

TRẦN CÔNG ĐIỀU - TRẦN KIM ANH

MEGA **2018**
video
BÀI GIẢNG 8+
LUYỆN ĐỀ
THPT QUỐC GIA 2018
TOÁN
TRẮC NGHIỆM

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI





THAY LỜI NÓI ĐẦU

MEGABOOK MUỐN CÁC EM HIỂU ĐƯỢC GIÁ TRỊ CỦA VIỆC TỰ HỌC



TỰ HỌC ĐÁNH THỨC TIỀM NĂNG TRONG BẠN

Chào các em học sinh thân mến.

Megabook ra đời bộ sách *MEGA 2018 - Luyện đề THPT Quốc gia* nhằm mục đích giúp các em nâng cao khả năng tự học và đặc biệt phát triển tư duy của mình về môn học đó.

Megabook hiểu được việc phát triển tư duy, trí tuệ con người để tạo nên sự thành công như Bill Gates, Steve Job hay Thomas Edison... là nhờ 80% dựa vào việc *tự học*, tự nghiên cứu đến say mê chứ không phải là ngồi trên ghế nhà trường để tiếp nhận kiến thức một cách thụ động.

Việc *tự học* không hẳn thông qua sách vở, mà thông qua sự quan sát cuộc sống xung quanh, qua internet, hay đơn giản là học hỏi kinh nghiệm của người đi trước.

Việc *tự học* sẽ giúp các em phát huy tiềm năng của bản thân, nhận thấy những khả năng, sở trường của chính mình còn đang ẩn giấu đâu đó trong tiềm thức mà các em chưa nhận ra.

Việc *tự học* giúp các em tăng khả năng tư duy, xử lý các vấn đề nhanh nhạy, thích nghi và đáp ứng tốt hơn với sự thay đổi của môi trường và xã hội.

Việc *tự học* xây dựng bản năng sinh tồn, phản xạ tốt hơn cho mỗi con người.

Sinh ra ở trên đời mỗi đứa trẻ đã biết *tự học* hỏi như việc quan sát, nhìn mọi vật xung quanh, nghe nhiều và rồi biết nói. Việc *tự học* thật ra rất tự nhiên, đến trường là một phương pháp giúp kích thích sự *tự học*. Và thầy cô chỉ có thể hướng dẫn và tạo cảm hứng chứ không thể dạy chúng ta mọi thứ.

Tóm lại việc *tự học* sẽ giúp mỗi người *đột phá* trong sự nghiệp và cuộc sống. Một kĩ sư biết *tự học* sẽ *đột phá* cho những công trình vĩ đại, một bác sĩ say mê nghiên cứu sẽ *đột phá* trở thành bác sĩ tài năng cứu chữa bao nhiêu người, một giáo viên tự nâng cao chuyên môn mỗi ngày sẽ



biến những giờ học nhàm chán thành đầy cảm hứng và thú vị. Bởi vậy việc *tự học* sẽ giúp bất kỳ ai thành công hơn và hạnh phúc hơn trong cuộc sống.

Biết Tự học => Nâng cao khả năng tư duy, xử lý vấn đề nhanh.

Biết Tự học => Tăng khả năng thích nghi, phản xạ nhanh với môi trường.

Biết Tự học => Tạo ra những thiên tài giúp đất nước và nhân loại.

Biết Tự học => Giúp mỗi người thành công trong cuộc sống, đột phá trong sự nghiệp.

Biết Tự học => Tạo xã hội với những công dân ưu tú.

**Dành cho những ai muốn thành công
và hạnh phúc trước tuổi 35 !**

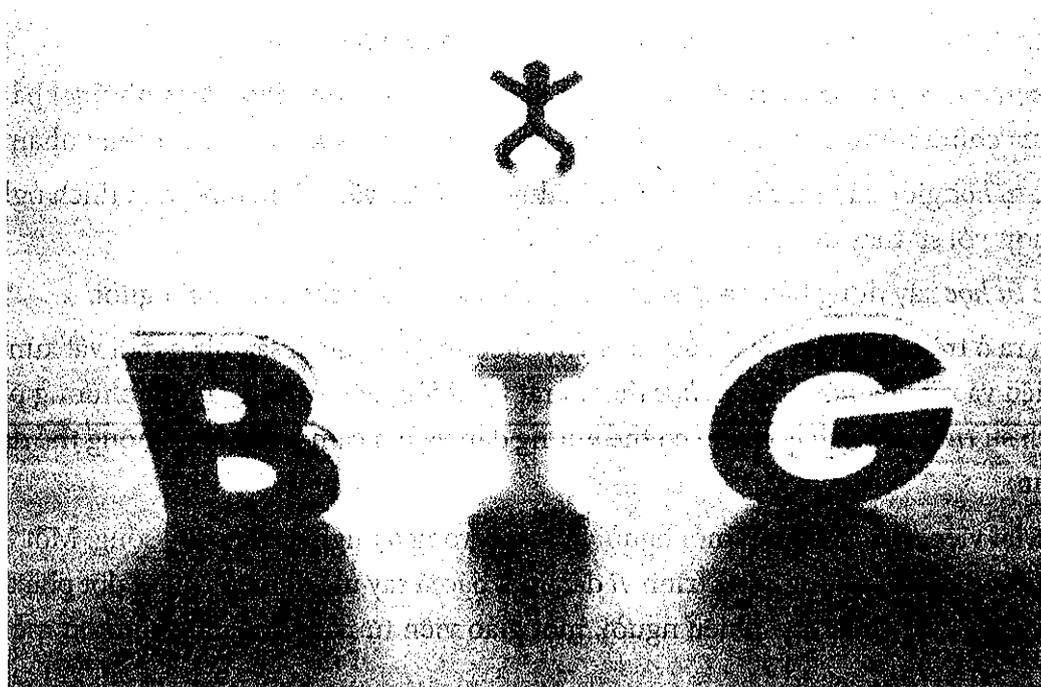
MỤC TIÊU LÀ KIM CHỈ NAM DẪN ĐƯỜNG CHÚNG TA ĐI

Khởi đầu cho mỗi chặng đường cần có động lực để bước đi, để có động lực bước đi thì mục tiêu chính là ngòi nổ để thúc đẩy sự chinh phục đầy thú vị.

Các em thân mến, các em đã tự hỏi xem mình đã có “ngòi nổ” nào cho năm học mới chưa? Cho việc học Toán cũng như chinh phục cuốn sách trắc nghiệm Toán này chưa? Và xa hơn là chặng đường cho cuộc sống 5 năm tới nữa chưa?

Cho dù có hoặc chưa có trong tâm trí một mục tiêu thì chỉ cần các em viết ra, viết ra những mục tiêu của bản thân thì nó sẽ trở nên rõ ràng hơn rất nhiều. Bởi vì, “Sự rõ ràng tạo nên sức mạnh!” Các em chỉ đến được ĐÍCH một khi các em biết mình đang muốn đi đến đâu, trở thành ai, đạt được điều gì sau 1 năm, 2 năm, 5 năm nữa?

Vậy nên hãy dành 30 phút để hình dung, tưởng tượng về cái ĐÍCH đó rồi viết ra em nhé.





LỜI CẢM ƠN

Tác giả Trần Công Diêu:

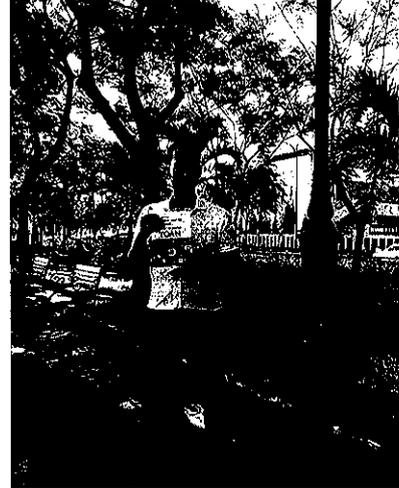
Xin chân thành cảm ơn ba học trò của tôi đã làm thử nghiệm các đề trong cuốn sách này, điểm số các em dao động từ 8.8 đến 9.2:

1. Nguyễn Hoài Phong - Cựu HS THPT Bùi Thị Xuân TPHCM.

2. Đỗ Thành Lâm - Cựu HS THPT Chuyên Nguyễn Huệ Hà Nội.

3. Lê Thành Lâm - Sinh Viên Đại Học Luật TPHCM.

Để biên soạn cuốn sách này tôi đã tham khảo và trích dẫn rất nhiều tài liệu, dưới mỗi đề thi tôi cố gắng ghi rõ nguồn tài liệu đã dùng. Dù đã rất cố gắng nhưng chắc chắn không thể ghi đầy đủ tên tác giả từng bài toán, nếu giáo viên hay học sinh nào cho rằng bài toán đó của mình thì xin liên hệ tác giả qua FB: Trần Công Diêu để tôi bổ sung vào, xin chân thành cảm ơn.



Trong cuốn sách này ngoài các đề kiểm tra Chuyên Đề thì có 15 đề Minh Họa cho kì thi THPT Quốc Gia 2018. Nếu bài kiểm tra các Chuyên Đề chưa tốt các em đừng vội làm đề minh họa mà hãy học kĩ thêm rồi mới thử sức. Các đề minh họa có đầy đủ kiến thức trải dài từ lớp 11 đến 12 và có nhiều bài toán mới khá khó.

Học sinh ở TPHCM có thể tìm tới lớp học thêm toán của thầy Diêu để được luyện thêm nhiều đề cho kì thi 2018. Địa chỉ lớp học là 53T Dương Bá Trạc, Phường 1, Quận 8, TPHCM giáp ranh giữa quận 8, quận 1, quận 5. Cách trường chuyên Lê Hồng Phong TPHCM tối đa 10' duy chuyển.

Trong quá trình biên soạn không tránh khỏi sai sót, rất mong nhận được góp ý từ quý thầy cô và các bạn đọc để cuốn sách được hoàn thiện hơn.

Liên hệ tác giả qua FB: Trần Công Diêu hoặc số điện thoại 01638.645.228.

TPHCM, 9h tối ngày 21 - 12 - 2017.

PHẦN I: BÀI TEST NĂNG LỰC CÁC CHUYÊN ĐỀ

Chuyên đề 1: Lượng giác	10	Chuyên đề 9: Ứng dụng đạo hàm	79
A. Bài kiểm tra đánh giá năng lực	10	A. Bài kiểm tra đánh giá năng lực	79
B. Hướng dẫn giải chi tiết	14	B. Hướng dẫn giải chi tiết	83
Chuyên đề 2:		Chuyên đề 10: Hàm số mũ – Logarit	89
Phép đếm - Nhị thức Newton – Xác suất	20	A. Bài kiểm tra đánh giá năng lực	89
A. Bài kiểm tra đánh giá năng lực	20	B. Hướng dẫn giải chi tiết	93
B. Hướng dẫn giải chi tiết	23	Chuyên đề 11: Nguyên hàm	100
Chuyên đề 3: Phép biến hình	23	A. Bài kiểm tra đánh giá năng lực	100
A. Bài kiểm tra đánh giá năng lực	23	B. Hướng dẫn giải chi tiết	103
B. Hướng dẫn giải chi tiết	32	Chuyên đề 12: Tích phân	107
Chuyên đề 4:		A. Bài kiểm tra đánh giá năng lực	107
Quy nạp – Cấp số cộng – Cấp số nhân	36	B. Hướng dẫn giải chi tiết	10
A. Bài kiểm tra đánh giá năng lực	36	Chuyên đề 13: Hình học không gian	115
B. Hướng dẫn giải chi tiết	40	A. Bài kiểm tra đánh giá năng lực	115
Chuyên đề 5: Giới hạn dãy số	45	B. Hướng dẫn giải chi tiết	119
A. Bài kiểm tra đánh giá năng lực	45	Chuyên đề 14: Khối tròn xoay	126
B. Hướng dẫn giải chi tiết	48	A. Bài kiểm tra đánh giá năng lực	126
Chuyên đề 6: Giới hạn hàm số	54	B. Hướng dẫn giải chi tiết	131
A. Bài kiểm tra đánh giá năng lực	54	Chuyên đề 15: Số phức	138
B. Hướng dẫn giải chi tiết	56	A. Bài kiểm tra đánh giá năng lực	138
Chuyên đề 7: Hàm số liên tục	61	B. Hướng dẫn giải chi tiết	142
A. Bài kiểm tra đánh giá năng lực	61	Chuyên đề 16: Hình Oxyz	149
B. Hướng dẫn giải chi tiết	64	A. Bài kiểm tra đánh giá năng lực	149
Chuyên đề 8: Đạo hàm – Vi phân	71	B. Hướng dẫn giải chi tiết	153
A. Bài kiểm tra đánh giá năng lực	71		
B. Hướng dẫn giải chi tiết	75		

CHUYÊN ĐỀ 1: LƯỢNG GIÁC

A BÀI KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số lượng giác $y = \sqrt{|\cos x - \sin x|}$:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2. Tìm tập xác định của hàm số lượng giác $y = \frac{1}{\tan^2 x - 3}$:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 3. Tìm tập xác định của hàm số: $y = \sin 3x$.

A. $D = (-1; 1)$.

B. $D = [-1; 1]$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 4. Tìm tập xác định của hàm số: $y = \cos \frac{2}{x}$.

A. $D = (-1; 1)$.

B. $D = [-1; 1]$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số: $y = \cos \sqrt{x}$.

A. $D = (-\infty; 1]$.

B. $D = [0; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; 0)$.

D. $D = (\sqrt{2}; +\infty)$.

Câu 6. Hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \sin^2 x + \sin x$.

B. $y = \cot 2x$.

C. $y = \sin^2 x + \tan x$.

D. $y = \sin^2 x + \cos x$.

Câu 7. Hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = 2x + \cos x$.

B. $y = \cos 3x$.

C. $y = x^2 \sin(x+3)$.

D. $y = \frac{\cos x}{x^3}$.

Câu 8. Hàm số $y = \tan x + 2 \sin x$ là:

A. Hàm số lẻ trên tập xác định.

B. Hàm số chẵn trên tập xác định.

C. Hàm số không lẻ trên tập xác định.

D. Hàm số không chẵn trên tập xác định.

Câu 9. Hàm số $y = \sin x \cdot \cos^3 x$ là:

A. Hàm số lẻ trên \mathbb{R} .

B. Hàm số chẵn trên \mathbb{R} .

C. Hàm số không lẻ trên \mathbb{R} .

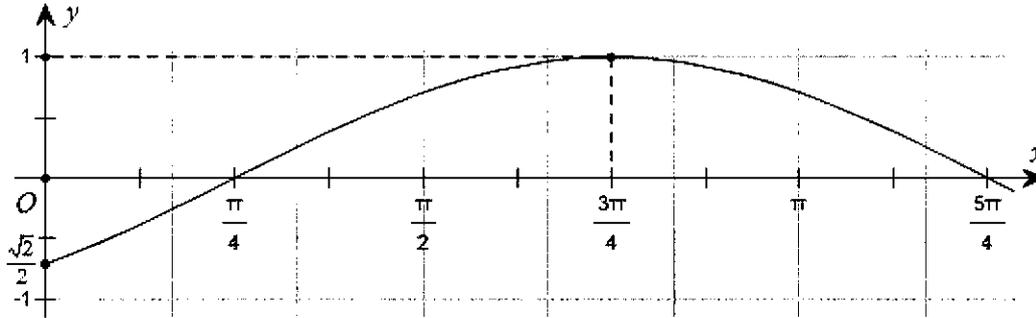
D. Hàm số không chẵn trên \mathbb{R} .



Câu 10. Hàm số $y = \sin x + 5 \cos x$ là:

- A. Hàm số lẻ trên \mathbb{R} .
 B. Hàm số chẵn trên \mathbb{R} .
 C. Hàm số không chẵn, không lẻ trên \mathbb{R} .
 D. Cả A, B, C đều sai.

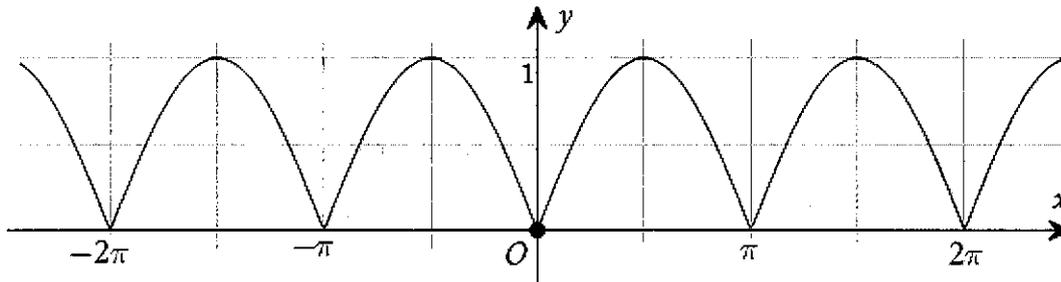
Câu 11. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.
 B. $y = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$.
 C. $y = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.
 D. $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 12. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = 1 + \sin|x|$.
 B. $y = |\sin x|$.
 C. $y = 1 + |\cos 2x|$.
 D. $y = 1 + |\sin 2x|$.

Câu 13. Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau: $y = 3 - 2 \cos^2 3x$

- A. $\min y = 1; \max y = 2$.
 B. $\min y = 1; \max y = 3$.
 C. $\min y = 2; \max y = 3$.
 D. $\min y = -1; \max y = 3$.

Câu 14. Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau: $y = 1 + \sqrt{2 + \sin 2x}$

- A. $\min y = 2; \max y = 1 + \sqrt{3}$.
 B. $\min y = 2; \max y = 2 + \sqrt{3}$.
 C. $\min y = 1; \max y = 1 + \sqrt{3}$.
 D. $\min y = 1; \max y = 2$.

Câu 15. Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau: $y = \frac{4}{1 + 2 \sin^2 x}$

- A. $\min y = \frac{4}{3}; \max y = 4$.
 B. $\min y = \frac{4}{3}; \max y = 3$.
 C. $\min y = \frac{4}{3}; \max y = 2$.
 D. $\min y = \frac{1}{2}; \max y = 4$.



Câu 16. Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau: $y = 2 \sin^2 x + \cos^2 2x$

A. $\max y = 4; \min y = \frac{3}{4}$.

B. $\max y = 3; \min y = 2$.

C. $\max y = 4; \min y = 2$.

D. $\max y = 3; \min y = \frac{3}{4}$.

Câu 17. Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau: $y = 3 \sin x + 4 \cos x + 1$

A. $\max y = 6; \min y = -2$.

B. $\max y = 4; \min y = -4$.

C. $\max y = 6; \min y = -4$.

D. $\max y = 6; \min y = -1$.

Câu 18. Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau: $y = 3 \sin x + 4 \cos x - 1$

A. $\min y = -6; \max y = 4$.

B. $\min y = -6; \max y = 5$.

C. $\min y = -3; \max y = 4$.

D. $\min y = -6; \max y = 6$.

Câu 19. Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau: $y = 2 \sin^2 x + 3 \sin 2x - 4 \cos^2 x$

A. $\min y = -3\sqrt{2} - 1; \max y = 3\sqrt{2} + 1$.

B. $\min y = -3\sqrt{2} - 1; \max y = 3\sqrt{2} - 1$.

C. $\min y = -3\sqrt{2}; \max y = 3\sqrt{2} - 1$.

D. $\min y = -3\sqrt{2} - 2; \max y = 3\sqrt{2} - 1$.

Câu 20. Giải phương trình: $\sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{5\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{24} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{24} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = -\frac{5\pi}{24} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{24} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{24} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{24} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 21. Giải phương trình: $\sin(3x + 20^\circ) = \sin 80^\circ$

A.
$$\begin{cases} x = 20^\circ + k120^\circ \\ x = 26^\circ + k120^\circ \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = 20^\circ + k120^\circ \\ x = 26^\circ 40' + k120^\circ \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = -20^\circ + k120^\circ \\ x = 26^\circ 40' + k120^\circ \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = 20^\circ + k360^\circ \\ x = 26^\circ 40' + k360^\circ \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 22. Giải phương trình: $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 0$

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{13\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{13\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{13\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{13\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$



Câu 23. Giải phương trình: $\cos 10x + 2 \cos^2 4x + 6 \cos 3x \cos x = \cos x + 8 \cos^3 3x \cos x$

- A. $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 B. $x = k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 C. $x = k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 D. $x = k4\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 24. Số nghiệm nguyên của phương trình: $\cos \left[\frac{\pi}{8} \left(3x - \sqrt{9x^2 + 160x + 800} \right) \right] = 1$

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 25. Giải phương trình: $2 \cos 2x + 9 \sin x - 7 = 0$

- A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
 B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
 D. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 26. Giải phương trình: $\sin^3 \left(\frac{\pi}{4} + x \right) = \sqrt{2} \sin x$

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 C. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 D. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 27. Giải phương trình: $3 \cos^2 x - 2 \sin 2x + \sin^2 x = 1$. Nghiệm của phương trình là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{5} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 28. Giải phương trình: $2 \sin 2x - \cos 2x = 7 \sin x + 2 \cos x - 4$.

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 29. Giải phương trình: $\cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) + 4 \sin x = 2 + \sqrt{2}(1 - \sin x)$

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ ($k \in \mathbb{Z}$).



- Câu 30.** Giải phương trình: $\sqrt{\sin x} + \sin x + \sin^2 x + \cos x = 1$. Với $\frac{\sqrt{5}-1}{2} = \sin \alpha$:
- A. $x = k2\pi, x = \pi - \alpha + k2\pi$. B. $x = k\pi, x = \pi - \alpha + k2\pi$.
 C. $x = k\pi, x = \pi - \alpha + k\pi$. D. $x = k2\pi, x = \pi + \alpha + k2\pi$.

B HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 ▶ Chọn C.

$$y = \sqrt{|\cos x - \sin x|} \text{ xác định với mọi } x \in \mathbb{R}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

Câu 2 ▶ Chọn D.

$$y = \frac{1}{\tan^2 x - 3} \text{ xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan^2 x \neq 3 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x \neq \pm\sqrt{3} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Câu 3 ▶ Chọn D.

Đặt $t = 3x$, ta được hàm số $y = \sin t$ có tập xác định. Mặt khác, $t \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x = \frac{t}{3} \in \mathbb{R}$ nên tập xác định của hàm số $y = \sin 3x$ là \mathbb{R} .

Câu 4 ▶ Chọn C.

$$\text{Ta có: } \frac{2}{x} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x \neq 0. \text{ Vậy tập xác định của hàm số } y = \cos \frac{2}{x} \text{ là } D = \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

Câu 5 ▶ Chọn B.

$$\text{Ta có: } \sqrt{x} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x \geq 0. \text{ Vậy tập xác định của hàm số } y = \cos \sqrt{x} \text{ là } D = [0; +\infty).$$

Câu 6 ▶ Chọn D.

$$\text{Xét hàm số } y = f(x) = \sin^2 x + \cos x$$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}$$

$$\text{Với mọi } x \in D, \text{ ta có } -x \in D$$

$$\text{Và } f(-x) = \sin^2(-x) + \cos(-x) = \sin^2 x + \cos x = f(x) \text{ nên } f(x) \text{ là hàm số chẵn trên } \mathbb{R}.$$



Câu 7 ▶ Chọn D.

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{\cos x}{x^3}$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Với mọi $x \in D$, ta có $-x \in D$

Và $f(-x) = \frac{\cos(-x)}{(-x)^3} = \frac{\cos x}{-x^3} = -f(x)$ nên $f(x)$ là hàm số lẻ trên tập xác định của nó.

Câu 8 ▶ Chọn A.

Xét hàm số $y = f(x) = \tan x + 2 \sin x$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Với mọi $x \in D$, ta có $-x \in D$

Và $f(-x) = \tan(-x) + 2 \sin(-x) = -f(x)$ nên $f(x)$ là hàm số lẻ trên tập xác định của nó.

Câu 9 ▶ Chọn A.

Xét hàm số $y = f(x) = \sin x \cdot \cos^3 x$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Với mọi $x \in D$, ta có $-x \in D$

Và $f(-x) = \sin(-x) \cdot \cos^3(-x) = -f(x)$ nên $f(x)$ là hàm số lẻ trên \mathbb{R} .

Câu 10 ▶ Chọn C.

Xét hàm số $y = f(x) = \sin x + 5 \cos x$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Chọn $\pm \frac{\pi}{4} \in \mathbb{R}$. Ta có: $f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}$; $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{2}$

Vì $\begin{cases} f\left(-\frac{\pi}{4}\right) \neq f\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ f\left(-\frac{\pi}{4}\right) \neq -f\left(\frac{\pi}{4}\right) \end{cases}$ nên $f(x)$ là hàm số không chẵn, không lẻ trên \mathbb{R} .

Câu 11 ▶ Chọn A.

Ta thấy hàm số có GTLN bằng 1 và GTNN bằng -1 do đó loại đáp án C có GTNN là $-\sqrt{2}$, GTLN là $\sqrt{2}$.

Tại $x = 0$ thì $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ do đó loại đáp án D.

Tại $x = \frac{3\pi}{4}$ thì $y = 1$ thay vào hai đáp án còn lại chỉ có A thỏa mãn.

Câu 12 Chọn B.

Ta có $y = 1 + |\cos x| \geq 1$ và $y = 1 + |\sin x| \geq 1$ nên loại C và D vì hàm số đề bài cho có GTNN bằng 0.
Ta thấy tại $x = \pi$ thì $y = 0$. Thay vào hai đáp án A và B thì chỉ có B thỏa.

Câu 13 Chọn B.

Ta có: $0 \leq \cos^2 3x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq y \leq 3$.

Mặt khác: $y = 1 \Leftrightarrow \cos^2 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3} \Rightarrow \min y = 1$

$y = 3 \Leftrightarrow \cos^2 3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \Rightarrow \max y = 3$

Câu 14 Chọn A.

Ta có: $-1 \leq \sin 2x \leq 1 \Rightarrow 2 \leq y \leq 1 + \sqrt{3}$

Mặt khác $\begin{cases} y = 2 \Leftrightarrow \sin 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \Rightarrow \min y = 2 \\ y = 1 + \sqrt{3} \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Rightarrow \max y = 1 + \sqrt{3} \end{cases}$

Câu 15 Chọn A.

Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow \frac{4}{3} \leq y \leq 4$, và $y = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow \min y = \frac{4}{3}$.

Câu 16 Chọn D.

Đặt $t = \sin^2 x, 0 \leq t \leq 1 \Rightarrow \cos 2x = 1 - 2t$

$\Rightarrow y = 2t + (1 - 2t)^2 = 4t^2 - 2t + 1 = \left(2t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$.

Do $0 \leq t \leq 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq 2t - \frac{1}{2} \leq \frac{3}{2} \Rightarrow 0 \leq \left(2t - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} \leq y \leq 3$.

Vậy: $\max y = 3$ đạt được khi $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$\min y = \frac{3}{4}$ đạt được khi $\sin^2 x = \frac{1}{4}$

Câu 17 Chọn C.

Áp dụng BĐT: $(ac + bd)^2 \leq (c^2 + d^2)(a^2 + b^2)$.

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

Ta có: $(3 \sin x + 4 \cos x)^2 \leq (3^2 + 4^2)(\sin^2 x + \cos^2 x) = 25$

$\Rightarrow -5 \leq 3 \sin x + 4 \cos x \leq 5 \Rightarrow -4 \leq y \leq 6$.

Vậy: $\max y = 6$, đạt được khi $\tan x = \frac{3}{4}$.

$\min y = -4$, đạt được khi $\tan x = -\frac{3}{4}$.

Câu 18 ▶ Chọn A.

Ta có: $y = 5 \sin(x + \alpha) - 1$ trong đó $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thỏa mãn $\begin{cases} \sin \alpha = \frac{4}{5} \\ \cos \alpha = \frac{3}{5} \end{cases}$
Suy ra $\min y = -6$; $\max y = 4$.

Câu 19 ▶ Chọn B.

Ta có: $y = 1 - \cos 2x + 3 \sin 2x - 2(1 + \cos 2x) = 3 \sin 2x - 3 \cos 2x - 1 = 3\sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$

Suy ra $\min y = -3\sqrt{2} - 1$; $\max y = 3\sqrt{2} - 1$.

Câu 20 ▶ Chọn A.

$$\begin{aligned} \sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} &\Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{4} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 2x + \frac{2\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{24} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Câu 21 ▶ Chọn B.

$$\sin(3x + 20^\circ) = \sin 80^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 20^\circ = 80^\circ + k360^\circ \\ 3x + 20^\circ = 180^\circ - 80^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 60^\circ + k360^\circ \\ 3x = 80^\circ + k360^\circ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 20^\circ + k120^\circ \\ x = 26^\circ 40' + k120^\circ \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 22 ▶ Chọn C.

$$\begin{aligned} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 0 &\Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \\ \Leftrightarrow \left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} - x\right) &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{6} - x + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = -\frac{5\pi}{6} + x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Câu 23 ▶ Chọn C.

$$\begin{aligned} \cos 10x + 2 \cos^2 4x + 6 \cos 3x \cos x &= \cos x + 8 \cos^3 3x \cos x \\ \Leftrightarrow \cos 10x + 1 + \cos 8x - 8 \cos^3 3x \cos x + 6 \cos 3x \cos x &= \cos x \\ \Leftrightarrow \cos 10x + \cos 8x + 1 - 2 \cos x [4 \cos^2 3x - 3 \cos 3x] &= \cos x \\ \Leftrightarrow 2 \cos 9x \cos x + 1 - 2 \cos x \cos 9x &= \cos x \\ \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Câu 24 ▶ Chọn B.

$$\begin{aligned} \cos \left[\frac{\pi}{8} (3x - \sqrt{9x^2 + 160x + 800}) \right] &= 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{8} (3x - \sqrt{9x^2 + 160x + 800}) = k2\pi \\ \Leftrightarrow \sqrt{9x^2 + 160x + 800} &= 3x - 16k \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 16k \geq 0 \\ 9x^2 + 160x + 800 = 9x^2 - 96kx + 256k^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{16k}{3} \\ x = \frac{8k^2 - 25}{3k + 5} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{16k}{3} \\ 9x = 24k - 40 - \frac{25}{3k + 5} \end{cases} \end{aligned}$$

Vì $x, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3k + 5 = \pm 1; \pm 5; \pm 25$ và $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = -2; 0; -10$

Với $k = -2$ thì $x = -7 > -\frac{16k}{3} = -\frac{32}{3} \Rightarrow x = -7$ (nhận)

Với $k = 0$ thì $x = -5 < 0 = \frac{16k}{3} \Rightarrow x = -5$ (loại)

Với $k = -10$ thì $x = -31 > -\frac{160}{3} = \frac{16k}{3} \Rightarrow x = -31$ (nhận)

Vậy phương trình có 2 nghiệm nguyên là $x = -7, x = -31$.

Câu 25 ▶ Chọn B.

$$2 \cos 2x + 9 \sin x - 7 = 0 \Leftrightarrow 2(1 - 2 \sin^2 x) + 9 \sin x - 7 = 0 \Leftrightarrow 4 \sin^2 x - 9 \sin x + 5 = 0$$

Đặt $t = \sin x$ ($t \in [-1; 1]$)

$$\text{Phương trình đã cho trở thành: } 4t^2 - 9t + 5 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \text{ hay } t = \frac{5}{4} \text{ (loại)}$$

So sánh điều kiện ta được $t = 1$

Thay vào cách đặt ta được

$$t = 1 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 26 ▶ Chọn B.

Đặt $x + \frac{\pi}{4} = t$. Ta được:

$$\sin^3\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \sqrt{2} \sin x \Leftrightarrow \sin^3 t = \sqrt{2} \sin\left(t - \frac{\pi}{4}\right) = \sin t - \cos t$$

$$\Leftrightarrow \sin t(1 - \sin^2 t) - \cos t = 0 \Leftrightarrow \cos t(\sin t \cos t - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos t = 0 \\ \sin 2t = 2(\text{VN}) \end{cases} \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 27 ▶ Chọn A.

Với $\cos x = 0$ ta thấy hai vế đều bằng 1. Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Trường hợp $\cos x \neq 0$, chia hai vế cho $\cos^2 x$ ta được:

$$3 - 4 \tan x + \tan^2 x = 1 + \tan^2 x \Leftrightarrow 4 \tan x = 2 \Leftrightarrow \tan x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \arctan \frac{1}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, và $x = \arctan \frac{1}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 28 ▶ Chọn D.

$$2 \sin 2x - \cos 2x = 7 \sin x + 2 \cos x - 4 \Leftrightarrow 4 \sin x \cos x - 2 \cos x - (1 - 2 \sin^2 x) - 7 \sin x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos x(2 \sin x - 1) + 2 \sin^2 x - 7 \sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow 2 \cos x(2 \sin x - 1) + (2 \sin x - 1)(\sin x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2 \sin x - 1)(2 \cos x + \sin x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \sin x - 1 = 0 \\ 2 \cos x + \sin x = 3 \text{ (VN)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 29 ▶ Chọn D.

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 4 \sin x = 2 + \sqrt{2}(1 - \sin x)$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos 2x \cos \frac{\pi}{4} + 4 \sin x = 2 + \sqrt{2}(1 - \sin x)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}(1 - 2 \sin^2 x) + 4 \sin x = 2 + \sqrt{2}(1 - \sin x)$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{2} \sin^2 x - (\sqrt{2} + 4) \sin x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \\ \sin x = \sqrt{2} \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 30 ▶ Chọn A.

$$\sqrt{\sin x} + \sin x + \sin^2 x + \cos x = 1 \Leftrightarrow \sqrt{\sin x} + \sin x - \cos^2 x + \cos x = 0$$

Đặt $t = \sqrt{\sin x}$ ($0 \leq t \leq 1$)

$$\text{Ta được: } t^2 + t - \cos^2 x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \cos x - 1 \\ t = -\cos x \end{cases}$$

$$*t = \cos x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \sin x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = k2\pi$$

$$*t = -\cos x \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \leq 0 \\ \sin x = \cos^2 x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \leq 0 \\ \sin x = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \sin \alpha \end{cases} \Leftrightarrow x = \pi - \alpha + k2\pi.$$

Vậy phương trình có 2 họ nghiệm: $x = k2\pi, x = \pi - \alpha + k2\pi.$

CHUYÊN ĐỀ 2: PHÉP ĐẾM - NHỊ THỨC NEWTON - XÁC SUẤT

A BÀI KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

- Câu 1.** Một chi đoàn học sinh có 10 nam và 8 nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần cử một đoàn viên đi làm công tác của trường. Hỏi giáo viên có bao nhiêu cách chọn?
- A. 18 cách. B. 16 cách. C. 10 cách. D. 8 cách.
- Câu 2.** Xét bộ số $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7)$ gồm 7 chữ số lấy từ $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ thỏa mãn: a_3 chẵn; a_7 không chia hết cho 5; a_4, a_5, a_6 đôi một khác nhau. Có bao nhiêu bộ số như vậy?
- A. 2880. B. 2880000 C. 288000. D. 28800.
- Câu 3.** Tìm số các ước số dương của số $A = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^7 \cdot 7^6$?
- A. 11200. B. 1120. C. 160. D. 280.
- Câu 4.** Tìm số các ước số dương không nhỏ hơn 1000 của số 490000?
- A. 4. B. 8. C. 16. D. 32.
- Câu 5.** Ở một trường THPT, khối 11 có 250 học sinh nam và 270 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai học sinh gồm một nam và một nữ đi tham gia chiến dịch mùa hè xanh của thành phố?
- A. 250. B. 270. C. 520. D. 67500.
- Câu 6.** Dãy $(x_1, x_2, \dots, x_{10})$ trong đó mỗi kí tự x_i chỉ nhận giá trị 0 hoặc 1 được gọi là dãy nhị phân 10 bit. Hỏi có bao nhiêu dãy nhị phân 10 bit?
- A. 100. B. 1000. C. 2^{11} . D. 2^{10} .
- Câu 7.** Biển số xe ở thành phố X có cấu tạo như sau:
Phần đầu là hai chữ cái trong bảng chữ cái tiếng Anh (có 26 chữ cái).
Phần đuôi là 5 chữ số lấy từ $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$. Ví dụ: HA 135.67.



Hỏi có thể tạo được bao nhiêu biển số xe theo cấu tạo như trên?

- A. $26^2 \cdot 10^4$ B. $26 \cdot 10^5$ C. $26^2 \cdot 10^5$ D. $26^2 \cdot 10^2$

Câu 8. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 ta có thể tạo thành bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số, trong đó chữ số 1 xuất hiện đúng 3 lần, ba chữ số 2, 3, 4 xuất hiện đúng 1 lần.

- A. 120. B. 24. C. 360. D. 384.

Câu 9. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số, đôi một khác nhau và đều lớn hơn 5?

- A. 120. B. 24. C. 360. D. 384.

Câu 10. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số đôi một khác nhau và bé hơn 3000?

- A. 12. B. 648. C. 3840. D. 504.

Câu 11. Có bao nhiêu số chẵn gồm 5 chữ số đôi một khác nhau trong đó nhất thiết phải có mặt 2 chữ số 1 và 2 và hai chữ số này luôn đứng cạnh nhau?

- A. 2240. B. 1230. C. 444. D. 60.

Câu 12. Cô giáo chia 4 quả táo, 3 quả cam và 2 quả chuối cho 9 cháu (mỗi cháu một quả). Hỏi có bao nhiêu cách chia khác nhau?

- A. 1160. B. 1260. C. 1360. D. 1460.

Câu 13. Một đoàn đại biểu gồm bốn học sinh được chọn từ một tổ gồm 5 nam và 4 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho trong đó có ít nhất một nam và ít nhất một nữ?

- A. 100. B. 90. C. 110. D. 120.

Câu 14. Từ tập hợp gồm 10 điểm nằm trên một đường tròn, vẽ được bao nhiêu tam giác?

- A. 100. B. 110. C. 120. D. 130.

Câu 15. Từ tập hợp gồm 10 điểm nằm trên một đường tròn, vẽ được bao nhiêu đa giác?

- A. 968. B. 869. C. 988. D. 698.

Câu 16. Một đa giác lồi 20 cạnh có bao nhiêu đường chéo?

- A. 200. B. 190. C. 180. D. 170.

Câu 17. Có bao nhiêu tập con của tập hợp gồm 4 điểm phân biệt?

- A. 14. B. 16. C. 18. D. 20.

Câu 18. Ba quả cầu được đặt vào ba cái hộp khác nhau (không nhất thiết hộp màu nào cũng có quả cầu). Hỏi có bao nhiêu cách đặt nếu các quả cầu giống hết nhau (không phân biệt)?

- A. 10. B. 15. C. 20. D. 25.

Câu 19. Biết $C_n^{12} = C_n^8$. Hỏi C_n^{17} bằng bao nhiêu?

- A. 1140. B. 680. C. 171. D. 1412.



B HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 Chọn A.

Công việc A là: Chọn một đoàn viên đi làm công tác.

Để thực hiện công việc này, giáo viên có thể chọn một trong 2 phương án: Chọn một đoàn viên là nam hay chọn một đoàn viên là nữ.

Số cách chọn một đoàn viên là nam có 10 cách chọn.

Số cách chọn một đoàn viên là nữ có 8 cách chọn.

Vậy số cách chọn một đoàn viên đi làm công tác là: $10 + 8 = 18$ cách.

Câu 2 Chọn B.

Ta có:

+ a_3 chẵn nên có 5 cách chọn.

+ a_7 không chia hết cho 5 nên có 8 cách chọn.

+ a_4, a_5, a_6 lần lượt có 10, 9, 8 cách chọn.

+ a_1, a_2 lần lượt có 10 cách chọn.

Vậy tất cả có $5.8.10.9.8.10.10 = 2880000$ bộ số.

Chú ý: để yêu cầu chỉ có a_4, a_5, a_6 khác nhau đôi một thôi.

Câu 3 Chọn B.

Gọi u là một ước số dương của A, ta có u có dạng: $u = 2^m \cdot 3^n \cdot 5^p \cdot 7^q$ trong đó m, n, p, q là các số nguyên, $0 \leq m \leq 3, 0 \leq n \leq 4, 0 \leq p \leq 7, 0 \leq q \leq 6$.

Do đó: m có 4 cách chọn; n có 5 cách chọn; p có 8 cách chọn và q có 7 cách chọn.

Vậy tất cả có $4.5.8.7 = 1120$ (ước số u).

Câu 4 Chọn C.

Ta có: $1000 = 10^3 = 2^3 \cdot 5^3$ và $490000 = 7^2 \cdot 10^4 = 2^4 \cdot 5^4 \cdot 7^2$

Gọi u là một ước số dương của 490000 và $u \geq 1000$, ta có u có dạng: $u = 2^m \cdot 5^n \cdot 7^p$ trong đó m, n, p là các số nguyên, $3 \leq m \leq 4, 3 \leq n \leq 4, 0 \leq p \leq 3$.

Do đó: m có 2 cách chọn; n có 2 cách chọn; p có 4 cách chọn.

Vậy tất cả có $2.2.4 = 16$ (ước số u).

Câu 5 Chọn D.

Chọn hai học sinh đi có 2 bước:

+ Chọn một học sinh nam đi có 250 cách.

+ Chọn một học sinh nữ đi có 270 cách.

Vậy có tất cả là $250 \cdot 270 = 67500$ cách chọn.

Câu 6 ▶ Chọn D.

Mỗi kí tự x_i ($i = 1; 2; \dots; 10$) có 2 cách chọn nên có 2^{10} dãy nhị phân 10 bit.

Câu 7 ▶ Chọn C.

Để tạo một biển số xe ta thực hiện các bước:

+ Chọn hai chữ cái cho phần đầu có 26^2 (mỗi chữ có 26 cách chọn).

+ Chọn 5 chữ số cho phần đuôi có 10^5 (mỗi chữ số có 10 cách chọn).

Vậy có thể tạo được $26^2 \cdot 10^5$ biển số xe.

Câu 8 ▶ Chọn A.

Thêm vào hai chữ số 1 vào tập hợp các chữ số đã cho ta được tập $E = \{1, 1, 1, 2, 3, 4\}$

Xem các số 1 là khác nhau thì mỗi hoán vị của 6 phần tử của E cho ta một số có 6 chữ số thỏa mãn bài toán. Như vậy ta có $6!$ số. Tuy nhiên khi hoán vị của ba số 1 cho nhau thì giá trị con số không thay đổi nên mỗi số như vậy ta đếm chúng đến $3!$ lần. Vậy số các số thỏa yêu cầu bài toán là $\frac{6!}{3!} = 4 \cdot 5 \cdot 6 = 120$ số.

Câu 9 ▶ Chọn B.

Mỗi số tự nhiên gồm 4 chữ số thỏa mãn yêu cầu bài toán là một hoán vị của 4 chữ số 6, 7, 8, 9. Vậy số các số tạo thành là $4! = 24$ số.

Câu 10 ▶ Chọn D.

+ Số chẵn dạng $\overline{1abc}$ có $5 \cdot A_8^2 = 280$ số.

+ Số chẵn dạng $\overline{2abc}$ có $4 \cdot A_8^2 = 224$ số.

Vậy có tất cả $280 + 224 = 504$ số thỏa mãn ycbt.

Câu 11 ▶ Chọn B.

Ta có các trường hợp sau:

* $\overline{12cde}$: e có 4 cách chọn; cd có $A_7^2 = 42$ cách chọn.

⇒ Có $4 \cdot 42 = 168$ số chẵn dạng $\overline{12cde}$.

* Tương tự có 168 số chẵn dạng $\overline{21cde}$.

* $\overline{a12de}$:

+ $e = 0$: Có $A_7^2 = 42$ cách chọn hai số a, d .

+ $e \neq 0$: Có 3 cách chọn e .



Có 6 cách chọn a .

Có 6 cách chọn d .

Vậy có $42 + 3.6.6 = 150$ số dạng $\overline{a12de}$.

* Tương tự có 150 số dạng $\overline{ab12e}$; có 150 số dạng $\overline{a21de}$; có 150 số dạng $\overline{ab21e}$.

* $\overline{abc12}$:

+ a có 7 cách chọn.

+ bc có $A_7^2 = 42$ cách chọn.

\Rightarrow Có 294 số dạng $\overline{abc12}$.

Tóm lại: Có tất cả là: $2.168 + 4.150 + 294 = 1230$ số thỏa YCBT.

Câu 12 ▶ Chọn B.

Đầu tiên coi các quả là khác nhau. Do vậy có $9!$ cách chia. Nhưng các quả cùng loại (táo, cam, chuối) là giống nhau, nên nếu các cháu có cùng loại quả đổi cho nhau thì vẫn chỉ là một cách chia. Vì vậy, số cách chia là $\frac{9!}{4!3!2!} = 1260$.

Có thể giải theo cách khác như sau:

Chọn 4 trong 9 cháu để phát táo. Có C_9^4 cách.

Chọn 3 trong 5 cháu còn lại để phát cam. Có C_5^3 cách.

Chuối sẽ phát cho hai cháu còn lại. Vậy có $C_9^4 \cdot C_5^3 = 1260$.

Câu 13 ▶ Chọn D.

Kí hiệu X là tập hợp các đoàn đại biểu. A, B lần lượt là tập các đoàn đại biểu gồm toàn nam và nữ. Theo bài ra, cần tìm:

$$n[X \setminus (A \cup B)] = n(X) - n(A \cup B) = n(X) - n(A) - n(B)$$

$$\text{Ta có: } n(X) = C_9^4, n(A) = C_5^4, n(B) = C_4^4$$

$$\text{Vậy } n[X \setminus (A \cup B)] = C_9^4 - C_5^4 - C_4^4 = 120.$$

Câu 14 ▶ Chọn C.

Cứ ba điểm vẽ được một tam giác. Vì vậy có thể vẽ được $C_{10}^3 = 120$ tam giác.

Câu 15 ▶ Chọn A.

Số đa giác vẽ được là tổng cộng của số tam giác, tứ giác, ngũ giác, ..., thập giác. Do đó có thể vẽ được $C_{10}^3 + C_{10}^4 + C_{10}^5 + C_{10}^6 + C_{10}^7 + C_{10}^8 + C_{10}^9 + C_{10}^{10} = 968$ đa giác.

Câu 16 ▶ Chọn D.

Số đoạn nối hai đỉnh của đa giác đã cho là C_{20}^2 , số cạnh của đa giác là 20. Vậy số đường chéo là $C_{20}^2 - 20 = 170$.

Câu 17 ▶ Chọn B.

Số tập con của tập hợp gồm bốn điểm là: $C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = 16$.

Câu 18 ▶ Chọn A.

Trong trường hợp này, số cách đặt hàng bằng số các nghiệm (x_1, x_2, x_3) nguyên, không âm của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 = 3$. Từ đó đáp số cần tìm là $C_5^2 = 10$.

Câu 19 ▶ Chọn A.

$$C_n^{12} = C_n^8 \Leftrightarrow \frac{n!}{12!(n-12)!} = \frac{n!}{8!(n-8)!} \quad (n \geq 2)$$

$$\Leftrightarrow (n-8)(n-9)(n-10)(n-11) = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \Leftrightarrow n=20 \Rightarrow C_{20}^{17} = 1140$$

Câu 20 ▶ Chọn B.

$$\text{Điều kiện } n \geq 6 \Rightarrow 52n^2 - 628n + 1440 = 0 \Leftrightarrow n = 9 \text{ hay } n = \frac{40}{3}$$

Câu 21 ▶ Chọn B.

$$\text{Điều kiện } n \geq 2 \Leftrightarrow n(n-1)n = 48 \Leftrightarrow n^3 - n^2 - 48 = 0 \Leftrightarrow n = 4.$$

Câu 22 ▶ Chọn A.

Số hạng chứa x^7 là $(C_3^0 \cdot C_6^2 (-b)^2 + C_3^1 a \cdot C_6^1 (-b) + C_3^2 a^2 \cdot C_6^0) x^7$.

Số hạng chứa x^8 là $(C_3^0 \cdot C_6^1 (-b) + C_3^1 a \cdot C_6^0) x^8$.

Theo đề bài, ta có:

$$\begin{cases} 15b^2 - 18ab + 3a^2 = -9 \\ -6b + 3a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2b \\ b^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ a = -2 \\ b = -1 \end{cases}$$

Câu 23 ▶ Chọn D.

$$\text{Ta có: } \left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^n = C_n^0 (x^2)^n + C_n^1 (x^2)^{n-1} \left(-\frac{2}{x}\right) + C_n^2 (x^2)^{n-2} \left(-\frac{2}{x}\right)^2 + \dots$$

Theo giả thiết, ta có:

$$C_n^0 - 2C_n^1 + 4C_n^2 = 97$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2n + 2n(n-1) - 97 = 0$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 2n - 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 8 \\ n = -6 \text{ (l)} \end{cases}$$



Vậy $n = 8$. Từ đó ta có:
$$\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k (x^2)^{8-k} \left(-\frac{2}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^8 (-2)^k \cdot C_8^k \cdot x^{16-3k}.$$

Như vậy, ta phải có $16 - 3k = 4 \Leftrightarrow k = 4$. Do đó hệ số của số hạng chứa x^4 là $(-2)^4 \cdot C_8^4 = 1120$.

Câu 24 ▶ Chọn A.

Ta có:

$$(1 + 2x + 3x^2)^{10} = [(1 + 2x) + 3x^2]^{10} = C_{10}^0 (1 + 2x)^{10} + C_{10}^1 (1 + 2x)^9 \cdot 3x^2 + C_{10}^2 (1 + 2x)^8 \cdot (3x^2)^2 + \dots$$

Hệ số x^4 là $C_{10}^0 C_{10}^4 \cdot 2^4 + 3C_{10}^1 C_9^2 \cdot 2^2 + 9C_{10}^2 C_8^0 = 8085$.

Câu 25 ▶ Chọn D.

Hệ số thứ 11 của khai triển là $C_n^{11} 2^{10} = a_{10}$

Hệ số thứ 12 của khai triển là $C_n^{11} 2^1 = a_{11}$

Hệ số thứ 10 của khai triển là $C_n^{11} 2^9 = a_9$

Giải hệ
$$\begin{cases} a_{10} > a_9 \\ a_{10} > a_{11} \end{cases} \Rightarrow 14 < n < \frac{31}{2} \Rightarrow n = 15.$$

Câu 26 ▶ Chọn A.

Để ý số phức i có $i^2 = -1$

Ta có: $(1 + i)^{2013} = C_{2013}^0 + C_{2013}^1 i + C_{2013}^2 i^2 + \dots + C_{2013}^{2012} i^{2012} + C_{2013}^{2013} i^{2013}$

- Vì $i^{4m} = 1, i^{4m+1} = i, i^{4m+2} = -1, i^{4m+3} = -i$ và $2013 = 4 \cdot 503 + 1$, suy ra:

$$(1 + i)^{2013} = (C_{2013}^0 - C_{2013}^2 + C_{2013}^4 - C_{2013}^6 + \dots - C_{2013}^{2012}) + (C_{2013}^1 + C_{2013}^3 + C_{2013}^5 + \dots + C_{2013}^{2013})i \quad (1)$$

- Vì $(1 + i)^2 = 2i \Rightarrow (1 + i)^{2013} = (1 + i)^{4 \cdot 503 + 1}$

$$\Rightarrow (1 + i)^{2013} = (-2^2)^{503} (1 + i) = -2^{1006} (1 + i) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$S = C_{2013}^0 - C_{2013}^2 + C_{2013}^4 - C_{2013}^6 + \dots - C_{2013}^{2010} + C_{2013}^{2012} = -2^{1006}.$$

Câu 27 ▶ Chọn A.

Ta có: $(x^2 + 1)^n = C_n^0 x^{2n} + C_n^1 x^{2n-2} + C_n^2 x^{2n-4} + \dots + C_n^n$

$(x + 2)^n = C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} \cdot 2 + C_n^2 x^{n-2} \cdot 2^2 + \dots + C_n^n \cdot 2^n$

Vậy $(x^2 + 1)^n (x + 2)^n = \dots + [2C_n^1 C_n^1 + 2^3 C_n^3 C_n^0] x^{3n-3} + \dots$

Vậy $n = 3$.



Câu 28 Chọn C.

Số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = 9^3$.

Gọi A là biến cố “số tự nhiên tạo thành là số chẵn”.

Gọi $x = \overline{abc} \in \Omega_A$. Ta có c có 4 cách chọn, b có 9 cách chọn và a có 9 cách chọn nên $|\Omega_A| = 4 \cdot 9^2$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{4 \cdot 9^2}{9^3} = \frac{4}{9}.$$

Câu 29 Chọn A.

Không gian mẫu $\Omega = \{1, 2, \dots, 20\}$. Kí hiệu A là biến cố tương ứng với yêu cầu đề bài.

$$A = \{2, 4, 6, \dots, 20\}, n(A) = 10, n(\Omega) = 20 \Rightarrow P(A) = \frac{10}{20} = 0,5.$$

Câu 30 Chọn C.

Không gian mẫu $\Omega = \{1, 2, \dots, 20\}$. Kí hiệu A là biến cố tương ứng với yêu cầu đề bài.

$$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}, P(A) = \frac{6}{20} = 0,3.$$

CHUYÊN ĐỀ 3: PHÉP BIẾN HÌNH

A BÀI KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

Câu 1. Cho phép biến hình F biến điểm $M(x; y)$ thành $M'(x'; y')$ sao cho

$$\begin{cases} x' = \frac{x-3y}{2} \\ y' = \frac{3x+y}{2} \end{cases}$$

Ảnh của $M(2; -1)$ qua phép biến hình F là điểm nào sau đây?

- A. $M'(1; 1)$ B. $M'\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ C. $M'\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$ D. Kết quả khác

Câu 2. Chọn khẳng định đúng.

- A. Phép biến hình có tính chất biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
 B. Phép biến hình luôn biến đường tròn thành đường tròn.
 C. Phép chiếu vuông góc lên đường thẳng là phép biến hình biến đường tròn thành đoạn thẳng.
 D. Trong phép biến hình không có điểm bất động.

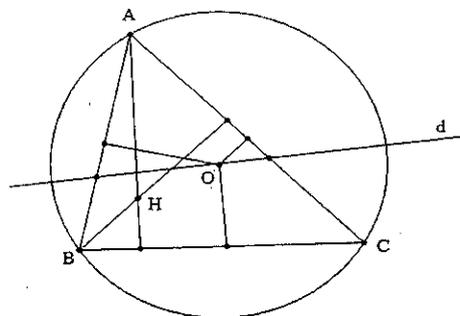


Câu 3. Phép biến hình biến điểm M thành điểm M' thì với mỗi điểm M có:

- A. Ít nhất một điểm M' tương ứng.
- B. Không quá một điểm M' tương ứng.
- C. Vô số điểm M' tương ứng.
- D. Duy nhất một điểm M' tương ứng.

Câu 4. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) . Qua O kẻ đường thẳng d . Quy tắc nào sau đây là một phép biến hình:

- A. Quy tắc biến O thành giao điểm của d với các cạnh tam giác ABC .
- B. Quy tắc biến O thành giao điểm của d với đường tròn (O) .
- C. Quy tắc biến O thành hình chiếu của O trên các cạnh của tam giác ABC .
- D. Quy tắc biến O thành trực tâm H , biến H thành O và các điểm khác H và O thành chính nó.



Câu 5. Cho hai đường thẳng $d: x + y - 1 = 0, d': x + y = 0$ và 3 vectơ $\vec{U} = (4; 3), \vec{V} = (4; -3), \vec{W} = (-4; 3)$, phép tịnh tiến bảo biến d thành d' ?

- A. \vec{W}
- B. \vec{V}
- C. \vec{U}
- D. Một vectơ khác.

Câu 6. Trong mặt phẳng (xOy) , cho 4 phép biến hình:

- Phép biến hình F_1 biến điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(-y; x)$
- Phép biến hình F_2 biến điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(y; -x)$
- Phép biến hình F_3 biến điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(y; x)$
- Phép biến hình F_4 biến điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(2x; 2y)$

Phép biến hình nào trong các phép biến hình trên là phép dời hình?

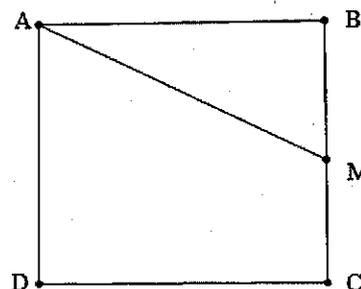
- A. F_1
- B. F_2
- C. F_3
- D. F_4

Câu 7. Đường tròn (C') nào sau đây là ảnh của đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-3)^2 = 9$ trong một phép dời hình?

- A. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 1$
- B. $(x+1)^2 + (y+3)^2 = 4$
- C. $x^2 + y^2 = 9$
- D. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$

Câu 8. Cho hình vuông $ABCD$ có M là trung điểm của BC . Phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} biến M thành A thì \vec{v} bằng:

- A. $\frac{1}{2}\overline{AD} + \overline{DC}$
- B. $\overline{AC} + \overline{AB}$
- C. $\frac{1}{2}\overline{CB} - \overline{AB}$
- D. $\frac{1}{2}\overline{CB} + \overline{AB}$





Câu 9. Tam giác đều có bao nhiêu trục đối xứng?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 10. Hình chữ nhật có bao nhiêu trục đối xứng?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

Câu 11. Hình vuông có bao nhiêu trục đối xứng?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

Câu 12. Qua phép đối xứng trục $x'x$, đường thẳng $d: 2x - 3y - 1 = 0$ cho ảnh là đường thẳng nào sau đây?

- A. $2x + 3y - 1 = 0$ B. $-2x - 3y + 1 = 0$ C. $-2x + 3y - 1 = 0$ D. $3x - 2y - 1 = 0$

Câu 13. Qua phép đối xứng trục $x'x$, đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ cho ảnh là đường tròn nào sau đây?

- A. $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$ B. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$
C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ D. Kết quả khác.

Câu 14. Trong phép đối xứng tâm O, đường thẳng $d: x + y - 1 = 0$ có ảnh là đường thẳng nào sau đây?

- A. $x + y + 1 = 0$ B. $x - y + 1 = 0$ C. $-x + y + 1 = 0$ D. $-x - y + 1 = 0$

Câu 15. Trong phép đối xứng tâm O, đường tròn $(C'): (x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 4$ là ảnh của đường tròn nào sau đây?

- A. $(x + 5)^2 + (y + 3)^2 = 4$ B. $(x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 4$
C. $(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 4$ D. Kết quả khác.

Câu 16. Trong phép đối xứng tâm D_I với $I(4; -3)$, điểm $M(5; -2)$ có ảnh là điểm nào sau đây?

- A. $M'(3; 4)$ B. $M'(-5; 2)$ C. $M'(-3; 4)$ D. $M'(3; -4)$

Câu 17. Trong phép đối xứng D với $I(4; -3)$, ảnh của đường thẳng $d: x + y - 1 = 0$ là đường thẳng nào sau đây?

- A. $x + y - 5 = 0$ B. $x - y + 5 = 0$ C. $x + y + 15 = 0$ D. $x + y - 15 = 0$

Câu 18. Trong mặt phẳng Oxy , phép đối xứng trục $D_{x'x}$ biến điểm $M(3; -2)$ thành điểm M' , phép tịnh tiến theo $\vec{V} = (1; 3)$ biến M' thành M'' , phép đối xứng tâm D_O biến điểm M'' thành M''' có tọa độ nào sau đây?

- A. $(4; 5)$ B. $(-4; 5)$ C. $(4; -5)$ D. $(-4; -5)$

Câu 19. Cho tam giác đều ABC tâm O. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB . Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $Q_{(O,120^\circ)}(\triangle ODC) = \triangle OFA$

B. $Q_{(O,-120^\circ)}(\triangle AOF) = \triangle COE$

C. $Q_{(O,120^\circ)}(\triangle AOB) = \triangle AOC$

D. $Q_{(O,-60^\circ)}(\triangle OFE) = \triangle ODE$

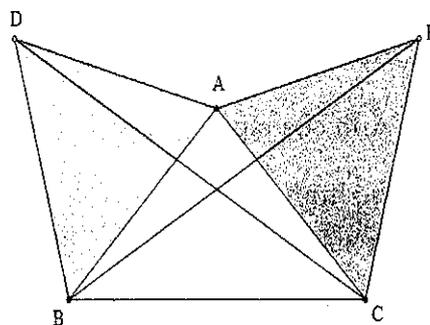
Câu 20. Dựng ra phía ngoài tam giác vuông cân ABC đỉnh A các tam giác đều ABD và ACE . Góc giữa hai đường thẳng BE và CD là:

A. 90°

B. 60°

C. 45°

D. 30°



Câu 21. Trong phép quay $Q_O^{60^\circ}$, điểm $M(1;0)$ cho ảnh là điểm nào sau đây?

A. $M'(-1;0)$

B. $M'\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

C. $M'\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$

D. Kết quả khác.

Câu 22. Cho hai đường tròn bằng nhau có tâm lần lượt là O, O' , biết chúng tiếp xúc ngoài, một phép quay tâm I và góc quay $\frac{\pi}{2}$ biến đường tròn (O) thành đường tròn (O') . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. I nằm trên đường tròn đường kính OO'

B. I nằm trên đường trung trực đoạn OO'

C. I là giao điểm của đường tròn đường kính OO' và trung trực đoạn OO'

D. Có hai tâm I của phép quay thỏa mãn điều kiện đầu bài.

Câu 23. Phép quay $Q_{(I,\varphi)}$ biến đường thẳng $d: 2x - 3y + 5 = 0$ thành đường thẳng $d': 3x + 2y + 5 = 0$. φ có giá trị nào sau đây?

A. $\frac{\pi}{3}$

B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{6}$

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $3x + y + 6 = 0$. Qua phép vị tự tâm $O(0;0)$ tỉ số $k = 2$, đường thẳng d biến thành đường thẳng d' có phương trình:

A. $-3x + y - 6 = 0$

B. $-3x + y + 12 = 0$

C. $3x - y + 12 = 0$

D. $3x + y + 18 = 0$

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường (C) có phương trình: $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$. Qua phép vị tự tâm $H(1;3)$ tỉ số $k = -2$, đường tròn (C) biến thành đường tròn (C') có phương trình:

A. $x^2 + y^2 + 2x - 30y + 60 = 0$

B. $x^2 + y^2 - 2x - 30y + 62 = 0$

C. $x^2 + y^2 + 2x - 30y + 62 = 0$

D. $x^2 + y^2 - 2x - 30y + 60 = 0$

Câu 26. Cho nửa đường tròn đường kính AB và một điểm M di chuyển trên nửa đường tròn. Về phía ngoài đường tròn, dựng hình vuông $BMPN$. Cho P là ảnh của M trong phép đồng dạng tâm B , góc -45° , tỉ số $\sqrt{2}$. Tập hợp tâm I của hình vuông là?

- A. Ảnh của tập hợp điểm P trong phép vị tự tâm B , tỉ số $k = -\frac{1}{2}$.
 B. Ảnh của tập hợp điểm P trong phép vị tự tâm B , tỉ số $k = \frac{1}{2}$.
 C. Ảnh của tập hợp điểm P trong phép vị tự tâm A , tỉ số $k = \frac{1}{2}$.
 D. Ảnh của tập hợp điểm P trong phép vị tự tâm A , tỉ số $k = -\frac{1}{2}$.

Câu 27. Cho hình chữ nhật $ABCD$, tâm O . E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD . Phép vị tự biến hình chữ nhật $AEOF$ thành hình chữ nhật $ABCD$ là?

- A. Phép vị tự tâm A , tỉ số $k = 2$.
 B. Phép vị tự tâm B , tỉ số $k = 2$.
 C. Phép vị tự tâm A , tỉ số $k = -2$.
 D. Phép vị tự tâm B , tỉ số $k = -2$.

Câu 28. Trong mặt phẳng Oxy , thực hiện liên tiếp phép đối xứng trục Oy và phép quay tâm O góc quay 90° biến điểm $M(1;1)$ thành điểm M'' . Tọa độ M'' là:

- A. $(-1;1)$ B. $(-1;-1)$ C. $(1;-1)$ D. $(-\sqrt{2};-\sqrt{2})$.

Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép đồng dạng F hợp thành với phép vị tự tâm $O(0;0)$ tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép đối xứng trục Ox biến điểm $M(4;2)$ thành điểm có tọa độ:

- A. $(2;-1)$ B. $(8;1)$ C. $(4;-2)$ D. $(8;4)$

Câu 30. Cho tam giác ABC , các trung tuyến AA', BB', CC' giao nhau tại trọng tâm G . Ảnh của đường cao kẻ từ đỉnh A trong phép vị tự trọng tâm G , tỉ số $k = -\frac{1}{2}$ là?

- A. Trung trực của cạnh BC .
 B. Trung trực của cạnh AC .
 C. Trung trực của cạnh AB .
 D. Trung trực của cạnh GA .

B HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 Chọn C.

Ta chỉ cần thay $x = 2, y = -1$ vào $\begin{cases} x' = \frac{x-3y}{2} \\ y' = \frac{3x+y}{2} \end{cases}$ sẽ tính ra được $M' \left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2} \right)$.

Câu 2 Chọn C.

Xem lại lý thuyết.

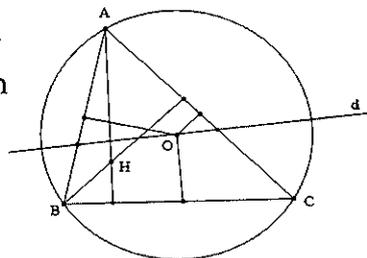
Câu 3 Chọn D.

Quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M của mặt phẳng với một điểm xác định duy nhất M' của mặt phẳng đó gọi là phép biến hình trong mặt phẳng.



Câu 4 Chọn D.

Các quy tắc A, B, C đều biến O thành nhiều hơn một điểm nên đó không phải là phép biến hình. Quy tắc D biến O thành điểm H duy nhất nên đó là phép biến hình.



Câu 5 Chọn A.

Chọn vectơ tịnh tiến theo $\vec{w} = (-4; 3)$ thì $d: x + y - 1 = 0$ biến thành $d': x + y = 0$.

Câu 6 Chọn C.

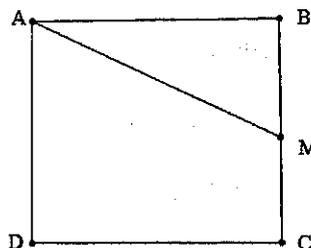
Phép biến hình biến $M(x; y)$ thành $M'(x'; y')$ không thay đổi khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ (phép đối xứng qua đường phân giác $y = x$).

Câu 7 Chọn C.

Chọn C vì phép dời hình biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính $R = 3$.

Câu 8 Chọn C.

$$\vec{MA} = \vec{MB} + \vec{BA} = \frac{1}{2}\vec{CB} - \vec{AB}.$$



Câu 9 Chọn D.

Tam giác đều có 3 trục đối xứng là 3 đường cao trong tam giác.

Câu 10 Chọn C.

Hình chữ nhật có 2 trục đối xứng là hai đường thẳng lần lượt nối trung điểm hai cạnh đối.

Câu 11 Chọn D.

Hình vuông có 4 trục đối xứng vì có thêm hai đường chéo.

Câu 12 Chọn A.

Qua phép đối xứng trục $x'x$, đường thẳng $d: 2x - 3y - 1 = 0$ cho ảnh là đường thẳng $d': 2x - 3(-y) - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 1 = 0$.

Câu 13 Chọn B.

Qua phép đối xứng trục $x'x$, đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ cho ảnh là đường tròn $(C'): (x-1)^2 + (-y-2)^2 = 4 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$

Câu 14 ▶ Chọn D.

Qua phép đối xứng, $M'(-x; -y)$ nên $d: x+y-1=0$ cho ảnh $d': -x-y-1=0 \Leftrightarrow x+y+1=0$.

Câu 15 ▶ Chọn A.

Đường tròn $(C'): (x-5)^2 + (y-3)^2 = 4$ có tâm $I'(3; 5), R'=2$ là ảnh qua phép đối xứng tâm O của đường tròn $(C), I(-3; -5), R=2$ với phương trình $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 4$

Câu 16 ▶ Chọn D.

Qua phép đối xứng tâm $I(4; -3)$ thì $M(5; -2)$ cho ảnh $M'(x'; y')$ với:

$$\overline{IM'} = \overline{MI} \Leftrightarrow \begin{cases} x'-4 = 4-5 \\ y'+3 = -3+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 3 \\ y' = -4. \end{cases}$$

Câu 17 ▶ Chọn C.

Qua phép đối xứng tâm $I(4; -3)$ thì $M(x; y)$ cho ảnh $M'(x'; y')$ với $\begin{cases} x = -8 - x' \\ y = -6 - y' \end{cases}$ nên đường thẳng $d: x+y-1=0$ cho ảnh $d': -8-x'-6-y'-1=0$ hay $x+y+15=0$.

Câu 18 ▶ Chọn D.

Qua phép đối xứng trục $x'x, M(3; -2)$ cho ảnh $M'(3; 2)$. Qua phép tịnh tiến theo $\vec{V} = (1; 3)$ cho ảnh $M''(x''; y'')$ với $\overline{M'M''} = \vec{V} \Rightarrow \begin{cases} x''-3=1 \\ y''-2=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x''=4 \\ y''=5 \end{cases} \Rightarrow M''(4; 5)$

Qua phép đối xứng tâm O, $M''(4; 5)$ cho ảnh $M'''(-4; -5)$.

Câu 19 ▶ Chọn B.

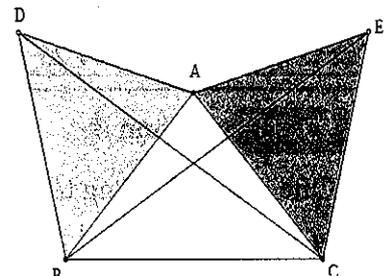
A. $Q_{(O, 120^\circ)}(\Delta ODC) = \Delta OEA$

C. $Q_{(O, 120^\circ)}(\Delta AOB) = \Delta BOC$

D. Không có trên hình vẽ.

Câu 20 ▶ Chọn B.

Xét phép quay tâm A góc quay 60° biến D thành B và biến C thành E, suy ra phép quay đó biến đường thẳng CD thành đường thẳng BE suy ra góc giữa BE và CD bằng góc quay 60° .





Câu 21 ▶ Chọn B.

