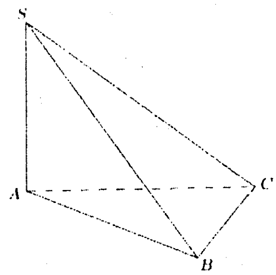



**Câu 39. Chọn B.**

Ta có: $d\left(A;(SBC)\right)=\dfrac{3V_{A.SBC}}{S_{SBC}}$ và $V_{A.SBC}=V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{1}{6}SA.AB.BC.$

Mà $\begin{cases} BC\perp SA \\ BC\perp AB\end{cases} \Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SB \Rightarrow S_{SBC}=\dfrac{1}{2}BC.SB.$

Do đó $d\left(A;(SBC)\right)=\dfrac{3.\frac{1}{6}SA.AB.BC}{\frac{1}{2}BC.SB}=\dfrac{SA.AB}{SB}=\dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2+AB^2}}=\dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}.$



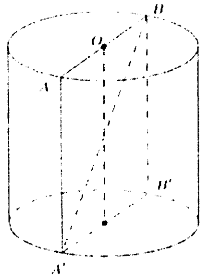

**Câu 40. Chọn C.**

Thể tích của bể $V=20.10.30=6000\ \left(\text{cm}^3\right)=6$ lít.

Do trong một phút bể được bơm vào 6 lít nước và đồng thời lấy ra 4 lít nước nên sau một phút bể có thêm 2 lít nước.

Do đó thời gian $t$ để nước đầy bể là $t=\dfrac{6}{2}=3$ (phút) $=180$ (s).

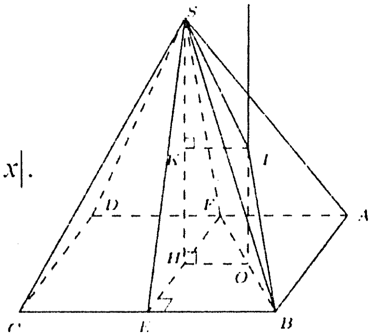
**Câu 41. Chọn D.**



Ta biết thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật nên tứ giác $ABB'A'$ là hình chữ nhật, với $AA'=3$ (m), $A'B'=2R=4$ (m).

Ta có $AB'^2=AA'^2+A'B'^2=9+16=25 \Rightarrow AB'=5$ (m).

**Câu 42. Chọn D.**



Gọi $H$ là trung điểm của cạnh $EF \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Qua trung điểm $O$ của đoạn $BF$, kẻ đường thẳng $d//SH$ thì $d$ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác $EBF$.

Gọi $I \in d$ là tâm mặt cầu cần tìm, đặt $OI=x \Rightarrow SK=|SH-x|$.

Kẻ $IK \perp SH$, theo đề bài thì $SH=a$, $IK=OH=\frac{1}{2}BE=\frac{a}{4}$.

$OB=\frac{1}{2}BF=\frac{1}{2}\sqrt{BE^2+EF^2}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a^2}{4}+a^2}=\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

Ta có $IS=IB \Leftrightarrow IK^2+SK^2=IO^2+OB^2 \Leftrightarrow \frac{a^2}{16}+(a-x)^2=x^2+\frac{5a^2}{16} \Leftrightarrow x=\frac{3a}{8}$

$\Rightarrow$ Bán kính mặt cầu là $R=\sqrt{x^2+\frac{5a^2}{16}}=\frac{a\sqrt{29}}{8}$

$\Rightarrow$ Thể tích khối cầu ngoại tiếp chóp $S.EBF$ là $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{29\sqrt{29}\pi a^3}{384}$.

**Câu 43. Chọn C.**

*Mặt phẳng* $ax+by+cx+d=0$ $(a^2+b^2+c^2>0)$ *có một VTPT là* $\vec{n}=(a;b;c)$.

Dựa vào đó, ta thấy ngay $(P): y-2z+1=0$ *có một VTPT là* $\vec{n}=(0;1;-2)$.

**Câu 44. Chọn B.**

Ta viết lại mặt cầu $(S)$ như sau $(S):(x-1)^2+(y-m)^2+(z+1)^2=4$

$\Rightarrow (S)$ có tâm $I(1;m;-1)$. Bài ra ta cần có $\begin{cases}1=1\\2=m\\-1=-1\end{cases} \Leftrightarrow m=2$.

**Câu 45. Chọn C.**

Ta có: $d(A;(P))=\frac{|-1-2.2+2.1+m|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=\frac{|m-3|}{3}$.

Bài ra $d\left(A;(P)\right)=\dfrac{7}{9}\Rightarrow\dfrac{|m-3|}{3}=\dfrac{7}{9}\Leftrightarrow|m-3|=\dfrac{7}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-3=\dfrac{7}{3}\\ m-3=-\dfrac{7}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\dfrac{16}{3}\\ m=\dfrac{2}{3}\end{array}\right.$

**Câu 46. Chọn B.**

Đường thẳng $d$ qua $A(3;4;2)$ và có một VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(3;2;1)$.

Đường thẳng $\Delta$ có một VTCP là $\overrightarrow{u_2}=(6;4;m)$.

YCBT $\Leftrightarrow\begin{cases}A\notin\Delta\\ \dfrac{6}{3}=\dfrac{4}{2}=\dfrac{m}{1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A\notin\Delta\\ m=2\end{cases}$ (1)

Ta thấy ngay $A(3;4;2)$ không thuộc $\Delta:\dfrac{x-2}{6}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+3}{m}$ vì $\dfrac{3-2}{6}\neq\dfrac{4-1}{4}$.

Khi đó (1) $\Leftrightarrow m=2$, thỏa mãn $m\neq0$.

**Câu 47. Chọn A.**

*Tư tưởng.* Mặt phẳng $(P)$ qua $A$ và nhận $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]$ là một VTPT.

Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(-3;1;2)\\ \overrightarrow{AC}=(-2;4;4)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(-4;8;-10)=-2(2;-4;5)$.

Mặt phẳng $(P)$ nhận $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(-4;8;-10)$ là một VTPT nên nhận $\vec{n}=(2;-4;5)$ là một VTPT, kết hợp với $(P)$ qua $A(2;1;2)$

$\Rightarrow(P):2(x-2)-4(y-1)+5(z-2)=0\Rightarrow(P):2x-4y+5z-10=0$.

***Bình luận:***

**1.** *Thực tế khi chỉ ra được $(P)$ nhận $\vec{n}=(2;-4;5)$ là một VTPT ta đã loại ngay được mặt phẳng $2x-4y-5z+10=0$ và $2x+4y-5z+2=0$. Còn hai mặt phẳng $2x-4y+5z-10=0$ và $2x-4y+5z-12=0$, ta sẽ dùng điều kiện $(P)$ qua $A(2;1;2)$ để kiểm tra. Ta thay tọa độ của điểm A vào hai mặt phẳng thì thấy mặt phẳng $2x-4y+5z-10=0$ qua $A(2;1;2)$ nên đây chính là mặt phẳng cần tìm.*

*Ngoài lời giải trên, ta còn có thể làm cách khác như sau:*

*Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ là một VTPT của $(P)$, $\left(a^2+b^2+c^2>0\right)$.*

*Mà $(P)$ qua $A(2;1;2)\Rightarrow(P):a(x-2)+b(y-1)+c(z-2)=0$*

$\Rightarrow(P):ax+by+cz-2a-b-2c=0$ (1)

*Ta có $(P)$ qua $B(-1;2;4)$, $C(0;5;6)$* $\Rightarrow\begin{cases}-a+2b+4c-2a-b-2c=0\\ 5b+6c-2a-b-2c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3a+b+2c=0\\ -2a+4b+4c=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 3a - 2c \\ -a + 2(3a - 2c) + 2c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3a - 2c \\ 5a = 2c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3a - 5a = -2a \\ 5a = 2c \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{b}{2} = \frac{2c}{5}.$

*Chọn* $c = 5 \Rightarrow a = 2,\ b = -4$ *thỏa mãn* $a^2 + b^2 + c^2 > 0$

*Thế vào (1)* $\Rightarrow (P): 2x - 4y + 5z - 4 + 4 - 10 = 0 \Rightarrow (P): 2x - 4y + 5z - 10 = 0.$

**2.** *Từ* $A(2;1;2),\ B(-1;2;4),\ C(0;5;6)$ *ta viết được ngay phương trình đường thẳng* $AB,\ AC$.

*Đường thẳng* $AB$ *qua* $A(2;1;2)$ *và nhận* $\overrightarrow{AB} = (-3;1;2)$ *là một VTCP*

$\Rightarrow AB: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}.$

*Đường thẳng* $AC$ *qua* $A(2;1;2)$ *và nhận* $\overrightarrow{AC} = (-2;4;4)$ *là một VTCP*

$\Rightarrow AC: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{2}.$

*Khi đó, ta có bài toán biến dạng sau đây:*

**Bài toán biến dạng:**

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng

$d_1: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2},\ d_2: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{2}.$

Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ chứa đường thẳng $d_1$ và $d_2$.

**A.** $2x - 4y + 5z - 10 = 0.$ **B.** $2x - 4y + 5z - 12 = 0.$

**C.** $2x - 4y - 5z + 10 = 0.$ **D.** $2x + 4y - 5z + 2 = 0.$

**Chọn A**

**Câu 48. Chọn D.**

Giả sử $I(a;b;c)$ là tâm của $(S)$, bài ra có $I \in (P) \Rightarrow 2a - 3b + c + 1 = 0$ (1)

Mặt cầu $(S)$ đi qua ba điểm $A,\ B,\ C$ nên $IA = IB = IC$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AI} = (a-2;b-2;c-3) \\ \overrightarrow{BI} = (a-1;b-3;c-7) \\ \overrightarrow{CI} = (a-5;b-6;c-4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AI^2 = (a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 \\ BI^2 = (a-1)^2 + (b-3)^2 + (c-7)^2 \\ CI^2 = (a-5)^2 + (b-6)^2 + (c-4)^2 \end{cases}$

Ép cho $\begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 = (a-1)^2 + (b-3)^2 + (c-7)^2 \\ (a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 = (a-5)^2 + (b-6)^2 + (c-4)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 17 - 4a - 4b - 6c = 59 - 2a - 6b - 14c \\ 17 - 4a - 4b - 6c = 77 - 10a - 12b - 8c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 2b - 8c = -42 \\ 6a + 8b + 2c = 60 \end{cases}$

Kết hợp với (1), ta có hệ $\begin{cases} 2a - 2b - 8c = -42 \\ 6a + 8b + 2c = 60 \\ 2a - 3b + c + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \\ c = 5 \end{cases}$

$\Rightarrow I(3;4;5) \Rightarrow P = x_I^2 + y_I^2 + z_I^2 + \frac{7}{5}y_I z_I = 78.$

**Câu 49. Chọn D.**

Gọi $A = d \cap d_1$, ta có $d_1 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow A(a+2;-a-1;a+1).$

Gọi $B = d \cap d_2$, ta có $d_2 : \begin{cases} x = -1 - t' \\ y = 2 - t' \\ z = 1 + 2t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R}) \Rightarrow B(-b-1;2-b;2b+1).$

Đường thẳng $d$ nhận $\overrightarrow{AB} = (-a-b-3;a-b+3;2b-a)$ là một VTCP.

Mặt phẳng $(P)$ có một VTPT là $\vec{n} = (5;-3;-1)$.

Ta có $d \perp (P) \Leftrightarrow \frac{-a-b-3}{5} = \frac{a-b+3}{-3} = \frac{2b-a}{-1}$.

Do đó $\begin{cases} 3a + 3b + 9 = 5a - 5b + 15 \\ a + b + 3 = 10b - 5a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 8b = -6 \\ 6a - 9b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$

Khi đó $A(3;-2;2)$, $\overrightarrow{AB} = (-5;3;1)$. Đường thẳng $d$ qua $A(3;-2;2)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (-5;3;1)$ là một VTCP $\Rightarrow d : \frac{x-3}{-5} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{1}$.

**Câu 50. Chọn C.**

Giả sử $M(m;0;0)$, $N(0;n;0)$, $P(0;0;p)$, $(m,\ n,\ p > 0) \Rightarrow (P): \frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{p} = 1.$

Điểm $A(1;2;5) \in (P) \Rightarrow \frac{1}{m} + \frac{2}{n} + \frac{5}{p} = 1.$

Ta có $V_{OMNP} = \frac{1}{3}OM.S_{ONP} = \frac{1}{3}OM.\frac{1}{2}ON.OP = \frac{1}{6}mnp.$

Áp dụng BĐT Côsi, ta được:

$$1 = \frac{1}{m} + \frac{2}{n} + \frac{5}{p} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{m}.\frac{2}{n}.\frac{5}{p}} \Rightarrow \frac{10}{mnp} \leq \frac{1}{27} \Rightarrow mnp \geq 270 \Rightarrow V_{OMNP} = \frac{1}{6}mnp \geq 45.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{1}{m} = \frac{2}{n} = \frac{5}{p} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ n = 6 \\ p = 15 \end{cases}$

Khi đó $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{15} = 1 \Rightarrow (P)$ qua $T(-1;6;5)$.

# ĐỀ SỐ 4

**Câu 1. Chọn A.**

Xét $f(x)=0$ thì số nghiệm của phương trình bằng với số điểm mà đồ thị hàm số đó giao với trục hoành.

Nhìn các hình biểu diễn đồ thị ta thấy $f(x)=0$ có ba nghiệm thì đồ thị biểu diễn ở hình 1 và hình 2 là thỏa mãn.

**Câu 2. Chọn B.**

Điều kiện $x \le \frac{1}{3}$. Ta có: $y' = 5x^4 + 3x^2 + \frac{3}{2\sqrt{1-3x}} > 0,\ \forall x \in \left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.

Kết hợp với $y$ liên tục trên $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right] \Rightarrow y$ đồng biến trên $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right]$.

**Câu 3. Chọn A.**

Điều kiện $x>0$. Đạo hàm $y' = \frac{1-\ln x}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 1-\ln x = 0 \Leftrightarrow x = e$.

Ta thấy tại $x=e$ đạo hàm của hàm số đổi dấu từ "+" sang "−".

Do đó hàm số đạt cực đại tại $x = e \Rightarrow y_{CD} = y(e) = \frac{1}{e}$.

**Câu 4.**

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 5-x \ge 0 \\ x-3>0 \\ \ln(x-3) \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < x \le 5 \\ x \ne 4 \end{cases}$

**Câu 5. Chọn C.**

Đáp án A sai vì trên mỗi khoảng $(-\infty;5)$, $(5;10)$, $(10;+\infty)$ thì $y'<0$.

Đáp án B sai vì khi $m-1=1 \Leftrightarrow m=2$ thì phương trình $f(x)=m-1$ chỉ có duy nhất một nghiệm và nghiệm đó thuộc khoảng $(5;10)$.

Đáp án C đúng vì:

$\lim\limits_{x\to\infty} y = 1 \Rightarrow y=1$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\begin{cases} \lim\limits_{x\to 5^-} y = -\infty \\ \lim\limits_{x\to 5^+} y = +\infty \end{cases} \Rightarrow x=5$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\begin{cases} \lim\limits_{x\to 10^-} y = -\infty \\ \lim\limits_{x\to 10^+} y = +\infty \end{cases} \Rightarrow x=10$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Đáp án D sai vì đồ thị hàm số chỉ cắt $Ox$ tại hai điểm phân biệt.

**Câu 6. Chọn B.**

Rõ ràng 1 đúng.

Khẳng định 2 sai vì $x_0$ không cần thiết phải là nghiệm của đạo hàm do chỉ cần qua $x_0$ đạo hàm đổi dấu từ "+" sang "−" hoặc từ "−" sang "+" là được.

Khẳng định 3 sai vì nếu $f'(x)=0$ có nghiệm $x_0$ với $x_0$ là nghiệm kép của $f'(x)=0$ thì $f''(x_0)=0$ nhưng $x_0$ không là điểm cực trị của hàm số vì qua $x_0$ đạo hàm không đổi dấu.

Khẳng định 4 sai vì với $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$ thì qua $x_0$ đạo hàm đổi dấu từ "−" sang "+" $\Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại $x_0$.

**Câu 7. Chọn D.**

Hàm số đã xác định và liên tục trên đoạn $[-1;3]$.

$$f'(x)=\frac{(2x+4)(x+3)-(x^2+4x+2)}{(x+3)^2}=\frac{x^2+6x+10}{(x+3)^2}>0,\ \forall x\in(-1;3).$$

Ta có: $f(-1)=-\frac{1}{2}$; $f(3)=\frac{23}{6}\Rightarrow \max\limits_{[-1;3]} f(x)=\frac{26}{3}$.

**Câu 8. Chọn D.**

*Điều kiện cần.*

Giả sử hàm số đạt cực đại tại $x=2\Rightarrow f'(2)=0$.

Ta có: $f'(x)=3x^2-6xm+m-1\Rightarrow f'(2)=11-11m=0\Rightarrow m=1$.

Đến đây nhiều bạn chọn luôn A nhưng chưa chắc vì với $m=1$ thì $x=2$ cũng có thể là điểm cực tiểu của hàm số và thậm chí còn không phải là điểm cực trị nếu $x=2$ là nghiệm kép của phương trình $f'(x)=0$.

*Điều kiện đủ.*

Thử lại, với $m=1$ thì $f''(2)=6.2-6=6>0\Rightarrow x=2$ là điểm cực tiểu của hàm số.

**Câu 9. Chọn A.**

Điều kiện $\begin{cases}4-x^2\ge 0\\ x^2-3x-4\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2\le x\le 2\\ x\ne -1\end{cases}$

Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=-\infty\Rightarrow x=-1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số và cũng là tiệm cận duy nhất của đồ thị hàm số.

**Câu 10. Chọn B.**

Gọi $V$ là thể tích của thùng, $c$ là chi phí trên mỗi một đơn vị diện tích để làm mặt bên của thùng ($V$ và $c$ là các hằng số).

Chi phí để làm thùng là $(2\pi rh).c+Nc.(2\pi r^2)$, trong đó $h$ và $r$ là các biến.

Ta có mối liên hệ giữa hai biến $h$ và $r$ được cung cấp bởi $V=\pi r^2h$.

Sử dụng mối quan hệ này để loại bỏ $h$ (cũng có thể loại bỏ $r$ nhưng sẽ dễ dàng hơn khi loại bỏ $h$ vì $h$ chỉ xuất hiện một lần trong công thức tính chi phí).

Chi phí sản xuất là $f(r)=2\pi rc\dfrac{V}{\pi r^2}+Nc2\pi r^2=\dfrac{2cV}{r}+2Nc\pi r^2$.

Đạo hàm $f'(r)=4Nc\pi r-\dfrac{2cV}{r^2}=0\Leftrightarrow r=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2N\pi}}$.

Từ đó với $r=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2N\pi}}$ thì $f(r)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lại có $V=\pi r^2h\Rightarrow f(r)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $r=\sqrt[3]{\dfrac{r^2h}{2N}}\Leftrightarrow\dfrac{h}{r}=2N$.

**Câu 11. Chọn C.**

Bài ra ta có ngay $ax_0^2+bx_0+c=0$. Do $a\neq 0\Rightarrow x_0^2=-\left(\dfrac{b}{a}x_0+\dfrac{c}{a}\right)$.

$$\left|x_0^2\right|=\left|-\left(\frac{b}{a}x_0+\frac{c}{a}\right)\right|\leq\left|\frac{b}{a}x_0\right|+\left|\frac{c}{a}\right|\leq M\left(\left|x_0\right|+1\right)\Rightarrow M\geq\frac{x_0^2}{\left|x_0\right|+1}.$$

Ta có $f(x)=Mx\Rightarrow f'(x)=M$. Đạo hàm $g'(x)=-f'(x)+a$.

Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow g'(x)=-f'(x)+a\leq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow -M+a\leq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow a\leq M,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow a\leq\frac{x_0^2}{\left|x_0\right|+1}.$$

**Câu 12. Chọn D.**

ĐK: $\begin{cases}2x-1>0\\x+3>0\\x^2+3>0\end{cases}\Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$ (*). Khi đó $\log_2(2x-1)+\log_2(x+3)=\log_2\left(x^2+3\right)$

$$\Leftrightarrow\log_2\left[(2x-1)(x+3)\right]=\log_2\left(x^2+3\right)\Leftrightarrow(2x-1)(x+3)=x^2+3\Leftrightarrow x^2+5x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-6\end{array}\right.$$

Kết hợp với (*) ta được $x=1$ là nghiệm duy nhất của phương trình đã cho.

**Câu 13. Chọn A.**

Ta có: $y=12^{\tan x}\Rightarrow y'=12^{\tan x}.\dfrac{1}{\cos^2 x}\ln 12=\dfrac{12^{\tan x}\ln 12}{\cos^2 x}$.

**Câu 14. Chọn B.**

ĐK: $\begin{cases}x^2-9>0\\x-3>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2>9\\x>3\end{cases}\Leftrightarrow x>3$ (*). Khi đó $\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2-9\right)-\log_{\frac{1}{3}}(x-3)<1000$

$$\Leftrightarrow\log_{\frac{1}{3}}\frac{x^2-9}{x-3}<1000\Leftrightarrow\log_{\frac{1}{3}}(x+3)<1000$$

$$\Leftrightarrow x+3>\left(\frac{1}{3}\right)^{1000} \Leftrightarrow x>\frac{1}{3^{1000}}-3.$$

Kết hợp với (*) ta được $x>3$ thỏa mãn.

**Câu 15. Chọn C.**

Hàm số $y=\left(x^2-6x+8\right)^{\frac{1}{1000}}$ xác định $\Leftrightarrow x^2-6x+8>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>4 \\ x<2 \end{array}\right.$

**Câu 16. Chọn D.**

Xét đáp án A, ta có $f(x)>1 \Leftrightarrow \frac{2^x}{7^{x+1}}>1 \Leftrightarrow 2^x>7^{x+1}$

$\Leftrightarrow \log_7 2^x>\log_7 7^{x+1} \Leftrightarrow x\log_7 2>x+1 \Rightarrow$ A đúng.

Xét đáp án B, ta có $f(x)>1 \Leftrightarrow \frac{2^x}{7^{x+1}}>1 \Leftrightarrow 2^x>7^{x+1}$

$\Leftrightarrow \log_2 2^x>\log_2 7^{x+1} \Leftrightarrow x>(x+1)\log_2 7 \Rightarrow$ B đúng.

Xét đáp án C, ta có $f(x)>\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2^x}{7^{x+1}}>\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{2^{x+1}}{7^{x+1}}>1 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{7}\right)^{x+1}>1 \Leftrightarrow x+1<0 \Leftrightarrow x<-1 \Rightarrow$ C đúng.

Đến đây, ta chọn ngay được D là đáp án đúng.

Xét đáp án D, ta có $f(x)>\frac{1}{7} \Leftrightarrow \frac{2^x}{7^{x+1}}>\frac{1}{7} \Leftrightarrow \frac{2^x}{7^x}>1 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{7}\right)^x>1 \Leftrightarrow x<0 \Rightarrow$ D sai.

**Câu 17. Chọn B.**

Với $a, b, c>0$ và $a\neq 1$, ta có $\log_a(abc)=\log_a a+\log_a b+\log_a c=1+2\log_{a^2} b+\frac{1}{2}\log_a c^2$.

**Câu 18. Chọn C.**

Ta có: $y=\frac{x}{\ln\left(x^2+1\right)^{1000}}=\frac{x}{1000\ln\left(x^2+1\right)}=\frac{1}{1000}.\frac{x}{\ln\left(x^2+1\right)}$

$$\Rightarrow y'=\frac{1}{1000}.\frac{\ln\left(x^2+1\right)-x.\frac{2x}{x^2+1}}{\ln^2\left(x^2+1\right)}=\frac{\left(x^2+1\right)\ln\left(x^2+1\right)-2x^2}{1000\left(x^2+1\right)\ln^2\left(x^2+1\right)}.$$

**Câu 19. Chọn A.**

ĐK: $x>0$, khi đó $P=\log_3 x^2+\log_{\frac{1}{3}} x^3-\log_9 x+\log_{\sqrt{3}} x=2\log_3 x+3\log_{3^{-1}} x-\log_{3^2} x+\log_{3^{\frac{1}{2}}} x$

$$=2\log_3 x+\frac{3}{-1}\log_3 x-\frac{1}{2}\log_3 x+\frac{1}{\frac{1}{2}}\log_3 x=\frac{\log_3 x}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}.$$

**Câu 20. Chọn B.**

Với $a, b > 0$, ta có: $x = 1000\log_{2^{1000}}\left(a^2+b^2\right) = 1000.\dfrac{1}{1000}\log_2\left(a^2+b^2\right) = \log_2\left(a^2+b^2\right)$.

$$y = \frac{1}{1000}\log_2(a+b)^{1000} = \frac{1}{1000}.1000\log_2(a+b) = \log_2(a+b)$$

Xét hiệu $x-2y+1 = \log_2\left(a^2+b^2\right) - 2\log_2(a+b) + \log_2 2 = \log_2\left[2\left(a^2+b^2\right)\right] - \log_2(a+b)^2$ (1)

Lại có $2\left(a^2+b^2\right)-(a+b)^2 = (a-b)^2 \ge 0 \Rightarrow 2\left(a^2+b^2\right) \ge (a+b)^2 > 0$.

Khi đó từ (1) $\Rightarrow x-2y+1 \ge 0 \Rightarrow x-2y \ge -1$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b > 0$.

**Câu 21. Chọn A.**

Từ năm 2015 đến năm 2025 là 10 năm.

Khi đó dự đoán dân số Việt Nam năm 2025 là $91,7.e^{10.1,5\%} \approx 106,54$ triệu người.

**Câu 22. Chọn B.**

Ta có $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)dx = \int_{-2}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{2} f(x)dx$ (1)

Xét tích phân $A = \displaystyle\int_{-2}^{0} f(x)dx$, đặt $x = -t$. Khi $x=-2 \Rightarrow t=2$; $x=0 \Rightarrow t=0$.

Do đó $A = -\displaystyle\int_{0}^{2} f(-t)d(-t) = \int_{0}^{2} f(-t)dt = \int_{0}^{2} f(-x)dx$.

Hàm số $f(x)$ chẵn $\Rightarrow f(-x) = f(x) \Rightarrow A = \displaystyle\int_{0}^{2} f(x)dx$.

Thế vào (1), ta được: $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)dx = \int_{0}^{2} f(x)dx + \int_{0}^{2} f(x)dx = 2\int_{0}^{2} f(x)dx$.

**Câu 23. Chọn C.**

Ta có: $H = \displaystyle\int\left[\frac{2^{1000}}{2x-1} + \frac{3^{1000}}{(3x-1)^2}\right]dx = 2^{1000}\int\frac{1}{2x-1}dx + 3^{1000}\int\frac{1}{(3x-1)^2}dx$

$$= 2^{1000}.\frac{1}{2}\ln|2x-1| + 3^{1000}.\frac{-1}{3x-1}.\frac{1}{3} + C = 2^{999}\ln|2x-1| - \frac{3^{999}}{3x-1} + C.$$

**Câu 24. Chọn B.**

Gọi $v(t)$ là vận tốc của vật, ta có $v'(t) = a(t) = 2t + t^2 \Rightarrow v(t) = \displaystyle\int\left(2t+t^2\right)dt = t^2 + \frac{t^3}{3} + C$.

Do $v(0) = 10 \Rightarrow 0+0+C = 10 \Leftrightarrow C = 10 \Rightarrow v(t) = t^2 + \dfrac{t^3}{3} + 10$.

Khi đó $S = \displaystyle\int_0^{12}\left(t^2 + \frac{t^3}{3} + 10\right)dt = \left.\left(\frac{t^3}{3} + \frac{t^4}{12} + 10t\right)\right|_0^{12} = 2424$ (m).

**Câu 25. Chọn D.**

Ta có: $(\sin x+\cos x)'=\cos x-\sin x$.

Phân tích $\sin x+11\cos x=m(\cos x-\sin x)+n(\sin x+\cos x)=(n-m)\sin x+(m+n)\cos x$

$$\Rightarrow\begin{cases}n-m=1\\m+m=11\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=5\\n=6\end{cases}\Rightarrow \sin x+11\cos x=5(\cos x-\sin x)+6(\sin x+\cos x).$$

Do đó $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x+11\cos x}{\sin x+\cos x}dx=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{5(\cos x-\sin x)+6(\sin x+\cos x)}{\sin x+\cos x}dx$

$$=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}6dx+\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{5(\cos x-\sin x)}{\sin x+\cos x}dx=\frac{6\pi}{4}+5\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{\sin x+\cos x}d(\sin x+\cos x)$$

$$=\frac{3\pi}{2}+5\ln|\sin x+\cos x|\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{3\pi}{2}+5\ln\sqrt{2}=\frac{3\pi}{2}+\frac{5}{2}\ln 2.$$

**Câu 26. Chọn D.**

Đặt $x=\frac{\pi}{2}-t\Rightarrow \sin x=\sin\left(\frac{\pi}{2}-t\right)=\cos t$ và $\cos x=\cos\left(\frac{\pi}{2}-t\right)=\sin t$.

Khi $x=0\Rightarrow t=\frac{\pi}{2}$; $x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=0$.

Do đó $I=-\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^{1000}t}{\cos^{1000}t+\sin^{1000}t}d\left(\frac{\pi}{2}-t\right)=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^{1000}t}{\cos^{1000}t+\sin^{1000}t}dt=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^{1000}x}{\cos^{1000}x+\sin^{1000}x}dx$

Như vậy $2I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{1000}x}{\sin^{1000}x+\cos^{1000}x}dx+\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^{1000}x}{\sin^{1000}x+\cos^{1000}x}dx$

$$=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{1000}x+\cos^{1000}x}{\sin^{1000}x+\cos^{1000}x}dx=\frac{\pi}{2}\Rightarrow I=\frac{\pi}{4}.$$

**Câu 27. Chọn C.**

Ta có: $4x=y^2\Leftrightarrow y=\pm2\sqrt{x}$ (với $x\ge0$). Lại có $4y=x^2\Leftrightarrow y=\frac{x^2}{4}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=2\sqrt{x}$ và $y=\frac{x^2}{4}$ là:

$$2\sqrt{x}=\frac{x^2}{4}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=0\\x\sqrt{x}=8\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$$

Diện tích cần tính là $S=\int\limits_0^4\left|2\sqrt{x}-\frac{x^2}{4}\right|dx$. Rõ ràng trên khoảng $(0;4)$ phương trình

$2\sqrt{x}-\frac{x^2}{4}=0$ vô nghiệm. $\Rightarrow S=\left|\int\limits_0^4\left(2\sqrt{x}-\frac{x^2}{4}\right)dx\right|$.

Ta có: $\int_0^4 \left(2\sqrt{x}-\frac{x^2}{4}\right)dx = \int_0^4 \left(2x^{\frac{1}{2}}-\frac{x^2}{4}\right)dx = \left(\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}-\frac{x^3}{12}\right)\Bigg|_0^4 = \frac{16}{3} \Rightarrow S=\frac{16}{3}$.

**Câu 28. Chọn A.**

Thể tích cần tính là $V=\pi\int_0^1\left(xe^{\frac{x}{2}}\right)^2dx=\pi\int_0^1 x^2e^x dx$.

Ta có: $I=\int_0^1 x^2e^xdx=\int_0^1 x^2d\left(e^x\right)=\left(e^xx^2\right)\Big|_0^1-\int_0^1 e^xd\left(x^2\right)$

$=e-\int_0^1 e^x.2xdx=e-2\int_0^1 xd\left(e^x\right)=e-\left(2xe^x\right)\Big|_0^1+2\int_0^1 e^xdx=e-2e+\left(2e^x\right)\Big|_0^1=-e+2e-2=e-2.$

Do đó $V=\pi\left(e-2\right)$.

**Câu 29. Chọn A.**

Ta có: $z=\left(6+4\right)+\left(9-8\right)i=10+i\Rightarrow z$ có phần thực là 10.

**Câu 30. Chọn D.**

Ta có: $z=(2+3i)(1+i)^2=(2+3i).2i=-6+4i\Rightarrow|z|=\sqrt{(-6)^2+4^2}=2\sqrt{13}.$

**Câu 31. Chọn A.**

Giả sử $z=a+bi\ \ (a,\ b\in\mathbb{R})\Rightarrow z^2=a^2-b^2+2abi.$

Khi đó $z^2$ là một số ảo khi $a^2-b^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b\\a=-b\end{array}\right.$

Do đó quỹ tích các điểm biểu diễn $z$ thỏa mãn đề bài là đường thẳng $y=x$ và $y=-x$.

**Câu 32. Chọn C.**

Giả sử $z=a+bi\ \ (a,\ b\in\mathbb{R})\Rightarrow zi-(-3+i)=-b+3+(a-1)i.$

Do đó $|zi-(-3+i)|=2\Leftrightarrow(a-1)^2+(b-3)^2=4.$

Vậy quỹ tích của $z$ là đường tròn tâm $I(1;3)$ bán kính bằng 2.

Từ đó ta thấy ngay loại đi hình 1, hình 3 và hình 4 và chỉ có hình 2 là thỏa mãn.

**Câu 33. Chọn B.**

Ta có: $z^2-3z+4=0\Leftrightarrow\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=-\frac{7}{4}=\frac{7}{4}i^2\Leftrightarrow z=\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{7}}{2}i$

$\Rightarrow|z_1|+|z_2|=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2}+\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(-\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2}=4.$

**Câu 34. Chọn D.**

Giả sử $z=a+bi\ \ (a,\ b\in\mathbb{R})\Rightarrow\overline{z}=a-bi$. Bài ra, ta có: $(a-bi)(3+2i)-1=\left(a+bi\right)\left(2+3i\right)$

$\Leftrightarrow 3a+2b-1+(2a-3b)i=2a-3b+(3a+2b)i\Leftrightarrow a+5b-1-(a+5b)i=0.$

Suy ra không tồn tại số phức $z$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

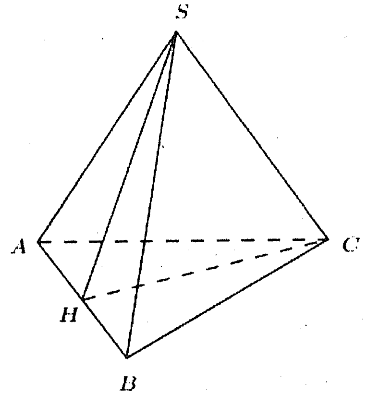
**Câu 35. Chọn B.**

Áp dụng định lý Pytago ta có $A'B'^2 + A'D'^2 = B'D'^2$

$\Rightarrow 5A'B'^2 = B'D'^2 = 5a^2 \Rightarrow A'D' = 2A'B' = 2AA' = 2a$.

Do đó thể tích của hình hộp chữ nhật là $V = AA'.A'B'.A'D' = 2a^3$.

**Câu 36. Chọn C.**




Gọi $H$ là trung điểm của cạnh $AB \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Ta có: $\Delta SAB$ đều $\Rightarrow SH = \frac{\sqrt{3}}{2}SA = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Tam giác $ABC$ cân tại $C \Rightarrow CH \perp AB$.

Góc hợp giữa $SC$ và mặt đáy bằng

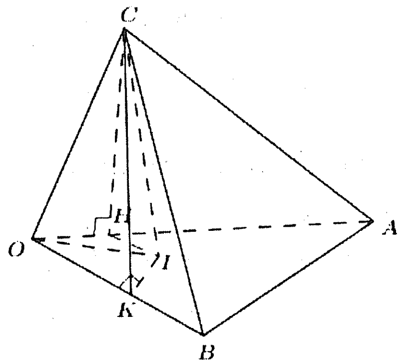
$30^0 \Rightarrow \widehat{SCH} = 30^0 \Rightarrow HC = \frac{SH}{\tan 30^0} = \frac{3}{2}a$.

Do đó $V_{SABC} = \frac{1}{3}SH.\frac{1}{2}AB.CH = \frac{1}{6}.\frac{\sqrt{3}}{2}a.\frac{3}{2}a.a = \frac{\sqrt{3}}{8}a^3$.

**Câu 37. Chọn D.**

Kẻ $CI \perp (OAB) \Rightarrow OI$ là đường kính đường tròn ngoại tiếp $\Delta OHK$.

Ta có $HK^2 = OK^2 + OH^2 - 2OK.OH.\cos 60^0 = \frac{2c^2}{4} + \frac{3c^2}{4} - \frac{c^2\sqrt{6}}{4} = \frac{\left(5-\sqrt{6}\right)c^2}{4}$.




Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\Delta OHK$ là:

$R = \frac{HK}{2\sin 60^0} = \frac{c\sqrt{5-\sqrt{6}}}{2\sqrt{3}}$.

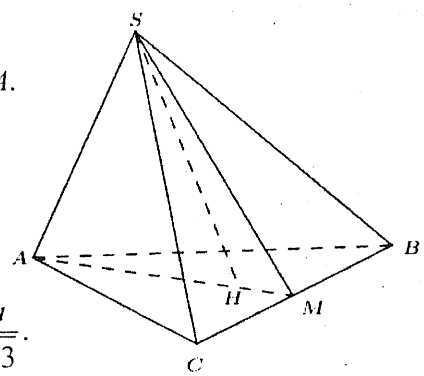
Lại có $CI^2 = OC^2 - OI^2 = c^2 - 4R^2 = \frac{c^2\left(\sqrt{6}-2\right)}{3}$

$\Rightarrow CI = \frac{c\sqrt{\sqrt{6}-2}}{\sqrt{3}}$. Do đó $V_{OABC} = \frac{1}{3}CI.S_{OAB} = \frac{abc\sqrt{\sqrt{6}-2}}{12}$.

**Câu 38. Chọn B.**

**Cách 1.** Gọi $H$ là chân đường cao hạ từ $S$ xuống $(ABC)$ và $M = AH \cap BC$.

Ta có: $SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp BC \Rightarrow BC \perp SH$.




Lại có $\begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC) \Rightarrow SA \perp BC \Rightarrow BC \perp SA$.

Như vậy $\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM$.

Từ $SA \perp (SBC) \Rightarrow SA \perp SM$

$\Rightarrow \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SM^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow h = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

**Cách 2.** Ta có ngay $h = \dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}}$.

Theo định lí Pytago ta dễ dàng có được $AB = BC = CA = a\sqrt{2}$

$\Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC\sin 60^0 = \dfrac{1}{2}.2a^2.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Lại có $3V_{S.ABC} = 3V_{A.SBC} = AS.S_{SBC} = a.\dfrac{1}{2}a.a = \dfrac{a^3}{2} \Rightarrow h = \dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = \dfrac{\dfrac{a^3}{2}}{\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$

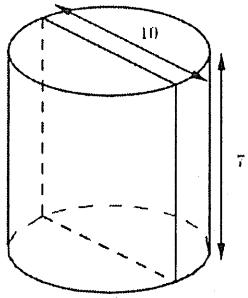
**Câu 39. Chọn A.**

Tam giác $ABC$ vuông tại $A \Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a$.

Khi quay tam giác $\Delta ABC$ quanh trục $AC$ ta được hình nón có bán kính đường tròn đáy $R = AB = a$, đường sinh $l = BC = 2a$ và đường cao $h = AC = a\sqrt{3}$.

Do đó diện tích xung quanh $S_{xq} = \pi Rl = 2a^2\pi$.

**Câu 40. Chọn C.**




Bán kính đường tròn đáy hình trụ $R = 5$ và khoảng cách giữa hai đáy $h = 7$.

Do đó diện tích toàn phần của hình trụ

$S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi R(R + h) = 120\pi$.

**Câu 41. Chọn D.**

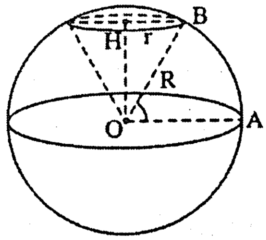
Một đường tròn có bán kính $r$ thì có chu vi và diện tích lần lượt là:

$C = 2\pi r,\ S = \pi r^2 \Rightarrow S = \dfrac{C^2}{4\pi}$.

Gọi chiều dài miếng tôn là $a$ thì tổng diện tích đáy của những thùng tôn trong hai trường hợp là $S_1 = 2.\dfrac{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}{4\pi} = \dfrac{a^2}{8\pi}$; $S_2 = \dfrac{\left(\dfrac{a}{4}\right)^2}{4\pi} + \dfrac{\left(\dfrac{3a}{4}\right)^2}{4\pi} = \dfrac{5a^2}{32\pi}$.

Do các thùng tôn tạo ra cùng chiều cao $h = 50$ (cm) $\Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{h.S_1}{h.S_2} = \dfrac{\dfrac{a^2}{8\pi}}{\dfrac{5a^2}{32\pi}} = \dfrac{4}{5}$.

**Câu 42. Chọn C.**




Do $d < R$ nên quỹ tích các điểm chung giữa $(Q)$ và $(S)$ nằm trên đường tròn đường bán kính $r = \sqrt{R^2 - h^2} \Rightarrow$ có vô số điểm chung giữa $(Q)$ và $(S)$.

**Câu 43. Chọn D.**

*Mặt phẳng* $ax+by+cx+d=0\ \left(a^2+b^2+c^2>0\right)$ *có một VTPT là* $\vec{n}=(a;b;c)$.

Dựa vào đó, ta thấy ngay $(P):3x-4y+5z-2=0$ có một VTPT là $\vec{n}=(3;-4;5)$.

**Câu 44. Chọn C.**

Ta viết lại mặt cầu $(S)$ như sau $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=m^2+1$

$\Rightarrow (S)$ có bán kính $R=\sqrt{m^2+1}$.

Bài ra ta cần có $\sqrt{m^2+1}=3 \Leftrightarrow m^2+1=9 \Leftrightarrow m^2=8 \Leftrightarrow m=\pm 2\sqrt{2}$.

**Câu 45. Chọn D.**

Ta có: $d\left(A;(P)\right)=\dfrac{|1+2m+2.1+3|}{\sqrt{1^2+m^2+2^2}}=\dfrac{|2m+6|}{\sqrt{m^2+5}}$.

Bài ra $d\left(A;(P)\right)=\dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{|2m+6|}{\sqrt{m^2+5}}=\dfrac{2}{3} \Leftrightarrow \sqrt{m^2+5}=3|m+3|$

$$\Leftrightarrow m^2+5=9\left(m^2+6m+9\right) \Leftrightarrow 8m^2+54m+76=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=-\dfrac{19}{4} \end{array}\right.$$

**Câu 46. Chọn C.**

Đường thẳng $d$ có một VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(2;-3;0)$.

Đường thẳng $\Delta$ có một VTCP là $\overrightarrow{u_2}=(1;m;-2)$.

YCBT $\Leftrightarrow \overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}=0 \Leftrightarrow 2-3m+0=0 \Leftrightarrow m=\dfrac{2}{3}$, thỏa mãn $m\neq 0$.

**Câu 47. Chọn B.**

Ta có $(Q)//(P):2x-3y+6z-5=0 \Rightarrow (Q):2x-3y+6z+m=0\ (m\neq -5)$.

Lại có $(Q)$ qua $A(2;-3;1) \Rightarrow 2.2-3.(-3)+6.1+m=0 \Leftrightarrow m=-19$, thỏa mãn $m\neq -5$.

$\Rightarrow (Q):2x-3y+6z-19=0$.

**Câu 48. Chọn A.**

Gọi $R$ là bán kính của mặt cầu $(S)$ và gọi $N$ là trung điểm của cạnh $AB$

$\Rightarrow NA=NB=\dfrac{AB}{2}=5$.

Tam giác $IAB$ cân tại $I$ có $N$ là trung điểm của cạnh $AB \Rightarrow IN\perp AB$

$\Rightarrow R^2=IA^2=AN^2+IN^2=25+\left[d(I;d)\right]^2$.

Ta có $d$ qua $M(1;0;0)$ và có một VTCP là $\vec{u}=(1;-1;1) \Rightarrow d(I;d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IM};\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}$.