$M(1;0) \in x'x, M'(x';y')$ là ảnh của $M(1;0)$ trong phép quay $Q_O^{60^\circ}$ thì

$$\overline{OM'} \begin{cases} x' = 1 \cos 60 = \frac{1}{2} \\ y' = 1 \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Câu 22 ▶ Chọn D.

Chỉ có một điểm I để $(IO, IO') = \frac{\pi}{2} > 0$.

Câu 23 ▶ Chọn B.

Ta thấy $d \perp d'$ nên góc quay chính là góc của hai vectơ pháp tuyến có số đo $\frac{\pi}{2}$.

Câu 24 ▶ Chọn D.

Lấy $M(-2;0)$ thuộc d . Phép vị tự tâm $O(0;0)$ tỉ số $k=2$ biến d thành d'/d và biến M thành M' thì $\overline{OM'} = 2\overline{OM} \Rightarrow M'(-4;0)$. Phương trình $d': 3(x+4)+y+6=0 \Leftrightarrow 3x+y+18=0$.

Câu 25 ▶ Chọn C.

(C) $\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$ tâm $I(2;-3)$, bán kính $R=4$.

$$V_{(H;-2)}(I) = I'(x;y) \Rightarrow \overline{HI'} = -2\overline{HI} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = -2(2-1) \\ y-3 = -2(-3-3) \end{cases} \Rightarrow I'(-1;15).$$

$$R' = |k|R = 8 \Rightarrow (C') : (x+1)^2 + (y-15)^2 = 64 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 30y + 62 = 0.$$

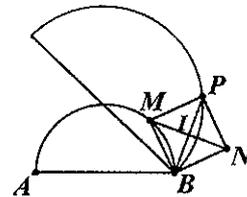
Câu 26 ▶ Chọn B.

$$\overline{BI} = \frac{1}{2}\overline{BP}$$

Suy ra I là ảnh của P trong phép vị tự tâm B , tỉ số $k = \frac{1}{2}$

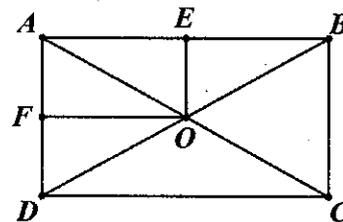
Tập hợp điểm I là ảnh của tập hợp điểm P

trong phép vị tự tâm B , tỉ số $k = \frac{1}{2}$.



Câu 27 ▶ Chọn A.

Phép vị tự tâm A , tỉ số $k=2$ biến $E \rightarrow B, O \rightarrow C, F \rightarrow D$
 $\Rightarrow AEOF \rightarrow ABCD$.

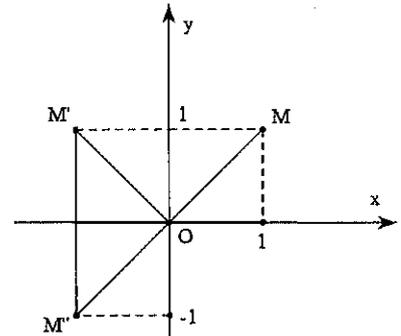


Câu 28 ▶ Chọn B.



Câu 29 Chọn A.

$$V_{\left(0; \frac{1}{2}\right)}(M(4; 2)) = M'(2; 1); D_{Ox}(M'(2; 1)) = M''(2; -1).$$



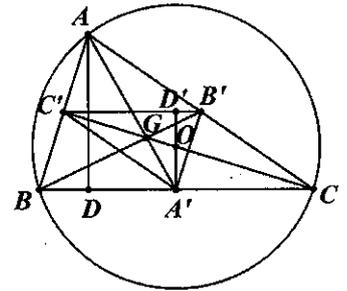
Câu 30 Chọn A.

Trong phép vị tự tâm G , tỉ số $k = -\frac{1}{2}$ biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$ thì đường cao AD của ΔABC biến thành đường cao $A'D'$ của $\Delta A'B'C'$, $A'D' \perp B'C'$

Mà $BC \parallel B'C'$ nên $A'D' \perp BC$. A' là trung điểm BC .

Nên tâm O của đường tròn ngoại tiếp ΔABC nằm trên $A'D'$.

Hay nói cách khác ảnh của AD là OA' , trung trực của cạnh BC .



CHUYÊN ĐỀ 4: QUY NẠP - CẤP SỐ CỘNG - CẤP SỐ NHÂN

A BÀI KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

Câu 1. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75 \end{cases}$.

A. $\begin{cases} u_1 = -17 \\ d = 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} u_1 = -17 \\ d = 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} u_1 = -15 \\ d = 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} u_1 = -17 \\ d = 4 \end{cases}$

Câu 2. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$.

A. $\begin{cases} u_1 = -17 \\ d = 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} u_1 = -15 \\ d = 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 3 \end{cases}$

Câu 3. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân $\begin{cases} u_3 = 3 \\ u_5 = 27 \end{cases}$.

A. $\begin{cases} u_1 = -17 \\ q = 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ q = 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ q = 3 \end{cases}$

D. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = 3 \end{cases}$



Câu 4. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân $\begin{cases} u_4 - u_2 = 25 \\ u_3 - u_1 = 50 \end{cases}$.

A. $\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ q = -1 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ q = 1 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u_1 = -\frac{200}{3} \\ q = -1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} u_1 = -\frac{200}{3} \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Câu 5. Một cấp số nhân có 9 số hạng đều dương, biết $u_1 = 5$, $u_9 = 1280$. Tính tổng các số hạng.

A. $S_9 = 855$.

B. $S_9 = 2555$.

C. $S_9 = 3410$.

D. $S_9 = 1555$.

Câu 6. Một cấp số nhân có một số chẵn các số hạng. Biết rằng tổng của tất cả các số hạng gấp ba lần tổng của các số hạng có thứ tự lẻ. Tìm công bội của cấp số nhân này.

A. $q = 1$.

B. $q = 2$.

C. $q = 3$.

D. $q = \frac{1}{2}$.

Câu 7. Một cấp số cộng có 11 số hạng. Tổng các số hạng là 176. Hiệu giữa số hạng cuối và số hạng đầu là 30. Tìm cấp số đó.

A. 1, 4, 7, ..., 31.

B. 1, 5, 9, ..., 51.

C. 1, 3, 5, ..., 27.

D. 1, 2, 3, ..., 11.

Câu 8. Bốn số tăng dần lập thành 1 cấp số cộng. Tổng của chúng bằng 22. Tổng các bình phương của chúng bằng 166. Tính tổng lập phương của bốn số đó.

A. 1402.

B. 1408.

C. 1976.

D. 1977.

Câu 9. Người ta trồng 3003 cây theo hình một tam giác như sau: hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây, ... Hỏi có bao nhiêu hàng?

A. 75.

B. 76.

C. 77.

D. 78.

Câu 10. Cấp số nhân gồm 4 số hạng tăng dần, tổng số hạng đầu và số hạng cuối là 27, tích của hai số hạng còn lại là 72. Tổng bình phương của 4 số hạng này bằng bao nhiêu?

A. 765.

B. 766.

C. 777.

D. 799.

Câu 11. Cấp số nhân có 6 số hạng, biết rằng tổng của năm số hạng đầu là 31 và tổng của năm số hạng cuối là 62. Tính tổng bình phương của 6 số hạng này.

A. 1765.

B. 1766.

C. 1777.

D. 1365.

Câu 12. Tìm m dương để ba số $10 - 3m$, $2m^2 + 3$, $7 - 4m$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 13. Tìm x dương để ba số 1 , $\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$, $2 \sin x$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.



Câu 14. Tìm x để $1 + 6 + 11 + 16 + \dots + x = 970$.

- A. 91. B. 95. C. 97. D. 96.

Câu 15. Tìm x để $(x+1) + (x+4) + \dots + (x+28) = 155$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 16. Biết rằng $S_n = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots - (2n)^2 = -an(b+cn)$ ($a, b, c \in \mathbb{N}$). Giá trị $a+b+c$ bằng:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 17. Tìm m để phương trình $x^4 - (3m+5)x^2 + (m+1)^2 = 0$ có bốn nghiệm lập thành cấp số cộng.

- A. $\begin{cases} m = -3 \\ m = -\frac{25}{19} \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = 5 \\ m = -\frac{25}{19} \end{cases}$ C. $\begin{cases} m = -5 \\ m = -\frac{25}{19} \end{cases}$ D. $\begin{cases} m = -5 \\ m = \frac{25}{19} \end{cases}$

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^3 - ax^2 + bx - c$. Biết hàm số này có 3 điểm cực trị tạo thành một cấp số nhân, tìm GTNN của biểu thức $P = c^2(b^6 + a^3)$.

- A. $-\frac{1}{4}$. B. 0. C. $-\frac{71}{4}$. D. $-\frac{5}{4}$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^3 - ax^2 + bx - c$. Biết hàm số này có 3 điểm cực trị tạo thành một cấp số cộng, tìm GTNN của biểu thức $P = a^2b^2 + 2a^3 + 27c$.

- A. $-\frac{81}{4}$. B. $-\frac{21}{4}$. C. $-\frac{71}{4}$. D. $-\frac{51}{4}$.

Câu 20. Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Hệ thức nào sau đây sai?

- A. $a^2 + 2bc = c^2 + 2ab$. B. $a^2 + ab + 2b^2 + bc + c^2 = 2(a^2 + ac + c^2)$.
C. $a^2 + 8bc = (2b+c)^2$. D. $a^2 + b^2 + c^2 = (2b+c)^2 + (a+c)^2$.

Câu 21. Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Hệ thức nào sau đây đúng?

- A. $(ab+bc+ca)^3 = abc(a+b+c)^3$. B. $(ab+bc+ca)^3 = 2abc(a+b+c)^3$.
C. $(ab+c+c)^3 = c(a+b+c)^3$. D. $(b+b+c)^3 = abc(ab+bc+ca)^3$.

Câu 22. Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Hệ thức nào sau đây đúng?

- A. $\frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} + \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{2}{\sqrt{c}+\sqrt{a}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{c}} = \frac{2}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}$.
C. $\frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} + \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{c}} = \frac{2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$. D. $\frac{2}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} + \frac{2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{c}+\sqrt{a}}$.

Câu 23. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 5u_n + 8 \end{cases}$ ($n \in \mathbb{N}^*$). Tìm số hạng tổng quát u_n .

- A. $u_n = 3.5^{n-1} - 2$. B. $u_n = 3.5^{n-1} - 1$. C. $u_n = 2.5^{n-1} - 2$. D. $u_n = 3.5^{n-1} - 3$.



Câu 24. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3n + 2 \end{cases} (n \in N^*)$. Tìm số hạng tổng quát u_n .

- A. $u_n = 3 \cdot 5^{n-1} - 2$. B. $u_n = 3 \cdot 5^{n-1} - 1$. C. $u_n = 6 \cdot 2^{n-1} - 3n - 1$. D. $u_n = 5 \cdot 4^{n-1} - 2$.

Câu 25. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 3u_{n-1} + 2^n \end{cases} (n = 2, 3, \dots)$. Tìm số hạng tổng quát u_n .

- A. $u_n = 3 \cdot 5^{n-1} - 2$. B. $u_n = 3 \cdot 5^{n-1} - 1$. C. $u_n = 5 \cdot 4^{n-1} - 3$. D. $u_n = 5 \cdot 3^{n-1} - 2^{n+1}$.

Câu 26. Hãy xem trong lời giải của bài toán sau đây có bước nào bị sai?

Bài toán: Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n , mệnh đề sau đây đúng:

$A(n)$: “Nếu a và b là những số nguyên dương mà $\max\{a, b\} = n$ thì $a = b$ ”.

Chứng minh:

Bước 1: $A(1)$: “Nếu a, b là những số nguyên dương mà $\max\{a, b\} = n$ thì $a = b$ ”.

Mệnh đề $A(1)$ đúng vì $\max\{a, b\} = 1$ và a, b là những số nguyên dương thì $a = b = 1$.

Bước 2: Giả sử $A(k)$ là mệnh đề đúng với $k \geq 1$.

Bước 3: Xét $\max\{a, b\} = k + 1 \Rightarrow \max\{a - 1, b - 1\} = k + 1 - 1 = k$.

Vậy $A(n)$ đúng với mọi $n \in N^*$.

- A. Bước 1. B. Bước 2. C. Bước 3. D. Không bước nào sai.

Câu 27. Mạnh cầm một tờ giấy và lấy kéo cắt thành 7 mảnh sau đó nhặt một trong số các mảnh giấy đã cắt và lại cắt thành 7 mảnh. Mạnh cứ tiếp tục cắt như vậy. Sau một hồi, Mạnh thu lại và đếm tất cả các mảnh giấy đã cắt. Hỏi kết quả nào sau đây có thể xảy ra.

- A. Mạnh thu được 122 mảnh. B. Mạnh thu được 123 mảnh.
C. Mạnh thu được 120 mảnh. D. Mạnh thu được 121 mảnh.

Câu 28. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = n^2 - 4n - 2$. Khi đó u_{10} bằng:

- A. 48. B. 60. C. 58. D. 10.

Câu 29. Cho dãy số $u_n = 1 + (n + 3) \cdot 3^n$. Khi đó công thức truy hồi của dãy là:

- A. $u_{n+1} = 1 + 3u_n$ với $n \geq 1$. B. $u_{n+1} = 1 + 3u_n + 3^{n+1}$ với $n \geq 1$.
C. $u_{n+1} = u_n + 3^{n+1} - 2$ với $n \geq 1$. D. $u_{n+1} = 3u_n + 3^{n+1} - 2$ với $n \geq 1$.

Câu 30. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2, n \geq 1 \end{cases}$. Công thức của u_{n+1} theo n là:

- A. $1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. B. $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. C. $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$. D. $1 + \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.



B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 Chọn A.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (u_1 + 6d) - (u_1 + 2d) = 8 \\ (u_1 + d) \cdot (u_1 + 6d) = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ u_1^2 + 14u_1 - 51 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -17 \\ d = 2 \\ u_1 = 3 \\ d = 2 \end{cases}$$

Như vậy có hai cấp số cộng thỏa mãn yêu cầu đề bài, đáp án A là một trong hai cấp số cộng này.

Câu 2 Chọn B.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (u_1 + d) - (u_1 + 2d) + (u_1 + 4d) = 10 \\ u_1 + (u_1 + 5d) = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$$

Câu 3 Chọn C.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_3 = 3 \\ u_5 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^2 = 3 \\ u_1 \cdot q^4 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^2 = 3 \\ q^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ q = \pm 3 \end{cases}$$

Câu 4 Chọn D.

Ta có:

$$\begin{cases} u_4 - u_2 = 25 \\ u_3 - u_1 = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^3 - u_1 \cdot q = 25 \\ u_1 \cdot q^2 - u_1 = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(q^3 - q) = 25 \\ u_1(q^2 - 1) = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{q^3 - q}{q^2 - 1} = \frac{1}{2} \\ u_1(q^2 - 1) = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{2} \\ u_1 = -\frac{200}{3} \end{cases}$$

Chú ý $q \neq \pm 1$.

Câu 5 Chọn B.

Ta có: $u_9 = u_1 \cdot q^8 \Rightarrow 1280 = 5 \cdot q^8 \Leftrightarrow q = \pm 2$. Do các số hạng đều dương nên

$$q = 2 \Rightarrow S_9 = 5 \cdot \frac{2^9 - 1}{2 - 1} = 2555.$$

Câu 6 Chọn B.

Giả sử cấp số nhân có $2n$ số hạng với số hạng đầu u_1 và công bội q . Khi đó $u_1, u_3, \dots, u_{2n-1}$ cũng là cấp số nhân với công bội q^2 . Theo đề ta có:

$$u_1 + u_2 + \dots + u_{2n} = 3(u_1 + u_3 + \dots + u_{2n-1}) \Leftrightarrow \frac{u_1(q^{2n} - 1)}{q - 1} = 3 \frac{u_1(q^{2n} - 1)}{q^2 - 1} \Leftrightarrow q = 2.$$

Câu 7 Chọn A.

$$\text{Ta có } \begin{cases} S_{11} = 176 \\ u_{11} - u_1 = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11 \frac{(2u_1 + 20d)}{2} = 176 \\ (u_1 + 10d) - u_1 = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases} \cdot \text{Do đó cấp số cần tìm là } 1, 4, 7, \dots, 31.$$

Câu 8 Chọn B.

Giả sử bốn số cần tìm là $x - 3d, x - d, x + d, x + 3d$. Theo đề ta có:

$$\begin{cases} x - 3d + x - d + x + d + x + 3d = 22 \\ (x - 3d)^2 + (x - d)^2 + (x + d)^2 + (x + 3d)^2 = 166 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{2} \\ d = \pm \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{2} \\ \left(\frac{11}{2} - 3d \right)^2 + \left(\frac{11}{2} - d \right)^2 + \left(\frac{11}{2} + d \right)^2 + \left(\frac{11}{2} + 3d \right)^2 = 166 \end{cases}$$

Do bốn số tăng dần nên $d = \frac{3}{2}$ suy ra cấp số cần tìm là 1, 4, 7, 10.

Câu 9 Chọn C.

Giả sử n là số hàng cây thì số cây trên mỗi hàng lần lượt là $1, 2, 3, \dots, n$. Theo đề:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = 3003 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 3003 \Leftrightarrow n = 77.$$

Câu 10 Chọn A.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 + u_4 = 27 \\ u_2 \cdot u_3 = 72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 q^3 = 27 \\ u_1 \cdot q \cdot u_1 \cdot q^2 = 72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + \frac{72}{u_1} = 27 \\ u_1 q^3 = \frac{72}{u_1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ q = 2 \\ u_1 = 24 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Do các số hạng tăng dần nên $\begin{cases} u_1 = 3 \\ q = 2 \end{cases}$ do đó cấp số là 3, 6, 12, 24.

Câu 11 Chọn D.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 31 \\ u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 = 62 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot \frac{1 - q^5}{1 - q} = 31 \\ (u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5)q = 62 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ q = 2 \end{cases}$$

Cấp số cần tìm là 1, 2, 4, 8, 16, 32.

Câu 12 Chọn C.

$$(10 - 3m) + (7 - 4m) = 2(2m^2 + 3) \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{11}{4} \end{cases}$$

Câu 13 Chọn A.

$$1 + 2\sin x = 2\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) \Leftrightarrow \sqrt{3}\cos x - \sin x = 1 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 14 Chọn D.

Ta có 1, 6, 11, ... tạo thành một cấp số cộng với $\begin{cases} d = 5 \\ u_1 = 1 \\ S_n = 970 \\ u_n = x \end{cases}$.

Do đó: $S_n = 970 \Leftrightarrow \frac{n[2 + (n-1)5]}{2} = 970 \Leftrightarrow n = 20$ suy ra $x = u_{20} = 1 + 19 \cdot 5 = 96$.

Câu 15 Chọn A.

Ta có một cấp số cộng với $\begin{cases} d = 3 \\ u_1 = x + 1 \\ S_n = 155 \\ u_n = x + 28 \end{cases}$.

Ta có $u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow x + 28 = x + 1 + (n-1) \cdot 3 \Leftrightarrow n = 10$.

Do đó: $S_n = 155 \Leftrightarrow \frac{10[2x + 29]}{2} = 155 \Leftrightarrow x = 1$ suy ra $x = u_{20} = 1 + 19 \cdot 5 = 96$.

Câu 16 Chọn D.

Ta có:

$$n^2 - (n+1)^2 = -2n - 1 \Rightarrow \begin{cases} 1^2 - 2^2 = -3 \\ 3^2 - 4^2 = -7 \\ (2n-1)^2 - (2n)^2 = -4n+1 \end{cases} \Rightarrow S_n = (-3) + (-7) + \dots + (-4n+1).$$

Đây là tổng các số hạng đầu của cấp số cộng có $\begin{cases} u_1 = -3 \\ d = -4 \end{cases} \Rightarrow S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_{2n}) = -n(1 + 2n)$.
Do đó $a + b + c = 4$.

Câu 17 Chọn B.

Đặt $t = x^4$ phương trình trở thành $t^2 - (3m+5)t + (m+1)^2 = 0$ (1). Để phương trình trình ẩn x có 4 nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng thì phương trình ẩn t phải có:



$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 \cdot t_2 > 0 \\ t_2 = 9t_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -\frac{25}{19} \end{cases}$$

Câu 18 Chọn A.

Ba điểm cực trị tạo thành cấp số nhân thì $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = c \Rightarrow x_2^3 = c \Rightarrow x_2 = \sqrt[3]{c}$ thay vào phương trình được $c^2 a^3 = cb^3$, do đó:

$$P = c^2(b^6 + a^3) = c^2 b^6 + c^2 a^3 = c^2 b^6 + cb^3 \geq -\frac{1}{4}$$

Câu 19 Chọn A.

Hàm số bậc 3 có ba điểm cực trị tạo thành một cấp số cộng:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y\left(-\frac{b}{3a}\right) = 0 \\ y_{CT} \cdot y_{CD} < 0 \end{cases} \Rightarrow 9ab = 2a^3 + 27c$$

$$\text{Do đó } P = a^2 b^2 + 2a^3 + 27c = a^2 b^2 + 9ab \geq -\frac{81}{4}$$

Câu 20 Chọn D.

Các đáp án A, B, C đúng. Ở đây tôi kiểm tra đáp án B, còn A và C các em làm tương tự.

$$\text{Theo đề } a, b, c \text{ lập thành cấp số cộng nên } a + c = 2b \Rightarrow (a + c)^2 = 4b^2$$

Ta có $2a^2 + ab + 2b^2 + bc + c^2 = 2(a^2 + ac + c^2) \Leftrightarrow b(a + c) + 2b^2 = (a + c)^2 \Leftrightarrow 4b^2 = (a + c)^2$ (đúng) nên B đúng.

Câu 21 Chọn A.

Do a, b, c lập thành cấp số nhân nên $b^2 = ac$.

$$\text{Lúc này } (ab + bc + ca)^3 = (ab + bc + b^2)^3 = abc(a + b + c)^3$$

Câu 22 Chọn A.

Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} + \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} &= \frac{2}{\sqrt{c} + \sqrt{a}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} - \frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \\ &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{(\sqrt{b} + \sqrt{c})(\sqrt{c} + \sqrt{a})} = \frac{\sqrt{b} - \sqrt{c}}{(\sqrt{a} + \sqrt{c})(\sqrt{b} + \sqrt{a})} \Leftrightarrow a - b = b - c \Leftrightarrow a + c = 2b \end{aligned}$$



Câu 23 Chọn A.

Ta có: $u_{n+1} = 5u_n + 8 \Leftrightarrow u_{n+1} + 2 = 5(u_n + 2)$.

Ta đặt $v_n = u_n + 2$ thì dãy số trở thành $\begin{cases} v_1 = u_1 + 2 = 3 \\ v_{n+1} = 5v_n \end{cases}$.

Đây là cấp số nhân nên: $v_n = 3 \cdot 5^{n-1} \Rightarrow u_n = 3 \cdot 5^{n-1} - 2$.

Câu 24 Chọn C.

Ta có $u_{n+1} = 2u_n + 3n + 2 \Leftrightarrow u_{n+1} + 3(n+1) + 1 = 2(u_n + 3n + 1)$.

Ta đặt $v_n = u_n + 3n + 1$ thì dãy số trở thành $\begin{cases} v_1 = u_1 + 3 \cdot 1 + 1 = 6 \\ v_{n+1} = 2v_n \end{cases}$ đây là cấp số nhân nên:

$v_n = 6 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow u_n = 6 \cdot 2^{n-1} - 3n - 1$.

Câu 25 Chọn D.

Ta có $u_n = 3u_{n-1} + 2^n \Leftrightarrow u_n + 2 \cdot 2^n = 3(u_{n-1} + 2 \cdot 2^{n-1})$. Ta đặt $v_n = u_n + 2 \cdot 2^n$ thì dãy số trở thành $\begin{cases} v_1 = u_1 + 2 \cdot 2^1 = 5 \\ v_{n+1} = 3v_n \end{cases}$ đây là cấp số nhân nên $v_n = 5 \cdot 3^{n-1} \Rightarrow u_n = 5 \cdot 3^{n-1} - 2^{n+1}$.

Câu 26 Chọn C.

Trước hết ta thấy mệnh đề này không đúng. Nếu mệnh đề trên đúng thì ta suy ra mọi số tự nhiên đều bằng nhau. Điều này là vô lí. Bước 1 và bước 2 không có gì sai cả, ta quan sát kĩ bước 3. Ta có $a, b \in \mathbb{N}^*$ không suy ra $a-1, b-1 \in \mathbb{N}^*$.

Do vậy không áp dụng được giả thiết quy nạp cho cặp $\{a-1, b-1\}$.

Câu 27 Chọn D.

Mỗi lần cắt 1 mảnh giấy thành 7 mảnh, tức là Mạnh tạo thêm 6 mảnh giấy.

Lần 1: số mảnh giấy là $7 = 6 \cdot 1 + 1$.

Lần 2: số mảnh giấy là $6 + 7 = 6 \cdot 2 + 1 = 13$.

Lần 3: số mảnh giấy là $12 + 7 = 6 \cdot 3 + 1 = 19$.

Do đó ta dự đoán công thức tính số mảnh giấy theo n bước được thực hiện là $S_n = 6n + 1$. Ta chứng minh tính đúng đắn của công thức trên bằng phương pháp quy nạp theo n .

Bước cơ sở: Mạnh cắt mảnh giấy thành 7 mảnh, $n = 1$; $S(1) = 6 \cdot 1 + 1 = 7$.

Công thức đúng với $n = 1$.

Bước quy nạp: Giả sử sau k bước, Mạnh nhận được số mảnh giấy là $S(k) = 6k + 1$.

Sang bước thứ $k+1$, Mạnh lấy một trong những mảnh giấy nhận được trong k bước trước và cắt thành 7 mảnh. Tức là Mạnh đã lất đi một trong $S(k)$ mảnh và thay vào đó 7 mảnh được cắt ra. Vậy tổng số mảnh giấy ở bước $k+1$ là $S(k+1) = S(k) - 1 + 7 = S(k) + 6 = 6k + 1 + 6 = 6(k+1) + 1$.



Vậy công thức $S(n)$ đúng với mọi $n \in N^*$. Theo công thức trên, chỉ có phương án D thỏa mãn vì $121 = 6 \cdot 20 + 1$.

Câu 28 Chọn C.

$$u_{10} = 10^2 - 4 \cdot 10 - 2 = 58.$$

Câu 29 Chọn D.

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= 1 + (n+4) \cdot 3^{n+1} = 1 + (n+3) \cdot 3^{n+1} + 3^{n+1} = 1 + 3^n \cdot (n+3) \cdot 3 + 3^{n+1} \\ &= 3[1 + (n+3) \cdot 3^n] + 3^{n+1} - 2 = 3u_n + 3^{n+1} - 2 \end{aligned}$$

Câu 30 Chọn A.

$$u_1 = 1$$

$$u_2 = 1 + 1^2$$

$$u_3 = 1 + 1^2 + 2^2$$

$$u_4 = 1 + 1^2 + 2^2 + 3^2$$

...

$$u_{n+1} = 1 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(có thể chứng minh bằng quy nạp)

CHUYÊN ĐỀ 5: GIỚI HẠN DÃY SỐ

A BÀI KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

Câu 1. Phân thức nào sau đây có giới hạn khác 0?

A. $\frac{1}{n}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{n}}$.

C. $\frac{n+1}{n}$.

D. $\frac{\sin n}{\sqrt{n}}$.

Câu 2. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $\left(\frac{4}{3}\right)^n$.

B. $\left(-\frac{4}{3}\right)^n$.

C. $\left(-\frac{5}{3}\right)^n$.

D. $\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

Câu 3. $\lim \left(\frac{3-4n}{5n}\right)$ có giá trị bằng:

A. $\frac{3}{5}$.

B. $-\frac{3}{5}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $-\frac{4}{5}$.



Câu 4. $\lim \frac{3n^3 - 2n + 1}{4n^4 + 2n + 1}$ bằng:

A. 0.

B. $+\infty$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{2}{7}$.

Câu 5. $\lim \frac{3n^4 - 2n + 4}{4n^2 + 2n + 1}$ bằng:

A. 0.

B. $+\infty$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{2}{7}$.

Câu 6. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng $\frac{1}{5}$?

A. $u_n = \frac{n^2 - 2n}{5n + 5n^2}$.

B. $u_n = \frac{1 - 2n}{5n + 5}$.

C. $u_n = \frac{1 - 2n^2}{5n + 5}$.

D. $u_n = \frac{1 - 2n}{5n + 5n^2}$.

Câu 7. $\lim \frac{2^n + 3^n}{3^n}$ có giá trị bằng:

A. 0.

B. 1.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{5}{3}$.

Câu 8. $\lim \frac{\sqrt{n+4}}{\sqrt{n+1}}$ có giá trị bằng:

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. $+\infty$.

Câu 9. $\lim \frac{1+2+3+\dots+n}{2n^2}$ bằng:

A. 0.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $+\infty$.

Câu 10. $\lim \frac{n + \sin 2n}{n+5}$ bằng:

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. 0.

D. 1.

Câu 11. $\lim (-3n^3 + 2n^2 - 5)$ bằng:

A. -3.

B. -6.

C. $-\infty$.

D. $+\infty$.

Câu 12. $\lim (2n^4 + 5n^2 - 7n)$ bằng:

A. $-\infty$.

B. 0.

C. 2.

D. $+\infty$.

Câu 13. Dãy số nào sau đây có giới hạn là $+\infty$?

A. $u_n = 9n^2 - 2n^5$.

B. $u_n = n^4 - 4n^5$.

C. $u_n = 4n^2 - 3n$.

D. $u_n = n^3 - 5n^4$.

Câu 14. Nếu $\lim u_n = L, u_n + 9 \geq 0 \forall n$ thì $\lim \sqrt{u_n + 9}$ bằng số nào sau đây?

A. $L + 9$.

B. $L + 3$.

C. $\sqrt{L + 9}$.

D. $\sqrt{L} + 3$.

Câu 15. $\lim \frac{\sqrt{4n^2 + 5} - \sqrt{n+4}}{2n-1}$ bằng:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. $+\infty$.

Câu 16. $\lim n(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 3})$ bằng:

A. $+\infty$.

B. 4.

C. 2.

D. -1.



Câu 17. $\lim \frac{\sqrt{2n+3}}{\sqrt{2n+5}}$ bằng:

- A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{5}{2}$. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 18. Tổng của cấp số nhân vô hạn $\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}, \dots$ là:

- A. 1. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 19. Tính giới hạn $\lim \frac{1+a+a^2+\dots+a^n}{1+b+b^2+\dots+b^n}$ ($|a| < 1, |b| < 1$).

- A. $\frac{1-b}{1-a}$. B. $\frac{b}{a}$. C. $\frac{a}{b}$. D. $\frac{1-2b}{1-2a}$.

Câu 20. Tính giới hạn $\lim \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right)$.

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 21. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 22. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right)$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 23. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 2^2 + \dots + (n+1) \cdot n^2}{n^4} \right)$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 24. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}} \right)$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 25. Tính giới hạn của dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2+u_n} \end{cases}$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. 0.

Câu 26. Tính giới hạn của dãy số $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \sqrt{2+u_n} \end{cases}$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. 0.



Câu 27. Tổng cấp số nhân lùi vô hạn $S = 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \frac{1}{64} + \dots$ bằng bao nhiêu:

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{4}{5}$. C. 1. D. 0.

Câu 28. Tổng cấp số nhân lùi vô hạn $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$ bằng bao nhiêu:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{4}{5}$. C. 1. D. 0.

Câu 29. Dạng phân số của số thập phân vô hạn tuần hoàn $17,235414141\dots = 17,235(41) = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}$).
Giá trị $a + b$ là:

- A. 1805304. B. 1805305. C. 1805306. D. 1805307.

Câu 30. Dạng phân số của số thập phân vô hạn tuần hoàn $1,383838\dots = 1,(38) = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}$).

- Giá trị $a + b$ là:
A. 234. B. 235. C. 236. D. 237.

B HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 Chọn C.

Cách 1: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} 1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 1 + 0 = 1.$

Cách 2: Từ các định lý ta thấy:

Các dãy ở các phương án A, B đều bằng 0, do đó ta loại phương án A, B.

Vì $0 < \frac{|\sin n|}{\sqrt{n}} \leq \frac{1}{\sqrt{n}}$ và $\begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} 0 = 0 \end{cases}$ nên theo định lý kẹp ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{\sqrt{n}} = 0$, do đó loại phương án D.

Câu 2 Chọn D.

Cách 1: Dãy $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ có giới hạn bằng 0 vì với $|q| < 1$ thì $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$.

Cách 2: Các dãy ở các phương án A, B, C đều có dạng $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n$ nhưng $|q| > 1$ nên không có giới hạn 0, do đó loại các phương án A, B, C.

Câu 3 Chọn D.

Cách 1: Chia tử và mẫu của phân thức cho n (n là lũy thừa bậc cao nhất của n trong tử và mẫu của phân thức, ta được: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3-4n}{5n}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{5n} - \frac{4}{5}\right) = -\frac{4}{5}.$



Cách 2: Sử dụng nhận xét:

Cho $u_n = \frac{a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0}{b_p n^p + b_{p-1} n^{p-1} + \dots + b_1 n + b_0}$, khi tính $\lim u_n$ ta thường chia tử và mẫu của phân thức cho n^k (n^k là lũy thừa bậc cao nhất của n trong tử và mẫu của phân thức), từ đó được kết quả:

Nếu $m < p$ thì $\lim u_n = 0$.

Nếu $m = p$ thì $\lim u_n = \frac{a_m}{b_p}$.

Nếu $m > p$ thì $\lim u_n = +\infty$ nếu $a_m \cdot b_p > 0$; $\lim u_n = -\infty$ nếu $a_m \cdot b_p < 0$.

Vì tử và mẫu của phân thức đã cho đều có bậc 1 nên kết quả $\lim \left(\frac{3-4n}{5n} \right) = -\frac{4}{5}$.

Cách 3: Sử dụng máy tính cầm tay nhập $\frac{3-4X}{5X}$ rồi CALC $X? 10^6$ được kết quả -0.799999

Câu 4 Chọn A.

Cách 1: Sử dụng nhận xét ở Câu 3, vì bậc của tử thức nhỏ hơn bậc của mẫu thức nên kết quả $\lim \frac{3n^2 - 2n + 1}{4n^4 + 2n + 1} = 0$.

Cách 2: Chia tử và mẫu của phân thức cho n^4 (n^4 là lũy thừa bậc cao nhất của n trong tử và mẫu của phân thức) rồi tính.

Cách 3: Sử dụng MTCT.

Câu 5 Chọn B.

Cách 1: Sử dụng nhận xét ở Câu 3, vì bậc của tử thức lớn hơn bậc của mẫu thức, hệ số của lũy thừa bậc cao nhất của n ở cả tử và mẫu là số dương nên kết quả $\lim \frac{3n^4 - 2n + 4}{4n^2 + 2n + 1} = +\infty$.

Cách 2: Chia tử và mẫu của phân thức cho n^4 (n^4 là lũy thừa bậc cao nhất của n trong tử và mẫu của phân thức) rồi tính.

Cách 3: Sử dụng MTCT.

Câu 6 Chọn A.

Cách 1: Tính được $\lim \frac{n^2 - 2n}{5n + 5n^2} = \frac{1}{5}$.

Cách 2: Sử dụng nhận xét ở Câu 3, ta phải tìm dãy nào trong các dãy đã cho có bậc cao nhất n ở tử thức và mẫu thức bằng nhau và tỉ số hệ số của chúng bằng $\frac{1}{5}$. Chỉ có dãy $u_n = \frac{n^2 - 2n}{5n + 5n^2}$ thỏa mãn.

Cách 3: Sử dụng MTCT.

Câu 7 ▶ Chọn B.

Cách 1: Ta có: $\lim \frac{2^n + 3^n}{3^n} = \lim \left(\frac{2^n}{3^n} + 1 \right) = 1.$

Cách 2: Sử dụng MTCT.

Câu 8 ▶ Chọn A.

Chia cả tử thức, mẫu thức cho \sqrt{n} : $\lim \frac{\sqrt{n+4}}{\sqrt{n+1}} = \lim \frac{\sqrt{1+\frac{4}{n}}}{1+\frac{1}{\sqrt{n}}} = \frac{\sqrt{1+0}}{1+0} = 1.$

Câu 9 ▶ Chọn B.

Trước hết tính $1+2+3+\dots+n = \frac{(1+n)n}{2}.$

Do đó $\lim \frac{1+2+3+\dots+n}{2n^2} = \lim \frac{(1+n)n}{4n^2} = \lim \frac{1+\frac{1}{n}}{4} = \frac{1}{4}.$

Câu 10 ▶ Chọn D.

Chia cả tử thức, mẫu thức cho n ta có:

$$\lim \frac{n + \sin 2n}{n + 5} = \lim \frac{1 + \frac{\sin 2n}{n}}{1 + \frac{5}{n}} = \frac{1+0}{1+0} = 1.$$

Câu 11 ▶ Chọn C.

Ta có: $-3n^3 + 2n^2 - 5 = n^3 \left(-3 + \frac{2}{n} - \frac{5}{n^3} \right).$

Vì $\lim n^3 = +\infty$ và $\lim \left(-3 + \frac{2}{n} - \frac{5}{n^3} \right) = -3 < 0$ nên $\lim (-3n^3 + 2n^2 - 5) = -\infty.$

Câu 12 ▶ Chọn D.

Ta có: $2n^4 + 5n^2 - 7n = n^4 \left(2 + \frac{5}{n^2} - \frac{7}{n^3} \right).$

Vì $\lim n^4 = +\infty$ và $\lim \left(2 + \frac{5}{n^2} - \frac{7}{n^3} \right) = 2$ nên $\lim (2n^4 + 5n^2 - 7n) = +\infty.$

Câu 13 ▶ Chọn C.

Chỉ có dãy $u_n = 4n^2 - 3n$ có giới hạn là $+\infty$, các dãy còn lại có giới hạn là $-\infty$.

Câu 14 ▶ Chọn C.

Vì $\lim u_n = L$ nên $\lim (u_n + 9) = L + 9$, do đó: $\lim \sqrt{u_n + 9} = \sqrt{L + 9}.$

Câu 15 ▶ Chọn B.

Cách 1: Chia tử thức và mẫu thức cho n :



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2+5} - \sqrt{n+4}}{2n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4+\frac{5}{n^2}} - \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{4}{n^2}}}{2 - \frac{1}{n}} = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1.$$

Cách 2: Thực chất có thể coi bậc cao nhất của tử thức và mẫu thức bằng 1, do đó chỉ cần để ý hệ số bậc 1 của tử thức là $\sqrt{4}$, của mẫu thức là 2, từ đó tính được kết quả bằng 1.

Câu 16 ▶ Chọn C.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-3}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n^2+1-n^2+3)}{\sqrt{n^2+1} + \sqrt{n^2-3}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n}{\sqrt{n^2+1} + \sqrt{n^2-3}} = \frac{4}{2} = 2.$$

Câu 17 ▶ Chọn C.

Chia cả tử và mẫu của phân thức cho \sqrt{n} , ta được:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n+3}}{\sqrt{2n+5}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2+\frac{3}{n}}}{\sqrt{2+\frac{5}{n}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1.$$

Câu 18 ▶ Chọn B.

Đây là tổng của cấp số nhân vô hạn có $u_1 = \frac{1}{2}, q = -\frac{1}{2}$ nên tổng là $\frac{u_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$.

Câu 19 ▶ Chọn A.

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+a+a^2+\dots+a^n}{1+b+b^2+\dots+b^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-a^{n+1}) : (1-a)}{(1-b^{n+1}) : (1-b)} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} (1-a^{n+1}) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} (1-b)}{\lim_{n \rightarrow \infty} (1-b^{n+1}) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} (1-a)} = \frac{1-b}{1-a}$$

Chú ý vì $|a| < 1, |b| < 1$ nên $\lim_{n \rightarrow \infty} a^{n+1} = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} b^{n+1} = 0$

Câu 20 ▶ Chọn D.

Ta thấy $\frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \leq \frac{1}{\sqrt{n^2+k}} \leq \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}, k = 0, 1, 2, \dots, n$ vì $\sqrt{n^2+1} \leq \sqrt{n^2+k} \leq \sqrt{n^2+n}$.

$$\text{Do đó } \frac{n}{\sqrt{n^2+n}} \leq \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \leq \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}.$$

Mà $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+1}} = 1, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+n}} = 1$ nên theo định lí kẹp ta có

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right) = 1$$

Câu 21 ▶ Chọn C.

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2^2-1)(3^2-1)\dots(n^2-1)}{2^2 \cdot 3^2 \dots n^2}$$



$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1.2.3 \dots (n-1).3.4.5 \dots (n+1)}{(1.2.3 \dots n)^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+1}{2n} = \frac{1}{2}.$$

Câu 22 Chọn C.

Ta có: $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{n+1}.$

Do đó $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1$

Câu 23 Chọn A.

Ta có:

$$\frac{2.1^2 + 3.2^2 + \dots + (n+1).n^2}{n^4} = \frac{1^2 + 1^3 + 2^2 + 2^3 + \dots + n^2 + n^3}{n^4}$$

$$= \frac{(1^2 + 2^2 + \dots + n^2) + (1^3 + 2^3 + \dots + n^3)}{n^4}$$

$$= \frac{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2}{n^4}$$

Chú ý bậc hệ số của bậc tử cao nhất là 4 do đó $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2.1^2 + 3.2^2 + \dots + (n+1).n^2}{n^4}\right) = \frac{1}{4}.$

Câu 24 Chọn C.

Ta có: $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k+k\sqrt{k+1}}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}.$

Do đó $\frac{1}{2\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n+n\sqrt{n+1}}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$

Nên $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}}\right) = 1$

Câu 25 Chọn D.

Đầu tiên ta cần chứng minh dãy số bị chặn.

Ta thấy rõ ràng đây là một dãy số dương, và ta có:

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{2+u_n} < \frac{1}{2} \Rightarrow u_{n+1} < \frac{1}{2}u_n < \frac{1}{2}u_{n-1} < \dots < \frac{1}{2}u_1 = \frac{1}{2}.$$

Do đó dãy số bị chặn dưới bởi $\frac{1}{2}.$

Giả sử $\lim u_n = a$ ta có $\lim u_{n+1} = \lim u_n = a$

nên $\lim u_{n+1} = \lim \frac{u_n}{2+u_n} \Leftrightarrow a = \frac{\lim u_n}{2+\lim u_n} \Leftrightarrow a = \frac{a}{2+a} \Leftrightarrow a = 0.$



Câu 26 Chọn C.

Bằng quy nạp ta chứng minh được dãy số này tăng.

Với $n=1 \Rightarrow u_2 = 2 > u_1$.

Giả sử $u_{k+1} > u_k, k \in \mathbb{N}^*$. Ta có $u_{k+2} = \sqrt{2+u_{k+1}} > \sqrt{2+u_k} = u_{k+1} \Rightarrow u_{k+2} > u_{k+1}, k \in \mathbb{N}^*$.

Tóm lại (u_n) là dãy tăng. Ta cũng chứng minh được dãy số này bị chặn trên bởi 2.

Dãy số tăng và bị chặn trên sẽ có giới hạn nên ta giả sử

$$\lim u_n = a \Rightarrow \lim u_{n+1} = \sqrt{2 + \lim u_n} \Leftrightarrow a = \sqrt{2 + a} \Leftrightarrow a = 2.$$

Câu 27 Chọn B.

Ta có $q = -\frac{1}{4}, u_1 = 1$. Áp dụng công thức $S = \frac{u_1}{1-q}$ ta được $S = \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{4}{5}$.

Câu 28 Chọn A.

Ta có: $q = \frac{1}{3}, u_1 = 1$. Áp dụng công thức $S = \frac{u_1}{1-q}$ ta được $S = \frac{1}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)} = \frac{3}{2}$.

Câu 29 Chọn C.

Ta có:

$$\begin{aligned} 17,235414141\dots &= \frac{17235}{1000} + \frac{41}{100000} + \frac{41}{100 \cdot 100^2} + \frac{41}{100 \cdot 100^3} + \dots \\ &= \frac{17235}{1000} + \frac{41}{100000 \left(1 - \frac{1}{100}\right)} = \frac{1706306}{99000} = \frac{a}{b}. \end{aligned}$$

Do đó $a+b = 1805306$.

Câu 30 Chọn C.

Ta có: $1,383838\dots = 1 + \frac{38}{100} + \frac{38}{100^2} + \dots = 1 + \frac{\frac{38}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = 1 + \frac{38}{99} = \frac{137}{99} = \frac{a}{b}$.

Do đó $a+b = 236$.



Câu 12. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{1-x^2}$ bằng:

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $-\frac{1}{8}$.

Câu 13. $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^3 - 2x + 3}{x^2 + 2x}$ bằng:

- A. $+\infty$. B. $\frac{1}{8}$. C. $-\frac{9}{8}$. D. $-\infty$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+1}{1-x}, & x < 1 \\ \sqrt{2x-2}, & x \geq 1 \end{cases}$. Khi đó: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ bằng:

- A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. $+\infty$.

Câu 15. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + 7\sqrt{x}}{5x - \sqrt{x}}$ bằng:

- A. $+\infty$. B. $\frac{2}{5}$. C. -7 . D. $-\infty$.

Câu 16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3x}}{\sqrt{4x^2 + 1 - x + 7}}$ bằng:

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 16} - x)$ bằng:

- A. $\sqrt{5}$. B. 8 . C. $\frac{5}{2}$. D. $+\infty$.

Câu 18. Tìm m để $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{mx^2 + x + 1}}{3x} = 0$.

- A. 0 . B. $-\frac{1}{6}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $-\infty$.

Câu 19. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2\sqrt[3]{x} + 2}{\sqrt{x^2 + 3} - 2} = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Biết ƯCLN ($a; b$) = 1, giá trị của $a + b$ bằng:

- A. -1 . B. 2 . C. $\frac{4}{3}$. D. $-\frac{1}{5}$.

Câu 20. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x^m - 1}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$):

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $\frac{n}{m}$. D. $m - n$.

Câu 21. Tìm giới hạn $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+ax} - 1}{x}$ ($n \in \mathbb{N}^*, a \neq 0$):

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $\frac{a}{n}$. D. $1 - \frac{n}{a}$.

Câu 22. Tìm giới hạn $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\alpha x} \sqrt[3]{1+\beta x} \sqrt[4]{1+\gamma x} - 1}{x}$ với $\alpha\beta\gamma \neq 0$:

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $\frac{\gamma}{4} - \frac{\beta}{3} + \frac{\alpha}{2}$. D. $\frac{\gamma}{4} + \frac{\beta}{3} + \frac{\alpha}{2}$.



Câu 23. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}$:

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 1.

Câu 24. Tìm giới hạn $B = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x + 2}{x^3 + 2x - 3}$:

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. 1.

Câu 25. Tìm giới hạn $C = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - x}{x^2 - 4x + 3}$:

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. $-\frac{1}{3}$.

D. 1.

Câu 26. Tìm giới hạn $D = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{\sqrt[4]{2x+1} - 1}$:

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. 1.

Câu 27. Tìm giới hạn $E = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt[3]{4x-1} - \sqrt{x+2}}{\sqrt[4]{2x+2} - 2}$:

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. $-\frac{8}{27}$.

D. 1.

Câu 28. Tìm giới hạn $F = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(2x+1)(3x+1)(4x+1)} - 1}{x}$:

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. 1.

Câu 29. Tìm giới hạn $M = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+4x} - \sqrt[3]{1+6x}}{x^2}$:

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 0.

Câu 30. Tìm giới hạn $N = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[m]{1+ax} - \sqrt[n]{1+bx}}{x}$:

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. $\frac{a}{m} - \frac{b}{n}$.

D. $\frac{a}{m} + \frac{b}{n}$.

B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 Chọn D.

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 3) = \lim_{x \rightarrow -1} x^2 - \lim_{x \rightarrow -1} (2x) + \lim_{x \rightarrow -1} 3 = (-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 3 = 6.$$

Câu 2 Chọn A.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^4 - 2x^5}{5x^4 + 3x^6 + 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} 3x^4 - \lim_{x \rightarrow 1} 2x^5}{\lim_{x \rightarrow 1} 5x^4 + \lim_{x \rightarrow 1} 3x^6 + \lim_{x \rightarrow 1} 1} = \frac{3 - 2}{5 + 3 + 1} = \frac{1}{9}.$$



Câu 3 Chọn C.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^3 - x^2 + x}{x - 2} = \frac{-3 - 1 - 1}{-1 - 2} = \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3}$$

Câu 4 Chọn C.

Chia tử và mẫu của phân thức cho x^4 ta có:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x + 3}{5x^4 + 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{2}{x^3} + \frac{3}{x^4}}{5 + \frac{3}{x^3} + \frac{1}{x^4}} = \frac{3 - 2.0 + 3.0}{5 + 3.0 + 1.0} = \frac{3}{5}$$

Câu 5 Chọn B.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 + x^3 - 2x^2 - 3}{x - 2x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^4}}{\frac{1}{x^3} - 2} = -1$$

Câu 6 Chọn D.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 2x^5}{5x^4 + 3x^6 + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{3}{x^2} - \frac{2}{x}}{\frac{5}{x^2} + 3 + \frac{2}{x^6}} = \frac{0}{3} = 0$$

Câu 7 Chọn D.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{3x^4 + 4x^5 + 2}{9x^5 + 5x^4 + 4}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{\frac{3}{x} + 4 + \frac{2}{x^5}}{9 + \frac{5}{x} + \frac{4}{x^5}}} = \frac{2}{3}$$

Câu 8 Chọn A.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 - x + 1)}{x} = \frac{3}{-1} = -3$$

Câu 9 Chọn B.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x^2 + x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)}{(x^2 + x + 1)} = \frac{-1}{3}$$

Câu 10 Chọn C.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+5} - \sqrt{x-7}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+5-x-7}{\sqrt{x+5} + \sqrt{x-7}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12}{\sqrt{x+5} + \sqrt{x-7}} = \frac{\frac{12}{\sqrt{x}}}{\sqrt{1+\frac{5}{x}} + \sqrt{1-\frac{7}{x}}} = \frac{0}{2} = 0$$

Câu 11 ▶ Chọn A.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2+x+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1-x^2-x-1}{x(\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2+x+1})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2+x+1})} = \frac{0}{2} = 0.$$

Câu 12 ▶ Chọn C.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4-x-3}{(1-x)(1+x)(2+\sqrt{x+3})} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(x+1)(2+\sqrt{x+3})} = \frac{1}{8}.$$

Câu 13 ▶ Chọn D.

Tử số có giới hạn là -1 , mẫu số có giới hạn 0 và khi $x < -2$ thì $x^2 + 2x > 0$.

$$\text{Do đó: } \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^3 - 2x + 3}{x^2 + 2x} = -\infty.$$

Câu 14 ▶ Chọn D.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{1-x} = +\infty \text{ vì tử số có giới hạn là } 2, \text{ mẫu số có giới hạn } 0 \text{ và } 1-x > 0 \text{ với } x < 1$$

Câu 15 ▶ Chọn C.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + 7\sqrt{x}}{5x - \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x} + 7)}{\sqrt{x}(5\sqrt{x} - 1)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2\sqrt{x} + 7}{5\sqrt{x} - 1} = -7.$$

Câu 16 ▶ Chọn C.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3x}}{\sqrt{4x^2 + 1 - x + 7}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + 3x}{|x|\sqrt{4 + \frac{1}{x} - x + 7}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + 3}{-\sqrt{4 + \frac{1}{x} - 1 + \frac{7}{x}}} = \frac{-2}{3}.$$

Câu 17 ▶ Chọn B.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 16} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \frac{x^2 + 16 - x^2}{\sqrt{x^2 + 16} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{16}{\sqrt{1 + \frac{16}{x^2}} + 1} = \frac{16}{2} = 8.$$

Câu 18 ▶ Chọn A.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{mx^2+x+1}}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1-mx^2-x-1}{3x(\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2+x+1})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-mx^2}{3(\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2+x+1})}.$$

Muốn giới hạn này bằng 0 thì bậc tử phải nhỏ hơn bậc mẫu khi đó $m = 0$.

Câu 19 ▶ Chọn A.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2\sqrt[3]{x} + 2}{\sqrt{x^2 + 3} - 2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(\sqrt[3]{x} + 1)(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1)(\sqrt{x^2 + 3} + 2)}{(x^2 + 3 - 4)(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1)}$$



$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(x+1)(\sqrt{x^2+3}+2)}{(x^2+3-4)(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x+1})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(\sqrt{x^2+3}+2)}{(x-1)(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x+1})} = \frac{8}{-2 \cdot 3} = \frac{-4}{3}$$

Câu 20 ▶ Chọn C.

Ta có: $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1)}{(x-1)(x^{m-1} + x^{m-2} + \dots + x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1}{x^{m-1} + x^{m-2} + \dots + x + 1} = \frac{n}{m}$.

Câu 21 ▶ Chọn C.

Cách 1: Nhân liên hợp

Ta có:

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt[n]{1+ax}-1)(\sqrt[n]{(1+ax)^{n-1}} + \sqrt[n]{(1+ax)^{n-2}} + \dots + \sqrt[n]{1+ax} + 1)}{x(\sqrt[n]{(1+ax)^{n-1}} + \sqrt[n]{(1+ax)^{n-2}} + \dots + \sqrt[n]{1+ax} + 1)}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a}{\sqrt[n]{(1+ax)^{n-1}} + \sqrt[n]{(1+ax)^{n-2}} + \dots + \sqrt[n]{1+ax} + 1} = \frac{a}{n}$$

Cách 2: Đặt ẩn phụ

Đặt $t = \sqrt[n]{1+ax} \Rightarrow x = \frac{t^n - 1}{a}$ và $x \rightarrow 0 \Leftrightarrow t \rightarrow 1$

$$\Rightarrow B = a \lim_{t \rightarrow 1} \frac{t-1}{t^n - 1} = a \lim_{t \rightarrow 1} \frac{t-1}{(t-1)(t^{n-1} + t^{n-2} + \dots + t + 1)} = \frac{a}{n}$$

Câu 22 ▶ Chọn C.

Ta có: $\sqrt{1+\alpha x} \sqrt[3]{1+\beta x} \sqrt[4]{1+\gamma x} - 1 =$

$$= \sqrt{1+\alpha x} \sqrt[3]{1+\beta x} (\sqrt[4]{1+\gamma x} - 1) + \sqrt{1+\alpha x} (\sqrt[3]{1+\beta x} - 1) + (\sqrt{1+\alpha x} - 1)$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{1+\alpha x} \sqrt[3]{1+\beta x}) \frac{\sqrt[4]{1+\gamma x} - 1}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{1+\alpha x} \frac{\sqrt[3]{1+\beta x} - 1}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\alpha x} - 1}{x}$$

Nhân lượng liên hợp từng phân số sau đó lấy giới hạn ta được $B = \frac{\gamma}{4} - \frac{\beta}{3} + \frac{\alpha}{2}$.

Câu 23 ▶ Chọn C.

Ta phân tích tử và mẫu thành nhân tử, $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(2x-1)}{(x-2)(x^2+2x+1)} = \frac{1}{3}$

Câu 24 ▶ Chọn C.

Ta có: $B = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^3+x^2+x-2)}{(x-1)(x^2+x+3)} = \frac{1}{5}$.

Câu 25 ▶ Chọn C.

Ta có: $C = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-(x-3)(x+1)}{(x-3)(x-1)(\sqrt{2x+3}+x)} = \frac{-1}{3}$



Câu 26 Chọn C.

$$\text{Ta có: } D = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \left(\sqrt[4]{(2x+1)^3} + \sqrt[4]{(2x+1)^2} + \sqrt[4]{2x+1} + 1 \right)}{2x \left(\sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{x+1} + 1 \right)} = \frac{2}{3}.$$

Câu 27 Chọn C.

$$\text{Ta có: } E = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt[3]{4x-1} - \sqrt{x+2}}{\sqrt[4]{2x+2} - 2} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt[3]{4x-1} - 3}{\sqrt[4]{2x+2} - 2} - \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{\sqrt[4]{2x+2} - 2} = A - B$$

$$A = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt[3]{4x-1} - 3}{\sqrt[4]{2x+2} - 2} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 \left(\sqrt[4]{2x+2} + 2 \right) \left(\sqrt[4]{(2x+2)^2} + 4 \right)}{\left(\sqrt[3]{(4x-1)^2} + 3\sqrt[3]{4x-1} + 9 \right)} = \frac{64}{27}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{\sqrt[4]{2x+2} - 2} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\left(\sqrt[4]{2x+2} + 2 \right) \left(\sqrt[4]{(2x+2)^2} + 4 \right)}{2 \left(\sqrt{x+2} + 3 \right)} = \frac{8}{3}$$

$$E = A - B = \frac{64}{27} - \frac{8}{3} = \frac{-8}{27}$$

Câu 28 Chọn C.

Sử dụng máy tính cầm tay nhập $\frac{\sqrt{(2x+1)(3x+1)(4x+1)} - 1}{x}$ rồi bấm CALC 10^{-6} .

Câu 29 Chọn D.

$$\text{Ta có: } M = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1} - (2x+1)}{x^2} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+6x} - (2x+1)}{x^2} = 0$$

Câu 30 Chọn C.

$$\text{Ta có: } N = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[m]{1+ax} - 1}{x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+bx} - 1}{x} = \frac{a}{m} - \frac{b}{n}$$



Câu 9. Biết rằng hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x^2}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x \neq 3 \\ m-20 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ liên tục tại $x = 3$ (với m là tham số).

Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $m \in (-3; 0)$. B. $m \leq -3$. C. $m \in [0; 5)$. D. $m \in [5; +\infty)$.

Câu 10. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^3 \sin \frac{1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ m & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

- A. $m \in (-2; -1)$. B. $m \leq -2$. C. $m \in [-1; 7)$. D. $m \in [7; +\infty)$.

Câu 11. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{(x-1)\sqrt{x+3}}{\sqrt{2-x}-1} & \text{khi } x < 1 \\ -2x-2 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f(x)$ không liên tục trên \mathbb{R} . B. $f(x)$ không liên tục trên $(0; 2)$.
C. $f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$. D. $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 12. Tìm giá trị của a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{(x^2-5x+6)\sqrt{x+1}}{\sqrt{4x-3}-x} & \text{khi } x > 3 \\ -6-a^2x & \text{khi } x \leq 3 \end{cases}$ liên tục tại $x = 3$.

- A. $-\frac{2}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. C. 0. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 13. Tìm giá trị lớn nhất của a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{(\sqrt[3]{3x+2}-2)(x-1)}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ a^2x + \frac{1}{4} & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

- A. $a_{\max} = 3$. B. $a_{\max} = 0$. C. $a_{\max} = 1$. D. $a_{\max} = 2$.

Chú ý: Để tính $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ta nhập $\frac{(\sqrt[3]{3x+2}-2)(x-1)}{x-2}$ rồi CALC $2-10^{-6}$.

Câu 14. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} 1-\cos 2x & \text{khi } x \leq 0 \\ (x^2+1)\sqrt{x+1} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x)$ liên tục tại $x = 0$. B. $f(x)$ liên tục trên $(-\infty; 1)$.
C. $f(x)$ không liên tục trên \mathbb{R} . D. $f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$.

Câu 15. Tìm a, b để hàm số $f(x) = \begin{cases} -2 \sin x & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ a \sin x + b & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} .

- A. $\begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}$.



Câu 16. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2\sqrt{x+3}}{x} & \text{khi } x < 1, x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \\ \sqrt{x} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Hàm số $f(x)$ liên tục tại:

- A. Mọi điểm thuộc \mathbb{R} .
 B. Mọi điểm trừ $x = 0$.
 C. Mọi điểm trừ $x = 1$.
 D. Mọi điểm trừ $x = 0$ và $x = 1$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{(x^2-1)^3}{x-1} & \text{khi } x < 3, x \neq 1 \\ 4 & \text{khi } x = 1 \\ \sqrt{2x+2} & \text{khi } x \geq 3 \end{cases}$. Hàm số $f(x)$ liên tục tại:

- A. mọi điểm thuộc \mathbb{R} .
 B. mọi điểm trừ $x = 1$.
 C. mọi điểm trừ $x = 3$.
 D. mọi điểm trừ $x = 1$ và $x = 3$.

Câu 18. Số điểm gián đoạn của hàm số $h(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x < 0 \\ 2x^2+1 & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ 3x-1 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 19. Tính tổng S gồm tất cả các giá trị m để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2+3x & \text{khi } x < 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \\ (m^2x+1)(x+1) & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$.

- A. $S = -1$. B. $S = 0$. C. $S = 1$. D. $S = 2$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -x^3 \cos x & \text{khi } x < 0 \\ \frac{x^2\sqrt{3x+1}}{1+x} & \text{khi } 0 \leq x < 1 \\ x^3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Hàm số $f(x)$ liên tục tại:

- A. Mọi điểm thuộc $x \in \mathbb{R}$.
 b. Mọi điểm trừ $x = 0$.
 C. Mọi điểm trừ $x = 1$.
 d. Mọi điểm trừ $x = 0; x = 1$.

Câu 21. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} m^2x^2+2 & \text{khi } x \leq 2 \\ (2-m)x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} ?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 22. Biết rằng hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} & \text{khi } x \in [0;4] \\ 1+m & \text{khi } x \in (4;6] \end{cases}$ tục trên $[0;6]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m < 2$. B. $2 \leq m < 3$. C. $3 < m < 5$. D. $m \geq 5$.

Câu 23. Có bao nhiêu giá trị của tham số a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{|x-2|} & \text{khi } x \neq 2 \\ a & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} .

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 24. Biết rằng $f(x) = \begin{cases} x^2 - 16 & \text{khi } x \neq 4 \\ a & \text{khi } x = 4 \end{cases}$ liên tục trên đoạn $[0; 4]$ (với a là tham số). Khẳng định

nào dưới đây về giá trị a là đúng?

- A. a là một số nguyên. B. a là một số vô tỉ. C. $a > 5$. D. $a < 0$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = -4x^5 + 4x - 1$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Hàm số đã cho liên tục trên \mathbb{R} .
 B. Phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 C. Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trên khoảng $(-2; 0)$.
 D. Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $\left(-3; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 26. Cho phương trình $2x^4 - 5x^2 + x + \frac{3}{2} = 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Phương trình không có nghiệm trong khoảng $(-1; 1)$.
 B. Phương trình không có nghiệm trong khoảng $(-2; 0)$.
 C. Phương trình chỉ có một nghiệm trong khoảng $(-2; 1)$.
 D. Phương trình có ít nhất hai nghiệm trong khoảng $(0; 2)$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = x^5 - 3x - 1$. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ trên \mathbb{R} là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 28. Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $(1 - m^2)x^5 - 3x - 1 = 0$ có nghiệm.

- A. ± 1 . B. ± 2 . C. \mathbb{R} . D. $(-\infty; 2)$.

Câu 29. Hàm số $y = \sqrt{\frac{1 - \cos \pi x}{4 - x^2}}$ có bao nhiêu điểm gián đoạn?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. vô số.

Câu 30. Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $m(2 \cos x - \sqrt{2}) = 2 \sin 5x + 1$ có nghiệm.

- A. ± 1 . B. ± 2 . C. \mathbb{R} . D. $(-\infty; 2)$.

B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 Chọn C.

Điều kiện: $\begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ x + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x \leq 2 \end{cases}$. Do đó hàm số liên tục trên $(-4; 2)$.

Ta lại có $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(2) = \frac{2}{\sqrt{6}}$ nên hàm số liên tục trên $(-4; 2]$.



Câu 2 Chọn D.

Ta thấy $\sin x + 2 \neq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên hàm số này liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 3 Chọn A.

Vì $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} nên suy ra $f\left(\frac{1}{2}\right) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{6x^2 + 5x + 1}{2x + 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (3x + 1) = \frac{5}{2}$.

Câu 4 Chọn B.

Vì $f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ nên suy ra

$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3-x}}{x(x^2+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{(\sqrt{x+3} + \sqrt{3-x})(x^2+1)} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Câu 5 Chọn C.

Vì $f(x)$ liên tục trên $(-4; +\infty)$ nên suy ra $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x}{\sqrt{x+4}-2} = \lim_{x \rightarrow 0} \cos x (\sqrt{x+4} + 2) = 4$.

Câu 6 Chọn A.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Hàm số liên tục tại $x = 2$ thì ta phải có:

$$f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \Leftrightarrow m - 1 = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 1) = 3 \Leftrightarrow m = 4.$$

Câu 7 Chọn A.

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số liên tục tại $x = 1$ thì ta phải có:

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \Leftrightarrow 3 + m = f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+2)}{(x-1)(x^2+x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+2)}{(x^2+x+1)} = 1 \Leftrightarrow m = -2.$$

Câu 8 Chọn B.

TXĐ: $D = [0; +\infty)$.

Hàm số liên tục tại $x = 1$ thì: $m + 1 = y(1) = \lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(\sqrt{x}+1)(x^2+x+1)} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow m = -\frac{4}{5}$.

Câu 9 Chọn C.

Tập xác định là $(-1; +\infty)$. Hàm số liên tục tại $x = 3$ khi:

$$m - 20 = f(3) = \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - x^2}{\sqrt{x+1} - 2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(3-x)(3+x)(\sqrt{x+1}+2)}{x-3} =$$

$$-\lim_{x \rightarrow 3} (3+x)(\sqrt{x+1}+2) = -24 \Leftrightarrow m = 4.$$

Câu 10 Chọn C.

Với mọi $x \neq 0$ ta có $0 \leq |f(x)| = \left| x^3 \sin \frac{1}{x} \right| \leq x^3$ vì $\lim_{x \rightarrow 0} 0 = \lim_{x \rightarrow 0} x^3 = 0$ nên $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$.

Theo giả thiết ta phải có: $m = f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$.

Câu 11 ▶ Chọn D.

Ta có hàm số liên tục trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(1) = -2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (-2x - 2) = -4 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)\sqrt{x+3}}{\sqrt{2-x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} [-(\sqrt{2-x}+1)\sqrt{x+3}] = -4 \end{cases}$$

Do đó hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

Vậy hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 12 ▶ Chọn C.

Hàm số liên tục tại $x = 3$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3)$. (*)

Ta có:

$$\begin{cases} f(3) = -6 - 3a^2 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x^2 - 5x + 6)\sqrt{x+1}}{\sqrt{4x-3}-x} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-2)(\sqrt{4x-3}+x)\sqrt{x+1}}{1-x} = -6 \Rightarrow -9 - 3a^2 = -6 \Leftrightarrow a = 0. \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (-9 - a^2x) = -6 - 3a^2. \end{cases}$$

Câu 13 ▶ Chọn C.

Hàm số liên tục tại $x = 2$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$. (*)

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(2) = 2a^2 - \frac{7}{4} \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(\sqrt[3]{3x+2}-2)(x-1)}{x-2} = \frac{1}{4} \Rightarrow 2a^2 - \frac{7}{4} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = \pm 1 \Rightarrow a_{\max} = 1. \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(a^2x + \frac{1}{4} \right) = 2a^2 - \frac{7}{4} \end{cases}$$

Chú ý: Để tính $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ta nhập $\frac{(\sqrt[3]{3x+2}-2)(x-1)}{x-2}$ rồi CALC 2-10⁻⁶.

Câu 14 ▶ Chọn C.

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Ta có $f(x)$ liên tục trên $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} f(0) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (1 - \cos 2x) = 1 - \cos 0 = 0 \quad \text{do đó } f(x) \text{ gián đoạn tại } x = 0. \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + 1)\sqrt{x+1} = 1 \cdot \sqrt{0+1} = 1 \end{cases}$$



Câu 15 Chọn A.

$$\text{Ta có } \begin{cases} f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -2\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 2, & \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}^-} (-2\sin x) = 2, & \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}^+} (a\sin x + b) = -a + b \\ f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, & \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (\cos x) = 0, & \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} (a\sin x + b) = a + b \end{cases}$$

$$\text{Hàm số liên tục trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b = 2 \\ a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Câu 16 Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Để thấy hàm số $y = f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty; 0), (0; 1)$ và $(1; +\infty)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(0) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2\sqrt{x+3}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} x\sqrt{x+3} = 0 \text{ do đó } f(x) \text{ liên tục tại } x=0. \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2\sqrt{x+3}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} x\sqrt{x+3} = 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(1) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2\sqrt{x+3}}{x} = \lim_{x \rightarrow 1^-} x\sqrt{x+3} = 2 \text{ do đó } f(x) \text{ không liên tục tại } x=1. \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x} = 1 \end{cases}$$

Vậy hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 17 Chọn D.

Hàm số $y = f(x)$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Để thấy hàm số $y = f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty; 1), (1; 3)$ và $(3; +\infty)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(1) = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2-1)^3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-1)^2(x+1)^3 = 0 \end{cases} \text{ do đó } f(x) \text{ gián đoạn tại } x=1.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(3) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2-1)^3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 3} (x-1)^2(x+1)^3 = 256 \end{cases} \text{ do đó } f(x) \text{ gián đoạn tại } x=3.$$

Câu 18 Chọn A.

Hàm số $y = h(x)$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.



Để thấy hàm số $y = h(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$, $(0; 2)$ và $(2; +\infty)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} h(0) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (2x + 1) = 1 \end{cases} \text{ do đó } f(x) \text{ liên tục tại } x = 0.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} h(2) = 5 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2x^2 + 1) = 9 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (3x - 1) = 5 \end{cases} \text{ do đó } f(x) \text{ liên tục tại } x = 2.$$

Câu 19 Chọn B.

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Hàm số liên tục tại $x = 1$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$. (*)

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(1) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (m^2 x + 1)(x + 1) = 2(m^2 + 1) \Rightarrow m^2 + 1 = 2 \Leftrightarrow m = \pm 1 \Rightarrow S = 0. \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + 4x) = 4 \end{cases}$$

Câu 20 Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Rõ ràng $f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$, $(0; 1)$ và $(1; +\infty)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(0) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x^3 \cos x) = 0 \text{ do đó } f(x) \text{ liên tục tại } x = 0. \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 \sqrt{3x+1}}{1+x} = 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(1) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 \sqrt{3x+1}}{1+x} = 1 \text{ do đó } f(x) \text{ liên tục tại } x = 1. \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x^3 = 1 \end{cases}$$

Câu 21 Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Hàm số liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$; $(2; +\infty)$.