Lại có $\overrightarrow{IM} \Rightarrow \left[\overrightarrow{IM};\vec{u}\right] = (-1;-2;-1) \Rightarrow \left|\left[\overrightarrow{IM};\vec{u}\right]\right| = \sqrt{(-1)^2+(-2)^2+(-1)^2} = \sqrt{6}.$

Từ $\vec{u} = (1;-1;1) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{1^2+(-1)^2+1^2} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow d(I;d) = \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2} \Rightarrow R^2 = 25+2 = 27 \Rightarrow R = 3\sqrt{3}.$

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-1;2)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$

$\Rightarrow (S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2 = \left(3\sqrt{3}\right)^2 = 27.$

***Bình luận:***

*Ngoài cách tính IM như trên, ta còn cách khác như sau: Ta có* $d:\begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

*Do* $M \in d \Rightarrow M(1+t;-t;t) \Rightarrow \overrightarrow{IM} = (t;1-t;t-2).$

*Đường thẳng* $d$ *có một VTCP là* $\vec{u} = (1;-1;1)$

*Khi đó* $IM \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IM}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow t-1+t+t-2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

$\Rightarrow \overrightarrow{IM} = (1;0;-1) \Rightarrow IM = \sqrt{1^2+0^2+(-1)^2} = \sqrt{2}.$

**Câu 49. Chọn A.**

Ta có: $d:\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1+t \\ z = 3-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Giả sử $\Delta$ cắt và vuông góc với $d$ tại $M \Rightarrow M(t+1;t-1;3-t).$

Bài ra $\Delta$ nằm trên $(P) \Rightarrow M \in (P) \Rightarrow 2(t+1)-5(t-1)-(3-t) = 0$

$\Leftrightarrow -2t+4 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow M(3;1;1).$

Mặt phẳng $(P)$ có một VTPT là $\vec{n} = (2;-5;-1).$

Đường thẳng $d$ có một VTCP là $\vec{u} = (1;1;-1).$

Đường thẳng $\Delta$ nằm trên $(P)$ và $\Delta \perp d \Rightarrow \Delta$ nhận $\left[\vec{n};\vec{u}\right] = (6;1;7)$ là một VTCP.

Kết hợp với $\Delta$ qua $M(3;1;1) \Rightarrow \Delta: \dfrac{x-3}{6} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{7}.$

**Câu 50. Chọn D.**

Kẻ $OH \perp (P)$ tại $H \Rightarrow \dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2} = \dfrac{1}{OH^2} \geq \dfrac{1}{OM^2}$ không đổi.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow H \equiv M$ nên $OM \perp (P).$

Khi đó $(P)$ qua $M(1;2;4)$ và nhận $\overrightarrow{OM}=(1;2;4)$ là một VTPT

$\Rightarrow (P): 1.(x-1)+2(y-2)+4(z-4)=0 \Rightarrow (P): x+2y+4z-21=0.$

Từ đó $(P)$ đi qua điểm $T(-1;1;5)$.

# ĐỀ SỐ 5

**Câu 1. Chọn A.**

Điều kiện $x \neq -2$.

$$y'=\frac{(2x+3)(x+2)-(x^2+3x+3)}{(x+2)^2}=\frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}\leq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -2 \\ x^2+4x+3\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -2 \\ -3\leq x\leq -1 \end{cases}$$

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)$.

**Câu 2. Chọn D.**

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Một nhận xét quan trọng là *hàm đa thức bậc ba luôn có hai cực trị hoặc không có cực trị.*

Từ hình 1, ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}=+\infty \Rightarrow a<0$, hàm số không có cực trị nên $y'=0$ không có nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Rightarrow \Delta_{y'}\leq 0 \Leftrightarrow b^2-3ac\leq 0 \Rightarrow A\leftrightarrow 4$.

Từ hình 2, ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}=-\infty \Rightarrow a>0$, hàm số không có cực trị nên $y'=0$ không có nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Rightarrow \Delta_{y'}\leq 0 \Leftrightarrow b^2-3ac\leq 0 \Rightarrow B\leftrightarrow 2$.

Từ hình 3, ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}=-\infty \Rightarrow a>0$, hàm số có hai cực trị nên $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow \Delta_{y'}>0 \Leftrightarrow b^2-3ac>0 \Rightarrow C\leftrightarrow 1$.

Do đó ta ghép $A\leftrightarrow 4$, $B\leftrightarrow 2$, $C\leftrightarrow 1$, $D\leftrightarrow 3$.

**Câu 3. Chọn B.**

Ta có $\lim\limits_{x\to -\frac{d}{c}} y=\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số luôn có một tiệm cận đứng là $x=-\frac{d}{c}$.

$\lim\limits_{x\to\infty} y=\frac{a}{c} \Rightarrow$ đồ thị hàm số luôn có một tiệm cận ngang là $y=\frac{a}{c}$.

Giao điểm của hai đường tiệm cận $I\left(-\frac{d}{c};\frac{a}{c}\right)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.

Với $d=0$ thì trục tung sẽ là tiệm cận ngang duy nhất của đồ thị hàm số.

Do đó A, C, D đúng và B sai.

**Câu 4. Chọn D.**

Dễ thấy A, B, C đều đúng.

Nếu ngoài điểm cực đại là $x_0 \in (a;b)$ hàm số còn có thể có những điểm cực đại hoặc điểm cực tiểu khác thuộc khoảng $(a;b)$ mà qua các điểm cực trị đạo hàm đổi dấu liên tục dẫn đến các khoảng đồng biến nghịch biến cứ thế thay đổi. Từ đó dẫn đến D sai.

**Câu 5. Chọn C.**

Một hàm đa thức có bậc cao nhất là một số chẵn luôn có cực trị $\Rightarrow$ loại A và B.

Xét đáp án C, ta có $y' = 5x^4 \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow y$ không có cực trị.

Xét đáp án D, ta có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \Rightarrow y$ có hai cực trị.

**Câu 6. Chọn D.**

Hàm số đã xác định và liên tục trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$.

Ta có $y' = -5\sin x + 5\sin 5x$; $\begin{cases} x \in \left(-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right) \\ y' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right) \\ \sin x = \sin 5x \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\frac{\pi}{6} \end{array}\right.$

Lại có $y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{2}$; $y\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 3\sqrt{3}$; $y(0) = 4$; $y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sqrt{3}$; $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{2}$.

Do đó $\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]} y = 4$.

**Câu 7. Chọn B.**

Phương trình hoành độ giao điểm $2x^3 - 3x^2 + 9x - 4 = -x^2 + 8x - 3$

$\Leftrightarrow 2x^3 - 2x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow M$ thuộc góc phần tư thứ nhất.

**Câu 8. Chọn A.**

Đạo hàm $f'(x) = 6\left[x^2 + (m-1)x + m(1-2m)\right]$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + m(1-2m) = 0.$

Hàm số $f(x)$ có cực đại, cực tiểu $\Leftrightarrow f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta = (m-1)^2 - 4m(1-2m) = (3m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{3}$ (*)

Đặt $g(x) = x^2 + (m-1)x + m(1-2m)$, ta có

$f(x) = \left[2x + (m-1)\right]g(x) - (3m-1)^2 x + m(m-1)(1-2m).$

Từ đó suy ra phương trình đường thẳng qua điểm cực đại, cực tiểu là

$y = -(3m-1)^2 x - m(m-1)(1-2m).$

Bài ra ta có $\begin{cases} -(3m-1)^2 = -4 \\ m(m-1)(1-2m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$ thỏa mãn (*)

***Bình luận:***

*Xây dựng một số công thức tổng quát giải nhanh cho một số dạng toán liên quan đến hàm đa thức bậc ba.*

*Cho hàm số* $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \ (a \neq 0)$ *có đồ thị* $(C)$.

*Hàm số có hai cực trị* $x_1; x_2$ *là nghiệm của* $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$, *với* $\Delta' = b^2 - 3ac > 0$.

*Áp dụng định lý Viet ta có* $x_1 + x_2 = -\dfrac{2b}{3a}$; $x_1x_2 = \dfrac{c}{3a}$; $|x_1 - x_2| = \dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{b^2 - 3ac}{a^2}}$.

*Tọa độ hai điểm cực trị là* $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$.

*Lấy* $y$ *chia cho* $y' \Rightarrow y = \left(\dfrac{1}{3}x + \dfrac{b}{9a}\right)y' + \dfrac{2}{3}\left(c - \dfrac{b^2}{3a}\right)x + d - \dfrac{bc}{9a}$.

*Do* $y'(x_1) = y'(x_2) = 0 \Rightarrow AB: y = \dfrac{2}{3}\left(c - \dfrac{b^2}{3a}\right)x + d - \dfrac{bc}{9a} \Rightarrow k_{AB} = \dfrac{2}{3}\left(c - \dfrac{b^2}{3a}\right)$.

*Khi đó* $A\left(x_1; \dfrac{2}{3}\left(c - \dfrac{b^2}{3a}\right)x_1 + d - \dfrac{bc}{9a}\right)$, $B\left(x_2; \dfrac{2}{3}\left(c - \dfrac{b^2}{3a}\right)x_2 + d - \dfrac{bc}{9a}\right)$

$$\Rightarrow AB = |x_1 - x_2|\sqrt{1 + \frac{4}{9}\left(c - \frac{b^2}{3a}\right)^2}.$$

*Vận dụng công thức vào bài toán trên, ta làm như sau:*

*Xác định được* $a = 2$, $b = 3(m-1)$, $c = 6m(1-2m)$, $d = 0$

$$\Rightarrow AB: y = \frac{2}{3}x\left(c - \frac{b^2}{3a}\right) + d - \frac{bc}{9a}$$

$$\Rightarrow AB: y = \frac{2}{3}\left(6m(1-2m) - \frac{9(m-1)^2}{6}\right)x - \frac{3(m-1).6m(1-2m)}{9.2}$$

$$\Rightarrow AB: y = -(3m-1)^2x - (m-1)m(1-2m).$$

*Nếu tinh ý hơn nữa bạn có thể thấy* $\dfrac{1}{3}x + \dfrac{b}{9a} = \dfrac{y''}{18a}$ *tức phương trình đi qua hai cực trị của hàm đa thức bậc ba sẽ biểu diễn qua* $y - \dfrac{y'.y''}{18a}$.

**Câu 9. Chọn D.**

Ta có $\begin{cases} \lim\limits_{x\to(-3)^+} f(x) = -\infty \\ \lim\limits_{x\to(-3)^-} f(x) = +\infty \end{cases} \Rightarrow x = -3$ là tiệm cận đứng của $(C)$.

$\begin{cases} \lim\limits_{x\to(-2)^+} g(x) = +\infty \\ \lim\limits_{x\to(-2)^-} g(x) = -\infty \end{cases} \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng của $(C')$.

Do đó khoảng cách $d = |-3-(-2)| = 1$.

**Câu 10. Chọn A.**

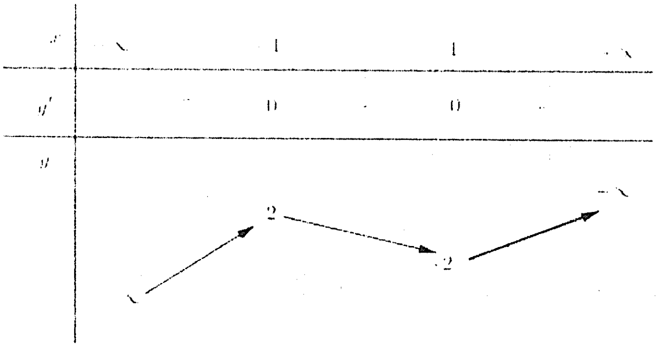
Đặt $y = \sqrt[3]{3x+2m} \Rightarrow \begin{cases} x^3 - 3y = 2m \\ y^3 - 3x = 2m \end{cases} \Rightarrow x^3 - 3y = y^3 - 3x$

$\Leftrightarrow (x-y)\left(x^2+xy+y^2+3\right)=0$

$\Leftrightarrow (x-y)\left[\left(x+\dfrac{y}{2}\right)^2+\dfrac{3y^2}{4}+3\right]=0 \Leftrightarrow x=y \Rightarrow 2m = x^3-3x.$

Đặt $f(x)=y=x^3-3x \Rightarrow f'(x)=3x^2-3=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng biến thiên như sau:



Từ đó với $m$ không âm thì phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow 2m>2 \Leftrightarrow m>1$.

**Câu 11. Chọn B.**

Gọi $h$ là chiều cao của thùng hình trụ, $2r$ là cạnh tấm vật liệu hình vuông làm đáy và nắp, $c$ là giá chi phí vật liệu để làm $1m^2$ thùng.

Ta có bán kính đường tròn đáy của hình trụ được tạo từ tấm vật liệu hình chữ nhật bằng $r$ do đường tròn đó nội tiếp viền hình vuông của tấm vật liệu làm nắp và đáy ($r, h$ đều tính bằng cm), trong đó $c$ là hằng số, $h$ và $r$ là các biến.

Lúc đó ta có chi phí vật liệu để làm cái thùng được tính theo biểu thức

$2.(2r)^2 + h.2\pi r$ (1)

Đề bài cho thùng đó giữ được 1 lít nước hay $1000cm^3$ nước nên ta có:

$\pi r^2 h = 1000 \Rightarrow h = \dfrac{1000}{\pi r^2}$.

Thế vào (1) $\Rightarrow f(r) = 8r^2 + \dfrac{2000}{r}$, với $r>0$.

*Để tìm giá trị nhỏ nhất của $f(r)$ với $r>0$ ta có thể làm theo hai cách sau:*

**Cách 1.**

Xét hàm số $f(r)=8r^2+\dfrac{2000}{r}$, $r\in(0;+\infty)$ có $f'(r)=16r-\dfrac{2000}{r^2}$; $\begin{cases} r\in(0;+\infty) \\ f'(r)=0 \end{cases} \Leftrightarrow r=5$.

Lập bảng biến thiên của $f(r)$ trên $(0;+\infty) \Rightarrow f(r) \ge f(5) = 600$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow r=5 \Rightarrow 2r=10$ (cm).

**Cách 2.** Với $r > 0$ áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có:

$$f(r) = 8r^2 + \frac{2000}{r} = 8r^2 + \frac{1000}{r} + \frac{1000}{r} \geq 3\sqrt[3]{8r^2.\frac{1000}{r}.\frac{1000}{r}} = 600.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} r > 0 \\ 8r^2 + \frac{1000}{r} + \frac{1000}{r} \end{cases} \Leftrightarrow r = 5 \Rightarrow 2r = 10$ (cm).

**Câu 12. Chọn A.**

ĐK: $\begin{cases} (x+2)^2 > 0 \\ (x+8)^3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x+8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x > -8 \end{cases}$ (*)

Khi đó $\frac{1}{2}\log_3(x+2)^2 + \frac{1}{3}\log_3(x+8)^3 = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}.2\log_3|x+2| + \frac{1}{3}.3\log_3(x+8) = 1$

$\Leftrightarrow \log_3|x+2| + \log_3(x+8) = 1 \Leftrightarrow \log_3\left[(x+8)|x+2|\right] = 1 \Leftrightarrow (x+8)|x+2| = 3$ (1)

- **TH1.** $x \geq -2$, khi đó (1) $\Leftrightarrow (x+8)(x+2) = 3 \Leftrightarrow x^2 + 10x + 13 = 0 \Leftrightarrow x = -5 \pm 2\sqrt{3}$.

Kết hợp với (*) và $x \geq -2$, ta được $x = -5 + 2\sqrt{3}$ thỏa mãn.

- **TH2.** $x < -2$, khi đó (1) $\Leftrightarrow -(x+8)(x+2) = 3 \Leftrightarrow x^2 + 10x + 19 = 0 \Leftrightarrow x = -5 \pm \sqrt{6}$.

Kết hợp với (*) và $x < -2$, ta được $x = -5 \pm \sqrt{6}$ thỏa mãn.

Tổng các nghiệm của phương trình đã cho bằng:

$\left(-5 + 2\sqrt{3}\right) + \left(-5 + \sqrt{6}\right) + \left(-5 - \sqrt{6}\right) = 2\sqrt{3} - 15.$

**Câu 13. Chọn B.**

Ta có $y = 10^{\sin 2x - \cos x} \Rightarrow y' = 10^{\sin 2x - \cos x}.(\sin 2x - \cos x)'\ln 10$

$$= y(2\cos 2x + \sin x)\ln 10 \Rightarrow \frac{y'}{y} = (\sin x + 2\cos 2x)\ln 10.$$

**Câu 14. Chọn C.**

ĐK: $\begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ \left(\log_3(2x-1)\right)^{1001} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ \log_3(2x-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ 2x - 1 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$ (*)

Khi đó $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3(2x-1)\right)^{1001} > 0 \Leftrightarrow 1001.\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3(2x-1)\right) > 0$

$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3(2x-1)\right) > 0 \Leftrightarrow \log_3(2x-1) < 1 \Leftrightarrow 2x - 1 < 3^1 \Leftrightarrow x < 2.$

Kết hợp với (*) ta được $1 < x < 2$ thỏa mãn.

**Câu 15. Chọn D.**

Hàm số $y = \log_2\left(\frac{x^2 - 3x + 4}{x - 1}\right)^{1001}$ xác định

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \left(\dfrac{x^2-3x+4}{x-1}\right)^{1001} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \dfrac{x^2-3x+4}{x-1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \dfrac{\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4}}{x-1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

**Câu 16. Chọn A.**

Xét khẳng định 1, ta có $f(x) < 1 \Leftrightarrow 2^x.5^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \ln\left(2^x.5^{x^2}\right) < \ln 1$

$\Leftrightarrow \ln 2^x + \ln 5^{x^2} < 0 \Leftrightarrow x\ln 2 + x^2\ln 5 < 0 \Rightarrow$ khẳng định 1 đúng.

Xét khẳng định 2, ta có $f(x) < 1 \Leftrightarrow 2^x.5^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \log_5\left(2^x.5^{x^2}\right) < \log_5 1$

$\Leftrightarrow \log_5 2^x + \log_5 5^{x^2} < 0 \Leftrightarrow x\log_5 2 + x^2 < 0 \Rightarrow$ khẳng định 2 đúng.

Xét khẳng định 3, ta có $f(x) > 2^x \Leftrightarrow 2^x.5^{x^2} > 2^x$

$\Leftrightarrow 5^{x^2} > 1 \Leftrightarrow x^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0 \Rightarrow$ khẳng dịnh 3 sai.

Xét khẳng dịnh 4, ta có $f(x) > 5^{x^2} \Leftrightarrow 2^x.5^{x^2} > 5^{x^2}$

$\Leftrightarrow 2^x > 1 \Leftrightarrow x > 0 \Rightarrow$ khẳng dịnh 4 đúng.

**Câu 17. Chọn C.**

Với $a, b, c > 0$ và $a \neq 1$, ta có $\log_{a^2}(abc) = \dfrac{1}{2}\log_a(abc) = \dfrac{1}{2}\left(\log_a a + \log_a b + \log_a c\right)$

$= \dfrac{1}{2}\left(1 + \log_a b + \log_a c\right) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\log_a b + \dfrac{1}{2}\log_a c.$

**Câu 18. Chọn D.**

Ta có: $y = \sqrt{x^2+1}.2^{1000x} = \sqrt{x^2+1}.\left(2^{1000}\right)^x \Rightarrow y' = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}.\left(2^{1000}\right)^x + \sqrt{x^2+1}.\left(2^{1000}\right)^x.\ln 2^{1000}$

$= \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}.\dfrac{y}{\sqrt{x^2+1}} + \sqrt{x^2+1}.\dfrac{y}{\sqrt{x^2+1}}.1000\ln 2 = \dfrac{xy}{x^2+1} + 1000y\ln 2 \Rightarrow \dfrac{y'}{y} = \dfrac{x}{x^2+1} + 1000\ln 2.$

**Câu 19. Chọn B.**

ĐK: $x > 0$, khi đó $P = \log_2 x^2 + \log_4 x + \log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\sqrt{2}} x = 2\log_2 x + \log_{2^2} x + \log_{2^{-1}} x + \log_{2^{\frac{1}{2}}} x$

$= 2\log_2 x + \dfrac{1}{2}\log_2 x + \dfrac{1}{-1}\log_2 x + \dfrac{1}{\frac{1}{2}}\log_2 x = \dfrac{7}{2}\log_2 x = \dfrac{7\sqrt[4]{6}}{2}.$

**Câu 20. Chọn C.**

Với $a, b > 0$, ta có

$x = \log_{2^{1000}}\left(a^2 - ab + b^2\right)^{1000} = \dfrac{1}{1000}.1000\log_2\left(a^2 - ab + b^2\right) = \log_2\left(a^2 - ab + b^2\right).$

$y = 1000\log_{2^{1000}}(a+b) = 1000.\dfrac{1}{1000}\log_2(a+b) = \log_2(a+b).$

Xét hiệu $x-2(y-1)=\log_2(a^2-ab+b^2)-2\log_2(a+b)+\log_2 4$

$=\log_2\left[4(a^2-ab+b^2)\right]-\log_2(a+b)^2 \qquad (1)$

Lại có $4(a^2-ab+b^2)-(a+b)^2=3a^2-6ab+3b^2=3(a-b)^2\ge 0$

$\Rightarrow 4(a^2-ab+b^2)\ge(a+b)^2>0.$

Khi đó từ (1) $\Rightarrow x-2(y-1)\ge 0\Rightarrow x\ge 2(y-1)\Rightarrow \dfrac{x}{2}\ge y-1.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b>0.$

**Câu 21. Chọn B.**

Bài ra ta có ngay $91,7.e^{N.1,5\%}=106,54\Rightarrow e^{N.1,5\%}=\dfrac{761}{655}\Rightarrow N.1,5\%=\ln\dfrac{761}{655}\Rightarrow N\approx 10.$

Do đó đến năm 2025 thì dân số Việt Nam đạt mức 106,54 triệu người.

**Câu 22. Chọn C.**

Dựa vào tính chất cơ bản của tích phân thì rõ ràng C là đáp án sai.

**Câu 23. Chọn D.**

Ta có $F(x)=\int 3^x\sqrt{3^x+1}\,dx=\dfrac{1}{\ln 3}\int\sqrt{3^x+1}\,d(3^x)$

$=\dfrac{1}{\ln 3}\int(3^x+1)^{\frac{1}{2}}d(3^x+1)=\dfrac{1}{\ln 3}.\dfrac{(3^x+1)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{3}{2}}+C$

$=\dfrac{2}{3\ln 3}.(3^x+1)^{\frac{3}{2}}+C=\dfrac{2(3^x+1)\sqrt{3^x+1}}{3\ln 3}+C.$

**Câu 24. Chọn C.**

Gọi $v(t)$ là vận tốc của viên đạn, ta có $v'(t)=a(t)=-9,8\Rightarrow v(t)=\int -9,8dt=-9,8t+C.$

Do $v(0)=49\Rightarrow -9,8.0+C=49\Leftrightarrow C=49\Rightarrow v(t)=-9,8t+49.$

Bài ra $T$ là thời điểm viên đạn đạt độ cao lớn nhất. Tại đó viên đạn có vận tốc bằng 0 $\Rightarrow v(T)=0\Rightarrow 9,8.T+49=0\Leftrightarrow T=5$ (s).

**Câu 25. Chọn A.**

Ta có: $I=\int_1^2\dfrac{dx}{x(1+x^{1000})}=\int_1^2\dfrac{x^{999}}{x^{1000}(1+x^{1000})}dx=\dfrac{1}{1000}\int_1^2\dfrac{1}{x^{1000}(1+x^{1000})}d(x^{1000}).$

Đặt $t=x^{1000}$, khi $x=1\Rightarrow t=1;\ x=2\Rightarrow t=2^{1000}.$

Do đó $I=\dfrac{1}{1000}\int_1^{2^{1000}}\dfrac{1}{t(1+t)}dt=\dfrac{1}{1000}\int_1^{2^{1000}}\left(\dfrac{1}{t}-\dfrac{1}{t+1}\right)dt$

$=\dfrac{1}{1000}\left(\ln|t|-\ln|t+1|\right)\Big|_1^{2^{1000}}=\dfrac{1}{1000}\ln\left|\dfrac{t}{t+1}\right|\Big|_1^{2^{1000}}=\dfrac{1}{1000}\ln\dfrac{2^{1000}}{1+2^{1000}}-\dfrac{1}{1000}\ln\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{1000}\ln\dfrac{2^{1001}}{1+2^{1000}}.$

**Câu 26. Chọn A.**

Ta có: $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)e^{\sin x+\cos x}dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\cos x-\sin x\right)\left(\cos x+\sin x\right)e^{\sin x+\cos x}dx$

$=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\sin x+\cos x\right)e^{\sin x+\cos x}d\left(\sin x+\cos x\right).$

Đặt $t=\sin x+\cos x$, khi $x=0\Rightarrow t=1;\ x=\frac{\pi}{4}\Rightarrow t=\sqrt{2}.$

Do đó $I=\int_1^{\sqrt{2}}te^t dt=\int_1^{\sqrt{2}}td\left(e^t\right)=\left(te^t\right)\Big|_1^{\sqrt{2}}-\int_1^{\sqrt{2}}e^t dt$

$=\left(\sqrt{2}.e^{\sqrt{2}}-e\right)-e^t\Big|_1^{\sqrt{2}}=\left(\sqrt{2}.e^{\sqrt{2}}-e\right)-\left(e^{\sqrt{2}}-e\right)=\left(\sqrt{2}-1\right)e^{\sqrt{2}}.$

**Câu 27. Chọn D.**

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2=x^4-3x^2\Leftrightarrow x^4=4x^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 2\end{array}\right.$

Xét trong miền $x\ge 0$ nên diện tích cần tính là $S=\int_0^2\left|\left(x^4-3x^2\right)-x^2\right|dx=\int_0^2\left|x^4-4x^2\right|dx.$

Rõ ràng trên khoảng $(0;2)$ phương trình $x^4-4x^2=0$ vô nghiệm $\Rightarrow S=\left|\int_0^2\left(x^4-4x^2\right)dx\right|.$

Ta có: $\int_0^2\left(x^4-4x^2\right)dx=\left(\frac{x^5}{5}-\frac{4x^3}{3}\right)\Big|_0^2=-\frac{64}{15}\Rightarrow S=\frac{64}{15}.$

**Câu 28. Chọn B.**

Phương trình hoành độ giao điểm $\sqrt{3}x\ln x=0\Leftrightarrow\ln x=0$ (do $x>0$) nên $x=1$.

Thể tích cần tính là $V=\pi\int_1^e\left(\sqrt{3}x\ln x\right)^2dx=\pi\int_1^e 3x^2\ln^2 xdx.$

Ta có $I=\int_1^e 3x^2\ln^2 xdx=\int_1^e\ln^2 xd\left(x^3\right)=\left(x^3\ln^2 x\right)\Big|_1^e-\int_1^e x^3d\left(\ln^2 x\right)$

$=e^3-\int_1^e x^3.2\ln x.\frac{1}{x}dx=e^3-\int_1^e 2x^2\ln xdx=e^3-\frac{2}{3}\int_1^e\ln xd\left(x^3\right)$

$=e^3-\left(\frac{2}{3}x^3\ln x\right)\Big|_1^e+\frac{2}{3}\int_1^e x^3d\left(\ln x\right)=e^3-\frac{2}{3}e^3+\frac{2}{3}\int_1^e x^3.\frac{1}{x}dx$

$=\frac{e^3}{3}+\frac{2}{3}\int_1^e x^2dx=\frac{e^3}{3}+\left(\frac{2}{3}.\frac{x^3}{3}\right)\Big|_1^e=\frac{e^3}{3}+\frac{2e^3}{9}-\frac{2}{9}=\frac{5e^3-2}{9}.$

Do đó $V = \dfrac{\pi\left(5e^3-2\right)}{9}$.

**Câu 29. Chọn D.**

Ta có $z = 1 + 3.2i + 3.4i^2 + 8i^3 = -11 - 2i$.

**Câu 30. Chọn A.**

YCBT $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3=y \\ -(4y+1)=1-3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=3 \\ 3x-4y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

**Câu 31. Chọn C.**

Do quỹ tích biểu diễn các điểm của số phức $z$ nằm ngoài đường tròn tâm $O$, bán kính $R=1$ nhưng nằm trong đường tròn tâm O bán kính $R=2$

$\Rightarrow 1 < a^2+b^2 < 4 \Leftrightarrow 1 < \sqrt{a^2+b^2} < 2 \Leftrightarrow 1 < |z| < 2.$

**Câu 32. Chọn B.**

Ta có: $\dfrac{|z|^2}{z} = \bar{z}$ nên từ giả thiết, ta được:

$a - bi + 2i\left(a+bi\right) + 3 = 0 \Leftrightarrow a - 2b + 3 + (2a-b)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a-2b+3=0 \\ 2a-b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{a}{b} = \dfrac{1}{2}.$

**Câu 33. Chọn A.**

Ta có $z = \dfrac{\left(2+3i\right)\left(2+i\right)}{\left(2-i\right)\left(2+i\right)} = \dfrac{1+8i}{5} \Rightarrow \bar{z} = \dfrac{1}{5} - \dfrac{8}{5}i$. Do đó $w(2i-1)+1 = \dfrac{(1-8i)i}{5} = \dfrac{8+i}{5}$

$\Leftrightarrow w = \dfrac{3+i}{5(2i-1)} = \dfrac{(3+i)(-2i-1)}{5(1-2i)(1+2i)} = \dfrac{-1-7i}{25} = -\dfrac{1}{25} - \dfrac{7}{25}i.$

Suy ra phần ảo của số phức $w$ là $-\dfrac{7}{25}$.

**Câu 34. Chọn C.**

Phương trình đã cho có $\Delta = b^2 - 4ac$.

Khi $b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phức $z_1; z_2 \Rightarrow$ A sai.

Đáp án B sai vì nếu để $z_1; z_2$ là hai số thuần ảo thì phải có thêm điều kiện $\begin{cases} b=0 \\ b^2-4ac \le 0 \end{cases}$

Khi $b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phức $z_1; z_2$ và $z_1; z_2$ là hai số phức liên hợp của nhau $\Rightarrow |z_1| = |z_2| \Rightarrow$ C đúng.

Nếu $b^2 - 4ac > 0$ thì phương trình có hai nghiệm thực phân biệt.

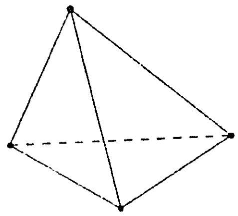
Nếu $b^2 - 4ac = 0$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $\Rightarrow z_1^2 = z_2^2$.

Nếu $b^2 - 4ac < 0$ thì phương trình có hai nghiệm phức liên hợp với nhau $\Rightarrow z_1^2 \ne z_2^2$.

Do đó đáp án D là sai.

**Câu 35. Chọn B.**

Khối tứ diện là khối mà mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít mặt nhất và cụ thể mỗi đỉnh là đỉnh chung của ba mặt.



**Câu 36. Chọn D.**

Gọi hình chóp tam giác đều đó là $S.ABC$, cạnh $SA = SB = SC = b$ và $\Delta ABC$ đều.

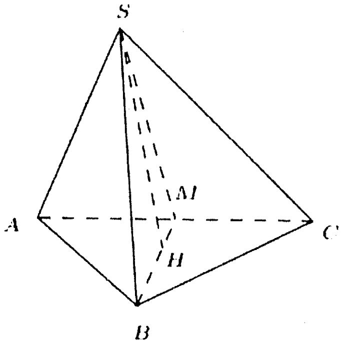
Gọi $H$ là trọng tâm của $\Delta ABC \Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow SH = h$

$\Rightarrow BH = \sqrt{SB^2 - HB^2} = \sqrt{b^2 - h^2}$.

Gọi $M$ là trung điểm của cạnh $BC$

$\Rightarrow BM = \dfrac{\sqrt{3}}{2}AB \Rightarrow AB = BH\sqrt{3} = \sqrt{3\left(b^2 - h^2\right)}$.

$\Rightarrow V = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}h.\dfrac{1}{2}AB^2.\sin 60^0 = \dfrac{\sqrt{3}}{4}h\left(b^2 - h^2\right) = f(h)$.




Đạo hàm $f'(h) = \dfrac{\sqrt{3}}{4}\left(b^2 - 3h^2\right) = 0 \Leftrightarrow h = \dfrac{b}{\sqrt{3}}$. Từ đó $V$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow h = \dfrac{b}{\sqrt{3}}$.

**Câu 37. Chọn C.**

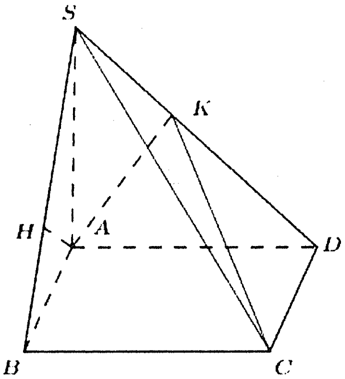
Từ $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow \Delta SAB \Rightarrow$ A sai.

Từ $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$, ta có:

$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow$ B sai.

Từ $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp CD$, ta có:

$\begin{cases} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK \Rightarrow AK \perp CD.$




Mà $AK \perp SD \Rightarrow AK \perp (SCD) \Rightarrow AK \perp CK \Rightarrow$ D đúng.

***Bình luận:***

*Ta có thể chứng minh $\Delta SBD$ không vuông như sau:*

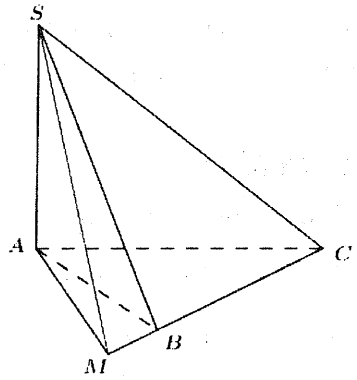
*Áp dụng định lý Pytago, ta được:* $\begin{cases} SB^2 = SA^2 + AB^2 \\ SD^2 = SA^2 + AD^2 \\ BD^2 = AB^2 + AD^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SB^2 < SD^2 + BD^2 \\ SD^2 < SB^2 + BD^2 \\ BD^2 < SB^2 + SD^2 \end{cases} \Rightarrow \Delta SBD$ nhọn.

**Câu 38. Chọn C.**

Ta có $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.BC\sin\widehat{ABC} = \dfrac{2a.2a.\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$

$\Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.3a.a^2\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}.$

Kẻ $AM \perp BC$ $(M \in BC)$, ta có:




$$\begin{cases} CM \perp SA \\ CM \perp AM \end{cases} \Rightarrow CM \perp (SAM) \Rightarrow CM \perp AM.$$

Ta có $\Rightarrow AM = AB.\sin\widehat{ABM} = 2a.\sin 60^0 = a\sqrt{3}$

$\Rightarrow SM = \sqrt{SA^2 + AM^2} = 2a\sqrt{3}$

$\Rightarrow S_{SBC} = \dfrac{1}{2}SM.BC = \dfrac{2a\sqrt{3}.2a}{2} = 2a^2\sqrt{3}$

$\Rightarrow d = d(A;(SBC)) = \dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{SBC}} = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2a^2\sqrt{3}} = \dfrac{3}{2}a.$

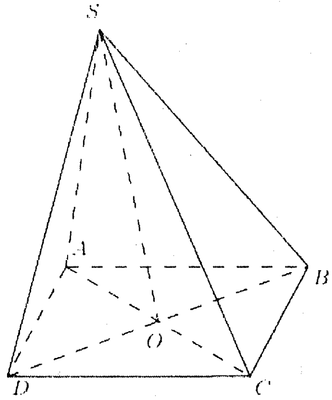
**Câu 39. Chọn B.**

Ta có $S_{xq} = 2\pi Rh$ và $S_{tp} = S_{xq} + 2S_đ = 2\pi Rh + 2\pi R^2$.

Bài ra thì $S_{xq} = \dfrac{1}{2}S_{tp} \Rightarrow 2\pi Rh = \dfrac{1}{2}(2\pi Rh + 2\pi R^2) \Rightarrow h = R.$

**Câu 40. Chọn C.**

Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với đỉnh $S$ trùng với tâm của khối cầu lớn có bán kính bằng 2 và các đỉnh A, B, C, D lần lượt là tâm của bốn khối cầu nhỏ đôi một tiếp xúc nhau.




Ta có $SA = SB = SC = SD = 3$ và tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2.

Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

$\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{SA^2 - \dfrac{AB^2}{2}} = \sqrt{7}.$

Do đó $h = 2(\sqrt{7} + 1) \Rightarrow V = 4.4.h = 32(1 + \sqrt{7}) = 32 + 32\sqrt{7}.$

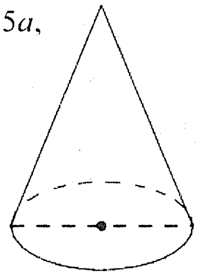
**Câu 41. Chọn B.**

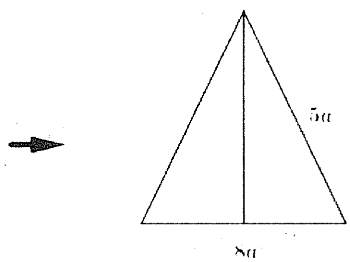
Theo bài ra thì đường sinh của hình nón $l = 5a$,

bán kính đường tròn đáy $R = \dfrac{8a}{2} = 4a.$

Do đó ta có chiều cao:

$h = \sqrt{l^2 - R^2} = 3a \Rightarrow V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = 16\pi a^3.$






**Câu 42. Chọn A.**

Thể tích hình cầu $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{R_1^3}{R_2^3}.$

Gọi $R_1$, $R_2$ lần lượt là bán kính hình cầu nội tiếp và bán kính hình cầu ngoại tiếp hình lập phương. Ta có: $R_1 = \frac{a}{2}$, $R_2 = \frac{\sqrt{a^2+a^2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

**Câu 43. Chọn A.**

*Đường thẳng* $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ $(abc \neq 0)$ *có một VTCP là* $\vec{u} = (a;b;c)$.

Dựa vào đó, ta thấy ngay $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-3}$ có một VTCP là $\vec{u} = (-1;2;-3)$.

**Câu 44. Chọn D.**

Ta viết lại mặt cầu $(S)$ như sau $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-m)^2 = m^2+5$

$\Rightarrow (S)$ có tâm $I(2;1;m)$ và bán kính $R = \sqrt{m^2+5}$.

Bài ra ta cần có $\begin{cases} m = 2 \\ \sqrt{m^2+5} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$.

**Câu 45. Chọn A.**

Ta có $d_1 = \frac{|2-2.(-1)+3.1-1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+3^2}} = \frac{6}{\sqrt{14}}$ và $d_2 = \frac{|-2-2.1+3.1-1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+3^2}} = \frac{2}{\sqrt{14}} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{6}{\sqrt{14}} : \frac{2}{\sqrt{14}} = 3$.

***<u>Bình luận:</u>***

*Bài toán này yêu cầu tính **tỉ số khoảng cách từ hai điểm đến cùng một mặt phẳng** nên ta có thể tính nhanh như sau:* $\frac{d_1}{d_2} = \frac{|2-2.(-1)+3.1-1|}{|-2-2.1+3.1-1|} = 3$.

**Câu 46. Chọn D.**

Ta nhớ lại kiến thức sau:

Xét hai mặt phẳng $\begin{cases} (P): ax+by+cz+d=0 \ (a^2+b^2+c^2>0) \\ (Q): a'x+b'y+c'z+d'=0 \ (a'^2+b'^2+c'^2>0) \end{cases}$

Khi đó $(P)//(Q) \Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \neq \frac{d}{d'}$.

Từ đó, ta có ngay YCBT $\Leftrightarrow \frac{2-m}{2} = \frac{2m-1}{-3} = \frac{12}{4} \neq \frac{-2}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m = 6 \\ 2m-1 = -9 \end{cases} \Leftrightarrow m = -4$.

**Câu 47. Chọn C.**

Mặt phẳng $(P)$ có một VTPT là $\overrightarrow{n_1} = (1;-2;0)$.

Mặt phẳng $(Q)$ có một VTPT là $\overrightarrow{n_2} = (1;0;-3)$.

Ta có $\begin{cases} (R) \perp (P) \\ (R) \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow (R)$ sẽ nhận $\left[\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2}\right] = (6;3;2)$ là một VTPT.

Kết hợp với $(R)$ qua $A(1;-2;1) \Rightarrow (R): 6(x-1)+3(y+2)+2(z-1) = 0$

$\Rightarrow (R): 6x+3y+2z-2 = 0$.

***Bình luận:***

*Ngoài lời giải trên, ta có thể làm cách khác như sau:*

*Gọi* $\vec{n} = (a;b;c)$ *là một VTPT của* $(R)$, $(a^2 + b^2 + c^2 > 0)$.

*Mặt phẳng* $(P)$ *có một VTPT là* $\vec{n_1} = (1;-2;0)$.

*Mặt phẳng* $(Q)$ *có một VTPT là* $\vec{n_2} = (1;0;-3)$.

*Ta có* $\begin{cases} (R) \perp (P) \\ (R) \perp (Q) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}.\vec{n_1} = 0 \\ \vec{n}.\vec{n_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b + 0 = 0 \\ a + 0 - 3c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ a = 3c \end{cases} \Rightarrow a = 2b = 3c.$

*Chọn* $c = 2 \Rightarrow a = 6,\ b = 3,$ *thỏa mãn* $a^2 + b^2 + c^2 > 0 \Rightarrow \vec{n} = (2;3;6)$.

*Mặt phẳng* $(P)$ *qua* $A(1;-2;1)$ *và nhận* $\vec{n} = (2;3;6)$ *là một VTPT*

$\Rightarrow (R): 6(x-1) + 3(y+2) + 2(z-1) = 0 \Rightarrow (R): 6x + 3y + 2z - 2 = 0.$

**Câu 48. Chọn B.**

Ta có $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Gọi $I$ là tâm của $(S)$, bài ra $I \in d \Rightarrow I(t+2;1-t;t-1)$.

Mặt cầu $(S)$ có bán kính bằng $\frac{10}{3}$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P)$

$$\Leftrightarrow d(I;(P)) = 2 \Leftrightarrow \frac{|t + 2 - 2(1-t) + 2(t-1) - 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow |5t - 5| = 10 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} 5t - 5 &= 10 \\ 5t - 5 &= -10 \end{aligned}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} t &= 3 \Rightarrow I(5;-2;2) \\ t &= -1 \Rightarrow I(1;2;-2) \end{aligned}\right.$$

Bài ra $x_I > 2 \Rightarrow I(5;-2;2)$ thỏa mãn.

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(5;-2;2)$ và bán kính $R = \frac{10}{3}$

$$\Rightarrow (S): (x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = \left(\frac{10}{3}\right)^2 = \frac{100}{9}.$$

**Câu 49. Chọn B.**

Ta có $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ mà $N \in d \Rightarrow N(2t-2;t+1;1-t)$.

Bài ra $A(3;5;2)$ là trung điểm của cạnh $MN$

$\Rightarrow M(6 - 2t + 2;10 - t - 1;4 - 1 + t) \Rightarrow M(8 - 2t;9 - t;t + 3).$

Mà $M \in (P) \Rightarrow 2(8 - 2t) - (9 - t) + (t + 3) - 6 = 0 \Leftrightarrow -2t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow N(2;3;-1).$

Đường thẳng $\Delta$ qua $N(2;3;-1)$ và nhận $\overrightarrow{NA}=(1;2;3)$ là một VTCP

$$\Rightarrow \Delta: \frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+1}{3}.$$

**Câu 50. Chọn A.**

Xét $I$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}=\vec{0}$. Giả sử $I(x;y;z) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{IA}=(1-x;2-y;-1-z) \\ \overrightarrow{IB}=(3-x;1-y;-2-z) \\ \overrightarrow{IC}=(1-x;-2-y;1-z) \end{cases}$

Khi đó $\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}=\vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-x)-(3-x)-(1-x)=0 \\ (2-y)-(1-y)-(-2-y)=0 \\ (-1-z)-(-2-z)-(1-z)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-3 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow I(3;-3;0).$

Ta có $MA^2-MB^2-MC^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2-\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2-\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$

$=-MI^2+IA^2-IB^2-IC^2+2\overrightarrow{MI}.\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}\right)=-MI^2+IA^2-IB^2-IC^2.$

Do đó $MA^2-MB^2-MC^2$ lớn nhất $\Leftrightarrow -MI^2$ lớn nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI \perp (P)$.

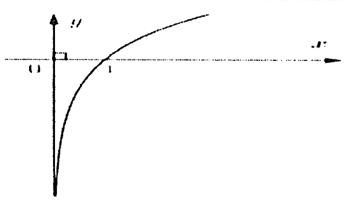
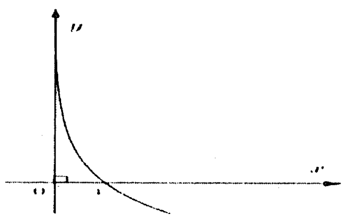
Khi đó $MI$ qua $I(3;-3;0)$ và nhận $\overrightarrow{n_P}=(1;-1;2)$ là một VTCP

$$\Rightarrow MI: \begin{cases} x=3+t \\ y=-3-t \\ z=2t \end{cases} \Rightarrow M(t+3;-t-3;2t).$$

Điểm $M \in (P) \Rightarrow (t+3)-(-t-3)+2.2t=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow M(2;-2;-2) \Rightarrow T=36.$

# ĐỀ SỐ 6

**Câu 1. Chọn B.**

| $a$ \ $y$ | $y'=\frac{1}{x\ln t}$ | Hình dạng đồ thị |
|---|---|---|
| $a>1$ | $\begin{array}{c|lr} x & 0 & +\infty \\ \hline y' & & + \\ \hline y & -\infty & \nearrow +\infty \end{array}$ |  |
| $0<a<1$ | $\begin{array}{c|lr} x & 0 & +\infty \\ \hline y' & & - \\ \hline y & +\infty & \searrow -\infty \end{array}$ |  |

Khảo sát hàm số $f(t)=\log_t x$, với $x>0$, $t>0$, $t \neq 1$.

Do đó từ đồ thị đề cho $\Rightarrow a<1$ và $b,\ c>1 \Rightarrow$ Loại A và D

Từ đồ thị hàm số ta thấy tại cùng một giá trị $x_0>1$ thì $\log_b x_0>\log_c x_0 \Leftrightarrow b<c$.

**Câu 2. Chọn D.**

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty} y=-2 \\ \lim\limits_{x\to-1} y=+\infty\ ;\ \lim\limits_{x\to-1^+} y=-\infty \end{cases}$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x=-1$ và một tiệm cận ngang $y=-2$.

**Câu 3. Chọn B.**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Đạo hàm $y'=\dfrac{(2x-1)(x-1)-(x^2-x+1)}{(x-1)^2}=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}\le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\ne 1 \\ x^2-2x\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ne 1 \\ 0\le x\le 2 \end{cases}$

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

**Câu 4. Chọn A.**

ĐK: $-2x^2+10x-8\ge 0 \Leftrightarrow 1\le x\le 4$. Đạo hàm $y'=\dfrac{-2x+5}{\sqrt{-2x^2+10x-8}}=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{5}{2}$.

Ta thấy khi qua $x=\dfrac{5}{2}$ thì dấu của $y'$ chuyển từ "+" sang "−"

$\Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại $x=\dfrac{5}{2} \Rightarrow y_{CĐ}=y\left(\dfrac{5}{2}\right)=\dfrac{2+3\sqrt{2}}{2}$.

**Câu 5. Chọn D.**

Hệ bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases} 0\le x\le 3 \\ f(x)=x^3-2x|x-2|\ge m^2-4m \end{cases}$

Khi đó YCBT $\Leftrightarrow \max\limits_{[0;3]} f(x)\ge m^2-4m$.

Ta có $f(x)=\begin{cases} x^3+2x^2-4x,\ \forall x\in[0;2] \Rightarrow f'(x)=3x^2+4x-4 \\ x^3-2x^2+4x,\ \forall x\in[2;3] \Rightarrow f'(x)=3x^2-4x+4 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $0$ | | $\frac{2}{3}$ | | $2$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $\Vert$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $0$ | $\searrow$ | $-\frac{40}{27}$ | $\nearrow$ | $8$ | $\nearrow$ | $21$ |

Do đó $\max\limits_{[0;3]} f(x)=21\ge m^2-4m \Leftrightarrow m^2-4m-21\le 0 \Leftrightarrow -3\le m\le 7$.

**Câu 6. Chọn C.**

Nắm vững và hiểu lý thuyết về cực trị thì ta thấy có ba nhận xét đúng đó là 1, 2 và 3.

**Câu 7. Chọn A.**

TXĐ: $D=[-2;2]$.

Hàm số đã xác định và liên tục trên đoạn $[-2;2]$.

$$y'=1-\frac{3x}{\sqrt{12-3x^2}};\ \begin{cases}x\in(-2;2)\\ y'=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in(-2;2)\\ \sqrt{12-3x^2}=3x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in[0;2)\\ 12-3x^2=9x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=1.$$

Lại có $y(-2)=-2;\ y(1)=4;\ y(2)=2$. Do đó $M=\max\limits_{[-2;2]}y=4;\ m=\min\limits_{[-2;2]}y=-2\Rightarrow\frac{m}{M}=-\frac{1}{2}$.

**Câu 8. Chọn D.**

Những điểm thuộc góc phần tư thứ nhất trên hệ trục tọa độ $Oxy$ là những điểm có tung độ và hoành độ dương.

Từ đó đáp án đúng nhất ở đây là đáp án D.

Đáp án B sai là do để xác định dấu của $f(x_0)$ thì còn phải phụ thuộc vào dấu của $g(x_0)$ vì $f(x_0)=g(x_0)\Rightarrow f(x_0).g(x_0)>0$.

**Câu 9. Chọn A.**

Đồ thị $(C)$ có $x=-1$ là tiệm cận đứng và $y=1$ là tiệm cận ngang $\Rightarrow I(-1;1)$.

Bài ra $d//\Delta: y=-x+2\Rightarrow d: y=-x+m\ (m\neq 2)$

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{x-1}{x+1}=-x+m\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\ x^2+(2-m)x-(m+1)=0\end{cases}$ (1)

Ta có $d$ cắt $(C)$ tại $A$, $B$ phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm phân biệt khác $-1$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=(2-m)^2+4(m+1)>0\\ (-1)^2+(2-m).(-1)-m-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+8>0\\ m\in\mathbb{R}\end{cases}\Leftrightarrow m\in\mathbb{R}\qquad (*)$$

Bài ra có $S_{IAB}=2\sqrt{3}\Rightarrow d(I;d).AB=4\sqrt{3}$ (2)

Do $A$, $B\in d\Rightarrow A(x_1;m-x_1)$, $B(x_2;m-x_2)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1;x_1-x_2)$

$\Rightarrow AB^2=(x_2-x_1)^2+(x_1-x_2)^2=2(x_1+x_2)^2-8x_1x_2$.

Ta có $x_1;x_2$ là hai nghiệm của (1) nên theo Viet thì $\begin{cases}x_1+x_2=m-2\\ x_1x_2=-m-1\end{cases}$

$\Rightarrow AB=\sqrt{2(m-2)^2-8(-m-1)}=\sqrt{2m^2+16}$.

Đường thẳng $d: x+y-m=0\Rightarrow d(I;d)=\frac{|-1+1-m|}{\sqrt{2}}=\frac{|m|}{\sqrt{2}}$.

Thế vào (2) $\Rightarrow\frac{|m|}{\sqrt{2}}.\sqrt{2m^2+16}=4\sqrt{3}\Leftrightarrow m^2(m^2+8)=48\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m^2=4\\ m^2=-12\end{array}\right.\Leftrightarrow m=\pm 2$.

Kết hợp với $m\neq 2$ và (*) ta được $m=-2$ thỏa mãn $\Rightarrow d: x+y+2=0$.

**Câu 10. Chọn B.**

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{3x^2+3}}{x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{3+\dfrac{3}{x^2}}}{1+\dfrac{1}{x}}=\dfrac{\sqrt{3+0}}{1+0}=\sqrt{3}.$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{3x^2+3}}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}-\dfrac{\sqrt{3+\dfrac{3}{x^2}}}{1+\dfrac{1}{x}}=-\dfrac{\sqrt{3+0}}{1+0}=-\sqrt{3}.$

Do đó $y=\pm\sqrt{3}$ là hai tiệm cận ngang của $(C)$.

Lại có $\lim\limits_{x\to\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{2x^3+x^2+1}}{x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{2+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^3}}}{1+\dfrac{1}{x}}=\dfrac{\sqrt[3]{2+0+0}}{1+0}=\sqrt[3]{2}.$

Do đó $y=\sqrt[3]{2}$ là một tiệm cận ngang của $(H)$. Khi đó khoảng cách nhỏ nhất giữa hai tiệm cận ngang từ các tiệm cận ngang của $(C)$ và $(H)$ là $\sqrt{3}-\sqrt[3]{2}$.

**Câu 11. Chọn C.**

Lợi nhuận = Doanh thu − chi phí khởi nghiệp − tổng chi phí cận biên.

Nên ta có phương trình lợi nhuận $P=nx-400-0,5n$.

Theo khảo sát nếu giảm $10cent=0,1\$$ thì bán thêm được $200$ sản phẩm nên nếu bán sản phẩm với giá $x\$$ thì số sản phẩm bán được:

$n=1000+\dfrac{200(1,5-x)}{0,1}=4000-2000x,\ (0<x\le 2)$

Do đó ta biểu diễn được lợi nhuận theo hàm một biến $x$

$P(x)=x(4000-2000x)-400-0,5(4000-2000x)$

$=-2000x^2+5000x-2400=-2000(x-1,25)^2+725\le 725.$

Khi $x=1,25\$$ thì lợi nhuận thu được là lớn nhất, sản phẩm bán ra với giá $x=1,25\$$ thì sẽ bán được $n=4000-2000.1,25=1500$ (sản phẩm).

**Câu 12. Chọn B.**

ĐK: $\begin{cases}x>0\\x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow x>1\ (*)$

Khi đó $2\log_4 x-\log_{\frac{1}{2}}(x-1)=1\Leftrightarrow 2\log_{2^2}x-\log_{2^{-1}}(x-1)=1$

$\Leftrightarrow 2.\dfrac{1}{2}\log_2 x-\dfrac{1}{-1}\log_2(x-1)=1\Leftrightarrow \log_2 x+\log_2(x-1)=1$

$\Leftrightarrow \log_2\left[x(x-1)\right]=1 \Leftrightarrow x(x-1)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Kết hợp với (*) ta được $x=2$ là nghiệm duy nhất của phương trình đã cho.

**Câu 13. Chọn C.**

Ta có: $y=12^{\sqrt{x^2+1}} \Rightarrow y'=12^{\sqrt{x^2+1}}.\left(\sqrt{x^2+1}\right)'.\ln 12 = y.\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\ln 12 \Rightarrow \dfrac{y'}{y}=\dfrac{x\ln 12}{\sqrt{x^2+1}}$.

**Câu 14. Chọn D.**

ĐK: $\begin{cases} x+1>0 \\ x-3>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>3$ (*)

Khi đó $\log_2(x+1)+\dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x-3)>1000 \Leftrightarrow \log_2(x+1)+\log_2(x-3)>1000$

$\Leftrightarrow \log_2\left[(x+1)(x-3)\right]>1000 \Leftrightarrow (x+1)(x-3)>2^{1000} \Leftrightarrow x^2-2x-3>2^{1000}$

$\Leftrightarrow (x-1)^2>4+2^{1000} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>1+\sqrt{4+2^{1000}} \\ x<1-\sqrt{4+2^{1000}} \end{array}\right.$

Kết hợp với (*) ta được $x>1+\sqrt{4+2^{10000}}$ thỏa mãn.

**Câu 15. Chọn A.**

Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2\dfrac{3x-1}{x-1}\right)^{1001}$ xác định

$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3x-1}{x-1}>0 \\ x\neq 1 \\ \left(\log_2\dfrac{3x-1}{x-1}\right)^{1001}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3x-1}{x-1}>0 \\ x\neq 1 \\ \log_2\dfrac{3x-1}{x-1}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3x-1}{x-1}>0 \\ x\neq 1 \\ \dfrac{3x-1}{x-1}>1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ \dfrac{3x-1}{x-1}>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ \dfrac{2x}{x-1}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<0 \end{array}\right.$

**Câu 16. Chọn B.**

Xét khẳng định 1, ta có $f(x)>1 \Leftrightarrow \dfrac{2^x}{5^{x^2}}>1 \Leftrightarrow 2^x>5^{x^2}$

$\Leftrightarrow \ln 2^x>\ln 5^{x^2} \Leftrightarrow x\ln 2>x^2\ln 5 \Rightarrow$ khẳng định 1 đúng.

Xét khẳng định 2, ta có $f(x)>1 \Leftrightarrow \dfrac{2^x}{5^{x^2}}>1 \Leftrightarrow 2^x>5^{x^2} \Leftrightarrow \log_2 2^x>\log_2 5^{x^2} \Leftrightarrow x>x^2\log_2 5$.

Từ đó, ta được khẳng định 2 sai, khẳng định 2 chỉ đúng khi $x>0$.

Xét khẳng định 3, ta có $f(x) > 5^{-x^2} \Leftrightarrow \dfrac{2^x}{5^{x^2}} > 5^{-x^2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2^x}{5^{x^2}} > \dfrac{1}{5^{x^2}} \Leftrightarrow 2^x > 1 \Leftrightarrow x > 0 \Rightarrow$ khẳng định 3 sai.

Xét khẳng định 4, ta có $f(x) > 2^x \Leftrightarrow \dfrac{2^x}{5^{x^2}} > 2^x \Leftrightarrow \dfrac{1}{5^{x^2}} > 1 \Leftrightarrow 5^{x^2} < 1.$

Ta lại có $5^{x^2} \geq 5^0 = 1,\ \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ khẳng định 4 sai.

**Câu 17. Chọn D.**

Với $a,\ b,\ c > 0$ và $a \neq 1$, ta có:

$\log_a (abc)^2 = 2\log_a (abc) = 2(\log_a a + \log_a b + \log_a c) = 2(1 + \log_a b + \log_a c) = 2 + 2\log_a b + 2\log_a c.$

**Câu 18. Chọn A.**

Ta có: $y = \sqrt{x^2+1}.\log_2(x^2+2) \Rightarrow y' = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}.\log_2(x^2+2) + \sqrt{x^2+1}.\dfrac{1}{(x^2+2)\ln 2}.2x$

$= \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}.\dfrac{y}{\sqrt{x^2+1}} + \dfrac{2x\sqrt{x^2+1}}{(x^2+2)\ln 2} = \dfrac{xy}{x^2+1} + \dfrac{2x\sqrt{x^2+1}}{(x^2+2)\ln 2}$

**Câu 19. Chọn C.**

Ta có $\log_2 14 = \log_2 2 + \log_2 7 = 1 + \log_{12} 7.\log_2 12 = 1 + b.\dfrac{1}{\log_{12} 2}.$

Lại có $\log_{12} 2 + \log_{12} 6 = \log_{12}(2.6) = 1 \Rightarrow \log_{12} 2 = 1 - \log_{12} 6 = 1 - a$

$\Rightarrow \log_2 14 = 1 + \dfrac{b}{1-a} = \dfrac{1-a+b}{1-a} = \dfrac{a-b-1}{a-1}.$

**Câu 20. Chọn D.**

Từ $a,\ b,\ c > 0$ và $a + b = c \Rightarrow c > b > 0,\ c > a > 0 \Rightarrow \exists \ln(c^2 - b^2)$ và $\exists \ln(c^2 - a^2)$.

Xét đáp án A, ta có $2\ln a < \ln(c^2 - b^2) \Leftrightarrow \ln(c^2 - b^2) > \ln a^2$

$\Leftrightarrow c^2 - b^2 > a^2 \Leftrightarrow (a+b)^2 - b^2 > a^2 \Leftrightarrow 2ab > 0 \qquad (1)$

Điều này luôn đúng với $\forall a,\ b > 0 \Rightarrow$ A đúng.

Xét đáp án B, ta có $2\ln b < \ln(c^2 - a^2) \Leftrightarrow \ln(c^2 - a^2) > \ln b^2 \Leftrightarrow c^2 - a^2 > b^2.$

Từ (1) ta suy ra ngay B đúng.

Xét đáp án C, ta có $2\ln c > \ln(a^2 + b^2) \Leftrightarrow \ln c^2 > \ln(a^2 + b^2) \Leftrightarrow c^2 > a^2 + b^2.$

Từ (1) ta suy ra ngay C đúng.

Xét đáp án D, ta có $\ln a + \ln b > 2\ln\dfrac{c}{2} \Leftrightarrow \ln(ab) > \ln\left(\dfrac{c}{2}\right)^2 \Leftrightarrow ab > \dfrac{c^2}{4}$

$\Leftrightarrow 4ab > (a+b)^2 \Leftrightarrow 4ab > a^2 + b^2 + 2ab \Leftrightarrow (a-b)^2 < 0.$

Ta thấy ngay điều này là vô lý $\Rightarrow$ D sai.

**Câu 21. Chọn C.**

Ta tìm tỉ lệ tăng trưởng mỗi giờ của loại vi khuẩn này

$$300 = 100.e^{5r} \Leftrightarrow e^{5r} = 3 \Leftrightarrow 5r = \ln 3 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 3}{5}.$$

Sau 10 giờ, từ 100 con vi khuẩn sẽ có $100.e^{20.\frac{\ln 3}{5}} = 8100$ (con).

**Câu 22. Chọn D.**

Dựa vào tính chất cơ bản của tích phân thì rõ ràng D là đáp án sai.

**Câu 23. Chọn A.**

Ta có $H = \int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx = \int \sqrt{1+\ln x}\, d(\ln x)$.

Đặt $t = \sqrt{1+\ln x} \Rightarrow \ln x = t^2 - 1 \Rightarrow H = \int t d(t^2-1) = \int t.2tdt$

$$\Rightarrow H = \frac{2t^3}{3} + C = \frac{2}{3}\left(\sqrt{1+\ln x}\right)^3 + C = \frac{2}{3}(1+\ln x)\sqrt{1+\ln x} + C.$$

**Câu 24. Chọn D.**

Ta có: $y' = \frac{x}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{x\sqrt{2}}$.

Độ dài của đường cong $C$ cho bởi $y = \frac{x^2}{4\sqrt{2}} - \frac{\ln x}{\sqrt{2}}$ trên $[1;2]$ là

$$L = \int_1^2 \sqrt{1 + \left(\frac{x}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{x\sqrt{2}}\right)^2} dx = \int_1^2 \sqrt{\frac{\left(x^2-2\right)^2 + 8x^2}{8x^2}}$$

$$= \int_1^2 \sqrt{\frac{\left(x^2+2\right)^2}{8x^2}} dx = \int_1^2 \frac{x^2+2}{2x\sqrt{2}} dx = \frac{1}{2\sqrt{2}} \int_1^2 \left(x + \frac{2}{x}\right) dx$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\frac{x^2}{2} + 2\ln|x|\right)\Bigg|_1^2 = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(2 + 2\ln 2 - \frac{1}{2}\right) = \frac{3+4\ln 2}{4\sqrt{2}}.$$

**Câu 25. Chọn B.**

Đặt $t = \sqrt{x-2} \Rightarrow x = t^2 + 2$.

Khi $x = 2 \Rightarrow t = 0$; $x = 2 + 2^{1000} \Rightarrow t = \sqrt{2^{1000}} = 2^{500}$.

Khi đó $I = \int_0^{2^{500}} \frac{1}{1+t} d\left(t^2+2\right) = \int_0^{2^{500}} \frac{1}{t+1}.2tdt = 2\int_0^{2^{500}} \frac{t}{t+1} dt$

$$= 2\int_0^{2^{500}} \left(1 - \frac{1}{t+1}\right) dt = 2\left(t - \ln|t+1|\right)\Bigg|_0^{2^{500}}$$

$$= 2\left[2^{500} - \ln\left(1+2^{500}\right)\right] - 2(0 - \ln 1) = 2^{501} - 2\ln\left(1+2^{500}\right).$$

**Câu 26. Chọn B.**

Ta có $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\ln\left(\sin x+\cos x\right)}{\cos^2 x}dx=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\ln\left(\sin x+\cos x\right)d\left(\tan x\right)$

$$=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\ln\left(\sin x+\cos x\right)d\left(\tan x+1\right)$$

$$=\left[\left(\tan x+1\right)\ln\left(\sin x+\cos x\right)\right]\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}}-\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\tan x+1\right)d\left[\ln\left(\sin x+\cos x\right)\right]$$

$$=2\ln\sqrt{2}-\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x+\cos x}{\cos x}.\frac{\cos x-\sin x}{\sin x+\cos x}dx$$

$$=\ln 2-\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left(1-\frac{\sin x}{\cos x}\right)dx=\ln 2-\left(\frac{\pi}{4}-0\right)+\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x}{\cos x}dx$$

$$=\ln 2-\frac{\pi}{4}-\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{\cos x}d\left(\cos x\right)=\ln 2-\frac{\pi}{4}-\ln\left|\cos x\right|\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$=\ln 2-\frac{\pi}{4}-\ln\frac{1}{\sqrt{2}}=\ln 2-\frac{\pi}{4}+\ln\sqrt{2}=\ln 2-\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\ln 2=\frac{3}{2}\ln 2-\frac{\pi}{4}.$$

**Câu 27. Chọn A.**

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{x^2}{3}+3=\left|x^2-3\right|$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2-3\ge 0\\ \frac{x^2}{3}+3=x^2-3\end{cases}\\ \begin{cases}x^2-3<0\\ \frac{x^2}{3}+3=-x^2+3\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2\ge 3\\ \frac{2x^2}{3}=6\end{cases}\\ \begin{cases}x^2<3\\ x=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=9\\ x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm 3\\ x=0\end{array}\right.$$

Diện tích cần tính là $S=\int\limits_{-3}^{3}\left|\frac{x^2}{3}+3-\left|x^2-3\right|\right|dx=2\int\limits_0^{3}\left|\frac{x^2}{3}+3-\left|x^2-3\right|\right|dx.$

Rõ ràng trên khoảng $(0;3)$ phương trình $\frac{x^2}{3}+3-\left|x^2-3\right|=0$ vô nghiệm

$$\Rightarrow S=2\left|\int\limits_0^{3}\left(\frac{x^2}{3}+3-\left|x^2-3\right|\right)dx\right|.$$

Ta có $\int_0^3 \left(\frac{x^2}{3}+3-\left|x^2-3\right|\right)dx = \int_0^{\sqrt{3}} \left(\frac{x^2}{3}+3-\left|x^2-3\right|\right)dx + \int_{\sqrt{3}}^3 \left(\frac{x^2}{3}+3-\left|x^2-3\right|\right)dx$

$= \int_0^{\sqrt{3}} \left[\frac{x^2}{3}+3-\left(3-x^2\right)\right]dx + \int_{\sqrt{3}}^3 \left[\frac{x^2}{3}+3-\left(x^2-3\right)\right]dx$

$= \int_0^{\sqrt{3}} \frac{4}{3}x^2dx + \int_{\sqrt{3}}^3 \left(6-\frac{2}{3}x^2\right)dx = \left(\frac{4}{3}.\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^{\sqrt{3}} + \left(6x-\frac{2}{3}.\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{\sqrt{3}}^3$

$= \frac{4.3\sqrt{3}}{9}+12-\left(6\sqrt{3}-\frac{2.3\sqrt{3}}{9}\right) = 12-4\sqrt{3} \Rightarrow S = 2\left(12-4\sqrt{3}\right) = 24-8\sqrt{3}.$

**Câu 28. Chọn C.**

Thể tích cần tính là $V = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\sqrt{\sin x-\cos x+m}\right)^2 dx = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x-\cos x+m)dx$

$= \pi\left(-\cos x-\sin x+mx\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi\left(-1+\frac{m\pi}{2}\right)-\pi(-1) = \frac{m\pi^2}{2}.$

Bài ra $V = \frac{3\pi^2}{2}$ nên $\frac{m\pi^2}{2} = \frac{3\pi^2}{2} \Leftrightarrow m = 3$, thỏa mãn $m > 2$.

**Câu 29. Chọn D.**

Ta có: $z = 7+i+\frac{1+i}{(1-i)(1+i)} = 7+i+\frac{1+i}{2} = \frac{15}{2}+\frac{3}{2}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{15}{2}-\frac{3}{2}i.$

**Câu 30. Chọn C.**

Ta có $z = \frac{z_1+2z_2}{z_2} = \frac{3-i+2-2i}{1-i} = \frac{5-3i}{1-i} = \frac{(1+i)(5-3i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{8+2i}{2} = 4+i \Rightarrow |z| = \sqrt{4^2+1^2} = \sqrt{17}.$

**Câu 31. Chọn D.**

Rõ ràng A đúng, ta có $w^2 = (2+i)^2 = 3+4i = z \Rightarrow$ B đúng.

$|z| = \sqrt{3^2+4^2} = 5 \Rightarrow$ C đúng.

$z^{-1} = \frac{1}{3+4i} = \frac{3-4i}{(3+4i)(3-4i)} = \frac{3-4i}{25} = \frac{3}{25}-\frac{4}{25}i \Rightarrow$ D sai.

**Câu 32. Chọn B.**

Ta có $|z|^2 = z.\bar{z} \Rightarrow w = 2i(4+5i)+4-5i = 8i-10+4-5i = -6+3i.$

Do đó phần thực của số phức $w$ là bằng $-6$.

**Câu 33. Chọn A.**

Ta có $z^3+z^2+z-3 = 0 \Leftrightarrow (z-1)\left(z^2+2z+3\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1 \\ z^2+2z+3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1 \\ (z+1)^2=-2=2i^2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1 \\ z=-1\pm i\sqrt{2} \end{array}\right.$

Do đó $T=|z_1|+|z_2|+|z_3|=1+\sqrt{(-1)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2}+\sqrt{(-1)^2+\left(-\sqrt{2}\right)^2}=1+2\sqrt{3}.$

**Câu 34. Chọn C.**

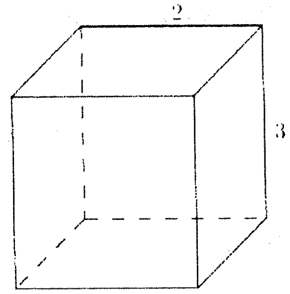
Ta có $z=\dfrac{i-m}{1-m^2+2mi}=\dfrac{(i-m)(1-m^2-2mi)}{(1-m^2+2mi)(1-m^2-2mi)}$

$$=\frac{m(m^2-1)+2m+(2m^2+1-m^2)i}{(1-m^2)^2+4m^2}=\frac{m(m^2+1)+(m^2+1)i}{(m^2+1)^2}=\frac{m}{m^2+1}+\frac{i}{m^2+1}.$$

Khi đó $|z-i|\le\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow\left|\dfrac{m}{m^2+1}+\left(\dfrac{1}{m^2+1}-1\right)i\right|\le\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow\left|\dfrac{m}{m^2+1}-\dfrac{m^2}{m^2+1}i\right|\le\dfrac{1}{4}$

$$\Leftrightarrow\frac{m^2}{(m^2+1)^2}+\frac{m^4}{(m^2+1)^2}\le\frac{1}{16}\Leftrightarrow\frac{m^2\left(m^2+1\right)}{\left(m^2+1\right)^2}\le\frac{1}{16}$$

$$\Leftrightarrow\frac{m^2}{m^2+1}\le\frac{1}{16}\Leftrightarrow 16m^2\le m^2+1\Leftrightarrow-\frac{1}{\sqrt{15}}\le m\le\frac{1}{\sqrt{15}}.$$




**Câu 35. Chọn B.**

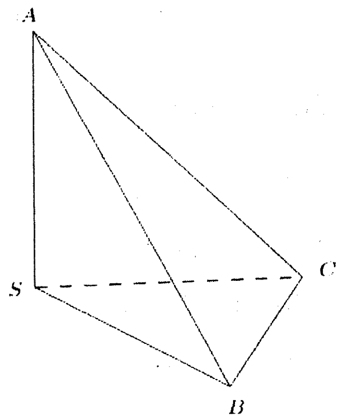
Lăng trụ tứ giác đều là lăng trụ đứng có đáy là hình vuông.

Do đó thể tích lăng trụ cần tính là $V=2.2.3=12.$

**Câu 36. Chọn C.**

Tứ diện đều có bốn mặt đều là tam giác đều với cạnh bằng 2

$$\Rightarrow S_{tp}=4.\left(\frac{1}{2}.2^2.\sin 60^0\right)=4\sqrt{3}.$$

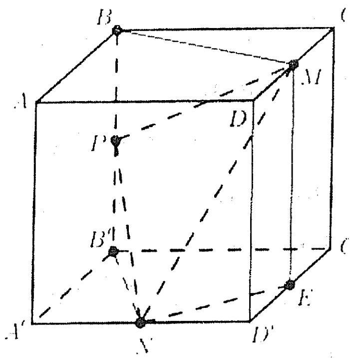



**Câu 37. Chọn B.**

Ta có $\begin{cases}SA\perp SB\\SA\perp SC\end{cases}\Rightarrow AS\perp\left(SBC\right)\Rightarrow V=\dfrac{1}{3}AS.S_{SBC}.$

Lại có $SC\perp SB\Rightarrow S_{SBC}=\dfrac{1}{2}SB.SC\Rightarrow V=\dfrac{1}{6}SA.SB.SC=\dfrac{1}{6}abc..$

**Câu 38. Chọn D.**




Gọi $E$ là trung điểm của cạnh $D'C'$, ta có

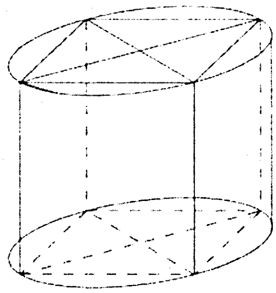
$$NM=\sqrt{ME^2+EN^2}=\sqrt{ME^2+ED'^2+D'N^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}a.$$

$$PM=\sqrt{BM^2+PB^2}=\sqrt{MC'^2+BC'^2+PB^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}a.$$

$$PN=\sqrt{B'N^2+PB'^2}=\sqrt{A'B'^2+A'N^2+PB'^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}a.$$

Do đó $PN=PM=NM\Rightarrow\Delta PNM$ là đều.

**Câu 39. Chọn B.**



Hình trụ ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước $a$, $b$, $c$ và nhận cạnh có kích thước $c$ làm chiều cao

$\Rightarrow$ Bán kính đường tròn đáy $R=\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$ và chiều cao trụ $h=c$.

Do đó thể tích $V=\pi R^2 h=\dfrac{\pi\left(a^2+b^2\right)c}{4}$.

**Câu 40. Chọn A.**

Để tính diện tích vải để may cái mũ như trong hình ta có thể chia mũ được ghép lại bởi một phần hình chóp và hình vành khăn.

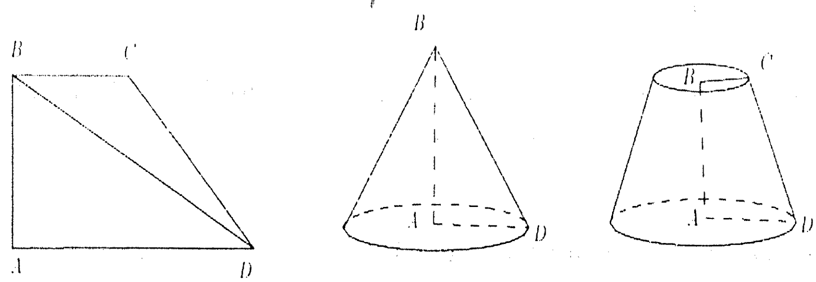
**Bước 1:** Tính diện tích xung quanh của đỉnh mũ hình chóp có đường sinh bằng 30 bán kính đường tròn đáy bằng 5 nên diện tích xung quanh của đỉnh mũ hình chóp $S_1=\pi.5.30=150\pi$.

**Bước 2:** Ta tính phần hình vành mũ có bán kính $R=15$ và bỏ đi phần hình tròn có bán kính $r=5$ do đó diện tích phần vành mũ cần tìm là:

$S_2=\pi\left(15^2-5^2\right)=200\pi$.

Do đó diện tích vải cần may thành cái mũ với hình dạng và kích thước như hình vẽ $S=S_1+S_2=350\pi$ (chưa kể riềm, mép).

**Câu 41. Chọn C.**



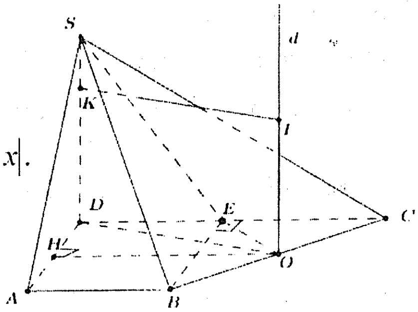

Khi quay hình thang $ABCD$ quanh $AB$ thì:

+) Tam giác $ABD$ sinh ra một hình nón có bán kính đường tròn đáy là $AD$ và đường cao $AB$ nên ta có: $V_1=\dfrac{1}{3}AB.\pi.AD^2$.

+) Hình thang $ABCD$ sinh ra một hình nón cụt tròn xoay có bán kính đường tròn hai đáy lần lượt là $BC$, $AD$ và đường cao $AB$ nên ta có: $V_2=\dfrac{1}{3}AB.\pi.\left(AD^2+BC^2+AD.BC\right)$.

Do đó $\dfrac{V_2}{V_1}=\dfrac{AD^2+BC^2+AD.BC}{AD^2}=1+\left(\dfrac{BC}{AD}\right)^2+\left(\dfrac{BC}{AD}\right)=\dfrac{5}{4}$.

**Câu 42. Chọn A.**




Gọi $O$ là trung điểm của cạnh $BC$, qua $O$ kẻ đường thẳng $d$ song song với $SD$ thì $d$ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác $EBC$.

Gọi $I \in d$ là tâm mặt cầu cần tìm, đặt $OI = x \Rightarrow SK = |SD - x|$.

Kẻ $IK \perp SD$, $OH \perp AD$, khi đó $OH$ là đường trung bình của hình thang $ABCD$ nên

$OH = \dfrac{1}{2}(AB + CD) = \dfrac{3a}{2}$.

$IK^2 = OD^2 = OH^2 + HD^2 = \dfrac{9a^2}{4} + \dfrac{a^2}{4} = \dfrac{5a^2}{2}$.

$OC = \dfrac{1}{2}BC = \dfrac{1}{2}\sqrt{BE^2 + EC^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Từ $IS = IC \Rightarrow IK^2 + SK^2 = OI^2 + OC^2 \Rightarrow \dfrac{5a^2}{2} + (2a - x)^2 = x^2 + \dfrac{a^2}{2}$

$\Rightarrow x = \dfrac{3a}{2} \Rightarrow R = \sqrt{x^2 + \dfrac{a^2}{2}} = \dfrac{a\sqrt{11}}{2}$.

**Câu 43. Chọn B.**

Đường thẳng $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ có một VTCP là $\vec{u} = (a;b;c)$.

Dựa vào đó, ta thấy ngay $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = -3 - 2t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ có một VTCP là $\vec{u} = (1;0;-2)$.

**Câu 44. Chọn A.**

Ta viết lại mặt cầu $(S)$ như sau $(S): (x-1)^2 + (y+m)^2 + (z-m)^2 = 9$

$\Rightarrow (S)$ có tâm $I(1;-m;m)$.

Bài ra có $I \in (P): x + 4y + z + 1 = 0 \Rightarrow 1 - 4m + m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{2}{3}$.

**Câu 45. Chọn B.**

Ta có $d_1 = \dfrac{|2 - 2.(-1) + 3.1 + m|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2}} = \dfrac{|m+7|}{\sqrt{14}}$ và $d_2 = \dfrac{|-2 - 2.1 + 3.1 + m|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2}} = \dfrac{|m-1|}{\sqrt{14}}$.

Bài ra có $d_1 = 3d_2 \Rightarrow \dfrac{|m+7|}{\sqrt{14}} = 3.\dfrac{|m-1|}{\sqrt{14}} \Leftrightarrow |m+7| = 3|m-1|$

$\Leftrightarrow (m+7)^2 = 9(m-1)^2 \Leftrightarrow m^2 + 14m + 49 = 9(m^2 - 2m + 1) \Leftrightarrow 8m^2 - 32m - 40 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 5 \end{array}\right.$

***Bình luận:***

*Bài toán này có liên quan đến tính* ***tỉ số khoảng cách từ hai điểm đến cùng một mặt phẳng*** *nên ta có thể làm nhanh như sau:* $\frac{d_1}{d_2}=\frac{|2-2.(-1)+3.1+m|}{|-2-2.1+3.1+m|}=\frac{|m+7|}{|m-1|}$.

*Bài ra* $\frac{d_1}{d_2}=3\Rightarrow\frac{|m+7|}{|m-1|}=3\Leftrightarrow(m+7)^2=9(m-1)^2$

$\Leftrightarrow m^2+14m+49=9(m^2-2m+1)\Leftrightarrow 8m^2-32m-40=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=5\end{array}\right.$

**Câu 46. Chọn A.**

*Ta nhớ lại kiến thức sau:*

*Xét hai mặt phẳng* $\begin{cases}(P):ax+by+cz+d=0\ (a^2+b^2+c^2>0)\\(Q):a'x+b'y+c'z+d'=0\ (a'^2+b'^2+c'^2>0)\end{cases}$

*Khi đó* $(P)\perp(Q)\Leftrightarrow a.a'+b.b'+c.c'=0$.

Từ đó, ta có ngay YCBT $\Leftrightarrow 1.4-2(m-1)+3(8-m)=0\Leftrightarrow -5m+30=0\Leftrightarrow m=6$.

**Câu 47. Chọn D.**

Mặt phẳng $(P)$ có một VTPT là $\vec{n}=(0;1;-2)$.

Đường thẳng $d$ có một VTCP là $\vec{u}=(1;-1;1)$.

Ta có $\begin{cases}(Q)\perp(P)\\(Q)//d\end{cases}\Rightarrow(Q)$ sẽ nhận $[\vec{n};\vec{u}]=(-1;-2;-1)$ là một VTPT

$\Rightarrow(Q)$ nhận $\overrightarrow{n_Q}=(1;2;1)$ là một VTPT.

Kết hợp với $(Q)$ qua $A(2;3;-1)\Rightarrow(Q):1.(x-2)+2(y-3)+1.(z+1)=0$

$\Rightarrow(Q):x+2y+z-7=0$.

Đường thẳng $d$ qua $M(1;2;0)$, rõ ràng $M\notin(Q):x+2y+z-7=0$

$\Rightarrow(Q):x+2y+z-7=0$ thỏa mãn.

***Bình luận:***

*Khi có yếu tố song song, ta cần có bước kiểm tra cuối như trên, vì có thể đường thẳng d nằm trên mặt phẳng* $(Q)$, *khi đó không có mặt phẳng thỏa mãn bài toán. Tuy nhiên, đối với bài toán này, bốn đáp án được nêu đã khẳng định có mặt phẳng thỏa mãn nên ta có thể bỏ qua bước kiểm tra cuối để đỡ mất thời gian.*

*Ngoài lời giải trên, ta có thể làm cách khác như sau:*

*Gọi* $\overrightarrow{n_Q}=(a;b;c)$ *là một VTPT của* $(Q)$, $(a^2+b^2+c^2>0)$.

*Mặt phẳng* $(P)$ *có một VTPT là* $\vec{n}=(0;1;-2)$.

*Đường thẳng* $d$ *có một VTCP là* $\vec{u}=(1;-1;1)$.

*Ta có* $\begin{cases}(Q)\perp(P)\\(Q)//d\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{n_Q}.\vec{n}=0\\\overrightarrow{n_Q}.\vec{u}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0+b-2c=0\\a-b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=2c\\a-2c+c=0\end{cases}\Leftrightarrow a=c=\dfrac{b}{2}.$

*Chọn* $b=2\Rightarrow a=c=1$, *thỏa mãn* $a^2+b^2+c^2>0\Rightarrow\overrightarrow{n_Q}=(1;2;1)$.

*Mặt phẳng* $(Q)$ *qua* $A(2;3;-1)$ *và nhận* $\overrightarrow{n_Q}=(1;2;1)$ *là một VTPT*

$\Rightarrow(Q):1.(x-2)+2(y-3)+1.(z+1)=0\Rightarrow(Q):x+2y+z-7=0.$

*Đường thẳng* $d$ *qua* $M(1;2;0)$, *rõ ràng* $M\notin(Q):x+2y+z-7=0$

$\Rightarrow(Q):x+2y+z-7=0$ *thỏa mãn.*

**Câu 48. Chọn C.**

Ta có $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=4+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Bài ra $I\in d\Rightarrow I(t+1;2t+2;t+4)$.

Mặt cầu $(S)$ đi qua hai điểm $A$, $B$ nên $IA=IB$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AI}=(t-2;2t;t+1)\\\overrightarrow{BI}=(t+1;2t-4;t)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}AI^2=(t-2)^2+4t^2+(t+1)^2\\BI^2=(t+1)^2+(2t-4)^2+t^2\end{cases}$

Ép cho $AI^2=BI^2\Rightarrow(t-2)^2+4t^2+(t+1)^2=(t+1)^2+(2t-4)^2+t^2$

$\Leftrightarrow5-2t=17-14t\Leftrightarrow t=1\Rightarrow I(2;4;5)\Rightarrow P=x_I^2+y_I^2+z_I^2+2x_Iy_Iz_I=125.$

**Câu 49. Chọn C.**

Gọi $M=d\cap\Delta$, ta có $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-1-t\\z=1+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})\Rightarrow M(t+2;-t-1;t+1)$.

Đường thẳng $\Delta$ nhận $\overrightarrow{AM}=(t+1;-t;t-2)$ là một VTCP.

Mặt phẳng $(P)$ có một VTPT là $\vec{n}=(1;4;-2)$.

Ta có $\Delta//(P)\Leftrightarrow\begin{cases}A\notin(P)\\\overrightarrow{AM}.\vec{n}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1+4.(-1)-2.3+6\neq0\\(t+1)-4t-2(t-2)=0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow-5t+5=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(2;-1;-1).$$

Đường thẳng $\Delta$ qua $A(1;-1;3)$ và nhận $\overrightarrow{AM}=(2;-1;-1)$ là một VTCP

$\Rightarrow\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}.$

**Câu 50. Chọn B.**

Giả sử $M(m;0;0)$, $N(0;n;0)$, $P(0;0;p)$, $(m,\ n,\ p>0) \Rightarrow (P): \frac{x}{m}+\frac{y}{n}+\frac{z}{p}=1$.

Điểm $A(1;4;9)\in(P) \Rightarrow \frac{1}{m}+\frac{4}{n}+\frac{9}{p}=1$.

Ta có: $OM+ON+OP=m+n+p$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopski, ta được:

$$(m+n+p)\left(\frac{1}{m}+\frac{4}{n}+\frac{9}{p}\right)\ge\left(\sqrt{m.\frac{1}{m}}+\sqrt{n.\frac{4}{n}}+\sqrt{p.\frac{9}{p}}\right)^2$$

$$\Rightarrow (m+n+p).1\ge(1+2+3)^2 \Rightarrow m+n+p\ge 36 \Rightarrow OM+ON+OP\ge 36.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases}\frac{1}{m}=\frac{2}{n}=\frac{3}{p}\\ \frac{1}{m}+\frac{4}{n}+\frac{9}{p}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m=6\\ n=12\\ p=18\end{cases}$

Khi đó $(P): \frac{x}{6}+\frac{y}{12}+\frac{z}{18}=1 \Rightarrow (P)$ qua $T(3;6;0)$.

## ĐỀ SỐ 7

**Câu 1. Chọn C.**

Ta thấy (3) là hàm đồng biến $\Rightarrow c>1$, còn (1) và (2) đều là hàm số nghịch biến $\Rightarrow a,\ b<1$.

Từ đó ta loại ngay được A và D.

Xét nửa bên của trục tung chứa tia $Ox$ ta thấy tại cùng một hoành độ thì đồ thị của hàm số (1) luôn nằm trên đồ thị của hàm số (2). Xét nửa bên của trục tung chứa tia đối của tia $Ox$ ta thấy tại cùng một hoành độ thì đồ thị của hàm số (1) luôn nằm dưới đồ thị của hàm số (2) $\Rightarrow a>b$.

Do đó ta thu được $c>a>b$.

**Câu 2. Chọn D.**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm2\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x-9}{x^2-4}=0 \Rightarrow y=0$ là một tiệm cận ngang của $(C)$.

$\lim\limits_{x\to2^+}\frac{3x-9}{x^2-4}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to2^-}\frac{3x-9}{x^2-4}=+\infty$.

$\lim\limits_{x\to(-2)^+}\frac{3x-9}{x^2-4}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\frac{3x-9}{x^2-4}=-\infty$.