Khi đó $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f(x)$ liên tục tại $x = 2$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2). (*)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(2) = 4m^2 + 2 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} [(2-m)x] = 2(2-m) \Rightarrow m^2 + 2 = 2(2-m) \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases} \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (m^2 x^2 + 2) = 4m^2 + 2 \end{cases}$$

Câu 22 Chọn A.

Để thấy $f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(0;4)$ và $(4;6)$. Khi đó hàm số liên tục trên đoạn

$$[0;6] \text{ khi và chỉ khi hàm số liên tục tại } x=4, x=0, x=6 \text{ ta cần có } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) \\ \lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) = f(6) \\ \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = f(4) \end{cases} \quad (*)$$

$$\bullet \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x+1} = 1; \\ f(0) = \sqrt{1} = 1 \end{cases};$$

$$\bullet \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 6^-} (1+m) = 1+m; \\ f(6) = 1+m \end{cases};$$

$$\bullet \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} \sqrt{x+1} = \sqrt{5} \\ \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} (1+m) = 1+m; \\ f(4) = 1+m \end{cases};$$

Khi đó (*) trở thành $1+m = \sqrt{5} \Leftrightarrow m = (\sqrt{5}-1)^2$.

Câu 23 Chọn C.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$. Khi đó hàm số đã cho liên tục trên \mathbb{R} khi và chỉ khi nó liên tục tại $x=2$, tức là ta cần có $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$. (*)

$$\text{Ta có: } f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{khi } x > 2 \\ a & \text{khi } x = 2 \\ 1-x & \text{khi } x < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (1-x) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0 \end{cases} \text{ rõ ràng (*) không thỏa mãn với}$$

mọi $a \in \mathbb{R}$. Vậy không tồn tại giá trị a thỏa mãn yêu cầu.

Câu 24 Chọn A.

Hàm số xác định và liên tục trên $[0;4)$.

Khi đó $f(x)$ liên tục trên $[0;4]$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4)$. (*)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} f(4) = a \\ \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x} - 2} = \lim_{x \rightarrow 4^-} [(x+4)(\sqrt{x}+2)] = 32 \end{cases} \Rightarrow (*) \Leftrightarrow a = 32.$$

Câu 25 Chọn B.

Hàm $f(x)$ là hàm đa thức nên liên tục trên \mathbb{R} do đó A đúng.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} f(-1) = -1 < 0 \\ f(-2) = 119 > 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 0 \text{ có nghiệm } x_1 \text{ trên } (-2;1), \text{ mà } (-2;-1) \subset (-2;0) \subset (-\infty;1) \text{ nên}$$

B sai và C đúng.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} f(0) = -1 < 0 \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} > 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 0 \text{ có nghiệm } x_2 \text{ thuộc } \left(0; \frac{1}{2}\right). \text{ Kết hợp với (1) suy ra } f(x) = 0 \text{ có}$$

các nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $-3 < x_1 < -1 < 0 < x_2 < \frac{1}{2}$ nên D đúng.



Câu 26 ▶ Chọn D.

Hàm số $f(x) = 2x^4 - 5x^2 + x + 1$ là hàm đa thức có tập xác định là \mathbb{R} nên liên tục trên \mathbb{R} .

Ta có:

$$\begin{cases} f(0) = \frac{3}{2} \\ f(-1) = -\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow f(-1).f(0) < 0 \text{ do đó } f(x) = 0 \text{ có ít nhất một nghiệm } x_1 \text{ thuộc } (-1; 0).$$

$$\begin{cases} f(0) = 2 \\ f(1) = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow f(0).f(1) < 0 \text{ do đó } f(x) = 0 \text{ có ít nhất một nghiệm } x_2 \text{ thuộc } (0; 1).$$

$$\begin{cases} f(1) = -\frac{1}{2} \\ f(2) = \frac{31}{2} \end{cases} \Rightarrow f(1).f(2) < 0 \text{ do đó } f(x) = 0 \text{ có ít nhất một nghiệm } x_3 \text{ thuộc } (1; 2).$$

Vậy phương trình $f(x) = 0$ đã cho có các nghiệm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $-1 < x_1 < 0 < x_2 < 1 < x_3 < 2$.

Câu 27 ▶ Chọn D.

Hàm số $f(x) = x^3 - 3x - 1$ là hàm đa thức có tập xác định là \mathbb{R} nên liên tục trên \mathbb{R} . Do đó hàm số liên tục trên mỗi khoảng $(-2; -1)$, $(-1; 0)$, $(0; 2)$.

Ta có:

$$\bullet \begin{cases} f(-2) = -27 \\ f(-1) = 1 \end{cases} \Rightarrow f(-2).f(-1) < 0 \text{ do đó phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc } (-2; -1).$$

$$\bullet \begin{cases} f(-1) = 1 \\ f(0) = -1 \end{cases} \Rightarrow f(-1).f(0) < 0 \text{ do đó phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc } (-1; 0).$$

$$\bullet \begin{cases} f(2) = 25 \\ f(0) = -1 \end{cases} \Rightarrow f(2).f(0) < 0 \text{ do đó phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc } (0; 2).$$

Như vậy phương trình (1) có ít nhất ba nghiệm thuộc khoảng $(-2; 2)$. Tuy nhiên phương trình $f(x) = 0$ là phương trình bậc ba có nhiều nhất ba nghiệm. Vậy phương trình $f(x) = 0$ có đúng 3 nghiệm trên \mathbb{R} .

Câu 28 ▶ Chọn C.

Xét $f(x) = (1 - m^2)x^5 - 3x - 1$, ta có $f(0) = -1$, $f(-1) = m^2 + 1 > 0 \Rightarrow f(0).f(-1) < 0$ nên phương trình luôn có nghiệm.

Câu 29 ▶ Chọn D.

Tập xác định của hàm số là $D = (-2; 2)$ nên hàm số này gián đoạn trên $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.



Câu 30 ▶ Chọn C.

Xét $f(x) = m(2 \cos x - \sqrt{2}) - 2 \sin 5x - 1$. Hàm số này liên tục trên R .

Ta có: $f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1 - \sqrt{2} < 0$, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1 + \sqrt{2} > 0 \Rightarrow f\left(-\frac{\pi}{4}\right) \cdot f\left(\frac{\pi}{4}\right) < 0$ nên phương trình luôn có nghiệm với mọi m .

CHUYÊN ĐỀ 8: ĐẠO HÀM - VI PHÂN

A BÀI KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $f(t) = a^3 t^4 - 2at^2 + 3t - 5a$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $4a^3 t^3 - 4at + 3$. B. $3a^2 t^4 - 2t^2 - 5$. C. $12a^2 t^3 - 4at - 2$. D. $4a^3 t^3 - 4at - 5$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 4}{-2x + 1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{-4x^2 + 4x + 5}{-2x + 1}$. B. $\frac{-4x^2 + 4x + 5}{(-2x + 1)^2}$. C. $\frac{-12x^2 + 16x - 11}{(-2x + 1)^2}$. D. $\frac{-6x^2 + 7x + 1}{(-2x + 1)^2}$.

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y = \left(\frac{3}{x} - 2x\right)(\sqrt{x} - 4)$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{-3}{2x\sqrt{x}} - 3\sqrt{x} + \frac{12}{x^2} + 8$. B. $\frac{-9}{2x\sqrt{x}} - \sqrt{x} + \frac{12}{x^2} + 8$.
 C. $\frac{-3}{2x\sqrt{x}} + 3\sqrt{x} + \frac{12}{x^2} + 8$. D. $\frac{3}{2x\sqrt{x}} - 3\sqrt{x} + \frac{12}{x^2} + 8$.

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y = x \cos 2x - \frac{\sin 3x}{x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\cos 2x + 2x \sin 2x - \frac{3x \cos 3x - \sin 3x}{x^2}$. B. $\cos 2x - 2x \sin 2x - \frac{3x \cos 3x - \sin 3x}{x^2}$.
 C. $\cos 2x + 2x \sin 2x - \frac{3x \cos 3x + \sin 3x}{x^2}$. D. $\cos 2x + 2x \sin 2x - \frac{x \cos 3x - \sin 3x}{x^2}$.

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $f(t) = \frac{t + \tan t}{t - 1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{\tan^2 t \cdot (t - 1) - t + \tan t}{(t - 1)^2}$. B. $\frac{(\tan^2 t + 1)(t - 1) - t + \tan t}{(t - 1)^2}$.
 C. $\frac{(\tan^2 t + 2)(t - 1) - t - \tan t}{(t - 1)^2}$. D. $\frac{(\tan^2 t + 2)(t - 1) - t + \tan t}{(t - 1)^2}$.



Câu 6. Đạo hàm của hàm số $f(\varphi) = \frac{\cot(2\varphi-2)}{\sqrt{\varphi+1}}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{-4\sqrt{\varphi}[1+\cot^2(2\varphi-2)](\sqrt{\varphi+1})-\cot(2\varphi-2)}{2\sqrt{\varphi}(\sqrt{\varphi+1})^2}$.
- B. $\frac{-4\sqrt{\varphi}[1+\cot^2(2\varphi-2)](\sqrt{\varphi+1})+\cot(2\varphi-2)}{2\sqrt{\varphi}(\sqrt{\varphi+1})^2}$.
- C. $\frac{-2\sqrt{\varphi}[1+\cot^2(2\varphi-2)](\sqrt{\varphi+1})+\cot(2\varphi-2)}{2\sqrt{\varphi}(\sqrt{\varphi+1})^2}$.
- D. $\frac{-4\sqrt{\varphi}[1-\cot^2(2\varphi-2)](\sqrt{\varphi+1})+\cot(2\varphi-2)}{2\sqrt{\varphi}(\sqrt{\varphi+1})^2}$.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y = 6(\sin^4 x + \cos^4 x) - 4(\sin^6 x + \cos^6 x)$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $24(\sin^3 x + \cos^3 x) - 24(\sin^5 x + \cos^5 x)$. B. $24(\sin^3 x - \cos^3 x) - 24(\sin^5 x + \cos^5 x)$.
- C. 2. D. 0.

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2-x+1}}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{2x-1}{2(x^2-x+1)\sqrt{x^2-x+1}}$. B. $\frac{1-2x}{2(x^2-x+1)\sqrt{x^2-x+1}}$.
- C. $\frac{1-2x}{(x^2-x+1)\sqrt{x^2-x+1}}$. D. $\frac{2x-1}{(x^2-x+1)\sqrt{x^2-x+1}}$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = |x-1|$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $f(x)$ có đạo hàm tại $x=1$. B. $f(x)$ liên tục tại $x=1$.
- C. $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$. D. $f(1)=0$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $f(x) = t^2x + tx^2$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $2tx + x^2$. B. $t^2 + 2tx$. C. $2x + 2tx$. D. $2tx + 2tx$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{ax^2+b}{c+d}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{2ax}{c+d}$. B. $\frac{2ax}{(c+d)^2}$. C. $\frac{2a}{(c+d)^2}$. D. $\frac{2x}{(c+d)^2}$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2-1}$. Đạo hàm $f'(x)$ có tập xác định là:

- A. $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$.
- C. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1] \cup (1; +\infty)$.



Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \cos^2 x$. Giá trị của $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 14. Cho đường cong có phương trình $y = x^3 - 2x + 1$.

Hệ số góc của tiếp tuyến của đường cong tại điểm có hoành độ bằng 1 là:

- A. 1. B. -1. C. 0. D. 2.

Câu 15. Cho đường cong có phương trình $y = x^4 - x^2 + 1$. Tiếp tuyến của đường cong tại điểm có hoành độ bằng -1 đi qua điểm:

- A. $M(0; 4)$. B. $M(1; -3)$. C. $M(-2; -1)$. D. $M(2; -3)$.

Câu 16. Cho đường cong có phương trình $y = \frac{2x-1}{x+1}$. Tiếp tuyến của đường cong đó tại điểm có hoành độ bằng 0:

- A. Không cắt đường thẳng $y = -2x - 3$.
 B. Không cắt đường thẳng $y = 2x + 5$.
 C. Vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x - 6$.
 D. Không song song, không trùng đường thẳng $y = 3x + 1$.

Câu 17. Cho parabol $y = x^2 + 3x + 2$. Khẳng định nào sai trong các khẳng định sau?

- A. Tiếp tuyến của parabol tại $M(1; 6)$ trùng đường thẳng $y = 5x + 1$.
 B. Tiếp tuyến của parabol tại $M(1; 6)$ song song với đường thẳng $y = 5x + 2$.
 C. Tiếp tuyến của parabol tại $M(1; 6)$ vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{5}x - 3$.
 D. Tiếp tuyến của parabol tại $M(1; 6)$ đi qua điểm $N(0; -1)$.

Câu 18. Cho biết điện lượng truyền trong dây dẫn theo thời gian biểu thị bởi hàm số $Q(t) = 2t^2 + t$, trong đó t được tính bằng giây (s) và Q được tính bằng culông (C). Tính cường độ dòng điện tại thời điểm $t = 2s$.

- A. 9. B. 10. C. 8. D. 6.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\sin x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{1}{2\sqrt{\sin x}}$. B. $\frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$. C. $\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$. D. $\frac{-\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$.

Câu 20. Đạo hàm của hàm số $y = \tan(2x+1) - x \cos^2 x$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{2}{\cos^2(2x+1)} - \cos^2 x + x \sin 2x$. B. $\frac{1}{\cos^2(2x+1)} - \cos^2 x + x \sin 2x$.
 C. $\frac{2}{\cos^2(2x+1)} - \cos^2 x - x \sin 2x$. D. $\frac{2}{\cos^2(2x+1)} - \cos^2 x + x \sin x \cos x$.



Câu 21. Đạo hàm của hàm số $y = \cot^2 x^2$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{4x \cot x^2}{\sin^2 x^2}$. B. $\frac{-2x \cot x^2}{\sin^2 x^2}$. C. $\frac{-4x \cot x^2}{\cos^2 x^2}$. D. $\frac{-4x \cot x^2}{\sin^2 x^2}$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x - 2 \sin^2 x \cos^2 x$. Giá trị của $f'\left(\frac{\pi}{24}\right)$ bằng:

- A. -1. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = \sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x$. Giá trị của $f'\left(\frac{\pi}{12}\right)$ bằng:

- A. $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - (2m+1)x + 5$. Tìm các giá trị của m để $f'(x) > 0, \forall x > 0$:

- A. $m \leq -\frac{1}{2}$. B. $m < -\frac{1}{2}$. C. $m > -\frac{1}{2}$. D. $m \geq -\frac{1}{2}$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = -\frac{m}{3}x^3 + mx^2 - 3x + 9$. Tìm các giá trị của m để $f'(x) \leq 0, \forall x \in R$.

- A. $0 < m \leq 3$. B. $0 < m < 3$. C. $0 \leq m \leq 3$. D. $m < 0$ hoặc $m \geq 3$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 4m}{x - 1}$. Tìm giá trị của m để $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. $m < \frac{1}{2}$. B. $m \leq \frac{1}{2}$. C. $m \geq \frac{1}{2}$. D. $m > \frac{1}{2}$.

Câu 27. Tính vi phân của hàm số $y = \sin^3(2x+1)$.

- A. $dy = 3 \sin^2(2x+1) \cos(2x+1) dx$. B. $dy = -6 \sin^2(2x+1) \cos(2x+1) dx$.
C. $dy = 6 \sin^2(2x+1) \cos(2x+1) dx$. D. $dy = 6 \sin^2(2x+1) \cos(2x+1) dx$.

Câu 28. Một chất điểm chuyển động thẳng có phương trình $S = t^3 - 3t^2 + 5t + 3$ (t là thời gian tính bằng giây (s), S là đường đi tính bằng mét). Tính vận tốc (m/s) của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 2(s)$.

- A. 9. B. 5. C. 7. D. 8.

Câu 29. Một chất điểm chuyển động thẳng có phương trình (t là thời gian tính bằng giây (s), S là đường đi tính bằng mét). Tính gia tốc (m/s^2) của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 2(s)$.

- A. 12. B. 5. C. 11. D. 6.

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = x^{2015} + 2x^{2014} + 3x^{2013} + \dots + 2015x + 2016$. Giá trị của $f^{(2016)}(x)$ bằng:

- A. $2016!$. B. $2015!$. C. $2014!$. D. 0.



B HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 ▶ Chọn A.

$$f'(t) = 4a^3t^3 - 4at + 3$$

Câu 2 ▶ Chọn B.

$$y' = \frac{(4x-3)(-2x+1) + 2 \cdot (2x^2 - 3x + 4)}{(-2x+1)^2} = \frac{-4x^2 + 4x + 5}{(-2x+1)^2}$$

Câu 3 ▶ Chọn B.

$$y' = \left(\frac{-3}{x^2} - 2\right)(\sqrt{x} - 4) - \left(\frac{3}{x} - 2x\right) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{-9}{2x\sqrt{x}} - \sqrt{x} + \frac{12}{x^2} + 8.$$

Câu 4 ▶ Chọn B.

$$y' = \cos 2x - 2x \sin 2x - \frac{3x \cos 3x - \sin 3x}{x^2}$$

Câu 5 ▶ Chọn C.

$$f'(t) = \frac{\left(1 + \frac{1}{\cos^2 t}\right)(t-1) - t - \tan t}{(t-1)^2} = \frac{(\tan^2 t + 2)(t-1) - t - \tan t}{(t-1)^2}$$

Câu 6 ▶ Chọn A.

$$\begin{aligned} f'(\varphi) &= \frac{\frac{-2}{\sin^2(2\varphi-2)}(\sqrt{\varphi}+1) - \frac{\cot(2\varphi-2)}{2\sqrt{\varphi}}}{(\sqrt{\varphi}+1)^2} \\ &= \frac{-4\sqrt{\varphi}[1 + \cot^2(2\varphi-2)](\sqrt{\varphi}+1) - \cot(2\varphi-2)}{2\sqrt{\varphi}(\sqrt{\varphi}+1)^2} \end{aligned}$$

Câu 7 ▶ Chọn D.

$$y = 6(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 12 \sin^2 x \cos^2 x - 4(\sin^2 x + \cos^2 x)^3 + 12 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 2$$

Câu 8 ▶ Chọn B.

$$y' = \frac{-\left(\sqrt{x^2 - x + 1}\right)'}{x^2 - x + 1} = \frac{1 - 2x}{2(x^2 - x + 1)\sqrt{x^2 - x + 1}}$$



Câu 9 Chọn A.

$$f(x) = |x-1| = \begin{cases} x-1, & x \geq 1 \\ -(x-1), & x < 1 \end{cases}$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow \text{D đúng.}$$

$$f(x) \geq 0, \forall x; f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow \text{C đúng.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0; \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x+1) = 0 \Rightarrow \text{B đúng.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)}{x-1} = -1; \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x-1} = 1 \neq -1.$$

Suy ra không tồn tại giới hạn của tỉ số $\frac{f(x) - f(1)}{x-1}$ khi $x \rightarrow 1$. Do đó hàm số đã cho không có đạo hàm tại $x = 1$.

Câu 10 Chọn B.

Biến là x (t là hằng số). Do đó: $f'(x) = t^2 + 2tx$.

Câu 11 Chọn A.

$$f(x) = \frac{a}{c+d}x^2 + \frac{b}{c+d}, f'(x) = \frac{2ax}{c+d}.$$

Lưu ý: Không áp dụng đạo hàm của một thương, tách như trên ta nhanh chóng tìm được kết quả.

Câu 12 Chọn C.

$$f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}}, x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow x^2 > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}.$$

Câu 13 Chọn D.

$$f'(x) = -2 \cos x \cdot \sin x = -\sin 2x; f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 14 Chọn A.

$$y' = 3x^2 - 2; y'(1) = 3 - 2 = 1.$$

Câu 15 Chọn B.

$$y' = 4x^3 - 2x; y'(-1) = -2.$$

Phương trình tiếp tuyến là $y = -2(x+1) + 1$ hay $y = -2x - 1$.

Câu 16 Chọn C.

$$y' = \frac{3}{(x+1)^2}. \text{ Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ bằng } 0 \text{ là } y'(0) = 3.$$



Câu 17 Chọn D.

Ta có: $y' = 2x + 3$, $y'(1) = 5$.

Phương trình tiếp tuyến của parabol tại $M(1;6)$ là đường thẳng $y = 5x + 1$.

Câu 18 Chọn A.

Ta tính được $Q'(t) = 4t + 1$, từ đó suy ra cường độ dòng điện tại thời điểm $t = 2s$ là $I(2) = Q'(2) = 4 \cdot 2 + 1 = 9(A)$

Câu 19 Chọn C.

$$y' = \frac{(\sin x)'}{2\sqrt{\sin x}} = \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$$

Câu 20 Chọn A.

$$y' = \frac{2}{\cos^2(2x+1)} - (\cos^2 x - 2x \sin x \cos x)' = \frac{2}{\cos^2(2x+1)} - \cos^2 x + x \sin 2x$$

Câu 21 Chọn D.

$$y' = 2 \cot x^2 \cdot (\cot x^2)' = 2 \cot x^2 \cdot \frac{-2x}{\sin^2 x^2} = \frac{-4x \cot x^2}{\sin^2 x^2}$$

Câu 22 Chọn A.

$$f(x) = (\cos^2 x - \sin^2 x)^2 = \cos^2 2x = \frac{1}{2}(\cos 4x + 1)$$

$$f'(x) = -2 \sin 4x. \text{ Ta có: } f'\left(\frac{\pi}{24}\right) = -2 \sin \frac{\pi}{6} = -1.$$

Câu 23 Chọn B.

$$f(x) = \sin x \cdot \sin 3x \cdot \sin 2x = \frac{1}{2}(\cos 2x - \cos 4x) \sin 2x$$

$$= \frac{1}{2}(\sin 2x \cos 2x - \sin 2x \cos 4x) = \frac{1}{4}(\sin 4x - \sin 6x + \sin 2x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{4}(4 \cos 4x - 6 \cos 6x + 2 \cos 2x) = \frac{1}{2}(2 \cos 4x - 3 \cos 6x + \cos 2x)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{1}{2}\left(2 \cos \frac{\pi}{3} - 3 \cos \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$$

Câu 24 Chọn A.

$f'(x) = x^2 - 2mx - 2m - 1$ có hai nghiệm $x = -1$ hoặc $x = 2m + 1$.

Do đó: $f'(x) > 0, \forall x > 0 \Leftrightarrow 2m + 1 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{2}$.

Câu 25 ▶ Chọn C.

$$f'(x) = -mx^2 + 2mx - 3.$$

$$f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -mx^2 + 2mx - 3 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ -m < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m > 0 \\ m^2 - 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 3.$$

Câu 26 ▶ Chọn D.

$$f'(x) = \frac{(2x-3)(x-1) - (x^2 - 3x + 4m)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x + 3 - 4m}{(x-1)^2}.$$

$f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow g(x) = x^2 - 2x + 3 - 4m$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 - 3 + 4m > 0 \Leftrightarrow 4m > 2 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}.$$

Câu 27 ▶ Chọn D.

$$y' = 6 \sin^2(2x+1) \cos(2x+1). \text{ Do đó: } dy = 6 \sin^2(2x+1) \cos(2x+1) dx.$$

Câu 28 ▶ Chọn B.

$$v(t) = S' = 3t^2 - 6t + 5.$$

Vận tốc (m/s) của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 2(s)$ là $v(2) = S'(2) = 5(m/s)$.

Câu 29 ▶ Chọn D.

$$v(t) = S' = 3t^2 - 6t + 5; \gamma(t) = S'' = 6t - 6.$$

Gia tốc (m/s^2) của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 2(s)$ là $\gamma(2) = S''(2) = 6(m/s^2)$.

Câu 30 ▶ Chọn D.

Cấp của đạo hàm lớn hơn bậc của đa thức nên đạo hàm cấp đó bằng 0.



CHUYÊN ĐỀ 9: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

A BÀI KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2mx - \cos x$ đồng biến trên R .

- A. $m > -\frac{1}{2}$. B. $m \leq -1$. C. $m \geq \frac{1}{2}$. D. $m \geq -\frac{1}{2}$.

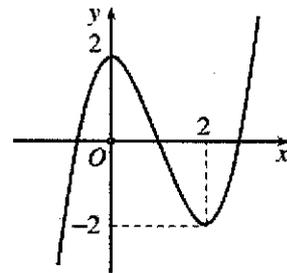
Câu 2. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 1$ là:

- A. -20 . B. 7 . C. 0 . D. Không có.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của đạo hàm như hình bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
 B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và cực tiểu tại $x = 2$.
 D. Hàm số có ba điểm cực trị.



Câu 4. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^4 - 2x^2 + 2m = 0$ có bốn nghiệm thực phân biệt thuộc tập nào sau đây.

- A. $(-2; 0)$. B. $(-5; -1)$. C. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 5. Để hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 3(m+2)x - m - 6$ có cực đại, cực tiểu tại x_1, x_2 sao cho $x_1 < -1 < x_2$ thì giá trị của m là:

- A. $m > 1$. B. $m < 1$. C. $m > -1$. D. $m < -1$.

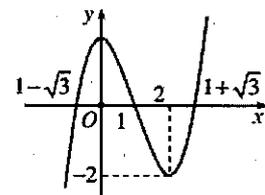
Câu 6. Tìm m để bất phương trình $x^4 + 2x^2 \geq m$ luôn đúng (nghĩa là luôn có nghiệm với mọi $x \in R$).

- A. $m = 0$. B. $m < 0$.
 C. $m \leq 0$. D. Không có đáp án.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là đường cong trong hình

bên. Hỏi phương trình $(f(x))^2 - 2f(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- A. 7 . B. 9 . C. 6 . D. 5 .





Câu 8. Đồ thị hàm số nào sau đây nằm trên trục hoành?

A. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

D. $y = x^4 - 4x^2 + 1$.

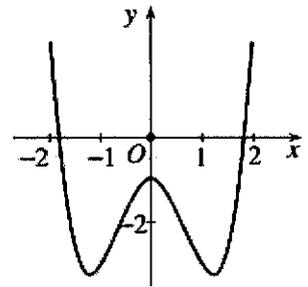
Câu 9. Cho hàm số $y = ax^4 - bx^2 - c$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0$.



Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên của $y = f'(x)$ ở dưới. Hàm số nào trong bốn hàm số sau có thể là $y = f(x)$?

x	0	2	$+\infty$
y''	+	0	-
y'			

A. $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$.

B. $y = \frac{x^4}{4} - x^3 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x + 2$.

D. $y = \frac{x^3}{3} - x^2$.

Câu 11. Cho hàm $y = \sqrt{x^2 - 6x}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = 1 - \frac{2017}{x-2}$ có đồ thị (H) . Số đường tiệm cận của (H) là?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

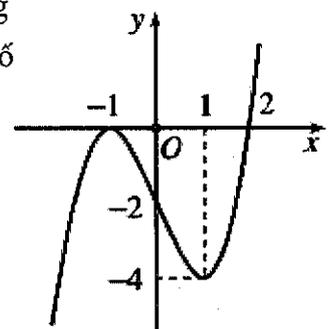
Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên R . Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = f(x)$. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.



Câu 14. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{m(x-1)^2 + 4}}$ có hai tiệm cận đúng:

A. $m < 0$.

B. $m \in \emptyset$.

C. $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

D. $m < 1$.



Câu 15. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + 1 + \sqrt{8 - x^2}$ lần lượt là M và m , chọn câu trả lời đúng.

A. $M = 1 + 2\sqrt{2}, m = 1 - 2\sqrt{2}$.

B. $M = 5, m = 1 - 2\sqrt{2}$.

C. $M = 3, m = -1$.

D. $M = 2\sqrt{2}, m = -1$.

Câu 16. Hình bên là đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx^2 + cx + d$.

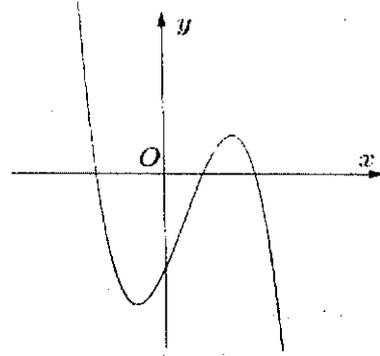
Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0, d > 0$.



Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y		-3		4		3

$-\infty$ (at $x = -1$) $-\infty$ (at $x = 1$)
 Arrows indicate the function values at the critical points: $y = -3$ at $x = -1$ and $y = 4$ at $x = 1$.

A. Đồ thị có hai tiệm cận ngang $y = 3$ và $y = 4$.

B. Đồ thị có một tiệm cận ngang $y = 3$ và một tiệm cận đứng $x = 0$.

C. Đồ thị có tiệm cận ngang $y = 3$.

D. Đồ thị có một tiệm cận đứng $x = 0$.

Câu 18. Tìm m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - (m^2 - m + 1)x + 12$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = -1, m = -2$.

B. $m = -1$.

C. $m = 1, m = 2$.

D. $m = 2$.

Câu 19. Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x$ có điểm cực tiểu là:

A. $(1; -2)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(-1; -2)$.

D. $(1; 0)$.

Câu 20. Hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 9x + 20$ đồng biến trên :

A. $(-3; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(-3; 1)$.



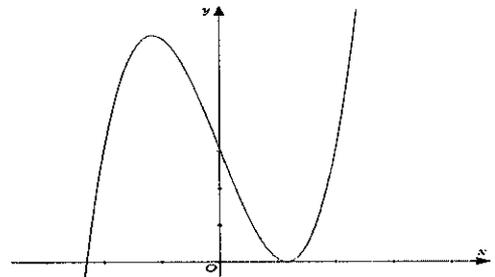
Câu 21. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = 2x^3 - 6x - 17$.

- A. $(0; 2)$. B. $(-1; 1)$.
 C. $(0; 1)$. D. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 22. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ dưới.

Số điểm cực trị của hàm số $y = (f(x))^2$ là:

- A. 1. B. 2.
 C. 0. D. 3.



Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên R . Hỏi phương trình $|2f(x)| - 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	-5	$+\infty$	

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 24. Giá trị của m để hàm số $f(x) = |x^3 - 4x^2 + 5x + 10| + 2m$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-4; 4]$ bằng 2018 thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $m \in (100; 1005)$. B. $m \in (2000; 2005)$. C. $m \in (2005; 2017)$. D. $m \in (1; 10)$.

Câu 25. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^{2017}(2x+3)^3(x+2)^4$. Số điểm cực trị của hàm số là:

- A. 1 B. 4 C. 2 D. 3

Câu 26. Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x+2}$ B. $y = \frac{-1}{x}$ C. $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 1}$ D. $y = \frac{3x-1}{x^2+1}$

Câu 27. Đồ thị (C): $y = x^4 - 2x^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có chu vi là:

- A. $2 + 2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 3 D. $1 + \sqrt{2}$

Câu 28. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; \frac{1}{4})$.

- A. $-2 \leq m \leq 2$. B. $-2 < m < 2$. C. $m > 2$. D. $1 \leq m < 2$.

Xét hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = 2m$.

Số nghiệm của phương trình (*) phụ thuộc vào số giao điểm của đồ thị hàm số (C) và đường thẳng d .

$$\text{Ta có: } y' = -4x^3 + 4x, \text{ cho } y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 0 \end{cases}.$$

Ta có $y(1) = y(-1) = 1, y(0) = 0$. Do đó từ bảng biến thiên phương trình (*) có bốn nghiệm phân biệt khi $0 < 2m < 1 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2}$.

Câu 5 Chọn B.

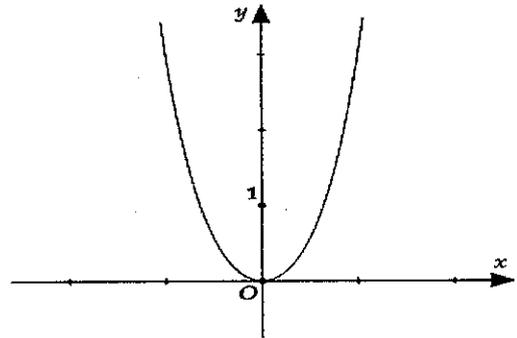
$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 + 12x + 3(m+2) = 3[x^2 + 4x + (m+2)].$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < -1 < x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4 - m - 2 = 2 - m > 0 \\ y'(-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1$$

Câu 6 Chọn C.

Vẽ đồ thị $y = x^4 + 2x^2$ được như hình bên, muốn $x^4 + 2x^2 \geq m$ luôn đúng thì đồ thị $y = x^4 + 2x^2$ phải nằm trên đường thẳng $y = m$ do đó $m \leq 0$.



Câu 7 Chọn D.

Ta có $(f(x))^2 - 2f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{cases}$. Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình này có 5 nghiệm.

Câu 8 Chọn C.

Ta có $y = x^4 - 2x^2 + 2 = (x^2 - 1)^2 + 1 > 0, \forall x \in R$ nên đồ thị luôn nằm trên trục hoành.

Câu 9 Chọn C.

Do đồ thị cắt Oy tại $M(0; c)$ nằm dưới trục Ox nên $-c < 0$.

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty$ nên $a > 0$.

Hàm số có ba điểm cực trị nên $a \cdot (-b) < 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 10 Chọn B.

Ta thấy y'' có hai nghiệm là 0, 2 nên chỉ có đáp án B mới thỏa mãn điều này $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + 1$.



Câu 11 Chọn A.

Tập xác định: $D = (-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$.

Ta có: $y' = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+5}} > 0, \forall x \in (6; +\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

Câu 12 Chọn B.

Đồ thị (H) có tiệm cận đứng là $x=2$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2017}{x-2} = 0 \Rightarrow (H)$ có tiệm cận ngang là $y=0$.

Vậy số đường tiệm cận của (H) là 2.

Câu 13 Chọn A.

Từ đồ thị thấy $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$ và $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Xét $g(x) = f(x^2 - 2)$ có TXĐ $D = \mathbb{R}$.

$g'(x) = 2xf'(t)$ với $t = x^2 - 2$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ t = x^2 - 2 = -1 \\ t = x^2 - 2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{Có } f'(t) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < -1 \\ t > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 < -1 \\ x^2 - 2 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x > \sqrt{3} \\ x < -\sqrt{3} \end{cases}$$

x	$-\sqrt{3}$	-1	0	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-	0	+
	↘		↗		↘		↗

Từ bảng biến thiên thấy đáp án A đúng.

Câu 14 Chọn B.

Điều kiện $\begin{cases} x \geq 1 \\ m(x-1)^2 + 4 > 0 \end{cases}$



Muốn đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng thì mẫu phải có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - m(m+4) > 0 \\ m \cdot f(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$$

Câu 15 Chọn B.

Tập xác định $D = [-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}]$

$$y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{8-x^2}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{8-x^2} \Leftrightarrow x = \pm 2$$

$$f(-2\sqrt{2}) = 1 - 2\sqrt{2}, f(-2) = 1$$

$$f(2\sqrt{2}) = 1 + 2\sqrt{2}, f(2) = 5$$

Vậy $M = 5, m = 1 - 2\sqrt{2}$.

Câu 16 Chọn A.

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

Giả sử $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Khi $x \rightarrow +\infty$ thì hàm số đi xuống, suy ra hệ số $a < 0$

Khi $x = 0$ ta thấy $y < 0$ nên $y(0) = d < 0$

Hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 trái dấu, phần dương nhiều hơn nên

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} > 0 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c > 0 \end{cases}$$

Câu 17 Chọn A.

A sai vì ở bài này khi $x \rightarrow 0^+$ thì $y \rightarrow 4$ nên không phải là tiệm cận ngang.

Câu 18 Chọn D.

$$y' = -x^2 + 2mx - m^2 + m - 1$$

$$y'(1) = -m^2 + 3m - 2$$

$$\text{Hàm số đạt cực tiểu tại } x = 1 \text{ thì } y'(1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 1 \end{cases}$$

Xét $m = 1: y'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (loại)

$$\text{Xét } m = 2: y'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy $m = 2$.



Câu 19 Chọn C.

$$y' = -3x^2 + 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \rightarrow y = 2 \\ x = -1 \rightarrow y = -2 \end{cases}$$

Câu 20 Chọn D.

$$y' = -3x^2 - 6x + 9; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$$

Với $x > 1$ thì $y' > 0$, hàm số nghịch biến

Với $x < -3$ thì $y' > 0$, hàm số nghịch biến

Với $-3 < x < 1$ thì $y' < 0$, hàm số đồng biến.

Câu 21 Chọn B.

$$y' = 6x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Với $x > 1$ thì $y' > 0$, hàm số đồng biến

Với $x < -1$ thì $y' > 0$, hàm số đồng biến

Với $-1 < x < 1$ thì $y' < 0$, hàm số nghịch biến.

Câu 22 Chọn D.

Ta có $y' = f'(x) \cdot f(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \in (1; 2) \\ x = x_2 \in (-2; -1) \\ x = x_3 \in (-3; -2) \end{cases}$, sau đó vẽ lại bảng biến thiên sẽ thấy có 3 điểm cực trị.

Câu 23 Chọn B.

Phương trình $|2f(x)| - 5 = 0 \Leftrightarrow |f(x)| = \frac{5}{2}$, dựa vào bảng biến thiên của $y = f(x)$ suy ra bảng biến thiên của $y = |f(x)|$. Sau đó thấy đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ cắt đồ thị $y = |f(x)|$ tại 4 điểm nên phương trình có 4 nghiệm.

Câu 24 Chọn C.

$$\text{Ta có: } y = x^3 - 4x^2 + 5x + 10 \Rightarrow y' = 3x^2 - 8x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\text{Tính được } y(-4) = -138, y(4) = 30, y(1) = 12, y\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{320}{27}$$

$$\Rightarrow \min_{x \in [-4; 4]} |y| = \left| y\left(\frac{5}{3}\right) \right| = \frac{320}{27} \Rightarrow \min_{x \in [-4; 4]} |f(x)| = \frac{320}{27} + m = 2018 \Leftrightarrow m = \frac{54166}{27}$$



Câu 25 Chọn C.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^{2017} = 0 \\ (2x+3)^3 = 0 \\ (x+2)^4 = 0 \end{cases}$$

Ta chỉ thấy lũy thừa lẻ nên có hai cực trị của hàm số là:

$$x = 0; x = -\frac{3}{2}.$$

Câu 26 Chọn D.

Nhận thấy mẫu của hàm số đáp án D luôn lớn hơn 0 nên tập xác định của hàm số đó là $D = \mathbb{R}$, do đó không có tiệm cận đứng.

Câu 27 Chọn A.

$$y' = 4x^3 - 4x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = 1 \Rightarrow y = -1 \\ x = -1 \Rightarrow y = -1 \end{cases}$$

Suy ra điểm cực trị là $A(0;0)$, $B(1;-1)$ và $C(-1;-1)$

Vậy chu vi tam giác ABC là $2 + 2\sqrt{2}$.

Câu 28 Chọn D.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$ thì hàm số phải xác định trên $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$ và $y' < 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$

$$\text{Ta có } \begin{cases} y' = \frac{m^2 - 4}{(m - 4x)^2} < 0 \\ \frac{m}{4} \geq \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m < 2.$$

Câu 29 Chọn C.

Trong khoảng từ $(-2;1)$, $y' \leq 0$ nên hàm số nghịch biến và trong khoảng từ $(1;2)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến

Vậy hàm số đạt GTNN tại $x = 1$.

Câu 30 Chọn A.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{9}{2}x^3 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ x = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = -3 \\ y = -3 \end{cases}, \text{ do đó } AB = BC = CA = \frac{4}{\sqrt{3}} = a.$$

$$\text{Đặt } AM = x, BN = y \text{ từ giả thuyết } \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow xy = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Ta có: } MN^2 = x^2 + y^2 - xy \geq \frac{a^2}{2} \text{ do đó } MN_{\min} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

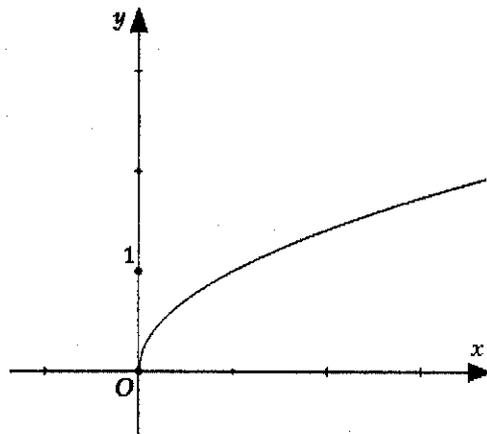
CHUYÊN ĐỀ 10: HÀM SỐ MŨ - LOGARIT

A BÀI KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

Câu 1. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = x^{\frac{1}{2}}$.

Hàm số nào sau đây có đồ thị đối xứng với đồ thị của $y = x^{\frac{1}{2}}$ qua trục hoành.

- A. $y = x^{-\frac{1}{2}}$. B. $y = -\left(x^{\frac{1}{2}}\right)$.
 C. $y = (-x)^{\frac{1}{2}}$. D. $y = 2x^{\frac{1}{2}}$.



Câu 2. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$ và $a^b < 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$ B. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 1 < a, b \end{cases}$ C. $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 1 < a, b \end{cases}$ D. $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ b > 0 \end{cases}$.

Câu 3. Hàm số $y = \log_2(x-1)$ có tập xác định là:

- A. $(0; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. \mathbb{R} .

Câu 4. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên tập số thực \mathbb{R} ?

- A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^{2x^2+1}$. B. $y = x \log_2(x^2+1)$. C. $y = \log_{\frac{\pi}{5}}(x^2+1)$. D. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.



Câu 5. Cho phương trình $2 \log_{\sqrt{3}} x - m + 2 = 0$. Xác định m để phương trình có nghiệm $x \in \left(\frac{1}{27}; 1\right)$:

- A. $2 < m < 10$. B. $-10 < m < -2$. C. $-2 < m < 10$. D. $-10 < m < 2$.

Câu 6. Đạo hàm của $y = \frac{1}{\sqrt[3]{4x^2 - 4x + 1}}$ là:

- A. $y' = -\frac{3\sqrt[3]{4x^2 - 4x + 1}}{4}$. B. $y' = \frac{-4}{3\sqrt[3]{(2x-1)^5}}$.
 C. $y' = \frac{-4\sqrt[3]{(2x-1)^2}}{3}$. D. $y' = \frac{4}{3\sqrt[3]{(2x-1)^2}}$.

Câu 7. Phương trình $\ln x \cdot \ln(x-1) = \ln x$ có bao nhiêu nghiệm:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}$ (1). Khẳng định nào sau đây sai

khi nói về hàm số (1)?

A. Tập xác định $D = (0; +\infty)$.

B. $y' = \frac{-3}{4x\sqrt[4]{x^3}}$.

C. Bảng biến thiên của hàm số (1)

D. Đồ thị hàm số (1) qua điểm $M\left(2\sqrt[3]{2}; \frac{1}{2}\right)$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'			-
y			$+\infty \rightarrow -\infty$

Câu 9. Có bao nhiêu bộ (x, y, z) thỏa mãn $\frac{1 - (z-x)^2}{1 + (4-y)^2} \geq 2^{-x^2}$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 10. Nghiệm dương của phương trình $\log_2(\sqrt{2x^2 - 3x + 1}) + \left(\frac{1}{2}\right)^{1-2x^2+3x} = 2$ có dạng $\frac{a + \sqrt{b}}{c}$ ($a, b, c \in \mathbb{N}$). Giá trị $a + b + c$ bằng:

- A. 0. B. 24. C. 15. D. 20.

Câu 11. Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số nhân thỏa mãn $a + b + c = 381$. Giá trị biểu thức $P = 3 \log_3(ab + bc + ca) - \log_3 abc$ có dạng $x \log_3 y + x$. Giá trị của $x + y$ là:

- A. 128. B. 127. C. 130. D. 381.

Câu 12. Cho $4^x + 4^{-x} = 3$. Giá trị của biểu thức $T = \frac{13 - 16^x - 16^{-x}}{5 + |2^x - 2^{-x}|}$ bằng bao nhiêu?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.



Câu 13. Cho a là số thực dương khác 1. Xét hai số thực $x_1; x_2$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $(a-1)(x_1 - x_2) < 0$.
 B. Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $x_1 < x_2$.
 C. Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $(a-1)(x_1 - x_2) > 0$.
 D. Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $x_1 > x_2$.

Câu 14. Cho đẳng thức $\frac{\sqrt[3]{a^2\sqrt{a}}}{a^3} = a^\alpha, 0 < a \neq 1$. Khi đó α thuộc khoảng nào trong các khoảng sau.

- A. $(-1; 0)$.
 B. $(-3; -2)$.
 C. $(0; 1)$.
 D. $(-2; -1)$.

Câu 15. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\ln x + \ln(2 - \ln x) = \log_2(y^4 - 6y^3 + 13y^2 - 12y + 6)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = xy$ là:

- A. 1.
 B. $2e$.
 C. e .
 D. e^2 .

Câu 16. Một người mua điện thoại giá 18.500.000 đồng của cửa hàng Thế giới di động ngày 20/10 nhưng vì chưa đủ tiền nên đã quyết định chọn mua hình thức trả góp mỗi tháng và trả trước 5 triệu đồng trong 12 tháng, với lãi suất là 3,4%/ tháng (lần trả góp đầu tiên cách ngày mua 1 tháng). Hỏi mỗi tháng sẽ phải trả cho công ty Thế Giới Di Động số tiền là bao nhiêu?

- A. 1554000 triệu đồng.
 B. 1564000 triệu đồng.
 C. 1584000 triệu đồng.
 D. 1388824 triệu đồng.

Câu 17. Ta có $2^{2!2012!}\sqrt{a} \cdot 4^{4!2010!}\sqrt{a} \cdot 6^{6!2008!}\sqrt{a} \dots 2012^{2012!}\sqrt{a} \cdot 2014^{2014!}\sqrt{a} = a^S$ với $a > 0$. Giá trị của S là:

- A. $\frac{2^{2013} - 1}{2014!}$.
 B. $\frac{2^{2014} - 1}{2015!}$.
 C. $\frac{2^{2014} - 1}{2014!}$.
 D. $\frac{2^{2014} - 1}{2014}$.

Câu 18. Nghiệm của phương trình $32^{\frac{x+5}{x-7}} = 0,25 \cdot 128^{\frac{x+17}{x-3}}$ là:

- A. $x = 10$.
 B. $x = 8$.
 C. $x = 9$.
 D. $x = 11$.

Câu 19. Nghiệm của bất phương trình $2^x + 2^{x+1} \leq 3^x + 3^{x-1}$ là:

- A. $S = [2; +\infty)$.
 B. $S = [1; +\infty)$.
 C. $S = (2; +\infty)$.
 D. $S = (1; +\infty)$.

Câu 20. Nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{2} + 1)^{x+1} \geq (\sqrt{2} - 1)^{\frac{x}{x-1}}$ là:

- A. $S = \left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \right) \cup (1; +\infty)$.
 B. $S = \left[\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \right] \cup (1; +\infty)$.
 C. $S = \left[\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \right] \cup (1; +\infty)$.
 D. $S = \left[\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \right] \cup [1; +\infty)$.

Câu 21. Nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-2x+2} + 2^{x^2+3} > 2^{2x^2-2x} + 32$ là:

- A. $S = (-\sqrt{2}; -1) \cup (\sqrt{2}; 3)$.
 B. $S = (-\sqrt{2}; 1) \cup (\sqrt{2}; 3)$.
 C. $S = (-\sqrt{2}; -1) \cup [\sqrt{2}; 3)$.
 D. $S = [-\sqrt{2}; -1] \cup (\sqrt{2}; 3)$.



Câu 22. Nghiệm của bất phương trình $\log_3 \sqrt{x^2 - x - 6} + \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{x - 3} > \log_{\frac{1}{3}} (x + 2)$ có dạng là $(a; +\infty)$.
Giá trị của a là:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 23. Nghiệm của bất phương trình $(4^x - 12 \cdot 2^x + 32) \cdot \log_2 (2x - 1) \leq 0$ là:

A. $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right] \cup [2; 3]$.

B. $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup [2; 3]$.

C. $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right] \cup (2; 3)$.

D. $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup (2; 3)$.

Câu 24. Nghiệm của bất phương trình $\log_{(3x-x^2)} (3-x) > 1$ là:

A. $S = \left[\frac{3-\sqrt{5}}{2}; 1\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right)$.

B. $S = \left(\frac{-3-\sqrt{5}}{2}; 1\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right)$.

C. $S = \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}; 1\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right)$.

D. $S = \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}; 1\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right)$.

Câu 25. Nghiệm của bất phương trình $\frac{\log(x^2 - 3x + 2)}{\log x + \log 2} > 2$ là:

A. $S = \left(\frac{-3+\sqrt{33}}{6}; \frac{1}{2}\right)$.

B. $S = \left(\frac{-3-\sqrt{33}}{6}; \frac{1}{2}\right)$.

C. $S = \left[\frac{-3+\sqrt{33}}{6}; \frac{1}{2}\right)$.

D. $S = \left(\frac{-3+\sqrt{33}}{5}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 26. Tổng các nghiệm của phương trình $\left(\log_3 \frac{3}{x}\right) \cdot \log_2 x - \log_3 \frac{x^3}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} + \log_2 \sqrt{x}$ là:

A. $1 - \frac{\sqrt{3}}{8}$.

B. 1.

C. $2 - \frac{\sqrt{3}}{8}$.

D. $3 - \frac{\sqrt{3}}{8}$.

Câu 27. Nghiệm của bất phương trình $\log_4 \frac{2x-1}{x+1} < -\frac{1}{2}$ là:

A. $S = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

B. $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right]$.

C. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

D. $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right]$.

Câu 28. Nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{e}} (\log_3 |x-3|) \geq 0$

A. $S = [0; 2) \cup (4; 6]$.

B. $S = [0; 2) \cup (4; 6)$.

C. $S = [0; 2] \cup (4; 6]$.

D. $S = [0; 2] \cup [4; 6]$.

Câu 29. Nghiệm của bất phương trình $2^x < 3^{\frac{x}{2}} + 1$ là:

A. $S = (-\infty; 3)$.

B. $S = (-\infty; 4)$.

C. $S = (-\infty; 2)$.

D. $S = (-\infty; 2]$.

Câu 30. Phương trình $2^{x-1} - 2^{x^2-x} = (x-1)^2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1

Chọn B.

Câu 2

Chọn D.

Ta có: $a^b < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ b < 0 \end{cases}$ vì b dương nên $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ b > 0 \end{cases}$.

Câu 3

Chọn C.

Hàm số xác định khi: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. Vậy tập xác định: $D = (1; +\infty)$.

Câu 4

Chọn B.

Hàm số $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^{2x^2+1} \Rightarrow y' = 4x \cdot \left(\frac{\pi}{3}\right)^{2x^2+1} \cdot \ln \frac{\pi}{3}$ đổi dấu khi x đi qua 0 nên không đồng biến trên R .

Hàm số $y = x \log_2(x^2 + 1) \Rightarrow y' = \log_2(x^2 + 1) + 2x^2 \cdot \frac{1}{(x^2 + 1) \cdot \ln 2} \geq 0, \forall x \in R$ dấu bằng chỉ xảy ra tại 0 nên hàm số đồng biến trên R .

Hàm số $y = \log_{\frac{\pi}{5}}(x^2 + 1)$ có $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln \left(\frac{\pi}{5}\right)}$ đổi dấu khi x đi qua 0 nên không nghịch biến trên R .

Do $0 < \frac{2}{e} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên R .

Câu 5

Chọn D.

$$2 \log_{\sqrt{3}} x - m + 2 = 0 \Leftrightarrow \log_3 x = \frac{m-2}{4}$$

$$\frac{1}{27} < x < 1 \Leftrightarrow -3 < \log_3 x < 0 \Leftrightarrow -3 < \frac{m-2}{4} < 0 \Leftrightarrow -10 < m < 2$$

Câu 6

Chọn B.

$$y = \frac{1}{\sqrt[3]{4x^2 - 4x + 1}} = \frac{1}{\sqrt[3]{(2x-1)^2}} = (2x-1)^{-\frac{2}{3}} \Rightarrow y' = -\frac{2}{3}(2x-1)^{-\frac{5}{3}} \cdot 2 = \frac{-4}{3\sqrt[3]{(2x-1)^5}}$$

Câu 7

Chọn B.

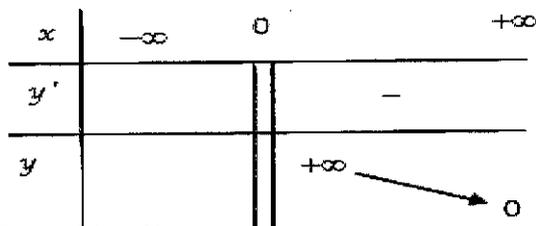
Tập xác định: $x > 1$

$$\ln x [\ln(x-1) - 1] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (loại)} \\ x = e + 1 \end{cases}$$

Câu 8 Chọn C.

A đúng vì hàm số (1) xác định $\Leftrightarrow x > 0$

B đúng vì $y = \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} = x^{-\frac{4}{3}} \Rightarrow y' = -\frac{4}{3} \cdot x^{-\frac{7}{3}} = -\frac{4}{3\sqrt[3]{x^7}} = \frac{-4}{3x\sqrt[3]{x^3}}$



C sai, đúng là

$$\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} = 0 \right)$$

D đúng vì $x = 2\sqrt[3]{2} \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt[4]{(2\sqrt[3]{2})^3}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2^4}} = \frac{1}{2}$

Câu 9 Chọn B.

Ta có $2^{x^2} \geq 2^0 = 1 \Rightarrow \frac{1 - (z-x)^2}{1 + (4-y)^2} \geq 1 \Leftrightarrow (4-y)^2 + (z-x)^2 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = z = 0 \end{cases}$

Câu 10 Chọn B.

Điều kiện $\begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x \leq 0 \end{cases}$. Đặt $t = \sqrt{2x^2 - 3x}$, phương trình trở thành $\log_2(t+1) + \left(\frac{1}{3}\right)^{1-t^2} = 2$.

Xét hàm số $f(t) = \log_2(t+1) + \left(\frac{1}{3}\right)^{1-t^2} \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{(t+1)\ln 2} + \frac{1}{3} \cdot 3^{t^2} \cdot 2t \cdot \ln 3 > 0, \forall t \geq 0$. Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.

Ta thấy $f(t) = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt{2x^2 - 3x} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{17}}{4} \\ x = \frac{3 - \sqrt{17}}{4} \end{cases}$

Câu 11 Chọn C.

Chúng minh được $(ab + bc + ca)^3 = abc(a + b + c)^3$

Ta có:

$P = \log_3(ab + bc + ca)^3 - \log_3 abc = \log_3 abc(a + b + c)^3 - \log_3 abc = 3\log_3(a + b + c) = 3\log_3 127 + 3$.

Do đó $x + y = 130$.

Câu 12 Chọn D.

Từ $4^x + 4^{-x} = 3 \Rightarrow \begin{cases} (4^x + 4^{-x})^2 = 9 \\ (2^x - 2^{-x}) + 2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16^x + 16^{-x} = 7 \\ |2^x - 2^{-x}| = 1 \end{cases} \Rightarrow T = \frac{13-7}{5+1} = 1$

Câu 13 ▶ Chọn A.

Việc so sánh x_1, x_2 từ dữ kiện $a^{x_1} < a^{x_2}$ còn tùy thuộc vào cơ số a . Cụ thể:

$$+) \text{ Nếu } 0 < a < 1: \text{ Từ } a^{x_1} < a^{x_2} \Rightarrow x_1 > x_2 \Rightarrow \begin{cases} a-1 < 0 \\ x_1-x_2 > 0 \end{cases} \Rightarrow (a-1)(x_1-x_2) < 0 \quad (1)$$

→ Loại B và C.

$$+) \text{ Nếu } a > 1: \text{ Từ } a^{x_1} < a^{x_2} \Rightarrow x_1 < x_2 \Rightarrow \begin{cases} a-1 > 0 \\ x_1-x_2 < 0 \end{cases} \Rightarrow (a-1)(x_1-x_2) < 0 \quad (2) \rightarrow \text{loại D.}$$

Chú ý: Từ (1) và (2) ta cũng suy ra A đúng.

Câu 14 ▶ Chọn B.

Cách 1 (giải xuôi):

$$\frac{\sqrt[3]{a^2 \sqrt{a}}}{a^3} = \frac{\sqrt[3]{a^2 a^{\frac{1}{2}}}}{a^3} = \frac{\sqrt[3]{a^{\frac{5}{2}}}}{a^3} = \frac{a^{\frac{5}{6}}}{a^3} = a^{-\frac{13}{6}} \Rightarrow \alpha \in (-3; -2)$$

Cách 2:

Chọn $a = 2$, giải phương trình $\frac{\sqrt[3]{2^2 \sqrt{2}}}{2^3} - 2^\alpha = 0$ bằng phím SOLVE (SHIFT+CALC) với $X = 0$
 $\Rightarrow \alpha \approx -2,17 \in (-3; -2)$

Câu 15 ▶ Chọn C.

$$\text{Dò bằng Mode 7 thấy } VT = VP \Leftrightarrow \begin{cases} x = e \\ y = 1 \text{ nên } P_{\max} = 2e. \\ y = 2 \end{cases}$$

Câu 16 ▶ Chọn D.

Gọi A là số tiền còn lại cần phải trả ban đầu, x là số tiền cần trả mỗi tháng, r là lãi suất mỗi tháng.

Gọi T_n là số tiền còn lại cần phải trả ở cuối tháng n

Ta có:

$$T_1 = A(1+r) - x$$

$$T_2 = [A(1+x) - x](1+r) - x = A(1+r)^2 - x[(1+r)+1] = A(1+r)^2 - \frac{x[(1+r)^2 - 1]}{r}$$

$$T_3 = A(1+r)^3 - \frac{x[(1+r)^2 - 1]}{r}(1+r) - x = A(1+r)^3 - \frac{x[(1+r)^3 - 1]}{r}$$

$$T_n = A(1+r)^n - \frac{x[(1+r)^n - 1]}{r}$$

Số tiền thấy cần trả trong 12 tháng là:

$$A = 18\,500\,000 - 5\,000\,000 = 13\,500\,000$$

$$\text{Suy ra } T_{12} = 13\,500\,000(1+3,4\%)^{12} - \frac{x[(1+3,4\%)^{12} - 1]}{3,4\%}$$

$$\Rightarrow x = 1\,388\,823,974$$

Câu 17 Chọn A.

Ta có $2^{1/2012!} \sqrt[4]{a} \cdot 4^{1/2010!} \sqrt[6]{a} \cdot 6^{1/2008!} \sqrt[8]{a} \dots 2012^{1/2!} \sqrt[2014]{a} \cdot 2014^{1/1!} \sqrt[2014]{a} = a^{\frac{1}{2!2012!} + \dots + \frac{1}{2014!}}$

Do đó:

$$S = \frac{1}{2!2012!} + \dots + \frac{1}{2014!} = \frac{1}{2014!} \left(\frac{2014!}{2!2012!} + \dots + \frac{2014!}{2014!} \right) = \frac{1}{2014!} (C_{2014}^2 + C_{2014}^4 + \dots + C_{2014}^{2014})$$

Xét khai triển:

$$(x+1)^n = C_n^0 x^0 + C_n^1 x^1 + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n \Rightarrow \begin{cases} C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n & (x=1) \\ C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 0 & (x=-1) \end{cases}$$

Từ trên suy ra:

$$\begin{cases} 2^{2014} = C_{2014}^0 + C_{2014}^1 + C_{2014}^2 + \dots + C_{2014}^{2014} \\ 0 = C_{2014}^0 - C_{2014}^1 + C_{2014}^2 - \dots + C_{2014}^{2014} \end{cases} \Rightarrow 2(C_{2014}^2 + C_{2014}^4 + \dots + C_{2014}^{2014}) = 2^{2014} - 2$$

$$\Rightarrow (C_{2014}^2 + C_{2014}^4 + \dots + C_{2014}^{2014}) = 2^{2013} - 1 \Rightarrow S = \frac{2^{2013} - 1}{2014!}$$

Câu 18 Chọn A.

Điều kiện: $x \neq 3, x \neq 7$.

$$PT \Leftrightarrow 2^{\frac{5(x+5)}{x-7}} = 2^{-2} \cdot 2^{\frac{7(x+17)}{x-3}} \Leftrightarrow 2^{\frac{5(x+5)}{x-7}} = 2^{\frac{7(x+17)}{x-3} - 2} \Leftrightarrow \frac{5(x+5)}{x-7} = \frac{7(x+17)}{x-3} - 2 \Leftrightarrow x = 10.$$

So với điều kiện ta có nghiệm của phương trình: $x = 10$.

Câu 19 Chọn A.

$$BPT \Leftrightarrow 2^x (1+2) \leq 3^x \left(1 + \frac{1}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x \geq \frac{9}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x \geq \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x \geq 2.$$

Vậy tập nghiệm của BPT: $S = [2; +\infty)$.

Câu 20 Chọn C.

Điều kiện: $x \neq 1$.

$$\text{Nhận xét: } (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) = 1 \Rightarrow (\sqrt{2}-1) = (\sqrt{2}+1)^{-1}$$

$$\text{Do đó: } BPT \Leftrightarrow (\sqrt{2}+1)^{x+1} \geq (\sqrt{2}+1)^{\frac{-x}{x-1}}$$

$$\Leftrightarrow x+1 \geq -\frac{x}{x-1} \Leftrightarrow \frac{x^2+x-1}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \vee x > 1.$$



Câu 21 ▶ Chọn A.

$$BPT \Leftrightarrow 2^{x^2} \cdot 2^{x^2-2x} - 4 \cdot 2^{x^2-2x} + 32 - 8 \cdot 2^{x^2} < 0$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2-2x} \cdot (2^{x^2} - 4) - 8 \cdot (2^{x^2} - 4) < 0 \Leftrightarrow (2^{x^2} - 4)(2^{x^2-2x} - 8) < 0$$

Câu 22 ▶ Chọn B.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - x - 6 > 0 \\ x - 3 > 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3. \text{ Khi đó:}$$

$$BPT \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_3(x^2 - x - 6) - \frac{1}{2} \log_3(x - 3) > -\log_3(x + 2)$$

$$\Leftrightarrow \log_3[(x - 3)(x + 2)] - \log_3(x - 3) > -\log_3(x + 2)$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x - 3) + \log_3(x + 2) - \log_3(x - 3) > -\log_3(x + 2)$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x + 2) > 0 \Leftrightarrow x + 2 > 1 \Leftrightarrow x > -1.$$

So sánh với điều kiện, ta có tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (3; +\infty)$.

Câu 23 ▶ Chọn A.

$$BPT \Leftrightarrow \begin{cases} 4^x - 12 \cdot 2^x + 32 \geq 0 \\ \log_2(2x - 1) \leq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} 4^x - 12 \cdot 2^x + 32 \leq 0 \\ \log_2(2x - 1) \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x \leq 4 \vee 2^x \geq 8 \\ 0 < 2x - 1 \leq 1 \end{cases} \vee \begin{cases} 4 \leq 2^x \leq 8 \\ 2x - 1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \vee x \geq 3 \\ \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases} \vee \begin{cases} 2 \leq x \leq 3 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x \leq 1 \vee 2 \leq x \leq 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right] \cup [2; 3]$.

Câu 24 ▶ Chọn D.

$$BPT \Leftrightarrow \log_{(3x-x^2)}(3-x) > \log_{(3x-x^2)}(3x-x^2) \quad (1)$$

$$\text{Trường hợp 1: } 3x - x^2 > 1 \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad (*)$$

$$(1) \Leftrightarrow 3 - x > 3x - x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 > 0$$

$$\Leftrightarrow x < 1 \vee x > 3 \Rightarrow \frac{3-\sqrt{5}}{2} < x < 1 \quad (a)$$

$$\text{Trường hợp 2: } 0 < 3x - x^2 < 1 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{3-\sqrt{5}}{2} \vee \frac{3+\sqrt{5}}{2} < x < 3 \quad (**)$$

$$(1) \Leftrightarrow 0 < 3 - x < 3x - x^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x^2 - 4x + 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 3 \stackrel{(**)}{\Rightarrow} \frac{3 + \sqrt{5}}{2} < x < 3 \quad (b)$$

Kết hợp (a) và (b), ta có tập nghiệm của bất phương trình:

$$S = \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2}; 1 \right) \cup \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}; 3 \right).$$

Câu 25 ▶ Chọn A.

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \frac{\log(x^2 - 3x + 2)}{\log 2x} > 2 \Leftrightarrow \log_{2x}(x^2 - 3x + 2) > \log_{2x}(4x^2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 0 \\ 2x \neq 1 \\ x^2 - 3x + 2 > 0 \\ (2x - 1)(x^2 - 3x + 2 - 4x^2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \\ x < 1 \vee x > 2 \\ (2x - 1)(3x^2 + 3x - 2) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \vee x > 2 \\ x < \frac{-3 - \sqrt{33}}{6} \vee \frac{-3 + \sqrt{33}}{6} < x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3 + \sqrt{33}}{6} < x < \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy, tập nghiệm của bất phương trình là: } S = \left(\frac{-3 + \sqrt{33}}{6}; \frac{1}{2} \right).$$

Câu 26 ▶ Chọn B.

Điều kiện: $x > 0$

$$\text{PT} \Leftrightarrow (1 - \log_3 x) \cdot \log_2 x - \left(3 \log_3 x - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_2 x$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x - 2 \log_2 x \cdot \log_3 x - 6 \log_3 x = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 3 \cdot \log_3 x - 2 \log_2 x \cdot \log_3 x - 6 \log_3 x = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x \cdot (\log_2 3 - 2 \log_2 x - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x \cdot \left(\log_2 x^2 - \log_2 \frac{3}{64} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 0 \\ \log_2 x^2 = \log_2 \frac{3}{64} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 = \frac{3}{64} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \pm \frac{\sqrt{3}}{8} \end{cases}$$

So với điều kiện ta có nghiệm của phương trình là: $x = 1 \vee x = \frac{\sqrt{3}}{8}$.



Câu 27 ▶ Chọn D.

$$BPT \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 \frac{2x-1}{x+1} < -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{2x-1}{x+1} < \log_2 \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow 0 < \frac{2x-1}{x+1} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x-1}{x+1} > 0 \\ \frac{x-1}{x+1} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \vee x > \frac{1}{2} \\ -1 < x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = \left(\frac{1}{2}; 1 \right)$.

Câu 28 ▶ Chọn A.

$$BPT \Leftrightarrow 0 < \log_3 |x-3| \leq 1 \text{ (do } 0 < \frac{2}{e} < 1)$$

$$\Leftrightarrow 1 < |x-3| \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} |x-3| > 1 \\ |x-3| \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \vee x > 4 \\ 0 \leq x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x < 2 \vee 4 < x \leq 6$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = [0; 2) \cup (4; 6]$.

Câu 29 ▶ Chọn C.

$$BPT \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4} \right)^{\frac{x}{2}} + \left(\frac{1}{4} \right)^{\frac{x}{2}} > 1. \text{ Xét } f(x) = \left(\frac{3}{4} \right)^{\frac{x}{2}} + \left(\frac{1}{4} \right)^{\frac{x}{2}}$$

Ta có: $f(2) = 1$. Mặt khác: $f(x)$ là hàm số nghịch biến.

$$\text{Do đó: } f(x) > f(2) = 1 \Leftrightarrow x < 2$$

Câu 30 ▶ Chọn B.

$$PT \Leftrightarrow 2^{x-1} - 2^{x^2-x} = (x^2-x) - (x-1) \Leftrightarrow 2^{x-1} + x - 1 = 2^{x^2-x} + x^2 - x \quad (*)$$

Đặt $u = x-1, v = x^2-x$, khi đó (*) trở thành: $2^u + u = 2^v + v$

Xét hàm số: $f(t) = 2^t + t, f'(t) = 2^t \ln 2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$

Suy ra: Hàm số $f(t)$ luôn đồng biến trên \mathbb{R}

$$\text{Do đó: } f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v \Rightarrow x-1 = x^2-x \Leftrightarrow x^2-2x+1=0 \Leftrightarrow x=1$$

CHUYÊN ĐỀ 11: NGUYÊN HÀM

A BÀI KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

Câu 1. Nguyên hàm $\int (2x+1)^2 dx$ là:

- A. $\frac{(2x+1)^3}{6} + C$. B. $\frac{(2x+1)^3}{3} + C$. C. $\frac{(2x+1)^3}{2} + C$. D. $\frac{2(2x+1)^3}{3} + C$.

Câu 2. Nguyên hàm $\int \frac{dx}{(3x-1)^3}$ là:

- A. $\frac{(3x-1)^3}{6} + C$. B. $\frac{-(3x-1)^{-2}}{6} + C$. C. $\frac{-(3x-1)^{-2}}{2} + C$. D. $\frac{2(3x-1)^3}{3} + C$.

Câu 3. Nguyên hàm $\int \frac{x dx}{(3x^2-1)^3}$ là:

- A. $-\frac{(3x^2-1)^{-2}}{12} + C$. B. $-\frac{(3x^2-1)^{-4}}{4} + C$. C. $-\frac{(3x^2-1)^4}{4} + C$. D. $\frac{(3x^2-1)^{-2}}{4} + C$.

Câu 4. Nguyên hàm $\int \frac{\cos x dx}{(3\sin x-1)^3}$ là:

- A. $-\frac{(3\sin x-1)^{-2}}{12} + C$. B. $-\frac{(3\sin x-1)^{-2}}{6} + C$.
C. $-\frac{(3\sin x-1)^{-2}}{3} + C$. D. $-\frac{(3\sin x-1)^{-2}}{2} + C$.

Câu 5. Nguyên hàm $\int \frac{\sin x dx}{(3\cos x-1)^3}$ là:

- A. $-\frac{(3\cos x-1)^{-2}}{12} + C$. B. $\frac{(3\cos x-1)^{-2}}{6} + C$.
C. $\frac{(3\cos x-1)^{-2}}{3} + C$. D. $-\frac{(3\sin x-1)^{-2}}{2} + C$.