Do đó $x=\pm2$ là hai tiệm cận đứng của $(C)$.

**Câu 3. Chọn B.**

Nếu $f(x)$ đồng biến trên $[a;b]$ thì $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in(a;b)$ điều này là hoàn toàn đúng nhưng điều ngược lại nếu $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in(a;b)$ thì $f(x)$ đồng biến trên $[a;b]$ là sai vì nếu $f'(x)=0,\ \forall x\in(a;b)$ thì hàm $f(x)$ là hàm hằng không đồng biến cũng chẳng nghịch biến.

**Câu 4. Chọn B.**

Từ hình vẽ ta có:

+) $g(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm và qua các điểm đó $g(x)$ đổi dấu

$\Rightarrow$ hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị $\Rightarrow$ A sai.

+) $g(x)\ge 0,\ \forall x\in[-1;1]$ và $g(x)=0$ chỉ tồn tại hữu hạn điểm thuộc $[-1;1]$

$\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $[-1;1]\Rightarrow$ B đúng.

+) $g(x)<0,\ \forall x\in(-\infty;-1)$ và $g(x)>0,\ \forall x\in(-1;1)$

$\Rightarrow y=f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và đồng biến trên $[-1;1]\Rightarrow$ C sai.

+) Bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-1$ | | $1$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ |
| $f(x)$ | $f(-1)$ | $\nearrow$ | $f(1)$ | $\searrow$ | $f(3)$ |

Do đó $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(1)$ nhưng chưa có cơ sở nào để khẳng định là $f(1)<0\Rightarrow$ D sai.

**Câu 5. Chọn C.**

Đạo hàm $y'=\dfrac{\sqrt{x^2+1}-\dfrac{x^2+3x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=\dfrac{1-3x}{\sqrt{\left(x^2+1\right)^3}}=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{3}.$

Nhận thấy qua $x=\dfrac{1}{3}$ thì $y'$ đổi dấu từ "+" sang "−" nên hàm số đạt cực đại tại $x=\dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow y_{CĐ}=y\left(\dfrac{1}{3}\right)=\sqrt{10}.$

**Câu 6. Chọn D.**

Phương trình hoành độ giao điểm $x^4-x^3+x+2=2x+1$

$\Leftrightarrow x^4 - x^3 - x + 1 = 0 \Leftrightarrow x^3(x-1) - (x-1) = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^3-1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x^2+x+1) = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2\left[\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right] = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y_0 = (1) = 3.$

**Câu 7. Chọn A.**

Hàm số dã xác định và liên tục trên đoạn $[-3;2]$.

$y' = 2xe^x + x^2e^x = (x^2+2x)e^x$; $\begin{cases} x \in (-3;2) \\ y' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$

Lại có $y(-3) = \frac{9}{e^3}$; $y(-2) = \frac{4}{e^2}$; $y(0) = 0$; $y(2) = 4e^2$.

Do đó $M = \max\limits_{[-3;2]} y = 4e^2$; $m = \min\limits_{[-3;2]} y = 0 \Rightarrow P = 2017m + M = M = 4e^2$.

**Câu 8. Chọn C.**

Ta có $f'(x) = x^2 + 2x + 3a$; $g'(x) = x^2 - x + a$.

Ta cần tìm $a$ sao cho $g'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ $(x_1 < x_2)$ và $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_3; x_4$ $(x_3 < x_4)$ thỏa mãn $\left[\begin{array}{l} x_3 < x_1 < x_4 < x_2 \\ x_1 < x_3 < x_2 < x_4 \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_f' = 1 - 3a > 0 \\ \Delta_g' = 1 - 4a > 0 \\ g'(x_3).g'(x_4) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < \dfrac{1}{4} \\ (x_3^2 - x_3 + a)(x_4^2 - x_4 + a) < 0 \end{cases} \quad (1)$$

Lại có $(x_3^2 - x_3 + a)(x_4^2 - x_4 + a) = [f'(x_3) - (3x_3 + 2a)][f'(x_4) - (3x_4 + 2a)]$

$= (3x_3 + 2a)(3x_4 + 2a) = 9x_3.x_4 + 6a(x_3 + x_4) + 4a^2.$

Theo định lý Viet ta có $\begin{cases} x_3 + x_4 = -2 \\ x_3x_4 = 3a \end{cases}$

$\Rightarrow (x_3^2 - x_3 + a)(x_4^2 - x_4 + a) = 9.3a + 6.(-2)a + 4a^2 = 4a^2 + 15a.$

Do đó (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} a < \dfrac{1}{4} \\ 4a^2 + 15a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{15}{4} < a < 0.$

**Câu 9. Chọn D.**

Ta có: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+3}} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1 + \dfrac{1}{x}}{\sqrt{m + \dfrac{3}{x^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{m}}.$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{mx^2+3}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-1-\frac{1}{x}}{\sqrt{m+\frac{3}{x^2}}}=-\frac{1}{\sqrt{m}}.$$

Do đó để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=\pm\frac{1}{\sqrt{m}}$ thì cần có $m>0$.

Khi đó khoảng cách giữa hai đường tiệm cận là $\frac{2}{\sqrt{m}}=2\Rightarrow m=1$ thỏa mãn.

**Câu 10. Chọn A.**

Ta có $\alpha>0,\ \beta<\frac{\pi}{2}$.

Lại có $\tan\beta=\tan(\alpha+\beta-\alpha)=\frac{\tan(\alpha+\beta)-\tan\alpha}{1+\tan(\alpha+\beta)\tan\alpha}=\frac{\frac{a+b}{h}-\frac{a}{h}}{1+\frac{(a+b)a}{h^2}}=\frac{bh}{h^2+a(a+b)}$.

Do $\tan\beta$ là hàm đồng biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên ta chỉ cần tìm max của $\frac{bh}{h^2+a(a+b)}=f(h)$

thì $\beta$ sẽ đạt giá trị max. Xét hàm số $f(h)=\frac{bh}{h^2+a(a+b)}$, với $h\in(0;+\infty)$ có

$$f'(h)=b\frac{h^2+a(a+b)-2h^2}{\left(h^2+a(a+b)\right)^2};\ \begin{cases}h\in(0;+\infty)\\ f'(h)=0\end{cases}\Leftrightarrow h=\sqrt{a(a+b)}.$$

Từ đó với $h=\sqrt{a(a+b)}$ thì $f(h)$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow\beta$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow$ khả năng ghi bàn là cao nhất.

**Câu 11. Chọn B.**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm $y'=3x^2+6x+m$, ta có $\Delta'=9-3m$.

Với $m\geq3\Rightarrow\Delta'\leq0$ mà $a=3>0\Rightarrow y$ đồng biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow m\geq3$ không thỏa mãn.

Với $m<3\Rightarrow\Delta'>0$, khi đó $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2\ (x_1<x_2)$.

Theo định lý Viet ta có $\begin{cases}x_1+x_2=-2\\ x_1x_2=\frac{m}{3}\end{cases}$

Ta có $y$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 2

$\Leftrightarrow y$ nghịch biến trên đoạn $[x_1;x_2]$ với $|x_1-x_2|=2$.

Lại có $|x_1-x_2|=2\Leftrightarrow(x_1-x_2)^2=4$

$\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=4\Leftrightarrow(-2)^2-4.\frac{m}{3}=4\Leftrightarrow m=0$ thỏa mãn $m<3$.

**Câu 12. Chọn C.**

ĐK: $\begin{cases} x+1>0 \\ x-3>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>3 \qquad (*)$

Khi đó $2\log_4(x+1)+\dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x-3)=6 \Leftrightarrow 2\log_{2^2}(x+1)+\dfrac{1}{2}\log_{2^{\frac{1}{2}}}(x-3)=6$

$\Leftrightarrow 2.\dfrac{1}{2}\log_2(x+1)+\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{\frac{1}{2}}\log_2(x-3)=6 \Leftrightarrow \log_2(x+1)+\log_2(x-3)=6 \Leftrightarrow \log_2\left[(x+1)(x-3)\right]=6$

$\Leftrightarrow (x+1)(x-3)=2^6=64 \Leftrightarrow x^2-2x-67=0 \Leftrightarrow x=1\pm 2\sqrt{17}.$

Kết hợp với (*) ta được $x=1+2\sqrt{17}$ là nghiệm duy nhất của phương trình đã cho.

**Câu 13. Chọn D.**

Ta có: $y=\ln\dfrac{2}{x+1}=\ln 2-\ln(x+1) \Rightarrow y'=-\dfrac{1}{x+1}.$

**Câu 14. Chọn A.**

ĐK: $\begin{cases} (2x+3)^{1001}>0 \\ x^2+2>0 \\ x^2+2\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 2x+3>0 \Leftrightarrow x>-\dfrac{3}{2} \quad (*)$

Khi đó $\log_{x^2+2}(2x+3)^{1001}>1001 \Leftrightarrow 1001.\log_{x^2+2}(2x+3)>1001 \Leftrightarrow \log_{x^2+2}(2x+3)>1 \ (1)$

Ta có $x^2+2\geq 2>1,\ \forall x>-\dfrac{3}{2}$ nên (1) $\Leftrightarrow 2x+3>x^2+2$

$\Leftrightarrow x^2-2x-1<0 \Leftrightarrow 1-\sqrt{2}<x<1+\sqrt{2}.$

Kết hợp với (*) ta được $1-\sqrt{2}<x<1+\sqrt{2}$ thỏa mãn.

**Câu 15. Chọn B.**

Hàm số $y=\log_2\left(\dfrac{x^2-3x+4}{x-1}\right)^{1000}$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ \left(\dfrac{x^2-3x+4}{x-1}\right)^{1000}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ \dfrac{x^2-3x+4}{x-1}\neq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x^2-3x+4\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ \left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4}\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\neq 1.$

**Câu 16. Chọn C.**

Ta có thể thấy ngay khẳng định 1 và 2 là sai vì tập xác định của $f(x)>1$ là $\mathbb{R}$.

Trong khi đó, tập xác định của bất phương trình $2\ln x+x\ln 2+x^2\ln 3>0$ là $(0;+\infty)$ và tập xác định của bất phương trình $\log_2 x^2+x+x^2\log_2 3>0$ là $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Nhiều bạn sẽ mắc sai lầm như sau:

***Sai lầm 1.*** $f(x)>1 \Leftrightarrow x^2.2^x.3^{x^2}>1 \Leftrightarrow \ln\left(x^2.2^x.3^{x^2}\right)>\ln 1$

$\Leftrightarrow \ln x^2+\ln 2^x+\ln 3^{x^2}>0 \Leftrightarrow 2\ln x+x\ln 2+x^2\ln 3>0.$

Từ đó dẫn đến khẳng định 1 đúng.

Chú ý, phép biến đổi $x^2.2^x.3^{x^2}>1 \Leftrightarrow \ln\left(x^2.2^x.3^{x^2}\right)>\ln 1$ chỉ đúng khi ta biết được chắc chắn $x^2.2^x.3^{x^2}>0$. Tuy nhiên $x^2.2^x.3^{x^2}\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$ do đó ta không thể biến đổi $x^2.2^x.3^{x^2}>1 \Leftrightarrow \ln\left(x^2.2^x.3^{x^2}\right)>\ln 1$ được.

***Sai lầm 2.*** $f(x)>1 \Leftrightarrow x^2.2^x.3^{x^2}>1 \Leftrightarrow \log_2\left(x^2.2^x.3^{x^2}\right)>\log_2 1$

$\Leftrightarrow \log_2 x^2+\log_2 2^x+\log_2 3^{x^2}>0 \Leftrightarrow \log_2 x^2+x+x^2\log_2 3>0.$

Từ đó dẫn đến khẳng định 2 đúng. Lời giải thích sai lầm 2 tương tự như sai lầm 1.

Xét khẳng định 3, ta có $f(x)\geq x^2.2^x \Leftrightarrow x^2.2^x.3^{x^2}\geq x^2.2^x$ (1)

Ta thấy $x=0$ thỏa mãn (1), với $x\neq 0 \Rightarrow x^2>0 \Rightarrow x^2.2^x>0.$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow 3^{x^2}\geq 1 \Leftrightarrow x^2\geq 0 \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}.$

Do đó $f(x)\geq x^2.2^x \Leftrightarrow x\in\mathbb{R} \Rightarrow$ khẳng định 3 sai.

Xét khẳng định 4, ta có $f(x)\geq x^2.3^{x^2} \Leftrightarrow x^2.2^x.3^{x^2}\geq x^2.3^{x^2}$ (2)

Ta thấy $x=0$ thỏa mãn (2), với $x\neq 0 \Rightarrow x^2>0 \Rightarrow x^2.3^{x^2}>0.$

Khi đó (2) $\Leftrightarrow 2^x\geq 1 \Leftrightarrow x\geq 0$. Do đó $f(x)\geq x^2.3^{x^2} \Leftrightarrow x\geq 0 \Rightarrow$ khẳng định 4 sai.

**Câu 17. Chọn A.**

Với $a$, $b>0$ và $a\neq 1$, ta có $\log_{\sqrt{a}}(ab)=\log_{a^{\frac{1}{2}}}(ab)$

$=2\log_a(ab)=2\left(\log_a a+\log_a b\right)=2\left(1+\log_a b\right)=2+2\log_a b.$

**Câu 18. Chọn B.**

Ta có $y=\dfrac{(x-1)(\sin x-\cos x)}{x+1}=\dfrac{x-1}{x+1}.(\sin x-\cos x)$

$\Rightarrow y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}.(\sin x-\cos x)+\dfrac{x-1}{x+1}(\cos x+\sin x)$

$=\dfrac{2(\sin x-\cos x)+\left(x^2-1\right)(\cos x+\sin x)}{(x+1)^2}=\dfrac{\left(x^2+1\right)\sin x+\left(x^2-3\right)\cos x}{(x+1)^2}.$

**Câu 19. Chọn D.**

Ta có: $\log_2 28=\log_2 4+\log_2 7=2+\log_{20}7.\log_2 20=2+b.\dfrac{1}{\log_{20}2}.$

Lại có: $\log_{20}4+\log_{20}5=\log_{20}(4.5)=1\Rightarrow \log_{20}4=1-\log_{20}5=1-a$

$\Rightarrow 2\log_{20}2=1-a\Rightarrow \log_{20}2=\dfrac{1-a}{2}\Rightarrow \log_2 28=2+b.\dfrac{2}{1-a}=\dfrac{2-2a+2b}{1-a}=\dfrac{2a-2b-2}{a-1}$.

**Câu 20. Chọn A.**

Ta có: $x-y+1=\log_{\frac{1}{2}}\left(a^2+b^2\right)-\left(\log_{\frac{1}{2}}a+\log_{\frac{1}{2}}b\right)+\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{2}$

$=\log_{\frac{1}{2}}\left[\left(a^2+b^2\right).\dfrac{1}{2}\right]-\log_{\frac{1}{2}}(ab)\quad (1)$

Lại có $\left(a^2+b^2\right).\dfrac{1}{2}-ab=\dfrac{a^2+b^2-2ab}{2}=\dfrac{(a-b)^2}{2}\ge 0\Rightarrow\left(a^2+b^2\right).\dfrac{1}{2}\ge ab>0.$

Khi đó từ (1) $\Rightarrow x-y+1\le 0\Rightarrow x-y\le -1$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b>0$.

**Câu 21. Chọn D.**

Ta tìm tỉ lệ tăng trưởng mỗi giờ của loại vi khuẩn này

$300=100.e^{5r}\Leftrightarrow e^{5r}=3\Leftrightarrow 5r=\ln 3\Leftrightarrow r=\dfrac{\ln 3}{5}$.

Bài ra ta có ngay $8100=100.e^{t.\frac{\ln 3}{5}}\Leftrightarrow e^{t.\frac{\ln 3}{5}}=81\Leftrightarrow t.\dfrac{\ln 3}{5}=\ln 81\Leftrightarrow t=20$ (giờ).

**Câu 22. Chọn A.**

Dựa vào tính chất cơ bản của tích phân thì rõ ràng A là đáp án đúng.

**Câu 23. Chọn B.**

Ta có: $F(x)=\displaystyle\int\frac{\ln x\sqrt{1+\ln^2 x}}{x}dx=\int \ln x\sqrt{1+\ln^2 x}\,d(\ln x)$

$=\dfrac{1}{2}\displaystyle\int\sqrt{1+\ln^2 x}\,d\left(\ln^2 x\right)=\frac{1}{2}\int\left(1+\ln^2 x\right)^{\frac{1}{2}}d\left(1+\ln^2 x\right)$

$=\dfrac{1}{2}.\dfrac{\left(1+\ln^2 x\right)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{3}{2}}+C=\dfrac{\left(1+\ln^2 x\right)^{\frac{3}{2}}}{3}+C=\dfrac{\left(1+\ln^2 x\right)\sqrt{1+\ln^2 x}}{3}+C.$

**Câu 24. Chọn A.**

Vật dừng lại tại thời điểm $t=6$. Khi đó $S=\displaystyle\int_0^6 t(6-t)dt=\left.\left(3t^2-\frac{t^3}{3}\right)\right|_0^6=36$ (s).

**Câu 25. Chọn C.**

Ta có: $I=\displaystyle\int_1^2\frac{\ln x^{1000}}{x}dx=\int_1^2\ln x^{1000}d(\ln x)=\int_1^2 1000\ln x\,d(\ln x)=\left.500\ln^2 x\right|_1^2=500\ln^2 2.$

**Câu 26. Chọn C.**

Ta có: $\int_1^m \ln^2 x dx = \left(x\ln^2 x\right)\Big|_1^m - \int_1^m xd\left(\ln^2 x\right)$

$= m\ln^2 m - \int_1^m x.2\ln x.\frac{1}{x}dx = m\ln^2 m - 2\int_1^m \ln x dx$

$= m\ln^2 m - 2\left(x\ln x\right)\Big|_1^m + 2\int_1^m xd\left(\ln x\right)$

$= m\ln^2 m - 2m\ln m + 2\int_1^m x.\frac{1}{x}dx$

$= m\ln^2 m - 2m\ln m + 2\left(m-1\right) = m\ln m\left(\ln m - 2\right) + 2\left(m-1\right).$

Bài ra $\int_1^m \ln^2 x dx = m\ln m\left(\ln m - 2\right) + 2^{1000}$

$\Rightarrow m\ln m\left(\ln m-2\right)+2\left(m-1\right) = m\ln m\left(\ln m-2\right)+2^{1000}$

$\Leftrightarrow 2\left(m-1\right) = 2^{1000} \Leftrightarrow m-1 = 2^{999} \Leftrightarrow m = 2^{999}+1,$ thỏa mãn bài toán.

**Câu 27. Chọn B.**

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3-2x=-x^2 \Leftrightarrow x^3+x^2-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Diện tích cần tính là $S = \int_{-2}^{1}\left|\left(x^3-2x\right)-\left(-x^2\right)\right|dx = \int_{-2}^{1}\left|x^3+x^2-2x\right|dx$

$= \int_{-2}^{0}\left|x^3+x^2-2x\right|dx + \int_{0}^{1}\left|x^3+x^2-2x\right|dx = \int_{-2}^{0}\left(x^3+x^2-2x\right)dx + \int_{0}^{1}-\left(x^3+x^2-2x\right)dx$

$= \left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Bigg|_{-2}^{0} - \left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Bigg|_{0}^{1} = \frac{8}{3}+\frac{5}{12} = \frac{37}{12}.$

**Câu 28. Chọn D.**

Phương trình hoành độ giao điểm $\left(2x-1\right)e^x = 0 \Leftrightarrow 2x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}.$

Thể tích cần tính là $V = \pi\int_0^{\frac{1}{2}}\left[\left(2x-1\right)e^x\right]^2dx = \pi\int_0^{\frac{1}{2}}\left(2x-1\right)^2e^{2x}dx.$

Đặt $t=2x-1,$ khi $x=0$ thì $t=-1,$ khi $x=\frac{1}{2}$ thì $t=0.$

Ta có $V = \pi\int_{-1}^{0}t^2e^{t+1}d\left(\frac{t+1}{2}\right) = \frac{\pi e}{2}\int_{-1}^{0}t^2e^t dt.$

Xét $I=\int\limits_{-1}^{0} t^2e^t dt=\int\limits_{-1}^{0} t^2 d\left(e^t\right)=\left(t^2e^t\right)\Big|_{-1}^{0}-\int\limits_{-1}^{0} e^t d\left(t^2\right)$

$$=-\frac{1}{e}-\int\limits_{-1}^{0} e^t.2tdt=-\frac{1}{e}-2\int\limits_{-1}^{0} td\left(e^t\right)=-\frac{1}{e}-\left(2te^t\right)\Big|_{-1}^{0}+2\int\limits_{-1}^{0} e^t dt$$

$$=-\frac{1}{e}+\frac{-2}{e}+\left(2e^t\right)\Big|_{-1}^{0}=-\frac{3}{e}+2-\frac{2}{e}=2-\frac{5}{e}.$$

Do đó $V=\frac{\pi e}{2}\left(2-\frac{5}{e}\right)=\frac{\pi\left(2e-5\right)}{2}$.

**Câu 29. Chọn A.**

Ta có: $z=2i(2+4i)=-8+4i$.

**Câu 30. Chọn C.**

Ta có: $\Delta=\left(3i-9\right)^2-4\left(18-13i\right)=72-54i-72+52i=-2i=(1-i)^2$.

Do đó $\left[\begin{array}{l} z=\dfrac{9-3i+1-i}{2}=5-2i \\ z=\dfrac{9-3i+i-1}{2}=4-i \end{array}\right.$

**Câu 31. Chọn A.**

Ta có: $z_1=\frac{(2+i)(1+i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{1+3i}{2}\Rightarrow z=z_1-z_2=-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}i\Rightarrow |z|=\sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{26}}{2}$.

**Câu 32. Chọn B.**

Ta có $i^{2015}=i.i^{2004}=i.\left(i^2\right)^{1002}=i.\left(-1\right)^{1002}=i\neq 1\Rightarrow$ A sai.

$i^{2016}=\left(i^2\right)^{1008}=\left(-1\right)^{1008}=1\Rightarrow$ B đúng.

$i^{2017}=i.i^{2016}=i.\left(i^2\right)^{1008}=i.\left(-1\right)^{1008}=i\Rightarrow$ C sai.

$i^{1977}=i.i^{1976}=i.\left(i^2\right)^{988}=i.\left(-1\right)^{988}=i\Rightarrow$ D sai.

**Câu 33. Chọn C.**

Ta có $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}i\right)^2=3-2-2i\sqrt{6}=1-2i\sqrt{6}\neq z\Rightarrow$ Loại A

$\left(-\sqrt{3}+\sqrt{2}i\right)^2=3-2-2i\sqrt{6}=1-2i\sqrt{6}\neq z\Rightarrow$ Loại B

$\left(-\sqrt{3}-\sqrt{2}i\right)^2=3-2+2i\sqrt{6}=1+2i\sqrt{6}=z\Rightarrow$ Chọn C

$\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}i\right)^2=2-3-2i\sqrt{6}=-1-2i\sqrt{6}\neq z\Rightarrow$ Loại D

**Câu 34. Chọn D.**

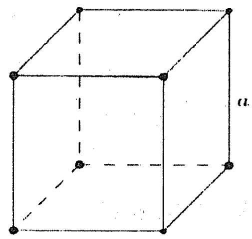
Giả sử $w=x+yi$, $(x,y\in\mathbb{R})$.

Theo định lý Vi-et, ta có: $\begin{cases} z_1 + z_2 = -a \\ z_1.z_2 = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3w + 2i - 4 = -a \\ (w+2i)(2w-4) = b \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4 + (3y+2)i = -a \\ [x + (y+2)i](2x - 4 + 2yi) = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4 + (3y+2)i = -a \\ 2x^2 - 4x - 2y^2 - 4y + [2xy + 2(x-2)(y+2)]i = b \end{cases}$

Do đó $\begin{cases} 3y + 2 = 0 \\ 2xy + 2(x-2)(y+2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{2}{3} \\ x = 4 \end{cases} \Rightarrow w$ có phần thực bằng 4.

**Câu 35. Chọn B.**



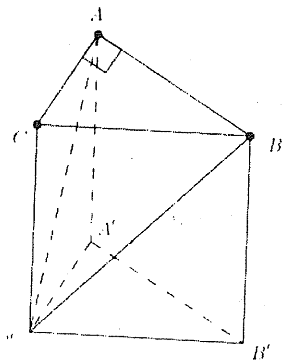

Khối lập phương có cạnh bằng $a$ thì tổng thể tích các mặt của khối lập phương bằng $6a^2$

$\Rightarrow 6a^2 = 96 \Rightarrow a = 4$ cm $\Rightarrow V = a^3 = 4^3 = 64$ cm$^3$.

**Câu 36. Chọn D.**

Tam giác $ABC$ vuông tại $A \Rightarrow AB = AC.\tan\widehat{ACB} = b\sqrt{3}$

và $BC = \dfrac{AC}{\cos\widehat{ACB}} = 2b.$




Ta có $\begin{cases} AB \perp CC' \\ AB \perp AC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ACC'A')$

$\Rightarrow \widehat{BC'A} = 30^0 \Rightarrow C'B = \dfrac{AB}{\sin 30^0} = 2b\sqrt{3}$

$\Rightarrow CC' = \sqrt{C'B^2 - CB^2} = \sqrt{\left(2\sqrt{3}b\right)^2 - (2b)^2} = 2b\sqrt{2}.$

Gọi $S_1$; $S_2$; $S_3$ lần lượt là diện tích của các hình chữ nhật $ACC'A'$; $CBB'C'$; $ABB'A'$

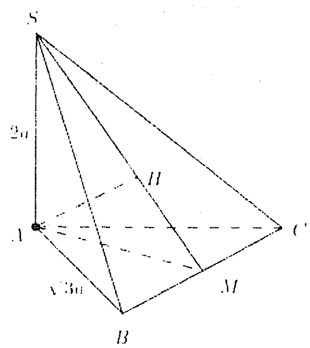
$\Rightarrow S_1 = AC.CC' = 2\sqrt{2}b^2$; $S_2 = CB.BB' = 4\sqrt{2}b^2$; $S_3 = AB.BB' = 2\sqrt{6}b^2$

$\Rightarrow$ Diện tích xung quanh $S$ của lăng trụ là $S = S_1 + S_2 + S_3 = 2\sqrt{2}\left(3 + \sqrt{3}\right)b^2$.

**Câu 37. Chọn A.**

Tam giác $ABC$ đều, kẻ $AM \perp BC$ $(M \in BC) \Rightarrow M$ là trung điểm của cạnh $BC$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM).$



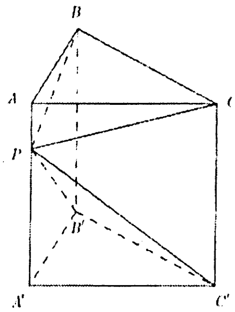

Khi đó kẻ $AH \perp SM$ $(H \in SM) \Rightarrow BC \perp AH$.

Như vậy $\begin{cases} AH \perp SM \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d = d(A;(SBC)) = AH.$

Cạnh $AM = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3a}{2} \Rightarrow \dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AM^2}$

$= \dfrac{1}{4a^2} + \dfrac{1}{\left(\dfrac{3a}{2}\right)^2} = \dfrac{25}{36a^2} \Rightarrow AH = \dfrac{6}{5}a \Rightarrow d = \dfrac{6}{5}a.$

**Câu 38. Chọn C.**




Ta có $V_{P.BCC'B'} = \frac{1}{3}d\left(P;\left(BCC'B'\right)\right).S_{BCC'B'}$.

Lại có $P \in AA'$ mà $AA'//\left(BCC'B'\right) \Rightarrow d\left(P;\left(BCC'B'\right)\right)$ không đổi.

Mà $S_{BCC'B'}$ không đổi $\Rightarrow V_{P.BCC'B'}$ không đổi.

Do đó ta chỉ cần xét trường hợp $P$ thuộc đoạn thẳng $AA'$.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = V_{P.ABC} + V_{P.A'B'C'} + V_{P.BCC'B'}$, trong đó:

$$V_{ABC.A'B'C'} = V = d\left(A';\left(ABC\right)\right).S_{ABC}.$$

$$V_{P.A'B'C'} = \frac{1}{3}d\left(P;\left(A'B'C'\right)\right).S_{A'B'C'}.$$

$$V_{P.ABC} = \frac{1}{3}d\left(P;\left(ABC\right)\right).S_{ABC}.$$

Do $S_{ABC} = S_{A'B'C'}$, điểm $P$ thuộc đoạn thẳng $AA'$ và $\left(ABC\right)//\left(A'B'C'\right)$

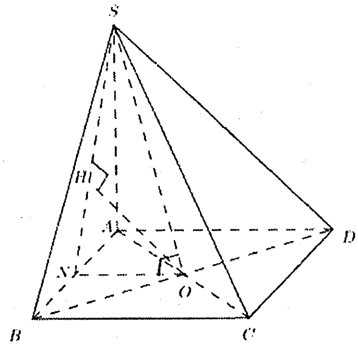
$\Rightarrow d\left(A';\left(ABC\right)\right) = d\left(P;\left(A'B'C'\right)\right) + d\left(P;\left(ABC\right)\right)$.

Khi đó $V_{P.A'B'C'} + V_{P.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.d\left(A';\left(ABC\right)\right) = \frac{1}{3}V \Rightarrow V_{P.BCC'B'} = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V$.

**Câu 39. Chọn A.**

Gọi $N$ là trung điểm của cạnh $AB$. Kẻ $OH \perp SN$ $\left(H \in SN\right) \Rightarrow OH \perp SN$ (1)

Ta có $\begin{cases} AB \perp SO \\ AB \perp ON \end{cases} \Rightarrow AB \perp \left(SON\right) \Rightarrow AB \perp OH \Rightarrow OH \perp AB$ (2)




Từ (1) và (2) $\Rightarrow OH \perp \left(SAB\right) \Rightarrow OH = a$ và

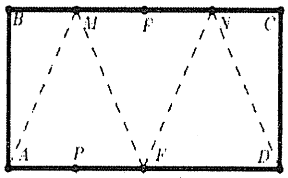
$\widehat{OSH} = 30^0 \Rightarrow SO = \frac{SH}{\cos 30^0} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

Từ $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{ON^2} \Rightarrow \frac{1}{ON^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}a\right)^2} = \frac{1}{4a^2}$

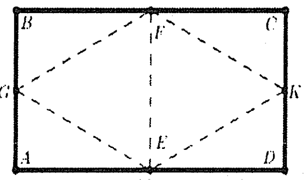
$\Rightarrow NO = 2a \Rightarrow AD = 4a$.

Do đó $S_{ABCD} = AD^2 = 16a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{2\sqrt{3}}{3}a.16a^2 = \frac{32\sqrt{3}}{9}a^3$.

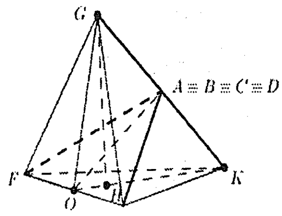
**Câu 40. Chọn B.**




Hình 1




Hình 2




Hình 3

**Cách để dán tứ diện gần đều**

***Cách* 1.** Lấy các điểm như trên hình 1 sao cho $BM = MF = FN = NC = AP = PE$.

Gấp theo các đường $AM$, $ME$, $EN$, $ND$.

Dán $AB$ với $DC$, $AE$ với $DE$, $BM$ với $FM$, $CN$ với $FN$.

Dễ thấy $AM = ME = EN = ND$ và $AE = MN$ nên tứ diện được tạo ra từ cách gấp trên là tứ diện gần đều với các mặt là tam giác cân đều có đáy bằng 16 cm.

***Cách* 2.** Lấy các điểm như trên hình 2 sao cho $AG = GB = CK = KD$ và $BF = FC = AE = AD$.

Gấp theo các đường $EF$, $GF$, $GE$, $KF$, $KE$.

Dán $AE$ với $DE$, $BF$ với $CF$, $AG$ với $BG$, $CK$ với $DK$, ta được hình tứ diện có bốn mặt bằng nhau và bằng các tam giác cân $GEF$, $KEF$ nên tứ diện tạo thành là tứ diện gần đều (có cạnh đáy của các mặt tam giác cân bằng 13 cm). Và trong trường hợp này ta được hình tứ diện $G.FEK$ như hình 3 là trường hợp mà đề bài yêu cầu cần tính thể tích.

**Cách để tính thể tích tứ diện gần đều G.FEK (hình 3)**

Gọi $O$ là trung điểm của cạnh $FE \Rightarrow OK = \dfrac{BC}{2} = 16$ cm.

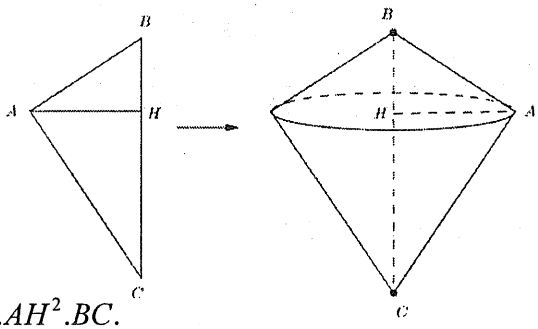
Gọi $H$ là chân đường cao hạ từ $G$ xuống $OK \Rightarrow GH \perp OK$.

Lại có $\begin{cases} GO \perp FE \\ OK \perp FE \end{cases} \Rightarrow GH \perp FE \Rightarrow GH \perp (EFK)$.

Ta có $GK = 13$ cm; $GO = OK = 16$ cm $\Rightarrow OA = \sqrt{OK^2 - \left(\dfrac{GK}{2}\right)^2} = \dfrac{3\sqrt{95}}{2}$ cm.

Do đó $V_{G.FEK} = \dfrac{1}{3} GH.S_{FEK} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{OA.\text{GK}}{OK}.\dfrac{OK.FE}{2} = \dfrac{1}{6} OA.GK.FE = \dfrac{169}{4}\sqrt{95}\ \left(\text{cm}^3\right)$.

**Câu 41. Chọn D.**




Khi quay tam giác quanh cạnh $BC$ ta được một hình gồm hai hình chóp ghép với nhau như hình vẽ. Ta có:

Diện tích xung quanh của vật thể = Diện tích toàn phần của vật thể $= \pi AH(AB + AC)$.

Thể tích vật thể $V = \dfrac{1}{3}\pi AH^2(BH + HB) = \dfrac{1}{3}\pi.AH^2.BC$.

Do đó A, B, C đúng. Thể tích $V_1$ của hình trụ có bán kính đường tròn đáy là $AH$ và chiều cao là $BC$

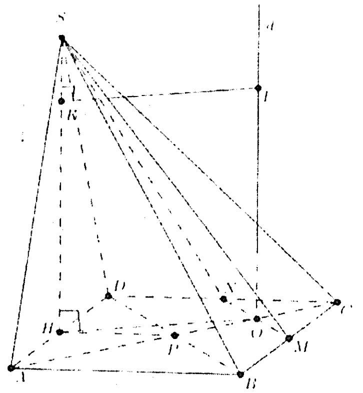
Suy ra $V_1 = \pi AH^2.BC = 3V \Rightarrow$ D sai.

**Câu 42. Chọn B.**

Gọi $H$ là trung điểm của cạnh $AD$ thì $SH \perp (ABCD)$, $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi $I \in d$ là tâm mặt cầu cần tìm, đặt $OI = x \Rightarrow SK = |SH - x|$.

Kẻ $IK \perp SH$, giả sử $P = AC \cap BD$.



Cạnh $OC' = \frac{1}{4}AC' = \frac{a\sqrt{2}}{4}$, từ định lý côsin trong tam giác $PHO$ với $\widehat{HPO} = 135^0$, ta có:

$OH^2 = PH^2 + PO^2 - 2PH.PO.\cos\widehat{HPO}$

$= \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{8} + 2.\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{2}}{4}.\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5a^2}{8}.IK^2 = OH^2 = \frac{5a^2}{8}.$

Lại có $IS = IC' \Rightarrow IK^2 + SK^2 = IO^2 + OC'^2$

$\Rightarrow \frac{5a^2}{8} + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} - x\right)^2 = x^2 + \frac{a^2}{8} \Rightarrow x = \frac{5a}{4\sqrt{3}} \Rightarrow R = \sqrt{x^2 + \frac{a^2}{8}} = \frac{a\sqrt{93}}{12}.$

**Câu 43. Chọn C.**

*Đường thẳng* $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$ $(abc \neq 0)$ *có một VTCP là* $\vec{u} = (a;b;c)$.

Dựa vào đó, ta thấy ngay $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-3}$ có một VTCP là $\vec{u'} = (1;-1;2)$.

Quan sát bốn đáp án được nêu, ta không thấy đáp án nào có $(1;-1;2)$, ta nghĩ đến kết quả đó là nếu $\vec{u}$ là một VTCP của $d$ thì $k\vec{u}$ $(k \neq 0)$ là một VTCP của $d$.

Từ kết quả quả này, ta thấy đáp án C có $\vec{u} = -2\vec{u'}$ nên $\vec{u} = (-2;2;-4)$ là một VTCP của $d$.

**Câu 44. Chọn B.**

Ta viết lại mặt cầu $(S)$ như sau $(S): (x-1)^2 + (y-m)^2 + (z+m)^2 = m^2 - 1$

$\Rightarrow (S)$ có tâm $I(1;m;-m)$.

Bài ra có $I \in (P): x + 3y - z - 4 = 0 \Rightarrow 1 + 3m + m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$.

Chú ý, ta cần có $m^2 - 1 > 0$, giá trị $m = \frac{3}{4}$ không thỏa mãn điều này nên $m \in \varnothing$.

**Câu 45. Chọn C.**

Ta có $\Delta$ qua $M(1;1;0)$ và có một VTCP là $\vec{u} = (1;-1;1) \Rightarrow d = \frac{\left|\left[\overrightarrow{AM};\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}$.

Lại có $\overrightarrow{AM} = (0;2;1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AM};\vec{u}\right] = (3;1;-2) \Rightarrow \left|\left[\overrightarrow{AM};\vec{u}\right]\right| = \sqrt{3^2 + 1^2 + (-2)^2} = \sqrt{14}$.

Từ $\vec{u} = (1;-1;1) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{3} \Rightarrow d = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{14}{3}}$.

***<u>Bình luận:</u>***

*Ngoài lời giải trên, ta có thể làm cách khác như sau:*

*Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng* $\Delta \Rightarrow d(A;\Delta) = AH$.

*Ta có* $\Delta: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-t \\ z = t \end{cases} \ (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow H(1+t;1-t;t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (t;2-t;t+1)$.

*Đường thẳng* $\Delta$ *có một VTCP là* $\vec{u} = (1;-1;1)$.

*Do* $AH \perp \Delta$ *nên* $\overrightarrow{AH}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow t-2+t+t+1 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{3};\dfrac{4}{3}\right) \Rightarrow AH = \sqrt{\left(\dfrac{1}{3}\right)^2 + \left(\dfrac{5}{3}\right)^2 + \left(\dfrac{4}{3}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{14}{3}} \Rightarrow d(A;\Delta) = \sqrt{\dfrac{14}{3}}$.

**Câu 46. Chọn B.**

*Ta nhớ lại kiến thức sau:*

*Xét hai mặt phẳng* $\begin{cases} (P): ax+by+cz+d = 0 \ \left(a^2+b^2+c^2 > 0\right) \\ (Q): a'x+b'y+c'z+d' = 0 \ \left(a'^2+b'^2+c'^2 > 0\right) \end{cases}$

*Khi đó* $(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'} = \dfrac{c}{c'} = \dfrac{d}{d'}$.

Từ đó, ta có ngay YCBT $\Leftrightarrow \dfrac{2}{2} = \dfrac{2-m}{-3} = \dfrac{m-1}{4} = \dfrac{-m-1}{-6} \Leftrightarrow m = 5$.

**Câu 47. Chọn A.**

Mặt phẳng $(P)$ có một VTPT là $\vec{n} = (1;-2;1)$.

Mặt phẳng $(Q)$ qua $A$, $B$ và $(Q) \perp (P) \Rightarrow (Q)$ sẽ nhận $\left[\overrightarrow{AB};\vec{n}\right]$ là một VTPT.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1;1;-1) \\ \vec{n} = (1;-2;1) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\vec{n}\right] = (-1;-2;-3) \Rightarrow (Q)$ sẽ nhận $\overrightarrow{n_Q} = (1;2;3)$ là một VTPT.

Kết hợp với $(Q)$ qua $A(1;0;1) \Rightarrow 1.(x-1)+2(y-0)+3(z-1) = 0$

$\Rightarrow (Q): x+2y+3z-4 = 0$.

***<u>Bình luận:</u>***

**1.** *Ngoài lời giải trên, ta có thể làm cách khác như sau:*

*Gọi* $\overrightarrow{n_Q} = (a;b;c)$ *là một VTPT của* $(Q)$, $\left(a^2+b^2+c^2 > 0\right)$.

*Mà* $(Q)$ *qua* $A(1;0;1) \Rightarrow (Q): a(x-1)+b(y-0)+c(z-1) = 0$

$\Rightarrow (Q): ax+by+cz-a-c = 0$.

*Mặt phẳng* $(Q)$ *qua* $B(2;1;0) \Rightarrow 2a+b+0-a-c = 0 \Leftrightarrow c = a+b$.

*Mặt phẳng* $(P)$ *có một VTPT là* $\vec{n} = (1;-2;1)$.

*Ta có* $(Q) \perp (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_Q}.\vec{n} = 0 \Leftrightarrow a-2b+c = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} c = a + b \\ a - 2b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = a + b \\ a - 2b + a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = a + b \\ b = 2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 3a \\ b = 2a \end{cases} \Rightarrow a = \frac{b}{2} = \frac{c}{3}.$

*Chọn* $c = 3 \Rightarrow a = 1,\ b = 2,$ *thỏa mãn* $a^2 + b^2 + c^2 > 0 \Rightarrow (Q): x + 2y + 3z - 4 = 0.$

**2.** *Từ* $A(1;0;1),\ B(2;1;0)$ *ta viết được ngay phương trình đường thẳng* $AB$ *như sau:*

*Đường thẳng* $AB$ *qua* $A(1;0;1)$ *và nhận* $\overrightarrow{AB} = (1;1;-1)$ *là một VTCP*

$\Rightarrow AB: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}.$

*Khi đó, ta có bài toán biến dạng sau đây:*

**Bài toán biến dạng:**

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng $(Q)$ chứa đường thẳng $d$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$.

**A.** $x+2y+3z-4=0.$ **B.** $x+y+z-2=0.$ **C.** $3x+y-z-2=0.$ **D.** $x-y-3z+2=0.$

**Chọn A.**

**Câu 48. Chọn D.**

Ta có: $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Bài ra $I \in d \Rightarrow I(2t-1;1-2t;t+1)$, gọi $R$ là bán kính của $(S)$.

Ta có $(S)$ tiếp xúc với $(P)$ và $(Q) \Leftrightarrow d(I;(P)) = d(I;(Q)) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|2t-1-2(1-2t)+2(t+1)+2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}} = \frac{|2t-1+2(1-2t)-2(t+1)+14|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}} = R.$$

Do đó $|8t+1| = |-4t+13| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 8t+1 = -4t+13 \\ 8t+1 = 4t-13 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \Rightarrow I(1;-1;2) \\ t = -\frac{7}{2} \Rightarrow I\left(-8;8-\frac{5}{2}\right) \end{array}\right.$

Bài ra $x_I < 0 \Rightarrow I\left(-8;8-\frac{5}{2}\right)$ thỏa mãn $\Rightarrow R = d(I;(P)) = \dfrac{\left|-8-2.8+2.\frac{-5}{2}+2\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}} = 9.$

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I\left(-8;8-\frac{5}{2}\right)$ và bán kính $R = 9$

$\Rightarrow (S): (x+8)^2 + (y-8)^2 + \left(z+\frac{5}{2}\right)^2 = 81.$

**Câu 49. Chọn D.**

Gọi $M = d \cap (P)$, ta có $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - t \end{cases} \ (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow M(t+1;t-1;3-t).$

Điểm $M \in (P) \Rightarrow 2(t+1)-5(t-1)-(3-t)=0 \Leftrightarrow -2t+4=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow M(3;1;1)$.

Mặt phẳng $(P)$ có một VTPT là $\vec{n}=(2;-5;-1)$.

Ta có $\Delta \perp (P) \Rightarrow \Delta$ nhận $\vec{n}=(2;-5;-1)$ là một VTCP.

Kết hợp với $\Delta$ qua $M(3;1;1) \Rightarrow \Delta: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{-5}=\dfrac{z-1}{-1}$.

**Câu 50. Chọn C.**

Xét $G$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

Giả sử $G(x;y;z) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{GA}=(1-x;2-y;-1-z) \\ \overrightarrow{GB}=(3-x;1-y;-2-z) \\ \overrightarrow{GC}=(1-x;-2-y;1-z) \end{cases}$

Khi đó $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-x)+(3-x)+(1-x)=0 \\ (2-y)+(1-y)+(-2-y)=0 \\ (-1-z)+(-2-z)+(1-z)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5}{3} \\ y=\dfrac{1}{3} \\ z=-\dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right)$

$=3\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=3\overrightarrow{MG} \Rightarrow \left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|3\overrightarrow{MG}\right|=3MG$.

Do đó $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MG$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MG \perp (P)$.

Khi đó $MG$ qua $G\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$ và nhận $\overrightarrow{n_P}=(1;-1;2)$ là một VTCP

$\Rightarrow MG: \begin{cases} x=\dfrac{5}{3}+t \\ y=\dfrac{1}{3}-t \\ z=-\dfrac{2}{3}+2t \end{cases} \Rightarrow M\left(t+\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3}-t;2t-\dfrac{2}{3}\right)$.

Điểm $M \in (P) \Rightarrow \left(t+\dfrac{5}{3}\right)-\left(\dfrac{1}{3}-t\right)+2\left(2t-\dfrac{2}{3}\right)=0$

$\Leftrightarrow 6t=0 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow M\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3};-\dfrac{2}{3}\right) \Rightarrow T=\dfrac{10}{3}$.

# ĐỀ SỐ 8

**Câu 1. Chọn A.**

Từ hình vẽ $\Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ và một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2 \Rightarrow$ B và C sai.

Còn đáp A và D, với $x = 0$ từ đồ thị $\Rightarrow y(0) > 0 \Rightarrow$ D sai.

**Câu 2. Chọn B.**

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+1}} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1 + \frac{2}{x}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} = \dfrac{1+0}{\sqrt{1+0}} = 1 \Rightarrow y = 1$ là một tiệm cận ngang của $(C)$.

$\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+1}} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{-1 - \frac{2}{x}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} = \dfrac{-1-0}{\sqrt{1+0}} = -1 \Rightarrow y = -1$ là một tiệm cận ngang của $(C)$.

**Câu 3. Chọn D.**

YCBT $\Leftrightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c \ge 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a > 0 \\ \Delta' = b^2 - 3ac \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' = b^2 - 3ac \le 0 \end{cases}$

**Câu 4. Chọn D.**

Nhìn vào đồ thị ta được trong khoảng $(a;b)$ hàm số đã cho có 4 cực trị trong đó có hai cực tiểu và hai cực đại $\Rightarrow$ A, B, C đúng.

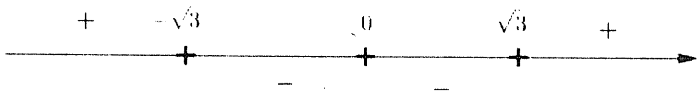
Gọi $x_1;x_2$ $(x_1 < x_2)$ là hai điểm cực tiểu của $y = f(x)$ trong khoảng $(a;b)$ và $x_3;x_4$ $(x_3 < x_4)$ là hai điểm cực đại của $y = f(x)$ trong khoảng $(a;b)$.

Từ đồ thị ta thấy có hai giá trị của $m$ để phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt trong khoảng $(a;b)$ và hai giá trị đó là $m = f(x_1)$ và $m = f(x_3) \Rightarrow$ D sai.

**Câu 5. Chọn A.**

Ta có $y' = 2x^2 \dfrac{(x^2-3)}{(x^2-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{array}\right.$

Dấu của $y'$ như sau:




Do đó hàm số đạt cực tiểu tại $x = \sqrt{3} \Rightarrow y_{CT} = y\left(\sqrt{3}\right) = 3\sqrt{3} - 1$.

**Câu 6. Chọn B.**

Phương trình hoành độ giao điểm $2x + 1 = \sqrt{x^2 + 3x + 5}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 \ge 0 \\ x^2 + 3x + 5 = (2x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -\dfrac{1}{2} \\ 3x^2 + x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y_0 = 3.$

**Câu 7. Chọn A.**

Hàm số đã xác định và liên tục trên đoạn $[0;3]$.

$f(x) = x - \dfrac{3}{x+2} \Rightarrow f'(x) = 1 + \dfrac{3}{(x+2)^2} > 0,\ \forall x \in (0;3).$

Ta có $f(0) = -\dfrac{3}{2}; f(3) = \dfrac{12}{5} \Rightarrow \max\limits_{[0;3]} f(x) = \dfrac{12}{5}.$

**Câu 8. Chọn C.**

Đạo hàm $y' = mx^2 + 2(m-2)x + m - 1;\ y' = 0 \Leftrightarrow mx^2 + 2(m-2)x + m - 1 = 0$ (1)

Để $x_{CD} < x_{CT}$ thì $m > 0$. Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta' = (m-2)^2 - m(m-1) > 0 \Leftrightarrow 4 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{4}{3}$ (*)

Khi đó $x_1 = x_{CD} = \dfrac{2 - m - \sqrt{4-3m}}{m};\ x_2 = x_{CT} = \dfrac{2 - m + \sqrt{4-3m}}{m}.$

Do đó $x_1 < x_2 < 1 \Leftrightarrow \dfrac{2 - m - \sqrt{4-3m}}{m} < \dfrac{2 - m + \sqrt{4-3m}}{m} < 1$ (1)

Với $m > 0$ và điều kiện (*) ta có (1) $\Leftrightarrow \dfrac{2 - m + \sqrt{4-3m}}{m} < 1$

$$\Leftrightarrow 2 - m + \sqrt{4-3m} < m \Leftrightarrow \sqrt{4-3m} < 2m - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 2 > 0 \\ 4 - 3m < (2m-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 4m^2 - 5m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{5}{4}.$$

Tóm lại ta được $\dfrac{5}{4} < m < \dfrac{4}{3}$ thỏa mãn.

**Câu 9. Chọn B.**

Ta cần $3x^2 - 2ax + a = 0$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta' = a^2 - 3a = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = 3 \end{array}\right.$.

**Câu 10. Chọn D.**

Diện tích đất bỏ ra để xây dựng ngôi nhà là $30.30 = 900\ (\text{m}^2)$.

Diện tích của trang trại là $120.120 = 14400\ (\text{m}^2)$.

Người chủ ngôi nhà muốn chia phần còn lại với hai hàng rào hình chữ V thành 3 lô đất hình chữ V có cùng diện tích cho nên mỗi lô đất còn lại có diện tích bằng:

$\dfrac{14400 - 900}{3} = 4500\ (\text{m}^2)$.

Hàng rào để rào lô đất cạnh nhà sẽ là hàng rào ngắn nhất và hai đoạn hàng rào đó tạo với cạnh của trang trại thành hình chữ nhật có hai kích thước là $x$ và $y$

$\Rightarrow xy = 4500 + 900 = 5400\ (\text{m}^2)$.

Và nhiệm vụ là phải làm sao tối thiểu được $x + y$.

Áp dụng BĐT Côsi ta có $x + y \ge 2\sqrt{xy} = 2\sqrt{5400} = 60\sqrt{6}$ (m).

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = \sqrt{5400} = 30\sqrt{6}$ (m).

**Câu 11. Chọn C.**

Điều kiện $\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{ax+a} > 0 \Leftrightarrow ax+a>0 \qquad (*)$

Khi đó phương trình $\Leftrightarrow \log_2 \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{ax+a} + x^2+1-\left(a^2x^2+2a^2x+a^2\right)=0$

$\Leftrightarrow \log_2 \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{ax+a} + x^2+1-(ax+a)^2=0 \Leftrightarrow x^2+1+\log_2\sqrt{x^2+1}=(ax+a)^2+\log_2(ax+a)$

$\Leftrightarrow x^2+1+\dfrac{1}{2}\log_2\left(x^2+1\right)=(ax+a)^2+\dfrac{1}{2}\log_2(ax+a)^2 \Leftrightarrow f\left(x^2+1\right)=f\left[(ax+a)^2\right] \quad (1)$

Xét hàm số $f(t)=t+\dfrac{1}{2}\log_2 t,\ t\in(0;+\infty)$ có $f'(t)=1+\dfrac{1}{2t\ln 2}>0,\ \forall t\in(0;+\infty)$.

Kết hợp với $f(t)$ liên tục trên $(0;+\infty) \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Do đó (1) $\Leftrightarrow x^2+1=(ax+a)^2=a^2(x+1)^2$.

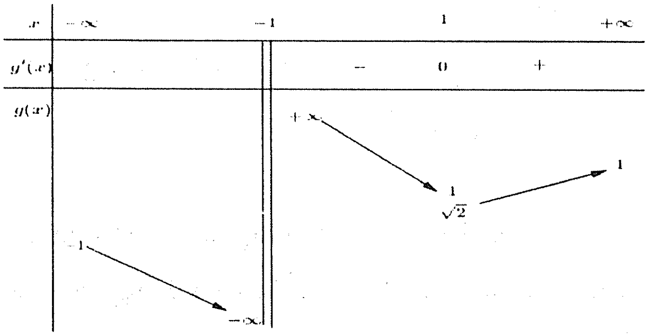
Với điều kiện (*) ta được $a=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}=g(x) \qquad (2)$

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1},\ x\neq -1$ có $g'(x)=\dfrac{\dfrac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+1}}-\sqrt{x^2+1}}{(x+1)^2}=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}(x+1)^2}=0\Leftrightarrow x=1.$

Lại có $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}{1+\dfrac{1}{x}}=1;\ \lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}{-1-\dfrac{1}{x}}=-1.$

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} g(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to(-1)^-} g(x)=-\infty.$

Bảng biến thiên:




Số nghiệm của phương trình đã cho cũng là số nghiệm của phương trình (2).

Từ bảng biến thiên ta được $\dfrac{1}{\sqrt{2}}<a<1$ thỏa mãn.

**Câu 12. Chọn D.**

ĐK: $\begin{cases} x^2+4>0 \\ x-1>0 \\ x-1\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x\neq 2 \end{cases} \qquad (*)$

Khi đó $\log_2\left(x^2+4\right)-\dfrac{1}{\log_{x-1}2}-3=0 \Leftrightarrow \log_2\left(x^2+4\right)-\log_2\left(x-1\right)-3=0$

$\Leftrightarrow \log_2\dfrac{x^2+4}{x-1}=3 \Leftrightarrow \dfrac{x^2+4}{x-1}=2^3=8 \Leftrightarrow x^2+4=8x-8 \Leftrightarrow x^2-8x+12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=6 \end{array}\right.$

Kết hợp với (*) ta được $x=6$ là nghiệm duy nhất của phương trình đã cho.

**Câu 13. Chọn A.**

Ta có $y=\log_{\frac{3}{4}}|x| \Rightarrow y'=\dfrac{1}{x\ln\frac{3}{4}}=\dfrac{1}{x\left(\ln 3-\ln 4\right)}=\dfrac{1}{x\left(\ln 3-2\ln 2\right)}$.

**Câu 14. Chọn B.**

ĐK: $\begin{cases} (2x+3)^{1000}>0 \\ x^2+2>0 \\ x^2+2\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 2x+3\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -\dfrac{3}{2}$ (*)

Khi đó $\log_{x^2+2}(2x+3)^{1000}>1000 \Leftrightarrow 1000\log_{x^2+2}|2x+3|>1000 \Leftrightarrow \log_{x^2+2}|2x+3|>1$ (1)

Ta có $x^2+2\geq 2>1,\ \forall x\neq -\dfrac{3}{2}$ nên (1) $\Leftrightarrow |2x+3|>x^2+2$

$\Leftrightarrow \left(x^2+2\right)^2<(2x+3)^2 \Leftrightarrow \left[x^2+2+(2x+3)\right]\left[x^2+2-(2x-3)\right]<0$

$\Leftrightarrow \left[(x+1)^2+4\right]\left(x^2-2x-1\right)<0 \Leftrightarrow x^2-2x-1<0 \Leftrightarrow 1-\sqrt{2}<x<1+\sqrt{2}.$

Kết hợp với (*) ta được $1-\sqrt{2}<x<1+\sqrt{2}$ thỏa mãn.

**Câu 15. Chọn C.**

Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2\dfrac{1}{x-1}\right)^{1000}$ xác định

$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x-1}>0 \\ x\neq 1 \\ \left(\log_2\dfrac{1}{x-1}\right)^{1000}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x\neq 1 \\ \log_2\dfrac{1}{x-1}\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ \dfrac{1}{x-1}\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x\neq 2 \end{cases}$

**Câu 16. Chọn D.**

Ta có thể thấy ngay khẳng định 1 và 2 là sai vì tập xác định của $f(x)>1$ là $\mathbb{R}$.

Trong khi đó, tập xác định của $\ln x^2+x\ln 2>x^2\ln 5$ và $2\log_5|x|+x\log_5 2>x^2$ là $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Nhiều bạn sẽ mắc sai lầm như sau:

*Sai lầm 1.* $f(x)>1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2.2^x}{5^{x^2}}>1 \Leftrightarrow x^2.2^x>5^{x^2} \Leftrightarrow \ln\left(x^2.2^x\right)>\ln 5^{x^2}$

$\Leftrightarrow \ln x^2+\ln 2^x>x^2\ln 5 \Leftrightarrow \ln x^2+x\ln 2>x^2\ln 5.$

Từ đó dẫn đến khẳng định 1 đúng. Chú ý, phép biến đổi $x^2.2^x>5^{x^2} \Leftrightarrow \ln\left(x^2.2^x\right)>\ln 5^{x^2}$ chỉ đúng khi ta biết được chắc chắn $x^2.2^x>0$. Tuy nhiên $x^2.2^x\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ do đó ta không thể biến đổi $x^2.2^x>5^{x^2} \Leftrightarrow \ln\left(x^2.2^x\right)>\ln 5^{x^2}$ được.

*Sai lầm 2.* $f(x)>1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2.2^x}{5^{x^2}}>1 \Leftrightarrow x^2.2^x>5^{x^2} \Leftrightarrow \log_5\left(x^2.2^x\right)>\log_5 5^{x^2}$

$$\Leftrightarrow \log_5 x^2+\log_5 2^x>x^2 \Leftrightarrow 2\log_5|x|+x\log_5 2>x^2.$$

Từ đó dẫn đến khẳng định 2 đúng. Lời giải thích sai lầm 2 tương tự như sai lầm 1.

Xét khẳng định 3, ta có $f(x)\ge 2^x.5^{-x^2} \Leftrightarrow \dfrac{x^2.2^x}{5^{x^2}}\ge\dfrac{2^x}{5^{x^2}} \Leftrightarrow x^2\ge 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge 1\\ x\le -1\end{array}\right. \Rightarrow$ khẳng định 3 đúng.

Xét khẳng định 4, ta có $f(x)\ge x^2 \Leftrightarrow \dfrac{x^2.2^x}{5^{x^2}}\ge x^2$ (1)

Ta thấy $x=0$ thỏa mãn (1), với $x\ne 0\Rightarrow x^2>0$.

Khi đó (1) $\Leftrightarrow \left(\dfrac{1}{5}\right)^{x^2}.2^x\ge 1 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{5}}\left(\dfrac{1}{5}\right)^{x^2}+\log_{\frac{1}{5}}2^x\le\log_{\frac{1}{5}}1 \Leftrightarrow x^2+x\log_{\frac{1}{5}}2\le 0 \Leftrightarrow 0\le x\le -\log_{\frac{1}{5}}2.$

Do đó $f(x)\ge x^2 \Leftrightarrow 0\le x\le -\log_{\frac{1}{5}}2 \Rightarrow$ khẳng định 4 sai.

**Câu 17. Chọn B.**

Với $a,\ b,\ c>0$ và $a\ne 1$, ta có:

$\log_{\sqrt{a}}(abc)=\log_{a^{\frac{1}{2}}}(abc)=2\log_a(abc)=2\left(\log_a+\log_a b+\log_a c\right)=2+2\log_a b+2\log_a c.$

**Câu 18. Chọn C.**

Ta có: $y=\dfrac{\sin x\tan x}{x\cos x}=\dfrac{1}{x}.\tan^2 x \Rightarrow y'=\dfrac{-1}{x^2}.\tan^2 x+\dfrac{1}{x}.2\tan x.\dfrac{1}{\cos^2 x}=\dfrac{\tan x}{x}\left(\dfrac{2}{\cos^2 x}-\dfrac{\tan x}{x}\right).$

**Câu 19. Chọn A.**

Ta có $\log_2 m=a \Leftrightarrow m=2^a$.

Khi đó $b=\log_m(16m)=\log_m m+\log_m 16=1+\log_{2^a}16=1+\dfrac{1}{a}.\log_2 16=1+\dfrac{4}{a}\Leftrightarrow b-\dfrac{4}{a}=1.$

**Câu 20. Chọn B.**

Ta có $x-3y+1=\log_4\left(a^3+b^3\right)-3\log_4(a+b)+\log_4 4=\log_4\left[4\left(a^3+b^3\right)\right]-\log_4(a+b)^3$ (1)

Lại có $4\left(a^3+b^3\right)-(a+b)^3=(a+b)\left[4\left(a^2-ab+b^2\right)-(a+b)^2\right]$

$$=(a+b)\left(3a^2+3b^2-6ab\right)=3(a+b)(a-b)^2\ge 0,\ \forall a,b>0$$

$\Rightarrow 4\left(a^3+b^3\right)\ge(a+b)^3>0.$

Khi đó từ (1) $\Rightarrow x-3y+1\ge 0\Rightarrow x-3y\ge -1$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b>0$.

**Câu 21. Chọn A.**

Ta tìm hệ số suy giảm $i$ như sau:

$$672,71=760.e^{1000i}\Leftrightarrow e^{1000i}=\frac{672,71}{760}\Leftrightarrow 1000i=\ln\frac{672,71}{760}\Leftrightarrow i=\frac{\ln\frac{672,71}{760}}{1000}.$$

Khi đó áp suất không khí ở độ cao 3000m là: $760.e^{3000.\frac{\ln\frac{672,71}{760}}{1000}}\approx 527,06$ (mmHg).

**Câu 22. Chọn B.**

Dựa vào kiến thức cơ bản về tích phân thì rõ ràng B là đáp án đúng.

**Câu 23. Chọn C.**

Ta có $H = \int \cos x\sqrt{\sin x + 1}dx = \int \sqrt{\sin x + 1}d(\sin x)$.

Đặt $t = \sqrt{\sin x + 1} \Rightarrow \sin x = t^2 - 1 \Rightarrow H = \int td(t^2 - 1) = \int t.2tdt$

$\Rightarrow H = \frac{2t^3}{3} + C = \frac{2}{3}\left(\sqrt{\sin x + 1}\right)^3 + C = \frac{2}{3}(\sin x + 1)\sqrt{\sin x + 1} + C$.

**Câu 24. Chọn B.**

Ta có $N'(t) = \frac{2000}{1 + 2t} \Rightarrow N(t) = \int \frac{2000}{1 + 2t}dt = 1000\ln(1 + 2t) + C$.

Lúc đầu đám vi trùng có 300000 con $\Rightarrow N(0) = 300000$

$\Rightarrow 1000\ln(1 + 2.0) + C = 300000 \Rightarrow C = 300000$

$\Rightarrow N(t) = 1000\ln(1 + 2t) + 300000.$

Khi đó $L = N(10) = 1000\ln 21 + 300000 \approx 303044.$

**Câu 25. Chọn D.**

Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos^2 x - \sin^2 x)(\sin x + \cos x)^{1000} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x)(\sin x + \cos x)^{1001} dx$

$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos x)^{1001} d(\sin x + \cos x) = \left.\frac{(\sin x + \cos x)^{1002}}{1002}\right|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\left(\sqrt{2}\right)^{1002} - 1}{1002} = \frac{2^{501} - 1}{1002}.$

**Câu 26. Chọn D.**

Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2\sin x(1 + \cos x) + 1}{2\sin x + 1}dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2\sin x(1 + \cos x) + (1 + \cos x) - \cos x}{2\sin x + 1}dx$

$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(2\sin x + 1)(1 + \cos x) - \cos x}{2\sin x + 1}dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 + \cos x - \frac{\cos x}{2\sin x + 1}\right)dx$

$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2\sin x + 1}dx = (x + \sin x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2\sin x + 1}d(\sin x)$

$= \frac{\pi}{2} + 1 - \frac{1}{2}\ln|2\sin x + 1|\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} + 1 - \frac{1}{2}\ln 3.$

**Câu 27. Chọn C.**

Phương trình hoành độ giao điểm $|x^2 - 3x + 2| = x + 2$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 - 3x + 2 \ge 0 \\ x^2 - 3x + 2 = x + 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - 3x + 2 < 0 \\ -(x^2 - 3x + 2) = x + 2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 - 3x + 2 \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 4 \end{array}\right. \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - 3x + 2 < 0 \\ x \in \varnothing \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 4 \end{array}\right.$$

Diện tích cần tính là $S=\int_0^4\left|\left|x^2-3x+2\right|-(x+2)\right|dx$.

Rõ ràng trên khoảng $(0;4)$ phương trình $\left|x^2-3x+2\right|-(x+2)=0$ vô nghiệm

$\Rightarrow S=\left|\int_0^4\left(\left|x^2-3x+2\right|-x-2\right)dx\right|$.

Ta có $H=\int_0^4\left(\left|x^2-3x+2\right|-x-2\right)dx=\int_0^4(-x-2)dx+\int_0^4\left|x^2-3x+2\right|dx=A+B$.

Tích phân $A=\int_0^4(-x-2)dx=\left(-\frac{x^2}{2}-2x\right)\Big|_0^4=-16$.

Tích phân $B=\int_0^4\left|x^2-3x+2\right|dx=\int_0^1\left|x^2-3x+2\right|dx+\int_1^2\left|x^2-3x+2\right|dx+\int_2^4\left|x^2-3x+2\right|dx$

$=\int_0^1\left(x^2-3x+2\right)dx+\int_1^2-\left(x^2-3x+2\right)+\int_2^4\left(x^2-3x+2\right)dx$

$=\left(\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+2x\right)\Big|_0^1+\left(-\frac{x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}-2x\right)\Big|_1^2+\left(\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+2x\right)\Big|_2^4=\frac{17}{3}$.

Do đó $H=A+B=-16+\frac{17}{3}=-\frac{31}{3}\Rightarrow S=\frac{31}{3}$.

**Câu 28. Chọn A.**

Thể tích $V_1=\pi\int_0^2 y^2dx=\pi\int_0^2 8xdx=\left(\pi.4x^2\right)\Big|_0^2=16\pi$. Ta có: $y^2=8x\Leftrightarrow x=\frac{y^2}{8}$.

Phương trình tung độ giao điểm $\frac{y^2}{8}=2\Leftrightarrow y=\pm4$.

Khi đó $V_2=\pi\int_{-4}^4 x^2dy=\pi\int_{-4}^4\left(\frac{y^2}{8}\right)^2dy=\left(\frac{\pi y^5}{64.5}\right)\Big|_{-4}^4=\frac{\pi\left(4^5+4^5\right)}{320}=\frac{32\pi}{5}$.

Do đó $\frac{V_1}{V_2}=\frac{16\pi}{\frac{32\pi}{5}}=\frac{5}{2}$.

**Câu 29. Chọn B.** Ta có $i^{2017}=i.(i^2)^{1008}=i$.

**Câu 30. Chọn A.** Ta có $z^{-1}=\frac{1}{7-2i}=\frac{7+2i}{(7-2i)(2+2i)}=\frac{7+2i}{53}=\frac{7}{53}+\frac{2}{53}i$.

**Câu 31. Chọn D.**

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow x-1+(2y-2x-1)i=0\Leftrightarrow\begin{cases}x-1=0\\2x-2y=0\end{cases}\Leftrightarrow x=y=1$.

**Câu 32. Chọn A.**

Ta có: $z_1+z_2=(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$.

$z_1-z_2=(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$.

$z_1.z_2=(a+bi)(c+di)=ac-bd+(ad+bc)i$.

$\frac{z_1}{z_2}=\frac{a+bi}{c+di}=\frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)}=\frac{ac-bd+(bc-ad)i}{c^2+d^2}$.

Do đó A sai.

**Câu 33. Chọn C.** Ta có $w = iz + \bar{z} = i(3+5i) + 3 - 5i = -2 - 2i \Rightarrow |w| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$.

**Câu 34. Chọn B.**

Giả sử $z = a + bi \ \ (a,\ b \in \mathbb{R})$.

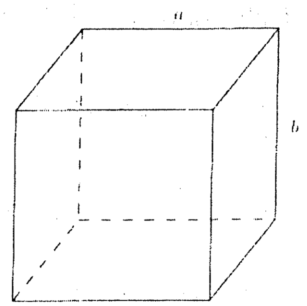
Từ giả thiết ta có $|a+bi| = |a - bi - 2 + 3i|$

$\Leftrightarrow |a+bi| = |a - 2 + (3-b)i| \Leftrightarrow a^2 + b^2 = (a-2)^2 + (3-b)^2$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 = a^2 - 4a + 4 + b^2 - 6b + 9 \Leftrightarrow 4a + 6b - 13 = 0$

Vậy tập hợp các điểm $M$ là đường thẳng $d: 4x + 6y - 13 = 0$. Do đó loại A và C.

Đường thẳng $d$ có hệ số góc $-\frac{4}{6} < 0 \Rightarrow$ B đúng và D sai.

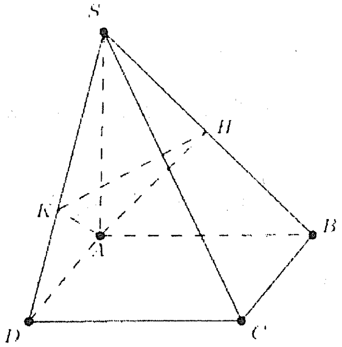


**Câu 35. Chọn D.**

Gọi chiều cao của hình hình hộp chữ nhật là:

$b \Rightarrow V = a^2 b \Rightarrow b = \frac{V}{a^2}$.

Diện tích toàn phần $S_{tp} = 4ba + 2a^2 = 4\frac{V}{a} + 2a^2$.




**Câu 36. Chọn C.**

Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH \Rightarrow AH \perp BC$.

Mà $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC \Rightarrow SC \perp AH$.

Tương tự $SC \perp AK \Rightarrow SC \perp (AHK)$.

**Câu 37. Chọn D.**

Ta có $MN // AB \Rightarrow x = \frac{CM}{CA} = \frac{MN}{AB} \Rightarrow MN = x.AB$.

$MQ // CD \Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{MQ}{CD} \Rightarrow \frac{AC - MC}{AC} = \frac{MQ}{CD} \Rightarrow 1 - x = \frac{MQ}{CD} \Rightarrow MQ = (1-x).CD$.

Lại có $\sin\left(\widehat{MN; MQ}\right) = \sin\left(\widehat{AB; CD}\right)$

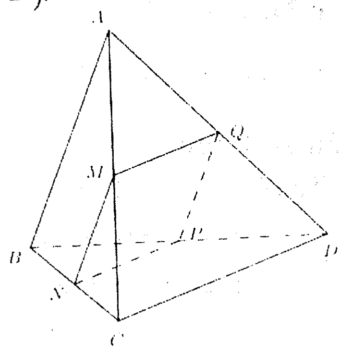
$\Rightarrow S_{MNPQ} = MN.MQ.\sin\left(\widehat{MN; MQ}\right) = x(1-x).AB.CD.\sin\left(\widehat{AB; CD}\right)$.

Do $AB.CD.\sin\left(\widehat{AB; CD}\right) = \text{const}$

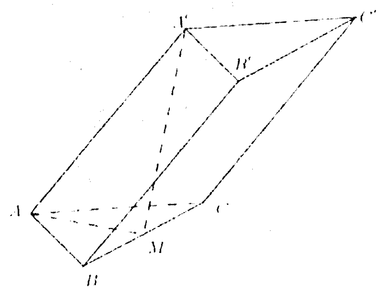
nên $S_{MNPQ}$ lớn nhất $\Leftrightarrow x(1-x)$ lớn nhất.

Ta có $x(1-x) = \frac{1}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \le \frac{1}{4}$,

dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.



**Câu 38. Chọn B.**

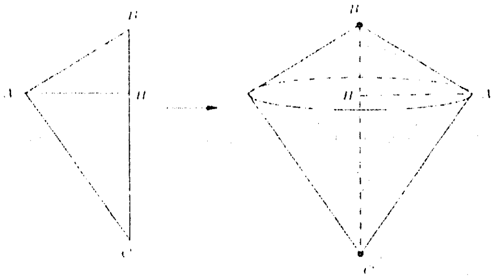


Gọi $M$ là trung điểm của cạnh $BC$

$$BC \Rightarrow \begin{cases} A'M \perp (ABC) \\ AM = \dfrac{\sqrt{3}a}{2} \\ \widehat{A'AM} = 30^0 \end{cases} \Rightarrow A'M = AM.\tan 30^0 = \frac{a}{2}.$$

Do đó thể tích $V = A'M.S_{ABC} = A'M.\dfrac{AB^2}{2}.\sin 60^0 = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

**Câu 39. Chọn C.**



Khi quay tam giác quanh cạnh $BC$ ta được một hình gồm hai hình chóp ghép với nhau như hình vẽ.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông $ABC$ với đường cao $AH$ ta có:

$\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2} \Rightarrow AH^2 = \dfrac{AB^2.AC^2}{AB^2 + AC^2}$.

Tiếp tục sử dụng định lý Pytago $\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$

Từ hình vẽ dễ thấy thể tích vật thể: $V = \dfrac{1}{3}\pi AH^2(BH + HB) = \dfrac{1}{3}\pi.AH^2.BC$

$= \dfrac{1}{3}\pi.\dfrac{AB^2.AC^2}{AB^2 + AC^2}.\sqrt{AC^2 + AB^2} = \dfrac{1}{3}\pi\dfrac{AB^2.AC^2}{\sqrt{AC^2 + AB^2}} = \dfrac{4\pi a^3\sqrt{5}}{15}$.

**Câu 40. Chọn A.**

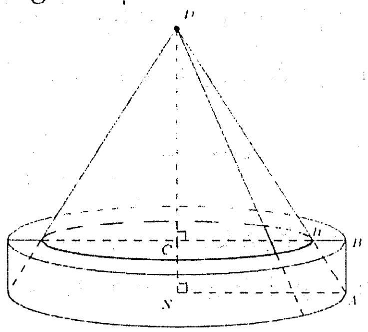
Gọi $H = AD \cap BC \Rightarrow BH = \dfrac{1}{3}h,\ HC = \dfrac{2}{3}h.$

Gọi $N$ là chân đường cao hạ từ $A$ xuống $CD \Rightarrow DN = 3a,\ NA = CB = h.$

Khi quay $ABCD$ quay quanh $DC$ ta được khối tròn xoay như hình vẽ khi bỏ đi phần bôi đậm.

Phần bôi đậm là phần thể tích chung của hình chóp có đỉnh $D$, đường tròn đáy bằng $AN$ và đường cao $DN$ với hình trụ nhận $AB$ làm đường cao và đường tròn đáy là $CB$.

Do đó gọi $V'$ là thể tích phần bôi đậm $\Rightarrow V' = V_1 - V_2$, trong đó $V_1$ là thể tích hình chóp có đỉnh là $D$, đường cao $DN$ và bán kính đường tròn đáy là $NA$.



$V_2$ là thể tích hình chóp có đỉnh là $D$, đường cao $DC$ và bán kính đường tròn đáy là $CH$.

Do đó $V' = \dfrac{1}{3}.DN.\pi NA^2 - \dfrac{1}{3}.DC.\pi.CH^2 = \dfrac{19}{27}\pi ah^2$.

Gọi $V_3$ là thể tích hình trụ với $AB$ là chiều cao và bán kính đường tròn đáy là $NA$

$\Rightarrow V_3 = AB.\pi.NA^2 = \pi ah^2$.

Gọi $V$ là thể tích khối tròn xoay cần tính thì:

$V = V_1 + V_3 - 2V' = \pi ah^2 + \pi ah^2 - 2.\dfrac{19}{27}\pi ah^2 = \dfrac{16}{27}\pi ah^2$.

**Câu 41. Chọn C.**

Ta có $AE \perp OE$, $AE = d\left(A;Ox\right) = a$, $OA = \dfrac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow OE^2 = OA^2 - AE^2 = \dfrac{a^2}{4} \Rightarrow OE = \dfrac{a}{2}$.

**Câu 42. Chọn B.**

Trong không gian chọn $G$ sao cho $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ thì $G$ là trọng tâm của tứ diện $ABCD$.

Do tứ diện $ABCD$ là tứ diện đều cạnh bằng $1 \Rightarrow G$ là tâm cầu ngoại tiếp hình chóp $ABCD$. $\Rightarrow GA = GB = GC = GD = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

Ta có $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 2$

$\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MA}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MB}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MC}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MD}\right)^2 = 2$

$\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD}\right)^2 = 2$

$\Leftrightarrow 4GM^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2 + 2\overrightarrow{MG}.\left(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}\right) = 2$

$\Leftrightarrow 4GM^2 + 4GA^2 = 2 \Leftrightarrow GM^2 = \dfrac{1}{8} \Leftrightarrow GM = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

**Câu 43. Chọn A.**

Ta có $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \left(3;-4;5\right) = \left(2m-n;1-n;m+1\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - n = 3 \\ 1 - n = -4 \\ m + 1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ n = 5 \end{cases}$

**Câu 44. Chọn C.**

Mặt cầu $(S)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 3z - 2 = 0$

$\Leftrightarrow d\left(I;(P)\right) = R \Leftrightarrow R = \dfrac{\left|3 - 3.5 - 2\right|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \dfrac{14}{\sqrt{10}}$.

**Câu 45. Chọn D.**

Mặt phẳng $(P)$ có một VTPT là $\overrightarrow{n_1} = \left(2;-3;4\right)$.

Mặt phẳng $(Q)$ có một VTPT là $\overrightarrow{n_2} = \left(2;3;-4\right)$.

Ta có $P = \cos\alpha = \dfrac{\left|2.2 + (-3).3 + 4.(-4)\right|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 4^2}.\sqrt{2^2 + 3^2 + (-4)^2}} = \dfrac{21}{29}$.

**Câu 46. Chọn C.**

Đường thẳng $d$ qua $A\left(1;4;-3\right)$ và có một VTCP là $\vec{u} = \left(3;4;5\right)$.

Mặt phẳng $(P)$ có một VTPT là $\vec{n} = (3m-2;-n;-2)$.

YCBT $\Leftrightarrow \begin{cases} A \in (P) \\ \vec{n}.\vec{u} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3m-2)-4n-2.(-3)+4=0 \\ 3(3m-2)-4n-10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-4n+8=0 \\ 9m-4n-16=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=4 \\ n=5 \end{cases}$

**Câu 47. Chọn B.**

Đường thẳng $d$ có một VTCP là $\vec{u} = (1;-2;1)$.

Mặt phẳng $(Q)$ qua $A$, $B$ và $(Q)//(P) \Rightarrow (Q)$ sẽ nhận $\left[\overrightarrow{AB};\vec{u}\right]$ là một VTPT.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1;1;-1) \\ \vec{u} = (1;-2;1) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\vec{u}\right] = (-1;-2;-3)$

$\Rightarrow (Q)$ sẽ nhận $\overrightarrow{n_Q} = (1;2;3)$ là một VTPT.

Kết hợp với $(Q)$ qua $A(1;0;1) \Rightarrow 1.(x-1)+2(y-0)+3(z-1)=0$

$\Rightarrow (Q): x+2y+3z-4=0$.

Đường thẳng $d$ qua $M(-4;2;-3)$, rõ ràng $M \notin (Q): x+2y+3z-4=0$

$\Rightarrow (Q): x+2y+3z-4=0$ thỏa mãn.

***Bình luận:***

**1.** *Khi có yếu tố song song, ta cần có bước kiểm tra cuối như trên, vì có thể đường thẳng d nằm trên mặt phẳng $(Q)$, khi đó không có mặt phẳng thỏa mãn bài toán. Tuy nhiên, đối với bài toán này, bốn đáp án được nêu đã khẳng định có mặt phẳng thỏa mãn nên ta có thể bỏ qua bước kiểm tra cuối để đỡ mất thời gian.*

*Ngoài lời giải trên, ta có thể làm cách khác như sau:*

*Gọi $\overrightarrow{n_Q} = (a;b;c)$ là một VTPT của $(Q)$, $(a^2+b^2+c^2>0)$.*

*Mà $(Q)$ qua $A(1;0;1) \Rightarrow (Q): a(x-1)+b(y-0)+c(z-1)=0$*

$\Rightarrow (Q): ax+by+cz-a-c=0$.

*Mặt phẳng $(Q)$ qua $B(2;1;0) \Rightarrow 2a+b+0-a-c=0 \Leftrightarrow c=a+b$.*

*Đường thẳng $d$ có một VTCP là $\vec{u}=(1;-2;1)$.*

*Ta có $(Q)//d \Rightarrow \overrightarrow{n_Q}.\vec{u}=0 \Rightarrow a-2b+c=0$*

$\Rightarrow \begin{cases} c=a+b \\ a-2b+c=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=a+b \\ a-2b+a+b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=a+b \\ b=2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=3a \\ b=2a \end{cases} \Rightarrow a=\frac{b}{2}=\frac{c}{3}$.

*Chọn $c=3 \Rightarrow a=1$, $b=2$, thỏa mãn $a^2+b^2+c^2>0 \Rightarrow (Q): x+2y+3z-4=0$.*

*Đường thẳng $d$ qua $M(-4;2;-3)$, rõ ràng $M \notin (Q): x+2y+3z-4=0$*

$\Rightarrow (Q): x+2y+3z-4=0$ *thỏa mãn.*

**2.** *Từ $A(1;0;1)$, $B(2;1;0)$ ta viết được ngay phương trình đường thẳng $AB$ như sau:*

*Đường thẳng $AB$ qua $A(1;0;1)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là một VTCP*

$\Rightarrow AB: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-1}$.

**Câu 48. Chọn A.**

Mặt phẳng $(P)$ có một VTPT là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Điểm $I$ đối xứng với $A$ qua $(P) \Rightarrow IA \perp (P) \Rightarrow IA$ nhận $\vec{n}=(1;1;-1)$ là một VTCP.

Kết hợp với $IA$ qua $A(1;2;3) \Rightarrow IA:\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

Gọi $M = IA \cap (P) \Rightarrow M(t+1;t+2;3-t)$.

Mà $M \in (P) \Rightarrow (t+1)+(t+2)-(3-t)-3=0 \Leftrightarrow 3t-3=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow M(2;3;2)$.

Ta có $M$ là trung điểm của cạnh $IA \Rightarrow I(2.2-1;2.3-2;2.2-3) \Rightarrow I(3;4;1)$.

Mặt cầu $(S)$ có bán kính $R=3d(I;(P))=3.\dfrac{|3+4-1-3|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=3\sqrt{3}$

$\Rightarrow (S):(x-3)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=R^2=27$.

**Câu 49. Chọn A.**

Ta có $d_1:\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+t \\ z=3-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$, $d_2:\begin{cases} x=1+2t' \\ y=6-5t' \\ z=2-t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R})$.

Gọi $M=d_1 \cap d_2$, giải hệ $\begin{cases} 1+t=1+2t' \\ -1+t=6-5t' \\ 3-t=2-t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t-2t'=0 \\ t+5t'=7 \\ t-t'=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t'=1 \end{cases} \Rightarrow M(3;1;1)$.

Mặt phẳng $(P)$ có một VTPT là $\vec{n}=(1;-2;3)$.

Ta có $d \perp (P) \Rightarrow d$ nhận $\vec{n}=(1;-2;3)$ là một VTCP.

Kết hợp với $d$ qua $M(3;1;1) \Rightarrow d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$.

**Câu 50. Chọn D.**

Ta có $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=1+2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ mà $M \in d \Rightarrow M(t+1;t+2;2t+1)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(t;t+3;2t)$, $\overrightarrow{BM}=(t+2;t+1;2t-1)$, $\overrightarrow{CM}=(t-1;t+3;2t)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}-\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}=(t-t-2+t-1;t+3-t-1+t+3;2t-2t+1+2t)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}-\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}=(t-3;t+5;2t+1)$

$\Rightarrow T=\left|\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}\right|=\sqrt{(t-3)^2+(t+5)^2+(2t+1)^2}$

$\Rightarrow T=\sqrt{6t^2+8t+35}=\sqrt{\left(t\sqrt{6}+\dfrac{4}{\sqrt{6}}\right)^2+\dfrac{97}{3}} \geq \sqrt{\dfrac{97}{3}}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow t\sqrt{6}+\dfrac{4}{\sqrt{6}}=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{2}{3}$, khi đó $M\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3};-\dfrac{1}{3}\right) \Rightarrow P=2$.

# ĐỀ SỐ 9

**Câu 1. Chọn A.**

Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x\left(2ax^2 + b\right)$.

*Nếu $ab \geq 0$ thì đồ thị hàm số có một điểm cực trị.*

*Nếu $ab < 0$ thì đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.*

Do đó khẳng định A sai.

Khẳng định B đúng vì hàm số luôn có cực trị nên luôn có các khoảng đồng biến, nghịch biến.

Khẳng định C đúng vì hàm số là hàm chẵn.

Khẳng đúng D đúng vì khi $c = 0$, $ab \geq 0$ thì đồ thị $(C)$ cắt $Ox$ tại điểm duy nhất có hoành độ bằng 0.

**Câu 2. Chọn B.**

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{ax+b}{x-2} = a \Rightarrow y = a$ là tiệm cận ngang của $(C) \Rightarrow a = 3$.

Lại có $A(3;1) \in (C) \Rightarrow \dfrac{3a+b}{3-2} = 1 \Rightarrow b = -8 \Rightarrow P = a + b = -5$.

**Câu 3. Chọn C.**

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1;1) \Rightarrow$ khẳng định A, B, D đúng.

Khẳng định C sai vì đồ thị hàm số cắt trục $Ox$ tại điểm duy nhất có hoành độ $x_0 \in (-\infty;-1)$.

**Câu 4. Chọn A.**

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 6ax + 3$ và $g'(x) = 3x^2 + 6bx + 9$.

Do $(C)$ và $(H)$ có chung ít nhất một điểm cực trị nên $f'(x) = g'(x)$

$\Leftrightarrow 3x^2 + 6ax + 3 = 3x^2 + 6bx + 9 \Leftrightarrow x(a-b) = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{a-b}$ $(a \neq b)$.

Như vậy $f(x)$ và $g(x)$ đều đạt cực trị tại $x = x_0 = \dfrac{1}{a-b}$.

Do đó $f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow x_0^2 + 2ax_0 + 1 = 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{(a-b)^2} + \dfrac{2a}{a-b} + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (a-b)^2 + 2a(a-b) + 1 = 0 \Leftrightarrow 3a^2 - 4ba + b^2 + 1 = 0$ (1)

Để (1) có nghiệm ta cần có $3a^2 - 4ab + b^2 < 0$ nên $ab > 0$

$\Rightarrow 3a^2 - 4ab + b^2 < 0 \Leftrightarrow 3|a|^2 - 4|a||b| + |b|^2 < 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{3} < \left|\dfrac{a}{b}\right| = t < 1$.