Câu 6. Nguyên hàm $\int \frac{\tan^2 x dx}{\cos^2 x}$ là:

- A. $\frac{\tan^3 x}{6} + C$. B. $\frac{\tan^3 x}{2} + C$. C. $\frac{\tan^3 x}{3} + C$. D. $\tan^3 x + C$.

Câu 7. Nguyên hàm $\int \frac{\cot^2 x dx}{\sin^2 x}$ là:

- A. $-\frac{\cot^3 x}{2} + C$. B. $-\frac{\cot^3 x}{6} + C$. C. $\frac{\cot^3 x}{3} + C$. D. $-\frac{\cot^3 x}{3} + C$.



Câu 8. Nguyên hàm $\int \frac{\ln^3 x dx}{x}$ là:

- A. $\frac{\ln^4 x}{3} + C$. B. $\frac{\ln^4 x}{4} + C$. C. $\frac{\ln^4 x}{2} + C$. D. $\frac{\ln^4 x}{8} + C$.

Câu 9. Nguyên hàm $\int e^x \cdot (e^x + 1)^3 dx$ là:

- A. $\frac{(e^x + 1)^4}{4} + C$. B. $\frac{(e^x + 1)^4}{4} + C$. C. $\frac{(e^x + 1)^4}{2} + C$. D. $-\frac{(e^x + 1)^4}{4} + C$.

Câu 10. Nguyên hàm $\int 2^x \cdot (2^x + 1)^3 dx$ là:

- A. $-\frac{(2^x + 1)^4}{4 \ln 2} + C$. B. $\frac{(2^x + 1)^4}{\ln 2} + C$. C. $-\frac{(2^x + 1)^4}{4 \ln 2} + C$. D. $\frac{(2^x + 1)^4}{4 \ln 2} + C$.

Câu 11. Nguyên hàm $\int \frac{1}{2x+1} dx$ là:

- A. $2 \ln|x+1| + C$. B. $\ln|2x+1| + C$. C. $\frac{\ln|2x+1|}{2} + C$. D. $2 \ln|2x+1| + C$.

Câu 12. Nguyên hàm $\int \frac{dx}{4x^2 - 4x + 1}$ là:

- A. $\frac{\ln|x-1|}{2} + C$. B. $\frac{\ln|2x-1|}{2} + C$. C. $\frac{3 \ln|2x-1|}{2} + C$. D. $\frac{\ln|2x-1|}{3} + C$.

Câu 13. Nguyên hàm $\int \frac{x dx}{3x^2 - 1}$ là:

- A. $\frac{\ln|3x^2 - 1|}{6} + C$. B. $\frac{\ln|3x^2 - 1|}{3} + C$. C. $\frac{\ln|3x^2 - 1|}{2} + C$. D. $\frac{\ln|x^2 - 1|}{6} + C$.

Câu 14. Nguyên hàm $\int \frac{\cos x dx}{(3 \sin x - 1)}$ là:

- A. $\frac{\ln|3 \sin x - 1|}{6} + C$. B. $\frac{\ln|3 \sin x - 1|}{3} + C$.
C. $\frac{\ln|\sin x - 1|}{3} + C$. D. $\frac{\ln|3 \sin x - 1|}{2} + C$.

Câu 15. Nguyên hàm $\int \frac{\sin x dx}{(3 \cos x - 1)}$ là:

- A. $-\frac{\ln|3 \cos x - 1|}{2} + C$. B. $\frac{\ln|3 \cos x - 1|}{3} + C$.
C. $-\frac{\ln|3 \cos x - 1|}{6} + C$. D. $-\frac{\ln|3 \cos x - 1|}{3} + C$.

Câu 16. Nguyên hàm $\int \frac{dx}{\cos^2 x (1 - \tan x)}$ là:

- A. $-2 \ln|1 - \tan x| + C$. B. $-\ln|1 - \tan x| + C$.
C. $\ln|1 - \tan x| + C$. D. $2 \ln|1 - \tan x| + C$.



Câu 17. Nguyên hàm $\int \frac{dx}{\sin^2 x(1 - \cot x)}$ là:

- A. $-2\ln|1 - \cot x| + C$. B. $2\ln|1 - \cot x| + C$. C. $-\ln|1 - \cot x| + C$. D. $\ln|1 - \cot x| + C$.

Câu 18. Nguyên hàm $\int \frac{dx}{(\ln x - 1)x}$ là:

- A. $-2\ln|\ln x - 1| + C$. B. $2\ln|\ln x - 1| + C$. C. $\ln|\ln x - 1| + C$. D. $-\ln|\ln x - 1| + C$.

Câu 19. Nguyên hàm $\int \frac{e^x}{e^x - 1} dx$ là:

- A. $2\ln|e^x - 1| + C$. B. $\ln|e^x - 1| + C$. C. $-\ln|e^x - 1| + C$. D. $-2\ln|e^x - 1| + C$.

Câu 20. Nguyên hàm $\int \frac{2^x}{2^x + 1} dx$ là:

- A. $\frac{\ln|2^x + 1|}{2\ln 2} + C$. B. $\frac{2\ln|2^x + 1|}{\ln 2} + C$. C. $-\frac{\ln|2^x + 1|}{\ln 2} + C$. D. $\frac{\ln|2^x + 1|}{\ln 2} + C$.

Câu 21. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 \left(\frac{x^3}{18} - 1 \right)^5$.

- A. $\int f(x) dx = \left(\frac{x^3}{18} - 1 \right)^6 + C$. B. $\int f(x) dx = 6 \left(\frac{x^3}{18} - 1 \right)^6 + C$.
 C. $\int f(x) dx = \frac{1}{6} \left(\frac{x^3}{18} - 1 \right)^6 + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \left(\frac{x^3}{18} - 1 \right)^6 + C$.

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(2x + e^{3x})$.

- A. $\int f(x) dx = 2xe^x - 2e^x - \frac{1}{4}e^{4x} + C$. B. $\int f(x) dx = 2xe^x + 2e^x + \frac{1}{4}e^{4x} + C$.
 C. $\int f(x) dx = 2xe^x + 2e^x - \frac{1}{4}e^{4x} + C$. D. $\int f(x) dx = 2xe^x - 2e^x + \frac{1}{4}e^{4x} + C$.

Câu 23. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2xe^{x^2}$.

- A. $\int f(x) dx = 2e^{x^2} + C$. B. $\int f(x) dx = 2x^2e^{x^2} + C$.
 C. $\int f(x) dx = e^{x^2} + C$. D. $\int f(x) dx = 2xe^{x^2} + C$.

Câu 24. Nếu $f'(x) = 3(x+2)^2$, $f(0) = 8$ thì hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào sau đây?

- A. $2(x+2)^3 - 8$. B. $(x+2)^2 + 4$. C. $6(x+2) - 4$. D. $(x+2)^3$.

Câu 25. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$.

- A. $\int f(x) dx = x + \ln(e^x + 1) + C$. B. $\int f(x) dx = -x + \ln(e^x + 1) + C$.
 C. $\int f(x) dx = -x - \ln(e^x + 1) + C$. D. $\int f(x) dx = x - \ln(e^x + 1) + C$.

Câu 26. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x}$.

- A. $\int f(x) dx = \cot x + \tan x + C$. B. $\int f(x) dx = -\cot x - \tan x + C$.
 C. $\int f(x) dx = -\cot x + \tan x + C$. D. $\int f(x) dx = \cot x - \tan x + C$.



Câu 27. Nếu $f'(x) = \sqrt[3]{x} + x^3 + 1$, $f(1) = 2$ thì hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $f(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}} + \frac{x^4}{4} + x - \frac{7}{12}$.

B. $f(x) = \frac{4}{3}x^{\frac{4}{3}} + \frac{x^4}{4} + x - \frac{7}{12}$.

C. $f(x) = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{4}} + \frac{x^4}{4} + x - \frac{7}{12}$.

D. $f(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + \frac{x^4}{4} + x$.

Câu 28. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$.

A. $\int f(x)dx = 2e^{\sqrt{x}} + C$.

B. $\int f(x)dx = e^{2\sqrt{x}} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2} + C$.

D. $\int f(x)dx = e^{\sqrt{x}} + C$.

Câu 29. Nguyên hàm $\int \frac{xdx}{x^4 - 3x^2 + 1} = \frac{a}{b} \ln \left| \frac{x^2 - c}{x^2 - d} \right| + C$ ($a, b, c, d \in \mathbb{N}$). Giá trị $a + b + c + d$ là:

A. 4.

B. 6.

C. 7.

D. 5.

Câu 30. Nguyên hàm $\int \frac{\sin x dx}{(\cos x - 1)(\cos x + 1)} = -\frac{c}{d} \ln \left| \frac{\cos x - a}{\cos x + b} \right| + C$ ($a, b, c, d \in \mathbb{N}$).

Giá trị $a + b + c + d$ là:

A. 4.

B. 6.

C. 7.

D. 5.

B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 ▶ Chọn A.

Ta có: $\int (2x+1)^2 dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x+1)^3}{3} + C$.

Câu 2 ▶ Chọn B.

Ta có: $\int \frac{dx}{(3x-1)^3} = \int (3x-1)^{-3} dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{(3x-1)^{-2}}{-2} + C$.

Câu 3 ▶ Chọn A.

Ta thấy $xdx = \frac{1}{2}dx^2$ do đó $\int \frac{xdx}{(3x^2-1)^3} = \frac{1}{2} \int \frac{dx^2}{(3x^2-1)^3}$ điều này khiến ta nghĩ đến việc đặt: $t = x^2$. Lúc này nguyên hàm trở thành:

$$\frac{1}{2} \int \frac{dt}{(3t-1)^3} = \frac{1}{2} \int (3t-1)^{-3} dt = \frac{1}{6} \frac{(3t-1)^{-2}}{-2} + C = -\frac{(3x^2-1)^{-2}}{12} + C.$$

Câu 4 Chọn B.

Ta thấy $\cos x dx = d \sin x$ do đó $\int \frac{x dx}{(3x^2 - 1)^3} = \int \frac{d \sin x}{(3 \sin x - 1)^3}$ điều này khiến ta nghĩ đến việc đặt $t = \sin x$. Lúc này nguyên hàm trở thành:

$$\int \frac{dt}{(3t - 1)^3} = \int (3t - 1)^{-3} dt = \frac{(3t - 1)^{-2}}{-2} + C = -\frac{(3 \sin x - 1)^{-2}}{6} + C.$$

Câu 5 Chọn B.

Ta thấy $\sin x dx = -d(\cos x)$ do đó $\int \frac{\sin x dx}{(3 \cos x - 1)^3} = -\int \frac{d(\cos x)}{(3 \cos x - 1)^3} =$ điều này khiến ta nghĩ đến việc đặt $t = \cos x$.

Lúc này nguyên hàm trở thành:

$$-\int \frac{dt}{(3t - 1)^3} = -\int (3t - 1)^{-3} dt = \frac{(3t - 1)^{-2}}{-2} + C = \frac{(3 \cos x - 1)^{-2}}{6} + C.$$

Câu 6 Chọn C.

Ta thấy $\frac{dx}{\cos^2 x} = d(\tan x)$ do đó $\int \frac{\tan^2 x dx}{\cos^2 x} = \int \tan^2 x d(\tan x)$ điều này khiến ta nghĩ đến việc đặt $t = \tan x$.

$$\text{Lúc này nguyên hàm trở thành } \int t^2 dt = \frac{t^3}{3} + C = \frac{\tan^3 x}{3} + C.$$

Câu 7 Chọn D.

Ta thấy $\frac{dx}{\sin^2 x} = d(\cot x)$ do đó $\int \frac{\cot^2 x dx}{\sin^2 x} = -\int \cot^2 x d(\cot x)$ điều này khiến ta nghĩ đến việc đặt $t = \cot x$. Lúc này nguyên hàm trở thành $-\int t^2 dt = -\frac{t^3}{3} + C = -\frac{\cot^3 x}{3} + C$.

Câu 8 Chọn D.

Ta thấy $\frac{dx}{x} = d(\ln x)$ do đó $\int \frac{\ln^3 x dx}{x} = \int \ln^3 x d(\ln x)$ điều này khiến ta nghĩ đến việc đặt $t = \ln x$.

$$\text{Lúc này nguyên hàm trở thành } \int t^3 dt = \frac{t^4}{4} + C = \frac{\ln^4 x}{4} + C.$$

Câu 9 Chọn C.

Ta thấy $e^x dx = d(e^x)$ do đó $\int e^x \cdot (e^x + 1)^3 dx = \int (e^x + 1)^3 d(e^x)$ điều này khiến ta nghĩ đến việc đặt $t = e^x$. Lúc này nguyên hàm trở thành $\int (t + 1)^3 dt = \frac{(t + 1)^4}{4} + C = \frac{(e^x + 1)^4}{4} + C$.



Câu 10 ▶ Chọn D.

Ta thấy $2^x dx = \frac{1}{\ln 2} d(2^x)$ do đó $\int 2^x \cdot (2^x + 1)^3 dx = \frac{1}{\ln 2} \int (2^x + 1)^3 d(2^x)$ điều này khiến ta nghĩ đến việc đặt $t = 2^x$. Lúc này nguyên hàm trở thành $\frac{1}{\ln 2} \int (t+1)^3 dt = \frac{(t+1)^4}{4 \ln 2} + C = \frac{(2^x + 1)^4}{4 \ln 2} + C$.

Câu 11 ▶ Chọn C.

Ta có $\int \frac{1}{2x+1} dx = \frac{\ln|2x+1|}{2} + C$.

Câu 12 ▶ Chọn B.

Ta có $\int \frac{(2x-1)dx}{4x^2-4x+1} = \int \frac{(2x-1)dx}{(2x-1)^2} = \frac{\ln|2x-1|}{2} + C$.

Câu 13 ▶ Chọn A.

Ta thấy $x dx = \frac{1}{2} dx^2$ do đó $\int \frac{x dx}{3x^2-1} = \frac{1}{2} \int \frac{dx^2}{(3x^2-1)}$ điều này khiến ta nghĩ đến việc đặt $t = x^2$.

Lúc này nguyên hàm trở thành $\frac{1}{2} \int \frac{dt}{(3t-1)} = \frac{\ln|3t-1|}{6} + C = \frac{\ln|3x^2-1|}{6} + C$.

Câu 14 ▶ Chọn B.

Ta thấy $\cos x dx = d \sin x$ do đó $\int \frac{x dx}{(3x^2-1)^3} = \int \frac{d \sin x}{(3 \sin x - 1)}$ điều này khiến ta nghĩ đến việc đặt $t = \sin x$. Lúc này nguyên hàm trở thành $\int \frac{dt}{(3t-1)} = \frac{\ln|3t-1|}{3} + C = \frac{\ln|3 \sin x - 1|}{3} + C$.

Câu 15 ▶ Chọn D.

Ta thấy $\sin x dx = -d(\cos x)$ do đó $\int \frac{\sin x dx}{(3 \cos x - 1)} = -\int \frac{d(\cos x)}{(3 \cos x - 1)}$ điều này khiến ta nghĩ đến việc đặt $t = \cos x$.

Lúc này nguyên hàm trở thành $-\int \frac{dt}{(3t-1)} = -\frac{\ln|3t-1|}{3} + C = -\frac{\ln|3 \cos x - 1|}{3} + C$.

Câu 16 ▶ Chọn C.

Ta thấy $\frac{dx}{\cos^2 x} = d(\tan x)$ do đó $\int \frac{dx}{\cos^2 x (1 - \tan x)} = \int \frac{d(\tan x)}{1 - \tan x}$ điều này khiến ta nghĩ đến việc đặt $t = \tan x$.

Lúc này nguyên hàm trở thành $\int \frac{dt}{1-t} = \ln|1-t| + C = -\ln|1 - \tan x| + C$.

Câu 17 ▶ Chọn C.

Ta thấy $\frac{dx}{\sin^2 x} = -d(\cot x)$ do đó $\int \frac{dx}{\sin^2 x (1 - \cot x)} = -\int \frac{1}{1 - \cot x} d(\cot x)$ điều này khiến ta nghĩ đến việc đặt $t = \cot x$.

Lúc này nguyên hàm trở thành $-\int \frac{dt}{1-t} = -\ln|1-t| + C = -\ln|1 - \cot x| + C$.



Câu 18 ▶ Chọn C.

Ta thấy $\frac{dx}{x} = d(\ln x)$ do đó $\int \frac{dx}{(\ln x - 1)x} = \int \frac{d \ln x}{\ln x - 1}$ điều này khiến ta nghĩ đến việc đặt $t = \ln x$.

Lúc này nguyên hàm trở thành $\int \frac{dt}{t-1} = \ln|t-1| + C = \ln|\ln x - 1| + C$.

Câu 19 ▶ Chọn B.

Ta thấy $e^x dx = d(e^x)$ do đó $\int \frac{e^x}{e^x - 1} dx = \int \frac{1}{e^x - 1} d(e^x)$ điều này khiến ta nghĩ đến việc đặt $t = e^x$.

Lúc này nguyên hàm trở thành $\int \frac{dt}{t-1} = \ln|t-1| + C = \ln|e^x - 1| + C$.

Câu 20 ▶ Chọn D.

Ta thấy $2^x dx = \frac{1}{\ln 2} d(2^x)$ do đó $\int \frac{2^x}{2^x + 1} dx = \frac{1}{\ln 2} \int \frac{1}{2^x + 1} d(2^x)$ điều này khiến ta nghĩ đến việc đặt $t = 2^x$. Lúc này nguyên hàm trở thành $\frac{1}{\ln 2} \int \frac{1}{t+1} dt = \frac{\ln|t+1|}{\ln 2} + C = \frac{\ln|2^x + 1|}{\ln 2} + C$.

Câu 21 ▶ Chọn A.

Đặt $t = \frac{x^3}{18} - 1$.

Câu 22 ▶ Chọn D.

Tách làm hai nguyên hàm, nguyên hàm $\int 2xe^x dx$ được tính bằng cách sử dụng nguyên hàm từng phần.

Câu 23 ▶ Chọn C.

Đặt $t = x^2$.

Câu 24 ▶ Chọn D.

Sử dụng $f(x) = \int f(x) dx$, giả thiết $f(0) = 8$ giúp ta tìm được hằng số C .

Câu 25 ▶ Chọn D.

Đặt $t = e^x + 1$.

Câu 26 ▶ Chọn C.

Sử dụng phân tích $\frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 27 ▶ Chọn D.

Sử dụng $f(x) = \int f'(x) dx$, giả thiết $f(1) = 2$ giúp ta tìm được hằng số C .



Câu 28 ▶ Chọn A.

Đặt $t = \sqrt{x}$.

Câu 29 ▶ Chọn B.

Ta thấy $x dx = \frac{1}{2} dx^2$ do đó $\int \frac{x dx}{x^4 - 3x^2 + 1} = \frac{1}{2} \int \frac{dx^2}{(x^2 - 2)(x^2 - 1)}$ điều này khiến ta nghĩ đến việc đặt $t = x^2$. Lúc này nguyên hàm trở thành $\frac{1}{2} \int \frac{dt}{(t-2)(t-1)} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{t-2}{t-1} \right| + C = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x^2-2}{x^2-1} \right| + C$.

Câu 30 ▶ Chọn D.

Ta thấy $\sin x dx = -d(\cos x)$ do đó $\int \frac{\sin x dx}{(\cos x - 1)(\cos x + 1)} = -\int \frac{d(\cos x)}{(\cos x - 1)(\cos x + 1)}$ điều này khiến ta nghĩ đến việc đặt $t = \cos x$.

Lúc này nguyên hàm trở thành:

$$-\int \frac{dt}{(t-1)(t+1)} = -\frac{1}{2} \ln \left| \frac{t-1}{t+1} \right| + C = -\frac{1}{2} \ln \left| \frac{\cos x - 1}{\cos x + 1} \right| + C.$$

CHUYÊN ĐỀ 12: TÍCH PHÂN

A BÀI KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

Câu 1. Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{e^x(1+x)}{1+xe^x} dx$.

- A. $I = \ln(1+e^2)$. B. $I = \ln(e^2 - 1)$. C. $I = \ln(1+e)$. D. $I = \ln(e-1)$.

Câu 2. Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 |2^x - 2^{-x}| dx = \frac{a}{\ln b}$ ($a, b \in \mathbb{N}$). Giá trị $a+b$ bằng:

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 6.

Câu 3. Tìm số thực $m > 1$ sao cho $\int_1^m (\ln x + 1) dx = m$.

- A. $m = e + 1$. B. $m = e^2$. C. $m = 2e$. D. $m = e$.

Câu 4. Cho biết $\int_0^1 f(x) dx = 2017$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 \frac{f(|x|) dx}{1+2016^x}$ ta được kết quả:

- A. $I = 2016$. B. $I = \sqrt{2017}$. C. $I = e^{2017}$. D. $I = 2017$.

Thi thử THPT Hồng Đức Thành Hóa 2017



Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và số thực a dương. Biết rằng với mọi $x \in [0; a]$ thì

$$f(x) > 0 \text{ và } f(x) \cdot f(a-x) = 1. \text{ Tính } I = \int_0^a \frac{dx}{1+f(x)}:$$

- A. $I = \frac{a}{2}$. B. $I = 2a$. C. $I = a$. D. $I = -\frac{a}{2}$.

Trích Đề Thi Thử Chuyên Vĩnh Phúc Lần 5 Năm 2017

Câu 6. Gọi S là tập hợp số nguyên dương k thỏa mãn điều kiện: $\int_1^e \ln \frac{k}{x} dx < e-2$. Tìm S .

- A. $S = \{1, 2, 3\}$. B. $S = \{1, 2\}$. C. $S = \{2, 3\}$. D. $S = \{\emptyset\}$.

Câu 7. Xác định số a dương để $\int_0^a (x-x^2) dx$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $a = 1$. B. $a = \frac{1}{2}$. C. $a = 2$. D. $a = \frac{3}{2}$.

Câu 8. Cho $f(x)$ là hàm liên tục trên $[0; 3]$ và $f(x) \cdot f(3-x) = 1$ với mọi $x \in [0; 3]$. Tính

$$K = \int_0^3 \frac{dx}{1+f(x)}:$$

- A. $K = \frac{2}{3}$. B. $K = 2$. C. $K = \frac{3}{2}$. D. $K = 3$.

Trích Đề Thi Thử Chuyên Lào Cai Lần 2 Năm 2017

Câu 9. Biết $\int_0^1 \frac{x^2}{1+e^{-x}} dx = a$. Tính giá trị của $I = \int_0^1 \frac{x^2}{1+e^x} dx$.

- A. $I = \frac{1}{2} - a$. B. $I = 1 - a$. C. $I = \frac{1}{3} - a$. D. $I = 1 + a$.

Câu 10. Biết tích phân $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = a - \frac{b}{e}$ ($a, b \in N$). Giá trị $a + b$ là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 11. Tìm số nguyên dương k nhỏ nhất, thỏa mãn $\int_0^1 \frac{dx}{2x+k} \geq 0$.

- A. $k = 3$. B. $k = 4$. C. $k = 1$. D. $k = 2$.

Câu 12. Biết $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+3^{-x}} dx = m$. Tính giá trị của $I = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+3^x} dx$.

- A. $\pi - m$. B. $\frac{\pi}{4} + m$. C. $\pi + m$. D. $\frac{\pi}{4} - m$.

Câu 13. Cho $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2x+m}}$, với $m > 0$. Tìm các giá trị của tham số m để $I \geq 1$.

- A. $0 < m \leq \frac{1}{4}$. B. $m > \frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{8} \leq m \leq \frac{1}{4}$. D. $m > 0$.

Câu 14. Cho m là một số dương và $I = \int_0^m (4^x \ln 4 - 2^x \ln 2) dx$. Tìm m khi $I = 12$.

- A. $m = 4$. B. $m = 3$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.



Câu 15. Tìm $x > 1$ biết rằng $\int_1^x \ln t dt = 1$.

- A. $x = e$ B. $x = e^2$ C. $x = e^3$ D. $x = e + 1$

Câu 16. Cho phương trình $\frac{1}{x-1} \int_1^x \ln t dt = \frac{x \ln x - 3}{x-1}, x > 1$. Phương trình có nghiệm là

- A. $x = 4$ B. $x = 3$ C. $x = \frac{7}{2}$ D. kết quả khác

Câu 17. Tìm x biết rằng $\int_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^x \frac{dt}{t\sqrt{t^2-3}} = \frac{\pi}{12}$

- A. $x = 2\sqrt{2}$ B. $x = 3$ C. $x = 2$ D. $x = \sqrt{2}$

Câu 18. Cho tích phân $I(a; b) = \int_a^b \frac{(1-x^2) dx}{(1+x^2)\sqrt{1+x^4}}, 0 < a < b$ hay $a < b < 0$. Khi đó giá trị của $I\left(a; \frac{1}{a}\right)$ bằng bao nhiêu?

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{8}$

Câu 19. Cho tích phân $I_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1-x^2} dx$ với $n > 1$. Giữa các I_n có hệ thức.

- A. $(n+1)I_n = nI_{n-1}$ B. $(n+1)I_{n+1} = nI_n$
C. $(n+2)I_{n-2} = (n+1)I_n$ D. $(n+2)I_n = (n-1)I_{n-2}$

Câu 20. Tính tích phân $\int_0^{\ln 3} \frac{dx}{\sqrt{e^x+6}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left[(5-2\sqrt{6})(13+2\sqrt{42}) \right]$. Giá trị của a là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 21. Tính tích phân $I = \int_{\frac{1}{a}}^a \frac{(x^4+x^{-4}) \ln x dx}{x}, a > 0$.

- A. 1 B. 0 C. $2 \ln a$ D. $\frac{(a^2+1)}{a} \ln a$

Câu 22. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{1+\cos x} dx = \frac{a\pi-b}{c} (a, b, c \in \mathbb{N})$. Giá trị $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{1+\cos x} dx = \frac{a\pi-b}{c} (a, b, c \in \mathbb{N})$ là:

- A. 10. B. 11. C. 15. D. 16.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = A \sin \pi x + B \cos \pi x$, biết $f(1) = 3, \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = -\frac{1}{\pi}$. Tính $f'\left(\frac{3}{4}\right)$

- A. $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$ B. $-\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{3\pi\sqrt{2}}{2}$ D. kết quả khác

Câu 24. Biết $\int_0^{\pi} x \sin x \cos^4 x dx = \frac{a\pi}{b} (a, b \in \mathbb{N})$. Giá trị $a+b$ là:

- A. 10. B. 6. C. 15. D. 16.



Câu 25. Cho tích phân $I_n = \int_0^{\pi} \frac{\cos nx}{5 - 4 \cos x} dx$. Các I_n thỏa mãn công thức nào sau đây:

- A. $I_n + I_{n-2} = \frac{1}{2} I_{n-1}$ B. $I_n + I_{n+2} = \frac{1}{2} I_{n+1}$ C. $I_n + I_{n+2} = \frac{3}{2} I_{n+1}$ D. $I_n + I_{n-2} = \frac{5}{2} I_{n-1}$

Câu 26. Biết $\int_2^4 \frac{x^2 + 1}{x^4 - 3x^2 + 1} dx = \frac{a}{b} \ln \frac{c}{d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{N}$). Giá trị $a + b + c + d$ là:

- A. 10. B. 6. C. 15. D. 77.

Câu 27. Biết $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x dx}{\cos^2 x} = \frac{a\pi}{6\sqrt{3}} - \frac{\ln 3}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}$). Giá trị $a + b$ là:

- A. 10. B. 7. C. 15. D. 77.

Câu 28. Cho tích phân $I(a; b) = \int_a^b \frac{(1-x^2) dx}{(1+x^2)\sqrt{1+x^4}}$, $0 < a < b$ hay $a < b < 0$. Khi đó $I(-b; -a)$ là:

- A. $-I(a; b)$. B. $I(b; a)$. C. $-I(-a; -b)$. D. 77.

Câu 29. Biết $\int_0^{\sqrt{3}} \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx = \sqrt{a} \ln(2 + \sqrt{3}) - b$, ($a, b \in \mathbb{N}$). Giá trị của $a + b$ là:

- A. 10. B. 7. C. 15. D. 4.

Câu 30. Biết $\int_0^4 \tan^4 x dx = \frac{\pi}{a} - \frac{b}{c}$ ($a, b, c \in \mathbb{N}$). Giá trị $a + b + c$ là:

- A. 10. B. 7. C. 9. D. 4.

B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT



Câu 1 ▶ Chọn C.

Đặt $t = 1 + xe^x$.



Câu 2 ▶ Chọn C.

Đặt $t = 2^x$ hoặc có thể sử dụng máy tính cầm tay để tìm kết quả. Ta tính được $I = \frac{1}{\ln 2}$, do đó C đúng.



Câu 3 ▶ Chọn D.

Tính tích phân $I = \int_1^m (\ln x + 1) dx$ bằng phương pháp tích phân từng phần theo tham số m , sau đó tìm m từ phương trình $I = m$.



Câu 4 ▶ Chọn D.

Để giải bài này nhanh ta chỉ cần chọn một hàm thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 2017$, rõ ràng ta nên chọn hàm hằng đây là hàm đơn giản nhất, giả sử hàm cần tìm là $f(x) = c$ suy ra $\int_0^1 c dx = 2017 \Leftrightarrow c = 2017$.



Do đó hàm cần tìm là $f(x) = 2017$.

Lúc này $I = \int_{-1}^1 \frac{f(|x|) dx}{1+2016^x} = \int_{-1}^1 \frac{2017 dx}{1+2016^x} = 2017$ (chỗ này ta dùng MTCT để ra kết quả).

Câu 5 ▶ Chọn A.

Rõ ràng hàm $f(x) = 1, \forall x \in [0; a]$ thỏa mãn hai dữ kiện $f(x) > 0$ và $f(x) \cdot f(a-x) = 1$.

Do đó $I = \int_0^a \frac{dx}{1+f(x)} = \int_0^a \frac{dx}{2} = \frac{a}{2}$.

Câu 6 ▶ Chọn B.

Tính tích phân theo hằng số k , rồi tìm k nguyên dương từ điều kiện.

Câu 7 ▶ Chọn A.

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(a)$, có $f'(a) = a - a^2$ ($a > 0$).

Câu 8 ▶ Chọn C.

Đối với dạng bài tích phân mà không cho hàm $f(x)$ cụ thể mà chỉ cho $f(x)$ thỏa mãn một số điều kiện nào đó ta có thể sử dụng kỹ thuật chọn một hàm thỏa mãn các điều kiện là được. Trong bài toán này hàm dễ thấy thỏa mãn điều kiện đề bài cho là $f(x) = 1, x \in [0; 3]$, ta kiểm tra xem hàm này có thỏa mãn thật hay không.

Ta có $f(x) = 1$, với mọi $x \in [0; 3]$, đây là hàm hằng nên dù cho x có thay đổi thì $f(x)$ vẫn luôn bằng 1, do đó $f(3-x) = 1$ với mọi $x \in [0; 3]$ suy ra $f(x) \cdot f(3-x) = 1$.

Lúc này $K = \int_0^3 \frac{dx}{1+f(x)} = \int_0^3 \frac{dx}{1+1} \left(\frac{1}{2} x \right) \Big|_0^3 = \frac{3}{2}$.

Chú ý: Nếu bạn tìm ra một hàm $f(x)$ khác làm cho tích phân ra giá trị khác thì đề bài này sai.

Câu 9 ▶ Chọn C.

Sử dụng phân tích $\int_0^1 \frac{x^2}{1+e^{-x}} dx + \int_0^1 \frac{x^2}{1+e^x} dx = \int_0^1 x^2 dx$ hoặc máy tính cầm tay để kiểm tra kết quả.

Câu 10 ▶ Chọn C.

Sử dụng công thức tích phân từng phần với $u = \ln x$ hoặc máy tính cầm tay để kiểm tra kết quả. Ta tính được $I = 1 - \frac{2}{e}$ do đó $a+b=3$

Câu 11 ▶ Chọn C.

$\forall k \in \mathbb{N}^*, \forall x \in [0; 1], 2x+k > 0$, do đó $\int_0^1 \frac{dx}{2x+k} > 0, \forall k \in \mathbb{N}^*$.

Suy ra số nguyên dương k nhỏ nhất thỏa mãn bài ra là $k = 1$.

Câu 12 ▶ Chọn A.

Sử dụng phân tích $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+3^{-x}} dx + \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+3^x} dx = \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 x dx$ hoặc máy tính cầm tay để kiểm tra kết quả.

Câu 13 ▶ Chọn A.

Tính tích phân theo tham số m , sau đó tìm m từ bất phương trình $I \geq 1$.

Câu 14 ▶ Chọn D.

Tính tích phân theo tham số m , sau đó tìm m từ phương trình $I = 12$.

Câu 15 ▶ Chọn A.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln t \\ dv = dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dt}{t} \\ v = t \end{cases} \Rightarrow \int_1^x \ln t dt = x \ln x - x + 1$$

$$\text{Vậy } x \text{ thỏa mãn } \begin{cases} x > 1 \\ x \ln x - x + 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \ln x = 1 \Leftrightarrow x = e.$$

Câu 16 ▶ Chọn A.

Bằng phương pháp tích phân từng phần ta có:

$$\int_1^x \ln t dt = x \ln x - x + 1 \Rightarrow \frac{x \ln x - x + 1}{x - 1} = \frac{x \ln x - 3}{x - 1} \Leftrightarrow x = 4.$$

Câu 17 ▶ Chọn D.

$$\int_{\frac{1}{x}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \int_{\sin \varphi_0}^{\sin \frac{\pi}{3}} \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \int_{\sin \varphi_0}^{\sin \frac{\pi}{3}} d\varphi = \frac{\pi}{3} - \varphi_0 = \frac{\pi}{12} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{4}$$

$$\sin \varphi_0 = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \sqrt{2}.$$

Câu 18 ▶ Chọn A.

$$I\left(a; \frac{1}{a}\right) = \int_a^{\frac{1}{a}} \frac{(1-x^2) dx}{(1+x^2)\sqrt{1+x^4}}. \text{ Đặt } t = \frac{1}{x} \Rightarrow dt = -\frac{dx}{x^2}$$

$$I\left(a; \frac{1}{a}\right) = \int_{\frac{1}{a}}^a \frac{(1-t^2) dt}{(1+t^2)\sqrt{1+t^4}} = -I\left(a; \frac{1}{a}\right) \Rightarrow I\left(a; \frac{1}{a}\right) = 0.$$

x	a	$\frac{1}{a}$
t	$\frac{1}{a}$	a

Câu 19 ▶ Chọn D.

$$\text{Đặt } u = x^{n-1}, dv = x\sqrt{1-x^2} \Leftrightarrow du = (n-1)x^{n-2}, v = -\frac{1}{3}(1-x^2)\sqrt{1-x^2}$$

$$I_n = \left[-\frac{1}{3}x^{n-1}(1-x^2)\sqrt{1-x^2} \right]_0^1 + \frac{n-1}{3} \int_0^1 (x^{n-2} - x^n)\sqrt{1-x^2} dx = \frac{n-1}{3} I_{n-2} - \frac{n-1}{3} I_n$$



$$\Rightarrow \left(\frac{n-1}{3} + 1\right) I_n = \frac{n-1}{3} I_{n-2} \Rightarrow (n+2) I_n = (n-1) I_{n-2}.$$

Câu 20 Chọn D.

$$\text{Đặt } u = \sqrt{e^x + 6} \Rightarrow u^2 = e^x + 6 \Rightarrow 2udu = e^x dx \Rightarrow dx = \frac{2udu}{u^2 - 6} \Rightarrow I = \int_{\sqrt{7}}^3 \frac{2du}{u^2 - 6}.$$

Đặt:

$$\frac{2}{u^2 - 6} = \frac{A}{u + \sqrt{6}} + \frac{B}{u - \sqrt{6}} \Rightarrow \begin{cases} A + B = 0 \\ B - A = \frac{2}{\sqrt{6}} \end{cases} \Rightarrow B = \frac{1}{\sqrt{6}}, A = -\frac{1}{\sqrt{6}}$$

x	0	ln3
u	$\sqrt{7}$	3

$$I = \frac{1}{\sqrt{6}} \left[\ln \left| \frac{u - \sqrt{6}}{u + \sqrt{6}} \right| \right]_{\sqrt{7}}^3 = \frac{1}{\sqrt{6}} \ln \frac{(3 - \sqrt{6})(\sqrt{7} + \sqrt{6})}{(3 + \sqrt{6})(\sqrt{7} - \sqrt{6})} = \frac{1}{\sqrt{6}} \ln \left[(5 - 2\sqrt{6})(13 + 2\sqrt{42}) \right]$$

Câu 21 Chọn B.

$$\text{Đặt } u = \frac{1}{x} \Rightarrow dx = -\frac{du}{u^2}; \ln x = -\ln u. \text{ Đổi cận.}$$

x	a	$\frac{1}{a}$
u	$\frac{1}{a}$	a

$$\text{Vậy } I = \int_a^{\frac{1}{a}} \frac{\frac{1}{u^4} + u^4}{\frac{1}{u}} (-\ln u) \left(-\frac{du}{u^2}\right) = \int_a^{\frac{1}{a}} \frac{(u^{-4} + u^4) \ln u du}{u} = -\int_{\frac{1}{a}}^a \frac{(u^{-4} + u^4) \ln u du}{u} = -I \Rightarrow I = 0$$

Câu 22 Chọn C.

$$\frac{\cos^3 x}{\cos x + 1} = \frac{\cos^3 x + 1}{\cos x + 1} - \frac{1}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} = \cos^2 x - \cos x + 1 - \frac{1}{2 \cos^2 \frac{x}{2}}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{1 + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2} \cos 2x + \cos x + \frac{3}{2} - \frac{1}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} \right) dx = \left(\frac{\sin 2x}{4} - \sin x + \frac{3x}{2} - \tan \frac{x}{2} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= -1 + \frac{3\pi}{4} - 1 = \frac{3\pi - 8}{4}.$$

Câu 23 Chọn A.

$$f(1) = A \sin \pi + B \cos \pi = 3 \Rightarrow B = -3$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} (A \sin \pi x - 3 \cos \pi x) dx = -\frac{1}{\pi} \Rightarrow \left(-\frac{A}{\pi} \cos \pi x - \frac{3}{\pi} \sin \pi x \right) \Big|_0^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{\pi}$$

$$-\frac{3}{\pi} \sin \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{A}{\pi} \cos 0 \right) = -\frac{1}{\pi} \Rightarrow \frac{A}{\pi} = \frac{2}{\pi} \Rightarrow A = 2$$

Vậy $f(x) = 2\sin \pi x - 3\cos \pi x \Rightarrow f'(x) = 2\pi \cos \pi x + 3\pi \sin \pi x$

Nên $f'\left(\frac{3}{4}\right) = 2\pi\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 3\pi\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi\sqrt{2}}{2}$.

Câu 24 ▶ Chọn B.

$I = \int_0^{\pi} x \sin x \cos^4 x dx$. Đặt $u = x, dv = \sin x \cos^4 x dx \Rightarrow du = dx$

$v = \int_0^{\pi} \sin x \cos^4 x dx$ (đặt $\cos x = t \Rightarrow -\sin x dx = dt \Rightarrow v = \int -t^4 dt = -\frac{\cos^5 x}{5}$)

$I = -\frac{1}{5} [x \cos^5 x]_0^{\pi} + \frac{1}{5} \int_0^{\pi} \cos^5 x dx = \frac{\pi}{5} + \frac{1}{5} \int_0^{\pi} \cos x (1 - \sin^2 x)^2 dx$

$I = \frac{\pi}{5} + \frac{1}{5} \sin x - \frac{2}{3} \sin^3 x + \frac{\sin^5 x}{5} \Big|_0^{\pi} = \frac{\pi}{5}$

Câu 25 ▶ Chọn D.

Áp dụng công thức biến đổi $\cos nx + \cos(n-2)x = 2\cos(n-1)x \cos x$

$\cos nx + \cos(n-2)x = -\frac{1}{2} [\cos(n-1)x(5-4\cos x-5)]$

$= -\frac{1}{2} \cos(n-1)x(5-4\cos x) + \frac{5}{2} \cos(n-1)x$.

Chia 2 vế cho $5-4\cos x \neq 0$

$\frac{\cos nx}{5-4\cos x} + \frac{\cos(n-2)x}{5-4\cos x} = -\frac{1}{2} \cos(n-1)x + \frac{5}{2} \frac{\cos(n-1)x}{5-4\cos x}$.

Lấy tích phân từ 0 đến π hai vế $I_n + I_{n-2} = -\frac{1}{2} \int_0^{\pi} \cos(n-1)x dx + \frac{5}{2} I_{n-1}$ mà

$\int_0^{\pi} \cos(n-1)x dx = \frac{1}{n-1} (\sin(n-1)x) \Big|_0^{\pi} = 0$

$I_n + I_{n-2} = \frac{5}{2} I_{n-1}$

Câu 26 ▶ Chọn D.

$I = \int_{\frac{1}{2}}^4 \frac{x^2+1}{x^4-3x^2+1} dx$. Chia tử, mẫu cho x^2 và đặt $u = x - \frac{1}{x} \Rightarrow du = \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) dx$

x	2	4
u	$\frac{3}{2}$	$\frac{15}{4}$

Ta có $I = \int_{\frac{3}{2}}^{\frac{15}{4}} \frac{du}{u^2-1} = \frac{1}{2} \left[\ln \left| \frac{u-1}{u+1} \right| \right]_{\frac{3}{2}}^{\frac{15}{4}} = \frac{1}{2} \ln \frac{55}{19}$



Câu 27 ▶ Chọn B.

$$\text{Đặt } u = x, dv = \frac{dx}{\cos^2 x} \Rightarrow du = dx, v = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\Rightarrow I = (x \tan x) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} - \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos x} dx = \frac{5\pi}{6\sqrt{3}} - \frac{1}{2} \ln 3$$

Câu 28 ▶ Chọn C.

Đặt $t = -x \Rightarrow dx = -dt$

Đổi cận

$$\Rightarrow I(a; b) = \int_a^{-b} \frac{(1-x^2)(-dt)}{(1+x^2)\sqrt{1+t^4}} \Rightarrow I(a; b) = \int_{-b}^{-a} \frac{(1-x^2)dx}{(1+x^2)\sqrt{1+x^4}} = I(-b; -a)$$

x	a	b
t	-a	-b

Câu 29 ▶ Chọn D.

Đặt $u = \ln(x + \sqrt{1+x^2}), dv = dx \Rightarrow du = \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}, v = x$

$$\Rightarrow I = \left[x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) \right]_0^{\sqrt{3}} - \left[\sqrt{1+x^2} \right]_0^{\sqrt{3}} \Rightarrow I = \sqrt{3} \ln(2 + \sqrt{3}) - 1$$

Câu 30 ▶ Chọn C.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^4 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} [(\tan^4 x + \tan^2 x) - (\tan^2 x - 1) + 1] dx = \left[\frac{\tan^3 x}{3} \right]_0^{\frac{\pi}{4}} - [\tan x]_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \frac{1}{3} - 1 + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - \frac{2}{3}$$

CHUYÊN ĐỀ 13: HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

A BÀI KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

- Câu 1.** Trong một khối đa diện thì :
- A. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 cạnh.
 - B. Mỗi cạnh là cạnh chung của đúng 2 mặt.
 - C. Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất 3 mặt.
 - D. Mỗi mặt có ít nhất 3 cạnh.

Câu 12. Thể tích khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là:

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 13. Đáy của lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ là một tam giác đều. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc bằng 30° và diện tích tam giác $A'BC$ bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ.

- A. $8\sqrt{3}$. B. Đáp số khác. C. $4\sqrt{3}$ D. $16\sqrt{3}$

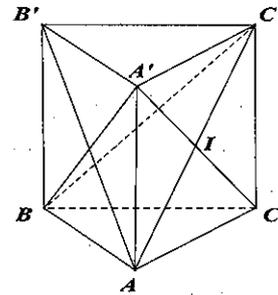
Câu 14. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là một hình thoi và hai mặt chéo $(ACCA')$, $(BDD'B')$ đều vuông góc với mặt phẳng đáy. Hai mặt này có diện tích lần lượt bằng 100cm^2 và 105cm^2 và cắt nhau theo một đoạn thẳng có độ dài 10cm. Khi đó thể tích của hình hộp đã cho là:

- A. $225\sqrt{5}\text{cm}^3$. B. 425cm^3 . C. $235\sqrt{5}\text{cm}^3$. D. 525cm^3

Câu 15. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V .

Trong các khối chóp dưới đây, khối chóp có thể tích $\frac{2V}{3}$ là:

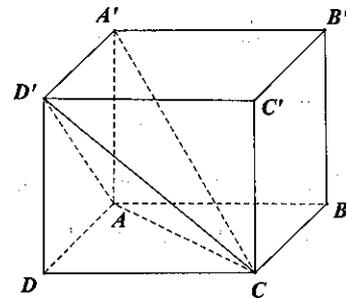
- A. $A.A'B'C'$.
B. $C'.ABC$.
C. $A'.BCC'B'$.
D. $I.ABB'A'$.



Câu 16. Cho hình hộp có các cạnh $AB = 3a$; $AD = 2a$; $AA' = 2a$ như hình vẽ:

Thể tích của khối $A'ACD'$ là:

- A. $4a^3$ B. $2a^3$
C. $3a^3$ D. $6a^3$



Câu 17. Cho $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích tứ diện $A'B'BC$ bằng:

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 18. Cho $ABCD.A'B'C'D'$ là lăng trụ đứng, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt phẳng $(C'BD)$ hợp với đáy góc 45° . Thể tích của lăng trụ bằng:

- A. $V = a^3$. B. $V = a^3\sqrt{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB , AC và AD đôi một vuông góc với nhau, $AB = a$; $AC = 2a$ và $AD = 3a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BD , CD . Tính thể tích V của tứ diện $ADMN$.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.



Câu 20. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của hai cạnh AA' và BB' . Khi đó thể tích của khối đa diện $ABCIJC'$ bằng:

- A. $\frac{3}{5}V$. B. $\frac{4}{5}V$. C. $\frac{3}{4}V$. D. $\frac{2}{3}V$.

Câu 21. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V . Lấy điểm A' trên cạnh SA sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với đáy của hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Khi đó thể tích chóp $S.A'B'C'D'$ bằng:

- A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{V}{9}$. C. $\frac{V}{27}$. D. $\frac{V}{81}$.

Câu 22. Cho khối chóp tứ giác đều $SABCD$. Một mặt phẳng (α) qua A, B và trung điểm M của SC . Tính tỉ số thể tích của hai phần khối chóp bị phân chia bởi mặt phẳng đó.

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{5}{36}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{5}{24}$

Câu 23. Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ và M là trung điểm của cạnh AB . Mặt phẳng $(B'C'M)$ chia khối lăng trụ thành hai phần. Tính tỉ số thể tích hai phần đó.

- A. $\frac{1}{6}$. B. 3 . C. $\frac{7}{5}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 24. Cho tứ diện đều $ABCD$ có thể tích V . Lấy M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, BC, CD sao cho $MA = MB, NB = NC, PC = 2PD$. Biết $Q = AD \cap (MNP)$, tính thể tích V_{AMNCPQ} ?

- A. $\frac{11V}{18}$. B. $\frac{25}{72}V$. C. $\frac{7}{5}V$. D. $\frac{23}{36}V$.

Câu 25. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có E thuộc cạnh AB , mặt phẳng $(A'DE)$ chia khối hộp thành hai phần trong đó $V_1 = V_{A'DE}$, V_2 là phần còn lại. Tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$ có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu:

- A. 5 . B. $\frac{5}{12}$. C. 2 . D. 3 .

Câu 26. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 3 (đvtt), lấy M, N, P lần lượt thuộc AA', BB', CC' sao cho $AA' = 2AM, BN = 2B'N$. Biết diện tích $ABNM$ bằng 4 (đvdt), tính khoảng cách từ P đến mặt phẳng $(ABA'B')$:

- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{7}{8}$. D. $\frac{7}{16}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, C' là trung điểm của SC . Gọi (P) là mặt phẳng chứa AC' cắt SB, SD tại M, N . Tỉ số $\frac{V_{S.ANMC'}}{V_{S.ABCD}}$ có giá trị lớn nhất là:

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 28. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 3 . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BD . Lấy điểm không đối P trên cạnh AB (khác A, B). Thể tích khối chóp $PMNC$ bằng:

- A. $\frac{9\sqrt{2}}{16}$. B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $\frac{27\sqrt{2}}{12}$.



Câu 29. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích $V = \frac{\sqrt{2}}{6}$. Gọi M là trung điểm của cạnh SD . Nếu $SB \perp SD$ thì khoảng cách từ B đến mặt phẳng (MAC) bằng:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$, $SA = SB = SC = a$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC).

- A. $d = 2a\sqrt{6}$. B. $d = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $d = a\sqrt{6}$. D. $d = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 → Chọn C.

Câu C sai. Phản ví dụ: Cho tứ diện $ABCD$ thì cạnh AB là cạnh chung của 2 mặt (ABC) và (ABD).

Câu 2 → Chọn B.

$d \geq m$ là sai vì trong khối tám mặt đều $ABCDMN$ thì $d = 6, m = 8$.

Câu 3 → Chọn D.

Trong hình 8 mặt đều, 8 mặt là 8 tam giác đều. Câu D sai.

Câu 4 → Chọn A.

Hình 8 mặt đều là hình bát diện đều có 6 đỉnh, 12 cạnh, 8 mặt.

Câu 5 → Chọn A

Khối đa diện đều loại $\{4, 4\}$ không tồn tại.

Câu 6 → Chọn A.

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

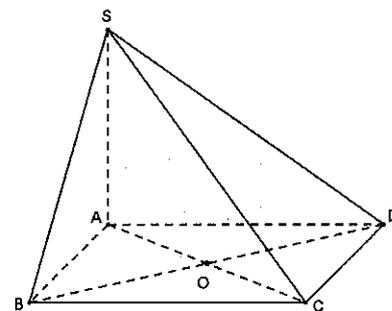
Mặt phẳng (SAC) và (SBD) chia khối chóp $S.ABCD$ thành 4 khối chóp là các khối chóp sau $S.ABO$, $S.ADO$, $S.CDO$, $S.BCO$.

Câu 7 → Chọn D.

Gọi I là trung điểm BC , H là trọng tâm

$$\Delta ABC \Rightarrow SH \perp (ABC)$$

$$\text{Ta có: } S_{ABC} = \frac{1}{2} AI \cdot BC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}, V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH$$

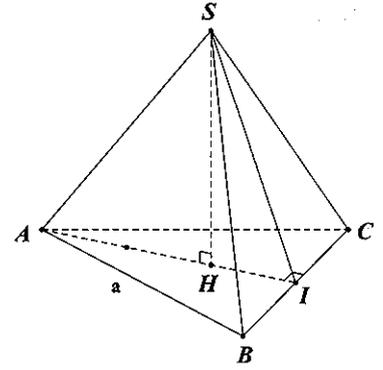




$$\Rightarrow SH = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = \frac{3 \frac{a^3}{4}}{a^2 \sqrt{3}} = a\sqrt{3}.$$

$$AH = \frac{2}{3} AI = \frac{2}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3},$$

$$SA = \sqrt{SH^2 + AH^2} = \sqrt{3a^2 + \frac{3a^2}{9}} = \frac{\sqrt{30}a}{3}.$$



Câu 8 Chọn A.

Gọi M là trung điểm BC

$$\Rightarrow \begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SM$$

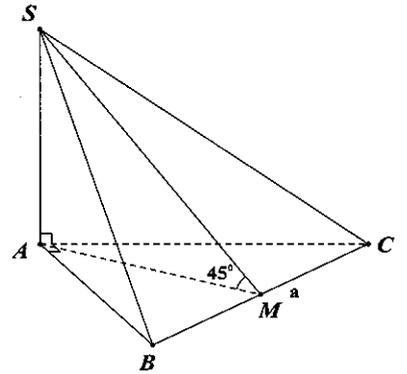
Ta có:

$$(\widehat{SBC}, \widehat{ABC}) = (\widehat{SM}, \widehat{AM}) = \widehat{SMA} = 45^\circ$$

$$\Rightarrow SA = AM = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$$

$$AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{2}}{2} \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2}{4}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^3}{24} \text{ (đvtt)}$$



Câu 9 Chọn C.

$$\Delta DBC \text{ đều} \Rightarrow BC = DB = DC = 4\sqrt{2}.$$

$$\Delta DAB = \Delta DAC \Rightarrow AB^2 = AC^2 = (4\sqrt{2})^2 - 4^2 = 16.$$

$$V = \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = \frac{32}{3}.$$

Câu 10 Chọn C.

$$\text{Trong } \Delta DAB: AD^2 + AB^2 = 20 = DB^2 \Rightarrow \widehat{DAB} = 90^\circ.$$

$$\text{Trong } \Delta DAC: AD^2 + AC^2 = 25 = DC^2 \Rightarrow \widehat{DAC} = 90^\circ.$$

$$\Rightarrow DA \perp (ABC).$$

Chu vi ΔABC :

$$2p = 2 + 3 + 4 = 9 \Rightarrow p = \frac{9}{2}$$

$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{\frac{9}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{3\sqrt{15}}{4}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{15}}{4} \cdot 4 = \sqrt{15}$$

Câu 11 → Chọn D.

$$V' = \frac{1}{3}V \text{ do đó D sai.}$$

Câu 12 → Chọn C.

Ta có:

$$S_{dáy} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{LT} = h.S_{dáy} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4} \text{ với } h = a \text{ là chiều cao của lăng trụ.}$$

Câu 13 → Chọn A.

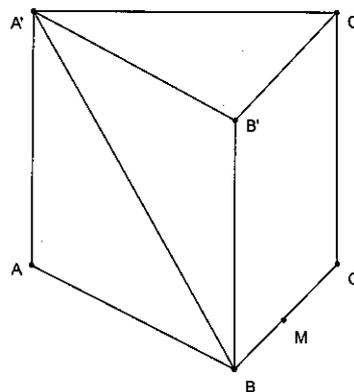
Kiến thức cần nhớ: Gọi S là diện tích của đa giác H trong mặt phẳng P và S' là diện tích hình chiếu H' của H trên mặt phẳng P' thì $S' = S \cdot \cos \varphi$, trong đó φ là góc giữa hai mặt phẳng P và P' .

Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow \widehat{AMA'} = 30^\circ$

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta A'B'C'} \cdot \cos 30^\circ = 4\sqrt{3} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow AB = 4; AM = 2\sqrt{3}$$

$$AA' = AM \cdot \tan 30^\circ = 2$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = 2 \cdot 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}.$$



Câu 14 → Chọn D.

Gọi O, O' lần lượt là tâm của các hình thoi $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

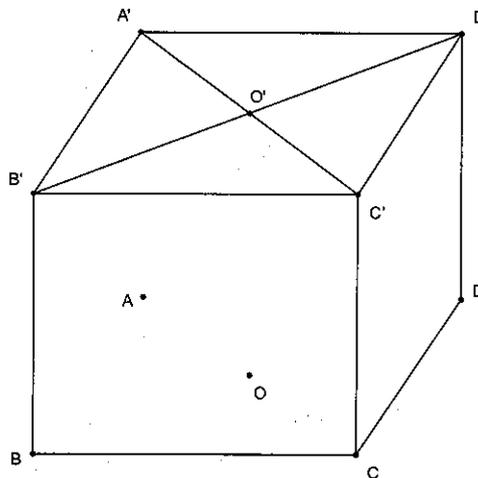
Suy ra $OO' \perp (ABCD), OO' = 10\text{cm}$

$$\text{Ta có: } S_{ACCA'} = OO' \cdot AC = 10AC = 100 \Leftrightarrow AC = 10\text{cm}$$

$$S_{BDD'B'} = OO' \cdot BD = 10BD = 105 \Leftrightarrow BD = 10,5\text{cm}$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = 52,5\text{cm}^2$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = OO' \cdot S_{ABCD} = 10 \cdot 52,5 = 525\text{cm}^3.$$



Câu 15 →

Chọn C.

Câu 16 → Chọn A.

$$\text{Thể tích } V_{A'.ACD'} = V_{C.AD'A'} = \frac{1}{3} CD \cdot \frac{1}{2} S_{AA'D'D} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot 2a \cdot 2a = 4a^3.$$

Câu 17 → Chọn B.

Các mặt bên của $ABC.A'B'C'$ là hình chữ nhật nên $BB' \perp B'A', BB' \perp BA$

$\Rightarrow BB'$ là đoạn vuông góc chung của BC và $B'A'$.



Gọi V_1, V_2 lần lượt là $V_{S.ABC}, V_{S.ACD}$.

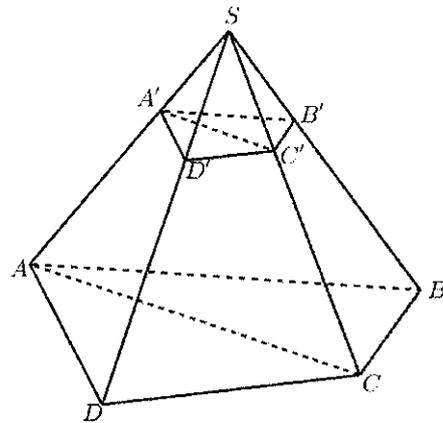
Ta có $V_1 + V_2 = V$

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{27} \Leftrightarrow V_{S.A'B'C'} = \frac{V_1}{27}$$

$$\frac{V_{S.A'C'D'}}{V_{S.ACD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{27} \Leftrightarrow V_{S.A'C'D'} = \frac{V_2}{27}$$

$$\text{Vậy } V_{S.A'BC'D'} = V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'C'D'} = \frac{V_1 + V_2}{27} = \frac{V}{27}$$

$$\text{Vậy } V_{S.A'BC'D'} = \frac{V}{27}$$



Câu 22 Chọn A.

Kẻ $MN \parallel CD$ ($N \in SD$) thì hình thang $ABMN$ là thiết diện của khối chóp khi cắt bởi mặt phẳng (ABM) .

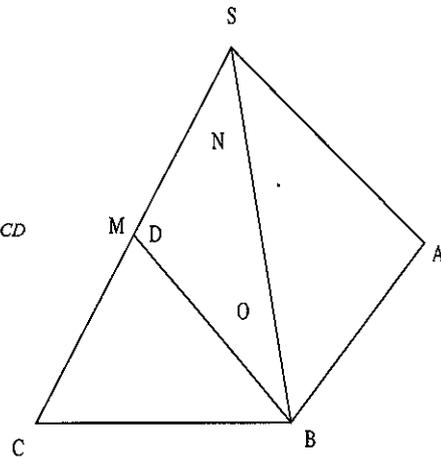
$$\frac{V_{SAND}}{V_{SADB}} = \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{SANB} = \frac{1}{2} V_{SADB} = \frac{1}{4} V_{SABCD}$$

$$\frac{V_{SBMN}}{V_{SBCD}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{SBMN} = \frac{1}{4} V_{SBCD} = \frac{1}{8} V_{SABCD}$$

$$\text{Mà } V_{SABMN} = V_{SANB} + V_{SBMN} = \frac{3}{8} V_{SABCD}$$

$$\text{Suy ra } V_{ABMN.ABCD} = \frac{5}{8} V_{SABCD}$$

$$\text{Do đó: } \frac{V_{SABMN}}{V_{ABMN.ABCD}} = \frac{3}{5}$$



Câu 23 Chọn C.

Qua M kẻ MN song song BC cắt AC tại N. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng $(B'C'M)$ với khối lăng trụ là mặt phẳng $(MNC'B')$.

$$\text{Đặt } V_{ABCA'B'C'} = h.S = V, S_{A'B'C'} = S \Rightarrow S_{AMN} = \frac{S}{4}$$

Ta vẽ hình và thấy $AMN.A'B'C'$ là hình chóp cụt, từ đó tính được thể tích:

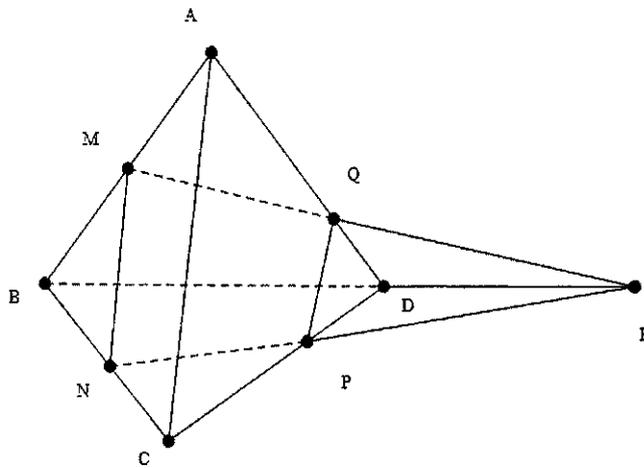
$$V_{AMNA'B'C'} = \frac{h}{3} (S_{AMN} + S_{A'B'C'} + \sqrt{S_{AMN} \cdot S_{A'B'C'}}) = \frac{h}{3} \left(S + \frac{S}{4} + \frac{S}{2} \right) = \frac{7hS}{12} = \frac{7}{12} V$$

Suy ra tỉ số thể tích cần tính là $\frac{7}{5}$.

Câu 24 Chọn A.

$$\text{Ta có: } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = V$$

Phải thấy được $PQ \parallel MN, ED = BD$



$$V_{E.BMN} = \frac{1}{3} \cdot d(E, (ABC)) \cdot S_{BMN} = \frac{1}{3} \cdot 2h \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{V}{2}$$

$$\frac{V_{E.PQD}}{V_{E.BMN}} = \frac{EQ}{EM} \cdot \frac{EP}{EN} \cdot \frac{ED}{EB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{9} \Rightarrow V_{E.BMN} = \frac{9}{2} V_{E.PQD}$$

$$\Rightarrow V_{E.PQD} = \frac{V}{9} \Rightarrow V_{DPQ.MBN} = \frac{V}{2} - \frac{V}{9} = \frac{7V}{18}$$

$$\Rightarrow V_{AMNCPQ} = V - \frac{7V}{18} = \frac{11V}{18}$$

Câu 25 Chọn A.

Ta có: $\frac{V_1}{V} = \frac{V_{A'.ADE}}{V} = \frac{V_{A'.ADE}}{6V_{A'.ABD}} = \frac{1}{6} \frac{AE}{AB} \cdot \frac{AA'}{AA'} \cdot \frac{AD}{AD} = \frac{1}{6} \frac{AE}{AB}$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V} = 1 - \frac{1}{6} \frac{AE}{AB} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1 - \frac{1}{6} \frac{AE}{AB}}{\frac{1}{6} \frac{AE}{AB}} = 6 \frac{AB}{AE} - 1 \geq 6 \frac{AB}{AB} - 1 = 5.$$

Câu 26 Chọn C.

$$\frac{V_{P.ABNM}}{V} = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right) = \frac{7}{36} \Rightarrow V_{P.ABNM} = \frac{7}{36} \cdot 3 = \frac{7}{12} = \frac{1}{3} d[P, (ABNM)] \cdot 4 \Rightarrow d[P, (ABNM)] = \frac{7}{16}.$$

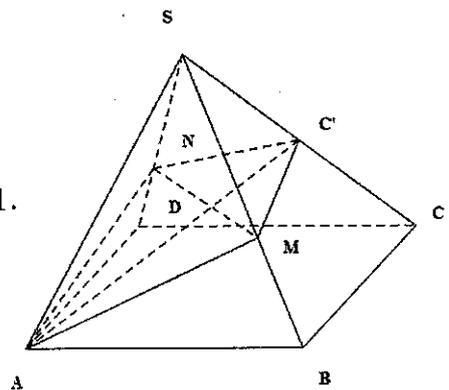
Câu 27 Chọn C.

Đặt $\frac{SN}{SD} = x, \frac{SM}{SB} = y.$

Theo định lí 2 bài tỉ số thể tích ta có:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3 \Rightarrow y = \frac{x}{3x-1} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq \frac{x}{3x-1} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq 1.$$

Áp dụng định lí 1 ta có:





$$\frac{V_{S.ANMC'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{4} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot y = \frac{1}{4}(x+y) = \frac{1}{4} \left(x + \frac{x}{3x-1} \right) = f(x).$$

Ta tính được $\max_{\frac{1}{2} \leq x \leq 1} f(x) = \frac{3}{8}$, $\min_{\frac{1}{2} \leq x \leq 1} f(x) = \frac{1}{3}$.

Câu 28 Chọn A.

Do $AB \parallel (CMN)$ nên:

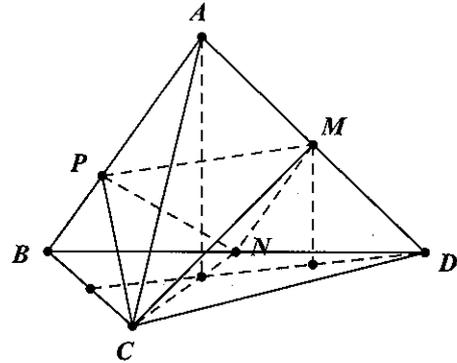
$$d(P, (CMN)) = d(A, (CMN)) = d(D, (CMN))$$

$$\text{Vậy } V_{PCMN} = V_{DPMN} = V_{MCND} = \frac{1}{4} V_{ABCD}$$

Mặt khác:

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{27\sqrt{2}}{12} \text{ nên:}$$

$$V_{MCND} = \frac{1}{4} \cdot \frac{27\sqrt{2}}{12} = \frac{9\sqrt{2}}{16}$$



Câu 29 Chọn A.

Giả sử hình chóp có đáy ABCD là hình vuông cạnh a.

Khi đó, $BD = a\sqrt{2}$.

Tam giác SBD vuông cân tại S nên $SD = SB = a$ và:

$$SO = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

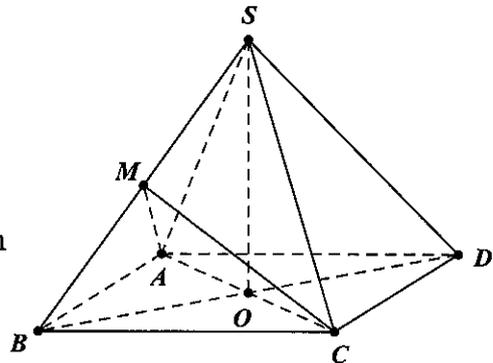
Suy ra các tam giác SCD, SAD là các tam giác đều cạnh a

và $SD \perp (MAC)$ tại M.

$$\text{Thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$$

$$\text{Mà } \frac{a^3 \sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{6} \Rightarrow a = 1.$$

Vì O là trung điểm BD nên: $d(B, (MAC)) = d(D, (MAC)) = DM = \frac{1}{2}$.



Câu 30 Chọn B.

Ta có: $\triangle SAB, \triangle SBC$ là các tam giác đều cạnh a nên $AB = BC = a$

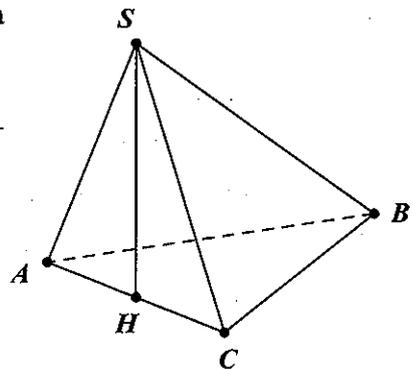
Ta có: $\triangle SAC$ vuông cân tại S nên $AC = a\sqrt{2}$

Ta có: $AC^2 = AB^2 + BC^2$ nên $\triangle ABC$ vuông tại B có $S_{ABC} = \frac{a^2}{2}$

Gọi H là trung điểm của AC. Ta có: $HA = HB = HC$

và $SA = SB = SC$ nên $SH \perp (ABC)$ và $SH = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Vậy } d[A; (SBC)] = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{SBC}} = \frac{SH \cdot S_{ABC}}{S_{SBC}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2}{2}}{\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$



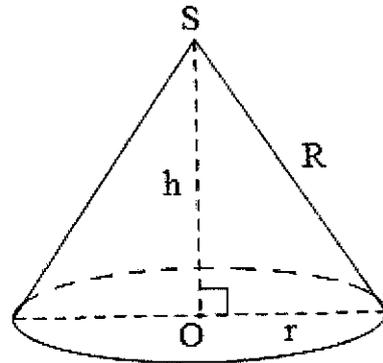
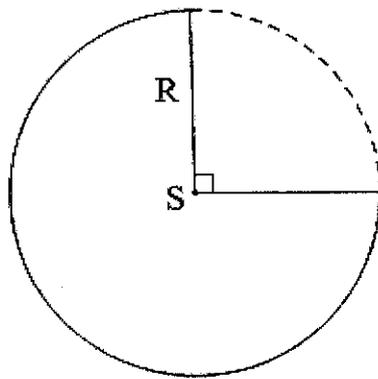
CHUYÊN ĐỀ 14: KHỐI TRÒN XOAY

A BÀI KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a, AC = 2a, \widehat{BAC} = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{7}}{2}$. B. $R = \frac{a\sqrt{55}}{6}$. C. $R = \frac{a\sqrt{10}}{2}$. D. $R = \frac{a\sqrt{11}}{2}$.

Câu 2. Cho hình tròn tâm S , bán kính $R = 2$. Cắt đi $\frac{1}{4}$ hình tròn rồi dán lại để tạo ra mặt xung quanh của một hình nón N . Tính diện tích toàn phần S_p của hình nón N .



- A. $S_p = 3\pi$. B. $S_p = \pi(3 + 2\sqrt{3})$.
 C. $S_p = \frac{21\pi}{4}$. D. $S_p = \pi(3 + 4\sqrt{3})$.

Câu 3. Trong không gian, cho tam giác ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi S là diện tích của mặt tròn xoay nhận được khi quay các cạnh AB và AC xung quanh trục BC . Tính S .

- A. $S = \pi a^2 \sqrt{3}$. B. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.
 C. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}(4 + \sqrt{3})}{4}$. D. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}(2 + \sqrt{3})}{4}$.

Câu 4. Cắt một khối nón N bằng một mặt phẳng đi qua trục của nó, ta được một tam giác vuông cân có diện tích bằng 8. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Khối nón N có diện tích xung quanh $S_{xq} = 16\pi\sqrt{2}$.
 B. Khối nón N có diện tích đáy $S = 8\pi$.
 C. Khối nón N có độ dài đường sinh là $l = 4$.
 D. Khối nón N có thể tích là $V = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.