Ta có $P^2 = -\dfrac{\left(|a| + 2|b|\right)^2}{3|a|^2 - 4|a|.|b| + |b|^2} = -\dfrac{(t+2)^2}{3t^2 - 4t + 1}$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{(t+2)^2}{3t^2-4t+1}$, với $t\in\left(\dfrac{1}{3};1\right)$ có

$$f'(t)=\frac{2(t+2)(5-8t)}{\left(3t^2-4t+1\right)}=0;\ \begin{cases} t\in\left(\dfrac{1}{3};1\right) \\ f'(t)=0 \end{cases}\Leftrightarrow t=\frac{5}{8}.$$

Lập bảng biến thiên của $f(t)$ trên $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$

$$\Rightarrow \max_{\left(\frac{1}{3};1\right)} f(t)=f\left(\frac{5}{8}\right)=-21\Rightarrow P^2\geq 21\Rightarrow P\geq\sqrt{21}\Rightarrow P_{\min}=\sqrt{21}.$$

**Câu 5. Chọn D.**

ĐK: $x\neq 1$. Đạo hàm $f'(x)=\dfrac{3x^2(x-1)-x^3}{(x-1)^2}=\dfrac{2x^3-3x^2}{(x-1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$

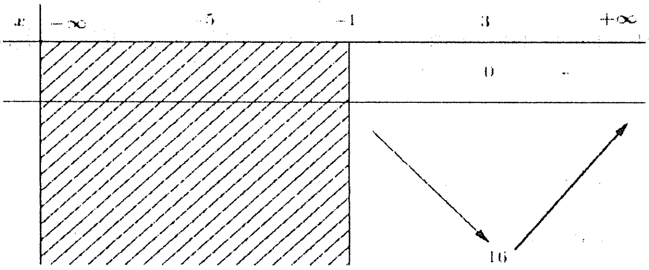
Qua $x=\dfrac{3}{2}$ thì $y'$ đổi dấu từ "$-$" sang "$+$"

$\Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=\dfrac{3}{2}\Rightarrow y_{CT}=y\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{27}{4}$.

**Câu 6. Chọn B.**

Trên khoảng $(-1;+\infty)$, ta có $f'(x)=\dfrac{(x+5)(x-3)}{(x+1)^2}$; $\begin{cases} t\in(-1;+\infty) \\ f'(x)=0 \end{cases}\Leftrightarrow x=3.$

Bảng biến thiên:




Do đó $m=\min\limits_{(-1;+\infty)} f(x)=16$.

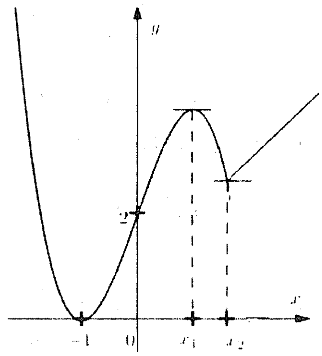
**Câu 7. Chọn D.**

Ta có $\lim\limits_{x\to\infty} f_4(x)=b$ chứ không phải là $f_4(x)=b\Rightarrow b\notin T\Rightarrow T=(-\infty;+\infty)\setminus\{b\}$.

**Câu 8. Chọn D.**

Từ đồ thị đã cho ta có ngay khẳng định A và B đúng. Khẳng định C đúng vì ví dụ như trên khoảng $(-1;x_2)$ thì hàm số vừa đồng biến vừa nghịch biến.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$, $x=x_2$ và $f(-1)\neq f(x_2)$ nên $(C)$ có hai điểm cực tiểu do đó khẳng định D sai.



**Câu 9. Chọn A.**

Ta có $1-x\in(-\infty;0)$, $\forall x\in(1;+\infty)$. Điều kiện $k\neq 1-x$, $\forall x\in(1;+\infty)\Rightarrow k\geq 0$.

Đạo hàm $y'=\dfrac{(4x+k)(x+k-1)-(2x^2+kx+2-k)}{(x+k-1)^2}=\dfrac{2x^2+(4k-4)x+k^2-2}{(x+k-1)^2}$

YCBT $\Leftrightarrow y'=\dfrac{2x^2+(4k-4)x+k^2-2}{(x+k-1)^2}\geq 0,\ \forall x\in(1;+\infty)$.

Do đó $2x^2+(4k-4)x+k^2-2\geq 0,\ \forall x\in(1;+\infty)$.

Xét phương trình $g(x)=2x^2+(4k-4)x+k^2-2=0$.

$\Delta=4(k-1)^2-2(k^2-2)=2(k-2)^2\geq 0$.

Với $k=2\Rightarrow g(x)=2x^2+4x+2=2(x+1)^2>0,\ \forall x\in(1;+\infty)$.

Với $k\neq 2\Rightarrow g(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ $(x_1<x_2)$.

Để $g(x)\geq 0,\ \forall x\in(1;+\infty)$ thì $x_2\leq 1\Leftrightarrow \dfrac{2(1-k)+\sqrt{2(k-2)^2}}{2}\leq 1$

$\Leftrightarrow 2k\geq\sqrt{2(k-2)^2}\Leftrightarrow\begin{cases}k\geq 0\\ k^2+4k-4\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow k\geq -2+2\sqrt{2}$.

**Câu 10. Chọn C.**

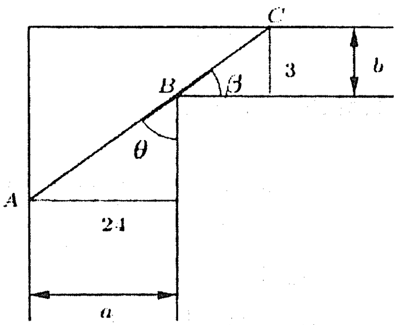
Sai từ bước III vì $f'(-1^-)=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{-x-1-0}{x-(-1)}=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{-x-1}{x+1}=-1$

$\Rightarrow f'(-1^+)\neq f'(-1^-)\Rightarrow f'(-1)$ không tồn tại.

**Câu 11. Chọn B.**

Gọi các góc và các điểm như hình vẽ. Ta có chiều dài $l$ của sào là $l=AB+BC$.

Cạnh $AB=\dfrac{24}{\sin\theta}$, $BC=\dfrac{3}{\sin\beta}$; với $\beta>0,\ 0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$.




Lại có $\beta+\theta=\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow\sin\beta=\cos\theta\Rightarrow l=\dfrac{24}{\sin\theta}+\dfrac{3}{\cos\theta}$.

Xét hàm số $f(\theta)=\dfrac{24}{\sin\theta}+\dfrac{3}{\cos\theta}$, với $\theta\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ có

$f'(\theta)=\dfrac{-24\cos\theta}{\sin^2\theta}+\dfrac{3\sin\theta}{\cos^2\theta}=\dfrac{3(\sin^3\theta-8\cos^3\theta)}{\sin^2\theta.\cos^2\theta}$.

$\begin{cases}\theta\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)\\ f'(\theta)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\theta\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)\\ \sin\theta=2\cos\theta\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\theta\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)\\ \tan\theta=2\end{cases}$

Do đó $\cos\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\sin\theta=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ và $f'(\theta)=0\Leftrightarrow\theta=\theta_0$ với $\theta_0\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$

Ta có $\lim\limits_{x\to 0^+}f(\theta)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}f(\theta)=+\infty$.

Bảng biến thiên:

| $\theta$ | $0$ | | $\theta_{(0)}$ | | $\frac{\pi}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(\theta)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f'(\theta)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $15\sqrt{5}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**Câu 12. Chọn A.**

ĐK: $\begin{cases}(x+1)^4 > 0\\(x+5)^3 > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x \neq -1\\x+5>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x \neq -1\\x > -5\end{cases}$ (*)

Khi đó $\frac{1}{4}\log_3(x+1)^4 + \frac{1}{3}\log_3(x+5)^3 = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{4}.4\log_3|x+1| + \frac{1}{3}.3\log_3(x+5) = 1$

$\Leftrightarrow \log_3|x+1| + \log_3(x+5) = 1 \Leftrightarrow \log_3\left[(x+5)|x+1|\right] = 1 \Leftrightarrow (x+5)|x+1| = 3$ (1)

- **TH1.** $x \geq -1$, khi đó (1) $\Leftrightarrow (x+5)(x+1) = 3 \Leftrightarrow x^2+6x+2=0 \Leftrightarrow x = -3 \pm \sqrt{7}$.

Kết hợp với (*) và $x \geq -1$, ta được $x = -3+\sqrt{7}$ thỏa mãn.

- **TH2.** $x < -1$, khi đó (1) $\Leftrightarrow -(x+5)(x+1) = 3 \Leftrightarrow x^2+6x+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-2\\x=-4\end{array}\right.$

Kết hợp với (*) và $x < -1$, ta được $x=-2$, $x=-4$ thỏa mãn.

Như vậy, phương trình đã cho có ba nghiệm là $x = -3+\sqrt{7}$, $x=-2$, $x=-4$.

**Câu 13. Chọn B.**

Ta có $y = \log_{\frac{2}{3}}(x^2-2x+2) \Rightarrow y' = \dfrac{1}{(x^2-2x+2)\ln\frac{2}{3}}.(2x-2) = \dfrac{2(x-1)}{(x^2-2x+2)(\ln 2 - \ln 3)}$.

**Câu 14. Chọn C.**

ĐK: $\begin{cases}2x-1>0\\(\log_3(2x-1))^{1000} > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x > \frac{1}{2}\\\log_3(2x-1) \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x > \frac{1}{2}\\2x-1 \neq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x > \frac{1}{2}\\x \neq 1\end{cases}$ (*)

Khi đó $\log_{\frac{1}{2}}(\log_3(2x-1))^{1000} > 0 \Leftrightarrow 1000\log_{\frac{1}{2}}|\log_3(2x-1)| > 0$

$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}|\log_3(2x-1)| > 0 \Leftrightarrow |\log_3(2x-1)| < 1$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\log_3(2x-1) < 1\\\log_3(2x-1) > -1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x-1 < 3^1\\2x-1 > 3^{-1}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x < 2\\x > \frac{2}{3}\end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < x < 2.$

Kết hợp với (*) ta được $\frac{2}{3} < x < 2$ và $x \neq 1$ thỏa mãn.

**Câu 15. Chọn D.**

Hàm số $y = \log_{x-1}(x^3+1)^{1001}$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases}(x^3+1)^{1001} > 0\\x-1>0\\x-1 \neq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^3+1>0\\x>1\\x \neq 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>1\\x \neq 2\end{cases}$

**Câu 16. Chọn A.**

Ta có thể thấy ngay khẳng định 1 và 3 là sai vì tập xác định của $f(x)>1$ và $f(x)>6$ là $\mathbb{R}$.

Trong khi đó, tập xác định của bất phương trình $2\ln x+(x+1)\ln 6>0$ là $(0;+\infty)$ và tập xác định của bất phương trình $\ln x^2+x\ln 6>0$ là $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Nhiều bạn sẽ mắc sai lầm như sau:

*Sai lầm 1.* $f(x)>1\Leftrightarrow x^2.6^{x+1}>1\Leftrightarrow \ln\left(x^2.6^{x+1}\right)>\ln 1$

$$\Leftrightarrow \ln x^2+\ln 6^{x+1}>0\Leftrightarrow 2\ln x+(x+1)\ln 6>0.$$

Từ đó dẫn đến khẳng định 1 đúng. Chú ý, phép biến đổi $x^2.6^{x+1}>1\Leftrightarrow \ln\left(x^2.6^{x+1}\right)>\ln 1$ chỉ đúng khi ta biết được chắc chắn $x^2.6^{x+1}>0$. Tuy nhiên $x^2.6^{x+1}\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ do đó ta không thể biến đổi $x^2.6^{x+1}>1\Leftrightarrow \ln\left(x^2.6^{x+1}\right)>\ln 1$ được.

*Sai lầm 2.* $f(x)>6\Leftrightarrow x^2.6^{x+1}>6\Leftrightarrow x^2.6^x>1\Leftrightarrow \ln\left(x^2.6^x\right)>\ln 1$

$$\Leftrightarrow \ln x^2+\ln 6^x>0\Leftrightarrow \ln x^2+x\ln 6>0.$$

Từ đó dẫn đến khẳng định 3 đúng. Lời giải thích sai lầm 2 tương tự như sai lầm 1.

Xét khẳng định 2, ta có $f(x)>x^2\Leftrightarrow x^2.6^{x+1}>x^2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0\\ 6^{x+1}>1\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0\\ x+1>0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0\\ x>-1\end{cases}\Rightarrow \text{khẳng định 2 sai.}$$

Xét khẳng định 4, ta có $f(x)>6^x\Leftrightarrow x^2.6^{x+1}>6^x$

$$\Leftrightarrow 6x^2>1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>\dfrac{1}{\sqrt{6}}\\ x<-\dfrac{1}{\sqrt{6}}\end{array}\right.\Rightarrow \text{khẳng định 4 sai.}$$

**Câu 17. Chọn C.**

Với $a,\ b>0$ và $a\neq 1$, ta có:

$$\log_a\sqrt{ab}=\frac{1}{2}\log_a(ab)=\frac{1}{2}\left(\log_a a+\log_a b\right)=\frac{1}{2}\left(1+\log_a b\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b.$$

**Câu 18. Chọn D.**

Ta có: $y=\dfrac{\cos x\cot x}{x\sin x}=\dfrac{1}{x}.\cot^2 x\Rightarrow y'=\dfrac{-1}{x^2}.\cot^2 x+\dfrac{1}{x}.2\cot x.\dfrac{-1}{\sin^2 x}=-\dfrac{\cot x}{x}\left(\dfrac{2}{\sin^2 x}+\dfrac{\cot x}{x}\right).$

**Câu 19. Chọn B.**

Ta có $T=\log_{27}8+\log_{256}81=\log_{3^3}2^3+\log_{4^4}3^4=3.\dfrac{1}{3}\log_3 2+4.\dfrac{1}{4}\log_4 3$

$$=\log_3 2+\log_4 3=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\frac{(a+b)^2}{ab(a+b)}=\frac{a^2+b^2+2ab}{a^2b+ab^2}$$

Lại có $ab=\log_2 3.\log_3 4=\log_2 4=2\Rightarrow T=\dfrac{a^2+b^2+4}{a^2b+ab^2}$.

**Câu 20. Chọn C**

Với $a > b > 1$, ta xét các đánh giá như sau:

Xét đánh giá 1, ta có: $1 < \dfrac{1}{1000}\log_a b^{1000} < \dfrac{a}{b} \Leftrightarrow 1 < \dfrac{1}{1000}.1000\log_a b < \dfrac{a}{b}$

$$\Leftrightarrow 1 < \log_a b < \frac{a}{b} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b > 1 \\ \log_a b < \dfrac{a}{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > a \\ b < a^{\frac{a}{b}} \end{cases} \Rightarrow \text{A sai vì bài ra } a > b.$$

Xét đánh giá 2, ta có: $1 > 1000\log_{b^{1000}} a > \dfrac{b}{a} \Leftrightarrow 1 > 1000.\dfrac{1}{1000}\log_b a > \dfrac{b}{a}$

$$\Leftrightarrow 1 > \log_b a > \frac{b}{a} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_b a < 1 \\ \log_b a > \dfrac{b}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < b \\ a > b^{\frac{b}{a}} \end{cases} \Rightarrow \text{B sai vì bài ra } a > b.$$

Xét đánh giá 3, ta có: $0 < \log_{a^{1000}} b^{1000} < \dfrac{a}{b} \Leftrightarrow 0 < 1000.\dfrac{1}{1000}\log_a b < \dfrac{a}{b}$

$$\Leftrightarrow 0 < \log_a b < \frac{a}{b} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b > 0 \\ \log_a b < \dfrac{a}{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > a^0 \\ b < a^{\frac{a}{b}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 1 \\ b < a^{\frac{a}{b}} \end{cases}$$

Với $a > b > 1 \Rightarrow \dfrac{a}{b} > 1 \Rightarrow a^{\frac{a}{b}} > a > b \Rightarrow$ C đúng.

Đến đây, ta chọn ngay được C là đáp án đúng.

Xét đánh giá 4, ta có: $0 < \log_{b^{1000}} a^{1000} < \dfrac{b}{a} \Leftrightarrow 0 < 1000.\dfrac{1}{1000}\log_b a < \dfrac{b}{a}$

$$\Leftrightarrow 0 < \log_b a < \frac{b}{a} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_b a > 0 \\ \log_b a < \dfrac{b}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > b^0 \\ a < b^{\frac{b}{a}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ a < b^{\frac{b}{a}} \end{cases}$$

Với $a > b > 1 \Rightarrow \dfrac{b}{a} < 1 \Rightarrow b^{\frac{b}{a}} < b < a \Rightarrow$ D sai.

**Câu 21. Chọn B.**

Ta tìm hệ số suy giảm $i$ như sau:

$$672,71 = 760.e^{1000i} \Leftrightarrow e^{1000i} = \frac{672,71}{760} \Leftrightarrow 1000i = \ln\frac{672,71}{760} \Leftrightarrow i = \frac{\ln\dfrac{672,71}{760}}{1000}.$$

Bài ra ta có ngay $\dfrac{672,71^3}{760^2} = 760.e^{x.\frac{\ln\frac{672,71}{760}}{1000}} \Leftrightarrow e^{\frac{x}{1000}.\ln\frac{672,71}{760}} = \left(\dfrac{672,71}{760}\right)^3$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{1000}.\ln\frac{672,71}{760} = \ln\left(\frac{672,71}{760}\right)^3 = 3\ln\frac{672,71}{760} \Leftrightarrow \frac{x}{1000} = 3 \Leftrightarrow x = 3000 \text{ (mét)}.$$

**Câu 22. Chọn C.**

Dựa vào kiến thức cơ bản về tích phân thì rõ ràng C là đáp án đúng.

**Câu 23. Chọn D.**

Ta có $H = \int \frac{1}{(x-1)\sqrt{2x-1}}dx$.

Đặt $t = \sqrt{2x-1} \Rightarrow x = \frac{t^2+1}{2} \Rightarrow x-1 = \frac{t^2-1}{2} \Rightarrow H = \int \frac{1}{\frac{t^2-1}{2}.t} d\frac{t^2+1}{2}$

$\Rightarrow H = \int \frac{2}{t(t^2-1)}.tdt = \int \frac{2}{(t-1)(t+1)}dt = \int \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1}\right)dt$

$= \ln|t-1| - \ln|t+1| + C = \ln\left|\frac{t-1}{t+1}\right| + C$

$= \ln\left|1 - \frac{2}{1+t}\right| + C = \ln\left|1 - \frac{2}{1+\sqrt{2x-1}}\right| + C.$

**Câu 24. Chọn C.**

Ta có $h'(t) = \frac{1}{3}\sqrt[3]{t+8} \Rightarrow h(t) = \int \frac{1}{3}\sqrt[3]{t+8}dt = \frac{1}{3}\int (t+8)^{\frac{1}{3}} d(t+8)$

$= \frac{1}{3}.\frac{(t+8)^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{4}{3}} + C = \frac{(t+8)^{\frac{4}{3}}}{4} + C.$

Lúc đầu bồn không có nước $\Rightarrow h(0) = 0 \Rightarrow \frac{8^{\frac{4}{3}}}{4} + C = 0 \Leftrightarrow C = -4 \Rightarrow h(t) = \frac{(t+8)^{\frac{4}{3}}}{4} - 4.$

Khi đó $L = h(19) = \frac{65}{4} = 16,25$ (cm).

**Câu 25. Chọn A.**

Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x \left(1+\sin^2 x\right)^{1001} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\left(1+\sin^2 x\right)^{1001} d(\sin x)$

$= \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1+\sin^2 x\right)^{1001} d\left(\sin^2 x\right) = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(1+\sin^2 x\right)^{1001} d\left(1+\sin^2 x\right)$

$= \frac{1}{2}.\frac{\left(1+\sin^2 x\right)^{1002}}{1002}\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2^{1002}-1}{2004}.$

**Câu 26. Chọn A.**

Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x)e^{\sin x+\cos x}dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} x(\cos x - \sin x) = A + B.$

Tích phân $A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x)e^{\sin x+\cos x}dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{\sin x+\cos x}d(\sin x + \cos x) = e^{\sin x+\cos x}\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}} = e^{\sqrt{2}} - e.$

Tích phân $B=\int_0^{\frac{\pi}{4}} x(\cos x-\sin x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}} xd(\sin x+\cos x)$

$$=\left[x(\sin x+\cos x)\right]\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\sin x+\cos x)dx=\frac{\pi\sqrt{2}}{4}-(-\cos x+\sin x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi\sqrt{2}}{4}-1.$$

Do đó $I=A+B=e^{\sqrt{2}}-e+\frac{\pi\sqrt{2}}{4}-1=e^{\sqrt{2}}-e-1+\frac{\pi\sqrt{2}}{4}$.

**Câu 27. Chọn D.**

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2=2x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất nên ta có $x\ge 0$.

Khi đó diện tích cần tính là: $S=\int_0^2\left|x^2-2x\right|dx=\int_0^2\left(2x-x^2\right)dx=\left(x^2-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^2=\frac{4}{3}$.

**Câu 28. Chọn B.**

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2-mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=m\end{array}\right.$

Thể tích $V=\pi\int_0^m\left(x^2-mx\right)^2dx=\pi\int_0^m\left(x^4-2mx^3+m^2x^2\right)dx$

$$=\pi\left(\frac{x^5}{5}-\frac{mx^4}{2}+\frac{m^2x^3}{3}\right)\Big|_0^m=\pi\left(\frac{m^5}{5}-\frac{m^5}{2}+\frac{m^5}{3}\right)=\frac{\pi m^5}{30}.$$

Bài ra $V=\frac{16\pi}{15}$ nên $\frac{\pi m^5}{30}=\frac{16\pi}{15}\Leftrightarrow m^5=32\Leftrightarrow m=2$, thỏa mãn $m>0$.

**Câu 29. Chọn B.**

Ta có $i^{2n}=\left(i^2\right)^n=(-1)^n=\begin{cases}1 & \text{khi } n=2k,\ k\in\mathbb{N}^*\\-1 & \text{khi } n=2k+1,\ k\in\mathbb{N}^*\end{cases}\Rightarrow$ A và D sai.

Lại có $i^{4n}=\left(i^2\right)^{2n}=(-1)^{2n}=1\Rightarrow$ B đúng.

Ta có $i^{2n+1}=i.i^{2n}$, theo phân tích ở trên thì ta có ngay C sai.

**Câu 30. Chọn A.**

Ta có $z=(9-16+24i(1+2i)+i=(24i-7)(1+2i)+i=-55+11i$.

**Câu 31. Chọn C.**

Ta có $z_1-z_2=-1+2i\Rightarrow\begin{cases}\left|z_1-z_2\right|=\sqrt{(-1)^2+2^2}=\sqrt{5}\\\left|z_1\right|=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}\end{cases}\Rightarrow P=\left|z_1-z_2\right|+\left|z_1\right|=2\sqrt{5}$.

**Câu 32. Chọn C.**

Ta có $z=\frac{2+i}{5-i}=\frac{(2+i)(5+i)}{(5-i)(5+i)}=\frac{10+i^2+7i}{26}=\frac{9}{26}+\frac{7}{26}i\Rightarrow\overline{z}=\frac{9}{26}-\frac{7}{26}i\Rightarrow\overline{z}.i=\frac{7}{26}+\frac{9}{26}i$.

**Câu 33. Chọn B.**

Từ giải thiết, ta có: $(x+yi)^2 = 2+2i\sqrt{3} \Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2xyi = 2 + 2i\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ 2xy = 2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow 2xy = (x^2 - y^2)\sqrt{3} \Leftrightarrow (x-\sqrt{3}y)(\sqrt{3}x+y) = 0.$

Mà $x, y > 0 \Rightarrow x = y\sqrt{3} \Rightarrow 3y^2 - y^2 = 2 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x = \sqrt{3}.$

**Câu 34. Chọn A.**

Giả sử $z = a+bi$ $(a,\ b \in \mathbb{R})$. Từ giả thiết, ta có: $|a-3+(b+2)i| = |a+(b-1)i|$

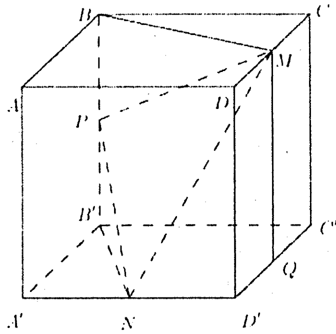
$\Leftrightarrow (a-3)^2 + (b+2)^2 = a^2 + (b-1)^2 \Leftrightarrow 13 - 6a + 4b = 1 - 2b \Leftrightarrow b = a-2.$

Do đó $a^2 + b^2 = a^2 + (a-2)^2 = 2a^2 - 4a^2 + 4 = 2(a-1)^2 + 2 \geq 2 \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2+b^2} \geq \sqrt{2}.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = 1,\ b = -1$, khi đó $z = 1 - i$.

**Câu 35. Chọn D.**

Gọi $Q$ là trung điểm của cạnh $D'C'$, ta có:




$MN = \sqrt{MQ^2 + NQ^2} = \sqrt{MQ^2 + ND'^2 + D'Q^2} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}a.$

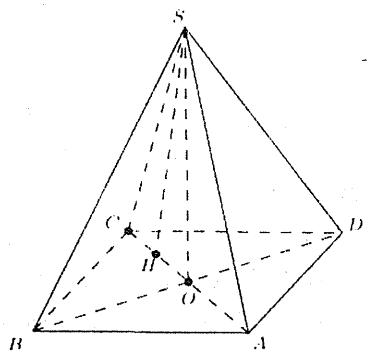
$PN = \sqrt{PB'^2 + B'N^2} = \sqrt{PB'^2 + A'B'^2 + A'N^2} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}a.$

$PM = \sqrt{PB^2 + BM^2} = \sqrt{PB^2 + MC^2 + BC^2} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}a.$

Do đó $MN = MP = PN = \dfrac{\sqrt{6}}{2}a \Rightarrow \Delta MNP$ đều

$\Rightarrow S_{MNP} = \dfrac{1}{2}.\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2}a\right)^2.\sin 60^0 = \dfrac{6a^2}{8}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3a^2\sqrt{3}}{8}.$

**Câu 36. Chọn B.**




Kẻ $SH \perp (ABCD)$ tại $H$, ta có $\begin{cases} HB = \sqrt{SB^2 - SH^2} \\ HC = \sqrt{SC^2 - SH^2} \\ HD = \sqrt{SD^2 - SH^2} \end{cases}$

Bài ra $SB = SC = SD = 1 \Rightarrow HB = HC = HD \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta BCD$.

Hơn nữa $\Delta BCD$ cân tại $C \Rightarrow H \in AC$.

Ta có $\Delta SBD = \Delta CBD$ $(c-c-c) \Rightarrow SO = CO \Rightarrow SO = CO = AO \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại $S$

$\Rightarrow \dfrac{1}{SH^2} = \dfrac{1}{SC^2} + \dfrac{1}{SA^2} = \dfrac{1}{1^2} + \dfrac{1}{a^2} \Rightarrow SH = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}}.$

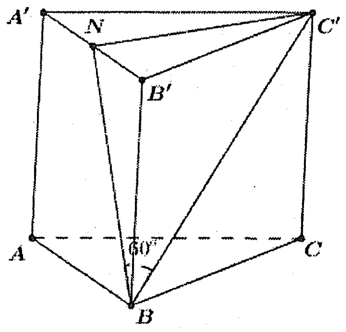
Cạnh $AC = \sqrt{SA^2 + SC^2} = \sqrt{a^2+1} \Rightarrow OB^2 = SB^2 - SO^2 = 1 - \left(\dfrac{AC}{2}\right)^2 = 1 - \dfrac{a^2+1}{4} = \dfrac{3-a^2}{4}$

$\Rightarrow OB = \dfrac{\sqrt{3-a^2}}{2}$ $\left(0 < a < \sqrt{3}\right) \Rightarrow BD = \sqrt{3-a^2}.$

Do đó $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a}{\sqrt{a^2+1}}.\frac{1}{2}AC.BD=\frac{a}{6\sqrt{a^2+1}}.\sqrt{a^2+1}.\sqrt{3-a^2}=\frac{a\sqrt{3-a^2}}{6}$.

**Câu 37. Chọn A.**

Gọi $N$ là trung điểm của cạnh $A'B'$.




Do $\Delta ABC$ cân tại $C\Rightarrow \Delta A'B'C'\Rightarrow C'N\perp A'B'$.

Ta có $BB'\perp(A'B'C')\Rightarrow BB'\perp C'N\Rightarrow C'N\perp BB'$.

Như vậy $\begin{cases}C'N\perp A'B'\\C'N\perp BB'\end{cases}\Rightarrow C'N\perp(ABB'A')\Rightarrow \widehat{C'BN}=60^0$.

Ta có $NB'=\frac{A'B'}{2}=\frac{AB}{2}=\frac{a}{2}$ và

$BB'=A'A=a\Rightarrow NB=\sqrt{BB'^2+B'N^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

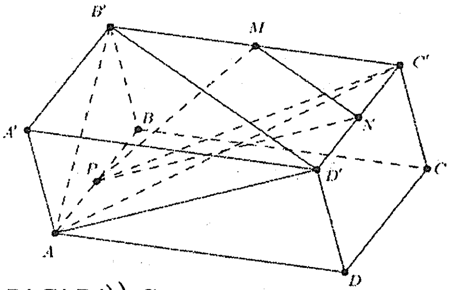
Lại có $\tan 60^0=\frac{NC'}{NB}\Rightarrow NC'=NB.\tan 60^0=\frac{a\sqrt{5}}{2}.\sqrt{3}=\frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Do đó $V_{ABC.A'B'C'}=A'A.S_{A'B'C'}=a.\frac{1}{2}.C'N.A'B'=\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{15}}{2}.a=\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$.

**Câu 38. Chọn C.**

Gọi $M$, $N$, $P$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $B'C'$, $C'D'$, $AB$.

Ta có $V'=V_{P.MNC'}=\frac{1}{3}d\left(P;(A'B'C'D')\right).S_{MNC'}$.




Mà $S_{MNC'}=\frac{1}{4}S_{B'C'D'}=\frac{1}{8}S_{A'B'C'D'}\Rightarrow V'=\frac{1}{24}d\left(P;(A'B'C'D')\right).S_{A'B'C'D'}$.

Lại có $V=2V_{ABD.A'B'D'}=2d\left(P;(A'B'C'D')\right).S_{A'B'D'}=d\left(P;(A'B'C'D')\right).S_{A'B'C'D'}$.

Do đó $\frac{V'}{V}=\frac{1}{24}\Rightarrow V'=\frac{V}{24}$.

**Câu 39. Chọn D.**

Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều cạnh bằng 2.

Do đó hình nón có đường sinh $l=2$ và bán kính đường tròn đáy $r=1$.

Diện tích toàn phần của hình nón $S_{tp}=(l+r)\pi r=3\pi$.

Gọi $R$ là bán kính mặt cầu cần tìm thì diện tích mặt cầu đó là $S=4\pi R^2$.

Theo bài ra ta có $S=S_{tp}\Rightarrow 3\pi=4\pi R^2\Rightarrow R=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

**Câu 40. Chọn C.**

Bình sắt để chứa Oxy cấu tạo từ nửa hình cầu và hình trụ.

Gọi : $V_1$ là thể tích hình trụ có đường cao 150 (cm) và bán kính đường tròn đáy 5 (cm).

$V_2$ là thể tích nửa hình cầu có bán kính 5 (cm).

Ta có $V_1 = 150.\pi.5^2 = 3750\pi\ \left(\text{cm}^3\right)$ và $V_2 = \dfrac{2}{3}\pi.5^3 = \dfrac{250}{3}\pi\ \left(\text{cm}^3\right)$.

Do đó $V = V_1 + V_2 = \dfrac{11500}{3}\pi\left(\text{cm}^3\right) = \dfrac{23}{6}\pi\ (l)$.

**Câu 41. Chọn B.**

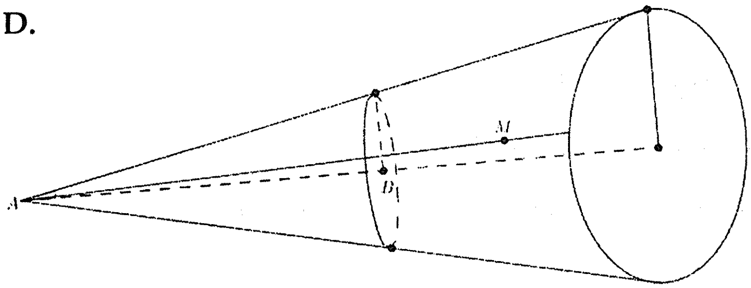
Gọi $r$ là bán kính đường tròn nội tiếp $\Delta ABC$, ta có:

$$S_{ABC} = pr \Rightarrow r = \frac{AB.AC.\sin 60^0}{AB + AC + BC} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

Chiều cao của hình chóp $h = \sqrt{a^2 - \left(\dfrac{2}{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi rh = \dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$.

**Câu 42. Chọn D.**




Từ $A$ kẻ đường thẳng $d$ tạo với $AB$ một góc $30^0$, ta quay đường thẳng vừa tạo quanh $AB$ với góc $30^0$ không đổi thì thu được hình nón.

Lấy điểm $K$ bất kì trên mặt nón đó, ta có $\widehat{KAB} = 30^0$.

Do $A$, $B$ cố định $\Rightarrow$ mặt nón cố định

Như vậy $K \equiv M$ là thỏa mãn yêu cầu. Tức quỹ tích điểm $M$ thuộc một mặt nón cố định nhận $A$ làm đỉnh, có đường cao trùng với $AB$ và góc giữa đường sinh và tia $AB$ bằng $30^0$.

**Câu 43. Chọn A.**

Ta có $\vec{u}$, $\vec{v}$ cùng phương $\Leftrightarrow \dfrac{m+4}{2} = \dfrac{-2m^2-1}{-3} = \dfrac{5m+2}{4}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m+4}{2} = \dfrac{5m+2}{4} \\ \dfrac{m+4}{2} = \dfrac{2m^2+1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m+16 = 10m+4 \\ 3m+12 = 4m^2+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6m = 12 \\ 4m^2 - 3m - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

**Câu 44. Chọn D.**

Ta có: $\dfrac{2-4}{2} = \dfrac{2-5}{3} \neq \dfrac{4-6}{4} \Rightarrow M(2;2;4) \notin d$.

$\dfrac{6-4}{2} = \dfrac{8-5}{3} \neq \dfrac{2-6}{4} \Rightarrow M(6;8;2) \notin d$.

$$\frac{2-4}{2}=\frac{2-5}{3}\neq\frac{10-6}{4}\Rightarrow M(2;2;10)\notin d.$$

$$\frac{4-4}{2}=\frac{5-5}{3}=\frac{6-6}{6}\Rightarrow M(4;5;6)\in d.$$

**Câu 45. Chọn A.**

Mặt phẳng $(P)$ có một VTPT là $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;4)$.

Mặt phẳng $(Q)$ có một VTPT là $\overrightarrow{n_2}=(2;3;-m)$.

Ta có: $\cos\alpha=\dfrac{|2.2+(-3).3+4.(-m)|}{\sqrt{2^2+(-3)^2+4^2}.\sqrt{2^2+3^2+(-4)^2}}=\dfrac{|-4m-5|}{29}$.

Bài ra $\cos\alpha=\dfrac{21}{29}\Rightarrow\dfrac{|-4m-5|}{29}=\dfrac{21}{29}\Leftrightarrow|4m+5|=21\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4m+5=21\\4m+5=-21\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=4\\m=-\dfrac{13}{2}\end{array}\right.$

**Câu 46. Chọn D.**

Đường thẳng $d$ có một VTCP là $\vec{u}=(3;4;5)$.

Mặt phẳng $(P)$ có một VTPT là $\vec{n}=(10;-15;-m)$.

YCBT $\Leftrightarrow\vec{n}.\vec{u}\neq0\Leftrightarrow10.3-15.4-5m\neq0\Leftrightarrow5m\neq-30\Leftrightarrow m\neq-6.$

**Câu 47. Chọn C.**

Đường thẳng $d_1$ qua $M(3;1;4)$ và có một VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;0)$.

Đường thẳng $d_2$ qua $N(2;4;1)$ và có một VTCP là $\overrightarrow{u_2}=(1;0;-3)$.

Ta có $\begin{cases}(P)//d_1\\(P)//d_2\end{cases}\Rightarrow(P)$ sẽ nhận $\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]=(6;3;2)$ là một VTPT.

Kết hợp với $(R)$ qua $A(1;-2;1)\Rightarrow(R):6(x-1)+3(y+2)+2(z-1)=0$

$\Rightarrow(R):6x+3y+2z-2=0.$

Rõ ràng $M(3;1;4)$ và $N(2;4;1)$ không thuộc $(R):6x+3y+2z-2=0$

$\Rightarrow(R):6x+3y+2z-2=0$ thỏa mãn.

***Bình luận:***

*Ngoài lời giải trên, ta có thể làm cách khác như sau:*

*Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ là một VTPT của $(P)$, $(a^2+b^2+c^2>0)$.*

*Đường thẳng $d_1$ qua $M(3;1;4)$ và có một VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;0)$.*

*Đường thẳng $d_2$ qua $N(2;4;1)$ và có một VTCP là $\overrightarrow{u_2}=(1;0;-3)$.*

*Ta có* $\begin{cases}(P)//d_1\\(P)//d_2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{n}.\overrightarrow{u_1}=0\\\vec{n}.\overrightarrow{u_2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-2b=0\\a-3c=0\end{cases}\Rightarrow a=2b=3c.$

*Chọn* $c=2\Rightarrow a=6,\ b=3,$ *thỏa mãn* $a^2+b^2+c^2>0\Rightarrow \vec{n}=(2;3;6)$.

*Mặt phẳng* $(P)$ *qua* $A(1;-2;1)$ *và nhận* $\vec{n}=(2;3;6)$ *là một VTPT*

$\Rightarrow (R):6(x-1)+3(y+2)+2(z-1)=0\Rightarrow (R):6x+3y+2z-2=0.$

*Rõ ràng* $M(3;1;4)$ *và* $N(2;4;1)$ *không thuộc* $(R):6x+3y+2z-2=0$

$\Rightarrow (R):6x+3y+2z-2=0$ *thỏa mãn.*

**Câu 48. Chọn B.**

Mặt phẳng $(P)$ có một VTPT là $\vec{n}=(1;-2;2)$.

Gọi $I$ là tâm của $(S)$, đường thẳng $IA$ qua $A(1;4;-1)$ và nhận $\vec{n}=(1;-2;2)$ là một VTCP

$$\Rightarrow IA:\begin{cases}x=1+t\\ y=4-2t\\ z=-1+2t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})\Rightarrow I(t+1;4-2t;2t-1)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AI}=(t;-2t;2t)\Rightarrow AI=\sqrt{t^2+(-2t)^2+(2t)^2}=\sqrt{9t^2}=3|t|.$$

Ta có $(S)$ tiếp xúc với $(P)$ tại $A$ và có bán kính bằng 3 nên

$$AI=3\Rightarrow 3|t|=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\Rightarrow I(2;2;1)\\ t=-1\Rightarrow I(0;6;-3)\end{array}\right.$$

Bài ra $x_I>0\Rightarrow I(2;2;1)\Rightarrow P=x_I^2+3y_I^2+5z_I^2=21$.

**Câu 49. Chọn B.**

Ta có $d_1:\begin{cases}x=1+t\\ y=-1+t\\ z=3-t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ mà $M\in d_1\Rightarrow M(m+1;m-1;3-m)$.

Lại có $d_2:\begin{cases}x=1+t'\\ y=-2+t'\\ z=2+t'\end{cases}$ $(t'\in\mathbb{R})$ mà $N\in d_2\Rightarrow N(n+1;n-2;n+2)$.

Đường thẳng $d$ nhận $\overrightarrow{NM}=(m-n;m-n+1;1-m-n)$ là một VTCP.

Mặt phẳng $(P)$ có một VTPT là $\vec{n}=(2;3;4)$.

Ta có $d//(P)\Rightarrow \overrightarrow{NM}.\vec{n}=0\Leftrightarrow 2(m-n)+3(m-n+1)+4(1-m-n)=0\Leftrightarrow m=9n-7$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(m;m-3;2-m)=(9n-7;9n-10;9-9n),\ \overrightarrow{AN}=(n;n-4;n+1)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN}=(9n-7)n+(9n-10)(n-4)+(9-9n)(n+1)=5$

$$\Leftrightarrow 9n^2-53n+44=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=1\\ n=\dfrac{44}{9}\end{array}\right.$$

Bài ra $x_N\in\mathbb{Z}\Rightarrow n=1$ thỏa mãn $\Rightarrow m=2\Rightarrow M(3;1;1)$ và $\overrightarrow{NM}=(1;2;-2)$.

Đường thẳng $d$ qua $M(3;1;1)$ và nhận $\overrightarrow{NM}=(1;2;-2)$ là một VTCP

$\Rightarrow d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-2}$.

**Câu 50. Chọn A.**

Ta có $d:\begin{cases}x=1+t\\ y=1+2t\\ z=1+3t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ mà $M\in d\Rightarrow M(t+1;2t+1;3t+1)$.

Khi đó $\begin{cases}\overrightarrow{AM}=(t-1;2t+2;3t)\\ \overrightarrow{AB}=(-1;0;-1)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AB}\right]=(-2t-2;-2t-1;2t+2)$

$$\Rightarrow S_{MAB}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AB}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{(-2t-2)^2+(-2t-1)^2+(2t+2)^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{12t^2+20t+9}=\frac{1}{2}\sqrt{\left(t\sqrt{12}+\frac{10}{\sqrt{12}}\right)^2+\frac{2}{3}}\geq\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt{6}}.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow t\sqrt{12}+\dfrac{10}{\sqrt{12}}=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{5}{6}$.

Khi đó $M\left(\dfrac{1}{6};-\dfrac{2}{3};-\dfrac{3}{2}\right)\Rightarrow P=x_M^2+y_M^2+z_M^2=\dfrac{49}{18}$.

## ĐỀ SỐ 10

**Câu 1. Chọn A.**

Đạo hàm $y'=4ax^3+2bx=2x(2ax^2+b)$.

Từ bảng biến thiên ta có $\begin{cases}y(1)=a+b=-1\\ y'(1)=2(2a+b)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=-2\end{cases}$

**Câu 2. Chọn D.**

Liên hợp ta được $y=\dfrac{-3x-1}{\sqrt{x^2-x+1}+\sqrt{x^2+2x+2}}$.

Ta có $$\lim_{x\to+\infty}y=\lim_{x\to+\infty}\frac{-3x-1}{\sqrt{x^2-x+1}+\sqrt{x^2+2x+2}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-3-\frac{1}{x}}{\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{2}{x^2}}}=-\frac{3}{2}.$$

$$\lim_{x\to-\infty}y=\lim_{x\to-\infty}\frac{-3x-1}{\sqrt{x^2-x+1}+\sqrt{x^2+2x+2}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{3+\frac{1}{x}}{\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{2}{x^2}}}=\frac{3}{2}.$$

Do đó $(C)$ có hai tiệm cận ngang là $y=\pm\dfrac{3}{2}$ và khoảng cách giữa chúng bằng 3.

**Câu 3. Chọn B.**

Rõ ràng với $k<0$ thì $k.f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b) \Rightarrow$ B sai.

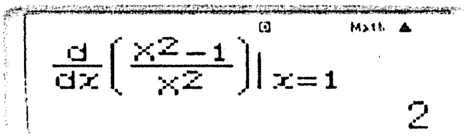
**Câu 4. Chọn A.**

Ở bước 2 việc sử dụng dấu tương đương là sai, ta chỉ được dùng dấu suy ra.

Bước 2 và bước 3 đó chỉ là điều kiện cần cho yêu cầu bài toán còn điều kiện đủ là phải có tại $m=0$ hoặc $m=1$ thì $y''(1)<0$.

Với $m=0 \Rightarrow y'=\dfrac{x^2-1}{x^2}$ sử dụng máy tính bỏ túi ta tính $y''(1)$ bằng tổ hợp nút lệnh sau:

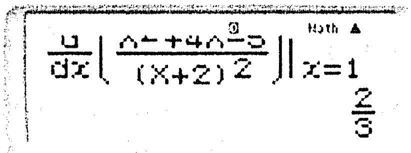
SHIFT ∫ ▤ ALPHA X $x^2$ − 1
▽ ALPHA X $x^2$ ▶ ▶ 1 =




Từ đó $y''(1)=2>0 \Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Với $m=1 \Rightarrow y'=\dfrac{x^2+4x-5}{(x+2)^2}$ sử dụng máy tính bỏ túi tính $y''(1)$ bằng tổ hợp nút lệnh sau:

SHIFT ∫ ▤ ALPHA X $x^2$ + 4 ALPHA X − 5
▽ ( ALPHA X + 2 ) $x^2$ ▶ ▶ 1 =




Từ đó $y''(1)=\dfrac{2}{3}>0 \Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

**Câu 5. Chọn B.**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x-3)(x^3-8)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=2 \end{array}\right.$

Dấu của $f'(x)$ là dấu của $x-3$, đạo hàm đổi dấu từ "$-$" sang "$+$" khi $x$ đi qua 3.

Do đó hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

**Câu 6. Chọn C.**

Hàm số đã cho đã xác định và liên tục trên đoạn $[-4;4]$.

Ta có $f'(x)=3x^2-6x-9=0;\ \begin{cases} x\in(-4;4) \\ f'(x)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$

Lại có $f(-4)=-41;\ f(-1)=40;\ f(3)=8;\ f(4)=15$.

Do đó $\max\limits_{[-4;4]} f(x)=40;\ \min\limits_{[-4;4]} f(x)=-41$.

**Câu 7. Chọn B.**

Gọi $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$ là hai điểm trên $(C)$ đối xứng nhau qua điểm $M\left(0;\dfrac{5}{2}\right)$.

Ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2x_M = 0 \\ y_1 + y_2 = 2y_M = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = -x_1 \\ \dfrac{x_1^2 + x_1 + 2}{x_1 - 1} - \dfrac{x_1^2 - x_1 + 2}{x_1 + 1} = 5 \end{cases}$

Do đó $(x_1 + 1)(x_1^2 + x_1 + 2) - (x_1 - 1)(x_1^2 - x_1 + 2) = 5(x_1^2 - 1)$

$\Leftrightarrow (x_1^3 + 2x_1^2 + 3x_1 + 2) - (x_1^3 - 2x_1^2 + 3x_1 - 2) = 5x_1^2 - 5 \Leftrightarrow x_1^2 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 3 \Rightarrow y_1 = 7 \\ x_1 = -3 \Rightarrow y_1 = -2 \end{array}\right.$

**Câu 8. Chọn D.**

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + 3x - 1 = 3x^2$

$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y_0 = 3.$

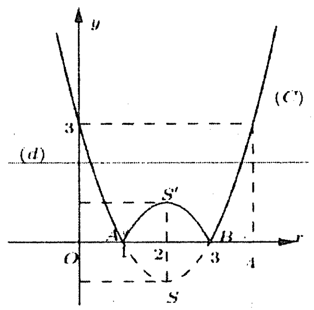
**Câu 9. Chọn B.**

Rõ ràng chỉ có đồ thị hàm số $f(x) = 3 - x + \dfrac{1}{x-3}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.

**Câu 10. Chọn C.**

Phương trình $\Leftrightarrow \left|x^2 - 4x + 3\right| = \log_a(3a^2 - 5a)$.

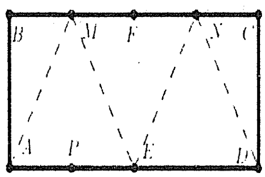
Vẽ đường thẳng $d: y = \log_a(3a^2 - 5a)$, ta có $d$ song song với trục $Ox$ và cung $\overset{\frown}{AS'C}$ đối xứng cung $\overset{\frown}{ASC}$ qua trục $Ox$.



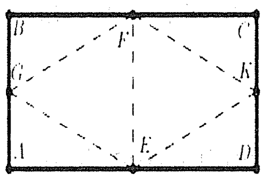

Phương trình có ba nghiệm phân biệt thì

$$\log_a(3a^2 - 5a) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ 3a^2 - 5a > 0 \\ 3a^2 - 5a = a \end{cases} \Leftrightarrow a = 2.$$

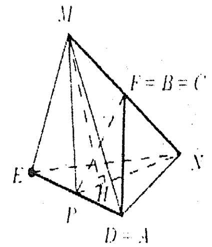
**Câu 11. Chọn C.**




Hình 1




Hình 2




Hình 3

**Những cách dán để tạo nên một tứ diện gần đều:**

*Cách 1.* Lấy các điểm như trên hình 1 sao cho $BM = MF = FN = NC = AP = PE$.

Gấp theo các đường $AM$, $ME$, $EN$, $ND$.

Dán $AB$ với $DC$, $AE$ với $DE$, $BM$ với $FM$, $CN$ với $FN$, ta được tứ diện $AEMN$ như hình 3.

Dễ thấy $AM = ME = EN = ND = \sqrt{150 + \left(\dfrac{a}{4}\right)^2}$ và các đáy của các tam giác cân là $AE = MN = \dfrac{a}{2}$.

*Cách* 2. Lấy các điểm như trên hình 2 sao cho $AG = GB = CK = KD$ và $BF = FC = AE = ED$.

Gấp theo các đường $EF$, $GF$, $GE$, $KF$, $KE$. Dán $AE$ với $DE$, $BF$ với $CF$, $AG$ với $BG$, $CK$ với $DK$, ta được tứ diện có bốn mặt bằng nhau và bằng các tam giác cân $GEF$, $KEF$ nên tứ diện tạo thành là tứ diện gần đều và các đáy của các tam giác cân bằng $10\sqrt{6} \neq \frac{a}{2}$.

*Do đó thể tích ta cần tính là thể tích của tứ diện $AEMN$* (hình 3)

Ta có $AE = MN = \frac{a}{2}$ (cm), $\Delta AME = \Delta DNE \Rightarrow PM = PN = 5\sqrt{6}$ (cm), $PF \perp MN$.

Kẻ $MH \perp PN$ tại $H$.

Do $AE \perp PM$ và $AE \perp PN$ nên $AE \perp (PMN)$.

Do đó $MH$ là đường cao của tứ diện $AEMN$.

Ta có $PF = \sqrt{PM^2 - MF^2} = \sqrt{150 - \left(\frac{a}{4}\right)^2}$ (cm).

$$V_{AEMN} = \frac{1}{3}MH.S_{AEN} = \frac{1}{3}.\frac{MN.PF}{PN}.\frac{PN.AE}{2} = \frac{1}{6}PF.MN.AE$$

$$= \frac{1}{6}\sqrt{150 - \left(\frac{a}{4}\right)^2}.\frac{a^2}{4} = \frac{1}{96}a^2\sqrt{2400 - a^2}.$$

Xét hàm số $f(t) = t\sqrt{2400 - t}$, với $t \in (0;2400)$ và $t \neq 600$ có

$$f'(t) = \sqrt{2400 - t} - \frac{t}{2\sqrt{2400 - t}} = \frac{4800 - 3t}{2\sqrt{2400 - t}} = 0 \Leftrightarrow t = 1600.$$

Lập bảng biến thiên ta được khi $t = 1600$ thì $f(t)$ lớn nhất.

Từ đó $a = 40$ (cm) thỏa mãn bài toán.

**Câu 12. Chọn B.**

ĐK: $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x^2 \neq 0 \\ \log_2 x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 \neq 1 \\ x \neq 2^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0,\ x \neq 1 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$ (*)

Khi đó $\frac{4}{\log_2 x^2} + \frac{9}{1 + \log_2 x} = 4 \Leftrightarrow \frac{4}{2\log_2 x} + \frac{9}{1 + \log_2 x} = 4$ (1)

Đặt $t = \log_2 x$ thì (1) thành $\frac{2}{t} + \frac{9}{1 + t} = 4$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t(t+1) \neq 0 \\ 2(1+t) + 9t = 4t(1+t) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t(t+1) \neq 0 \\ 4t^2 - 7t - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2 \\ t = -\frac{1}{4} \end{array}\right.$

Với $t = 2 \Rightarrow \log_2 x = 2 \Leftrightarrow x = 2^2 = 4$, thỏa mãn (*)

Với $t = -\frac{1}{4} \Rightarrow \log_2 x = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow x = 2^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$, thỏa mãn (*)

Tích các nghiệm của phương trình đã cho bằng $4.\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}} = 2\sqrt[4]{8}$.

**Câu 13. Chọn C.**

Ta có $y = \log_{\frac{3}{4}}\left(\sin 2x - \cos x\right) \Rightarrow y' = \dfrac{1}{\left(\sin 2x - \cos x\right)\ln\frac{3}{4}}.\left(\sin 2x - \cos x\right)'$

$$= \frac{2\cos 2x + \sin x}{\left(\sin 2x - \cos x\right)\left(\ln 3 - \ln 4\right)} = \frac{2\cos 2x + \sin x}{\left(\sin 2x - \cos x\right)\left(\ln 3 - 2\ln 2\right)}.$$

**Câu 14. Chọn D.**

ĐK: $\begin{cases} x > 0 \\ (3x-1)^{1001} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 3x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \dfrac{1}{3}$ (*)

- **TH1.** $\log_2 x = 0 \Leftrightarrow x = 1$, thỏa mãn bất phương trình đã cho.
- **TH2.** $\log_2 x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$, do đó $\left|\log_2 x\right| > 0$.

Khi đó $\left|\log_2 x\right|.\log_{\frac{1}{2}}(3x-1)^{1001} \geq 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(3x-1)^{1001} \geq 0$

$\Leftrightarrow 1001.\log_{\frac{1}{2}}(3x-1) \geq 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(3x-1) \leq 0 \Leftrightarrow 3x - 1 \leq 1 \Leftrightarrow x \leq \dfrac{2}{3}$.

Từ đó ta được $\dfrac{1}{3} < x \leq \dfrac{2}{3}$ thỏa mãn.

Kết hợp hai trường hợp ta có D là đáp án đúng.

**Câu 15. Chọn A.**

Hàm số $y = \log_{x-1}(x-2)^{1000}$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^{1000} > 0 \\ x - 1 > 0 \\ x - 1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \neq 0 \\ x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > 1 \end{cases}$

**Câu 16. Chọn B.**

Xét khẳng định 1, ta có $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{6^{x+1}}{x^2+1} > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ khẳng định 1 đúng.

Xét khẳng định 2, ta có $f(x) > 1 \Leftrightarrow \dfrac{6^{x+1}}{x^2+1} > 1 \Leftrightarrow 6^{x+1} > x^2 + 1$

$\Leftrightarrow \log_6 6^{x+1} > \log_6\left(x^2+1\right) \Leftrightarrow x + 1 > \log_6\left(x^2+1\right) \Rightarrow$ khẳng định 2 đúng.

Xét khẳng định 3, ta có $f(x) < 6 \Leftrightarrow \dfrac{6^{x+1}}{x^2+1} < 6 \Leftrightarrow x^2 + 1 > 6^x$

$\Leftrightarrow \ln\left(x^2+1\right) > \ln 6 \Leftrightarrow \ln\left(x^2+1\right) > x\ln 6 \Rightarrow$ khẳng định 3 đúng.

Xét khẳng định 4, ta có $f(x) > 1 \Leftrightarrow \dfrac{6^{x+1}}{x^2+1} > 1 \Leftrightarrow 6^{x+1} > x^2 + 1$

$\Leftrightarrow 6\left(6^x+1\right) > x^2 + 7 \Leftrightarrow \log_6\left[6\left(6^x+1\right)\right] > \log_6\left(x^2+7\right) \Leftrightarrow \log_6 6 + \log_6\left(1+6^x\right) > \log_6\left(x^2+7\right)$

$\Leftrightarrow 1 + \log_6\left(1+6^x\right) > \log_6\left(x^2+7\right) \Rightarrow$ khẳng định 4 đúng.

**Câu 17. Chọn D.**

Với $a, b, c > 0$ và $a \neq 1$, ta có: $\log_a\sqrt{abc} = \dfrac{1}{2}\log_a(abc) = \dfrac{1}{2}\left(\log_a a + \log_a b + \log_a c\right)$

$= \frac{1}{2}\left(1+\log_a b+\log_a c\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b+\frac{1}{2}\log_a c.$

**Câu 18. Chọn A.**

Ta có $y=\sqrt{x^2+1}.\left(\frac{1}{4}\right)^x \Rightarrow y'=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}.\left(\frac{1}{4}\right)^x+\sqrt{x^2+1}.\left(\frac{1}{4}\right)^x\ln\frac{1}{4}$

$$=\frac{1}{4^x}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}+\sqrt{x^2+1}.\ln\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4^x}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-\sqrt{x^2+1}.\ln 4\right)$$

$$=\frac{x-\left(x^2+1\right)\ln 4}{4^x\sqrt{x^2+1}}=\frac{x-\left(x^2+1\right)\ln 2^2}{\left(2^2\right)^x\sqrt{x^2+1}}=\frac{x-2\left(x^2+1\right)\ln 2}{2^{2x}\sqrt{x^2+1}}.$$

**Câu 19. Chọn C.**

Với $a,\ b>0$ ta lần lượt xét các đáp án như sau:

Xét đáp án A, ta được $\ln(ab)=\ln(a-b)^2$.

Từ đó dẫn đến $ab=(a-b)^2=a^2-2ab+b^2 \Leftrightarrow a^2+b^2=3ab \Rightarrow$ A đúng.

Xét đáp án B, ta được $\log_3(ab)=\log_3\left(a^2+b^2\right)-\log_3 3=\log_3\frac{a^2+b^2}{3}$.

Từ đó dẫn đến $ab=\frac{a^2+b^2}{3} \Leftrightarrow a^2+b^2=3ab \Rightarrow$ B đúng.

Xét đáp án C, ta được $\log_5(ab)=\log_5(a+b)^2-\log_5 25=\log_5\frac{(a+b)^2}{25}$.

Từ đó dẫn đến $ab=\frac{(a+b)^2}{25} \Leftrightarrow 25ab=a^2+b^2+2ab \Leftrightarrow a^2+b^2=23ab \Rightarrow$ C sai.

Đến đây, ta chọn ngay được C là đáp án đúng.

Xét đáp án D, ta được $\ln(3ab)=\ln\left(a^2+b^2\right)$.

Từ đó dẫn đến $3ab=a^2+b^2 \Rightarrow$ D đúng.

**Câu 20. Chọn D.**

Với $a>b>1$, ta xét các đánh giá như sau:

Xét đánh giá 1, ta có: $a>\frac{1}{1000}\log_a b^{1000}>1 \Leftrightarrow a>\frac{1}{1000}.1000\log_a b>1$

$\Leftrightarrow a>\log_a b>1 \Leftrightarrow \begin{cases}\log_a b<a\\ \log_a b>1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b<a^a\\ b>a\end{cases} \Rightarrow$ A sai vì bài ra $a>b$.

Xét đánh giá 2, ta có: $\frac{1}{a}<1000\log_{b^{1000}} a<1 \Leftrightarrow \frac{1}{a}<1000.\frac{1}{1000}\log_b a<1$

$\Leftrightarrow \frac{1}{a}<\log_b a<1 \Leftrightarrow \begin{cases}\log_b a>\frac{1}{a}\\ \log_b a<1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a>b^{\frac{1}{a}}\\ a<b\end{cases} \Rightarrow$ B sai vì bài ra $a>b$.

Xét đánh giá 3, ta có:

$$\frac{1}{1000}\log_b a^{1000} < \frac{1}{b} < 1000\log_{a^{1000}} b \Leftrightarrow \frac{1}{1000}.1000\log_b a < \frac{1}{b} < 1000.\frac{1}{1000}\log_a b$$

$$\Leftrightarrow \log_b a < \frac{1}{b} < \log_a b \Leftrightarrow \begin{cases} \log_b a < \dfrac{1}{b} \\ \log_a b > \dfrac{1}{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < b^{\frac{1}{b}} \\ b > a^{\frac{1}{b}} \end{cases}$$

Với $a > b > 1 \Rightarrow b^{\frac{1}{b}} < b^{\frac{b}{b}} = b < a \Rightarrow a < b^{\frac{1}{b}}$ sai $\Rightarrow$ C sai.

Đến đây, ta chọn ngay được D là đáp án đúng.

Với $a > b > 1$, ta có $\dfrac{1}{1000}\log_a b^{1000} < 1 < 1000\log_{b^{1000}} a$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{1000}.1000\log_a b < 1 < 1000.\frac{1}{1000}\log_b a$$

$$\Leftrightarrow \log_a b < 1 < \log_b a \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b < 1 \\ \log_b a > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b < a \\ a > b \end{cases} \Rightarrow \text{ D đúng.}$$

**Câu 21. Chọn C.**

Bài ra ta có ngay $65 = 100.(0,5)^{\frac{t}{5750}} \Leftrightarrow (0,5)^{\frac{t}{5750}} = \dfrac{13}{20} \Leftrightarrow \dfrac{t}{5750} = \log_{0,5}\dfrac{13}{20} \Rightarrow t \approx 3574.$

**Câu 22. Chọn D.**

Dựa vào kiến thức cơ bản về tích phân thì rõ ràng D là đáp án đúng.

**Câu 23. Chọn A.**

Ta có $H = \displaystyle\int \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}dx = \int \frac{1}{\sqrt{1+\ln x}}d(\ln x)$.

Đặt $t = \sqrt{1+\ln x} \Rightarrow \ln x = t^2 - 1$

$$\Rightarrow H = \int \frac{1}{t}d(t^2-1) = \int \frac{1}{t}.2tdt = 2t + C = 2\sqrt{1+\ln x} + C.$$

**Câu 24. Chọn D.**

Giá trị trung bình của hàm số $f(x) = \sin x$ trên đoạn $[0;\pi]$ là:

$$m(f) = \frac{1}{\pi - 0}\int_0^{\pi} \sin x dx = -\frac{1}{\pi}\cos x\Big|_0^{\pi} = \frac{2}{\pi}.$$

**Câu 25. Chọn B.**

Ta có $I = \displaystyle\int_0^{\ln 2}\left(e^x + e^{1000x}\right)dx = \int_0^{\ln 2} e^x\left(1+e^{999x}\right)dx = \int_0^{\ln 2}\left[1+\left(e^x\right)^{999}\right]d\left(e^x\right)$

$$= \left[e^x + \frac{\left(e^x\right)^{1000}}{1000}\right]\Bigg|_0^{\ln 2} = \left(2 + \frac{2^{1000}}{1000}\right) - \left(1 + \frac{1}{1000}\right) = \frac{999 + 2^{1000}}{1000}.$$

**Câu 26. Chọn B.**

Ta có $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\cos^2 x - \sin^2 x\right)\ln\left(\sin x + \cos x\right)dx$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)\ln(\sin x + \cos x)\,dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos x)\ln(\sin x + \cos x)\,d(\sin x + \cos x).$$

Đặt $t = \sin x + \cos x$, khi $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \sqrt{2}$.

Do đó $I = \int_1^{\sqrt{2}} t\ln t\,dt = \frac{1}{2}\int_1^{\sqrt{2}} \ln t\,d(t^2) = \frac{1}{2}(t^2 \ln t)\Big|_1^{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\int_1^{\sqrt{2}} t^2 d(\ln t)$

$$= \frac{1}{2}.2\ln\sqrt{2} - \frac{1}{2}\int_1^{\sqrt{2}} t^2.\frac{1}{t}dt = \ln\sqrt{2} - \frac{1}{2}.\frac{t^2}{2}\Big|_1^{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\ln 2 - \frac{1}{4}.$$

**Câu 27. Chọn A.**

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $(x^2-2)^2 = x^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 2 = x \\ x^2 - 2 = -x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -1 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$

Diện tích cần tính là $S = \int_0^1 \left|(x^2-2)^2 - x^2\right| dx.$

Rõ ràng trên khoảng $(0;1)$ phương trình $(x^2-2)^2 - x^2 = 0$ vô nghiệm

$$\Rightarrow S = \left|\int_0^1 \left[(x^2-2)^2 - x^2\right] dx\right|.$$

Ta có $\int_0^1 \left[(x^2-2)^2 - x^2\right] dx = \int_0^1 (x^4 - 5x^2 + 4)\,dx = \left(\frac{x^5}{5} - \frac{5x^3}{3} + 4x\right)\Big|_0^1 = \frac{38}{15} \Rightarrow S = \frac{38}{15}.$

**Câu 28. Chọn C.**

Thể tích cần tính là $V = \pi\int_0^1 \left(\sqrt{(x^2+1)e^x}\right)^2 dx = \pi\int_0^1 (x^2+1)e^x dx.$

Xét $I = \int_0^1 (x^2+1)e^x dx = \int_0^1 e^x dx + \int_0^1 x^2 e^x dx = e^x\Big|_0^1 + \int_0^1 x^2 d(e^x)$

$$= e - 1 + (x^2 e^x)\Big|_0^1 - \int_0^1 e^x d(x^2) = e - 1 + e - \int_0^1 e^x.2xdx$$

$$= 2e - 1 - \int_0^1 2xd(e^x) = 2e - 1 - (2xe^x)\Big|_0^1 + 2\int_0^1 e^x dx$$

$$= 2e - 1 - 2e + (2e^x)\Big|_0^1 = -1 + 2e - 2 = 2e - 3.$$

s

Do đó $V = \pi(2e-3)$.

**Câu 29. Chọn B.**

Ta có $z_1 z_2 = 1 - i^2 = 2$; $z_1 - z_2 = 2i \Rightarrow |z_1 - z_2| = 2 \Rightarrow$ A đúng và B sai.

Lại có $z_1 + z_2 = 2$; $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{1+i}{1-i} = \dfrac{(1+i)^2}{1-i^2} = \dfrac{2i}{2} = i \Rightarrow$ C và D đúng.

**Câu 30. Chọn A.**

Ta có $z = (1+2i)(-2i) + 3i = -2i + 4 + 3i = 4 + i \Rightarrow \overline{z} = 4 - i.$

**Câu 31. Chọn D.**

Áp dụng kết quả $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$, ta có ngay

$z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 = 3z_1z_2z_3 \Rightarrow \left|z_1^{\,3} + z_2^{\,3} + z_3^{\,3}\right| = |3z_1z_2z_3| = 3|z_1|.|z_2|.|z_3| = 3.$

Lại có $|z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3| = |z_1|^3 + |z_2|^3 + |z_3|^3 = 3.$

**Câu 32. Chọn B.**

Ta có: $z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow \left(z - \dfrac{1}{2}\right)^2 = -\dfrac{3}{4} = \dfrac{3}{4}i^2 \Leftrightarrow z = \dfrac{1}{2} \pm \dfrac{\sqrt{3}}{2}i.$

**Câu 33. Chọn A.**

Đường phân giác của góc phần tư thứ nhất là $\Delta : y = x$.

Gọi $M = AA' \cap \Delta \Rightarrow M$ là trung điểm của cạnh $AA'$.

Đường thẳng $AM$ qua $A(2;-1)$ và nhận $\vec{n} = (1;1)$ là một VTPT

$\Rightarrow AM : 1.(x-2) + 1.(y+1) = 0 \Rightarrow AM : x + y - 1 = 0.$

Tọa độ $M$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = x \\ x + y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \dfrac{1}{2} \Rightarrow M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right) \Rightarrow A'(-1;2).$

Do đó điểm $A'$ biểu diễn số phức $z = -1 + 2i.$

**Câu 34. Chọn D.**

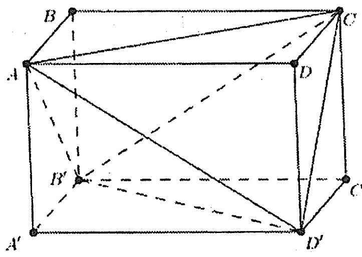
Ta có ngay $A(3;-1)$, $B(1;3)$, $C(-1;-3)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-2;4) \\ \overrightarrow{AC} = (-4;-2) \\ \overrightarrow{BC} = (-2;6) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = 2\sqrt{5} \\ AC = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{5} \\ BC = \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2} = \sqrt{40} \end{cases}$$

Do đó $AB = AC$ và $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông cân tại $A$.

**Câu 35. Chọn C.**

Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ được chia làm 5 khối tứ diện $ACB'D'$, $DACD'$, $CB'C'D'$, $BAB'C$, $AA'B'D'$.



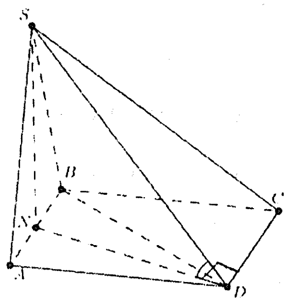

Dễ thấy $V_{DACD'} = V_{CC'D'B'} = V_{B'ABC} = V_{AA'B'D'} = \dfrac{V_{ABCD.A'B'C'D'}}{6}$

$\Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{V_{AB'CD'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \dfrac{1}{3}.$

**Câu 36. Chọn A.**

Gọi $N$ là trung điểm của cạnh $AB \Rightarrow SN \perp (ABCD)$. Ta có $\Delta ABD$ và $\Delta CBD$ đều

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{BDN} = 30^0 \\ \widehat{BDC} = 60^0 \end{cases} \Rightarrow \widehat{NDC} = 90^0 \Rightarrow ND \perp DC.$$



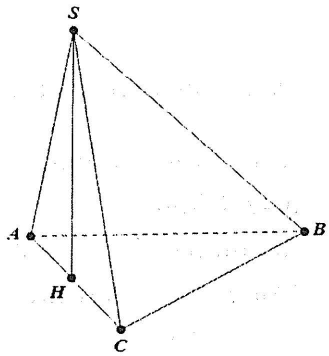

Do đó $\widehat{((SCD);(ABCD))} = \widehat{SDN} = 60^0$

$$\Rightarrow \tan 60^o = \frac{SN}{ND} = \sqrt{3} \Rightarrow SN = ND\sqrt{3}.$$

Cạnh $ND = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SN = \dfrac{3a}{2}$.

Thể tích $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SN.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3a}{2}.2S_{ABD} = a.\dfrac{1}{2}DN.AB = a.\dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

**Câu 37. Chọn D.**




Kẻ $SH \perp AC$ $(H \in AC)$ mà $(SAC) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Ta có $\sin 30^0 = \dfrac{SH}{SA} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow SH = \dfrac{SA}{2} = \dfrac{2a}{2} = a$.

Lại có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{15a^2 - 9a^2} = 4a$.

Do đó $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}a.\dfrac{1}{2}AB.AC = \dfrac{a}{6}.3a.4a = 2a^3$.

**Câu 38. Chọn A.**

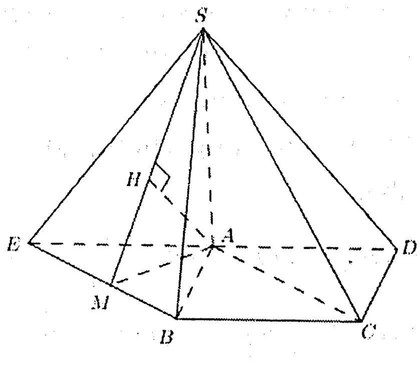
Qua $B$ kẻ một đường thẳng song song với $AC$, đường thẳng này cắt $AD$ tại $E$.

Ta có $AC // BE \Rightarrow AC // (SBE) \Rightarrow d = d(AC;SB) = d(A;(SBE))$

Kẻ $AM \perp BE$ $(M \in BE)$, $AH \perp SM$ $(H \in SM) \Rightarrow d(A;(SBE)) = AH \Rightarrow d = AH$.

Tam giác $ABE$ vuông cân tại $A$

$$A \Rightarrow AM = \frac{BE}{2} = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$




Bài ra ta có $\widehat{SCA} = 45^0 \Rightarrow SA = AC = a\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{5}{2a^2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{10}}{5} \Rightarrow d = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$

**Câu 39. Chọn C.**

Hình nón được tạo ra bằng cách của đề bài có đường cao $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và bán kính đường tròn đáy $r = \dfrac{a}{2}$. Thể tích hình nón $V = \dfrac{1}{3}h\pi r^2 = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$.

Gọi $R$ là bán kính mặt cầu có thể tích bằng thể tích hình nón trên, ta có:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24} \Rightarrow R^3 = \frac{a^3\sqrt{3}}{32} \Rightarrow R = a\sqrt[3]{\frac{\sqrt{3}}{32}} = \frac{a\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{4}.$$

**Câu 40. Chọn B.**

Khối lượng phần xương bao bọc bên ngoài là: $1,8\pi r^2 L - 1,8\pi r_t^2 L = 1,8\pi r^2 L - 1,8\pi(kr)^2 L.$

Khối lượng phần chứa tủy là: $1.(\pi r_t^2 L) = \pi(rk)^2 L.$

Vậy khối lượng của xương theo hàm $k$ là:

$$m(k) = 1,8\pi r^2 L - 1,8\pi(rk)^2 L + \pi(rk)^2 L = \pi r^2 L(1,8 - 0,8k^2).$$

**Câu 41. Chọn D.**

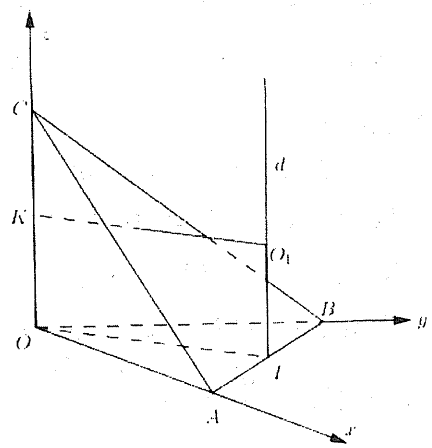
Do mỗi chỗ ghép mất đi 5 cm nên chu vi đường tròn đáy của cái thùng lúc sau bằng $100 - 2.5 = 90$ (cm).

Gọi $R$ là bán kính đường tròn đáy của cái thùng, ta có: $2\pi R = 90 \Rightarrow R = \frac{45}{\pi}$ (cm).

Do đó thể tích của thùng $V = h.\pi R^2 = 30\pi.\left(\frac{45}{\pi}\right)^2 = \frac{60760}{\pi} \approx 19337,32559\ (\text{cm}^3)$

Khi đó thể tích mà thùng chứa được lớn nhất tính theo số nguyên là 19 lít.

**Câu 42. Chọn C.**




Xét hình chóp có đỉnh $C$ và đáy $OAB$.

Gọi $I$ và $K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB$ và $OC$.

Vì $\Delta OAB$ vuông tại $O$ nên $I$ là tâm đường tròn ngoại tiếp của $\Delta OAB$.

Dựng đường thẳng $d \perp (OAB)$, $OC \perp (OAB)$ nên $d$ và $OC$ đồng phẳng.

Vậy tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là giao điểm $O_1$ của $d$ và đường trung trực của đoạn $OC$ trong mặt phẳng đó.

Vì $O_1K$ và $OI$ cùng vuông góc với $OC$ và đồng phẳng nên tứ giác $OKO_1I$ là hình chữ nhật.

Ta có $OO_1^2 = O_1I^2 + IO^2 = \frac{OC^2}{4} + \frac{OB^2 + OA^2}{4} = \frac{OA^2 + OB^2 + OC^2}{4}.$

Như vậy $R = OO_1 = \frac{1}{2}\sqrt{OA^2 + OB^2 + OC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{6 + OB^2 + OC^2}.$

Lại có $OB^2 + OC^2 \geq \frac{(OB + OC)^2}{2} = \frac{(\sqrt{6})^2}{2} = 3 \Rightarrow R \geq \frac{3}{2}.$

**Câu 43. Chọn B.**

Ta có $\vec{w} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = (1;3;2) - (1;2;0) + (0;1;2) = (1 - 1 + 0; 3 - 2 + 1; 2 - 0 + 2) = (0;2;4).$

**Câu 44. Chọn A.**

*Đường thẳng* $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$ $(abc\neq 0)$ *có một VTCP là* $\vec{u}=(a;b;c)$.

Dựa vào đó, ta thấy ngay $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{4}$ có một VTCP là $\vec{u}=(2;1;4)$.

**Câu 45. Chọn B.**

Đường thẳng $d_1$ có một VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(5;4;3)$.

Đường thẳng $d_2$ có một VTCP là $\overrightarrow{u_2}=(5;-4;3)$.

Ta có $P=\cos\alpha=\frac{|5.5+4.(-4)+3.3|}{\sqrt{5^2+4^2+3^2}.\sqrt{5^2+(-4)^2+3^2}}=\frac{18}{50}=\frac{9}{25}$.

**Câu 46. Chọn A.**

Ta có $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=25\Rightarrow(S)$ có tâm $I(2;3;4)$ và bán kính $R=5$.

YCBT $\Leftrightarrow d(I;(P))=R\Leftrightarrow\frac{|2-2.3+2.4+m|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=5$

$\Leftrightarrow|m+4|=15\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m+4=15\\m+4=-15\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=11\\m=-19\end{array}\right.$

**Câu 47. Chọn D.**

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;1;1)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

Ta có ngay $r^2+\left[d(I;(P))\right]^2=R^2$

$\Rightarrow\left[d(I;(P))\right]^2=R^2-r^2=5-\frac{49}{10}=\frac{1}{10}\Rightarrow d(I;(P))=\frac{1}{\sqrt{10}}$.

Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ là một VTPT của $(P)$, $(a^2+b^2+c^2>0)$.

Mà $(P)$ qua $A(2;-1;1)\Rightarrow(P):a(x-2)+b(y+1)+c(z-1)=0$

$\Rightarrow(P):ax+by+cz-2a+b-c=0$.

Mặt phẳng $(P)$ qua $B(-4;1;-1)\Rightarrow-4a+b-c-2a+b-c=0$

$\Rightarrow-6a+2b-2c=0\Rightarrow-3a+b-c=0\Rightarrow c=b-3a$.

Ta có $d(I;(P))=\frac{|a+b+c-2a+b-c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{1}{\sqrt{10}}\Rightarrow a^2+b^2+c^2=10(-a+2b)^2$

$\Rightarrow a^2+b^2+(b-3a)^2=10(a^2-4ab+4b^2)$

$\Leftrightarrow 38b^2-34ab=0\Leftrightarrow 2b(19b-17a)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=0\\b=\frac{17a}{19}\end{array}\right.$

- **TH1.** $b=0\Rightarrow c=-3a$, chọn $a=1\Rightarrow c=-3\Rightarrow(P):x-3z+1=0$.
- **TH2.** $b=\frac{17a}{19}\Rightarrow c=\frac{17a}{19}-3a=-\frac{40a}{19}$.

Chọn $a=19 \Rightarrow c=-40,\ b=17 \Rightarrow (P): 19x+17y-40z+19=0$.

**Câu 48. Chọn C.**

Giả sử $AB$ là đoạn vuông góc chung của $d_1$ và $d_2$ với $A \in d_1$ và $B \in d_2$.

Ta có $d_1: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=1+t \end{cases} (t \in \mathbb{R}),\ d_2: \begin{cases} x=1+2t' \\ y=2+t' \\ z=-1+t' \end{cases} (t' \in \mathbb{R})$

$\Rightarrow \begin{cases} A(a+2;1-a;a+1) \\ B(2b+1;b+2;b-1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2b-a-1;a+b+1;b-a-2)$.

Đường thẳng $d_1$ có một VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(1;-1;1)$.

Đường thẳng $d_2$ có một VTCP là $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$.

Ta có $\begin{cases} AB \perp d_1 \\ AB \perp d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_1}=0 \\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2b-a-1)-(a+b+1)+(b-a-2)=0 \\ 2(2b-a-1)+(a+b+1)+(b-a-2)=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -3a+2b=4 \\ -2a+6b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{9}{7} \Rightarrow A\left(\dfrac{5}{7};\dfrac{16}{7};-\dfrac{2}{7}\right) \\ b=\dfrac{1}{14} \Rightarrow B\left(\dfrac{8}{7};\dfrac{29}{14};-\dfrac{13}{14}\right) \end{cases}$

$\Rightarrow I\left(\dfrac{13}{14};\dfrac{61}{28};-\dfrac{17}{28}\right) \Rightarrow P=x_I+2y_I+4z_I=\dfrac{20}{7}$.

**Câu 49. Chọn C.**

Gọi $A=d \cap d_1$, ta có $d_1: \begin{cases} x=2+t \\ y=-1-t \\ z=1+t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow A(a+2;-a-1;a+1)$.

Gọi $B=d \cap d_2$, ta có $d_2: \begin{cases} x=-1-t' \\ y=2-t' \\ z=1+2t' \end{cases} (t' \in \mathbb{R}) \Rightarrow B(-b-1;2-b;2b+1)$.

Đường thẳng $d$ nhận $\overrightarrow{AB}=(-a-b-3;a-b+3;2b-a)$ là một VTCP.

Đường thẳng $\Delta$ có một VTCP là $\vec{u}=(5;-3;-1)$.

Ta có $d // \Delta$ nên $\dfrac{-a-b-3}{5}=\dfrac{a-b+3}{-3}=\dfrac{2b-a}{-1}$.

Do đó $\begin{cases} 3a+3b+9=5a-5b+15 \\ a+b+3=10b-5a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-8b=-6 \\ 6a-9b=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$

Khi đó $A(3;-2;2)$, $\overrightarrow{AB}=(-5;3;1)$.

Đường thẳng $d$ qua $A(3;-2;2)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(-5;3;1)$ là một VTCP

$\Rightarrow d: \dfrac{x-3}{-5}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-2}{1}$.

Rõ ràng điểm $A(3;-2;2) \notin \Delta \Rightarrow d: \dfrac{x-3}{-5} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-2}{1}$ thỏa mãn.

**Câu 50. Chọn B.**

Thay tọa độ điểm $A, B$ vào phương trình của $(P)$ ta được

$$\begin{cases} f_A = 1-2-3 = -4 < 0 \\ f_B = 3-(-2)-1 = 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow f_A.f_B < 0 \Rightarrow A, B \text{ nằm về hai phía đối với } (P).$$

Ta có ngay $MA + MB \geq AB$ không đổi.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow M$ ở giữa $A$ và $B$.

Đường thẳng $AB$ qua $A(1;2;3)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (2;-4;-2)$ là một VTCP

$$\Rightarrow AB: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-4t \\ z = 3-2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow M(1+2t;2-4t;3-2t).$$

Điểm $M \in (P) \Rightarrow (1+2t)-(2-4t)-(3-2t) = 0 \Leftrightarrow 8t-4 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{2}$.

Khi đó $M(2;0;2) \Rightarrow T = x_M^2 + 2y_M^2 + 3z_M^2 = 16$.

# ĐỀ SỐ 11

**Câu 1. Chọn A.**

Từ bảng biến thiên ta thấy $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty \Rightarrow$ Loại đáp án C và B.

Còn đáp án A và D ta đều thấy hàm số ở hai đáp án này có cực đại tại $x=0$ và cực tiểu tại $x=2$ cho nên ta xét đến thứ khác. Trong đồ thị ta thấy tại $x=2$ thì đồ thị đã cho có giá trị của $y$ tại đó $y(2) = -3 \Rightarrow$ D sai và A đúng.

**Câu 2. Chọn C.**

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{2x^2-2x}$ có một tiệm cận ngang $y=0$ và hai tiệm cận đứng là $x=0$ và $x=1$ do đó A sai.

Đồ thì hàm số $y = \dfrac{x^2+x+1}{4-x^2}$ có một tiệm cận ngang $y=-1$ và hai tiệm cận đứng là $x=2$ và $x=-2$ do đó B sai.

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^3+2}{x^3-3x^2+4}$ có một tiệm cận ngang $y=1$ và hai tiệm cận đứng là $x=-1$ và $x=2$ do đó D sai.

$\Rightarrow$ C đúng vì đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^3+x-1}{x^3-1}$ có một tiệm cận ngang $y=1$ và một tiệm cận đứng $x=1$.

**Câu 3. Chọn D.**

Điều kiện: $x \neq \frac{2}{5}$. Ta có $y' = \frac{2-5x+5(x+1)}{(2-5x)^2} = \frac{7}{(2-5x)^2} > 0,\ \forall x \neq \frac{2}{5}$.

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right)$ và $\left(\frac{2}{5}; +\infty\right)$.

***Bình luận:***

*Bạn đọc có thể tự xây dựng cho mình công thức tính đạo hàm tổng quát:*

$y = \frac{ax+b}{cx+d}\ (ad-bc \neq 0) \Rightarrow y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)}.$

*Việc nhớ công thức này cũng chẳng cần thiết chỉ cần bạn nhớ rằng hàm số dạng này muốn hàm số đồng biến hoặc nghịch biến thì đạo hàm không thể bằng 0.*

**Câu 4. Chọn D.**

Nhìn vào trục dấu của $f'(x)$ ta thấy qua $x=1$ thì $f'(x)$ đổi dấu từ "+" sang "−" và qua $x=5$ thì $f'(x)$ đổi dấu từ "−" sang "+" do đó hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x=1, x=5$ và cụ thể là tại $x=1$ thì hàm số đạt cực đại và tại $x=5$ thì hàm số đạt cực tiểu.

**Câu 5. Chọn B.**

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $f'(x) = x^3 - 3x^2 + 4 = (x+1)(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu: dấu của $f'(x)$ là dấu của $x+1$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | $\searrow$ | $-\frac{11}{4}$ | $\nearrow$ | |

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ và $f_{CT} = -\frac{11}{4}$.

**Câu 6. Chọn C.**

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[-2;2]$.

Đạo hàm $f'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{2-x}} + \frac{1}{2\sqrt{2+x}} = \frac{\sqrt{2-x}-\sqrt{2+x}}{2\sqrt{(2-x)(2+x)}}$.

$\begin{cases} x \in (-2;2) \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-2;2) \\ \sqrt{2-x} = \sqrt{2+x} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$

Ta có $f(-2) = 2;\ f(0) = 2\sqrt{2};\ f(2) = 2.$

Do đó $\min\limits_{[-2;2]} f(x) = f(2) = f(-2) = 2$ và $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(0) = 2\sqrt{2}$.

**Câu 7. Chọn B.**

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{\sqrt[3]{3}\}$. Ta có: $\lim\limits_{x\to\infty} y = 1$; $\lim\limits_{x\to\sqrt[3]{3}^+} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to\sqrt[3]{3}^-} y = -\infty$.

Nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=\sqrt[3]{3}$ và tiệm cận ngang là $y=1$.

Suy ra giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị có tọa độ là $\left(\sqrt[3]{3};1\right)$.

**Câu 8. Chọn A.**

Đạo hàm $f'(x)=x^2-(3m+2)x+3m^2+1$.

Hàm số có cực đại, cực tiểu $\Leftrightarrow f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta=(3m+2)^2-4(3m^2+1)>0 \Leftrightarrow 0<m<4$ (*)

Theo định lý Viet ta có $\begin{cases} x_1+x_2=3m+2 \\ x_1.x_2=3m^2+1 \end{cases}$

Khi đó $P=|4(x_1+x_2)-x_1x_2|=|4(3m+2)-(3m^2+1)|=|-3m^2+12m+7|$.

Do trên $(0;4)$ thì $-3m^2+12m+7>0 \Rightarrow P=-3m^2+12m+7=19-3(m-2)^2\le 19$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m=2$ thỏa mãn (*)

Vậy $P_{\max}=19$, đạt được $\Leftrightarrow m=2$.

**Câu 9. Chọn B.**

Xét $g(x)=x^3-(m+1)x+m=(x-1)(x^2-m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-m=0 \end{array}\right.$

Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai tiệm cận đứng, ta xét hai trường hợp sau:

- **TH1.** $g(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng $2$ hoặc $-2$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (-2)^2-m=0 \\ (2)^2-m=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow m=4.$

Với $m=4 \Rightarrow y=\dfrac{x^2-4}{(x-1)(x^2-4)}=\dfrac{1}{x-1}$.

Đồ thị chỉ có một tiệm cận đứng $x=1 \Rightarrow$ loại trường hợp này.

- **TH2.** $g(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt khác $-2$ và $2$.

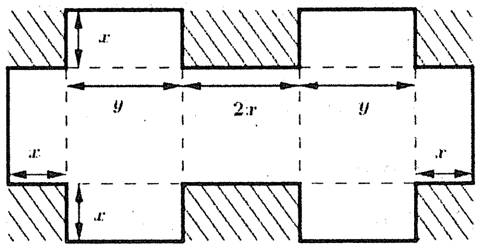
Do đó $h(x)=x^2-m=0$ có nghiệm $\Leftrightarrow m\ge 0$.

Với $m=0 \Rightarrow y=\dfrac{x^2-4}{x^2(x-1)}$ lúc đó đồ thị có hai tiệm cận đứng là $x=1$ và $x=0$ và khoảng cách giữa chúng bằng 1.

Với $m>0$ để $g(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt thì $m=1 \Rightarrow g(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Khi đó đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng $x=\pm 1$ và khoảng cách giữa chúng bằng $2$.

**Câu 10. Chọn D.**




Để tạo thành một cái hộp như hình vẽ thì ta cần có khoảng cắt đi ở giữa phải có chiều dài là $2x$(cm) và các thông số cần phải bằng nhau được biểu diễn như hình vẽ.