Câu 5. Một khối nón có thể tích $\frac{100\pi}{81}$. Biết rằng tỉ số giữa đường cao và đường sinh của khối nón bằng $\frac{\sqrt{5}}{3}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của khối nón đã cho.

- A. $S_{xq} = \frac{10\pi}{9}$. B. $S_{xq} = \frac{10\sqrt{5}\pi}{3}$. C. $S_{xq} = \frac{10\sqrt{5}\pi}{9}$. D. $S_{xq} = \frac{10\pi}{3}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1, các mặt bên (SAB) , (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên $SA = \sqrt{7}$. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{9\pi}{2}$. B. $V = 36\pi$. C. $V = \frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}\pi}{3}$.

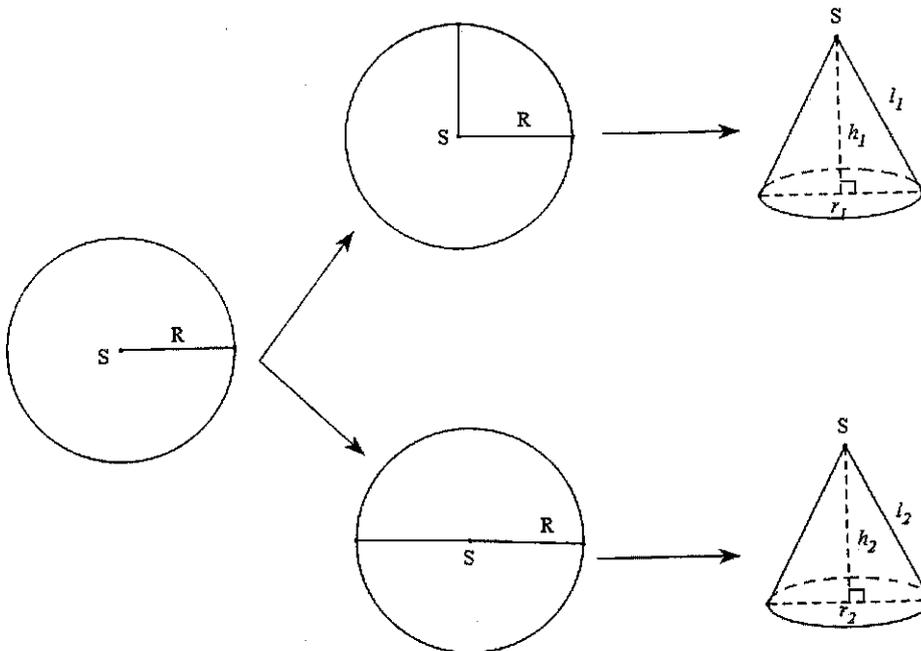
Câu 7. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB = a$, cạnh bên SA tạo với đáy một góc 60° . Một hình nón có đỉnh là S , đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

- A. $S_{xq} = \frac{4\pi a^2}{3}$. B. $S_{xq} = \frac{2\pi a^2}{3}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{6}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$.

Câu 8. Cho hình nón tròn xoay có đường cao $h = 4$, bán kính đáy $r = 3$. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón nhưng không qua trục của hình nón và cắt hình nón theo giao tuyến là một tam giác cân có độ dài cạnh đáy bằng 2. Tính diện tích của thiết diện được tạo ra.

- A. $S = \sqrt{91}$. B. $S = 2\sqrt{3}$. C. $S = \sqrt{19}$. D. $S = 2\sqrt{6}$.

Câu 9. Từ một hình tròn có tâm S , bán kính R , người ta tạo ra các hình nón theo 2 cách sau đây:



Cách 1: Cắt bỏ $\frac{1}{4}$ hình tròn rồi ghép 2 mép lại được hình nón N_1 .

Cách 2: Cắt bỏ $\frac{1}{2}$ hình tròn rồi ghép 2 mép lại được hình nón N_2 .



Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối nón N_1 và khối nón N_2 . Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9\sqrt{7}}{8\sqrt{3}}$.

Câu 10. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, mặt bên tạo với đáy một góc 45° . Một khối nón có đỉnh là S , đáy là hình tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Tính thể tích của khối nón đã cho.

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$. B. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{12}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên đáy là trung điểm O của cạnh BC . Biết rằng $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, đường thẳng SA tạo với đáy một góc 60° . Một hình nón có đỉnh là S , đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác ABC . Gọi S_{xq} là diện tích xung quanh của hình nón. Tính S_{xq} .

- A. $S_{xq} = 2\pi a^2 \sqrt{3}$. B. $S_{xq} = 4\pi a^2$. C. $S_{xq} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. D. $S_{xq} = 2\pi a^2$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên đáy là trung điểm O của cạnh BC . Biết rằng $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, đường thẳng SA tạo với đáy một góc 60° . Một hình nón có đỉnh là S , đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác ABC . Gọi l là độ dài đường sinh của hình nón. Tính l .

- A. $l = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $l = a\sqrt{3}$. C. $l = a$. D. $l = 2a$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, gọi M là trung điểm của cạnh bên SC . Mặt phẳng (P) qua AM và song song với BD lần lượt cắt các cạnh bên SB, SD tại N, Q . Đặt $t = \frac{V_{S.ANMQ}}{V_{S.ABCD}}$. Tính t .

- A. $t = \frac{1}{3}$. B. $t = \frac{2}{5}$. C. $t = \frac{1}{6}$. D. $t = \frac{1}{4}$.

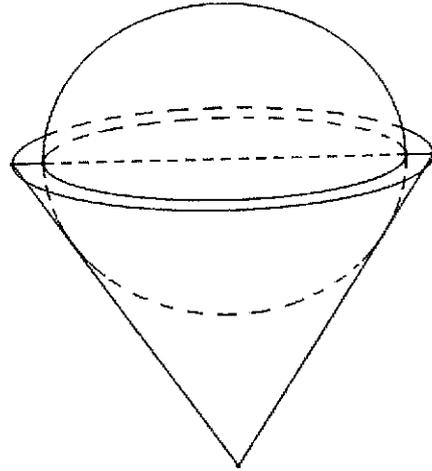
Câu 14. Cho hình trụ T . Một hình nón N có đáy là một đáy của hình trụ, đỉnh S của hình nón là tâm của đáy còn lại. Biết tỉ số giữa diện tích xung quanh của hình nón và diện tích xung quanh của hình trụ bằng $\frac{3}{2}$. Gọi β là góc ở đỉnh của hình nón đã cho. Tính $\cos\beta$.

- A. $\cos\beta = \frac{\sqrt{2}}{3}$. B. $\cos\beta = \frac{\sqrt{7}}{3}$. C. $\cos\beta = -\frac{7}{9}$. D. $\cos\beta = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 15. Cho hình nón tròn xoay có đường cao $h = \sqrt{5}$, bán kính đáy $r = 3$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh của hình nón nhưng không qua trục của hình nón và cắt hình nón theo giao tuyến là một tam giác cân có độ dài cạnh đáy bằng 4. Gọi O là tâm của hình tròn đáy. Tính khoảng cách d từ điểm O đến mặt phẳng (P) .

- A. $d = \frac{\sqrt{5}}{2}$. B. $d = \sqrt{10}$. C. $d = \sqrt{5}$. D. $d = \frac{\sqrt{10}}{2}$.

Câu 16. Một bình đựng nước dạng hình nón (không có đáy), dùng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $18\pi (dm^3)$. Biết rằng khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa của khối cầu chìm trong nước. Tính thể tích nước còn lại trong bình.



- A. $6\pi (dm^3)$. B. $12\pi (dm^3)$.
C. $54\pi (dm^3)$. D. $24\pi (dm^3)$.

Câu 17. Cho mặt nón có chiều cao $h = 6$, bán kính đáy $r = 3$.

Một hình lập phương đặt trong mặt nón sao cho trục của mặt nón đi qua tâm hai đáy của hình lập phương, một đáy của hình lập phương nội tiếp trong đường tròn đáy của hình nón, các đỉnh của đáy còn lại thuộc các đường sinh của hình nón. Tính độ dài cạnh của hình lập phương.

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $6(\sqrt{2}-1)$. C. $3(\sqrt{2}+2)$. D. 3.

Câu 18. Trong không gian, cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD$, $AB = a$, $CD = 2a$, $AD = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Gọi K là khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang $ABCD$ quanh trục MN . Tính diện tích toàn phần của khối K .

- A. $S_{tp} = \frac{9\pi a^2}{4}$. B. $S_{tp} = \frac{17\pi a^2}{4}$. C. $S_{tp} = \frac{7\pi a^2}{4}$. D. $S_{tp} = \frac{11\pi a^2}{4}$.

Câu 19. Cho khối cầu tâm I , bán kính R . Gọi S là điểm cố định thỏa mãn $IS = 2R$. Từ S , kẻ tiếp tuyến SM với khối cầu (với M là tiếp điểm). Tập hợp các đoạn thẳng SM khi M thay đổi là mặt xung quanh của hình nón đỉnh S . Tính diện tích xung quanh của hình nón đó, biết rằng tập hợp các điểm M là đường tròn có chu vi $2\pi\sqrt{3}$.

- A. $S_{xq} = 6\pi$. B. $S_{xq} = \frac{9}{2}\pi$. C. $S_{xq} = 3\pi$. D. $S_{xq} = 12\pi$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$ tam giác ABC cân tại A , $BC = 2a\sqrt{2}$, $\cos \widehat{ACB} = \frac{1}{3}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $S = \frac{97\pi \cdot a^2}{\sqrt{4}}$. B. $S = \frac{97\pi \cdot a^2}{\sqrt{3}}$. C. $S = \frac{97\pi a^2}{4}$. D. $S = \frac{97\pi a^2}{5}$.

Câu 21. Cho tứ diện $SABC$ có $SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC có $AB = a$, $BC = 2a$, $AC = a\sqrt{5}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$ là:

- A. $S = 9\pi a^2$. B. $S = 5\pi a^2$. C. $S = 27\pi a^2$. D. $S = 36\pi a^2$.

Câu 22. Cho tứ diện $SABC$, đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = 3$, $BC = 4$. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với (ABC) và SC hợp với (ABC) góc 45° . Thể tích hình cầu ngoại tiếp $SABC$ là:

A. $V = \frac{5\pi\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{25\pi\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{125\pi\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{125\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$ hai mặt ABC và DCB là những tam giác đều có cạnh bằng 1, $AD = \sqrt{2}$. Gọi O là trung điểm của cạnh AD . Xét 2 câu sau:

(I) O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

(II) $OABC$ là hình chóp tam giác đều.

Hãy chọn câu đúng.

A. Chỉ (I). B. Chỉ (II). C. Cả 2 câu sai. D. Cả 2 câu đúng.

Câu 24. Cho tứ diện $M.ABC$ với ΔABC vuông tại A , cạnh huyền $BC = 2a$. Gọi I là trung điểm của BC và hình chiếu của M xuống (ABC) trùng với I . Xét hai câu:

(I) Hình chóp $M.ABC$ là hình chóp tam giác đều.

(II) Cho $AM = a\sqrt{2}$ thì I là tâm mặt cầu đi qua 4 đỉnh $M.ABC$:

Hãy chọn câu đúng.

A. Chỉ (I). B. Chỉ (II). C. Cả 2 câu sai. D. Cả 2 câu đúng.

Câu 25. Cho tứ diện $ABCD$ với $(ABC) \perp (DAB)$. Tam giác ABC vuông cân tại B , tam giác DAC cân tại D . Gọi O là trung điểm của AC . Xét hai câu:

(I) Ta có $DO \perp (ABC)$.

(II) Điểm O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Hãy chọn câu đúng.

A. Chỉ (I). B. Chỉ (II). C. Cả 2 câu sai. D. Cả 2 câu đúng.

Câu 26. Cho tứ diện $SABC$ có $SA = 5$, $SB = 4$, $SC = 3$ và 3 đường thẳng SA , SB , SC vuông góc với nhau từng đôi một. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp $SABC$ bằng:

A. $S = 25\pi$. B. $S = 45\pi$. C. $S = 50\pi$. D. $S = 100\pi$.

Câu 27. Mặt cầu ngoại tiếp hình 8 mặt đều cạnh bằng $\sqrt{2}$ có diện tích bằng:

A. $S = 4\pi$. B. $S = 8\pi$. C. $S = 12\pi$. D. $S = 4\pi\sqrt{2}$.

Câu 28. Cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ diện đều có tất cả các cạnh bằng 1. Xét hai câu:

(I) Hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn (C) ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ có thể tích $V_1 = \frac{\pi\sqrt{2}}{6}$.

(II) Hình cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có thể tích $V_2 = \frac{\pi\sqrt{2}}{3}$.

Hãy chọn câu đúng.

A. Chỉ (I). B. Chỉ (II). C. Cả 2 câu sai. D. Cả 2 câu đúng.



Câu 29. Cho SABCD là hình chóp có $SA = 12a$, và $SA \perp (ABCD)$. ABCD là hình chữ nhật với $AB = 3a, BC = 4a$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

- A. $R = \frac{5a}{2}$. B. $R = 6a$. C. $R = \frac{13a}{2}$. D. $R = \frac{15a}{2}$.

Câu 30. Cho hình chóp S.ACB với $SA = 4, SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC vuông tại A, cạnh huyền $BC = 5$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng:

- A. $S = 25\pi$. B. $S = 41\pi$. C. $S = 45\pi$. D. $S = 50\pi$.

B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 ▶ Chọn A.

Ta có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A} = a\sqrt{3}$. Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp:

$$\Delta ABC \Rightarrow \frac{BC}{\sin A} = 2r \Rightarrow r = a \Rightarrow R^2 = r^2 + \frac{SA^2}{4} = \frac{7a^2}{4} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$

Câu 2 ▶ Chọn C.

Xét hình nón N có độ dài đường sinh là $l = R = 2$.

Do mặt xung quanh của hình nón N là $\frac{3}{4}$ hình tròn ban đầu nên ta có hệ thức:

$$\frac{3}{4}(2\pi R) = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{3R}{4} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Suy ra } S_{\varphi} = \pi r(l+r) = \pi \frac{3}{2} \left(2 + \frac{3}{2} \right) = \frac{21\pi}{4}.$$

Câu 3 ▶ Chọn A.

Tam giác ABC quay quanh trục là đường thẳng BC tạo ra hình nón:

Hình nón đỉnh B, đường sinh BA.

Hình nón đỉnh C, đường sinh CA.

$$\text{Xét hình nón đỉnh B, ta có: } l = AB = a, r = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, h = BH = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Khi đó, diện tích mặt tròn xoay cần tìm là: } S = 2S_{xq} = 2\pi rl = \pi a^2 \sqrt{3}.$$

Câu 4 ▶ Chọn A.

Gọi độ dài đường sinh là $l, \frac{1}{2}l^2 = 8 \Leftrightarrow l = 4$. Hơn nữa, do mặt cắt là một tam giác vuông cân nên $2r = l\sqrt{2} \Rightarrow r = \frac{l}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow h = \frac{2r}{2} = r = 2\sqrt{2}$.



Câu 5 Chọn D.

Theo giả thiết $\frac{h}{l} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow h = \frac{l\sqrt{5}}{3}$.

Do đó, $l^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow r = \sqrt{l^2 - \frac{5l^2}{9}} = \frac{2l}{3} \Rightarrow \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{100\pi}{81} \Rightarrow l^3 = 5\sqrt{5}$

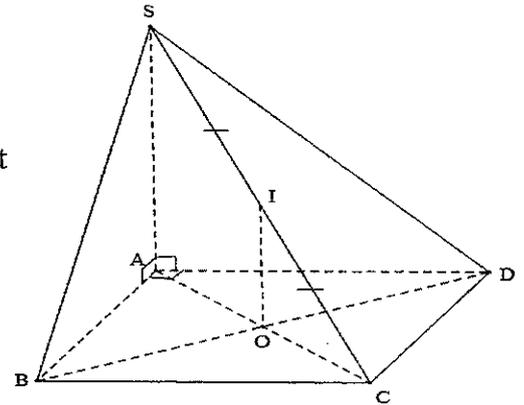
$\Rightarrow l = \sqrt{5} \Rightarrow r = \frac{2\sqrt{5}}{3} \Rightarrow S_{xq} = \pi r l = \frac{10\pi}{3}$.

Câu 6 Chọn A.

Do $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$.

Chứng minh được hình chóp $S.ABCD$ nội tiếp mặt cầu đường kính SC .

Suy ra $r = \frac{SC}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{9\pi}{2}$.



Câu 7 Chọn B.

Gọi G là trọng tâm ΔABC . Do hình chóp $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SG \perp (ABC)$.

Tính được $r = AG = \frac{a}{\sqrt{3}}$, $h = SG = AG \cdot \tan 60^\circ = a$, $l = SA = \frac{AG}{\cos 60^\circ} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Khi đó $S_{xq} = \pi r l = \frac{2\pi a^2}{3}$.

Câu 8 Chọn D.

Gọi M là trung điểm của cạnh đáy AB của tam giác cân SAB .

Suy ra $OM = \sqrt{r^2 - \frac{AB^2}{4}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow SM = 2\sqrt{6} \Rightarrow S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2}SM \cdot AB = 2\sqrt{6}$.

Câu 9 Chọn D.

Cách ghép 1: Xét hình nón N_1 có độ dài đường sinh là $l_1 = R$.

Do mặt xung quanh của hình nón N_1 là $\frac{3}{4}$ hình tròn bán kính nên ta có hệ thức:

$\frac{3}{4}(2\pi R) = 2\pi r_1 \Rightarrow r_1 = \frac{3R}{4}$. Suy ra $h_1 = \sqrt{l_1^2 - r_1^2} = \sqrt{R^2 - \frac{9R^2}{16}} = \frac{R\sqrt{7}}{4}$.

Cách ghép 2: Xét hình nón N_2 có độ dài đường sinh là $l_2 = R$. Tương tự, ta cũng tính được:

$h_2 = \sqrt{l_2^2 - r_2^2} = \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{4}} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. Do đó: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2} = \frac{r_1^2 h_1}{r_2^2 h_2} = \frac{9\sqrt{7}}{8\sqrt{3}}$.

Câu 10 ▶ Chọn D.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Do hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

$$\text{Tính được } r = OA = \frac{a}{\sqrt{2}}, h = \frac{a}{2}, l = SA = \sqrt{OA^2 + OS^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Khi đó, } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{\pi a^3}{12}.$$

Câu 11 ▶ Chọn D.

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a \Rightarrow r = a.$$

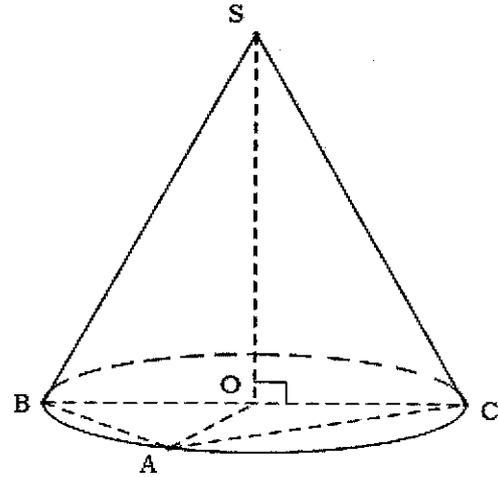
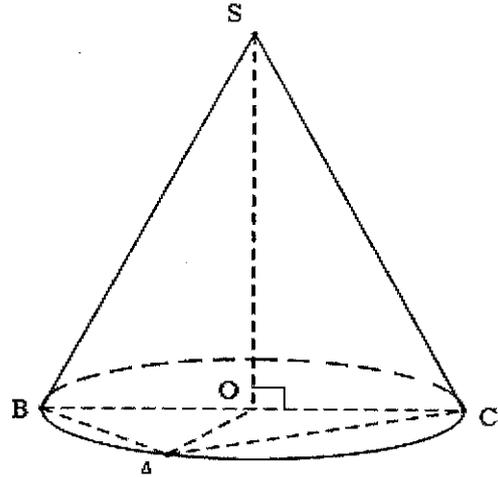
$$\text{Ta lại có: } OA = \frac{BC}{2} = a.$$

Xét tam giác SAO vuông tại O

$$\Rightarrow h = SO = OA \cdot \tan \widehat{SAO} = a \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Ta cũng có } l = SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = 2a.$$

$$\text{Suy ra } S_{xq} = \pi r l = 2\pi a^2.$$



Câu 12 ▶ Chọn D.

Do tam giác ABC vuông tại A nên bán kính đáy của hình nón được tính bởi:

$$r = OA = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + AC^2}}{2} = a.$$

$$(\widehat{SA, (ABC)}) = 60^\circ \Rightarrow \widehat{SAO} = 60^\circ.$$

Trong tam giác SAO , ta có:

$$l = SA = \frac{OA}{\cos \widehat{SAO}} = \frac{a}{\cos 60^\circ} = 2a.$$

Câu 13 ▶ Chọn A.

Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$. Gọi I là giao điểm của SO và AM . Khi đó:

$$\frac{IS}{IO} \cdot \frac{AO}{AC} \cdot \frac{MC}{MS} = 1 \Rightarrow \frac{IS}{IO} = 2 \Rightarrow \frac{SN}{SB} = \frac{SQ}{SD} = \frac{2}{3}.$$

$$V_{S.ANMQ} = V_{S.ANM} + V_{S.AQM}.$$

$$\text{Tính được: } \frac{V_{S.ANM}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{3}, \frac{V_{S.AQM}}{V_{S.ADC}} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.ANMQ} = \frac{1}{3} V_{S.ABCD}.$$

$$\text{Suy ra: } t = \frac{1}{3}.$$



Câu 14 Chọn C.

Gọi l_N, l_T lần lượt là độ dài các đường sinh của hình nón và hình trụ.

$$\text{Khi đó, } \frac{S_{xqN}}{S_{xqT}} = \frac{\pi r l_N}{2\pi r l_T} = \frac{l_N}{2l_T} = \frac{3}{2} \Rightarrow l_N = 3l_T$$

$$\text{Suy ra: } \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = \frac{l_T}{l_N} = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos 2\beta = 2\cos^2 \frac{\beta}{2} - 1 = -\frac{7}{9}.$$

Câu 15 Chọn D.

Giả sử giao tuyến là tam giác cân SAB .

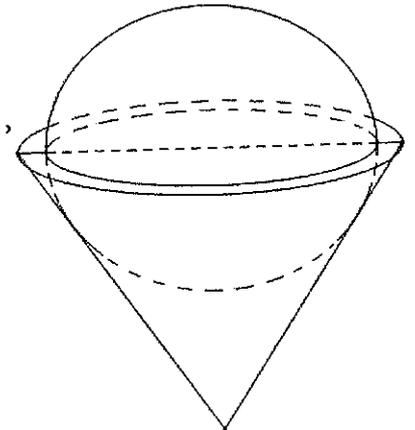
Gọi I là trung điểm của AB . Xét tam giác OAI vuông tại I , ta có $OI = \sqrt{OA^2 - AI^2} = \sqrt{5}$.

Gọi H là trung điểm của SI .

Do tam giác SOI vuông cân tại O nên:

$$OH \perp SI \Rightarrow OH \perp (SAB)$$

$$\Rightarrow d(O; (P)) = d(O; (SAB)) = OH = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$



Câu 16 Chọn A.

Xét hình nón tròn xoay, ta có $h = SO = 2R, r = OA, l = SA$, trong đó R là bán kính của khối cầu.

Do thể tích nước tràn ra ngoài là: $18\pi (dm^3)$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{4\pi R^3}{3} = 18\pi \Rightarrow R = 3 dm. \text{ Suy ra: } h = 6 dm.$$

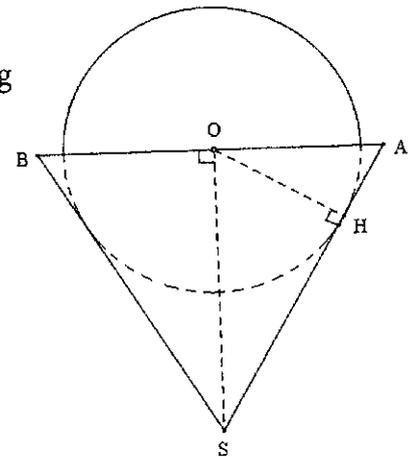
Xét tam giác vuông SAO , đường cao $OH = R$, ta được:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OA^2} \Rightarrow \frac{1}{R^2} = \frac{1}{4R^2} + \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{3}{4R^2}$$

$$\Rightarrow r = \frac{2R}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} dm.$$

$$\text{Thể tích khối nón là: } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = 24\pi dm^3.$$

$$\text{Thể tích nước còn lại là: } 24\pi - 18\pi = 6\pi dm^3.$$



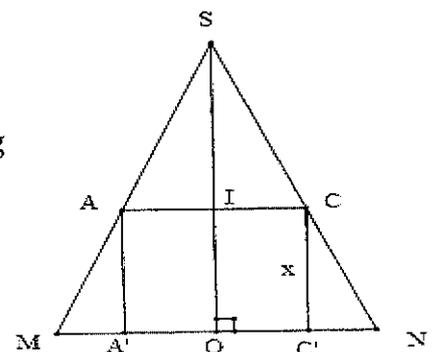
Câu 17 Chọn B.

Gọi độ dài cạnh của hình lập phương là $x, 0 < x < 3\sqrt{2}$.

Giả sử hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ nằm trong hình nón.

Do tam giác SIC đồng dạng với tam giác SON , ta có:

$$\frac{SI}{SO} = \frac{IC}{ON} \Leftrightarrow \frac{6-x}{6} = \frac{\frac{x\sqrt{2}}{3}}{3} \Leftrightarrow x = \frac{6}{1+\sqrt{2}} = 6(\sqrt{2}-1).$$



Câu 18 ▶ Chọn D.

Gọi S là giao điểm của AD và BC .

Nếu quay tam giác SCD quanh trục SN , các đoạn thẳng SC, SB lần lượt tạo ra mặt xung quanh của hình nón (H_1) và (H_2) .

Với hình nón $(H_1): l_1 = SC = 2a, r_1 = NC = a, h_1 = SN = a\sqrt{3}$.

Với hình nón $(H_2): l_2 = SB = a, r_2 = MB = \frac{a}{2}, h_2 = SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích xung quanh của khối tròn xoay là:

$$S_{xq} = S_{(H_1)} - S_{(H_2)} = \pi l_1 r_1 - \pi l_2 r_2 = 2\pi a^2 - \frac{\pi a^2}{2} = \frac{3\pi a^2}{2}$$

Diện tích hai đáy:

$$S = S_1 + S_2 = \pi r_1^2 + \pi r_2^2 = \pi a^2 + \frac{\pi a^2}{4} = \frac{5\pi a^2}{4}$$

$$\text{Suy ra: } S_{tp} = \frac{3\pi a^2}{2} + \frac{5\pi a^2}{4} = \frac{11\pi a^2}{4}$$

Câu 19 ▶ Chọn A.

Do tập hợp các điểm M là đường tròn tâm H , chu vi

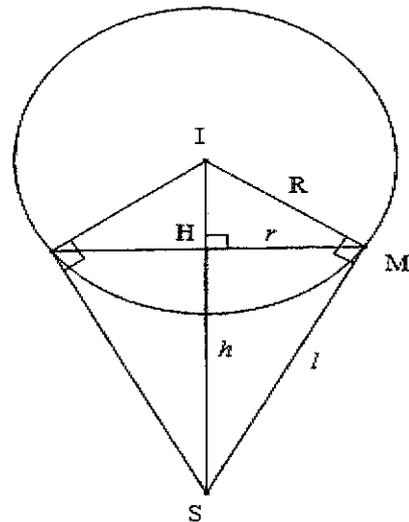
$$2\pi\sqrt{3} \Rightarrow 2\pi MH = 2\pi\sqrt{3} \Rightarrow r = MH = \sqrt{3}$$

Xét $\triangle ISM$ vuông tại M , ta có:

$$SM^2 = IS^2 - IM^2 = 3R^2 \Rightarrow I = SM = R\sqrt{3}$$

$$\text{Hơn nữa, } \frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MI^2} + \frac{1}{MS^2} = \frac{4}{3R^2} \Rightarrow R = 2 \Rightarrow l = 2\sqrt{3}$$

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r l = 6\pi$.



Câu 20 ▶ Chọn C.

Ta có:

$$\sin C = \frac{2\sqrt{2}}{3}; \tan C = 2\sqrt{2}; CM = a\sqrt{2}; AM = CM \cdot \tan C = 4a$$

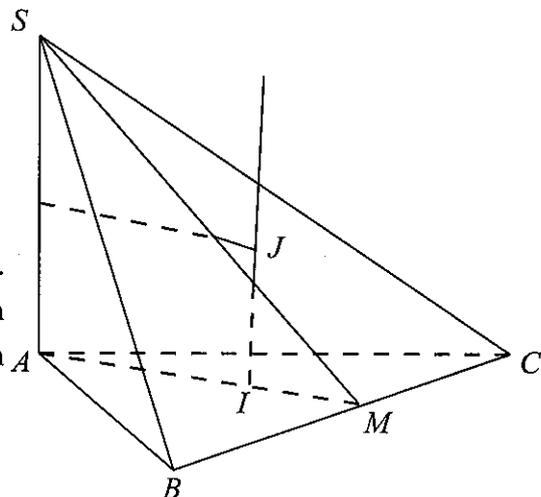
$$\sin A = \sin 2C = 2 \sin C \cdot \cos C = 2 \frac{1}{3} \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

Theo định lý sin trong tam giác ABC ta có:

$$2R = \frac{BC}{\sin A} = \frac{9a}{4}$$

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có $IA = R$. Dựng trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Mặt phẳng trung trực SA cắt trục đường tròn tại J khi đó J chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$.



Gọi r là bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$, khi đó:

$$r = JA = JB = JS = JC = \sqrt{IA^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{97}}{4}$$

Diện tích mặt cầu cần tính là $S = 4\pi.r^2 = \frac{97\pi.a^2}{4}$

Câu 21 → **Chọn A.**

$$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AC \quad (1)$$

$$AB^2 + BC^2 = 5a^2 = AC^2 \Rightarrow AB \perp BC \Rightarrow SB \perp BC \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$ có đường kính

$$SC = \sqrt{4a^2 + 5a^2} = 3a.$$

$$\Rightarrow S = 4\pi \left(\frac{SC}{2}\right)^2 = 9\pi a^2.$$

Câu 22 → **Chọn D.**

$$\Delta ABC : AC = \sqrt{9+16} = 5$$

$$(SAB) \perp (ABC), (SAC) \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp (ABC).$$

$$\Rightarrow \widehat{SAC} = 45^\circ \Rightarrow SA = SC = 5$$

$$V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{SC}{2}\right)^3 = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{125\pi\sqrt{2}}{3}$$

Câu 23 → **Chọn D.**

$$AB^2 + AD^2 = CA^2 + CD^2 = 2 = AD^2$$

Suy ra $\widehat{ABD} = \widehat{ACD} = 90^\circ$: (I) đúng

Ngoài ra, O là trung điểm cạnh huyền của 2 tam giác vuông ABD và ACD nên

$$OA = OC = OD = OB = \frac{1}{2}AD = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Hơn nữa, ΔABC là tam giác đều cạnh bằng 1 nên $OABC$ là hình chóp tam giác đều (II) đúng.

Câu 24 → **Chọn B.**

(I) Sai vì ABC là tam giác vuông cân tại A (chứ không phải là tam giác đều).

(II) Xét ΔMAI : $IM^2 = AM^2 - AI^2 = 2a^2 - a^2 = a^2$.

Vì $IA = IB = IC = IM = a$: (II) đúng.



Câu 25 ▶ Chọn A.

Theo tính chất của tam giác cân, $AC \perp OB$ và $AC \perp OD$.

$$\Rightarrow AC \perp (OBD) \Rightarrow (ABC) \perp (OBD)$$

Mặt khác $DO \perp AC$ nên suy ra $DO \perp (ABC)$: (I) đúng.

Trong ΔABC : $OB = OA = OC$

Trong ΔADC : $OA = OD$ nếu $\widehat{DAC} = 45^\circ$ nghĩa là tam giác ADC phải vuông cân tại D, trái với giả thiết, vậy câu (II) sai.

Câu 26 ▶ Chọn C.

ΔSBC vuông nên từ trung điểm I của BC kẻ $(\Delta) \perp (SBC)$ thì (Δ) là trục của đường tròn ngoại tiếp ΔSBC . Đường trung trực đoạn SA cắt (Δ) tại I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện SABC.

$$SI^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{50}{4} \Rightarrow S = 4\pi \cdot SI^2 = 50\pi.$$

Câu 27 ▶ Chọn A.

Cho hình 8 mặt đều ABCDEF cạnh bằng $\sqrt{2}$ thì điểm O tâm của hình vuông ABCD cũng là tâm của hình vuông AEFC, nên:

$$R = OA = OB = OC = OD = OE = OF = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \Rightarrow S = 4\pi \cdot R^2 = 4\pi$$

Câu 28 ▶ Chọn B.

Kẻ $SO \perp (ABCD)$ thì O là tâm hình vuông ABCD.

$$\text{Trong } \Delta SOA: SO^2 = 1^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} \Rightarrow OS = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot OA^2 \cdot OS = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi\sqrt{2}}{12}: \text{ (I) sai.}$$

Do $OA = OB = OC = OD = OS = \frac{\sqrt{2}}{2}$, nên

$$V_2 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot OA^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{\pi\sqrt{2}}{2}: \text{ (II) đúng}$$

Câu 29 ▶ Chọn C.

Ta có $SA \perp (ABCD)$, $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp SB$ hay $\widehat{SBC} = 90^\circ$

Tương tự, $CD \perp SD$ hay $\widehat{SDC} = 90^\circ$.

Ngoài ra, $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$ hay $\widehat{SAC} = 90^\circ$

Vậy, mặt cầu đi qua 5 điểm ABCDS có tâm là trung điểm cạnh SC.

$$SC^2 = SA^2 + AC^2 = SA^2 + AB^2 + BC^2 = 144a^2 + 9a^2 + 16a^2$$

$$SC^2 = 169a^2 \Rightarrow SC = 13a$$

$$\text{Bán kính mặt cầu } R = \frac{13a}{2}$$

Câu 30 ▶ Chọn B.

Gọi H là trung điểm cạnh BC, đường thẳng $(\Delta) \perp (ABC)$ tại H và đường trung trực của SA gặp nhau tại I, đó là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

$$IA^2 = 2^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 4 + \frac{25}{4} = \frac{41}{4} \Rightarrow S = 4\pi \cdot IA^2 = 4\pi \cdot \frac{41}{4} = 41\pi$$

CHUYÊN ĐỀ 15: SỐ PHỨC

A BÀI KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

Câu 1. Tìm môđun của số phức z thỏa mãn $(1+i)z = (2+i)(3-i)$.

- A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 2. Cho số phức z thỏa mãn hệ thức: $(1+2i)z + (2-3i)\bar{z} = -2-2i$. Tính môđun của z .

- A. $\sqrt{6}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 3. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tính môđun của số phức $w = \frac{z^2}{z+z}$.

- A. $\frac{13}{6}$ B. $\frac{15}{6}$ C. $\frac{11}{6}$ D. 2

Câu 4. Cho số phức z thỏa mãn: $(1+i)z + (3-i)\bar{z} = 2-6i$. Tìm số phức $w = 2z+1$.

- A. $1+6i$. B. $4+6i$. C. $5-6i$. D. $5+6i$.

Câu 5. Tìm số phức z biết: $(z+1)^2 + |z-1|^2 - 10i = \bar{z} + 3$. Chọn đáp án đúng nhất:

- A. $z = 1+2i$. B. $z = -\frac{1}{2} + 5i$.
C. $z = -\frac{1}{2} + 5i$ hoặc $z = 1+2i$. D. $z = \frac{1}{2} + 5i$.



C. Phương trình có hai nghiệm $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

D. Phương trình có hai nghiệm $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 14. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$ trên tập số phức. Tìm modun của số phức: $w = (z_1 - 1)^{2015} + (z_2 - 1)^{2016}$.

A. $|w| = \sqrt{5}$.

B. $|w| = \sqrt{2}$.

C. $|w| = 1$.

D. $|w| = \sqrt{3}$.

Câu 15. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\frac{z-11}{z-2} = z-1$. Hãy tính $\left| \frac{z-4i}{z+2i} \right|$.

A. $\frac{\sqrt{53}}{\sqrt{29}}$.

B. $\frac{\sqrt{53}}{\sqrt{28}}$.

C. $\frac{\sqrt{52}}{\sqrt{29}}$.

D. $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{29}}$.

Câu 16. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ trên tập số phức. Hãy tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. 11.

B. 10.

C. 12.

D. 13.

Câu 17. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2(1+i)z^2 - 4(2-i)z - 5 - 3i = 0$.

Tính $|z_1|^2 + |z_2|^2$

A. 9.

B. 10.

C. 1.

D. 12.

Câu 18. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 - 3z_1z_2$

A. $A = \frac{-5}{2}$

B. $A = 10$.

C. $A = -9$.

D. $A = -8$.

Câu 19. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính độ dài đoạn AB , biết A, B lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 .

A. $AB = \frac{4}{3}$.

B. $AB = 3$.

C. $AB = 4$.

D. $AB = \frac{3}{4}$.

Câu 20. Tính modun của số phức z , biết số phức z thỏa mãn $z + 2(i-z)\bar{z} = 3i - 1$

A. $|z| = \sqrt{2} \vee |z| = \frac{\sqrt{185}}{10}$.

B. $|z| = \sqrt{2} \vee |z| = \frac{\sqrt{195}}{10}$.

C. $|z| = \sqrt{2} \vee |z| = \frac{\sqrt{185}}{110}$.

D. $|z| = \sqrt{3} \vee |z| = \frac{\sqrt{185}}{10}$.

Câu 21. Tìm tập hợp điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 2i + 1| = |iz + i - 1|$.

A. Tập hợp điểm M là đường thẳng $2x - 1 = 0$.

B. Tập hợp điểm M là đường thẳng $2x - 3 = 0$.

C. Tập hợp điểm M là đường thẳng $2x + 1 = 0$.

D. Tập hợp điểm M là đường thẳng $2x + 3 = 0$.



Câu 22. Cho số phức z thỏa mãn $z + (1 - 2i)\bar{z} = 2(1 - 2i)$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\omega = z^2 - 3z$.

- A. Phần thực của số phức cần tìm là -3 , phần ảo là 1 .
- B. Phần thực của số phức cần tìm là -4 , phần ảo là 1 .
- C. Phần thực của số phức cần tìm là -5 , phần ảo là 1 .
- D. Phần thực của số phức cần tìm là -1 , phần ảo là 1 .

Câu 23. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $(1 - 2i)z + \frac{1 - 3i}{1 + i} = 2 - i$. Tính mô đun của z .

- A. $|z| = \sqrt{2}$.
- B. $|z| = \sqrt{3}$.
- C. $|z| = \sqrt{5}$.
- D. $|z| = 2$.

Câu 24. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\bar{z} + 2z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của z .

- A. Số phức z cần tìm có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -2 .
- B. Số phức z cần tìm có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2 .
- C. Số phức z cần tìm có phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -2 .
- D. Số phức z cần tìm có phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -2 .

Câu 25. Tìm số phức z , biết $|z|^2 + 2z\bar{z} + |\bar{z}|^2 = 8$ và $z + \bar{z} = 2$.

- A. $z = 1 + i; z = 1 - i$.
- B. $z = 3 + i; z = 1 - i$.
- C. $z = 1 + i; z = 4 - i$.
- D. $z = 10 + i; z = 1 - i$.

Câu 26. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z , biết: $z(1 - 2i) + \bar{z} = 10 - 4i$.

- A. Phần thực là 2 , phần ảo là 3 .
- B. Phần thực là 3 , phần ảo là 3 .
- C. Phần thực là 4 , phần ảo là 3 .
- D. Phần thực là 5 , phần ảo là 3 .

Câu 27. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Tìm số phức z có mô đun nhỏ nhất.

- A. $z = 2 + 2i$.
- B. $z = -2 - 2i$.
- C. $z = -2 + 2i$.
- D. $z = 2 - 2i$.

Câu 28. Tìm mô đun của số phức z thỏa mãn $z^2 + \bar{z}^2 = 6$ và $|z - 1 + i| = |z - 2i|$.

- A. $|z| = \sqrt{5}, |z| = \frac{5\sqrt{2}}{4}$.
- B. $|z| = \sqrt{5}, |z| = \frac{10\sqrt{2}}{4}$.
- C. $|z| = \sqrt{2}, |z| = \frac{5\sqrt{2}}{4}$.
- D. $|z| = \sqrt{5}, |z| = \frac{25\sqrt{2}}{4}$.

Câu 29. Tìm mô đun của số phức $w = b + ci$ biết số phức $\frac{(1 + \sqrt{3}i)^{12}(2 - i)}{(1 + \sqrt{3}i)^6(1 + i)^6}$ là nghiệm của phương trình $z^2 + 8bz + 64c = 0$.

- A. $|w| = \sqrt{(-2)^2 + 5^2} = \sqrt{29}$.
- B. $|w| = \sqrt{(-2)^2 + 5^2} = 29$.
- C. $|w| = \sqrt{(-2)^2 - 5^2} = \sqrt{29}$.
- D. $|w| = \sqrt{(-2)^2 - 5^2} = 29$.

Câu 30. Cho số phức z thỏa mãn: $z - \frac{\bar{z}}{1+3i} = \frac{6+7i}{5}$. Tìm phần thực của số phức z^{2013} .

A. $2^{1006} \sqrt{2} \cdot \cos \frac{2013\pi}{4} = -2^{1006}$.

B. $2^{1006} \sqrt{2} \cdot \cos \frac{2013\pi}{4} = 2^{1006}$.

C. $2^{1006} \sqrt{2} \cdot \cos \frac{2013\pi}{4} = -2^{2006}$.

D. $2^{1006} \sqrt{2} \cdot \cos \frac{2013\pi}{4} = 2^{2006}$.

B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 ▶ Chọn A.

Sử dụng phép nhân và phép chia đa thức ta có:

$$\begin{aligned} (1+i)z &= (2+i)(3-i) \Leftrightarrow (1+i)z = 7+i \Leftrightarrow z = \frac{7+i}{1+i} \\ \Leftrightarrow 2z &= (7+i)(1-i) \Leftrightarrow z = 4-3i \\ \Rightarrow |z| &= \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5. \end{aligned}$$

Câu 2 ▶ Chọn B.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in R$). Phương trình đã cho trở thành:

$$\begin{aligned} (1+2i)(x+yi) + (2-3i)(x-yi) &= -2-2i \\ \Leftrightarrow (x-2y) + (2x+y)i + (2x-3y) + (-3x-2y)i &= -2-2i \\ \Leftrightarrow (3x-5y) + (-x-y)i &= -2-2i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-5y = -2 \\ -x-y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó $|z| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

Câu 3 ▶ Chọn A.

$$z^2 = (3-2i)^2 = 5-2i \text{ và } z + \bar{z} = 6$$

Suy ra $w = \frac{5-12i}{6} = \frac{5}{6} + 2i$

Do đó $|w| = \sqrt{\frac{25}{36} + 4} = \frac{13}{6}$

Câu 4 ▶ Chọn D.

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in R$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$, khi đó:

$$(1+i)z + (3-i)\bar{z} = 2-6i \Leftrightarrow (1+i)(a+bi) + (3-i)(a-bi) = 2-6i \Leftrightarrow 4a - 2b - 2bi = 2-6i.$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 2b = 2 \\ -2b = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow z = 2 + 3i$$

$$\text{Do đó } w = 2z + 1 = 2(2 + 3i) + 1 = 5 + 6i$$

Câu 5 ▶ Chọn C.

Giả sử $z = a + bi$. (1)

$$\Leftrightarrow (2a^2 - a - 1) + (2ab + 3b - 10)i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a^2 - a - 1 = 0 \\ 2ab + 3b - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } z = 1 + 2i \text{ hoặc } z = -\frac{1}{2} + 5i$$

Câu 6 ▶ Chọn C.

Điều kiện: $z \neq 3 - 4i$

Gọi $M(x, y)$ với $(x, y) \neq (3, -4)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$

$$\text{Khi đó: } \log_2 |z - (3 - 4i)| = 1 \Leftrightarrow |z - (3 - 4i)| = 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + (y+4)^2} = 2 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+4)^2 = 4$$

Vậy tập hợp các điểm số phức z trong mặt phẳng tọa độ là đường tròn tâm $I(3; -4)$ bán kính $R=2$.

Câu 7 ▶ Chọn C.

Đặt $z = x + yi$, ta có $\bar{z} = x - yi$.

$$\text{Do đó: } |z|^2 - 5z - 5\bar{z} = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 5x - 5yi - 5x + 5yi = 0 \Leftrightarrow (x-5)^2 + y^2 = 25$$

Trên mặt phẳng tọa độ, đó là tập hợp các điểm thuộc đường tròn bán kính bằng 5 và tâm là $I(5; 0)$.

Câu 8 ▶ Chọn D.

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$, ta có:

$$|zi - (2 + i)| = 2 \Leftrightarrow |-y - 2 + (x-1)i| = 2$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(1; -2)$ và bán kính $R = 2$.

Câu 9 ▶ Chọn A.

$$\text{Gọi } z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}, \text{ ta có: } |z+1| = |z-i| \Leftrightarrow |(x+1) + yi|^2 = |x + (y-1)i|^2$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow (x+1)^2 + y^2 = x^2 + (y-1)^2 \\ &\Leftrightarrow x^2 + 1 + 2x + y^2 = x^2 + y^2 - 2y + 1 \\ &\Leftrightarrow y = -x \end{aligned}$$

Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường thẳng $y = -x$ đi qua gốc tọa độ.

Câu 10 Chọn C.

Gọi $z = x + yi, x, y \in R$, ta có:

$$\begin{aligned} |2+z| < |2-z| &\Leftrightarrow |2+z|^2 < |2-z|^2 \\ &\Leftrightarrow |(2+x) + iy|^2 < |(2-x) - iy|^2 \\ &\Leftrightarrow (2+x)^2 + y^2 < (2-x)^2 + (-y)^2 \\ &\Leftrightarrow x < 0 \end{aligned}$$

Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là nửa trái của mặt phẳng tọa độ không kể trục Oy.

Câu 11 Chọn A.

$$z(2i-1) - i + 2 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{i-2}{2i-1} = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$$

Vậy điểm biểu diễn số phức z là $M\left(\frac{4}{5}; \frac{3}{5}\right)$.

Câu 12 Chọn A.

$$M(x; y), x, y \in R \Rightarrow z = x + yi \Rightarrow |z+1-i| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2} = 2$$

Vậy tập hợp các điểm M cần tìm là đường tròn $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 4$

Câu 13 Chọn C.

$$\text{Phương trình có } \Delta = 1 - 4 = -3 = (\sqrt{3}i)^2$$

$$\text{Do đó phương trình có hai nghiệm } z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

Câu 14 Chọn B.

$$\text{Phương trình } z^2 - 2z + 2 = 0 \text{ có } \Delta' = 1 - 2 = -1 = i^2.$$

$$\text{Suy ra phương trình có hai nghiệm } \begin{cases} z_1 = 1 - i \\ z_2 = 1 + i \end{cases}$$

$$\text{Thay } z_1 = 1 - i \text{ vào } w \text{ ta được } w = (-i)^{2015} + i^{2016} = -(i^2)^{1007} \cdot i + (i^2)^{1013} = -1 + i.$$

$$\text{Thay } z_2 = 1 + i \text{ vào } w = i^{2015} + (-i)^{2016} = (i^2)^{1002} \cdot i + (i^2)^{1003} = -1 + i.$$

$$\text{Vậy } |w| = \sqrt{2}$$



Câu 15 ▶ Chọn A.

Ta có:

$$\frac{z-11}{z-2} = z-1 \Leftrightarrow z^2 - 4z + 13 = 0, \Delta' = -9 = 9i^2 \Rightarrow \begin{cases} z = 2 + 3i \\ z = 2 - 3i \end{cases}$$

$$\text{Do đó } z = 2 + 3i \Rightarrow \left| \frac{z-4i}{z+2i} \right| = \left| \frac{2-i}{2-i} \right| = 1 \text{ và } z = 2 - 3i \Rightarrow \left| \frac{z-4i}{z+2i} \right| = \left| \frac{2-7i}{2+5i} \right| = \frac{\sqrt{53}}{\sqrt{29}}$$

Câu 16 ▶ Chọn B.

Phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ có $\Delta' = -4 < 0$ nên nó có hai nghiệm phức phân biệt là $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 1 - 2i$.

$$\text{Khi đó, } |z_1|^2 = |z_2|^2 = 5. \text{ Do đó } A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 10$$

Câu 17 ▶ Chọn A.

$$\text{Phương trình } \Delta' = 4(2-i)^2 + 2(1+i)(5+3i) = 16.$$

$$\text{Do đó phương trình có hai nghiệm phức } z_1 = \frac{3}{2} - \frac{5}{2}i, z_2 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$\text{Vậy } |z_1|^2 + |z_2|^2 = 9$$

Câu 18 ▶ Chọn A.

$$\text{Ta có: } z_1 = \frac{1}{2} - \frac{2}{3}i, z_2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i.$$

$$\text{Do đó: } A = |z_1|^2 + |z_2|^2 - 3z_1z_2 = \frac{-5}{2}$$

Câu 19 ▶ Chọn C.

$$\text{Xét pt: } z^2 - 2z + 5 = 0. \Delta' = 1 - 5 = -4 = (2i)^2$$

$$\text{Pt có hai nghiệm } z_1 = 1 - 2i; z_2 = 1 + 2i$$

$$\text{Ta có: } A(1; -2); B(1; 2) \Rightarrow \overline{AB} = (0; 4) \Rightarrow AB = 4$$

Câu 20 ▶ Chọn A.

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in R$) thỏa mãn ycbt. Ta có:

$$z + 2(i-z)\bar{z} = 3i - 1 \Leftrightarrow -2(a^2 + b^2) + a + 2b + 1 + 2a + b - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2(a^2 + b^2) + a + 2b + 1 = 0 \\ 2a + b - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} a = \frac{11}{10} \\ b = \frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\text{Vậy môđun của số phức là: } |z| = \sqrt{2} \vee |z| = \frac{\sqrt{185}}{10}.$$

Câu 21 ▶ Chọn A.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z , ta có $z = x + yi$.

$$\text{Suy ra: } z - 2i + 1 = (x - 2) + (y + 1)i, \quad iz + i - 1 = -y - 1 + (x + 1)i$$

$$\text{Nên } |z - 2i + 1| = |iz + i - 1| \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = (y + 1)^2 + (x + 1)^2 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0$$

Vậy tập hợp điểm M là đường thẳng $2x - 1 = 0$.

Câu 22 ▶ Chọn A.

Giả sử $z = x + yi (x, y \in R)$. Ta có:

$$z + (1 - 2i)\bar{z} = 2(1 - 2i) \Leftrightarrow x + yi + (1 - 2i)(x - yi) = 2 - 4i \Leftrightarrow 2x - 2y - 2xi = 2 - 4i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x = -4 \\ 2x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + i.$$

$$\text{Do đó } \omega = z^2 - 3z = -3 + i.$$

Vậy phần thực của số phức cần tìm là -3 , phần ảo là 1 .

Câu 23 ▶ Chọn A.

$$(1 - 2i)z + \frac{1 - 3i}{1 + i} = 2 - i \Leftrightarrow z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{2}.$$

Câu 24 ▶ Chọn A.

Đặt $z = a + bi, (a, b \in R)$. Ta có:

$$\bar{z} + 2z = 3 - 2i. \Leftrightarrow a - bi + 2(a + bi) = 3 - 2i \Leftrightarrow 3a + bi = 3 - 2i \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

Vậy số phức z cần tìm có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -2 .

Câu 25 ▶ Chọn A.

Giả sử $z = x + yi (x, y \in R)$. Ta có:

$$\begin{cases} |z|^2 + 2z\bar{z} + |\bar{z}|^2 = 8 \\ z + \bar{z} = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ 2x = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy các số phức cần tìm là: $z = 1 + i; z = 1 - i$.



Câu 26 ▶ Chọn A.

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Từ gt ta có: $(a + bi)(1 - 2i) + a - bi = 10 - 4i$

$$\Leftrightarrow 2(a + b) - 2ai = 10 - 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a + b) = 10 \\ a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy phần thực là 2, phần ảo là 3.

Câu 27 ▶ Chọn A.

Giả sử số phức z cần tìm có dạng $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có:

$$|x - 2 + (y - 4)i| = |x + (y - 2)i| \quad (1) \Leftrightarrow \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 4)^2} = \sqrt{x^2 + (y - 2)^2} \Leftrightarrow y = -x + 4.$$

Do đó tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z thỏa mãn (1) là đường thẳng $x + y = 4$.

$$\text{Mặt khác } |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + x^2 - 8x + 16} = \sqrt{2x^2 - 8x + 16}$$

$$\text{hay } |z| = \sqrt{2(x - 2)^2 + 8} \geq 2\sqrt{2}$$

Do đó $\min |z| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 2$. vậy $z = 2 + 2i$.

Câu 28 ▶ Chọn A.

Giả sử $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). ta có:

$$z^2 + \bar{z}^2 = 6 \Leftrightarrow (x + yi)^2 = 6 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 3$$

$$|(x - 1) + (y + 1)i| = |x + (y - 2)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 1)^2} = \sqrt{x^2 + (y - 2)^2} \Leftrightarrow x - 3y + 1 = 0$$

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ x - 3y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y - 1 \\ 4y^2 - 3y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, y = 1 \\ x = -\frac{7}{4}, y = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

Vậy $z = 2 + i$; $z = -\frac{7}{4} - \frac{1}{4}i$. suy ra $|z| = \sqrt{5}$, $|z| = \frac{5\sqrt{2}}{4}$.

Câu 29 ▶ Chọn A.

Ta có:

$$(1 + \sqrt{3}i)^3 = 1 + 3\sqrt{3}i + 3.3i^2 + 3\sqrt{3}i^3 = -8$$

$$(1 - \sqrt{3}i)^3 = 1 - 3\sqrt{3}i + 3.3i^2 - 3\sqrt{3}i^3 = -8$$

$$(1 + i)^2 = 2i$$

$$\text{Do đó } \frac{(1+\sqrt{3}i)^{12}(2-i)}{(1-\sqrt{3}i)^6(1+i)^6} = \frac{(-8)^4(2-i)}{(-8)^2(2i)^3} = -\frac{8(2-i)}{i} = 8(1+2i) = 8+16i$$

$$\text{Theo giả thuyết ta có } (8+16i)^2 + 8b(8+16i) + 64c = 0$$

$$\Leftrightarrow (1+2i)^2 + b(1+2i) + c = 0 \Leftrightarrow (2b+4)i + b + c - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2b+4=0 \\ b+c-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-2 \\ c=5 \end{cases} \Rightarrow |w| = \sqrt{(-2)^2 + 5^2} = \sqrt{29}$$

$$\text{Vậy mô đun của } |w| = \sqrt{(-2)^2 + 5^2} = \sqrt{29}.$$

Câu 30 Chọn A.

$$\text{Gọi số phức } z = a+bi (a, b \in R) \Rightarrow \bar{z} = a-bi \text{ thay vào (1) ta có } a+bi - \frac{a-bi}{1+3i} = \frac{6+7i}{5}$$

$$a+bi - \frac{(a-bi)(1-3i)}{10} = \frac{6+7i}{5} \Leftrightarrow 10a+10bi - a+3b + (b+3a)i = 12+14i$$

$$\Leftrightarrow 9a+3b + (11b+3a)i = 12+14i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9a+3b=12 \\ 11b+3a=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a=b=1 &\Rightarrow z=1+i \Rightarrow z^{2013} = (1+i)^{2013} = \left[\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) \right]^{2014} \\ &= 2^{1006} \sqrt{2} \left(\cos \frac{2013\pi}{4} + \frac{i \sin 2013\pi}{4} \right) \end{aligned}$$

$$\text{Vậy phần thực của } z^{2013} \text{ là } 2^{1006} \sqrt{2} \cdot \cos \frac{2013\pi}{4} = -2^{1006}.$$



CHUYÊN ĐỀ 16: HÌNH OXYZ

A BÀI KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

Câu 1. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4z = 2016$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ có phương vuông góc với mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (-2; -3; 4)$. B. $\vec{n} = (-2; 3; 4)$. C. $\vec{n} = (-2; 3; -4)$. D. $\vec{n} = (2; 3; -4)$.

Câu 2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 49 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(-2; 5; -3)$ và $R = 7$. B. $I(2; -5; 3)$ và $R = 7$.
C. $I(-2; 5; -3)$ và $R = 1$. D. $I(4; -5; 3)$ và $R = 1$.

Câu 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + z - 1 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; 2; 1)$ đến mặt phẳng (P) .

- A. $d = \frac{\sqrt{15}}{3}$. B. $d = \frac{\sqrt{12}}{3}$. C. $d = \frac{5}{\sqrt{11}}$. D. $d = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 4. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1): \frac{x+1}{2} = \frac{1-y}{m} = \frac{2-z}{3}$ và $(d_2): \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Tìm tất cả giá trị của m để $(d_1) \perp (d_2)$.

- A. $m = 5$. B. $m = 1$. C. $m = -5$. D. $m = -1$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 2; -3)$ và hai đường thẳng

$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-5}{3}$. Phương trình mặt phẳng chứa d_1 và d_2 có dạng:

- A. $5x + 4y + z - 16 = 0$ B. $5x - 4y + z - 16 = 0$
C. $5x - 4y - z - 16 = 0$ D. $5x - 4y + z + 16 = 0$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình

$d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$, $(P): x - 3y + 2z + 6 = 0$. Phương trình hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) là:

- A. $\begin{cases} x = 1 + 31t \\ y = 1 + 5t \\ z = -2 - 8t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 - 31t \\ y = 1 + 5t \\ z = -2 - 8t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 31t \\ y = 3 + 5t \\ z = -2 - 8t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 31t \\ y = 1 + 5t \\ z = 2 - 8t \end{cases}$.



Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho cho điểm $I(1;3;-2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-4}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm I và cắt Δ tại hai điểm

phân biệt A, B sao cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng 4 có phương trình là:

- A. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$
 B. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$
 C. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$
 D. $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+2)^2 = 9$

Câu 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;0), B(0;2;0), C(0;-2;0)$. Khi quay tam giác ABC quanh trục BC thì tạo được hai khối nón chung đáy. Tính tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$, biết rằng V_1 là thể tích của khối nón lớn hơn, V_2 là thể tích của khối nón nhỏ hơn.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = 4$. B. $\frac{V_1}{V_2} = 3$. C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$.

Câu 9. Cho ba điểm $A(2,-1,1); B(3,-2,-1); C(1,3,4)$. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (yOz) .

- A. $\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, 0\right)$. B. $(0, -3, -1)$. C. $(0, 1, 5)$. D. $(0, -1, -3)$.

Câu 10. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(4;-1;2), B(1;2;2), C(1;-1;5), D(4;2;5)$. Tìm bán kính R của mặt cầu tâm D tiếp xúc với (ABC) .

- A. $R = \sqrt{3}$. B. $R = 2\sqrt{3}$. C. $R = 3\sqrt{3}$. D. $R = 4\sqrt{3}$.

Câu 11. Phương trình tổng quát của mặt phẳng qua điểm $M(3,0,-1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $x+2y-z+1=0$ và $2x-y+z-2=0$ là:

- A. $x-3y-5z-8=0$. B. $x-3y+5z-8=0$.
 C. $x+3y-5z+8=0$. D. $x+3y+5z+8=0$.

Câu 12. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x+y+1=0, (Q): x-y+z-1=0$. Viết phương trình đường thẳng (d) giao tuyến của 2 mặt phẳng.

- A. $(d): \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-3}$. B. $(d): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{-3}$.
 C. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{3}$. D. $(d): \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{-z}{3}$.

Câu 13. Cho hai đường thẳng $(D_1) \begin{cases} x=3-2t \\ y=1+t \\ z=-2-t \end{cases}; (D_2) \begin{cases} x=m-3 \\ y=2+2m \\ z=1-4m \end{cases}; t, m \in \mathbb{R}$. Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) qua (D_1) và song song với (D_2) .

- A. $x+7y+5z-20=0$. B. $2x+9y+5z-5=0$.
 C. $x-7y-5z=0$. D. $x-7y+5z+20=0$.



Câu 14. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;1)$ và hai mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 1 = 0$ và $(Q): 3x - y + z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .

- A. $(\alpha): -3x + 5y - 4z + 10 = 0$. B. $(\alpha): -3x - 5y - 4z + 10 = 0$.
 C. $(\alpha): x - 5y + 2z - 4 = 0$. D. $(\alpha): x + 5y + 2z - 4 = 0$.

Câu 15. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 4z - 12 = 0$. Viết phương trình giao tuyến của (S) và mặt phẳng (yOz) .

- A. $\begin{cases} (y-2)^2 + (z-2)^2 = 20 \\ x=0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} (y-2)^2 + (z-2)^2 = 4 \\ x=0 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} (y+2)^2 + (z+2)^2 = 4 \\ x=0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} (y+2)^2 + (z+2)^2 = 20 \\ x=0 \end{cases}$

Câu 16. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4z + 12 = 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Mặt phẳng (α) đi qua tâm mặt cầu (S) .
 B. Mặt phẳng (α) tiếp xúc mặt cầu (S) .
 C. Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn.
 D. Mặt phẳng (α) không cắt mặt cầu (S) .

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (2; -1; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; 1)$, $\vec{c} = (-4; 1; -1)$. Tìm tọa độ

$$\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$$

- A. $\vec{m} = (-4; 2; 3)$. B. $\vec{m} = (-4; -2; 3)$.
 C. $\vec{m} = (-4; -2; -3)$. D. $\vec{m} = (-4; 2; -3)$.

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 4y + 2z + 6m = 0$

là phương trình của một mặt cầu trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$.

- A. $m \in (1; 5)$. B. $m \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$.
 C. $m \in (-5; -1)$. D. $m \in (-\infty; -5) \cup (-1; +\infty)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách $d_{(A,(\Delta))}$ từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến đường thẳng

$$(\Delta): \frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$$

- A. $d_{(A,(\Delta))} = \sqrt{\frac{1361}{27}}$. B. $d_{(A,(\Delta))} = 7$. C. $d_{(A,(\Delta))} = \frac{13}{2}$. D. $d_{(A,(\Delta))} = \sqrt{\frac{1358}{27}}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 9 = 0$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-3}$. Tìm tọa độ giao điểm I của mặt phẳng (P) và đường thẳng d

- A. $I(-1; -2; 2)$. B. $I(-1; 2; 2)$. C. $I(-1; 1; 1)$. D. $I(1; -1; 1)$.



Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Tìm hình chiếu vuông góc của (Δ) trên mặt phẳng (Oxy) .

- A. $\begin{cases} x=0 \\ y=-1-t \\ z=0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+t \\ z=0 \end{cases}$

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt cầu (S) có phương trình lần lượt là $\frac{x+3}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$, $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 18 = 0$. Cho biết d cắt (S) tại hai điểm M, N . Tính độ dài đoạn thẳng MN .

- A. $MN = \frac{\sqrt{30}}{3}$ B. $MN = 8$ C. $MN = \frac{16}{3}$ D. $MN = \frac{20}{3}$

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song (α) .

- A. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$ B. $4x + 3y - 12z - 26 = 0$
 C. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 78 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \end{cases}$

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$, $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r . Xác định r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) thỏa mãn yêu cầu.

- A. $r = \sqrt{2}$ B. $r = \sqrt{\frac{5}{2}}$ C. $r = \sqrt{3}$ D. $r = \sqrt{\frac{7}{2}}$

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm các điểm $A(2; -1; 6)$, $B(-3; -1; -4)$, $C(5; -1; 0)$, $D(1; 2; 1)$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

- A. 30 B. 40 C. 50 D. 60

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + \frac{50}{9} = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(1; 1; 2)$ và $R = \frac{2}{3}$ B. $I(-1; -1; -2)$ và $R = \frac{2}{3}$
 C. $I(1; 1; 2)$ và $R = \frac{4}{9}$ D. $I(-1; -1; -2)$ và $R = \frac{4}{9}$

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho vectơ $\vec{a} = (1; 1; -2)$ và $\vec{b} = (1; 0; m)$ với $m \in \mathbb{R}$. Tìm m để góc giữa hai vectơ \vec{a}, \vec{b} có số đo bằng 45° .

Một học sinh giải như sau:

Bước 1: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1-2m}{\sqrt{6(m^2+1)}}$



Bước 2: Theo YCBT $(\widehat{a, b}) = 45^\circ$ suy ra $\frac{1-2m}{\sqrt{6(m^2+1)}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 1-2m = \sqrt{3(m^2+1)}$ (*).

Bước 3: Phương trình (*) $\Leftrightarrow (1-2m)^2 = 3(m^2+1) \Leftrightarrow m^2 - 4m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 - \sqrt{6} \\ m = 2 + \sqrt{6} \end{cases}$.

Hỏi bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai sai từ bước nào?

- A. Sai ở Bước 3. B. Sai từ Bước 2. C. Sai từ Bước 1. D. Đúng.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + ny + 2z + 3 = 0$ và mặt phẳng $(Q): mx + 2y - 4z + 7 = 0$. Xác định giá trị của m và n để mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) .

- A. $m = 4$ và $n = 1$. B. $m = -4$ và $n = -1$.
C. $m = 4$ và $n = -1$. D. $m = -4$ và $n = 1$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+8}{4} = \frac{5-y}{2} = \frac{-z}{-1}$. Khi đó vectơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là:

- A. $(4; 2; -1)$. B. $(4; 2; 1)$. C. $(4; -2; 1)$. D. $(4; -2; -1)$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x + 6y - 3z + m = 0$. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3?

- A. $m = 4$. B. $m = 51$. C. $m = -5$. D. $\begin{cases} m = 51 \\ m = -5 \end{cases}$.

B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 ▶ Chọn C.

Nếu mặt phẳng có dạng $ax + by + cz + d = 0$ thì nó có một vectơ pháp tuyến có tọa độ là $(a; b; c)$, như vậy ở đây một vectơ pháp tuyến là $(2; -3; 4)$, vectơ ở đáp án C là $\vec{n} = (-2; 3; -4)$ song song với $(2; -3; 4)$ nên nó cũng là vectơ có phương vuông góc với mặt phẳng này.

Câu 2 ▶ Chọn D.

Phương trình mặt cầu được viết lại $(S): (x-4)^2 + (y+5)^2 + (z-3)^2 = 1$, nên tâm và bán kính cần tìm là $I(4; -5; 3)$ và $R = 1$.

Câu 3 ▶ Chọn C.

Ta có $d = \frac{|1-6+1-1|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \frac{5}{\sqrt{10}}$.

Câu 4 ▶ Chọn D.

Đường thẳng (d_1) , (d_2) lần lượt có vectơ chỉ phương là: $\vec{u}_1 = (2; -m; -3)$ và $\vec{u}_2 = (1; 1; 1)$,
 $(d_1) \perp (d_2) \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 1 - m \cdot 1 - 3 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

Câu 5 ▶ Chọn B.

d_1 đi qua điểm $M_1(1; -2; 3)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 1; -1)$

d_2 đi qua điểm $M_2(3; 1; 5)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$

Ta có $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right) = (5; -4; 1)$ và $\overline{M_1M_2} = (2; 3; 2)$

Suy ra, $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overline{M_1M_2} = 5 \cdot 2 - 4 \cdot 3 + 1 \cdot 2 = 0$, do đó d_1 và d_2 cắt nhau.

Mặt phẳng (P) chứa d_1 và d_2 .

Điểm trên (P) : $M_1(1; -2; 3)$; vectơ pháp tuyến của (P) : $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (5; -4; 1)$

Vậy PTTQ của mp (P) là: $5(x-1) - 4(y+2) + 1(z-3) = 0 \Leftrightarrow 5x - 4y + z - 16 = 0$

Câu 6 ▶ Chọn A.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với (P)

(Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = [\vec{u}_d, \vec{n}_P] = (-1; -5; -7)$

Đường thẳng Δ là hình chiếu vuông góc của d lên (P) chính là giao tuyến của (P) và (Q) .

Do đó: Điểm trên Δ : $A(1; 1; -2)$

Vectơ chỉ phương của Δ : $\vec{u} = [\vec{n}_Q, \vec{n}_P] = \left(\begin{array}{ccc|ccc} -3 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ -5 & -7 & -7 & -1 & -1 & -5 \end{array} \right) = (31; 5; -8)$

PTTS của Δ : $\begin{cases} x = 1 + 31t \\ y = 1 + 5t \\ z = -2 - 8t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

Câu 7 ▶ Chọn C.

Giả sử mặt cầu (S) cắt Δ tại 2 điểm A, B sao cho $AB = 4 \Rightarrow (S)$ có bán kính $R = IA$

Gọi H là trung điểm đoạn AB , khi đó:

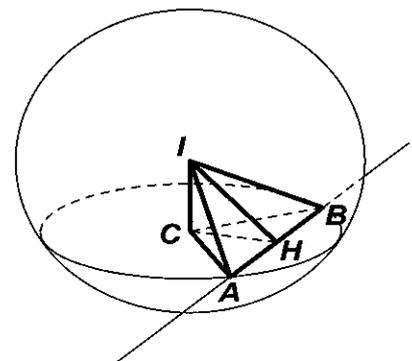
$IH \perp AB \Rightarrow \Delta IHA$ vuông tại H .

Ta có: $HA = 2; IH = d(I, \Delta) = \sqrt{5}$

$R^2 = IA^2 = IH^2 + HA^2 = (\sqrt{5})^2 + 2^2 = 9$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là:

$(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$



Câu 8 ▶ Chọn B.

Khối nón nhỏ có độ dài đường cao là 1, khối nón lớn có đường cao là 3 nên $\frac{V_1}{V_2} = 3$.



Câu 9 ▶ Chọn C.

Gọi $M(0, y, z)$ là giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (yOz) .