Với $y = 40 - 2x$ (cm), do đó $0 < x < 10$.

Và ta có cái hộp có ba kích thước là $2x$ (cm), $40 - 4x$ (cm), $20 - 2x$ (cm).

Do đó thể tích cái hộp là $V = 2x(40-4x)(20-2x) = 8x(10-x)^2$.

*Đến đây, ta có hai cách làm như sau:*

**Cách 1:** Phương pháp hàm số

Xét hàm số $f(x) = x(10-x)^2$, $x \in (0;10)$ có

$$f'(x) = (10-x)^2 - 2x(10-x) = (x-10)(3x-10);\ \begin{cases} x \in (0;10) \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}.;$$

Ta có $f''(x) = 6x - 40 \Rightarrow f''\left(\frac{10}{3}\right) < 0 \Rightarrow x = \frac{10}{3}$ là điểm cực đại và cũng là điểm cực trị duy nhất của hàm số trên $(0;5) \Rightarrow \max\limits_{(0;5)} f(x) = f\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{4000}{27}\ (cm^3)$

Lại có $V = 8f(x) \Rightarrow V_{\max} = \frac{32000}{27}\ (cm^3) = \frac{32}{27}\ (l)$.

**Cách 2:** Sử dụng bất đẳng thức

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM ta có:

$$V = 4.2x.(10-x).(10-x) \le 4.\left(\frac{2x+10-x+10-x}{3}\right)^3 = \frac{32000}{27}\ (cm^3) = \frac{32}{27}\ (l).$$

Dấu bằng có xảy ra $\Leftrightarrow x = \frac{10}{3}\ (cm)$.

**Câu 11. Chọn C.**

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 3m$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \ge 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 3m \ge 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \ge \max\left(-x^2 + 2x\right),\ x \in \mathbb{R}$.

Ta có $-x^2 + 2x = 1 - (x-1)^2 \le 1 \Rightarrow m \ge \max\left(-x^2+2x\right) = 1 \Leftrightarrow m \ge 1$.

**Câu 12. Chọn C.**

ĐK: $\begin{cases} x - 1 > 0 \\ (x-1)^3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1 \qquad (*)$

Khi đó $\log_2^2(x-1) - \frac{7}{3}\log_2(x-1)^3 + 12 = 0$

$\Leftrightarrow \log_2^2(x-1) - \frac{7}{3}.3\log_2(x-1) + 12 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2(x-1) - 7\log_2(x-1) + 12 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2(x-1)=3 \\ \log_2(x-1)=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=2^3=8 \\ x-1=2^4=16 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=9 \\ x=17 \end{array}\right. \text{ thỏa mãn (*)}$$

Do đó nghiệm lớn nhất của phương trình đã cho là $x=17$.

**Câu 13. Chọn D.**

Ta có $y=\log_{\frac{2}{3}}\sqrt{x^4+4x^2+1}=\frac{1}{2}\log_{\frac{2}{3}}\left(x^4+4x^2+1\right)$

$$\Rightarrow y'=\frac{1}{2}.\frac{1}{\left(x^4+4x^2+1\right)\ln\frac{2}{3}}.\left(4x^3+8x\right)=\frac{2x\left(x^2+2\right)}{\left(x^4+4x^2+1\right)\left(\ln 2-\ln 3\right)}.$$

**Câu 14. Chọn A.**

ĐK: $\begin{cases} x>0 \\ (3x-1)^{1001}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ 3x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>\frac{1}{3}$ (*)

Khi đó $\left|\log_2 x\right|.\log_{\frac{1}{2}}(3x-1)^{1001}<0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x\neq 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}(3x-1)^{1001}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ 1001.\log_{\frac{1}{2}}(3x-1)<0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ \log_{\frac{1}{2}}(3x-1)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ 3x-1>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x>\frac{2}{3} \end{cases}$$

Kết hợp với (*) ta được $x>\frac{2}{3}$ và $x\neq 1$ thỏa mãn.

**Câu 15. Chọn B.**

Hàm số $y=\log_2\left(x^3+x^2\right)^{1001}$ xác định

$$\Leftrightarrow \left(x^3+x^2\right)^{1001}>0 \Leftrightarrow x^3+x^2>0 \Leftrightarrow x^2(x+1)>0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0 \\ x>-1 \end{cases}$$

**Câu 16. Chọn C.**

Xét khẳng định 1, ta có $f(x)>0 \Leftrightarrow \left(1+\sqrt{3}\right)^{x^2}>\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2}$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2}>1 \Leftrightarrow x^2>0 \Leftrightarrow x\neq 0 \Rightarrow \text{ khẳng định 1 sai.}$$

Xét khẳng định 2, ta có $f(x)>1 \Leftrightarrow f(x)>0 \Leftrightarrow \left(1+\sqrt{3}\right)^{x^2}>1+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2}$

$$\Leftrightarrow \ln\left(1+\sqrt{3}\right)^{x^2}>\ln\left[1+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2}\right]$$

$$\Leftrightarrow x^2\ln\left(1+\sqrt{3}\right)>\ln\left[1+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2}\right] \Rightarrow \text{ khẳng định 2 đúng.}$$

Xét khẳng định 3, ta có $f(x)<-1 \Leftrightarrow \left(1+\sqrt{3}\right)^{x^2}-\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2}<-1$

$$\Leftrightarrow \left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2}>1+\left(1+\sqrt{3}\right)^{x^2} \Leftrightarrow \ln\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2}>\ln\left[1+\left(1+\sqrt{3}\right)^2\right]$$

$$\Leftrightarrow x^2\ln\left(2-\sqrt{3}\right)>\ln\left[1+\left(1+\sqrt{3}\right)^2\right] \Rightarrow \text{ khẳng định 3 đúng.}$$

**Câu 17. Chọn A.**

Với $a,\ b,\ c>0$ và $a\neq 1$, ta có:

$\log_a\left(ab^2c^3\right)=\log_a a+\log_a b^2+\log_a c^3=1+2\log_a b+3\log_a c.$

**Câu 18. Chọn B.**

Ta có $y=\dfrac{\ln x}{9^x}=\left(\dfrac{1}{9}\right)^x.\ln x\Rightarrow y'=\left(\dfrac{1}{9}\right)^x\ln\dfrac{1}{9}.\ln x+\left(\dfrac{1}{9}\right)^x.\dfrac{1}{x}$

$$=\frac{-\ln 9.\ln x}{9^x}+\frac{1}{x.9^x}=\frac{1-x.\ln 3^2.\ln x}{x.9^x}=\frac{1-2x\ln x.\ln 3}{x.3^{2x}}.$$

**Câu 19. Chọn D.**

Ta có $a^2+b^2=ab\Leftrightarrow a^2-ab+b^2=0\Leftrightarrow\left(a-\dfrac{b}{2}\right)^2+\dfrac{3b^2}{4}=0$

$\Leftrightarrow\left(a-\dfrac{b}{2}\right)^2=\dfrac{3b^2}{4}=0\Leftrightarrow a-\dfrac{b}{2}=b=0\Leftrightarrow a=b=0.$

Bài ra $a,\ b>0\Rightarrow$ vô lý.

Do đó không tồn tại $a,\ b>0$ thỏa mãn $a^2+b^2=ab.$

Khi đó không tồn tại bốn hệ thức được xét.

**Câu 20. Chọn A.**

Từ $a+b=c$ và $a,\ b>0\Rightarrow\begin{cases}c>a>0\\c>b>0\end{cases}$ (1)

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}a>\dfrac{1}{1000}\log_{\frac{1}{2}}c^{1000}\Leftrightarrow\log_{\frac{1}{2}}a>\dfrac{1}{1000}.1000\log_{\frac{1}{2}}c\Leftrightarrow\log_{\frac{1}{2}}a>\log_{\frac{1}{2}}c\Leftrightarrow a<c.$

Khi đó theo (1) $\Rightarrow$ đánh giá 2 đúng.

Lại có: $\log_2 b^{\frac{1}{1000}}>\dfrac{1}{1000}\log_2 c\Leftrightarrow\dfrac{1}{1000}\log_2 b>\dfrac{1}{1000}\log_2 c\Leftrightarrow\log_2 b>\log_2 c\Leftrightarrow b>c.$

Khi đó theo (1) $\Rightarrow$ đánh giá 4 sai.

Từ (1) ta được $\begin{cases}0<\dfrac{a}{c}<1\Rightarrow\left(\dfrac{a}{c}\right)^{1000}<\dfrac{a}{c}\\0<\dfrac{b}{c}<1\Rightarrow\left(\dfrac{b}{c}\right)^{1000}<\dfrac{b}{c}\end{cases}\Rightarrow\left(\dfrac{a}{c}\right)^{1000}+\left(\dfrac{b}{c}\right)^{1000}<\dfrac{a+b}{c}=1$

$\Leftrightarrow\dfrac{a^{1000}+b^{1000}}{c^{1000}}<1\Leftrightarrow a^{1000}+b^{1000}<c^{1000}\Rightarrow$ đánh giá 1 đúng.

Từ (1) ta được $\begin{cases}0<\dfrac{a}{c}<1\Rightarrow\left(\dfrac{a}{c}\right)^{\frac{1}{1000}}>\dfrac{a}{c}\\0<\dfrac{b}{c}<1\Rightarrow\left(\dfrac{b}{c}\right)^{\frac{1}{1000}}>\dfrac{b}{c}\end{cases}\Rightarrow\left(\dfrac{a}{c}\right)^{\frac{1}{1000}}+\left(\dfrac{b}{c}\right)^{\frac{1}{1000}}>\dfrac{a+b}{c}=1$

$\Leftrightarrow\dfrac{a^{\frac{1}{1000}}+b^{\frac{1}{1000}}}{c^{\frac{1}{1000}}}>1\Leftrightarrow a^{\frac{1}{1000}}+b^{\frac{1}{1000}}>c^{\frac{1}{1000}}\Rightarrow$ đánh giá 3 đúng.

**Câu 21. Chọn D.**

Bài ra ta có ngay $760 = a.10^{\frac{-2258,624}{100+273}} \Rightarrow [a] = 863188841$.

**Câu 22. Chọn A.**

Dựa vào kiến thức cơ bản về tích phân thì rõ ràng A là đáp án đúng.

**Câu 23. Chọn B.**

Ta có $H = \int \sqrt{e^x+1}dx = \int e^x.\frac{\sqrt{e^x+1}}{e^x}dx = \int \frac{\sqrt{e^x+1}}{e^x}d(e^x)$.

Đặt $t = \sqrt{e^x+1} \Rightarrow e^x = t^2-1 \Rightarrow H = \int \frac{t}{t^2-1}d(t^2-1)$

$$\Rightarrow H = \int \frac{t}{t^2-1}.2tdt = \int \frac{2t^2}{t^2-1}dt = \int \left(2+\frac{2}{t^2-1}\right)dt$$

$$= \int \left[2+\frac{2}{(t-1)(t+1)}\right]dt = \int \left(2+\frac{1}{t-1}-\frac{1}{t+1}\right)dt$$

$$= 2t + \ln|t-1| - \ln|t+1| + C = 2t + \ln\left|\frac{t-1}{t+1}\right| + C$$

$$= 2t + \ln\left|1-\frac{2}{1+t}\right| + C = 2\sqrt{e^x+1} + \ln\left|1-\frac{2}{1+\sqrt{e^x+1}}\right| + C.$$

**Câu 24. Chọn A.**

Ta có $S = \int\limits_0^{\frac{3\pi}{4}} (3-2\sin 2t)dt = (3x+\cos 2t)\Big|_0^{\frac{3\pi}{4}} = \frac{9\pi}{4} - 1$ (m).

**Câu 25. Chọn C.**

Ta có $I = \int\limits_0^{3^{500}} \frac{x^3}{x^4+4x^2+3}dx = \frac{1}{2}\int\limits_0^{3^{500}} \frac{x^2}{x^4+4x^2+3}d(x^2)$.

Đặt $t = x^2$, khi $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = 3^{500} \Rightarrow t = (3^{500})^2 = 3^{1000}$.

Do đó $I = \frac{1}{2}\int\limits_0^{3^{1000}} \frac{t}{t^2+4t+3}dt = \frac{1}{2}\int\limits_0^{3^{1000}} \frac{t}{(t+1)(t+3)}dt = \frac{1}{4}\int\limits_0^{3^{1000}} \frac{3(t+1)-(t+3)}{(t+1)(t+3)}dt$

$$= \frac{1}{4}\int\limits_0^{3^{1000}} \left(\frac{3}{t+3}-\frac{1}{t+1}\right)dt = \frac{3}{4}\ln|t+3|\Big|_0^{3^{1000}} - \frac{1}{4}\ln|t+1|\Big|_0^{3^{1000}}$$

$$= \frac{3}{4}\left[\ln(3+3^{1000}) - \ln 3\right] - \frac{1}{4}\left[\ln(1+3^{1000}) - \ln 1\right]$$

$$= \frac{3}{4}\ln\frac{3+3^{2000}}{3} - \frac{1}{4}\ln(1+3^{1000}) = \frac{3}{4}\ln(1+3^{1999}) - \frac{1}{4}\ln(1+3^{1000})$$

$$= \frac{1}{4}\ln(1+3^{1999})^3 - \frac{1}{4}\ln(1+3^{1000}) = \frac{1}{4}\ln\frac{(1+3^{1999})^3}{1+3^{1000}}.$$

**Câu 26. Chọn C.**

Ta có $\int_0^m x^2e^x dx = \int_0^m x^2 d\left(e^x\right) = \left(x^2e^x\right)\Big|_0^m - \int_0^m e^x d\left(x^2\right)$

$= m^2e^m - \int_0^m 2xe^x dx = m^2e^m - 2\int_0^m xd\left(e^x\right) = m^2e^m - 2\left(xe^x\right)\Big|_0^m + 2\int_0^m e^x dx$

$= m^2e^m - 2me^m + 2e^x\Big|_0^m = m^2e^m - 2me^m + 2e^m - 2.$

Bài ra: $\int_0^m x^2e^x dx = m^2e^m - 2me^m + 2^{1000} \Rightarrow m^2e^m - 2me^m + 2e^m - 2 = m^2e^m - 2me^m + 2^{1000}$

$\Leftrightarrow 2e^m = 2 + 2^{1000} \Leftrightarrow e^m = 1 + 2^{999} \Leftrightarrow m = \ln\left(1 + 2^{999}\right)$, thỏa mãn bài toán.

**Câu 27. Chọn B.**

Phương trình hoành độ giao điểm $\sqrt[3]{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$

Diện tích cần tính là $S = \int_0^8 \left|\sqrt[3]{x}\right| dx = \int_0^8 x^{\frac{1}{3}} dx = \dfrac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}}\Bigg|_0^8 = 12.$

***Bình luận:***

*Ngoài lời giải trên, ta có thể làm cách khác như sau:*

*Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường* $x = y^3$, $x = 8$, $y = 0$.

*Phương trình tung độ giao điểm* $y^3 = 8 \Leftrightarrow y = 2.$

*Diện tích cần tính là* $S = \int_0^2 \left|y^3 - 8\right| dy = \int_0^2 \left(8 - y^3\right) dy = \left(8y - \dfrac{y^4}{4}\right)\Bigg|_0^2 = 12.$

**Câu 28. Chọn D.**

Phương trình hoành độ giao điểm $x\sqrt{\ln\left(x^3+1\right)} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ \ln\left(x^3+1\right) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^3 + 1 = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 0.$

Thể tích cần tính là $V = \pi\int_0^1 \left[x\sqrt{\ln\left(x^3+1\right)}\right]^2 dx = \pi\int_0^1 x^2\ln\left(x^3+1\right)dx.$

Xét $I = \int_0^1 x^2\ln\left(x^3+1\right)dx = \dfrac{1}{3}\int_0^1 \ln\left(x^3+1\right)d\left(x^3+1\right).$

Đặt $t = x^3 + 1$, khi $x = 0$ thì $t = 1$, khi $x = 1$ thì $t = 2$.

Khi đó $I = \dfrac{1}{3}\int_1^2 \ln t dt = \dfrac{1}{3}\left(t\ln t\right)\Big|_1^2 - \dfrac{1}{3}\int_1^2 td\left(\ln t\right)$

$= \dfrac{2\ln 2}{3} - \dfrac{1}{3}\int_1^2 t.\dfrac{1}{t}dt = \dfrac{2\ln 2}{3} - \dfrac{t}{3}\Bigg|_1^2 = \dfrac{2\ln 2}{3} - \dfrac{1}{3} = \dfrac{2\ln 2 - 1}{3}.$

Do đó $V = \dfrac{\pi\left(2\ln 2 - 1\right)}{3}.$

**Câu 29. Chọn B.**

Ta có $z.z' = (a+bi)(a'+b'i) = aa' - bb' + (ab' + b'a)i$.

Do đó phần thực của số phức $z.z'$ là $a'a - bb'$.

**Câu 30. Chọn A.**

Ta có $z = \dfrac{5-2i}{3+i} = \dfrac{(5-2i)(3-i)}{(3+i)(3-i)} = \dfrac{15+2i^2-11i}{10} = \dfrac{13}{10} - \dfrac{11}{10}i$.

**Câu 31. Chọn C.**

Nhìn hình vẽ và điều kiện mà bài toán yêu cầu thì $-2 < a < 2,\ b \in \mathbb{R}$.

**Câu 32. Chọn D.**

Ta có $\left(z^2+1\right)\left(z^2-2zi-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} z^2+i=0 & (1) \\ z^2-2iz-1=0 & (2) \end{array}\right.$

Giả sử $z = a+bi\ (a,\ b \in \mathbb{R})$.

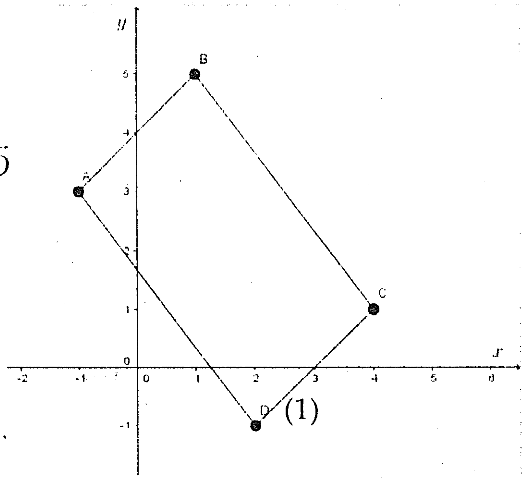
Từ (1) ta được $a^2-b^2+(2ab+1)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-b^2=0 \\ 2ab=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-b \\ 2ab=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=\dfrac{1}{\sqrt{2}},\ b=\dfrac{-1}{\sqrt{2}} \\ a=\dfrac{-1}{\sqrt{2}},\ b=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$

$\Rightarrow z = \dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{1}{\sqrt{2}}i;\ z = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}}i.$

Ta có (2) $\Leftrightarrow z^2-2iz-1=0 \Leftrightarrow (z-i)^2=0 \Leftrightarrow z=i$.

Do đó $T = \sqrt{1^2+0^2} + \sqrt{\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} + \sqrt{\left(\dfrac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = 3$.

**Câu 33. Chọn B.**




Ta có ngay $A(-1;3),\ B(1;5),\ C(4;1)$.

Gọi $D(x;y) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2;2),\ \overrightarrow{DC} = (4-x;1-y)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2=4-x \\ 2=1-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow D(2;-1) \Rightarrow z_4 = 2-i.$

**Câu 34. Chọn A.**

Giả sử $z = a+bi\ (a,\ b \in \mathbb{R})$.

Ta có $|z-1| \le 3 \Leftrightarrow (a-1)^2 + b^2 \le 9$

Giả sử $w = x+yi\ (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có $x+yi = (1+i)(a+bi)+2 \Leftrightarrow x+yi = a-b+2+(a+b)i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=a-b+2 \\ y=a+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-1=\dfrac{x+y-4}{2} \\ b=\dfrac{y-x+2}{2} \end{cases}$

Khi đó từ (1) ta được $\left(\dfrac{x+y-4}{2}\right)^2+\left(\dfrac{y-x+2}{2}\right)^2\le 9$

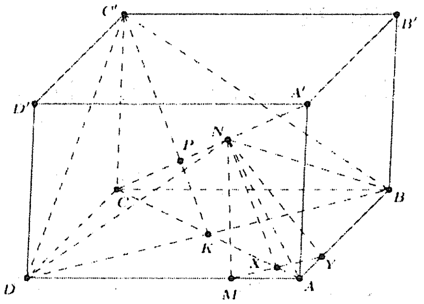
$\Leftrightarrow (x+y-4)^2+(y-x+2)^2\le 36$

$\Leftrightarrow x^2+2xy+y^2-8(x+y)+16+y^2-2xy+x^2+4(y-x)+4\le 36$

$\Leftrightarrow 2x^2-12x+2y^2-4y\le 16 \Leftrightarrow (x-3)^2+(y-1)^2\le 18.$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w trên mặt phẳng phức là hình tròn đóng có tâm tại $(3;1)$ bán kính $3\sqrt{2}$.

**Câu 35. Chọn B.**




Từ $M$ kẻ đường thẳng song song với $BD$ cắt $CA, AB$ lần lượt tại $X$ và $Y$.

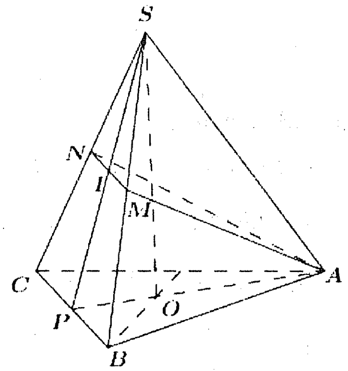
Gọi $P=C'K\cap CA'$, qua $X$ kẻ đường thẳng song song với $C'K$ cắt $C'A$ tại $N$.

Ta có $CK//C'A'\Rightarrow \dfrac{CK}{C'A'}=\dfrac{CP}{PA'}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow \dfrac{CP}{CA'}=\dfrac{1}{3}.$

Lại có $NX//PK\Rightarrow \dfrac{CP}{CN}=\dfrac{CK}{CX}=\dfrac{CK}{CK+KX}=\dfrac{CK}{CK+\dfrac{4}{5}CK}=\dfrac{5}{9}.$

Do đó $\dfrac{CA'}{3CN}=\dfrac{5}{9}\Rightarrow \dfrac{CN}{CA'}=\dfrac{3}{5}\Rightarrow V_{N.ABD}=\dfrac{CN}{CA'}.V_{A'.ABD}=\dfrac{3}{5}.\dfrac{1}{6}V=\dfrac{V}{10}.$

**Câu 36. Chọn C.**




Gọi $O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC$ và $P$ là trung điểm cạnh $BC$.

Nối $SP$ cắt $MN$ tại trung điểm $I$ của $MN$.

Tam giác $SBC$ cân tại $S\Rightarrow SP\perp MN\Rightarrow SP\perp BC$.

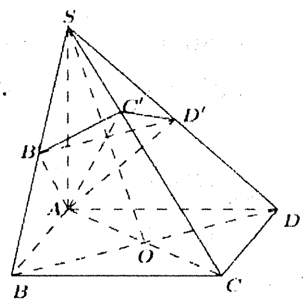
Mà $(SBC)\perp(AMN)\Rightarrow SP\perp(AMN)\Rightarrow SP\perp AI$

Do đó $\Delta ASP$ cân tại $A\Rightarrow SA=AP=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.$

$\Rightarrow SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{\dfrac{3a^2}{4}-\dfrac{a^2}{3}}=a\sqrt{\dfrac{5}{12}}$

$\Rightarrow V=\dfrac{1}{3}SO.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}SO.\dfrac{1}{2}AB.AC\sin 60^o=\dfrac{a^3\sqrt{5}}{24}.$

**Câu 37. Chọn A.**




Ta có $\begin{cases}BD\perp AC\\BD\perp SA\end{cases}\Rightarrow BD\perp(SAC)\Rightarrow(SAC)\perp(SBD)\Rightarrow$ (1) đúng.

Lại có $SB^2=SA^2+AB^2=SA^2+AD^2=SD^2\Rightarrow SB=SD$

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông $ASB$ và $ASD$ thì

$SB'.SB=SA^2=SD'.SD\Rightarrow \dfrac{SB'}{SB}=\dfrac{SD'}{SD}\Rightarrow B'D'//BD.$

Mà $BD \perp (SAC) \Rightarrow B'D' \perp (BCD) \Rightarrow$ (2) đúng.

Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AB'$.

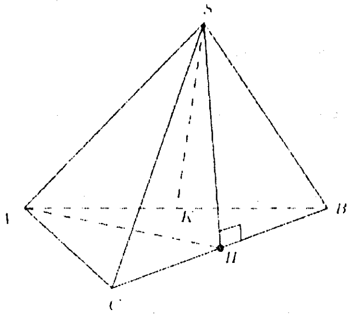
Mặt khác $AB' \perp SB \Rightarrow AB' \perp (SBC) \Rightarrow AB' \perp SC$, tương tự $AD' \perp SC$.

Do đó $AB'$, $AC''$, $AD'$ cùng vuông góc với $SC$ nên chúng thuộc cùng một mặt phẳng qua $A$ và vuông góc với $SC \Rightarrow$ (3) đúng.

Do $A'B \perp (SBC') \Rightarrow \widehat{AB'C'} = 90^0$

Tương tự $\widehat{AD'C''} = 90^0 \Rightarrow$ tứ giác $AB'C''D'$ nội tiếp $\Rightarrow$ (4) đúng.

**Câu 38. Chọn B.**




Ta có: $d(C;(SAB)) = \dfrac{3.V_{S.ABC}}{S_{SAB}}$.

Gọi $H$ là trung điểm của cạnh $BC$, ta có

$SH \perp BC$, $(SBC) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Tam giác $SAB$ đều có cạnh bằng $a \Rightarrow SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\begin{cases} BC = a \\ \widehat{ABC} = 30^0 \end{cases} \Rightarrow AC = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{a}{2} \Rightarrow AB = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{8} \Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABC} = \dfrac{a^3}{16}$.

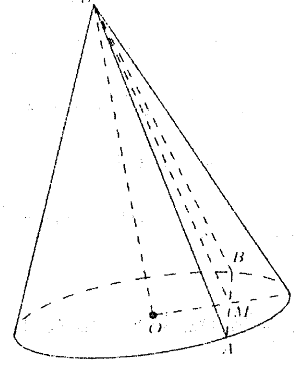
Gọi $K$ là trung điểm của cạnh $AB \Rightarrow \begin{cases} HA = HB = HC \\ SH \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow SB = SA \Rightarrow SK \perp AB$.

Cạnh $SK = \sqrt{SB^2 - KB^2} = \sqrt{a^2 - \dfrac{3a^2}{16}} = \dfrac{a\sqrt{13}}{4}$

$\Rightarrow S_{SAB} = \dfrac{1}{2}SK.AB = \dfrac{a^2\sqrt{39}}{16} \Rightarrow d(C;(SAB)) = \dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{SAB}} = \dfrac{a\sqrt{39}}{13}$.

**Câu 39. Chọn D.**

Khi mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua đỉnh cắt nón với góc tạo với đáy là $\beta$ $(45^0 < \beta \le 90^0)$.




Khi đó thiết diện tạo thành là một tam giác đều và ta kí hiệu tam giác đó là $SAB$ (hình vẽ).

Gọi $M$ là trung điểm của cạnh $AB \Rightarrow SM \perp AB$.

Do góc ở đỉnh của hình nón bằng

$90^0 \Rightarrow SO = OA = \dfrac{l}{\sqrt{2}} = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$.

Ta có $SM = \dfrac{SO}{\sin\beta} = \dfrac{a}{\sqrt{2}\sin\beta}$.

Cạnh $AB = 2AM = 2\sqrt{l^2 - SM^2} = 2\sqrt{a^2 - \dfrac{a^2}{2\sin^2\beta}}$.

Diện tích thiết diện cũng là diện tích tam giác $SAB$

$$S_{SAB} = \frac{1}{2}SM.AB = \frac{a}{\sqrt{2}\sin\beta}.\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2\sin^2\beta}} = \frac{a^2}{2}.\frac{1}{\sin\beta}.\sqrt{2 - \frac{1}{\sin^2\beta}}.$$

Áp dụng BĐT AM – GM ta có: $\dfrac{1}{\sin\beta}.\sqrt{2 - \dfrac{1}{\sin^2\beta}} \le \dfrac{\dfrac{1}{\sin^2\beta} + 2 - \dfrac{1}{\sin^2\beta}}{2} = 1 \Rightarrow S_{SAB} \le \dfrac{a^2}{2}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \beta = 90^0$.

**Câu 40. Chọn C.**

Sau 1 giây đầu tiên tức $t = 1$ nước tràn $\dfrac{13\pi}{2690}\left(-1^2 + 25.1 + 150\right)$ $\left(\text{cm}^3\right)$.

Sau 1 giây tiếp theo tức $t = 2$ nước tràn $\dfrac{13\pi}{2690}\left(-2^2 + 25.2 + 150\right)$ $\left(\text{cm}^3\right)$.

.....

Cứ thế thì từ giây thứ 19 đến 20 nước tràn $\dfrac{13\pi}{2690}\left(-20^2 + 25.20 + 150\right)$ $\left(\text{cm}^3\right)$.

Do đó sau 20 giây lượng nước thoát ra là:

$$V_t = \frac{13\pi}{2690}\left(-1^2 + 25.1 + 150\right) + \frac{13\pi}{2690}\left(-2^2 + 25.2 + 150\right) + ... + \frac{13\pi}{2690}\left(-20^2 + 25.20 + 150\right)$$

$$= \frac{13\pi}{2690}\left[-\left(1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 20^2\right) + 25.\left(1 + 2 + 3 + ... + 20\right) + 150.20\right].$$

Ta có $1 + 2 + 3 + ... + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$.

$$P = 1^2 + 2^2 + ... + n^2 = 1(2-1) + 2.(3-1) + ... + n\left((n+1) - 1\right)$$

$$= 1.2 + 2.3 + 3.4 + ... + n(n+1) - (1 + 2 + 3 + ... + n)$$

$$= 1.2 + 2.3 + 3.4 + ... + n(n+1) - \frac{n(n+1)}{2}.$$

Đặt $S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + ... + n(n+1)$

$$\Rightarrow 3S = 1.2.3 + 2.3.3 + 3.4.3 + ... + n(n+1)$$

$$= 1.2.(3-0) + 2.3.(4-1) + 3.4.(5-2) + ... + n(n+1)\left((n+2) - (n-1)\right)$$

$$= 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + ... + n(n+1)(n+2) - 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + ... + (n-1)n(n+1)$$

$$= n(n+1)(n+2).$$

Do đó $S = \dfrac{n(n+1)(n+2)}{3} \Rightarrow P = \dfrac{n(n+1)(n+2)}{3} - \dfrac{n(n+1)}{2} = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Từ những kết quả trên $\Rightarrow V_t = \dfrac{13\pi}{2690}\left[\dfrac{-20.21.41}{6} + 25.\dfrac{20.21}{2} + 150.20\right] = 26\pi$ $\left(\text{cm}^3\right)$.

Do ấm đặt trong chậu và chiều cao mực nước dâng sau 20 (s) nhỏ hơn $h'$ nên phần thể tích chứa nước bằng $V_c = \left(\pi R'^2 - \pi R^2\right)x$.

Ta cần có $V_c = V_t \Leftrightarrow x\left(\pi R'^2 - R^2\right) = 26\pi \Leftrightarrow R' = \sqrt{\frac{26}{x} + R^2} = 8,5$ (cm).

Gọi $V$, $V'$ lần lượt là thể tích của ấm và chậu

$$\Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{h'.\pi R'^2}{h.\pi R^2} = \frac{h'}{h}.\frac{R'^2}{R^2} = \frac{6}{9}.\frac{8,5^2}{4,5^2} \approx 2,38.$$

**Câu 41. Chọn D.**

Dựng hình trụ tâm nằm trên trục $OO'$ có bán kính đường tròn đáy bằng $h$ (không đổi) suy ra hình trụ này cố định thì lúc đó ta có mọi mặt phẳng vuông với với đáy hình trụ ban đầu mà tiếp xúc với hình trụ mới lập thì khoảng cách từ điểm $O$ đến mặt phẳng đó đều bằng $h$ do đó mặt phẳng $(\alpha)$ cần lập sẽ tiếp xúc với hình trụ vừa lập.

**Câu 42. Chọn A.**

Khối cầu ngoại tiếp khối trụ có bán kính $R = \dfrac{\sqrt{\left(2a\sqrt{3}\right)^2 + \left(2a\sqrt{3}\right)^2}}{2} = a\sqrt{6}$.

Do đó thể tích khối cầu ngoại tiếp khối trụ là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\sqrt{6}a\right)^3 = 8a^3\sqrt{6}$.

**Câu 43. Chọn C.** Ta có: $\vec{u}.\vec{v} = 1.2 + (-2).2 + 2.(-1) = -4$.

**Câu 44. Chọn B.**

Đường thẳng $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ có một VTCP là $\vec{u} = (a;b;c)$.

Dựa vào đó, ta thấy ngay $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 \\ z = -2t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ có một VTCP là $\vec{u} = (3;0;-2)$.

**Câu 45. Chọn C.**

Đường thẳng $d_1$ có một VTCP là $\overrightarrow{u_1} = (5;4;3)$.

Đường thẳng $d_2$ có một VTCP là $\overrightarrow{u_2} = (m;-4;3)$.

Ta có $\cos\alpha = \dfrac{|5m + 4.(-4) + 3.3|}{\sqrt{5^2 + 4^2 + 3^2}.\sqrt{5^2 + (-4)^2 + 3^2}} = \dfrac{|5m - 7|}{50}$.

Bài ra $\cos\alpha = \dfrac{9}{25} \Rightarrow \dfrac{|5m - 7|}{50} = \dfrac{9}{25}$

$\Leftrightarrow |5m - 7| = 18 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5m - 7 = 18 \\ 5m - 7 = -18 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 5 \\ m = -\dfrac{11}{5} \end{array}\right.$ thỏa mãn $m \neq 0$.

**Câu 46. Chọn B.**

Ta có $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=25 \Rightarrow (S)$ có tâm $I(2;3;4)$ và bán kính $R=5$.

YCBT $\Leftrightarrow d(I;(P))<R \Leftrightarrow \dfrac{|2-2.3+2.4+m|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}<5$

$\Leftrightarrow |m+4|<15 \Leftrightarrow -15<m+4<15 \Leftrightarrow -19<m<11$.

**Câu 47. Chọn A.**

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-1;2)$ và bán kính $R=3$.

Ta có $(Q)//(P) \Rightarrow (Q): 2x-3y+5z+m=0$ $(m\neq -6)$.

Mặt phẳng $(Q)$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$

$\Leftrightarrow d(I;(Q))=R \Leftrightarrow \dfrac{|2.1-3.(-1)+5.2+m|}{\sqrt{2^2+(-3)^2+5^2}}=3$

$\Leftrightarrow |m+15|=3\sqrt{38} \Leftrightarrow m=-15\pm 3\sqrt{38}$ thỏa mãn $m\neq -6$.

Do đó $(Q): 2x-3y+5z-15\pm 3\sqrt{38}=0$.

**Câu 48. Chọn D.**

Gọi $R$ là bán kính của mặt cầu $(S)$ và gọi $N$ là trung điểm của cạnh $AB$.

Ta có $\Delta IAB$ cân tại $I$, bài ra $\Delta IAB$ vuông nên $\Delta IAB$ chỉ có thể vuông tại $I$

$\Rightarrow \Delta IAB$ vuông cân tại $I \Rightarrow \Delta IAN$ vuông cân tại $N \Rightarrow R=IA=IN\sqrt{2}$.

Ta có $d$ qua $M(1;0;0)$ và có một VTCP là $\vec{u}=(1;-1;1) \Rightarrow d(I;d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IM};\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}$.

Lại có $\overrightarrow{IM} \Rightarrow \left[\overrightarrow{IM};\vec{u}\right]=(-1;-2;-1) \Rightarrow \left|\left[\overrightarrow{IM};\vec{u}\right]\right|=\sqrt{(-1)^2+(-2)^2+(-1)^2}=\sqrt{6}$.

Từ $\vec{u}=(1;-1;1) \Rightarrow \left|\vec{u}\right|=\sqrt{1^2+(-1)^2+1^2}=\sqrt{3}$

$\Rightarrow d(I;d)=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\sqrt{2} \Rightarrow IN=\sqrt{2} \Rightarrow R=\sqrt{2}.\sqrt{2}=2$.

Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-1;2)$ và bán kính $R=2$

$\Rightarrow (S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=2^2=4$.

***Bình luận:***

*Ngoài cách tính IM như trên, ta còn cách khác như sau:*

*Ta có* $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=-t \\ z=t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

*Do* $M\in d \Rightarrow M(1+t;-t;t) \Rightarrow \overrightarrow{IM}=(t;1-t;t-2)$.

*Đường thẳng* $d$ *có một VTCP là* $\vec{u}=(1;-1;1)$

*Khi đó* $IM \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IM}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow t-1+t+t-2=0 \Leftrightarrow t=1$

$\Rightarrow \overrightarrow{IM}=(1;0;-1) \Rightarrow IM=\sqrt{1^2+0^2+(-1)^2}=\sqrt{2}.$

**Câu 49. Chọn D.**

Gọi $\vec{u}=(a;b;c)$ là một VTCP của đường thẳng $\Delta$.

Mặt phẳng $(P)$ có một VTPT là $\vec{n}=(2;4;1)$.

Đường thẳng $d$ có một VTCP là $\vec{u'}=(2;2;-1)$.

Ta có $2.2+4.(-3)+4-5=-9 \neq 0 \Rightarrow A \notin (P)$.

Khi đó $\begin{cases}\Delta // (P)\\ \Delta \perp d\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\vec{u}.\vec{n}=0\\ \vec{u}.\vec{u'}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a+4b+c=0\\ 2a+2b-c=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a+4b+(2a+2b)=0\\ c=2a+2b\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}2a=-3b\\ c=2a+2b\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a=-3b\\ c=-3b+2b=-b\end{cases} \Rightarrow b=-\dfrac{2a}{3}=-c.$

Chọn $a=3 \Rightarrow b=-2,\ c=2 \Rightarrow \vec{u}=(3;-2;2)$.

Đường thẳng $\Delta$ qua $A(2;-3;4)$ và có một VTCP là $\vec{u}=(3;-2;2)$

$\Rightarrow \Delta: \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z-4}{2}.$

***Bình luận:***

*Ngoài lời giải trên, ta còn có thể làm cách khác như sau:*

*Mặt phẳng* $(P)$ *có một VTPT là* $\vec{n}=(2;4;1)$.

*Đường thẳng* $d$ *có một VTCP là* $\vec{u'}=(2;2;-1)$.

*Ta có* $\begin{cases}\Delta // (P)\\ \Delta \perp d\end{cases} \Rightarrow \Delta$ *nhận* $\left[\vec{n};\vec{u'}\right]=(-6;4;-4)$ *là một VTCP*

$\Rightarrow \Delta$ *nhận* $\vec{u}=(3;-2;2)$ *là một VTCP.*

*Kết hợp với* $\Delta$ *qua* $A(2;-3;4) \Rightarrow \Delta: \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z-4}{2}.$

**Câu 50. Chọn C.**

Thay tọa độ điểm $A$, $B$ vào phương trình của $(P)$ ta được

$\begin{cases}f_A=\dfrac{11}{3}-\left(-\dfrac{2}{3}\right)-\dfrac{1}{3}=4>0\\ f_B=3-(-2)-1=4>0\end{cases} \Rightarrow f_A.f_B>0 \Rightarrow A,\ B$ nằm về cùng một phía đối với $(P)$.

Gọi $A'$ là điểm đối xứng với $A$ qua $(P)$.

Ta có $MA+MB=MA'+MB \geq A'B$ không đổi.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow M$ ở giữa $A'$ và $B$.

*Ta đi tìm tọa độ điểm $M$ thông qua $M = A'B \cap (P) \to$ cần tìm tọa độ điểm $A'$.*

Đường thẳng $AA'$ qua $A\left(\frac{11}{3};-\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$ và nhận $\overrightarrow{n_P} = (1;-1;-1)$ là một VTCP

$$\Rightarrow AA':\begin{cases} x = \frac{11}{3} + t \\ y = -\frac{2}{3} - t \\ z = \frac{1}{3} - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Gọi $I = AA' \cap (P) \Rightarrow I\left(\frac{11}{3}+t;-\frac{2}{3}-t;\frac{1}{3}-t\right)$.

Điểm $I \in (P) \Rightarrow \left(\frac{11}{3}+t\right)-\left(-\frac{2}{3}-t\right)-\left(\frac{1}{3}-t\right)=0 \Leftrightarrow 4+3t=0 \Leftrightarrow t=-\frac{4}{3} \Rightarrow I\left(\frac{7}{3};\frac{2}{3};\frac{5}{3}\right)$.

Điểm $I$ là trung điểm của cạnh

$AA' \Rightarrow A'\left(2.\frac{7}{3}-\frac{11}{3};2.\frac{2}{3}+\frac{2}{3};2.\frac{5}{3}-\frac{1}{3}\right) \Rightarrow A'(1;2;3)$.

Đường thẳng $A'B$ qua $A'(1;2;3)$ và nhận $\overrightarrow{A'B} = (2;-4;-2)$ là một VTCP

$$\Rightarrow A'B:\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow M(1+2t;2-4t;3-2t).$$

Điểm $M \in (P) \Rightarrow (1+2t)-(2-4t)-(3-2t)=0 \Leftrightarrow 8t-4=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$.

Khi đó $M(2;0;2) \Rightarrow T = x_M^2 + 2y_M^2 + 3z_M^2 = 16$.

# MỤC LỤC

**Hướng dẫn ôn tập nhanh kì thi THPT Quốc gia năm học 2016 - 2017**
**Thủ thuật giải nhanh đề thi trắc nghiệm Toán**
**Vũ Văn Bắc – Nhữ Đình Phong – Hồ Xuân Hùng**

---

**Chịu trách nhiệm xuất bản**
Giám đốc – Tổng Biên tập
**ĐINH THỊ THANH THỦY**

**Chịu trách nhiệm nội dung**
Phó Giám đốc – Phó Tổng Biên tập
**NGUYỄN TƯ TƯỜNG MINH**

Biên tập : **CAO BÁ ĐỊNH**
Sửa bản in : **CAO THỊ BÍCH THÚY**
Trình bày : **Công ty KHANG VIỆT**
Bìa : **Công ty KHANG VIỆT**

**NHÀ XUẤT BẢN TỔNG HỢP THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH**
**62 Nguyễn Thị Minh Khai, Q.1, TP.HCM**
**ĐT: 38225340 – 38296764 – 38247225 – Fax: 84.8.38222726**
**Email: tonghop@nxbhcm.com.vn**
**Sách online: www.nxbhcm.com.vn – Ebook: www.sachweb.vn**
**NHÀ SÁCH TỔNG HỢP 1**
62 Nguyễn Thị Minh Khai, Q.1, TP.HCM – ĐT: 38 256 804
**NHÀ SÁCH TỔNG HỢP 2**
86 - 88 Nguyễn Tất Thành, Q.4, TP.HCM – ĐT: 39 433 868

***Thực hiện liên kết***

**CÔNG TY TNHH MTV**
**DỊCH VỤ VĂN HÓA KHANG VIỆT**

Địa chỉ: 71 Đinh Tiên Hoàng - P.Đa Kao - Q.1 - TP.HCM
Điện thoại: 08. 39115694 - 39105797 - 39111969 - 39111968
Fax: 08. 3911 0880
Email: khangvietbookstore@yahoo.com.vn
Gmail: nhasachkhangviet@gmail.com
**Website: www.khangvietbook.com.vn**

---

In lần thứ nhất, số lượng: 2.000 cuốn, khổ 19×27cm.
Tại: Công ty TNHH SX DV TM Bao Bì Kiến Á
Địa chỉ: 320/32A Trần Bình Trọng, Phường 4, Quận 5, TP.HCM
XNĐKXB số: 576-2017/CXBIPH/14-35/THTPHCM ngày 02/03/2017.
Quyết định xuất bản số: 307/QĐ-THTPHCM-2017 ngày 08/03/2017.
ISBN: 978-604-58-6266-7
In xong và nộp lưu chiểu Quý II năm 2017.