Ta có $\overrightarrow{AM} = (-2, y+1, z-1)$ và $\overrightarrow{AB} = (1, -1, -2)$ cùng phương.

$$\Rightarrow \frac{-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-2} \Rightarrow x=0; y=1; z=5 \Rightarrow M(0, 1, 5)$$

Câu 10 ▶ Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3; 2; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (-3; 0; 3)$, suy ra $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = (9; 9; 9)$, chọn vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n}_{(ABC)} = (1; 1; 1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $x + y + z - 5 = 0$.

Ta có: $R = d_{(D, (ABC))} = 2\sqrt{3}$.

Câu 11 ▶ Chọn A.

$\vec{a} = (1, 2, -1)$; $\vec{b} = (2, -1, 1)$ là hai vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng cho trước.

Chọn $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = (1, -3, -5)$ làm vectơ pháp tuyến, ta có mặt phẳng có dạng $x - 3y - 5z + D = 0$.

Qua M nên: $3 - 3 \cdot 0 - 5 \cdot (-1) + D = 0 \Leftrightarrow D = -8$

Phương trình mặt phẳng cần tìm là: $x - 3y - 5z - 8 = 0$

Câu 12 ▶ Chọn A.

Đường thẳng (d) có vectơ chỉ phương: $\vec{u} = (1; -2; -3)$ và đi qua điểm $M(0; -1; 0)$, phương trình đường thẳng (d) là: $(d): \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-3}$.

Câu 13 ▶ Chọn B.

Hai vectơ chỉ phương của (P) : $\vec{a} = (-2, 1, -1)$; $\vec{b} = (1, 2, -4)$

Vectơ pháp tuyến (P) : $\overrightarrow{AN} = [\vec{a}, \vec{b}] = -(2, 9, 5)$

$A(3, 1, -2) \in (P) \Rightarrow (x-3)2 + (y-1)9 + (z+2)5 = 0$

$$\Rightarrow (P): 2x + 9y + 5z - 5 = 0$$

Câu 14 ▶ Chọn D.

Vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt là $\vec{n}_P = (1; -1; 2)$ và $\vec{n}_Q = (3; -1; 1)$. Suy ra $\vec{n}_P \wedge \vec{n}_Q = (1; 5; 2)$. Theo đề suy ra chọn vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = (1; 5; 2)$. PTMP (α) : $x + 5y + 2z - 4 = 0$.

Câu 15 ▶ Chọn A.

Phương trình giao tuyến của (S) và mặt phẳng (yOz)

$$\begin{cases} x=0 \\ y^2 + z^2 - 4y - 4z - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ (y-2)^2 + (z-2)^2 = 20 \end{cases}$$

Câu 16 → Chọn D.

Mặt cầu (S) có tâm là $I(0;0;2)$ bán kính $R=1$. Ta có $d_{(I,(\alpha))} = 4 > R$, suy ra mặt phẳng (α) không cắt mặt cầu (S) .

Câu 17 → Chọn B.

$$\vec{m} = (3.2 - 2.3 - 4; 3.(-1) - 2.0 + 1; 3.2 - 2.1 - 1) = (-4; -2; 3).$$

Câu 18 → Chọn B.

$$\text{Cần có } a^2 + b^2 + c^2 - d > 0 \Leftrightarrow (m-1)(m-5) > 0.$$

Câu 19 → Chọn D.

Đường thẳng (Δ) có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (5;1;1)$. Gọi điểm $M(10;2;-2) \in (\Delta)$. Ta có:

$$\overline{AM} = (9;4;-5) \text{ suy ra } \overline{AM} \wedge \vec{u} = (9;-34;-11)$$

$$d_{(A,(\Delta))} = \frac{|\overline{AM} \wedge \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \sqrt{\frac{1358}{27}}$$

Câu 20 → Chọn A.

Thay tọa độ từng đáp án vào và d chỉ có A thỏa mãn.

Câu 21 → Chọn B.

Đường thẳng (Δ) có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Hình chiếu vuông góc của (Δ) trên mặt phẳng (Oxy) nên $z = 0$ suy ra $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$.

Câu 22 → Chọn D.

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} \frac{x+3}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2} = t \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 18 = 0 \end{cases} \text{ tìm được:}$$

$$M(-1; -4; -5), N(-\frac{29}{9}; \frac{4}{9}; -\frac{5}{9}) \Rightarrow MN = \frac{20}{3}.$$

Câu 23 → Chọn D.

Mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ và có bán kính $R=4$, và mặt phẳng cần tìm có dạng

$$(P): 4x + 3y - 12z + m = 0.$$

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) nên $d_{(I,(P))} = R \Leftrightarrow \frac{|m-26|}{13} = 4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -26 \\ m = 78 \end{cases}. \text{ Vậy các mặt phẳng thỏa mãn là } \begin{cases} 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \end{cases}.$$



Câu 24 ▶ Chọn B.

Gọi I là tâm của (S) và R là bán kính của (S) , ta có $R^2 = d^2(I; (P)) + 2^2 = d^2(I; (Q)) + r^2$

Nếu gọi $I(x; 0; 0)$ thì phương trình trên đưa tới $\left(\frac{x+1}{\sqrt{6}}\right)^2 - \left(\frac{2x-1}{\sqrt{6}}\right)^2 + 2 - r^2 = 0$.

Cần chọn $r > 0$ sao cho phương trình bậc 2 này có nghiệm kép, tìm được $r = \sqrt{\frac{5}{2}}$.

Câu 25 ▶ Chọn A.

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = (-5; 0; -10) \\ \overline{AC} = (3; 0; -6) \\ \overline{AD} = (-1; 3; -5) \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} \wedge \overline{AC} = (0; -60; 0) \left\} \Rightarrow V = \frac{1}{6} |\overline{AB} \wedge \overline{AC} \cdot \overline{AD}| = 30.$$

Câu 26 ▶ Chọn A.

Tọa độ tâm $I(1; 1; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2 - \frac{50}{9}} = \frac{2}{3}$.

Câu 27 ▶ Chọn A.

Bước 3 phải giải như sau: $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2m \geq 0 \\ (1 - 2m)^2 = 3(m^2 + 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m^2 - 4m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2 - \sqrt{6}.$

Câu 28 ▶ Chọn B.

Ta có (P) song song với mặt phẳng $(Q) \Leftrightarrow \frac{2}{m} = \frac{n}{2} = \frac{2}{-4} \neq \frac{3}{7} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{m} = \frac{2}{-4} \\ \frac{n}{2} = \frac{2}{-4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ n = -1 \end{cases}.$

Câu 29 ▶ Chọn C.

Đường thẳng $d: \frac{x+8}{4} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z}{1}$ nên tọa độ vectơ chỉ phương là: $(4; -2; 1)$

Câu 30 ▶ Chọn D.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; -2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 3^2 + 11} = 5$.

Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3 nên

$$d(I; (P)) = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{25 - 9} = 4.$$

Ta có $d(I; (P)) = 4 \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot (-1) + 6 \cdot (-2) - 3 \cdot 3 + m|}{\sqrt{2^2 + 6^2 + (-3)^2}} = 4 \Leftrightarrow |m - 23| = 28 \Leftrightarrow \begin{cases} m - 23 = 28 \\ m - 23 = -28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 51 \\ m = -5 \end{cases}.$

ABEL

VÀ GIẢI THƯỞNG ABEL VỀ TOÁN HỌC

NielsHenrik Abel (1802-1829) là một nhà toán học người Na Uy đã có nhiều đóng góp cho sự phát triển của Đại số và Giải tích. Cha của ông là một mục sư. Năm 1815, ông vào học tại một trường dòng. Năm 1817, một biến cố xảy ra ở trường học của Abel dẫn đến việc nhà trường phải thay một giáo viên dạy toán.

Từ đây, với sự dẫn dắt của người thầy mới Michael Berntholmboe (1795-1850), Abel bắt đầu bộc lộ năng khiếu toán học của mình bằng việc đưa ra những lời giải xuất chúng cho những bài toán khó do thầy đặt ra, đồng thời ông cũng bắt đầu nghiên cứu về



toán học. Giai đoạn này, cha ông qua đời, cuộc sống của gia đình ông trở nên khó khăn. Tuy vậy, nhờ có học bổng mà năm 1821, Abel đã vào học tại Đại học Hoàng gia Frederick (nay là Oslo).

Nhờ vào các tài liệu phong phú ở trường đại học, ông được tiếp cận tốt với những kết quả toán học đương thời và tiếp tục nghiên cứu những đề tài toán học đang theo đuổi. Công trình đầu tiên được ông công bố năm 1824 về sự không giải được của phương trình bậc năm, một thành tựu to lớn của Đại số trong suốt 2000 năm phát triển. Giai đoạn đó, trường đại học nơi ông theo học chưa có những chuyên ngành về khoa học tự nhiên.

Lãnh đạo nhà trường cũng như những giáo sư tâm huyết muốn gửi ông theo học ở những trung tâm toán học lớn ở nước ngoài như Pháp, Đức... Nhờ học bổng nhà nước, năm 1825, ông đã có chuyến hành trình theo học ở Đức và Pháp. Tại Đức, ông gặp gỡ nhà toán học August Leopold Crelle, người chuẩn bị cho xuất bản tạp chí toán danh tiếng Crelle. Các công trình tiếp theo của ông về hàm số, nhóm giao hoán... được xuất bản lần đầu trên những số đầu tiên của tạp chí này. Sự nghiệp đang phát triển thì ông mất sớm bởi bệnh tật.

Với những đóng góp to lớn của Abel, nhân kỷ niệm 200 năm ngày sinh của ông, năm 2001, Chính phủ Na Uy quyết định thành lập giải thưởng toán học Abel, nhằm nâng cao vị thế của toán học trong xã hội, kích thích sự quan tâm của trẻ em và thanh thiếu niên với toán học. Giải thưởng Abel được trao hằng năm, trị giá khoảng một triệu đô la Mỹ. Qua 10 lần, bắt đầu từ năm 2003, giải đã được trao cho 12 nhà toán học xuất sắc. Trước đó hơn 100 năm, ngay khi giải Nobel được thành lập và trao lần đầu năm 1901, giải Abel đã được xúc tiến thành lập. Tuy nhiên, do điều kiện lịch sử, giải đã không được hình thành lúc đó. Hy vọng, danh tiếng của giải Abel dành cho toán học ngày càng được công chúng biết đến đông đảo hơn.

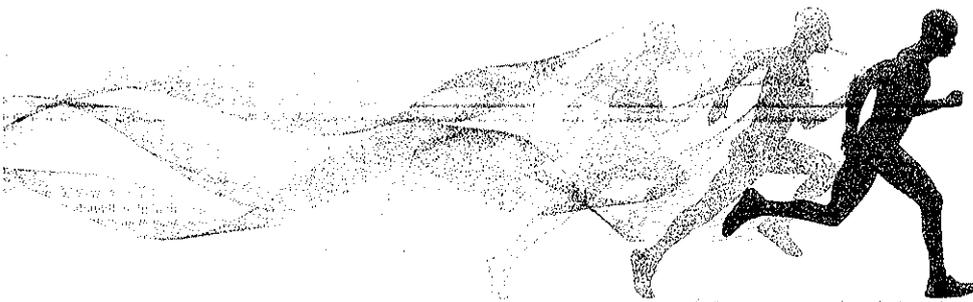
PHẦN II: VIDEO BÀI GIẢNG

Chuyên đề 1: Cực trị của hàm số	161
Chuyên đề 2: Sự biến thiên của hàm số	162
Dạng 1: Bài toán không chứa tham số	162
Dạng 2: Bài toán chứa tham số	163
Chuyên đề 3: Tiệm cận của hàm số	163
Chuyên đề 4: GTLN, GLNN của hàm số	164
Chuyên đề 5: Hệ trục tọa độ Oxyz	165
Chuyên đề 6: Phương pháp tọa độ hóa trong hình học không gian	167
Chuyên đề 7: Hoán vị - chỉnh hợp – tổ hợp – xác suất	168

PHẦN II

VIDEO BÀI GIẢNG

*Em hãy xem video
bài giảng 8+
để bứt phá điểm số nhé!*





Câu 11. Để các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx - 5$ có hoành độ dương thì giá trị của m là:

- A. $-3 < m < -2$. B. $2 < m < 3$. C. $-1 < m < 1$. D. $-2 < m < 2$.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3mx + 1$ có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB là tam giác vuông tại O , với O là gốc tọa độ.

- A. $m = -1$. B. $m > 0$. C. $m = 0$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 13. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + \frac{1}{6}$ đạt cực trị tại $x_1; x_2$ thỏa mãn: $x_1 + 2x_2 = 1$

- A. $1 - \frac{\sqrt{6}}{2} < m < 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ m = 2 \end{cases}$.
 C. $m \in \left(1 - \frac{\sqrt{6}}{2}; 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}\right) \setminus \{0\}$. D. $m = 2$.

Câu 14. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + mx^2 + 7x + 3$ có đường thẳng đi qua điểm cực đại và cực tiểu vuông góc với đường thẳng có phương trình: $y = 3x$ (d)

- A. $\pm\sqrt{\frac{45}{2}}$. B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$. C. $m = 2$ D. $m = \pm\sqrt{\frac{47}{2}}$

CHUYÊN ĐỀ 2: SỰ BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ

DẠNG 1: BÀI TOÁN KHÔNG CHỨA THAM SỐ

Câu 1. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 5$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$. C. $(-3; 3)$. D. R .

Câu 2. Hàm số $y = \frac{-2}{3}x^3 - 2x^2 + 16x - 31$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; -4) \cup (2; +\infty)$ B. $(-\infty; 2)$. C. $(-4; -2)$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 3. Hàm số $y = \frac{x+1}{3\sqrt{x}}$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(0; 1) \cup (1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 4. Hàm số $y = \sqrt{x+2} + \sqrt{3-x}$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $\left(-2; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; 3\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. C. $\left(-2; \frac{1}{2}\right)$. D. $(-2; 3)$.



DẠNG 2: BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ

Câu 1. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{-1}{3}x^3 + 2x^2 + (2m+1)x - 3m + 2$ nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $m = \frac{-5}{2}$. B. $m \geq \frac{-5}{2}$. C. $m > \frac{-5}{2}$. D. $m \leq \frac{-5}{2}$.

Câu 2. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = mx^3 - 3x^2 + (m-2)x + 3$ nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $m = 0$. B. $m = -1$. C. $m > -1$. D. $m \leq -1$.

Câu 3. Hàm số $y = x^3 - 2mx^2 - (m+1)x + 1$ đồng biến trên $[0; 2]$ khi m có giá trị như thế nào?

- A. $m \geq 1$. B. $m \leq -1$. C. $m \geq \frac{11}{9}$. D. $m \leq \frac{11}{9}$.

Câu 4. Tìm m để hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$ nghịch biến trên $[1; +\infty)$?

- A. $m \leq -1$. B. $m \leq \frac{-14}{5}$. C. $m > -1$. D. $m > \frac{-14}{5}$.

Câu 5. Tìm số thực m để hàm số $y = \frac{\tan x + 2}{\tan x + m}$ đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$?

- A. $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m \leq 2 \end{cases}$. B. $m \leq 0$. C. $1 \leq m \leq 2$. D. $m \geq 2$.

Câu 6. Tìm số thực m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $(-\infty; -1]$. B. $(-\infty; -1)$. C. $[-1; 1]$. D. $[1; +\infty)$.

Câu 7. Điều kiện a, b để hàm số $y = a \cdot \sin x + b \cdot \cos x + 2x$ luôn đồng biến là:

- A. $a = b = 0$. B. $a^2 + b^2 > 0$.
C. $0 \leq a^2 + b^2 \leq 4$. D. Không có giá trị của a, b thỏa mãn.

CHUYÊN ĐỀ 3 : TIỆM CẬN CỦA HÀM SỐ

Câu 1. Tìm tất cả tiệm cận đứng của hàm số $y = \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6}$?

- A. $x = -3; x = -2$. B. $x = -3$. C. $x = 3; x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 2. Tìm tất cả tiệm cận ngang của hàm số $y = \frac{3x + 1 + \sin 5x}{\sqrt{x^2 - 9} - 4}$?

- A. $y = \pm 3$. B. $y = 3$.
C. $y = -3$. D. Không có tiệm cận ngang.

Câu 3. Hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x - 1}$ có bao nhiêu tiệm cận?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.



Câu 8. Tìm GTLN, GTNN của hàm số $y = \sin^{2016}x + \cos^{2016}x$?

- A. $1; \frac{1}{2^{1007}}$. B. $0; \frac{1}{2^{1007}}$. C. $1; \frac{1}{2^{2007}}$. D. $0; \frac{1}{2^{2007}}$.

Câu 9. Tìm GTLN của hàm số $y = \sqrt{3 - 2x - x^2}$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

CHUYÊN ĐỀ 5: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ OXYZ

Câu 1. Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$ và hai mặt phẳng (P); (Q)

lần lượt có phương trình: $x + 2y + 2z + 3 = 0; x + 2y + 2z + 7 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng d đồng thời tiếp xúc với mặt phẳng (P) và (Q)?

- A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{9}$. B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.
 C. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$. D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho $M(-2; -2; 1); A(1; 2; -3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm vectơ chỉ phương \vec{u} của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với d đồng thời cách A một khoảng nhỏ nhất?

- A. $\vec{u}(2; 1; 6)$. B. $\vec{u}(1; 0; 2)$. C. $\vec{u}(3; 4; -4)$. D. $\vec{u}(2; 2; -1)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa Δ và tạo với (P) một góc nhỏ nhất?

- A. $2x - y + 2z + 1 = 0$. B. $10x - 7y + 13z + 3 = 0$.
 C. $2x + y - z = 0$. D. $-x + 6y + 4z + 5 = 0$

Câu 4. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1; 2; -3)$ và vuông góc với 2 đường thẳng

$$d_1: \frac{x}{2} + \frac{y-1}{3} + \frac{z+2}{-1} = 0$$

$$d_2: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + 5t \\ z = -3 - t \end{cases}$$

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -3 + 4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 + 6t \\ y = 2 - 5t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 2 + t \\ z = -5 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 2 + t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + z + 6 = 0$; điểm $A(2; -1; 0)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (α) là:

- A. $(1; 4; -1)$. B. $(-1; 1; -1)$. C. $(3; -2; 1)$. D. $(5; -3; 1)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ và điểm $A(1; 1; 1)$. Hình chiếu của A lên đường thẳng d có tọa độ là:

- A. $(2; -3; -1)$. B. $(2; 3; 1)$. C. $(2; -3; 1)$ D. $(-2; 3; 1)$

Câu 7. Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 7 = 0$. Tìm điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến Ox đạt GTLN?

- A. $M(0; -3; 2)$. B. $M(2; -2; 3)$. C. $M(1; -1; 1)$. D. $M(1; -3; 3)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho điểm $M(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 4 = 0$; mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 6y - 8z + 18 = 0$. Phương trình đường thẳng đi qua M; nằm trong mặt phẳng (α) và cắt (S) theo một đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất là:

- A. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-3}$ D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$

Câu 9. Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho 2 đường thẳng d và d' có phương trình $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$; $d': \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x - y - 2z + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) cắt d và d'?

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-1}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 30 = 0$

và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 2 + mt \\ z = 2 + t \end{cases}$. Tìm giá trị của m để đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại 2

điểm A; B sao cho mặt phẳng tiếp diện của mặt cầu tại A; B tạo với nhau góc 60^0 ?

- A. $m = -2; m = \frac{-22}{7}$. B. $m = 2; m = \frac{-22}{7}$.
C. $m = -2; m = \frac{22}{7}$ D. $m = 2; m = \frac{22}{7}$



CHUYÊN ĐỀ 6: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ HÓA TRONG HÌNH HỌC KHÔNG GIẢN

Câu 1. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy bằng 45^0 . Tính khoảng cách từ A đến (SBC)?

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{2a}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 2. Cho hình chóp SABC đáy là tam giác ABC vuông tại B; góc $\widehat{BAC} = 60^0$; SA = AC = a; SA vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách từ A đến mp (SBC)?

- A. $\frac{a}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{3a}{5}$. D. $\frac{2a}{5}$.

Câu 3. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh A. SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa SC và (ABCD) là 60^0 . Gọi h là khoảng cách từ A đến (SBD). Tính $\frac{h}{a}$?

- A. $\frac{\sqrt{78}}{13}$. B. $\frac{\sqrt{18}}{13}$. C. $\frac{\sqrt{58}}{13}$. D. $\frac{\sqrt{38}}{13}$.

Câu 4. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh A. SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa SC và (ABCD) là 60^0 . Gọi M là trung điểm của BC. Tính tỉ số: $\frac{d(A;(SMD))}{a}$.

- A. $\frac{\sqrt{51}}{17}$. B. $\frac{2\sqrt{51}}{17}$. C. $\frac{3\sqrt{51}}{17}$. D. $\frac{4\sqrt{51}}{17}$.

Câu 5. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật có AD = 2AB = 2A. Tam giác SAD vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tỉ số $\frac{d(SA;BD)}{\sqrt{6a}}$ là:

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. 1. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 6. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, SA = a và SA vuông góc với đáy. Góc tạo bởi SB và mp (ABC) là 30^0 . Khoảng cách giữa hai đường AB; SC là:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 7. Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông tại A. BC = 2a; AB = a. Tính khoảng cách giữa AA' và BC'?

- A. $\frac{3a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



CHUYÊN ĐỀ 7: HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP - TỔ HỢP - XÁC SUẤT

- Câu 1.** Một hộp bi có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 4 viên bi trong đó số viên bi đỏ lớn hơn số viên bi vàng ?
- A. 654. B. 275. C. 462. D. 357.
- Câu 2.** Ông X có 11 người bạn. Ông ta muốn mời 5 người trong số họ đi chơi xa. Trong 11 người đó có 2 người không muốn gặp mặt nhau. Vậy ông X có bao nhiêu cách mời bạn ?
- A. 462. B. 126. C. 378. D. 630.
- Câu 3.** Có 7 con trâu và 4 con bò. Cần chọn ra 6 con trong số đó sao cho không ít hơn 2 con bò. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ?
- A. 137. B. 317. C. 371. D. 173.
- Câu 4.** Cho các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau và lớn hơn 300.000 ?
- A. $5!3!$ B. $5!2!$ C. $5!$ D. $5!3$.
- Câu 5.** Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Số các số gồm 4 chữ số đôi một khác nhau được lấy từ tập A mà tổng các chữ số của nó là một số lẻ là:
- A. 16. B. 384. C. 400. D. 192.
- Câu 6.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số khác nhau và không chia hết cho 5?
- A. 120. B. 54. C. 72. D. 69.
- Câu 7.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau?
- A. 240. B. 160. C. 156. D. 752.
- Câu 8.** Một hộp có 4 viên bi đỏ, 5 viên bi trắng và 6 viên bi vàng. Chọn ra 4 viên bi từ hộp đó. Hỏi có bao nhiêu cách chọn để trong số bi lấy ra không có đủ cả ba màu?
- A. 720. B. 645. C. 702. D. 654.
- Câu 9.** Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau mà trong đó luôn có mặt chữ số 0 ?
- A. $6 \cdot A_6^4 - A_6^5$. B. A_7^5 . C. $A_6^5 - A_6^4$. D. $A_7^5 - A_6^5$.



Câu 10. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau và lớn hơn 50000?

- A. 8400. B. 15120. C. 6720. D. 3843.

Câu 11. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

- A. 120. B. 102. C. 98. D. 100.

Câu 12. Với các chữ số 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau trong đó hai chữ số 2, 3 không đứng cạnh nhau?

- A. 120. B. 96. C. 48. D. 72.

Câu 13. Số 2389976875 có bao nhiêu ước số nguyên?

- A. 120. B. 408. C. 204. D. 48.

Câu 14. Tìm tất cả các số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{1}{C_n^1} - \frac{1}{C_{n+1}^2} = \frac{7}{6C_{n+4}^1}$.

- A. $n = 3$. B. $n = 8$.
C. $n = 5$ hoặc $n = 7$. D. $n = 3$ hoặc $n = 8$.

Câu 15. Tìm tất cả các số tự nhiên x thỏa mãn $C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3 = 9x^2 - 14x$.

- A. $x = 7$. B. $x = 5$. C. $x = 11$. D. $x = 9$.

Câu 16. Tìm tất cả các số tự nhiên n thỏa mãn $C_{n+1}^1 + 3C_{n+2}^2 = C_{n+1}^3$.

- A. $n = 12$. B. $n = 9$. C. $n = 16$. D. $n = 2$.

Câu 17. Tìm $(x; y)$ thỏa mãn $\begin{cases} 2A_x^y + 5C_x^y = 90 \\ 5A_x^y - 2C_x^y = 80 \end{cases}$.

- A. (5; 3). B. (3; 7). C. (1; 6). D. (5; 8).

Câu 18. [1D2-4] Giải bóng chuyền VTV Cup có 12 đội tham gia trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng đấu A, B, C mỗi bảng 4 đội. Xác suất để 3 đội Việt Nam nằm ở 3 bảng đấu là:

- A. $P = \frac{2C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$. B. $P = \frac{6C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$. C. $P = \frac{3C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$. D. $P = \frac{C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$

Câu 19. [1D2-4] Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Xác suất chọn được số lớn hơn 2500 là

- A. $P = \frac{13}{68}$. B. $P = \frac{55}{68}$. C. $P = \frac{68}{81}$. D. $P = \frac{13}{81}$.



Câu 20. Cho đa giác đều 12 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 12 đỉnh của đa giác. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác đều là:

A. $P = \frac{1}{55}$.

B. $P = \frac{1}{220}$.

C. $P = \frac{1}{4}$.

D. $P = \frac{1}{14}$.

Câu 21. Gieo một đồng tiền liên tiếp 3 lần. Tính xác suất của biến cố A : "có đúng 2 lần xuất hiện mặt sấp":

A. $P(A) = \frac{1}{2}$.

B. $P(A) = \frac{3}{8}$.

C. $P(A) = \frac{7}{8}$.

D. $P(A) = \frac{1}{4}$.

Câu 22. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:

A. $\frac{100}{231}$.

B. $\frac{115}{231}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{118}{231}$.

Câu 23. Một con xúc sắc cân đối và đồng chất được gieo ba lần. Gọi P là xác suất để tổng số chấm xuất hiện ở hai lần gieo đầu bằng số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ ba. Khi đó P bằng:

A. $\frac{10}{216}$.

B. $\frac{15}{216}$.

C. $\frac{16}{216}$.

D. $\frac{12}{216}$.

GIẢI THƯỞNG FIELDS

DANH GIÁ

Lịch sử Giải thưởng Fields bắt đầu từ buổi họp của Ủy ban Đại hội quốc tế tại trường Đại học Toronto tháng 11-1923, bàn về việc tổ chức đại hội vào năm 1924 tại Toronto.

Lúc đó, Fields là Chủ tịch của Ủy ban và bạn ông, J.L.Synge, là thư ký. Fields đề nghị lập ra một giải thưởng nhằm ghi nhận những công trình vừa kiệt xuất, vừa có nhiều hứa hẹn phát triển trong tương lai, và chỉ được trao cho những nhà toán học không quá 40 tuổi vào năm họp đại hội.

Có lẽ đó là điều khác biệt cơ bản giữa giải thưởng Fields và giải Nobel. Giải thưởng Fields được trao lần đầu năm 1936 ở Oslo, và lần thứ hai năm 1950 ở Cambridge. Vì người được xét trao giải thưởng phải có tuổi đời không quá 40 nên những người sinh ra từ năm 1900 đến năm 1910 mặc nhiên bị loại khỏi danh sách xét thưởng. Trong số đó có những nhà toán học kiệt xuất như A. Kolmogorov, H. Cartan, A. Weil, J. Leray, L. Pontriagin, S. S. Chern, S. Whitney.

Theo đề nghị ban đầu của Fields, Giải thưởng phải có tính chất thuần túy quốc tế, nên không được gắn với tên của bất kỳ quốc gia hay cá nhân nào. Tuy vậy, trái với ý định ban đầu của ông, Giải thưởng được mang tên ông, "Huy chương Fields", ngay lần đầu tiên được trao, năm 1936 tại Đại hội Toán học Quốc tế ở Oslo (khi đó Fields không còn nữa).

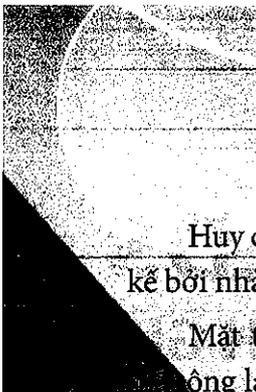
Fields cố gắng đẩy nhanh việc trao giải thưởng nhưng ông đổ bệnh tháng 5-1932 và qua đời ba tháng sau đó. Trước khi mất, với Synge bên cạnh, ông đề nghị góp 47.000 dollar Canada của mình vào quỹ giải thưởng.

Synge đã chuyển đề nghị của Fields đến Đại hội tại Zurich tháng 9 năm đó. Đề nghị được chấp nhận và một ủy ban gồm G. D. Birkhoff, Caratheodory, E. Cartan, Severi và Takagi được thành lập để xét trao giải lần đầu tiên tại Đại hội Oslo 1936.

Từ sau năm 1936, tình hình thế giới trở nên căng thẳng và tiếp sau đó là Đại chiến Thế giới Thứ hai, các đại hội toán học không tổ chức được. Đại hội đầu tiên sau chiến tranh nhóm họp năm 1950 ở Cambridge, Massachusetts, Hoa Kỳ. Tại đại hội này, Laurent Schwartz và Atle Selberg được trao giải thưởng Fields.

Chính Fields đề nghị huy chương phải bằng vàng có giá trị ít nhất là 200 dollar Canada (tính theo thời điểm 1933, có giá trị hơn ngày nay nhiều), có kích thước hợp lý, khoảng 7,5 cm đường kính. Vì tính quốc tế của nó, các chữ trên huy chương phải viết bằng tiếng Hy Lạp hoặc Latin.





Huy chương Fields được đúc 4 năm một lần tại Sở Đúc tiền Hoàng gia Canada, và được thiết kế bởi nhà điêu khắc R. Tait McKenzie.

Mặt trước của tấm huy chương có hình khuôn mặt Archimedes nhìn từ bên phải. Trước ông là dòng chữ, tiếng Hy Lạp, có nghĩa là “khuôn mặt của Archimedes”. Dòng chữ “RTM, MCNXXXIII” là viết tắt tên tác giả huy chương, nhà điêu khắc Robert Tait McKenzie, và năm 1933 (chữ số La Mã, nhưng viết sai! Lẽ ra phải là MCMXXXIII).

Dòng chữ TRANSIRE SUUM PECTUS MUNDOQUE POTIRI, tiếng Latin, có nghĩa là “hãy hướng đến sự hiểu biết và làm cho bạn trở thành chủ nhân của vũ trụ”. Đó là câu trong tác phẩm Astronomica của nhà thơ La Mã Manilius từ thế kỷ thứ nhất.

Mặt sau của huy chương có cảnh ôliu và dòng chữ “CONGREGATI EX TOTO ORBE MATHEMATICI OB SCRIPTA INSIGNIA TRIBUERE”, tiếng Latin có nghĩa là “Các nhà toán học từ khắp thế giới họp tại đây tặng huy chương này vì công trình xuất sắc”.

Mặt sau còn có hình một mặt cầu Archimedes nội tiếp trong một hình trụ (nhắc đến bài toán cầu phương nổi tiếng của Archimedes). Tên của người được tặng giải thưởng được khắc bên vành của huy chương.

Có hai nguyên tắc cơ bản khi xét trao giải thưởng Fields: một là giải được một bài toán lớn, hai là đưa ra một lý thuyết mới có nhiều ứng dụng trong toán học. Thường thì lời giải một bài toán cụ thể phải dựa trên sự sáng tạo ra một lý thuyết mới (nếu dùng công cụ sẵn có thì chắc là đã có người giải được). Ngược lại việc sáng tạo ra một lý thuyết mới có ý nghĩa lớn sẽ giúp giải quyết một số bài toán cổ điển tồn đọng của toán học.

PHẦN III: LUYỆN ĐỀ

A. Đề đánh giá năng lực hiện tại	175
Hướng dẫn giải chi tiết	181
B. Luyện đề	197
Đề số 1	197
Hướng dẫn giải chi tiết	203
Đề số 2	219
Hướng dẫn giải chi tiết	225
Đề số 3	241
Hướng dẫn giải chi tiết	247
Đề số 4	261
Hướng dẫn giải chi tiết	267
Đề số 5	280
Hướng dẫn giải chi tiết	287
Đề số 6	301
Hướng dẫn giải chi tiết	307
Đề số 7	320
Hướng dẫn giải chi tiết	325
Đề số 8	336
Hướng dẫn giải chi tiết	343
Đề số 9	360
Hướng dẫn giải chi tiết	366
Đề số 10	382
Hướng dẫn giải chi tiết	388
Đề số 11	401
Hướng dẫn giải chi tiết	407
Đề số 12	420
Hướng dẫn giải chi tiết	426
Đề số 13	440
Hướng dẫn giải chi tiết	447
Đề số 14	461
Hướng dẫn giải chi tiết	467

PHẦN III

LUYỆN ĐỀ



A BÀI KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

Câu 1. Hình đa diện đều 12 mặt thuộc loại $\{p; q\}$. Tính $p - q$.

- A. -2. B. 1. C. 2. D. -1.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số luôn có cực trị.
 B. Đồ thị của hàm số luôn cắt trục hoành.
 C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
 D. Đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng.

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 6 chữ số khác nhau mà chữ số đầu tiên là số nguyên lẻ.

- A. 75600. B. 42000. C. 33600. D. kết quả khác.

Câu 4. Phương trình $2 \sin^2 x - 4\sqrt{3} \sin 2x + 6 \cos^2 x = -1$ (3) với $x \in \left(0; \frac{5\pi}{4}\right)$ có một nghiệm là $x = \arctan \frac{7\sqrt{3}}{3}$ và hai nghiệm x_1, x_2 . Hỏi $x_1 + x_2$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{2}$. D. $\frac{3\pi}{2}$.

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{2 + \cos x}{\tan^2 x}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{R}\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{R}\right\}$.
 C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{R}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{R}\right\}$.

Câu 6. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		-	-
y	1	$+\infty$	1

(Note: Arrows in the original image point from y=1 at x=-∞ to y=-∞ at x=2, and from y=+∞ at x=2 to y=1 at x=+∞.)

- A. $y = \frac{x+1}{x+2}$. B. $y = \frac{x+3}{x+2}$. C. $y = \frac{x-1}{2x+1}$. D. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = 2x + \sin x + 2 \cos x$. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$.

- A. $x^2 + \cos x + 2 \sin x - 2$. B. $x^2 + \cos x + 2 \sin x$.
 C. $x^2 - \cos x + 2 \sin x$. D. $x^2 - \cos x + 2 \sin x + 2$.



Câu 8. Cho hàm số $y = x^4 + 2(m-4)x^2 + m + 5$ có đồ thị (C_m) . Tìm số thực m để đồ thị (C_m) có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhọn gốc tọa độ O làm trọng tâm.

- A. $m = 1$. B. $m = \frac{17}{2}$. C. $m = 1$ hoặc $m = \frac{17}{2}$. D. $m = 4$.

Câu 9. Phương trình $\log_2(5-2^x) = 2-x$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $P = x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2$.

- A. 2. B. 11. C. 3. D. 9.

Câu 10. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{2} \cos x$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Tính $M - m$.

- A. $\frac{\pi}{4} - 1 + \sqrt{2}$. B. $\frac{\pi}{4} + 1 - \sqrt{2}$. C. $\frac{\pi}{2} - \sqrt{2}$. D. $1 - \frac{\pi}{4}$.

Câu 11. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{(2m-n)x^2 + mx + 1}{x^2 + mx + n - 6}$ nhận trục hoành và trục tung làm hai đường tiệm cận. Tính $m + n$.

- A. 2. B. 8. C. -6. D. 9.

Câu 12. Tính thể tích của vật thể tròn xoay sinh ra bởi phép quay xung quanh trục Ox của hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và đường $y = \sqrt{x} \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$).

- A. $\frac{\pi^2}{4}$. B. $\frac{\pi^3}{4}$. C. 0. D. $\frac{\pi^2}{2}$.

Câu 13. Trong một cuộc thi tay nghề, mỗi thí sinh phải trải qua 2 vòng thi. Ở vòng 1 mỗi thí sinh bốc thăm và làm 2 bài thi trong 12 bài qui định cho trước. Ở vòng 2 thí sinh bốc thăm làm 3 bài thi trong 10 bài thi bắt buộc đã phổ biến. Một thí sinh không thành thạo 3 trong số 12 bài thi ở vòng 1 và làm không tốt, trong vòng 2 thí sinh này có 2 bài không biết làm. Tính xác suất để thí sinh này bốc thăm gặp các bài khó khăn đã nêu trên.

- A. $\frac{9}{28}$ B. $\frac{8}{33}$ C. $\frac{14}{55}$ D. $\frac{3}{11}$

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (2m-1)x^2 + (m^2 - m + 7)x + m - 5$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{74}$.

- A. $\begin{cases} m = 3 \\ m = -2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = -3 \\ m = 2 \end{cases}$. C. $m = 3$. D. $m = 2$.

Câu 15. Gọi M, N là các giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x - 2$ và $y = \frac{7x-14}{x+2}$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng MN . Tìm hoành độ điểm I .

- A. $-\frac{7}{2}$. B. 7. C. $\frac{7}{2}$. D. 3.

Câu 16. Cho m là số thực dương thỏa mãn $\int_0^m \frac{x}{(1+x^2)^3} dx = \frac{3}{16}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

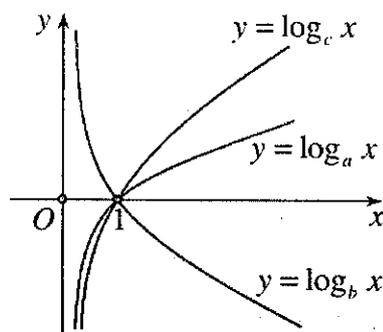
- A. $m \in \left(3; \frac{7}{2}\right)$. B. $m \in \left(0; \frac{3}{2}\right)$. C. $m \in \left(\frac{3}{2}; 3\right)$. D. $m \in \left(\frac{7}{2}; 5\right)$.

Câu 17. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. $\log_a x$ có nghĩa với mọi x .
 B. $\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y, x > 0; y > 0$.
 C. $\log_a 1 = a$ và $\log_a a = 0$.
 D. $\log_a x^n = n \log_a x (x > 0, n \neq 0)$.

Câu 18. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Tìm khẳng định đúng.

- A. $b < c < a$.
 B. $a < b < c$.
 C. $a < c < b$.
 D. $b < a < c$.



Câu 19. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x}$.

- A. $(-2; +\infty)$
 B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
 C. $(2; +\infty)$
 D. $(-2; 2)$.

Câu 20. Tìm nghiệm của phương trình $4^{x+1} = 64^a$ với a là số thực cho trước.

- A. $3a - 1$.
 B. $3a + 1$.
 C. $a - 1$.
 D. $a^3 - 1$.

Câu 21. Tìm m để phương trình: $\log_{\sqrt{3}}^2 x - m \log_{\sqrt{3}} x + 9 = 0$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1.

- A. $m = -4$.
 B. $m = \pm 6$.
 C. $m = -6$.
 D. Không tồn tại m .

Câu 22. Ta có tích phân $I = 4 \int_0^e x(1 + \ln x) dx = ae^2 + b$, với a, b là các số nguyên.

Tính $M = ab + 4(a + b)$.

- A. $M = -5$.
 B. $M = -2$.
 C. $M = 5$.
 D. $M = -6$.

Câu 23. Cho hình lập phương có cạnh bằng a . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $a\sqrt{2}$.
 B. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
 C. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
 D. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $a\sqrt{3}$.

Câu 24. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2, y = \frac{x^2}{27}, y = \frac{27}{x}$.

- A. $S = 234$.
 B. $S = 27 \ln 3$.
 C. $S = \frac{26}{3}$.
 D. $S = 27 \ln 3 - \frac{26}{3}$.

Câu 25. Phép vị tâm $I(-1; 1)$ tỉ số $k = \frac{1}{3}$ biến đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$ thành đường tròn có phương trình nào sau đây?

- A. $x^2 + y^2 = 9$
 B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 9$
 C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 9$
 D. $\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 = 1$

Câu 26. Cho các số phức z_1, z_2 thoả mãn $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}$, $|z_1| = |z_2| = 1$. Tính $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2$.

- A. $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = 0$. B. $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = 1$. C. $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = 2$. D. $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = -1$.

Câu 27. Cho bốn số nguyên dương trong đó ba số đầu lập thành một cấp số cộng, ba số sau lập thành một cấp số nhân có công bội q . Biết rằng tổng của số hạng đầu và số hạng cuối là 37, tổng của hai số hạng giữa là 36. Tìm giá trị lớn nhất q_{\max} của q ?

- A. $q_{\max} = \frac{5}{4}$. B. $q_{\max} = \frac{1}{4}$. C. $q_{\max} = \frac{7}{9}$. D. $q_{\max} = \frac{7}{4}$

Câu 28. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực và phần ảo đều âm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm M nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = i^3 \overline{z_0}$.

- A. $M(2; -1)$. B. $M(-2; -1)$. C. $M(2; 1)$. D. $M(-1; 2)$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 4; 2)$, $B(-1; 2; 4)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên Δ sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$.

- A. $M(1; 0; -4)$. B. $M(-1; 0; 4)$. C. $M(1; 0; 4)$. D. $M(-1; 0; -4)$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 3; 1)$, $B(0; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) sao cho mọi điểm thuộc đường thẳng d luôn cách đều 2 điểm A và B .

- A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$ và $(Q): 2x + y + z + 1 = 0$. Tìm r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r .

- A. $r = \sqrt{2}$. B. $r = \sqrt{3}$. C. $r = \sqrt{\frac{5}{2}}$. D. $r = \sqrt{\frac{9}{2}}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 3)$, $D(1; -1; 2)$. H là chân đường vuông góc kẻ từ D của tứ diện $DABC$. Viết phương trình mặt phẳng (ADH) .

- A. $3x + 2y + 2z - 6 = 0$. B. $x - y - z = 0$.
C. $6x - 8y - z - 12 = 0$. D. $-7x + 5y - z + 14 = 0$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) song song với hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}; \Delta_2: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+2t \\ z = 1-t \end{cases}. \text{ Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của } (P)?$$

- A. $\vec{n} = (5; -6; 7)$. B. $\vec{n} = (-5; -6; 7)$. C. $\vec{n} = (-5; 6; -7)$. D. $\vec{n} = (-5; 6; 7)$.



Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (3; -2; m)$, $\vec{b} = (2; m; -1)$. Tìm giá trị của m để hai vectơ \vec{a}, \vec{b} vuông góc với nhau.

- A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $m = -2$. D. $m = -1$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , cạnh SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{ACB} = 60^\circ$, $BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của SB . Tính thể tích V của khối tứ diện $MABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Câu 36. Cho lăng trụ tứ giác đều có chiều cao bằng a , thể tích bằng $4a^3$. Tính độ dài cạnh đáy.

- A. $4a$. B. $3a$. C. a . D. $2a$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , chân đường cao hạ từ S xuống mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , ΔSBC đều cạnh $2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC, AB là:

- A. $a\sqrt{3}$. B. $2a$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy hợp với mặt bên một góc 45° . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{64\sqrt{2}}{81}$. B. $\frac{64\sqrt{2}}{27}$. C. $\frac{128\sqrt{2}}{81}$. D. $\frac{32\sqrt{2}}{9}$.

Câu 39. Trong khai triển $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10}$ thành đa thức $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}$ ($a_k \in \mathbb{R}$), hãy tìm hệ số a_k lớn nhất ($0 \leq k \leq 10$).

- A. a_7 . B. a_8 . C. a_9 . D. a_{10} .

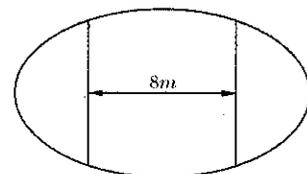
Câu 40. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m \ln x - 2}{\ln x - m - 1}$ nghịch biến trên $(e^2; +\infty)$.

- A. $m < -2$ hoặc $m > 1$. B. $m \leq -2$ hoặc $m = 1$. C. $m < -2$ hoặc $m = 1$. D. $m < -2$

Câu 41. Cho $m = \log_a(\sqrt[3]{ab})$, ($a > 1, b > 1$) và $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $m = 1$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 4$. D. $m = 2$.

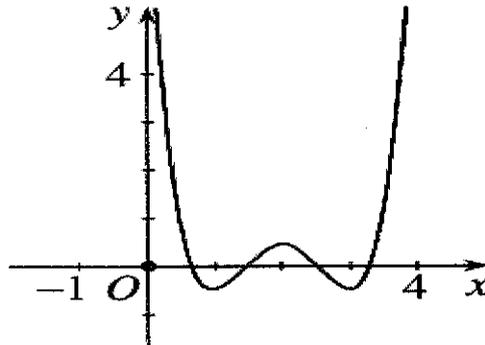
Câu 42. Ông An có một mảnh vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng 16m và độ dài trục bé bằng 10m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/ $1m^2$. Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn.)



- A. 7.862.000 đồng. B. 7.653.000 đồng. C. 7.128.000 đồng. D. 7.826.000 đồng.



Câu 43. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x-1)|$.



- A. 7. B. 5. C. 3. D. 9.

Câu 44. Cho hình trụ có tính chất: Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi là 12cm. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ.

- A. $64\pi cm^3$. B. $8\pi cm^3$. C. $32\pi cm^3$. D. $16\pi cm^3$.

Câu 45. Thầy A đi mua bút chì để thưởng cho học sinh thi thử cuối tháng, số tiền thầy mang theo đủ mua 30 cây bút chì. Cửa hàng đang có chương trình khuyến mãi mua 20 cây thì được trả lại 25% hóa đơn, mua 5 cây thì được trả lại 10%. Hỏi thầy A có thể mua được nhiều nhất bao nhiêu cây bút chì?

- A. 38. B. 35. C. 36. D. 37.

Câu 46. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} - 2018x + 2017}{(x-1)^2}$ là:

- A. 2036530. B. 2033790. C. 0. D. 2035153.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (n, k) với $n < 20$ thỏa mãn $C_n^{k-1}, C_n^k, C_n^{k+1}$ lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ ba, thứ năm của một cấp số cộng.

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 48. Cho số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = |z^3 + 3z + \bar{z}| - |z + \bar{z}|$.

- A. $\frac{15}{4}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{13}{4}$. D. 3.

Câu 49. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và cắt một mặt cầu tâm O bán kính R tạo thành hai đường tròn có cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai đường tròn và đáy trùng với đường tròn còn lại. Tính khoảng cách giữa (P) và (Q) để diện tích xung quanh hình nón đó là lớn nhất.

- A. $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$. B. $2R\sqrt{3}$. C. $R\sqrt{2}$. D. R .

Câu 50. Theo dự báo với mức tiêu thụ dầu không đổi như hiện nay thì trữ lượng dầu của nước A sẽ hết sau 100 năm nữa. Nhưng do nhu cầu thực tế, mức tiêu thụ tăng lên 4% mỗi năm. Hỏi sau bao nhiêu năm số dầu dự trữ của nước A sẽ hết.

- A. 39 năm. B. 40 năm. C. 41 năm. D. 42 năm.



1. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	18. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	35. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
2. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	19. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	36. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
3. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	20. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	37. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
4. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	21. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	38. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
5. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	22. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	39. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
6. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	23. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	40. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
7. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	24. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	41. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
8. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	25. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	42. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
9. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	26. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	43. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
10. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	27. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	44. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
11. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	28. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	45. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
12. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	29. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	46. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
13. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	30. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	47. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
14. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	31. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	48. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
15. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	32. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	49. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
16. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	33. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	50. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D
17. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	34. <input type="radio"/> A <input type="radio"/> B <input type="radio"/> C <input type="radio"/> D	

B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 ▶ Chọn C.

Hình đa diện 12 mặt đều thuộc loại $\{5;3\}$. Suy ra $p - q = 2$.

Câu 2 ▶ Chọn A.

Mệnh đề sai là “Hàm số luôn có cực trị”. Vì hàm bậc ba có thể không có cực trị nào (trường hợp y' có $\Delta < 0$ hay $\Delta > 0$). Ba mệnh đề còn lại đều đúng.

Câu 3 ▶ Chọn B.

Gọi số đó là \overline{abcdef} trong đó $f \in \{0;2;4;6;8\}, a \in \{1;3;5;7;9\}$

Số cách chọn số \overline{bcde} là A_8^4 . Vậy có $5 \cdot 5 \cdot A_8^4 = 42000$ số.

Câu 4 ▶ Chọn A.

$$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi : (3) \Leftrightarrow 2 = -1 \text{ (vô lí).}$$

$\cos x \neq 0$: Chia hai vế cho $\cos^2 x$, ta được:

$$(3) \Leftrightarrow 2 \tan^2 x - 8\sqrt{3} \tan x + 6 = -\frac{1}{\cos^2 x} = -(1 + \tan^2 x)$$

$$\Leftrightarrow 3 \tan^2 x - 8\sqrt{3} \tan x + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \tan x = \frac{7\sqrt{3}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \arctan \frac{7\sqrt{3}}{3} + k\pi \end{cases}$$

$$\forall x \in \left(0; \frac{5\pi}{4}\right) \text{ nên ta được: } x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{7\pi}{6}, x = \arctan \frac{7\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 5 ▶ Chọn B.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \tan^2 x \neq 0$ và $\tan x$ xác định

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k'\pi \end{cases} k, k' \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq k \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{R} \right\}$$

Câu 6 ▶ Chọn D.

$$\text{Xét hàm số } y = \frac{x+1}{x-2}.$$



TCN: $y = 1$, TCD: $x = 2$.

$y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0, \forall x \neq 2$ nên hàm nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2), (2; +\infty)$.

Câu 7 ▶ Chọn D.

Ta có: $\int f(x) dx = \int (2x + \sin x + 2 \cos x) dx = x^2 - \cos x + 2 \sin x + C = F(x)$.

Mà $F(0) = 1 \Leftrightarrow 0^2 - \cos 0 + 2 \sin 0 + C = 1 \Leftrightarrow C = 2$

Vậy $F(x) = x^2 - \cos x + 2 \sin x + 2$.

Câu 8 ▶ Chọn A.

Tập xác định $D = R$. Ta có: $y' = 4x^3 + 4(m-4)x = 4x(x^2 + m - 4)$.

Điều kiện để có 3 cực trị: $m < 4$.

Khi đó tọa độ các cực trị của hàm trùng phương là:

$B(-\sqrt{4-m}; -m^2 + 9m - 11), A(0; m+5), C(\sqrt{4-m}; -m^2 + 9m - 11)$ suy ra tọa độ trọng tâm

của tam giác ABC là $G\left(0; \frac{-2m^2 + 19m - 17}{3}\right)$

Tọa độ G trùng với gốc O khi $-2m^2 + 19m - 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{17}{2} \text{ (loại)} \\ m = 1 \text{ (n)} \end{cases}$. Vậy $m = 1$.

Câu 9 ▶ Chọn A.

$\log_2(5 - 2^x) = 2 - x \Leftrightarrow 5 - 2^x = 2^{2-x} \Leftrightarrow 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ nên $P = 2$.

Câu 10 ▶ Chọn B.

Két hàm số liên tục và xác định trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ta có: $f'(x) = 1 - \sqrt{2} \sin x$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}) \quad (1)$

Vì $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ nên (1) suy ra $x = \frac{\pi}{4}$.

Ta có: $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} + 1, f(0) = \sqrt{2}, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$.

Do đó: $M = 1 + \frac{\pi}{4}, m = \sqrt{2} \Rightarrow M - m = \frac{\pi}{4} + 1 - \sqrt{2}$.

Câu 11 ▶ Chọn D.

Đặt $g(x) = (2m - n)x^2 + mx + 1$, $f(x) = x^2 + mx + n - 6$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2m - n$. Suy ra tiệm cận ngang là $y = 2m - n$.

Theo giả thiết ta có tiệm cận ngang là $y = 0$. Do đó ta có $2m - n = 0$ (1)

Mặt khác, tiệm cận đứng của đồ thị là $x = 0$ suy ra $f(0) = 0 \Leftrightarrow n - 6 = 0 \Leftrightarrow n = 6$

Khi đó $g(0) = 1 \neq 0$

Từ (1) và (2) suy ra $n = 6, m = 3$.

Vậy $m + n = 9$.

Câu 12 ▶ Chọn B.

Áp dụng công thức tính thể tích khối tròn xoay quay quanh trục Ox ta có:

$$V = \pi \int_0^{\pi} (\sqrt{x} \sin x)^2 dx = \pi \int_0^{\pi} x \sin^2 x dx = \pi \int_0^{\pi} x \frac{1 - \cos 2x}{2} dx$$

Bấm máy được $V = \frac{\pi^3}{4}$ (đvtt).

Câu 13 ▶ Chọn C.

Xác suất để người đó thi tốt ở vòng 1: $p_1 = \frac{C_9^2}{C_{12}^2}$

Xác suất để người đó thi tốt ở vòng 2 là: $p_2 = \frac{C_8^3}{C_{10}^3}$

Hai vòng thi này độc lập. Vậy xác suất để thi tốt ở cả 2 vòng là:

$$p = p_1 \cdot p_2 = \frac{C_9^2}{C_{12}^2} \cdot \frac{C_8^3}{C_{10}^3} = \frac{14}{55}$$

Câu 14 ▶ Chọn C.

Có $y' = x^2 - 2(2m - 1)x + m^2 - m + 7$

Để hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (2m - 1)^2 + (m^2 - m + 7)^2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \end{cases}$$

Gọi x_1, x_2 là hoành độ 2 cực trị của hàm số. Điều kiện $x_1 > 0, x_2 > 0$.

$$\text{Theo Viet, ta có: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = 2(2m - 1) \\ P = x_1 \cdot x_2 = m^2 - m + 7 \end{cases}$$

Để hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{74}$.



$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = 74 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 74$$

$$\Leftrightarrow 4(2m-1)^2 - 2(m^2 - m + 7) = 74 \Leftrightarrow 14m^2 - 14m - 84 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -2 \end{cases}$$

Do $x_1 > 0, x_2 > 0$, nên $x_1 + x_2 > 0 \Leftrightarrow 2(2m-1) > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$.

Kết hợp điều kiện ta có $m = 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 15 Chọn C.

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x-2 = \frac{7x-14}{x+2} (x \neq -2) \Rightarrow x^2 - 4 = 7x - 14 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow M(2;0); N(5;3).$$

Do I là trung điểm của đoạn thẳng MN nên ta có $x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2}$.

Câu 16 Chọn B.

$$\text{Ta có: } I = \int_0^m \frac{x}{(1+x^2)^3} dx = \frac{1}{2} \int_0^m \frac{d(1+x^2)}{(1+x^2)^3} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(1+x^2)^2} \Big|_0^m = -\frac{1}{4} \frac{1}{(1+m^2)^2} + \frac{1}{4}.$$

$$\text{Mà } I = \frac{3}{16} \Rightarrow -\frac{1}{4} \frac{1}{(1+m^2)^2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{16} \Leftrightarrow (1+m^2)^2 = 4 \Leftrightarrow 1+m^2 = 2 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Do m là số thực dương nên $m = 1$.

Câu 17 Chọn D.

Câu 18 Chọn A.

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số $y = \log_b x$ nghịch biến, $y = \log_a x, y = \log_c x$ đồng biến và đồ thị $y = \log_c x$ phía trên $y = \log_a x$. Nên ta có $b < c < a$.

Câu 19 Chọn D.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x} \Leftrightarrow x^2 - x < 4 - x \Leftrightarrow x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2.$$

Câu 20 Chọn A.

Ta biến đổi về cùng cơ số: $4^{x+1} = 64^a \Leftrightarrow 4^{x+1} = 4^{3a} \Leftrightarrow x+1 = 3a \Leftrightarrow x = 3a-1$.

Câu 21 Chọn C.

Điều kiện $x > 0$

Đặt $\log_{\sqrt{3}} x = t \Rightarrow x = \sqrt{3}^t; x < 1 \Rightarrow t < 0$.

$$\log_{\sqrt{3}}^2 x - m \log_{\sqrt{3}} x + 9 = 0 (*) \Leftrightarrow t^2 - mt + 9 = 0 (**) \Leftrightarrow m = \frac{t^2 + 9}{t}$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{t^2 + 9}{t}$; $f'(x) = \frac{t^2 - 9}{t^2}$;

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	-6	$+\infty$	6	$+\infty$	

Vậy phương trình (*) có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1 khi và chỉ khi phương trình (**) có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 0. Căn cứ vào bảng biến thiên ta có $m = -6$.

Câu 22 Chọn C.

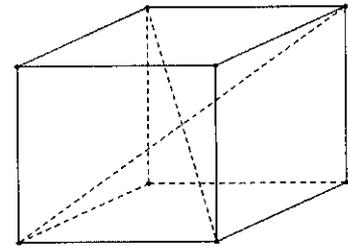
$$I = 4 \int_1^e x(1 + \ln x) dx = 2 \int_1^e (1 + \ln x) d(x^2)$$

$$= 2 \left[(1 + \ln x) x^2 \Big|_1^e - \int_1^e x^2 \cdot \frac{1}{x} dx \right] = 2 \left(2e^2 - 1 - \frac{e^2}{2} + \frac{1}{2} \right) = 3e^2 - 1$$

Nên $a = 3, b = -1$. Nên $M = 5$.

Câu 23 Chọn B.

Ta có tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là giao của 2 đường chéo hình lập phương, bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương bằng nửa đường chéo hình lập phương. Do đó $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

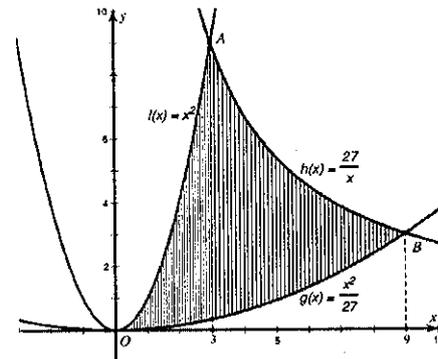


Câu 24 Chọn B.

Tìm giao điểm giữa các đồ thị:

$$O(0;0) \begin{cases} y = f(x) = x^2 \\ y = g(x) = \frac{x^2}{27} \end{cases} ; B(9;0) \begin{cases} y = g(x) = \frac{x^2}{27} \\ y = h(x) = \frac{27}{x} \end{cases}$$

$$A(3;0) \begin{cases} y = h(x) = \frac{27}{x} \\ y = f(x) = x^2 \end{cases}$$



Vậy diện tích

$$S = \int_0^3 \left(x^2 - \frac{x^2}{27} \right) dx + \int_3^9 \left(\frac{27}{x} - \frac{x^2}{27} \right) dx = 27 \ln 3 \text{ (bấm máy tính).}$$

Câu 25 Chọn D

Gọi O' là tâm của đường tròn ảnh, ta có $\overline{IO'} = \frac{1}{3} \overline{IO} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{O'} = x_I - \frac{1}{3} x_I = \frac{-2}{3} \\ y_{O'} = y_I - \frac{1}{3} y_I = \frac{2}{3} \end{cases}$



Đường tròn ảnh có bán kính $R' = \frac{1}{3}R = 1$ do đó đường tròn ảnh là:

$$(C'): \left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 = 1$$

Câu 26 ▶ Chọn B.

Ta có: $|z_1 + z_2|^2 = (z_1 + z_2)(\overline{z_1 + z_2}) = (z_1 + z_2)(\overline{z_1} + \overline{z_2}) = |z_1|^2 + |z_2|^2 + z_1\overline{z_2} + \overline{z_1}z_2$
 $\Rightarrow (\sqrt{3})^2 = 1^2 + 1^2 + z_1\overline{z_2} + \overline{z_1}z_2 \Leftrightarrow z_1\overline{z_2} + \overline{z_1}z_2 = 1$.

Câu 27 ▶ Chọn A.

Gọi bốn số cần tìm là u_1, u_2, u_3, u_4 .

Cấp số cộng $u_2 - d, u_2, u_2 + d$. Cấp số nhân u_2, u_2q, u_2q^2 .

$$\text{Theo đề } \begin{cases} 2u_2 + d = u_2(1+q) = 36 \\ u_2 - d + u_2q^2 = 37 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 36 - \frac{72}{1+q} \\ \frac{37+d}{1+q^2} = \frac{36}{1+q} \end{cases} \Rightarrow 36q^2 - 37q + 35 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{5}{4} \\ q = \frac{7}{9} \end{cases}$$

Do đó $q_{\max} = \frac{5}{4}$.

Câu 28 ▶ Chọn C.

$$\text{Ta có: } z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow (z+1)^2 = (2i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 2i \\ z = -1 - 2i \end{cases}$$

Theo giả thiết ta có $z_0 = -1 - 2i \Rightarrow \overline{z_0} = -1 + 2i$

Từ đó $w = i^3 \overline{z_0} = -i(-1 + 2i) = 2 + i$. Suy ra w có điểm biểu diễn là $M(2; 1)$.

Câu 29 ▶ Chọn B.

$$M \in d \Rightarrow M(1-t; -2+t; 2t)$$

$$MA^2 = t^2 + (6-t)^2 + (2-2t)^2 = 6t^2 - 20t + 40$$

$$MB^2 = (t-2)^2 + (4-t)^2 + (4-2t)^2 = 6t^2 - 28t + 36$$

Theo bài ra $MA^2 + MB^2 = 28 \Leftrightarrow 12t^2 - 48t + 76 = 28 \Leftrightarrow t = 2$.

Vậy $M(-1; 0; 4)$.

Câu 30 ▶ Chọn D.

Lấy điểm M bất kỳ thuộc đường thẳng d do M cách đều A và B nên M thuộc mặt phẳng trung trực của AB . Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB .

Ta có mặt phẳng trung trực (Q) của AB đi qua $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 1\right)$ và có vectơ pháp tuyến $\overline{AB} = (-3; -1; 0)$ nên phương trình tổng quát của mặt phẳng (Q) là:

$$-3\left(x - \frac{3}{2}\right) - 1\left(y - \frac{5}{2}\right) + 0(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 7 = 0$$

Do đó đường thẳng d là giao tuyến của (P) và (Q) .

$$\text{Xét hệ phương trình } \begin{cases} x + y + z - 7 = 0 \\ 3x + y - 7 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Cho } x = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 7 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow C(0; 7; 0) \in d.$$

$$\text{Cho } x = 1 \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow C(1; 4; 2) \in d.$$

Đường thẳng đi qua $C(0; 7; 0)$ và nhận vectơ $\overline{CD} = (1; -3; 2)$ làm vectơ chỉ phương nên phương trình tham số đường thẳng là
$$\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$$

Câu 31 Chọn D.

Gọi $I(a; 0; 0)$ là tâm mặt cầu:

+ Vì (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 nên

$$\text{Bán kính mặt cầu } R^2 = 2^2 + d^2(I; (P)) \Leftrightarrow R^2 = 4 + \frac{(a+1)^2}{6} \quad (1)$$

+ Vì (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r nên

$$\text{Bán kính mặt cầu } R^2 = r^2 + d^2(I; (Q)) \Leftrightarrow R^2 = r^2 + \frac{(2a-1)^2}{6} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } 4 + \frac{(a+1)^2}{6} = r^2 + \frac{(2a-1)^2}{6} \Leftrightarrow a^2 - 2a + 2r^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow (a+1)^2 = 9 - 2r^2.$$

$$\text{Khi đó để có một mặt cầu (S) thỏa mãn yêu cầu bài toán thì } 9 - 2r^2 = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{9}{2}}.$$

Câu 32 Chọn C.

$$\text{Phương trình mặt phẳng } (ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x + 2y + 2z - 6 = 0.$$

$$\text{Gọi đường thẳng } \Delta \begin{cases} \text{qua } D(1; -1; 2) \\ \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow \Delta \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$

$$H = \Delta \cap (ABC) \text{ giải hệ ta được } H\left(\frac{20}{17}; -\frac{15}{17}; \frac{36}{17}\right)$$

Mặt phẳng (ADH) qua $A(2; 0; 0)$ và có cặp vectơ chỉ phương là $\begin{cases} \overline{AD} = (-1; -1; 2) \\ \overline{AH} = \left(-\frac{14}{17}; -\frac{15}{17}; \frac{36}{17}\right) \end{cases}$ nên có vectơ pháp tuyến $[\overline{AD}, \overline{AH}] = \left(-\frac{6}{17}; \frac{8}{17}; \frac{1}{17}\right)$ hay $\vec{n} = (-6; 8; 1)$

$$\text{Vậy phương trình } (ADH): -6x + 8y + z + 12 = 0 \Leftrightarrow 6x - 8y - z - 12 = 0.$$



Câu 33 ▶ Chọn D.

Vì (P) song song với hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 nên $\vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] = (-5; 6; 7)$.

Câu 34 ▶ Chọn A.

Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} vuông góc với nhau khi và chỉ khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 6 - 3m = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 35 ▶ Chọn D.

M trung điểm SB nên tỉ số thể tích tứ diện

$$\frac{V_{MABC}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{MABC} = \frac{1}{2} V_{SABC}$$

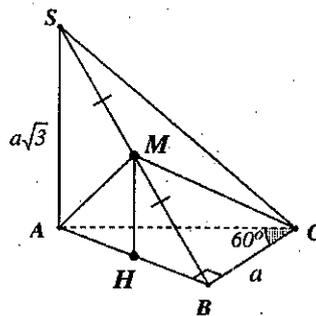
Tam giác ABC là nửa tam giác đều $AC = 2BC = 2a$

và $AB = \frac{AC\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ nên diện tích

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Do đó } V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{2}$$

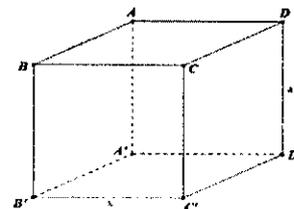
$$\text{Vậy } V_{MABC} = \frac{a^3}{4}$$



Câu 36 ▶ Chọn D.

Gọi cạnh đáy của lăng trụ là $x, x > 0$.

Thể tích của lăng trụ là $V = B \cdot h = x^2 \cdot a = 4a^3 \Rightarrow x = 2a$.



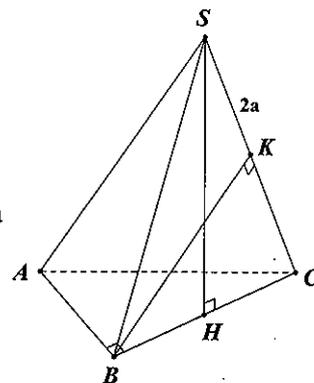
Câu 37 ▶ Chọn A.

Ta có: $SH \perp (ABC)$.

$$\begin{cases} AB \perp BC \\ AB \perp SH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBC) \Rightarrow AB \perp SC.$$

Kẻ $BK \perp SC$ tại $K \Rightarrow BK$ là đoạn vuông góc chung của AB và SC .

$$\Rightarrow d(AB, SC) = BK = 2a \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$



Câu 38 Chọn B.

Đặt $AB = a$.

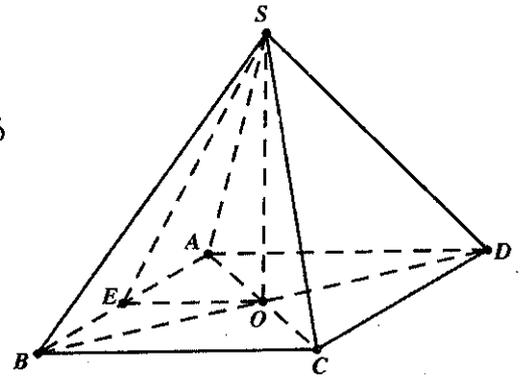
Gọi O là tâm $ABCD$, E là trung điểm AB . Khi đó

$$(\widehat{SAB}, \widehat{ABCD}) = \widehat{SEO} = 45^\circ.$$

$$\text{Suy ra: } SO = OE = \frac{a}{2}, SA = \sqrt{\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Mà } R_{S.ABCD} = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{\frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2}} = \frac{3a}{4} = \sqrt{2} \Rightarrow a = \frac{4\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Nên } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4\sqrt{2}}{2.3} \cdot \frac{16.2}{9} = \frac{64\sqrt{2}}{81}.$$



Câu 39 Chọn A.

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10} = \frac{1}{3^{10}}(1+2x)^{10} = \frac{1}{3^{10}} \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x)^k = \sum_{k=0}^{10} \frac{2^k}{3^{10}} C_{10}^k x^k$$

$$\text{Mặt khác ta có: } \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10} = \sum_{k=0}^{10} a_k x^k$$

$$\text{Suy ra: } a_k = \frac{2^k}{3^{10}} C_{10}^k \quad (k=0,1,\dots,10)$$

$$a_k \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow \begin{cases} a_k > a_{k-1} \\ a_k > a_{k+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2^k 10!}{3^{10} k!(10-k)!} > \frac{2^{k-1} 10!}{3^{10} (11-k)!(k-1)!} \\ \frac{2^k 10!}{3^{10} k!(10-k)!} > \frac{2^{k+1} 10!}{3^{10} (9-k)!(k+1)!} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2^k}{k!(10-k)!} > \frac{2^{k-1}}{(11-k)!(k-1)!} \\ \frac{2^k}{k!(10-k)!} > \frac{2^{k+1}}{(9-k)!(k+1)!} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{k!} > \frac{1}{11-k} \\ \frac{1}{10-k} > \frac{2}{k+1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k < \frac{22}{3} \\ k > \frac{19}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{19}{3} < k < \frac{22}{3}, k \in \mathbb{N}, k \leq 10 \Leftrightarrow k = 7$$

$$\text{Do đó } \text{Max}(a_k) = a_7 = \frac{2^7}{3^{10}} C_{10}^7.$$

Câu 40 Chọn D.

Điều kiện $x > 0$.

Đặt $t = \ln x$, vậy $x \in (e^2; +\infty) \Rightarrow t \in (2; +\infty)$.



Hàm số có dạng: $y_t = \frac{mt-2}{t-m-1}$.

Hàm số $y = \frac{m \ln x - 2}{\ln x - m - 1}$ nghịch biến trên $(e^2; +\infty)$.

$\Leftrightarrow y_t = \frac{mt-2}{t-m-1}$ nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

Ta có: $y_t' = \frac{-m^2 - m - 2}{(t-m-1)^2}$.

$y_t = \frac{mt-2}{t-m-1}$ nghịch biến trên $(2; +\infty) \Leftrightarrow y_t' = \frac{-m^2 - m - 2}{(t-m-1)^2} < 0, \forall t \in (2; +\infty)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 - m - 2 < 0 \\ m+1 \notin (2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -2 \Leftrightarrow m < -2 \\ m+1 \leq 2 \end{cases}$$

Câu 41 Chọn A.

Ta có: $m = \log_a(\sqrt[3]{ab}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \log_a b \Rightarrow \log_a b = 3m - 1; \log_b a = \frac{1}{3m-1}$.

Do đó: $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a = (3m-1)^2 + \frac{16}{3m-1}$.

Xét hàm số: $f(m) = (3m-1)^2 + \frac{16}{3m-1} \Rightarrow f'(m) = 18m - 6 - \frac{48}{(3m-1)^2}$.

$f'(m) = 0 \Leftrightarrow 3m-1 = 2 \Leftrightarrow m = 1$.

Bảng biến thiên

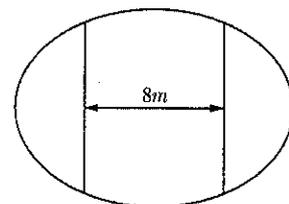
x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
y'		-	0	+
y	$+\infty$	$+\infty$	12	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 12 tại $m = 1$.

Câu 42 Chọn B.

Chọn hệ trục Oxy có gốc tọa độ tại tâm của Elip khi đó Elip này có phương trình

$$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5\sqrt{1 - \frac{x^2}{64}} \\ y = -5\sqrt{1 - \frac{x^2}{64}} \end{cases}$$





Diện tích cần tính $S = 2 \int_{-4}^4 5\sqrt{1 - \frac{x^2}{64}} dx \approx 76,529$.

Do đó số tiền cần là $76,529 \times 100 \approx 7653$ nghìn đồng
 $\approx 7,653$ triệu đồng.

Câu 43 Chọn A.

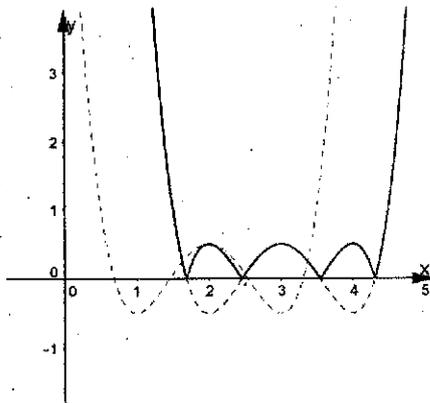
Tính tiến đồ thị $f(x)$ sáng phải 1 đơn vị ta được đồ thị hàm số $f(x-1)$.

Đồ thị của hàm số $y = |f(x-1)|$ là gồm hai phần:

Phần đồ thị của hàm số $f(x-1)$ nằm phía trên trục hoành.

Lấy đối xứng phần đồ thị nằm phía dưới trục hoành của đồ thị hàm $f(x-1)$ qua trục Ox .

Suy ra: Đồ thị của hàm số $y = |f(x-1)|$ có 7 điểm cực trị.



Câu 44 Chọn B.

Giả sử hình chữ nhật có chiều dài $a (0 < a < 6)$, chiều rộng $b (0 < b < 6)$,

Ta có chiều cao hình trụ bằng a , bán kính hình trụ bằng $\frac{b}{2}$.

Theo giả thiết ta có $a + b = 6 \Rightarrow a = 6 - b$.

Ta có $V = B.h = \pi \frac{b^2}{4} (6 - b)$:

Đặt $f(b) = \frac{\pi}{4} (6b^2 - b^3) \Rightarrow f'(b) = \frac{\pi}{4} (12b - 3b^2) \Rightarrow f'(b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = 4 \end{cases}$

Lập bảng biến thiên ta thấy $f(b)$ đạt giá trị lớn nhất khi $b = 4 \Rightarrow a = 2$.

Vậy $V = 8\pi cm^3$.

Câu 45 Chọn C.

Gọi a là giá mỗi cây bút thì số tiền thầy mang theo là $30a$.

Cứ mua 20 cây viết thầy sẽ dùng $20a \cdot \frac{3}{4} = 15a$, mua 5 cây viết sẽ dùng $5a \cdot \frac{9}{10} = \frac{9a}{2}$.

Gọi x, y lần lượt là số lần mua 20 cây viết và 5 cây viết, còn z là số cây mua lẻ.

Ta có: $15ax + \frac{9ay}{2} + za = 30a \Leftrightarrow z = 30 - 15x - \frac{9y}{2} \Rightarrow 15x + \frac{9y}{2} < 30$ chỉ có các bộ số nguyên dương sau thỏa mãn $(x; y) = (1; 1) = (1; 2) = (1; 3)$ và các bộ ứng với $x = 0$, thay các bộ này vào biểu thức thể hiện số cây bút đã mua.

$P = 20x + 5y + z = 20x + 5y + 30 - 15x - \frac{9y}{2} = 5x + \frac{y}{2} + 30 \leq 5 \cdot 1 + \frac{3}{2} + 30 = 36.5$ do đó thầy chỉ mua được tối đa 36 cây (bộ $(1; 3)$ là lớn nhất).



Câu 46 ▶ Chọn D.

Ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} - 2018x + 2017}{(x-1)^2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} - 1 - 2018(x-1)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2017} + x^{2016} + x^{2015} + \dots + x + 1 - 2018}{(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2017} - 1 + x^{2016} - 1 + x^{2015} - 1 + \dots + x - 1}{(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[(x^{2016} + x^{2015} + \dots + x + 1) + (x^{2015} + x^{2014} + \dots + x + 1) + \dots + (x + 1) + 1 \right] \\ &= 2017 + 2016 + \dots + 1 = \frac{2017 \cdot 2018}{2} = 2035153. \end{aligned}$$

Chú ý: Cần thận khi dùng máy tính cầm tay trong trường hợp này sẽ ra kết quả sai.

Câu 47 ▶ Chọn C.

Điều kiện $n \geq k + 1$.

Ta có: C_n^{k-1} , C_n^k , C_n^{k+1} lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ ba, thứ năm của một cấp số cộng khi

và chỉ khi $\Leftrightarrow C_n^{k-1} + C_n^{k+1} = 2C_n^k$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{1}{(k-1)!(n-k+1)!} + \frac{1}{(k+1)!(n-k-1)!} &= \frac{2}{k!(n-k)!} \\ \Leftrightarrow (2k-n)^2 &= n+2. \end{aligned}$$

Rõ ràng $n+2$ phải có dạng bình phương của một số (số chính phương) mà $n < 20$ nên $n \in \{2, 7, 14\}$.

Với $n = 2 \Rightarrow k = 2$ (loại).

Với $n = 7 \Rightarrow \begin{cases} k = 5 \\ k = 2 \end{cases}$

Với $n = 14 \Rightarrow \begin{cases} k = 5 \\ k = 9 \end{cases}$

Do đó có 4 cặp số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48 ▶ Chọn B

Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có: $z + \bar{z} = 2a$; $z \cdot \bar{z} = 1 \Leftrightarrow |z|^2 = 1 \Leftrightarrow |z| = 1$

Khi đó: $P = |z^3 + 3z + \bar{z}| - |z + \bar{z}| = \left| z \left(z^2 + 3 + \frac{\bar{z}}{z} \right) \right| - |z + \bar{z}|$

$P = |z| \cdot \left| \left(z^2 + 3 + \frac{\bar{z}}{z} \right) \right| - |z + \bar{z}| = |z^2 + 2z\bar{z} + \bar{z}^2 + 1| - |z + \bar{z}|$



$$P = \left| (z + \bar{z})^2 + 1 \right| - |z + \bar{z}| = |4a^2 + 1| - 2|a| = 4a^2 + 1 - 2|a| = \left(2|a| - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$$

Vậy $P_{\min} = \frac{3}{4}$.

Câu 49 ▶ Chọn A.

Ta có: $r = \sqrt{R^2 - \frac{h^2}{4}}$, $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{R^2 + \frac{3h^2}{4}}$.

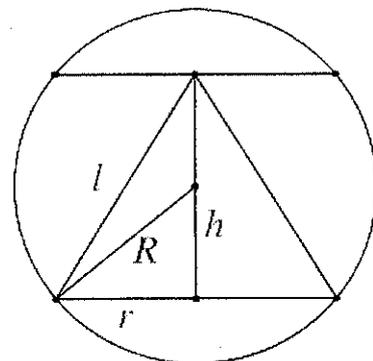
$$S_{xq} = \pi r l = \pi \sqrt{R^2 - \frac{h^2}{4}} \cdot \sqrt{R^2 + \frac{3h^2}{4}} = \pi \sqrt{-\frac{3}{16}h^4 + \frac{R^2}{2}h^2 + R^4}.$$

Xét $f(h) = -\frac{3}{16}h^4 + \frac{R^2}{2}h^2 + R^4$ ($0 < h < 2R$).

Ta có: $f'(h) = -\frac{3}{4}h^3 + R^2h$, $f'(h) = 0 \Leftrightarrow h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Bảng biến thiên:

h	0	$\frac{2R\sqrt{3}}{3}$	2R
f'(h)	+	0	-
f(h)			



$f(h)$ đạt giá trị lớn nhất tại $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$. Do đó S_{xq} đạt giá trị lớn nhất khi $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Câu 50 ▶ Chọn C.

Gọi A là trữ lượng dầu, x là lượng dầu sử dụng năm đầu tiên.

Ta có: $A = 100x$.

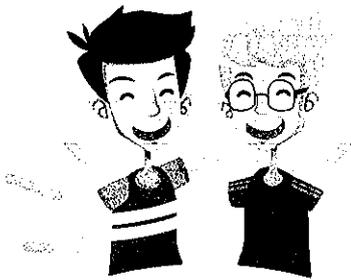
Qua năm thứ 2 trữ lượng dầu tiêu thụ là $x(1+r)$

Qua năm thứ $n+1$ trữ lượng dầu tiêu thụ là $x(1+r)^n$

Vậy tổng lượng dầu tiêu thụ trong $n+1$ năm là $x \left[1 + (1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^{n-1} + (1+r)^n \right]$

Do đó ta có phương trình $x \left[1 + (1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^{n-1} + (1+r)^n \right] - 100x = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1 - (1+r)^{n+1}}{1 - (1+r)} = 100 \Leftrightarrow \frac{1 - (1+r)^{n+1}}{-r} = 100 \Leftrightarrow n = 41.$$



“
**WHEREVER YOU GO,
 GO WITH ALL YOUR HEART**
 ”



Ghi nhớ hành trình luyện đề thi thành công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Số điểm thực tế	Số điểm kỳ vọng	Cảm xúc của bạn

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé!

Ngày:.....

Thi lần:.....

Số điểm đạt được:...../10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm từ những câu sai

.....

.....

.....

.....

Bài học và kiến thức rút ra từ đề thi này

Dù bạn là ai hoặc bạn bao nhiêu tuổi, nếu muốn thành đạt, thì động lực cho sự thành đạt đó nhất thiết phải xuất phát từ chính bên trong con người bạn! - Paul J. Meyer



B LUYỆN ĐỀ

ĐỀ SỐ 1	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC
Đề thi gồm 07 trang ★★★★★	Môn: Toán Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. Từ một hộp chứa 5 quả cầu trắng, 3 quả cầu đỏ và 2 quả cầu xanh. Lấy ngẫu nhiên hai quả cầu trong hộp. Tính xác suất để lấy được 2 quả không trắng.

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{16}{45}$. C. $\frac{1}{15}$. D. $\frac{10}{29}$.

Câu 2. Số hạng chính giữa của khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{2008}$ là:

- A. $C_{2008}^{1004} \cdot \frac{1}{x^{1004}}$. B. $C_{2008}^{1005} \cdot \frac{1}{x^{1005}}$. C. $C_{2008}^{1003} \cdot \frac{1}{x^{1003}}$. D. $C_{2008}^{1004} \cdot x^{1004}$.

Câu 3. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 ta có thể tạo thành bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số, trong đó chữ số 1 xuất hiện đúng 3 lần, ba chữ số 2, 3, 4 hiện diện đúng 1 lần.

- A. 120. B. 24. C. 360. D. 384.

Câu 4. Giải phương trình $\sin 2x \cos x = \sin 7x \cos 4x$.

- A. $\begin{cases} x = k\frac{\pi}{5} \\ x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{6} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ B. $\begin{cases} x = k\frac{\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{6} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$
- C. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{6} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ D. $\begin{cases} x = k\frac{\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Chú ý: Có thể dùng 4 đáp án thay vào phương trình để kiểm tra đâu là nghiệm.

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số $y = \cos\left(\frac{1}{x^2 - 4}\right)$:

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$ B. $D = \mathbb{R}$ C. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Câu 6. Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

- A. $(-1; 1)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{x}{(x - m) \log_2 [x^2 - 2(2m - 1)x + 4m^2]}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho xác định với mọi $x \in (1; +\infty)$.

- A. $m \in (-\infty; 2)$. B. $m \in (-1; 1]$. C. $m \in (-\infty; 1)$. D. $m \in (-\infty; 1]$.



Câu 8. Hàm số nào sau đây đạt cực trị tại điểm $x = 0$.

- A. $y = \sqrt{x}$. B. $y = x^4 - 1$. C. $y = \frac{x^2 - 2}{x}$. D. $y = x^3$.

Câu 9. Cho a, b là hai số thực dương. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = |x^4 - ax^2 - b|$.

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 5.

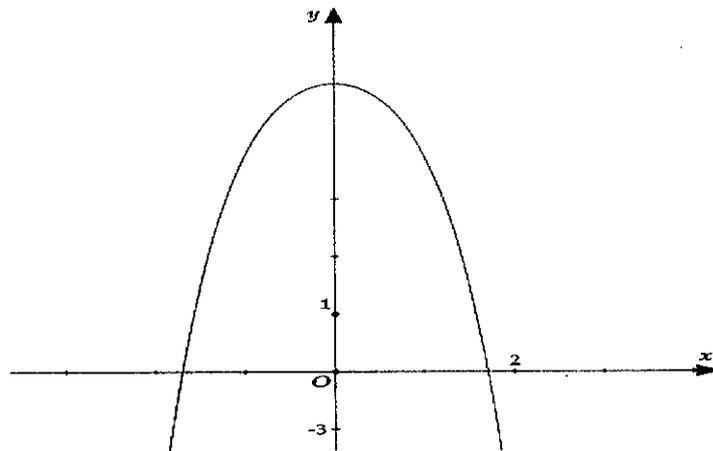
Câu 10. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-2; 1]$. Tính giá trị của $T = M + m$.

- A. $T = -20$. B. $T = -4$. C. $T = 2$. D. $T = -24$.

Câu 11. Gọi n, d lần lượt là số tiệm cận ngang, tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-1}-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $n+d=1$. B. $n+d=2$. C. $n+d=3$. D. $n+d=4$.

Câu 12. Đồ thị hình bên là đồ thị của một trong 4 đồ thị của các hàm số ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Hãy chọn phương án đúng.



- A. $y = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + 5$. B. $y = -\frac{1}{4}x^4 - x^2 + 5$.
 C. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 5$. D. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 + 5$.

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{2x}{x-2}$ có đồ thị (C). Tìm giá trị nhỏ nhất h của tổng khoảng cách từ điểm M thuộc (C) tới hai đường thẳng $\Delta_1: x-1=0$; $\Delta_2: y-2=0$.

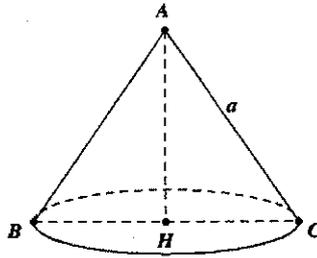
- A. $h = 4$. B. $h = 3$. C. $h = 5$. D. $h = 2$.

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - mx$ có cực trị.

- A. $m \in (0; 1)$. B. $m \in (-\infty; 1)$. C. $m \in (0; 1]$. D. $m \in (-\infty; 0)$.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$. Đồ thị hàm số tiếp xúc đường thẳng $y = 2x + m$ khi:

- A. $m = \sqrt{8}$. B. $m \neq 1$. C. $m = \pm 2\sqrt{2}$. D. $\forall x \in \mathbb{R}$.



- A. $S_{xq} = \pi a^2$. B. $S_{xq} = \frac{1}{2} \pi a^2$. C. $S_{xq} = \frac{3}{4} \pi a^2$. D. $S_{xq} = 2\pi a^2$.

Câu 26. Cho các số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w = z_1 + z_2$.

- A. $\bar{w} = 4 - i$. B. $\bar{w} = 4 + i$. C. $\bar{w} = -4 + i$. D. $\bar{w} = -4 - i$.

Câu 27. Cho các số phức $z_1 = 1 + 3i$, $z_2 = -5 - 3i$. Tìm điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z_3 , biết rằng trong mặt phẳng phức điểm M nằm trên đường thẳng $x - 2y + 1 = 0$ và mô đun số phức $w = 3z_3 - z_2 - 2z_1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M\left(-\frac{3}{5}; -\frac{1}{5}\right)$. B. $M\left(\frac{3}{5}; -\frac{1}{5}\right)$. C. $M\left(\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right)$. D. $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right)$.

Câu 28. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm điểm biểu diễn của số phức $w = z + i\bar{z}$.

- A. $M(1; -5)$. B. $M(5; -5)$. C. $M(1; 1)$. D. $M(5; 1)$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 5 = 0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (1; 2; 3)$. B. $\vec{n} = (1; -2; 3)$. C. $\vec{n} = (-1; 2; -3)$. D. $\vec{n} = (1; 2; -3)$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{-1}$,

$$d_2: \begin{cases} x = -3 - t \\ y = 6 + t \\ z = -3 \end{cases} \cdot \text{Mệnh đề nào sau đây đúng?}$$

- A. d_1 và d_2 chéo nhau. B. d_1 và d_2 cắt nhau.
C. d_1 và d_2 trùng nhau. D. d_1 song song với d_2 .

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 7 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với (P) .

- A. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$. B. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$.
C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 3$. D. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): 3x + y - 2z + 5 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm M của d và (P) .

- A. $M(3; -4; 4)$. B. $M(-5; -4; -4)$. C. $M(-3; -4; -4)$. D. $M(5; 0; 8)$.



Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;2;0)$, $B(2;-3;2)$. Gọi (S) là mặt cầu đường kính AB . Ax , By là hai tiếp tuyến với mặt cầu (S) và $Ax \perp By$. Gọi M , N lần lượt là điểm di động trên Ax , By sao cho đường thẳng MN luôn tiếp xúc với mặt cầu (S) . Tính giá trị của $AM \cdot BN$.

- A. $AM \cdot BN = 19$. B. $AM \cdot BN = 24$. C. $AM \cdot BN = 38$. D. $AM \cdot BN = 48$.

Câu 34. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y+mx+m-3=0$; $(\beta): x-y-4z+3m=0$. Tìm m để góc giữa hai mặt phẳng có số đo bằng 45° .

- A. $\begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{22}{7} \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = -\frac{22}{7} \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{22}{7} \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -\frac{22}{7} \end{cases}$.

Câu 35. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng 2cm . Gọi M , N , P lần lượt là trọng tâm của ba tam giác ABC , ABD , ACD . Tính thể tích V của khối chóp $AMNP$.

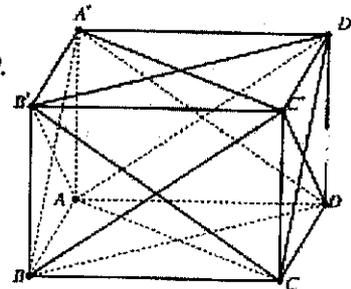
- A. $V = \frac{\sqrt{2}}{162} \text{cm}^3$. B. $V = \frac{2\sqrt{2}}{81} \text{cm}^3$. C. $V = \frac{4\sqrt{2}}{81} \text{cm}^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{144} \text{cm}^3$.

Câu 36. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh đáy bằng a , góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(A'ACC')$ bằng 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

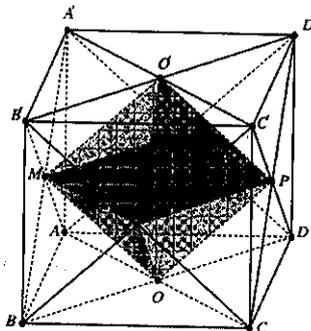
- A. $V = a^3\sqrt{3}$. B. $V = a^3\sqrt{2}$. C. $V = a^3$. D. $V = 2a^3$.

Câu 37. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 48. Tính thể tích phân chung của hai khối chóp $A.B'CD'$ và $A'BC'D$.

- A. 10. B. 12.
C. 8. D. 6.



Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = 2a$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SBC) bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.



- A. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{9}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $V = \frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$.



Câu 47. Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là $S_n = n^2 + 4n$ với $n \in \mathbb{N}^+$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đã cho.

- A. $u_n = 2n + 3$. B. $u_n = 3n + 2$. C. $u_n = 5 \cdot 3^{n-1}$. D. $u_n = 5 \cdot \left(\frac{8}{5}\right)^{n-1}$.

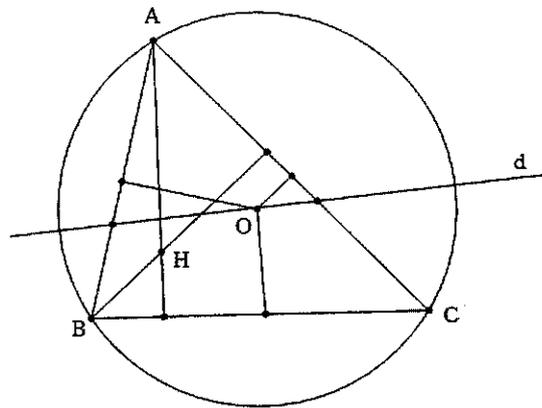
Câu 48. Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng:

- A. 56° . B. 102° . C. 252° . D. 168° .

Câu 49. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) .

Qua O kẻ đường thẳng d . Quy tắc nào sau đây là một phép biến hình:

- A. Quy tắc biến O thành giao điểm của d với các cạnh tam giác ABC .
 B. Quy tắc biến O thành giao điểm của d với đường tròn (O) .
 C. Quy tắc biến O thành hình chiếu của O trên các cạnh của tam giác ABC .
 D. Quy tắc biến O thành trực tâm H , biến H thành O và các điểm khác H và O thành chính nó.



Câu 50. Anh Nam vay tiền ngân hàng 1 tỷ đồng theo phương thức trả góp (chịu lãi số tiền chưa trả) với lãi suất 0,5%/tháng. Cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Nam trả 30 triệu đồng. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Nam trả hết nợ?

- A. 35 tháng. B. 36 tháng. C. 37 tháng. D. 38 tháng.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT



Câu 1 Chọn A.

Gọi Ω là không gian mẫu. Ta có $|\Omega| = C_{10}^2$.

Gọi D là biến cố: lấy được 2 quả cầu không trắng.

$$\text{Ta có } |\Omega_D| = C_5^2 \Rightarrow P(D) = \frac{C_5^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{9}.$$

Câu 2 Chọn A.

Khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{2008}$ có 2009 số hạng, do đó số hạng chính giữa ứng với $k = 1004$. Số hạng ở giữa là:

$$C_{2008}^{1004} x^{1004} \left(\frac{1}{x^2}\right)^{1004} = C_{2008}^{1004} \cdot \frac{1}{x^{1004}}.$$

Câu 3 Chọn A.

Thêm vào hai chữ số 1 vào tập hợp các chữ số đã cho ta được tập $E = \{1, 1, 1, 2, 3, 4\}$

Xem các số 1 là khác nhau thì mỗi hoán vị của 6 phần tử của E cho ta một số có 6 chữ số thỏa bài toán. Như vậy ta có 6! số. Tuy nhiên khi hoán vị của ba số 1 cho nhau thì giá trị con số không thay đổi nên mỗi số như vậy ta đếm chúng đến 3! lần. Vậy số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\frac{6!}{3!} = 4.5.6 = 120$ số.

Chú ý: Ta có thể giải như sau, ta gọi số 6 chữ số cần tìm là \overline{abcdef} , chọn 3 vị trí trong 6 vị trí để đặt ba chữ số 1 có C_6^3 cách, xếp 3 chữ số 2, 3, 4 vào ba vị trí còn lại có 3! cách do đó có $C_6^3 \cdot 3! = 120$.

Câu 4 Chọn B.

$$\sin 2x \cos x = \sin 7x \cos 4x \Leftrightarrow \frac{1}{2}[\sin 3x + \sin x] = \frac{1}{2}[\sin 11x + \sin 3x]$$

$$\Leftrightarrow \sin 11x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = x + k2\pi \\ 11x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{6} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Chú ý: Có thể dùng 4 đáp án thay vào phương trình để kiểm đầu là nghiệm.

Câu 5 Chọn A.

Hàm số $y = \cos\left(\frac{1}{x^2 - 4}\right)$ xác định $\Leftrightarrow x^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$ và $x \neq 2$.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

Câu 6 Chọn A.

Ta có: $y' = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}, y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		$-$	$+$	$-$
y	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Chú ý: Có thể sử dụng table thử từng đáp án xem hàm số có đồng biến hay không.



Câu 7 ▶ Chọn D.

Hàm số $y = \frac{x}{(x-m)\log_2[x^2 - 2(2m-1)x + 4m^2]}$ xác định với mọi $x \in (1; +\infty)$ khi

$$\begin{cases} x - m \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m \\ x^2 - 2(2m-1)x + 4m^2 > 0 \\ \log_2[x^2 - 2(2m-1)x + 4m^2] \neq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(2m-1)x + 4m^2 \neq 1 \text{ với mọi } x \in (1; +\infty). \end{cases}$$

Ta thấy $x^2 - 2(2m-1)x + 4m^2 > 0$ luôn đúng vì có $\Delta < 0$. Còn $x \neq m$ với $x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow m \notin (1; +\infty) \Leftrightarrow m \leq 1$.

Với $m \leq 1$ ta có $x^2 - 2(2m-1)x + 4m^2 \neq 1 \Leftrightarrow x^2 - 2(2m-1)x + 4m^2 - 1 \neq 0$ vì $\Delta < 0$.

Câu 8 ▶ Chọn B.

Hàm số $y = \sqrt{x}$ có $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} > 0$ với $\forall x > 0$ nên không có cực trị do đó loại A.

Hàm số $y = \frac{x^2 - 2}{x} = x - \frac{2}{x}$ có $y' = 1 + \frac{2}{x^2} > 0, \forall x \neq 0$ nên không có cực trị do đó loại C.

Hàm số $y = x^3$ có $y' = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên không có cực trị do đó loại D.

Hàm số $y = x^4 - 1$ có $y' = 4x^3; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		$-$	$+$
y	$+\infty$	0	$+\infty$

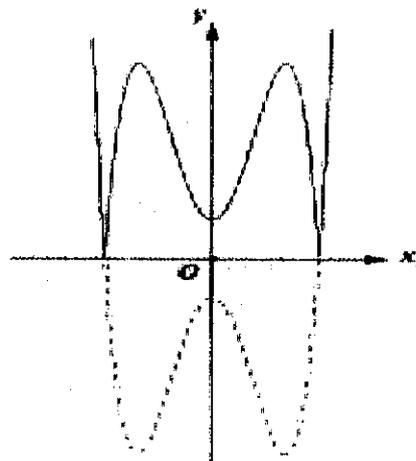
Vậy hàm số đạt cực trị tại điểm $x = 0$.

Câu 9 ▶ Chọn D.

Đặt $g(x) = x^4 - ax^2 - b$, ta thấy $x = 0 \Rightarrow y = -b < 0$ nên điểm cực đại ở dưới trục hoành và $y' = 4x^3 - 2ax = 0$ có ba nghiệm phân biệt nên $g(x)$ sẽ có đồ thị như đồ thị hình bên. Đồ thị của hàm số $g(x) = x^4 - ax^2 - b$ là phần nằm phía dưới trục hoành và hai nhánh phía trên trục hoành.

Đồ thị của hàm số $y = |x^4 - ax^2 - b|$ có được bằng cách lấy phần phía dưới trục hoành đối xứng qua trục hoành kết hợp với phần ở trên trục hoành. Đó chính là tất cả phần đồ thị trên trục hoành.

Dựa vào đồ thị \Rightarrow Hàm số $y = |x^4 - ax^2 - b|$ có 5 cực trị.





Câu 10 Chọn A.

$$\text{Có } y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số trên $[-2; 1]$:

x	-2	0	1
y'	0	+	0
y		0	

-20 -2

Từ bảng biến thiên suy ra đáp án là A.

Chú ý: Có thể sử dụng chức năng Table của máy tính nhập $f(X) = X^3 - 3X^2$ chọn Start? -2 End? 1 Step 0.2 để tìm ra Min, Max.

Câu 11 Chọn C.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-1}-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{|x|\sqrt{2-\frac{1}{x^2}}-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\left(1-\frac{1}{x}\right)}{x\left(\sqrt{2-\frac{1}{x^2}}-\frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\frac{1}{x}}{\sqrt{2-\frac{1}{x^2}}-\frac{1}{x}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-1}-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{|x|\sqrt{2-\frac{1}{x^2}}-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\left(1-\frac{1}{x}\right)}{-x\left(\sqrt{2-\frac{1}{x^2}}+\frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-\frac{1}{x}}{-\sqrt{2-\frac{1}{x^2}}-\frac{1}{x}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Mẫu có hai nghiệm $x = 1, x = -1$, trong đó $x = 1$ không phải tiệm cận đứng vì:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-1}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{2x^2-1}+1)}{2(x^2-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2-1}+1}{2x+2} = \frac{1}{2}$$

Vậy hàm số có 2 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng. Tức là, $n = 2$ và $d = 1 \Rightarrow n + d = 3$.

Chú ý: Có thể sử dụng MTCT chức năng CALC, đầu tiên khởi động máy nhập $\frac{x-1}{\sqrt{2x^2-1}-1}$ rồi CALC lần lượt $10^6, -10^6, 1+10^{-6}$ để tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{1}{\sqrt{2}}, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$.

Câu 12 Chọn B.

Ta thấy đồ thị hàm số chỉ có một điểm cực trị nên loại đáp án D.

Từ trái sang phải, đồ thị hàm số đi từ dưới lên, do đó hệ số của x^4 phải âm. Suy ra loại được đáp án A. Với $x = \pm 2$ thì $y < 0$. Thay $x = \pm 2$ vào hai đáp án B, C ta thấy đáp án B thỏa mãn còn đáp án C không thỏa mãn.



Câu 13 ▶ Chọn A.

Lấy tùy ý $M(x_0; y_0) \in (C) \Rightarrow y_0 = \frac{2x_0}{x_0 - 2} = 2 + \frac{4}{x_0 - 2} \Rightarrow M\left(x_0; 2 + \frac{4}{x_0 - 2}\right)$

Khi đó

$$+ d(M; \Delta_1) = |x_0 - 1|$$

$$+ d(M; \Delta_2) = \left| 2 + \frac{4}{x_0 - 2} - 2 \right| = \left| \frac{4}{x_0 - 2} \right| = \frac{4}{|x_0 - 2|}$$

$$\text{Do đó } h = d(M; \Delta_1) + d(M; \Delta_2) = |x_0 - 1| + \frac{4}{|x_0 - 2|}$$

$$= |x_0 - 2 + 1| + \frac{4}{|x_0 - 2|} \geq |x_0 - 2| - 1 + \frac{4}{|x_0 - 2|} \geq 3 \quad (\text{lưu ý ở đây } |a + b| \geq |a| - |b|) \Rightarrow \text{Min } h = 3$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} (x_0 - 2) \cdot 1 < 0 \\ |x_0 - 2| = \frac{4}{|x_0 - 2|} \Leftrightarrow x_0 = 0 \end{cases}$$

Câu 14 ▶ Chọn A.

Ta thấy $x + \sqrt{x^2 + 1} > 0, \forall x \in R$ nên TXĐ: $D = R$. Ta có: $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} - m$

Hàm số có cực trị thì $y' = 0$ có nghiệm và đổi dấu khi đi qua nghiệm đó $\Leftrightarrow m = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ có nghiệm và đổi dấu khi đi qua nghiệm đó:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \sqrt{x^2 + 1} = \frac{1}{m} \Leftrightarrow x^2 = \frac{1 - m^2}{m^2} \Leftrightarrow 0 < m < 1. \end{cases}$$

Câu 15 ▶ Chọn C.

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 3}{x - 1}$ tiếp xúc đường thẳng $y = 2x + m$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f'(x) = g'(x) \end{cases} \text{ có nghiệm } \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x - 3}{x - 1} = 2x + m & (1) \\ \frac{1}{(x - 1)^2} = 2 & (2) \end{cases} \quad (x \neq 1) \text{ có nghiệm.}$$

$$\text{Giải (2): } (x - 1)^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x - 1 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Với $x = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$ thay vào (1)

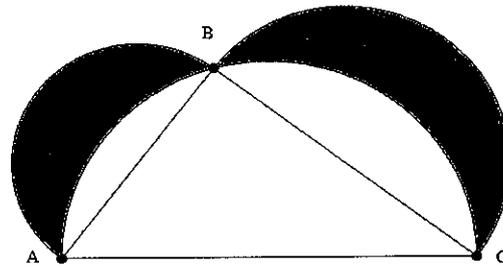
$$m = \frac{2\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 3}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}} - 1} - 2\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{2}(\sqrt{2} - 1) - 2\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -2\sqrt{2}$$

Với $x = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ thay vào (1)

$$m = \frac{2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 3}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}} - 1} - 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) - 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 2\sqrt{2}$$

Tóm lại $m = \pm 2\sqrt{2}$.

Câu 16 ▶ Chọn B.



$$S_{\text{khuyết } AB} + S_{\text{khuyết } BC} = S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} \leq \frac{AB^2 + BC^2}{4} = \frac{100}{4} = 25.$$

Câu 17 ▶ Chọn A.

Áp dụng công thức $\log_m n^k = k \log_m n; (0 < m \neq 1; n > 0) \Rightarrow \ln a^2 = 2 \ln a$.

Câu 18 ▶ Chọn B.

Ta có hàm số $y = \left(\frac{2}{x}\right)^x$ xác định khi $\frac{2}{x} > 0 \Leftrightarrow x > 0$. Nên phương án B sai.

Câu 19 ▶ Chọn D.

$$\text{Ta có: } \log_2(1-2x) \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x > 0 \\ 1-2x \leq 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x \geq -\frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{2} \leq x < \frac{1}{2}.$$

Câu 20 ▶ Chọn B.

$$\text{Ta có: } f'(x) = (2^{x^2+a})' = 2x \cdot 2^{x^2+a} \cdot \ln 2$$

$$\text{Theo đề bài: } f'(1) = 2 \ln 2. \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{1+a} \cdot \ln 2 = 2 \ln 2 \Leftrightarrow 2^{1+a} = 1 \Leftrightarrow 1+a = 0 \Leftrightarrow a = -1.$$

Câu 21 ▶ Chọn D.

Ta có: $2^{3x} + (m-1)3^x + m - 1 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow 2^{3x} + (m-1)(3^x + 1) > 0 \Leftrightarrow 2^{3x} > (1-m)(3^x + 1) \Leftrightarrow \frac{2^{3x}}{3^x + 1} > 1 - m \text{ với } \forall x \in \mathbb{R}.$$



Vì $\frac{2^{3x}}{3^x+1} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ do đó $\frac{2^{3x}}{3^x+1} > 1-m$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 1-m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$.

Câu 22 ▶ Chọn B.

Ta có: $f'(x) = (3x^2 - 6mx) \cdot \left(\frac{3}{\pi}\right)^{x^3-3mx^2+m} \cdot \ln\left(\frac{3}{\pi}\right)$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

$\Leftrightarrow f'(x) \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$.

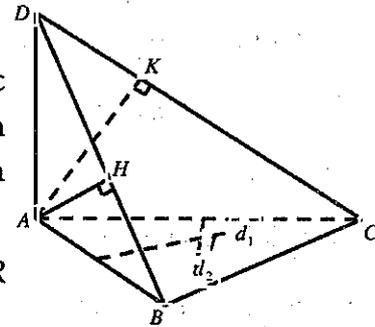
$\Leftrightarrow (3x^2 - 6mx) \cdot \ln\left(\frac{3}{\pi}\right) \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty) \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$

$\Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow m^2 \leq 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 23 ▶ Chọn A.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Do tam giác AHB vuông tại H nên I thuộc trục của tam giác AHB . Tương tự I cũng thuộc trục của tam giác AKC . Suy ra I cách đều các đỉnh A, B, H, K, C nên nó là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCKH$.



Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCKH$ thì R cũng là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có: $\cot A + \cot B + \cot C = \frac{b^2+c^2-a^2}{4S} + \frac{a^2+c^2-b^2}{4S} + \frac{a^2+b^2-c^2}{4S} = \frac{a^2+b^2+c^2}{4S}$

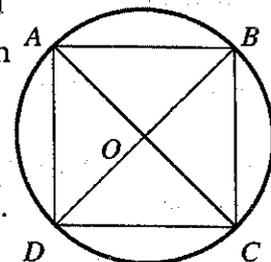
Nên $\frac{\cot A + \cot B + \cot C}{2} = \frac{BC}{AB \cdot AC} + \frac{CA}{BC \cdot BA} + \frac{AB}{CA \cdot CB}$.

$\Leftrightarrow \frac{a^2+b^2+c^2}{8S} = \frac{a \sin A}{bc \sin A} + \frac{b \sin B}{ca \sin B} + \frac{c \sin C}{ab \sin C}$

$\Leftrightarrow \frac{a^2+b^2+c^2}{8S} = \frac{a^2}{4RS} + \frac{b^2}{4RS} + \frac{c^2}{4RS} \Leftrightarrow R = 2 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{32\pi}{3}$.

Câu 24 ▶ Chọn C.

Do hình trụ và hình lập phương có cùng chiều cao nên ta chỉ cần chú ý đến mặt đáy như hình vẽ bên. Đường tròn đáy của hình trụ có bán kính bằng một nửa đường chéo của hình vuông $ABCD$; $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Do đó thể tích hình trụ cần tìm bằng $S = 2\pi Rh = 2\pi \frac{a\sqrt{2}}{2} a = \pi a^2 \sqrt{2}$.



Câu 25 Chọn B.

Khi quay tam giác ABC quanh đường cao AH ta được hình nón có bán kính đường tròn đáy là $R = BH = \frac{a}{2}$, đường sinh là $l = AB = a$.

$$\text{Vậy diện tích xung quanh là } S_{xq} = \pi Rl = \pi \frac{a}{2} \cdot a = \frac{1}{2} \pi a^2.$$

Câu 26 Chọn A.

$$w = z_1 + z_2 = (1 + 2i) + (3 - i) = 4 + i \Rightarrow \bar{w} = 4 - i.$$

Câu 27 Chọn D.

Ta có: $M(x; y) \in d : x - 2y + 1 = 0$ nên $M(2y - 1; y) \Rightarrow z_3 = 2y - 1 + yi$

$$\text{Do đó: } w = 3z_3 - z_2 - 2z_1 = 3(2y - 1 + yi) - (-5 - 3i) - 2(1 + 3i) = 6y + (3y - 3)i$$

$$\text{Suy ra: } |w| = \sqrt{(6y)^2 + (3y - 3)^2} = 3\sqrt{5y^2 - 2y + 1} = 3\sqrt{5\left(y - \frac{1}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}} \geq 3\sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}, \forall y \in \mathbb{R}$$

$$\text{Vậy min } |w| = \frac{6\sqrt{5}}{5}, \text{ dấu bằng xảy ra khi } y = \frac{1}{5} \Rightarrow M\left(-\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right).$$

Câu 28 Chọn C.

$$\text{Ta có: } w = z + i\bar{z} = 2 - 2i + i(3 + 2i) = 3 - 2i + 3i - 2 = 1 + i$$

Vậy điểm biểu diễn của số phức w là $M(1; 1)$.

Câu 29 Chọn D.

Từ phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) suy ra vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 2; -3)$.

Câu 30 Chọn B.

Đường thẳng d_1 đi qua $A(2; 1; -3)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; -2; -1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua $B(-3; 6; -3)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (-1; 1; 0)$.

$$\text{Ta có: } [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (1; 1; -1) \neq \vec{0}, \vec{AB} = (-5; 5; 0); [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{AB} = 0$$

Vậy d_1 và d_2 cắt nhau.

Cách 2:

$$\text{Có } d_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + a \\ y = 1 - 2a \\ z = -3 - a \end{cases}$$

$$\text{Xét hệ: } \begin{cases} -3 - t = 2 + a \\ 6 + t = 1 - 2a \\ -3 = -3 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 = t + a \\ t + 2a = -5 \\ a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -5 \\ a = 0 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất.



Câu 31 Chọn D.

Do mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với (P) nên $R = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 - 7|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 3$.

Vậy phương trình mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Câu 32 Chọn C.

Gọi $M(a; b; c)$ là giao điểm của d và (P) .

$$M = d \cap (P) \Leftrightarrow \begin{cases} M \in d \\ M \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a-1}{2} = \frac{b+2}{1} = \frac{c-2}{3} \\ 3a+b-2c+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2b=5 \\ 3b-c=-8 \\ 3a+b-2c+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=-4 \\ c=-4 \end{cases}$$

Vậy $M(-3; -4; -4)$.

Cách khác:

$$\text{Có } d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=2+3t \end{cases} \Rightarrow M(1+2t; 1+2t; 2+3t).$$

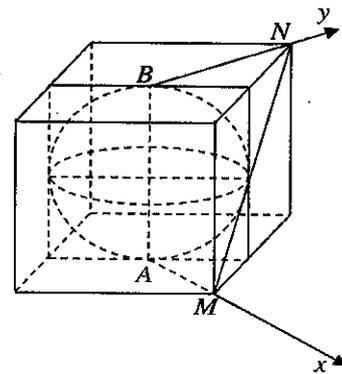
M thuộc mặt phẳng (P) nên $3(1+2t) + (-2+t) - 2(2+3t) + 5 = 0 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow M(-3; -4; -4)$.

Câu 33 Chọn A.

Dựng hình lập phương nhận A, B là tâm của hình vuông của hai mặt đối diện. Chọn tia Ax, By và M, N như hình vẽ.

$$AM = BN = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{AB}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Suy ra: } AM \cdot BN = \frac{AB^2}{2} = \frac{38}{2} = 19.$$



Câu 34 Chọn D.

Ta có: $\vec{n}_\alpha = (1; 2; m), \vec{n}_\beta = (1; -1; -4)$.

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta|}{|\vec{n}_\alpha| \cdot |\vec{n}_\beta|} = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|1-2-4m|}{\sqrt{1+4+m^2} \cdot \sqrt{1+1+16}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{|1+4m|}{\sqrt{5+m^2} \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow |1+4m| = 3\sqrt{5+m^2} \Leftrightarrow (1+4m)^2 = 9(5+m^2) \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=-\frac{22}{7} \end{cases}$$

Câu 35 → Chọn C.

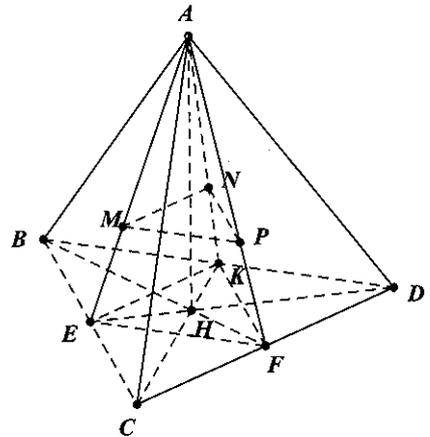
Tam giác BCD đều $\Rightarrow DE = \sqrt{3} \Rightarrow DH = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

$S_{\Delta EFK} = \frac{1}{2} \cdot d_{(E,FK)} \cdot FK = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} d_{(D,BC)} \cdot \frac{1}{2} BC = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow V_{SKFE} = \frac{1}{3} AH \cdot S_{\Delta EFK} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{6}$

Mà $\frac{AM}{AE} = \frac{AN}{AK} = \frac{AP}{AF} = \frac{2}{3}$



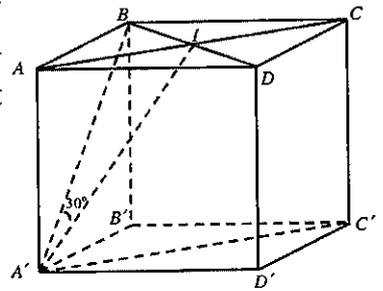
Lại có:

$\frac{V_{AMNP}}{V_{AEKF}} = \frac{AM}{AE} \cdot \frac{AN}{AK} \cdot \frac{AP}{AF} = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{8}{27} V_{AEKF} = \frac{4\sqrt{2}}{81}$

Chú ý: Chúng ta dễ thấy $\begin{cases} V_{A.BCD} = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \cdot 8 = \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ V_{A.MNP} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{27} \end{cases} \Rightarrow V_{A.MNP} = \frac{2}{27} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{81}$

Câu 36 → Chọn C.

Do ABCD.A'B'C'D' là hình lăng trụ tứ giác đều nên ABCD, A'B'C'D' là hình vuông cạnh bằng a và các cạnh bên vuông góc với mặt đáy. Có $BD \perp (ACC'A')$ tại I. Hình chiếu của A'B lên mặt phẳng (ACC'A') là AI.



Vậy góc giữa A'B và mặt phẳng (A'ACC') bằng $\widehat{BA'I} = 30^\circ$.

Có $BI = \frac{1}{2} BD = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A'B = 2BI = a\sqrt{2} \Rightarrow A'A = a$

Vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V = S_{ABCD} \cdot AA' = a^3$.

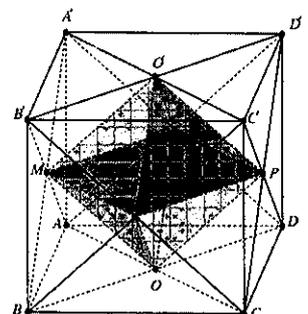
Câu 37 → Chọn C.

Gọi O, O', M, N, P, Q lần lượt là tâm của các hình chữ nhật ABCD, A'B'C'D', A'B'BA, BB'C'C, CC'D'D, AA'D'D.

Ta có phần chung của hai khối chóp A.B'CD' và A'.BC'D là bát diện OMNQO'

Ta có tứ giác MNPQ là hình thoi nên:

$S_{MNPQ} = \frac{1}{2} NQ \cdot MP = \frac{1}{2} AB \cdot AD$



Suy ra thể tích bát diện $OMNPQO'$ là:

$$V_{OMNPQO'} = 2V_{O'.MNPO} = \frac{2}{3} S_{MNPO} \cdot \frac{1}{2} AA' = \frac{1}{6} AB \cdot AD \cdot AA' = \frac{1}{6} \cdot 48 = 8$$

Câu 38 → Chọn B.

Dựng hình vuông $ABCD$ tâm O . Do $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ nên hình chóp $S.ABC$ nội tiếp mặt cầu tâm I đường kính SB với I là trung điểm của SB .

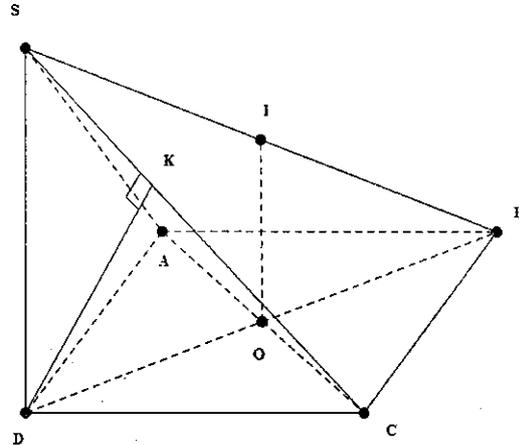
Do O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên $OI \perp (ABC) \Rightarrow SD \perp (ABCD)$.

$$\text{Kẻ } DK \perp SC \Rightarrow DK \perp (SCB)$$

$$\Rightarrow (\widehat{AB; (SBC)}) = (\widehat{DC; (SAB)}) = \widehat{SCD} = 30^\circ.$$

$$SD = DC \tan 30^\circ = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

$$V_{SABC} = \frac{1}{2} V_{SABCD} = \frac{1}{6} \cdot SD \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot \frac{2a}{\sqrt{3}} \cdot 4a^2 = \frac{4a^3 \sqrt{3}}{9}.$$



Câu 39 → Chọn B.

Trong $(DCC'D')$ qua N kẻ NN' song song với DC .

Thiết diện là hình chữ nhật $ABNN'$ có:

$$AB = a, BN = \frac{a}{2} \sqrt{5} \Rightarrow \text{Chu vi } ABNN' \text{ là } 2a + a\sqrt{5}.$$

Câu 40 → Chọn C.

$$\text{Ta có } f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{\cos x}{(2 + \sin x)^2} dx = \int \frac{d(2 + \sin x)}{(2 + \sin x)^2} = -\frac{1}{2 + \sin x} + C.$$

Chú ý là ta có $d(2 + \sin x) = \cos x \cdot dx$ nên có biến đổi như ở trên.

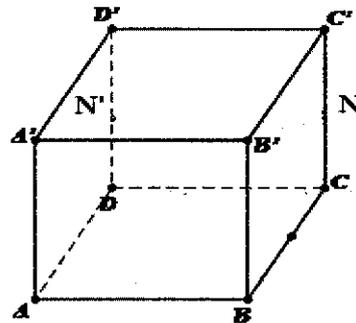
Câu 41 → Chọn A.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x+1} dx \\ v = x+1 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } \int_1^2 \ln(x+1) dx = (x+1) \ln(x+1) \Big|_1^2 - \int_1^2 dx = 3 \ln 3 - 2 \ln 2 - 1$$

$$\text{Vậy } a = 3; b = -2; c = -1 \Rightarrow S = a + b + c = 0.$$

Chú ý: Khi tích phân có dạng tích của 2 trong các loại hàm lượng giác, mũ, logarit, hàm đa thức... thì ta dùng phương pháp tích phân từng phần. Các bài toán này không nhất thiết dùng MTCT.



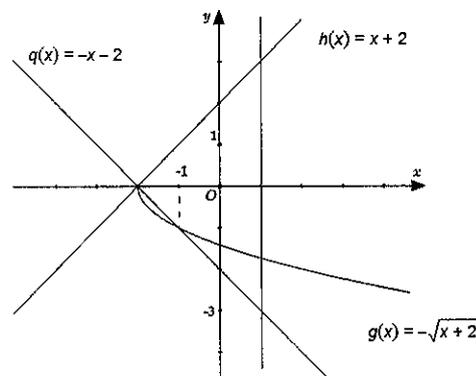
Câu 42 Chọn D.

Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y = x + 2$ qua trục Ox ta được đồ thị hàm số $y = -x - 2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = -\sqrt{x+2}$, $y = -x - 2$ là:

$$-\sqrt{x+2} = -(x+2) \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = (x+2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x+2 = (x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -1 \end{cases}$$



Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng $y = -\sqrt{x+2}$, $x = -2$, $x = -1$ khi quay quanh trục Ox. V_2 là thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = -x - 2$, $x = -1$, $x = 1$ khi quay quanh trục Ox. Ta có

$$V_1 = \pi \int_{-2}^{-1} (\sqrt{x+2})^2 dx = \frac{1}{2}\pi; \quad V_2 = \pi \int_{-1}^1 (-x-2)^2 dx = \frac{26}{3}\pi.$$

$$\text{Vậy } V_1 + V_2 = \frac{55\pi}{6}.$$

Câu 43 Chọn A.

Đổi $36\text{km/h} = 10\text{m/s}$

Khi ô tô chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a(t) = 1 + \frac{t}{3} \text{ (m/s}^2\text{)}$.

Suy ra vận tốc ô tô khi đó là $v = \int a(t) dt = \int \left(1 + \frac{t}{3}\right) dt = t + \frac{t^2}{6} + C \text{ (m/s)}$

Khi ô tô bắt đầu tăng tốc thì $v(0) = 10 \Leftrightarrow 0 + \frac{0^2}{6} + C = 10 \Leftrightarrow C = 10$.

$$\Rightarrow v = t + \frac{t^2}{6} + 10 \text{ (m/s)}.$$

Vậy quãng đường ô tô đi được sau 6 giây kể từ khi ô tô bắt đầu tăng tốc là

$$s = \int_0^6 \left(t + \frac{t^2}{6} + 10\right) dt = 90\text{m}.$$

Câu 44 Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 3x + 2 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx = \left| \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right) \Big|_1^3 \right| = \left| 0 - \frac{4}{3} \right| = \frac{4}{3}.$$



Câu 45 ▶ Chọn D.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3-x^2}{2} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x} = 1$. Do đó, hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1-x^2}{2(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1+x}{-2} = -1$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-1}{x} = -1$.

Do đó, hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 1$.

Câu 46 ▶ Chọn D.

Ta có:

$$f(1) \cdot f(2) \dots f(n) = \cos \frac{a}{2} \cdot \cos \frac{a}{2^2} \dots \cos \frac{a}{2^n} = \cos \frac{a}{2^n} \dots \cos \frac{a}{2^2} \cdot \cos \frac{a}{2} = \frac{1}{2 \sin \frac{a}{2^n}} \cdot 2 \sin \frac{a}{2^n} \cdot \cos \frac{a}{2^n} \dots \cos \frac{a}{2^2} \cdot \cos \frac{a}{2}$$

$$= \frac{1}{2^2 \sin \frac{a}{2^n}} \cdot 2 \sin \frac{a}{2^{n-1}} \cdot \cos \frac{a}{2^{n-1}} \dots \cos \frac{a}{2^2} \cdot \cos \frac{a}{2} = \dots = \frac{1}{2^n \sin \frac{a}{2^n}} \cdot 2 \sin \frac{a}{2} \cdot \cos \frac{a}{2} = \frac{\sin a}{2^n \sin \frac{a}{2^n}}$$

Do đó: $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(1) \cdot f(2) \dots f(n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin a}{2^n \sin \frac{a}{2^n}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{a}{2^n}}{\sin \frac{a}{2^n}} \cdot \frac{\sin a}{a} = \frac{\sin a}{a}$.

Câu 47 ▶ Chọn A.

Ta có: $n^2 + 4n = S_n = \frac{d}{2}n^2 + \left(u_1 - \frac{d}{2}\right)n \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{d}{2} = 1 \\ u_1 - \frac{d}{2} = 4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow u_n = 2n + 3$.

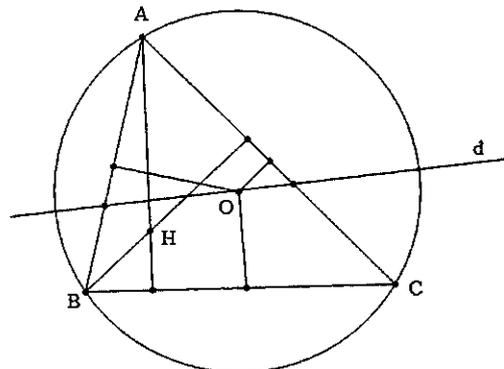
Câu 48 ▶ Chọn C.

Giả sử 4 góc A, B, C, D (với $A < B < C < D$) theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân thỏa yêu cầu với công bội q . Ta có:

$$\begin{cases} A + B + C + D = 360 \\ D = 27A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A(1 + q + q^2 + q^3) = 360 \\ Aq^3 = 27A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ A = 9 \\ D = Aq^3 = 243 \end{cases} \Rightarrow A + D = 252.$$

Câu 49 ▶ Chọn D.

Các quy tắc A, B, C đều biến O thành nhiều hơn một điểm nên đó không phải là phép biến hình. Quy tắc D biến O thành điểm H duy nhất nên đó là phép biến hình.





Câu 50 Chọn C.

Gọi a là số tiền vay, r là lãi, m là số tiền hàng tháng trả.

Số tiền nợ sau tháng thứ nhất là: $N_1 = a(1+r) - m$.

Số tiền nợ sau tháng thứ hai là:

$$N_2 = [a(1+r) - m] + [a(1+r) - m]r - m = a(1+r)^2 - m[(1+r) + 1]$$

Số tiền nợ sau tháng thứ ba là:

$$\begin{aligned} N_3 &= a(1+r)^3 - m[(1+r) + 1] + (a(1+r)^2 - m[(1+r) + 1])r - m \\ &= a(1+r)^3 - m(1+r)^2 - m(1+r) - m \end{aligned}$$

...

Số tiền nợ sau n tháng là: $N_n = a(1+r)^n - m(1+r)^{n-1} - m(1+r)^{n-2} - \dots - m$

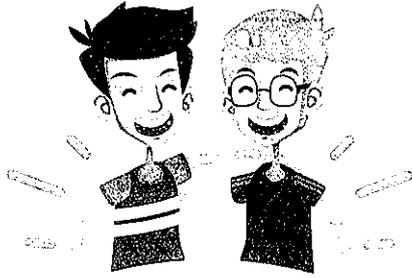
$$\text{Hay } N_n = a(1+r)^n - m((1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + 1) = a(1+r)^n - m \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$\text{Sau } n \text{ tháng anh Nam trả hết nợ } N_n = a(1+r)^n - m \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0$$

$$10^9(1+0,005)^n - 30 \cdot 10^6 \frac{(1+0,005)^n - 1}{0,005} = 0 \Leftrightarrow 1000(1+0,005)^n - 30 \frac{(1+0,005)^n - 1}{0,0005} = 0$$

$$\Leftrightarrow 100 \cdot 1,005^n - 3 \cdot 200 \cdot (1,005^n - 1) = 0 \Leftrightarrow 500 \cdot 1,005^n = 600 \Leftrightarrow n = \log_{1,005} \frac{6}{5} \approx 36,55$$

Vậy 37 tháng thì anh Nam trả hết nợ.



**“ WHEREVER YOU GO,
GO WITH ALL YOUR HEART ”**



Ghi nhớ hành trình luyện đề thi thành công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Số điểm thực tế	Số điểm kỳ vọng	Cảm xúc của bạn

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé!

Ngày:.....

Thi lần:.....

Số điểm đạt được:...../10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm từ những câu sai

.....

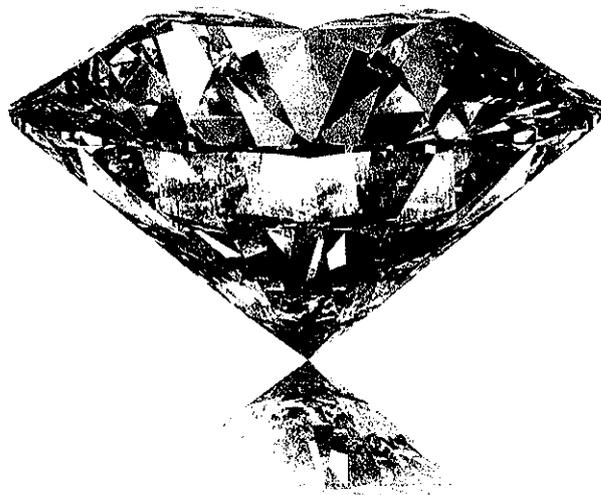
.....

.....

.....



Bài học và kiến thức rút ra từ đề thi này



Cuộc đời bạn tựa như một viên đá, chính bạn là người quyết định viên đá ấy bám dính rêu hay trở thành một viên ngọc sáng.

- Khuyết danh



ĐỀ SỐ 2	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC <i>Môn: Toán</i> Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề
Đề thi gồm 07 trang ★★★★★	

Câu 1. Bạn An mua một vé số TP.HCM có 6 chữ số. Biết điều lệ giải thưởng như sau: Giải đặc biệt trúng 6 số. Biết rằng chỉ có một số cho giải đặc biệt. Tính xác suất để An trúng giải đặc biệt.

- A. $\frac{2}{10^6}$. B. $\frac{1}{10^6}$. C. $\frac{48}{10^6}$. D. $\frac{54}{10^6}$.

Câu 2. Xét $U_n = \frac{195}{4.n!} - \frac{A_{n+3}}{(n+1)!}$. Có bao nhiêu số hạng dương của dãy?

- A. 3. B. 5. C. 7. D. 4.

Câu 3. Lớp 11A có 18 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần cử một ban cán sự lớp gồm 4 người trong đó 1 lớp trưởng là nữ, 1 lớp phó học tập là nam, 1 lớp phó phong trào và 1 thủ quỹ là nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn một ban cán sự, biết rằng mỗi người làm không quá một nhiệm vụ.

- A. 113400. B. 11340. C. 1134000 D. 1134.

Câu 4. Giải phương trình $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$

- A. $\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ B. $\begin{cases} x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$
- C. $\begin{cases} x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ D. $\begin{cases} x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 5. Hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

- A. $y = \sin x$. B. $y = x + 1$. C. $y = x^2$. D. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-2	-1	1	$+\infty$
y'	+	0	+	-	0
y	$-\infty$		1	-1	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
C. Hàm số đạt cực trị tại $x = -2$. D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1.



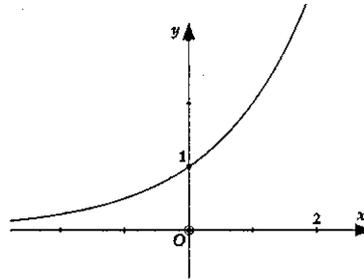
Câu 15. Tìm giá trị của số thực m sao cho số phức $z = \frac{2-i}{1+mi}$ là một số thuần ảo.

- A. Không tồn tại m . B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m = -2$. D. $m = 2$.

Câu 16. Một doanh nghiệp cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B. Máy A làm việc trong x ngày và cho số tiền lãi là $x^3 + 2x$ (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày và cho số tiền lãi là $326y - 27y^3$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp cần sử dụng máy A trong bao nhiêu ngày sao cho số tiền lãi là nhiều nhất? (Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc, máy B làm việc không quá 6 ngày).

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 9.

Câu 17. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. B. $y = x^2$. C. $y = \log_2 x$. D. $y = 2^x$.

Câu 18. Cho $\log_3 5 = a, \log_3 6 = b, \log_3 22 = c$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_3 \left(\frac{270}{121}\right) = a + 3b - 2c$. B. $\log_3 \left(\frac{270}{121}\right) = a + 3b + 2c$.
 C. $\log_3 \left(\frac{270}{121}\right) = a - 3b + 2c$. D. $\log_3 \left(\frac{270}{121}\right) = a - 3b - 2c$.

Câu 19. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$.

- A. $D = (0; +\infty)$ B. $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.
 C. $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$. D. $D = (-\infty; 0) \cup [2; +\infty)$.

Câu 20. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $(\sqrt{3}-1)^{x+1} > 4-2\sqrt{3}$.

- A. $S = [1; +\infty)$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 1]$ D. $S = (-\infty; 1)$.

Câu 21. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho bất phương trình sau có nghiệm:

$$\sqrt{x+5} + \sqrt{4-x} \geq m$$

- A. $(-\infty; 3]$. B. $(-\infty; 3\sqrt{2}]$. C. $(3\sqrt{2}; +\infty)$. D. $(-\infty; 3\sqrt{2})$.

Câu 22. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (20x^2 + 20x - 1283)e^{40x}$ trên tập hợp các số tự nhiên là:

- A. -1283. B. $-163.e^{280}$. C. $157.e^{320}$. D. $-8.e^{300}$.



Câu 23. Cho tứ diện đều ABCD cạnh a . Gọi O là tâm của tam giác đều BCD. M, N lần lượt là trung điểm của AC, AB. Quay hình thang BCMN quanh đường thẳng AO ta được khối tròn xoay có thể tích là bao nhiêu?

- A. $\frac{7\pi a^3 \sqrt{6}}{96}$. B. $\frac{7\pi a^3 \sqrt{6}}{288}$. C. $\frac{7\pi a^3 \sqrt{6}}{216}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{36}$.

Câu 24. Ông An dự định làm một cái bể chứa nước hình trụ bằng inox có nắp đậy với thể tích là k m^3 ($k > 0$). Chi phí mỗi m^2 đáy là 600 nghìn đồng, mỗi m^2 nắp là 200 nghìn đồng và mỗi m^2 mặt bên là 400 nghìn đồng. Hỏi ông An cần chọn bán kính đáy của bể là bao nhiêu để chi phí làm bể là ít nhất? (Biết bể dày vỏ inox không đáng kể).

- A. $\sqrt[3]{\frac{k}{\pi}}$. B. $\sqrt[3]{\frac{2\pi}{k}}$. C. $\sqrt[3]{\frac{k}{2\pi}}$. D. $\sqrt[3]{\frac{k}{2}}$.

Câu 25. Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó được thiết diện là tam giác đều cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối nón theo a .

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 26. Phần ảo của số phức $z = (1 - 2i)^2 + 1$ là:

- A. $-4i$. B. -3 . C. -4 . D. 4 .

Câu 27. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 3$.

- A. Đường tròn tâm $I(2; -1)$, bán kính $R = 1$.
 B. Đường tròn tâm $I(-2; 1)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.
 C. Đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$.
 D. Đường tròn tâm $I(-2; 1)$, bán kính $R = 3$.

Câu 28. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 2 = 0$. Tính $|z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $-\frac{11}{9}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z = 1$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng:

- A. 30° . B. 60° . C. 150° . D. 120° .

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$, $B(2; -3; 1)$.

- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 5t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -8 + 5t \\ z = 5 - 4t \end{cases}$.



Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi I là tâm mặt cầu đi qua bốn điểm $A(2;3;-1)$, $B(-1;2;1)$, $C(2;5;1)$, $D(3;4;5)$. Tính độ dài đoạn thẳng OI .

- A. $\frac{\sqrt{133}}{2}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\frac{\sqrt{123}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{41}}{3}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- A. $3x+2y+z-6=0$. B. $x+2y+3z-6=0$.
C. $2x+y+3z-6=0$. D. $6x+3y+2z-6=0$.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$. Một phần tử chuyển động thẳng với vận tốc không đổi từ $A(1;-3;0)$ đến gặp mặt phẳng (P) tại M , sau đó phần tử tiếp tục chuyển động thẳng từ M đến $B(2;1;-6)$ cùng với vận tốc như lúc trước. Tìm hoành độ của M sao cho thời gian phần tử chuyển động từ A qua M đến B là ít nhất.

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{16}{9}$. D. -1 .

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x+y+mz-1=0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $m=2$. B. $m=-2$. C. $m=-3$. D. $m=\pm 2$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V . Gọi M là trung điểm của SB . P là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SP=2DP$. Mặt phẳng (AMP) cắt cạnh SC tại N . Tính thể tích của khối đa diện $ABCDMNP$ theo V .

- A. $V_{ABCDMNP} = \frac{23}{30}V$. B. $V_{ABCDMNP} = \frac{19}{30}V$. C. $V_{ABCDMNP} = \frac{2}{5}V$. D. $V_{ABCDMNP} = \frac{7}{30}V$.

Câu 36. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB=BC=5a, AC=6a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của AB và $A'C = \frac{a\sqrt{133}}{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

- A. $V=12a^3$. B. $V=12\sqrt{133}a^3$. C. $V=36a^3$. D. $V=4\sqrt{133}a^3$.

Câu 37. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của AB , góc giữa mặt phẳng $(A'CD)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là 60° . Thể tích của khối chóp $B'.ABCD$ là $\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$. Tính độ dài đoạn thẳng AC theo a .

- A. $\frac{2a}{\sqrt[3]{3}}$. B. $\frac{2\sqrt{2}a}{\sqrt[3]{3}}$. C. $2a$. D. $2\sqrt{2}a$.

Câu 38. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $SB \perp (ABC)$, $AB=a, \widehat{ACB}=30^\circ$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a .

- A. $V=3a^3$. B. $V=a^3$. C. $V=2a^3$. D. $V=\frac{3a^3}{2}$.



Câu 39. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a . Gọi O là tâm của $ABCD$. Gọi M là trung điểm SC và M' là hình chiếu vuông góc của M lên $(ABCD)$. Diện tích của tam giác $M'BD$ bằng:

- A. $\frac{a^2\sqrt{6}}{8}$. B. $\frac{a^2}{2}$. C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{8}$. D. $\frac{a^2}{4}$.

Câu 40. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ và $F(1) = 3$. Tính $F(4)$.

- A. $F(4) = 5$. B. $F(4) = 3$. C. $F(4) = 3 + \ln 2$. D. $F(4) = 4$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; c]$ và $a < b < c$. Biết $\int_b^a f(x)dx = -10$, $\int_c^a f(x)dx = -5$. Tính $\int_c^b f(x)dx$.

- A. 15. B. -15. C. -5. D. 5.

Câu 42. Anh Toàn có một cái ao hình elip với độ dài trục lớn và độ dài trục bé lần lượt là 100m và 80m. Anh chia ao ra hai phần theo một đường thẳng từ một đỉnh của trục lớn đến một đỉnh của trục bé (Bề rộng không đáng kể). Phần rộng hơn anh nuôi cá lấy thịt, phần nhỏ anh nuôi cá giống. Biết lãi nuôi cá lấy thịt và lãi nuôi cá giống trong 1 năm lần lượt là 20.000 đồng/m² và 40.000 đồng/m². Hỏi trong 1 năm anh Toàn có bao nhiêu tiền lãi từ nuôi cá trong ao đã nói trên (Lấy làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 176 350 000 đồng. B. 105 664 000 đồng C. 137 080 000 đồng D. 139 043 000 đồng.

Câu 43. Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{\frac{x}{4-x^2}}$, trục Ox và đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình H xung quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{\pi}{2} \ln \frac{4}{3}$. B. $V = \frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}$. C. $V = \frac{\pi}{2} \ln \frac{3}{4}$. D. $V = \pi \ln \frac{4}{3}$.

Câu 44. Biết rằng $I = \int_0^1 e^{\sqrt{3x+1}} dx = \frac{a}{b} \cdot e^2$ với a, b là các số thực thỏa mãn $a - b = -2$. Tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = 10$. B. $S = 5$. C. $S = 4$. D. $S = 7$.

Câu 45. Phương trình $x^5 - \frac{1}{2}x^4 - 5x^3 + x^2 + 4x - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm.

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 46. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{A_n^2} + \frac{1}{A_n^2} + \frac{1}{A_n^2} + \dots + \frac{1}{A_n^2} \right)$.

- A. 1. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{7}{8}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 47. Một cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là S_n được tính theo công thức $S_n = 5n^2 + 3n$, ($n \in \mathbb{N}^*$). Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng đó.

- A. $u_1 = -8, d = 10$ B. $u_1 = -8, d = -10$ C. $u_1 = 8, d = 10$ D. $u_1 = 8, d = -10$

Câu 48. Cho số hạng thứ m và thứ n của một cấp số nhân biết số hạng thứ $(m+n)$ bằng A , số hạng thứ $(m-n)$ bằng B và các số hạng đều dương. Số hạng thứ m là:

- A. $A\left(\frac{B}{A}\right)^{\frac{m}{2n}}$ B. \sqrt{AB} C. $\left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{m}{n}}$ D. $(AB)^{\frac{2}{n}}$.

Câu 49. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép đồng dạng F hợp thành bởi phép vị tự tâm $O(0;0)$ tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép đối xứng trục Ox biến điểm $M(4;2)$ thành điểm có tọa độ:

- A. $(2;-1)$ B. $(8;1)$ C. $(4;-2)$ D. $(8;4)$

Câu 50. Ông A cho ông B vay 1 tỉ đồng với lãi suất hàng tháng là 0,5% theo hình thức tiền lãi hàng tháng được cộng vào tiền gốc cho tháng kế tiếp. Sau 2 năm, ông B trả cho ông A cả gốc lẫn lãi. Hỏi số tiền ông B cần trả là bao nhiêu đồng? (Lấy làm tròn đến hàng nghìn)

- A. 3.225.100.000. B. 1.121.552.000. C. 1.127.160.000. D. 1.120.000.000.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 2

Câu 1 ▶ Chọn B.

Mỗi vé số gồm 6 chữ số nên số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = 10^6$.

Gọi A là biến cố An trúng giải đặc biệt. Ta có $|\Omega_A| = 1$

Vậy xác suất để An trúng giải đặc biệt là $P(A) = \frac{1}{10^6}$.

Câu 2 ▶ Chọn D.

$$U_n = \frac{195}{4 \cdot n!} - \frac{(n+3)!}{(n+1)!} = \frac{1}{n!} \left[\frac{195}{4} - (n+3)(n+2) \right]$$

$$\text{Ta có } U_n > 0 \Leftrightarrow (n+2)(n+3) < \frac{195}{4} \Leftrightarrow n^2 + 5n - \frac{171}{4} < 0 \Leftrightarrow 0 < n < \frac{9}{2}.$$

Vậy $n = \{1; 2; 3; 4\}$ nên có 4 số hạng dương của dãy.

Câu 3 ▶ Chọn A.

Ta thấy trong các đối tượng ta cần chọn, thì chỉ lớp phó phong trào không đòi hỏi điều kiện gì nên ta sẽ chọn ở bước sau cùng.

Do đó để chọn 1 ban cán sự ta thực hiện các bước sau



Bước 1: Chọn một nữ là lớp trưởng có 15 cách.

Bước 2: Chọn một nam là lớp phó học tập có 18 cách.

Bước 3: Chọn một nữ là thủ quỹ có 14 cách.

Bước 4: Chọn một người trong số còn lại làm lớp phó phong trào có 30 cách.

Vậy tất cả có $15 \cdot 18 \cdot 14 \cdot 30 = 113400$ cách cử 1 ban cán sự.

Câu 4 Chọn D.

Ta sẽ biến đổi phương trình thành dạng tích:

$$\begin{aligned} \sin x + \sin 2x + \sin 3x &= \cos x + \cos 2x + \cos 3x \Leftrightarrow \sin 2x + 2 \sin 2x \cos x = \cos 2x + 2 \cos 2x \cos x \\ \Leftrightarrow \sin 2x(1 + 2 \cos x) - \cos 2x(1 + 2 \cos x) &= 0 \Leftrightarrow (1 + 2 \cos x)(\sin 2x - \cos 2x) = 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \\ \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Chú ý: Có thể dùng 4 đáp án thay vào phương trình để kiểm tra đâu là nghiệm.

Câu 5 Chọn A.

Xét hàm số $y = \sin x$.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Với mọi $x \in D$, $k \in \mathbb{Z}$ ta có $x - k2\pi \in D$ và $x + k2\pi \in D$, $\sin(x + k2\pi) = \sin x$.

Vậy $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn.

Câu 6 Chọn B.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ sai vì trên khoảng $(-1; 1)$ hàm số nghịch biến.

Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang đúng vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

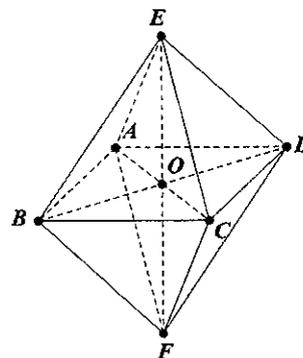
Hàm số đạt cực trị tại $x = -2$ sai vì khi x qua -2 đạo hàm không đổi dấu.

Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 sai vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Chú ý: Có thể sử dụng table thử từng đáp án xem hàm số có đồng biến hay không.

Câu 7 Chọn B.

Hình bát diện đều có 9 mặt phẳng đối xứng.



Câu 8 ▶ Chọn B.

Ta có: $y' = 4x^3 - 8x = 4x(x^2 - 2)$; $y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		4		$+\infty$

Diagram showing arrows between critical points: $-\infty \rightarrow 0$, $0 \rightarrow -\sqrt{2}$, $-\sqrt{2} \rightarrow 4$, $4 \rightarrow \sqrt{2}$, $\sqrt{2} \rightarrow 0$, $0 \rightarrow +\infty$.

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm\sqrt{2}$.

Câu 9 ▶ Chọn D.

Để đường thẳng $x = 1 - m$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số thì $x = 1 - m$ không phải là nghiệm của phương trình $x + 3 = 0 \Leftrightarrow 1 - m \neq -3 \Leftrightarrow m \neq 4$.

Đường thẳng $x = 1 - m$ đi qua điểm $A(5; 2)$.

$$\Leftrightarrow 5 = 1 - m \Leftrightarrow m = -4.$$

Câu 10 ▶ Chọn C.

Ta có: $(1 + i\sqrt{3}) \cdot z = 4i \Leftrightarrow z = \sqrt{3} + i \Rightarrow |z| = 2$.

Thông thường đối với dạng toán này ta nên tính thử $(\sqrt{3} + i)^2$, $(\sqrt{3} + i)^3$. Sau khi tính ta thấy $(\sqrt{3} + i)^3 = 8i$ nên ta phân tích như sau:

$$z^{2017} = (z^3)^{672} \cdot z = (8i)^{672} \cdot (\sqrt{3} + i) = 8^{672} \cdot (i^2)^{2168} \cdot (\sqrt{3} + i) = 8^{672} \cdot (\sqrt{3} + i).$$

Câu 11 ▶ Chọn A.

ĐKXD: $mx^2 - x + 1 \geq 0$. Để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang thì tập xác định phải chứa vô cùng nên điều kiện cần là $m \geq 0$, loại phương án B.

Xét phương án D: với $m = 0$ thì tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 1)$.

Mà $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{1 - x} + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(2 - \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{x}} \right) = -\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang trong trường hợp này.

Ta xét phương án A (xét hàm số khi $m = 4$)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + \sqrt{4x^2 - x + 1} + 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(2 + \sqrt{4 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + \frac{1}{x^2} \right) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{4x^2 - x + 1} + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x-1}{2x - \sqrt{4x^2 - x + 1}} + 1 \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1 - \frac{1}{x}}{2 + \sqrt{4 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}} + 1 \right) = \frac{5}{4}$$

Trường hợp này, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = \frac{5}{4}$.

Vậy $m = 4$ thỏa mãn YCBT.

Chú ý: Ta có thể giải như sau: vì $m \geq 0$ nên $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + \sqrt{mx^2 - x + 1} + 1) = +\infty$, còn giới hạn tới vô cùng ta nhân lượng liên hợp được $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{mx^2 - x + 1} + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(4-m)x^2 + 5x}{2x - \sqrt{mx^2 - x + 1} + 1}$, muốn giới hạn này ra con số thì bậc tử phải nhỏ hơn hoặc bằng bậc mẫu nên chỉ có thể $m = 4$.

Câu 12 ▶ Chọn C.

Đầu tiên ta loại đáp án B. Nhìn vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là $(0; -4)$, $(2; 0)$. Thay $(0; -4)$, $(2; 0)$ vào từng đáp án chỉ có đáp án C thỏa mãn.

Câu 13 ▶ Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm: $mx + 1 = \frac{x-3}{x+1} \Leftrightarrow (mx+1)(x+1) = x-3 \quad (1) \quad (x \neq -1)$.

$\Leftrightarrow mx^2 + mx + 4 = 0$ (vì $x = -1$ không là nghiệm của (1))

YCBT $\Leftrightarrow mx^2 + mx + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ g(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 - 16m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0 \vee m > 16.$$

Câu 14 ▶ Chọn A.

Phương trình viết lại thành $5^{\sqrt{x+2}-x-1} = m \Leftrightarrow \sqrt{x+2} - x - 1 = \log_5 m \quad (*) \quad (m > 0)$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x+2} - x - 1$ có tập xác định $D = [-2; +\infty)$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} - 1 = \frac{1-2\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{4}$$

Bảng biến thiên:

x	-2		$-\frac{7}{4}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$			$\frac{5}{4}$		
	1	↗		↘	
					$-\infty$



Suy ra $\max_{[-2; +\infty)} f(x) = \frac{5}{4}$. Do đó phương trình (*) có nghiệm thực khi và chỉ khi $\log_5 m \leq \frac{5}{4} \Leftrightarrow 0 < m \leq 5^{\frac{5}{4}}$.

Câu 15 ▶ Chọn D.

Ta có: $z = \frac{2-i}{1+mi} = \frac{(2-i)(1-mi)}{1+m^2} = \frac{(2-m) - (1+2m)i}{1+m^2}$

Do z là số thuần ảo nên $2-m=0$ hoặc $m=2$

Câu 16 ▶ Chọn D.

Theo đề ta có $x+y=10 \Leftrightarrow y=10-x$. (1)

Và $0 < y \leq 6 \Rightarrow 4 \leq x < 10$.

Số tiền lãi $f(x) = x^3 + 2x + 326(10-x) - 27(10-x)^3$ (thay (1) vào).

$\Leftrightarrow f'(x) = 84x^2 - 1620x + 7776; f'(x) = 0 \Leftrightarrow 84x^2 - 1620x + 7776 = 0 \Leftrightarrow x = 9 \vee x = \frac{72}{7}$.

Chỉ có $x = 9 \in [4; 10)$.

Bảng biến thiên:

x	4	9	10
y'	+	0	-
y	$f(4)$	$f(9)$	$f(10)$

Câu 17 ▶ Chọn D.

Đồ thị đi qua điểm $A(0;1)$ nên ta loại phương án B, C.

Đồ thị của hàm số này đồng biến nên ta chọn D.

Câu 18 ▶ Chọn A.

$\log_3 \left(\frac{270}{121} \right) = \log_3 \left(\frac{2 \cdot 3^3 \cdot 5}{11^2} \right) = \log_3 \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5}{2^2 \cdot 11^2} = \log_3 \frac{6^3 \cdot 5}{22^2} = 3 \log_3 6 + \log_3 5 - 2 \log_3 22 = a + 3b - 2c$

Chú ý: Có thể dùng MTCT.

Câu 19 ▶ Chọn B.

Hàm số có nghĩa $\Leftrightarrow x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < 0$ hoặc $x > 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Câu 20 ▶ Chọn D.

Ta có: $(\sqrt{3}-1)^{x+1} > 4-2\sqrt{3} \Leftrightarrow (\sqrt{3}-1)^{x+1} > (\sqrt{3}-1)^2 \Leftrightarrow x+1 < 2 \Leftrightarrow x < 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 1)$.

Câu 21 ▶ Chọn B.

BPT $\sqrt{x+5} + \sqrt{4-x} \geq m$ có nghiệm $\Leftrightarrow m \leq \max_{[-5;4]} (\sqrt{x+5} + \sqrt{4-x})$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x+5} + \sqrt{4-x}$ trên $D = [-5; 4]$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+5}} - \frac{1}{2\sqrt{4-x}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+5} = \sqrt{4-x} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Mà } f(-5) = f(4) = 3, f\left(-\frac{1}{2}\right) = 3\sqrt{2} \Rightarrow \max_{[-5;4]} f(x) = 3\sqrt{2}$$

$\Rightarrow m \leq 3\sqrt{2}$ là giá trị m cần tìm.

Câu 22 ▶ Chọn B.

Ta có: $y' = (40x+20)e^{40x} + 40(20x^2+20x-1283)e^{40x} = 20e^{40x}(40x^2+42x-2565)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 40x^2 + 42x - 2565 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{15}{2} \\ x = -\frac{171}{20} \end{cases}$$

Tính được $y_1 = y\left(-\frac{171}{20}\right)$, $y_2 = y\left(\frac{15}{2}\right)$, $y(7) = -163e^{280}$, $y(8) = 157e^{320}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\frac{171}{20}$	$\frac{15}{2}$	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	y_1	y_2	$+\infty$	

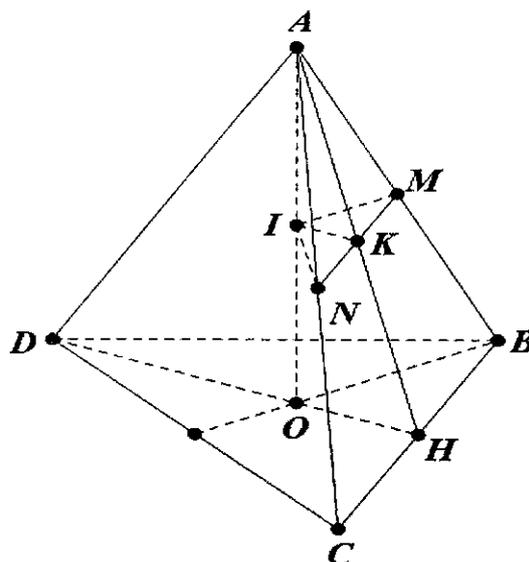
Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (20x^2 + 20x - 1283)e^{40x}$ trên tập hợp các số tự nhiên là $-163.e^{280}$.



Câu 23 ▶ Chọn B.

Gọi các điểm như hình vẽ. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo ra khi quay hình thang $BCMN$ quanh trục AO .

Ta có: $\triangle IMN, \triangle OBC$ là hai tam giác cân tại I, O và lần lượt nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với trục AO nên khi quay hình thang $BCMN$ quanh trục AO ta được khối tròn xoay bị giới hạn bởi hai hình nón cụt gồm hình nón cụt được tạo ra khi quay tứ giác $IMBO$ quanh trục AO và hình nón cụt tạo ra khi quay tứ giác $IKHO$ quanh trục AO .



Lại có:

$$\left\{ \begin{aligned} BO &= \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \\ IM &= \frac{BO}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \\ OH &= \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \\ IK &= \frac{OH}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{12} \\ AO &= \sqrt{AB^2 - OB^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \\ AI &= \frac{AO}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{6} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi (BO^2 \cdot AO - IM^2 \cdot AI) - \frac{1}{3} \pi (OH^2 \cdot AO - IK^2 \cdot AI) = \frac{7\pi a^3 \sqrt{6}}{288}$$

Câu 24 ▶ Chọn C.

Gọi r, h ($r > 0, h > 0$) lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.

Thể tích khối trụ $V = \pi r^2 h = k \Rightarrow h = \frac{k}{\pi r^2}$.

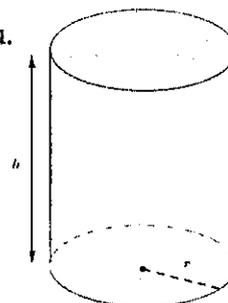
Diện tích đáy và nắp là $S_d = S_n = \pi r^2$; diện tích xung quanh là

$$S_{xq} = 2\pi r h.$$

Khi đó chi phí làm bể là:

$$C = (600 + 200)\pi r^2 + 400 \cdot 2\pi r h = 800\pi r^2 + 800\pi r \frac{k}{\pi r^2} = 800 \left(\pi r^2 + \frac{k}{r} \right)$$

Đặt $f(r) = \pi r^2 + \frac{k}{r}, r > 0 \Rightarrow f'(r) = 2\pi r - \frac{k}{r^2} = \frac{2\pi r^3 - k}{r^2}; f'(r) = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{k}{2\pi}}, (k > 0)$.

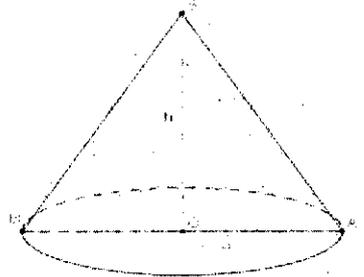


Vẽ bảng biến thiên hoặc cho $r = 1$ dùng chức năng Mode 7 ta tìm được chi phí làm bể ít nhất tương đương $f(r)$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{k}{2\pi}}$.

Câu 25 ▶ Chọn B.

Thiết diện qua trục là tam giác đều nên chiều cao của khối nón $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (đường cao tam giác đều). Bán kính của đáy $r = \frac{a}{2}$.

$$\text{Thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \frac{a^2}{4} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}.$$



Câu 26 ▶ Chọn C.

$$\text{Ta có } z = (1 - 2i)^2 + 1 = 2 - 4i + (2i)^2 = 2 - 4i + 4i^2 = -2 - 4i.$$

Câu 27 ▶ Chọn D.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$|z + 2 - i| = 3 \Leftrightarrow |x + yi + 2 - i| = 3 \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} = 3 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$$

Vậy tập hợp là đường tròn tâm $I(-2;1)$, bán kính $R=3$.

Câu 28 ▶ Chọn D.

$$3z^2 - z + 2 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{1 \pm i\sqrt{23}}{6}$$

$$|z_1|^2 + |z_2|^2 = \left| \frac{1+i\sqrt{23}}{6} \right|^2 + \left| \frac{1-i\sqrt{23}}{6} \right|^2 = 2 \left[\left(\frac{1}{6} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{23}}{6} \right)^2 \right] = \frac{4}{3}.$$

Chú ý: Ta nên dùng MTCT chế độ CMPLX để tính toán nhanh.

Câu 29 ▶ Chọn A.

$$\text{Ta có: } \vec{n}_{(\alpha)} = (1; -1; 2), \vec{u}_{\Delta} = (1; 2; -1).$$

$$\text{Suy ra } \sin((\alpha), \Delta) = \frac{|1 - 2 - 2|}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{1}{2} \Rightarrow ((\alpha), \Delta) = 30^\circ.$$

Câu 30 ▶ Chọn D.

$$\text{Ta có } \vec{AB} = (1; -5; 4)$$

Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương $\vec{AB} = (1; -5; 4)$ nên loại đáp án A, B.

$$\text{Thay tọa độ } A(1; 2; -3) \text{ vào đáp án C được } \begin{cases} 1 = 1 + t \\ 2 = 2 - 5t \\ -3 = 3 + 4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -\frac{3}{5} \\ t = -\frac{3}{2} \end{cases} \text{ hay điểm } A \text{ không thuộc}$$

đường thẳng ở đáp C nên loại đáp án C, còn lại là D.



Câu 31 ▶ Chọn C.

Gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu đi qua bốn điểm $A(2; 3; -1), B(-1; 2; 1), C(2; 5; 1), D(3; 4; 5)$.

Ta có $IA = IB = IC = ID$

$$IA = \sqrt{(a-2)^2 + (b-3)^2 + (c+1)^2}, \quad IB = \sqrt{(a+1)^2 + (b-2)^2 + (c-1)^2}.$$

$$IC = \sqrt{(a-2)^2 + (b-5)^2 + (c-1)^2}, \quad ID = \sqrt{(a-3)^2 + (b-4)^2 + (c-5)^2}.$$

Từ $IA = IB \Rightarrow 6a + 2b - 4c = 8$ (1).

Từ $IA = IC \Rightarrow -4b - 4c = -16$ (2).

Từ $IA = ID \Rightarrow -2a - 2b - 12c = -36$ (3).

Giải hệ (1), (2), (3) ta được $a = \frac{7}{3}, b = \frac{5}{3}, c = \frac{7}{3}$. Vậy $OI = \sqrt{\left(\frac{7}{3}\right)^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2 + \left(\frac{7}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{123}}{3}$.

Câu 32 ▶ Chọn D.

Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz .

Suy ra $A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 3)$.

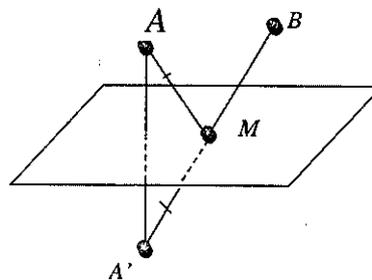
Phương trình $(ABC): \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Câu 33 ▶ Chọn C.

Ta có A, B nằm cùng phía so với mặt phẳng (P) .

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (P) .

Thời gian phân tử chuyển động từ A qua M đến B là ít nhất khi và chỉ khi $M = A'B \cap (P)$.



Phương trình tham số AA' :
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + t \\ z = t \end{cases}$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên (P) .

Tọa độ H là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + t \\ z = t \\ x + y + z + 1 = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow (1+t) + (-3+t) + t + 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{3}$ suy ra $H\left(\frac{4}{3}; -\frac{8}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Phương trình tham số $A'B$:
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 10t \\ z = -6 - 20t \end{cases}$$



$$M = A'B \cap (P) \text{ suy ra tọa độ } M \text{ là nghiệm của hệ phương trình } A'B: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+10t \\ z = -6-20t \\ x+y+z+1=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -9t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{9}$$

Vậy $x = \frac{16}{9}$.

Câu 34 Chọn B.

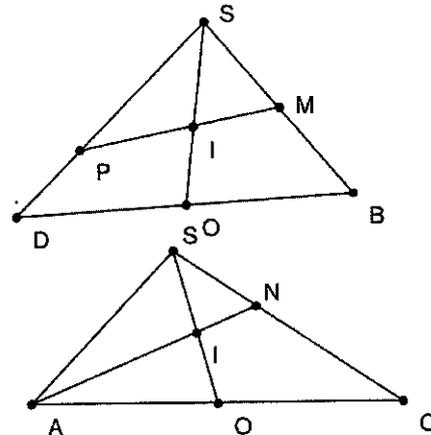
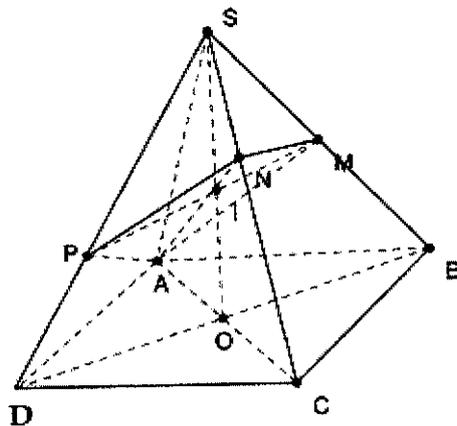
Ta có: $AB = \sqrt{(3-1)^2 + (4-2)^2 + (4-3)^2} = 3$ (1).

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P): $2x + y + mz - 1 = 0$

$$d(A; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 + m \cdot 3 - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + m^2}} = \frac{|3m - 3|}{\sqrt{5 + m^2}} \quad (2).$$

Để $AB = d(A; (P)) \Leftrightarrow 3 = \frac{|3m - 3|}{\sqrt{5 + m^2}} \Leftrightarrow 9(5 + m^2) = 9(m - 1)^2 \Leftrightarrow m = -2$.

Câu 35 Chọn A.



Gọi O là tâm hình bình hành. Gọi $I = MP \cap SO \Rightarrow N = AI \cap SC$.

Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} &= \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SM}{SB} = \frac{S_{\Delta SPM}}{S_{\Delta SDB}} = \frac{S_{\Delta SPI} + S_{\Delta SMI}}{S_{\Delta SDB}} = \frac{S_{\Delta SPI}}{2S_{\Delta SDO}} + \frac{S_{\Delta SMI}}{2S_{\Delta SBO}} \\ &= \frac{SI}{2SO} \left(\frac{SP}{SD} + \frac{SM}{SB} \right) = \frac{7}{12} \cdot \frac{SI}{SO} \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{4}{7}. \end{aligned}$$

Suy ra:

$$\begin{aligned} \frac{SN}{SC} &= \frac{S_{\Delta SAN}}{S_{\Delta SAC}} = \frac{S_{\Delta SAI} + S_{\Delta SNI}}{S_{\Delta SAC}} = \frac{S_{\Delta SAI}}{2S_{\Delta SAO}} + \frac{S_{\Delta SNI}}{2S_{\Delta SNO}} = \frac{SI}{2SO} + \frac{SI}{2SO} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{2}{7} + \frac{2}{7} \cdot \frac{SN}{SC} \\ &\Rightarrow \frac{SN}{SC} = \frac{2}{5}. \end{aligned}$$



Suy ra: $\frac{V_{S.AMNP}}{V} = \frac{V_{S.AMP} + V_{S.MNP}}{V} = \frac{V_{S.AMP}}{2V_{S.ABD}} + \frac{V_{S.MNP}}{2V_{S.BCPD}} = \frac{SA.SM.SP}{2SA.SB.SD} + \frac{SM.SN.SP}{2SB.SC.SD} = \frac{7}{30}$
 $\Rightarrow V_{ABCDMNP} = \frac{23}{30}V.$

Chú ý. Ta có thể tính nhanh tỉ số $\frac{SN}{SC}$ như sau:

$$\frac{SA}{SA} + \frac{SC}{SN} = \frac{SD}{SP} + \frac{SB}{SM} \Leftrightarrow 1 + \frac{SC}{SN} = \frac{3}{2} + 2 \Leftrightarrow \frac{SC}{SN} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{SN}{SC} = \frac{2}{5}$$

Câu 36 Chọn C.

Gọi H là trung điểm của AB

Tam giác ABC có $HC^2 = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2} = \frac{97a^2}{4}$.

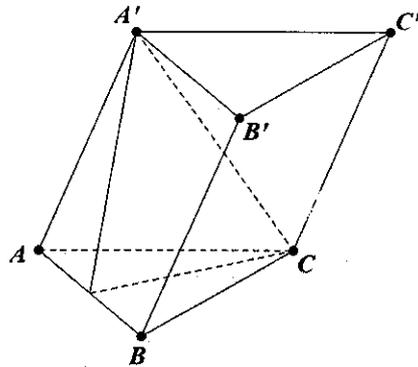
Trong $\Delta A'HC$ ta có:

$$A'H = \sqrt{A'C^2 - HC^2} \Rightarrow A'H = 3a = h.$$

Diện tích đáy $S = 12a^2$ (dùng công thức Hê - rông).

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

$$V = S.h = 12a^2 \cdot 3a = 36a^3.$$



Câu 37 Chọn D.

Đặt $AB = x$. Dựng $HK \perp CD$

Vì $A'H \perp (ABCD) \Rightarrow A'H \perp CD$

$\Rightarrow CD \perp (A'HK) \Rightarrow A'K \perp CD$

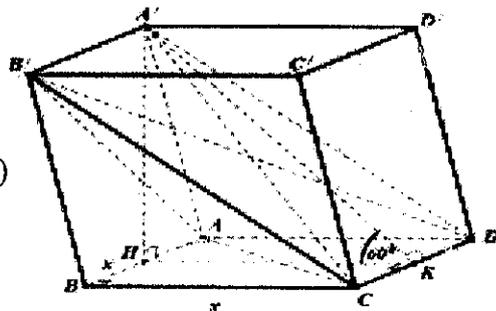
$$\Rightarrow ((A'CD); (ABCD)) = (\widehat{KA'K}) = \widehat{A'KH} \quad (1)$$

Vì $\Delta A'HK$ vuông tại H

nên $A'H = x \cdot \tan 60^\circ = x\sqrt{3}$

Nhận thấy $V = 3.V_{B'.ABCD} \Leftrightarrow A'H.S_{ABCD} = 3 \cdot \frac{8\sqrt{3}a^3}{3} \Leftrightarrow x\sqrt{3}.x^2 = 3 \cdot \frac{8\sqrt{3}a^3}{3} \Leftrightarrow x = 2a.$

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $AC = x\sqrt{2} = 2a\sqrt{2}.$



Câu 38 Chọn B.

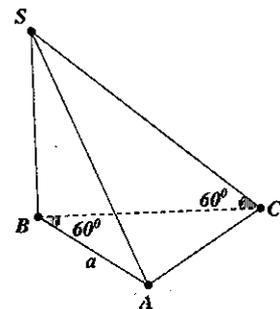
Ta có tam giác ABC vuông tại A và $\widehat{ACB} = 30^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{ABC} = 60^\circ, AB = a \Rightarrow BC = 2a.$$

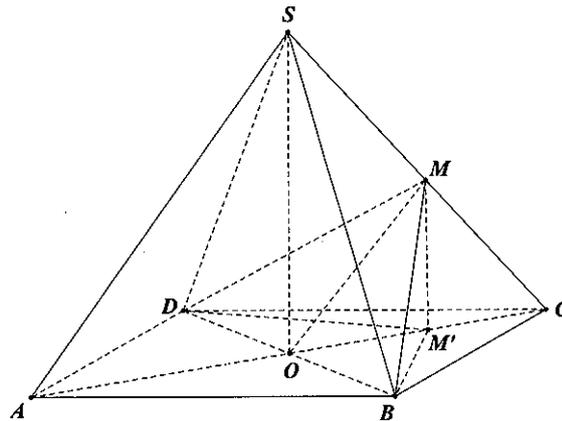
Vì $SB \perp (ABC) \Rightarrow$ góc giữa SC và (ABC) chính là góc $\widehat{SCB} = 60^\circ.$

Vậy đường cao của hình chóp $SB = BC \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{3}a$

Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{AB.AC}{2} \cdot SB = \frac{a \cdot a\sqrt{3} \cdot a \cdot 2\sqrt{3}}{6} = a^3.$



Câu 39 Chọn D.



$$S_{MBD} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4} \Rightarrow S_{M'BD} = S_{MBD} \cdot \cos(\angle(M'BD), (MBD))$$

$$\Rightarrow S_{M'BD} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4} \cdot \cos 45^\circ = \frac{a^2}{4}$$

Câu 40 Chọn A.

Ta có: $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \int_1^4 x^{-\frac{1}{2}} dx = (2\sqrt{x}) \Big|_1^4 = 4 - 2 = 2$.

Mặt khác $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = F(4) - F(1) \Rightarrow F(4) = F(1) + \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 3 + 2 = 5$.

Câu 41 Chọn D.

Ta có: $\int_c^b f(x) dx = \int_c^a f(x) dx + \int_a^b f(x) dx \Leftrightarrow \int_c^b f(x) dx = \int_c^a f(x) dx - \int_b^a f(x) dx = -5 - (-10) = 5$.

Câu 42 Chọn C.

Diện tích toàn bộ ao là $S = \pi \cdot 40 \cdot 50 = 2000\pi (m^2)$

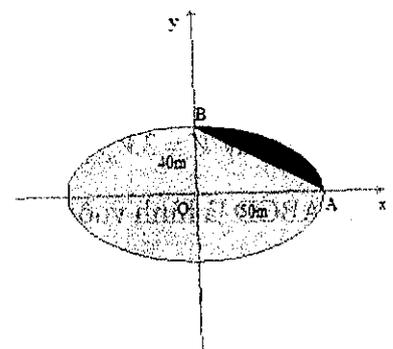
Diện tích phần nuôi cá giống là

$$S_1 = \frac{S}{4} - S_{OAB} = 500\pi - 1000 (m^2)$$

Diện tích phần nuôi cá thịt là

$$S_2 = S - S_1 = 1500\pi + 1000 (m^2)$$

Tiền lãi từ nuôi cá là $40000 \cdot S_1 + 20000 \cdot S_2 \approx 137080000$.



Câu 43 Chọn A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\sqrt{\frac{x}{4-x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Ta có: $V = \pi \int_0^1 \frac{x}{4-x^2} dx = -\frac{\pi}{2} \int_0^1 \frac{d(4-x^2)}{4-x^2} = -\frac{\pi}{2} \ln|4-x^2| \Big|_0^1 = -\frac{\pi}{2} (\ln 3 - \ln 4) = \frac{\pi}{2} \ln \frac{4}{3}$.



Câu 44 ▶ Chọn A.

Đặt $t = \sqrt{3x+1} \Rightarrow t^2 = 3x+1 \Rightarrow 2t dt = 3dx$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = 2$.

Ta có: $I = \int_0^1 e^{\sqrt{3x+1}} dx = \frac{2}{3} \int_1^2 te' dt$.

Đặt $\begin{cases} u = t \\ dv = e' dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dt \\ v = e' \end{cases}$ nên $I = \frac{2}{3} (te') \Big|_1^2 - \frac{2}{3} \int_1^2 e' dt = \frac{2}{3} (te') \Big|_1^2 - \frac{2}{3} e' \Big|_1^2 = \frac{2}{3} e^2$

Vậy $\begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{2}{3} \\ a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 6 \end{cases} \Rightarrow a + b = 10$.

Câu 45 ▶ Chọn D.

Ta có hàm số $f(x) = x^5 - \frac{1}{2}x^4 - 5x^3 + x^2 + 4x - 1$ liên tục trên R .

Dễ dàng tính được:

$f(-2) = -5 < 0, f\left(-\frac{3}{2}\right) = 2 > 0, f(0) = -1 < 0, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{8} > 0, f(1) = -\frac{1}{2} < 0, f(3) = \frac{175}{2} > 0$.

Do đó phương trình có 5 nghiệm $-2 < x_1 < -\frac{3}{2} < x_2 < 0 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4 < 1 < x_5 < 3$ và đây là phương trình bậc 5 nên chỉ có đúng 5 nghiệm.

Câu 46 ▶ Chọn A.

Ta có: $\frac{1}{A_k^2} = \frac{1}{k(k-1)} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}$, do đó:

$\frac{1}{A_n^2} + \frac{1}{A_n^2} + \frac{1}{A_n^2} + \dots + \frac{1}{A_n^2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \dots + \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n} = 1 - \frac{1}{n}$.

Vậy $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{A_n^2} + \frac{1}{A_n^2} + \frac{1}{A_n^2} + \dots + \frac{1}{A_n^2} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{n} \right) = 1$.

Câu 47 ▶ Chọn C.

Tổng n số hạng đầu là $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = 5n^2 + 3n, (n \in \mathbb{N}^*)$.

Tổng số hạng đầu tiên là $S_1 = u_1 = 5.1^2 + 3.1 = 8$

Tổng 2 số hạng đầu là $S_2 = u_1 + u_2 = 5.2^2 + 3.2 = 26 = 8 + u_2 \Rightarrow u_2 = 18 = 8 + 10 = u_1 + d \Rightarrow d = 10$

Câu 48 ▶ Chọn B.

Ta có: $\begin{cases} u_{m+n} = A = u_1 \cdot q^{m+n-1} \\ u_{m-n} = B = u_1 \cdot q^{m-n-1} \end{cases} \Rightarrow A = Bq^{2n} \Rightarrow q = \sqrt[2n]{\frac{A}{B}}$.

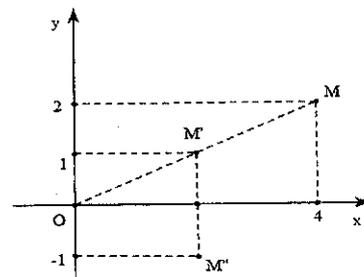


Mặt khác
$$\begin{cases} u_m = u_1 \cdot q^{m-1} \\ u_{m+n} = u_1 \cdot q^{m+n-1} \end{cases} \Rightarrow \frac{u_m}{A} = q^{-n} \Leftrightarrow u_m = A^{2n} \sqrt{\left(\frac{A}{B}\right)^{-n}} = \sqrt{AB}.$$

Tương tự ta có thể tích được $u_n = A \left(\frac{B}{A}\right)^{\frac{m}{2}}$.

Câu 49 Chọn A.

$$V_{\left(0, \frac{1}{2}\right)}(M(4; 2)) = M'(2; 1); \quad \mathcal{D}_{Ox}(M'(2; 1)) = M''(2; -1).$$



Câu 50 Chọn C.

Tổng số tiền ông B cần trả sau 24 tháng là $P_{24} = 1(1 + 0,5\%)^{24} \approx 1.127.160.000$ (đồng).

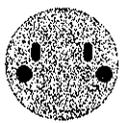
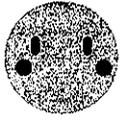


“
**WHEREVER YOU GO,
 GO WITH ALL YOUR HEART**
 ”



Ghi nhớ hành trình luyện đề thi thành công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Số điểm thực tế	Số điểm kỳ vọng	Cảm xúc của bạn
		
		

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé!

Ngày:.....

Thi lần:.....

Số điểm đạt được:...../10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm từ những câu sai

.....

.....

.....

.....

.....



ĐỀ SỐ 3	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC
Đề thi gồm 07 trang ★★★★★	Môn: Toán Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. Một phòng học có 15 bộ bàn ghế, xếp chỗ ngồi cho 30 học sinh, mỗi bộ bàn ghế 2 học sinh. Tìm xác suất để hai học sinh A, B chỉ định trước ngồi cùng một bàn.

- A. $\frac{1}{90}$. B. $\frac{1}{29}$. C. $\frac{96}{270725}$. D. $\frac{13536}{270725}$.

Câu 2. Hệ số của x^5 trong khai triển $x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$ là:

- A. 61204. B. 3160. C. 3320. D. 61268.

Câu 3. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến đồ thị của hàm số $y = \sin x$ thành chính nó?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + 1) - x$ trên đoạn $[2; 4]$ là:

- A. $2 \ln 2 - 3$. B. $2 \ln 2 - 4$. C. -2 . D. -3 .

Câu 5. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \sin(\pi |\sin x|)$.

- A. 1. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 0.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, đồng biến trên đoạn $[a; b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(a; b)$.
 B. Hàm số đã cho có cực trị trên đoạn $[a; b]$.
 C. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a; b]$.
 D. Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[a; b]$.

Câu 7. Trong một hình đa diện lồi, mỗi cạnh là cạnh chung của tất cả bao nhiêu mặt?

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	-		+	-
y	$+\infty$		3	$-\infty$
	↘		↗	↘
		-1		

- A. Hàm số có hai điểm cực trị.
- B. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.
- C. Hàm số có một điểm cực trị.
- D. Giá trị lớn nhất của hàm số là 3.

Câu 9. Tìm m để hàm số $y = x^3 + 2x^2 - mx + 1$ đồng biến trên \mathbb{R} .

- A. $m < -\frac{4}{3}$.
- B. $m \leq -\frac{4}{3}$.
- C. $m \geq -\frac{4}{3}$.
- D. $m > -\frac{4}{3}$.

Câu 10. Cho tích phân $I = \int_0^{\pi} x^2 \cos x dx$ và $u = x^2, dv = \cos x dx$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $I = x^2 \sin x|_0^{\pi} - 2 \int_0^{\pi} x \sin x dx$.
- B. $I = x^2 \sin x|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} x \sin x dx$.
- C. $I = x^2 \sin x|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} x \sin x dx$.
- D. $I = x^2 \sin x|_0^{\pi} + 2 \int_0^{\pi} x \sin x dx$.

Câu 11. Tất cả các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x - \sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 4x + 3}$ là.

- A. $y = 1$ và $x = 3$.
- B. $y = 0, y = 1$ và $x = 3$.
- C. $y = 0, x = 1$ và $x = 3$.
- D. $y = 0$ và $x = 3$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x+1)e^x$ và $\int f(x) dx = (ax+b)e^x + c$, với a, b, c là các hằng số. Khi đó:

- A. $a+b=0$.
- B. $a+b=3$.
- C. $a+b=2$.
- D. $a+b=1$.

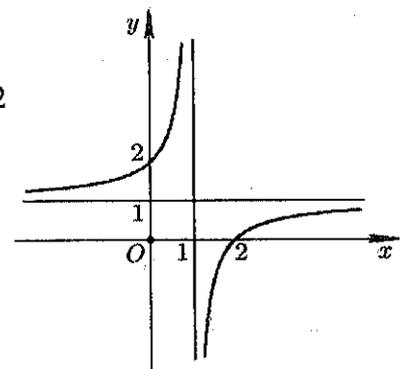
Câu 13. Số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ và $y = x^2 - x - 1$ là:

- A. 3.
- B. 1.
- C. 0.
- D. 2.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

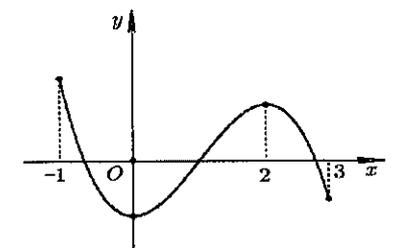
Tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)| = m$ có 2 nghiệm phân biệt là:

- A. $m \geq 2$ và $m \leq 1$.
- B. $0 < m < 1$ và $m > 1$.
- C. $m > 2$ và $m < 1$.
- D. $0 < m < 1$



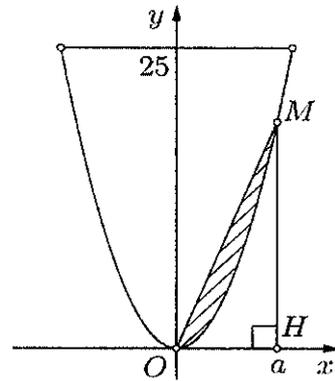
Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $x = 2$ có hệ số góc bằng?

- A. -1.
- B. 1.
- C. 0.
- D. 2.



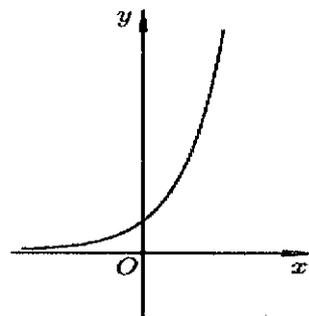


Câu 16. Ông B có một khu vườn giới hạn bởi một đường parabol và một đường thẳng. Nếu đặt trong hệ tọa độ Oxy như hình vẽ bên thì parabol có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng là $y = 25$. Ông B dự định dùng một mảnh vườn nhỏ được chia từ khu vườn bởi một đường thẳng đi qua O và điểm M trên parabol để trồng một loại hoa. Hãy giúp ông B xác định điểm M bằng cách tính độ dài OM để diện tích mảnh vườn nhỏ bằng $\frac{9}{2}$.



- A. $OM = 2\sqrt{5}$. B. $OM = 15$.
C. $OM = 10$. D. $OM = 3\sqrt{10}$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng $f(x)$ là một trong bốn hàm số được đưa ra trong các phương án A, B, C, D dưới đây. Tìm $f(x)$.



- A. $f(x) = e^x$. B. $f(x) = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$.
C. $f(x) = \ln x$. D. $f(x) = x^{\frac{e}{\pi}}$.

Câu 18. Cho hai số thực dương x, y bất kỳ. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\log_2 \frac{x^2}{y} = \frac{2 \log_2 x}{\log_2 y}$. B. $\log_2(x^2 y) = 2 \log_2 x + \log_2 y$.
C. $\log_2(x^2 + y) = 2 \log_2 x \cdot \log_2 y$. D. $\log_2(x^2 y) = \log_2 x + 2 \log_2 y$.

Câu 19. Nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) + \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{x+1} \leq 0$ là:

- A. $-1 < x \leq 0$. B. $-1 \leq x \leq 0$. C. $-1 \leq x \leq 1$. D. $x \leq 0$.

Câu 20. Phương trình $1 + a + a^2 + \dots + a^x = (1+a)(1+a^2)(1+a^4)$ với $0 < a \neq 1$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 21. Tất cả các giá trị của m để phương trình $e^x = m(x+1)$ có nghiệm duy nhất là:

- A. $m > 1$. B. $m < 0, m \geq 1$. C. $m < 0, m = 1$. D. $m < 1$.

Câu 22. Tính giá trị $S = 1 + 2^2 \log_{\sqrt{2}} 2 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + 4^2 \log_{\sqrt[4]{2}} 2 + \dots + 2017^2 \log_{\sqrt[2017]{2}} 2$.

- A. $S = 1008^2 \cdot 2017^2$. B. $S = 1007^2 \cdot 2017^2$. C. $S = 1009^2 \cdot 2017^2$. D. $S = 1010^2 \cdot 2017^2$.

Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 4a, CD = 6a$, các cạnh còn lại đều bằng $a\sqrt{22}$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

- A. $\frac{5a}{2}$. B. $3a$. C. $\frac{a\sqrt{85}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{79}}{3}$.



Câu 24. Một người thợ có một khối đá hình trụ. Kẻ hai đường kính MN, PQ của hai đáy sao cho $MN \perp PQ$. Người thợ đó cắt khối đá theo các mặt cắt đi qua 3 trong 4 điểm M, N, P, Q để thu được khối đá có hình tứ diện $MNPQ$. Biết rằng $MN = 60$ cm và thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng $30dm^3$. Tìm thể tích của lượng đá bị cắt bỏ (làm tròn kết quả đến 1 chữ số thập phân).

- A. $101,3dm^3$. B. $141,3dm^3$. C. $121,3dm^3$. D. $111,4dm^3$.

Câu 25. Cho hình nón đỉnh S . Xét hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác ngoại tiếp đường tròn đáy của hình nón và có $AB = BC = 10a, AC = 12a$ góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 45° . Tính thể tích khối nón đã cho.

- A. $9\pi a^3$. B. $27\pi a^3$. C. $3\pi a^3$. D. $12\pi a^3$.

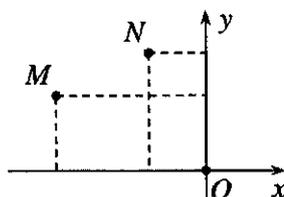
Câu 26. Cho z là một số phức tùy ý khác 0. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\frac{z}{z}$ là số ảo. B. $z - \bar{z}$ là số ảo. C. $z\bar{z}$ là số thực. D. $z + \bar{z}$ là số thực.

Câu 27. Biết rằng phương trình $z^2 + bz + c = 0$ ($b, c \in \mathbb{R}$) có một nghiệm phức là $z_1 = 1 + 2i$. Khi đó:

- A. $b + c = 2$. B. $b + c = 3$. C. $b + c = 0$. D. $b + c = 7$.

Câu 28. Gọi M và N lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2 như hình vẽ bên. Khi đó khẳng định nào sau đây sai?



- A. $|z_1 - z_2| = MN$. B. $|z_1| = OM$. C. $|z_2| = ON$. D. $|z_1 + z_2| = MN$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 1 + kt \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases} . \text{ Tìm giá trị của } k \text{ để } d_1 \text{ cắt } d_2.$$

- A. $k = 0$. B. $k = 1$. C. $k = -1$. D. $k = -\frac{1}{2}$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -3; 1)$ lên Δ .

- A. $H(-3; -1; -2)$. B. $H(-1; -2; 0)$. C. $H(3; -4; 4)$. D. $H(1; -3; 2)$.



Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2my + 6z + 13 = 0$ là phương trình của mặt cầu.

- A. $m > 0$. B. $m \neq 0$. C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m > 0$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + ay + 3z - 5 = 0$ và $(Q): 4x - y - (a + 4)z + 1 = 0$. Tìm a để (P) và (Q) vuông góc với nhau.

- A. $a = 1$. B. $a = 0$. C. $a = -1$. D. $a = \frac{1}{3}$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 4; -4)$ cắt (P) tại B . Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90° . Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

- A. $H(-2; -1; 3)$. B. $I(-1; -2; 3)$. C. $K(3; 0; 15)$. D. $J(-3; 2; 7)$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 6 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc tia Oz sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 3.

- A. $M(0; 0; 21)$. B. $M(0; 0; 3)$.
C. $M(0; 0; 3), M(0; 0; -15)$. D. $M(0; 0; -15)$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SC = 2a$ và $SC \perp (ABC)$. Đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và có $AB = a\sqrt{2}$. Mặt phẳng (α) đi qua C và vuông góc với SA , (α) cắt SA, SB lần lượt tại D, E . Tính thể tích khối chóp $S.CDE$.

- A. $\frac{4a^3}{9}$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $\frac{2a^3}{9}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 36. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a\sqrt{3}$. Gọi I là giao điểm của AB' và $A'B$. Cho biết khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 37. Cho $I = \int_1^2 x\sqrt{4-x^2} dx$ và $t = \sqrt{4-x^2}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $I = \sqrt{3}$. B. $I = \frac{t^2}{2} \Big|_0^{\sqrt{3}}$. C. $I = \int_0^{\sqrt{3}} t^2 dt$. D. $I = \frac{t^3}{3} \Big|_0^{\sqrt{3}}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° .

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. B. $2\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.



Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và hai điểm $A(-1; 3; 1)$, $B(0; 2; -1)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc d sao cho diện tích của tam giác ABC nhỏ nhất.

- A. $C(-1; 0; 2)$. B. $C(1; 1; 1)$. C. $C(-3; -1; 3)$ D. $C(-5; -2; 4)$

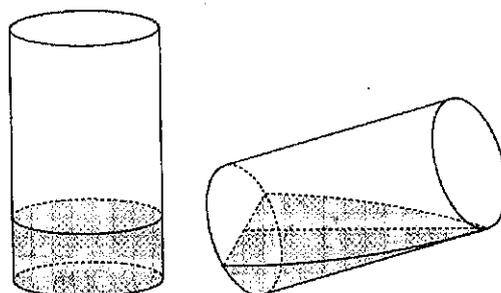
Câu 40. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\int \tan x dx = -\ln|\cos x| + C$. B. $\int \cot x dx = -\ln|\sin x| + C$.
 C. $\int \sin \frac{x}{2} dx = 2 \cos \frac{x}{2} + C$. D. $\int \cos \frac{x}{2} dx = -2 \sin \frac{x}{2} + C$.

Câu 41. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 + 2xy + 3y^2 = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_2(x - y)^2$ là:

- A. $\max P = 3 \log_2 2$. B. $\max P = \log_2 12$. C. $\max P = 12$. D. $\max P = 16$.

Câu 42. Bạn A có một cốc thủy tinh hình trụ, đường kính trong lòng đáy cốc là 6cm, chiều cao trong lòng cốc là 10cm đang đựng một lượng nước. Bạn A nghiêng cốc nước, vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy. Tính thể tích lượng nước trong cốc.



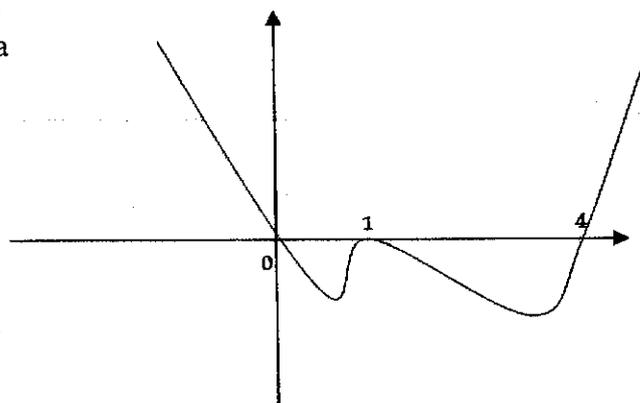
- A. $60cm^3$. B. $15\pi cm^3$.
 C. $70cm^3$. D. $60\pi cm^3$.

Câu 43. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2-x}$, $y = x$, $y = 0$ xung quanh trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $V = \pi \int_0^1 (2-x) dx + \pi \int_1^2 x^2 dx$. B. $V = \pi \int_0^2 (2-x) dx$.
 C. $V = \pi \int_0^1 x dx + \pi \int_1^2 \sqrt{2-x} dx$. D. $V = \pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_1^2 (2-x) dx$.

Câu 44. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm như hình vẽ. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x^3)$ là:

- A. 0. B. 1.
 C. 2. D. 3.





Câu 45. Phương trình $\sin^2 3x \cos 2x + \sin^2 x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $(0; 2017)$.

- A. 2016. B. 1003. C. 1284. D. 1283.

Câu 46. Cho hàm số $f(n) = a\sqrt{n+1} + b\sqrt{n+2} + c\sqrt{n+3}$ ($n \in \mathbb{N}^*$) với a, b, c là hằng số thỏa mãn $a + b + c = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = -1$. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = 1$. C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = 0$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = 2$.

Câu 47. Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh là a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Biết $\tan \frac{A}{2} \tan \frac{C}{2} = \frac{x}{y}$ ($x, y \in \mathbb{N}$), giá trị $x + y$ là:

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 48. Cho các số phức z, w khác 0 và thỏa mãn $|z - w| = 2|z| = |w|$. Phần thực của số phức $u = \frac{z}{w}$ là:

- A. $a = \frac{1}{4}$. B. $a = 1$. C. $a = \frac{1}{8}$. D. $a = -\frac{1}{8}$.

Câu 49. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 15.

- A. 222. B. 240. C. 200. D. 120.

Câu 50. Tổng các nghiệm của phương trình $1 + \log_2 \sqrt{(x+1)^3} = \log_2(-x^3 + 3x^2 + 3x)$ có dạng $\frac{a + \sqrt{c}}{b} - b\sqrt{b}$ ($a, b, c \in \mathbb{N}$). Giá trị $a + b + c$ là:

- A. 9. B. 10. C. 11. D. 12.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT



Câu 1 Chọn B.

Số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = 30!$.

Gọi A là biến cố “Hai học sinh A, B ngồi cạnh nhau”.

Chọn 1 bàn để xếp hai học sinh A, B có 15 cách.

Xếp A, B ngồi vào bàn được chọn có 2! cách.

Xếp 28 học sinh còn lại có 28! cách.

Vậy $|\Omega_A| = 15 \cdot 2 \cdot 28!$. Do đó $P(A) = \frac{15 \cdot 2 \cdot 28!}{30!} = \frac{1}{29}$.

Câu 2 Chọn C.

Hệ số của x^5 trong khai triển $x(1-2x)^5$ là $(-2)^4 \cdot C_5^4$

Hệ số của x^5 trong khai triển $x^2(1+3x)^{10}$ là $3^3 \cdot C_{10}^3$

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển $x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$ là $(-2)^4 \cdot C_5^4 + 3^3 \cdot C_{10}^3 = 3320$.

Câu 3 Chọn D.

Có vô số phép tịnh tiến theo vectơ $k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4 Chọn C.

$y = \ln(x^2 - 2x + 1) - x$ xác định và liên tục trên đoạn $[2; 4]$.

$$y' = \frac{(x^2 - 2x + 1)'}{x^2 - 2x + 1} - 1 = \frac{2(x-1)}{(x-1)^2} - 1 = \frac{2-x+1}{x-1} = \frac{3-x}{x-1}$$

Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow x = 3, y(2) = -2, y(4) = \ln 9 - 4, y(3) = \ln 4 - 3 \Rightarrow \min_{[2;4]} y = -2$.

Chú ý: Có thể sử dụng chức năng table của MTCT.

Câu 5 Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $f(x + 2\pi) = f(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên hàm số này tuần hoàn.

Đặt $t = \pi |\sin x|$ suy ra $t \in [0; \pi]$ do đó $\max_{x \in \mathbb{R}} f(x) = \max_{0 \leq t \leq \pi} \sin(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

Câu 6 Chọn C.

Hàm số đồng biến trên đoạn $[a; b]$ thì $\max_{x \in [a; b]} f(x) = f(b), \min_{x \in [a; b]} f(x) = f(a)$.

Câu 7 Chọn D.

Trong một hình đa diện lồi, mỗi cạnh là cạnh chung của hai mặt.

Câu 8 Chọn C.

A sai vì hàm số chỉ đạt cực trị tại $x = 2$.

B sai vì trên $(0; 2)$ hàm số đồng biến.

C đúng vì hàm số chỉ đạt cực trị tại $x = 2$.

D sai vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} = +\infty$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất.

Câu 9 Chọn B.

Ta có: $y' = 3x^2 + 4x - m$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta'_{y'} \leq 0 \Leftrightarrow 4 + 3m \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -\frac{4}{3}$.



Câu 10 Chọn A.

Ta có: $u = x^2 \Rightarrow du = 2x dx, dv = \cos x dx \Rightarrow v = \sin x$.

Suy ra: $I = x^2 \sin x \Big|_0^\pi - 2 \int_0^\pi x \sin x dx$.

Câu 11 Chọn D.

TXĐ: $D = (-\infty; -2) \cup (2; 3) \cup (3; +\infty)$

Xét pt $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x - \sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 4x + 3} = +\infty \Rightarrow x = 3$ là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}}{x \left(1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}\right)} = 0$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{(x^2 - 4x + 3)(x - \sqrt{x^2 - 4})} = 0$

$\Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang.

Câu 12 Chọn A.

Ta sử dụng kết quả $\int g(x).de^x = g(x).e^x - \int e^x.d(g(x)) = g(x).e^x - \int e^x.g'(x)dx$.

$\Rightarrow \int (g'(x) + g(x))e^x dx = g(x)e^x$. Do đó ta có $f(x) = \int f'(x)dx = \int (x+1)e^x dx = x.e^x$.

$\Rightarrow \int f(x)dx = \int (x-1+1)e^x dx = (x-1)e^x \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$.

Do đó: $a + b = 0$.

Câu 13 Chọn D.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm:

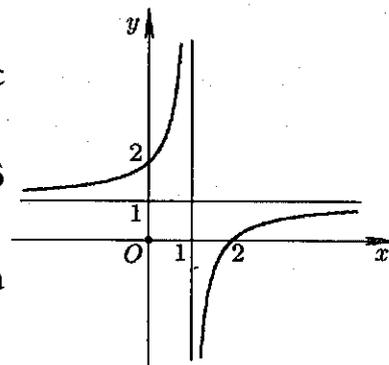
$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x^2 - x - 1 \Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Câu 14 Chọn B.

Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có được bằng cách giữ nguyên đồ thị hàm số $y = f(x)$ ở trên trục hoành và lấy phần phía dưới trục hoành đối xứng qua trục hoành. Đồ thị có được như hình vẽ bên.

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m$.

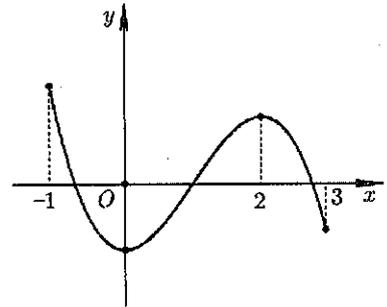
Khi đó, phương trình $|f(x)| = m$ có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$ và $m > 1$.





Câu 15 Chọn C.

Tại $x = 2$ là điểm cực trị nên tiếp tuyến song song với trục hoành do đó hệ số góc bằng 0.



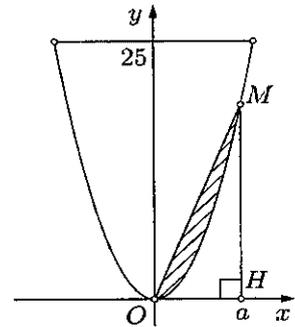
Câu 16 Chọn D.

OM là đường thẳng qua gốc tọa độ $(0;0)$ nên có dạng $y = ax$ ($a \neq 0$).

Diện tích mảnh vườn cần tính là:

$$S = \int_0^a (ax - x^2) dx = \left(\frac{ax^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^a = \frac{a^3}{6} \Leftrightarrow \frac{a^3}{6} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow a = 3.$$

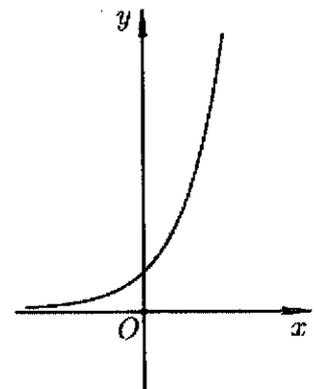
Suy ra tọa độ điểm $M(3;9)$ nên $OM = \sqrt{3^2 + 9^2} = 3\sqrt{10}$.



Câu 17 Chọn A.

Với $f(x) = \ln x$ và $f(x) = x^{\frac{e}{\pi}}$ thì điều kiện $x > 0$ nên loại C và D.

Với $f(x) = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$ thì $f(x)$ là hàm nghịch biến nên loại B.



Câu 18 Chọn B.

Ta có: $\log_2(x^2 y) = \log_2 x^2 + \log_2 y = 2 \log_2 x + \log_2 y$.

Câu 19 Chọn A.

Điều kiện: $x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

$$\log_2(x+1) + \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{x+1} \leq 0 \Leftrightarrow \log_2(x+1) - \log_2 \sqrt{x+1} \leq 0 \Leftrightarrow \log_2 \frac{x+1}{\sqrt{x+1}} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \sqrt{x+1} \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} \leq 1 \Leftrightarrow x+1 \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 0$$

Kết hợp với điều kiện suy ra $-1 < x \leq 0$.

Câu 20 Chọn B.

Phương trình biến đổi thành $\frac{1-a^{x+1}}{1-a} = (1+a)(1+a^2)(1+a^4) \Leftrightarrow 1-a^{x+1} = 1-a^8 \Leftrightarrow x = 7$.

Câu 21 Chọn C.

Điều kiện: $m(x+1) > 0$

Với $x = -1$ phương trình tương đương $e^{-1} = 0$ vô lí nên $x = -1$ không là nghiệm.

Với $x \neq -1$. Ta có: $e^x = m(x+1) \Leftrightarrow \frac{e^x}{x+1} = m \Leftrightarrow f(x) = g(m)$

Xét hàm số: $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$. Ta có: $f'(x) = \frac{(x+1)e^x - e^x}{(x+1)^2} = \frac{xe^x}{(x+1)^2}$

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$



Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	0		$+\infty$		$+\infty$

Arrows indicate the behavior of $f(x)$ between critical points: from 0 to $-\infty$ between $-\infty$ and -1 ; from $+\infty$ to 1 between -1 and 0 ; from 1 to $+\infty$ between 0 and $+\infty$.

Dựa vào bảng biến thiên để phương trình có nghiệm duy nhất khi hàm số $g(m)$ cắt đồ thị $f(x)$ tại đúng một điểm $\Rightarrow m < 0 \vee m = 1$.

Câu 22 Chọn C.

Ta có: $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$.

Cho $n = 10$ thấy $S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = 3025 = \frac{121}{4} \cdot 10^2 = \frac{n^2 \cdot (n+1)^2}{2}$.

Với $n = 2007$ ta thấy đáp án C đúng.

Câu 23 Chọn C.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Ta có:
 $AB \perp MD, AB \perp MC \Rightarrow AB \perp (MCD)$

Tương tự: $CD \perp BN, CD \perp AN \Rightarrow CD \perp (ANB)$

$\Rightarrow (MCD), (NAB)$ là mặt phẳng trung trực của AB và CD .

Gọi I là điểm thuộc MN .

Do $I \in MN \Rightarrow I \in (MCD) \Rightarrow IA = IB$

Do $I \in MN \Rightarrow I \in (NAB) \Rightarrow IC = ID$

Nếu I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ thì $ID = IB$

Xét $\triangle AMD$ vuông tại M : $MD = \sqrt{AD^2 - AM^2} = 3\sqrt{2}a$.

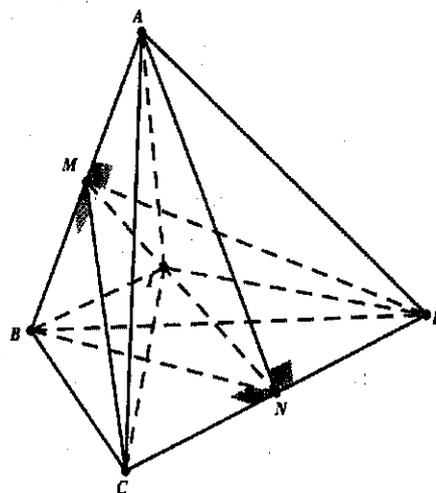
Xét $\triangle NMD$ vuông tại N : $MN = \sqrt{MD^2 - ND^2} = 3a$.

Đặt $MI = x, NI = 3a - x (0 < x < 3a)$

Ta có: $R^2 = BI^2 = x^2 + 4a^2$

Mà $R^2 = ID^2 = (3a - x)^2 + 9a^2$

$$\Rightarrow x^2 + 4a^2 = (3a - x)^2 + 9a^2 \Rightarrow x = \frac{7a}{3} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{85}}{3}$$

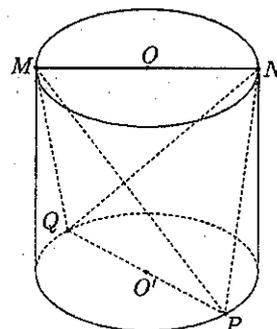


Câu 24 Chọn D.

Ta dễ dàng chứng minh được $(O'MN)$ vuông góc với PQ . Do đó thể tích khối tứ diện $MNPQ$ là:

$$V_{MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNO} \cdot PQ = \frac{1}{6} \cdot OO' \cdot MN \cdot PQ$$

Trong đó $d(MN, PQ) = OO' = h \Rightarrow \frac{1}{6} \cdot 60^2 \cdot h \cdot 1 = 30 \cdot 10^3 \Leftrightarrow h = 50 \text{ cm}$.





Vậy thể tích của lượng đá bị cắt bỏ bằng:

$$V = V_t - V_{MNPQ} = \pi R^2 \cdot h - 30 = \frac{\pi}{10^3} \cdot \left(\frac{60}{2}\right)^2 \cdot 50 - 30 \approx 111,4 dm^3.$$

Câu 25 Chọn A.

Nửa chu vi tam giác ABC: $p = \frac{10a + 10a + 12a}{2} = 16a.$

Diện tích tam giác ABC là:

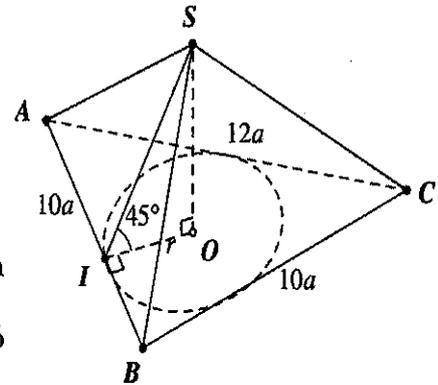
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$= \sqrt{16a(16a-10a)(16a-10a)(16a-12a)} = 48a^2.$$

Mà $S_{\Delta ABC} = pr \Rightarrow r = \frac{S_{\Delta ABC}}{p} = \frac{48a^2}{16a} = 3a$, với r là bán kính của đường tròn đáy nội tiếp tam giác ABC. Lại có

$\tan \angle SIO = \frac{SO}{IO} \Rightarrow SO = IO \cdot \tan 45^\circ = IO = 3a.$

Thể tích khối nón là: $V_{nón} = \frac{1}{3} SO \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot \pi \cdot (3a)^2 = 9\pi a^3.$



Câu 26 Chọn A.

Đặt $z = (a+bi)(a^2+b^2 > 0) \Rightarrow \bar{z} = a-bi.$

Ta có: $\frac{z}{z} = \frac{a+bi}{a-bi} = \frac{(a+bi)^2}{a^2+b^2} = \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} + \frac{2ab}{a^2+b^2}i.$ Suy ra $\frac{z}{z}$ không là số ảo.

Câu 27 Chọn B.

Phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có một nghiệm phức là $z_1 = 1 + 2i.$

$$\Leftrightarrow (1+2i)^2 + b(1+2i) + c = 0 \Leftrightarrow -3 + 4i + b + 2bi + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 + b + c = 0 \\ 4 + 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ c = 5 \end{cases}$$

$\Rightarrow b + c = 3.$

Câu 28 Chọn D.

Ta có: $|z_1 + z_2| = MN$ là khẳng định sai.

Vì giả sử: $z_1 = a + bi, z_2 = c + di; a, b, c, d \in \mathbb{R}.$

$$\Rightarrow M(a; b); N(c; d) \Rightarrow MN = \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2}$$

Và $z_1 + z_2 = (a+c) + (b+d)i \Rightarrow |z_1 + z_2| = \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2} \neq MN.$

Câu 29 Chọn A.

Giả sử $M = d_1 \cap d_2 \Rightarrow \begin{cases} M \in d_1 \Rightarrow M(1+m; 2-2m; 3+m) \\ M \in d_2 (*) \end{cases}$ mà $M \in d_2 (*)$



$$\Rightarrow \begin{cases} 1+m=1+kt & (1) \\ 2-2m=t & (2) \\ 3+m=-1+2t & (3) \end{cases}$$

Từ (2) và (3) $\Rightarrow \begin{cases} m=0 \\ t=2 \end{cases}$ thay vào (1) được $k=0$.

Câu 30 Chọn D.

Ta có $H \in \Delta$ nên $H(-1+2t; -2-t; 2t)$. Vì H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng Δ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_{\Delta} = 0$. Vì $\overrightarrow{AH} = (-3+2t; 1-t; 2t-1)$, $\vec{u}_{\Delta} = (2; -1; 2)$ nên $2(2t-3) + t - 1 + 2(2t-1) = 0 \Rightarrow t=1$
 Vậy $H(1; -3; 2)$.

Câu 31 Chọn B.

Để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2my + 6z + 13 = 0$ là phương trình của mặt cầu thì $4 + m^2 + 3^2 - 13 > 0 \Leftrightarrow m^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.

Câu 32 Chọn C.

Ta có: $\vec{n}_{(P)} = (2; a; 3)$, $\vec{n}_{(Q)} = (4; -1; -(a+4))$.

Để (P) và (Q) vuông góc với nhau thì $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)} = 0 \Leftrightarrow 8 - a - 3a - 12 = 0 \Leftrightarrow a = -1$.

Câu 33 Chọn B.

Phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 - 4t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

$B \in d \Rightarrow B(1+3t; 2+4t; -3-4t)$

Mà $B \in (P) \Leftrightarrow 18t + 18 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow B(-2; -2; 1)$

Do ΔMAB vuông tại $M \Rightarrow MB = \sqrt{AB^2 - MA^2}$

Để MB lớn nhất $\Rightarrow MA$ nhỏ nhất

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P)

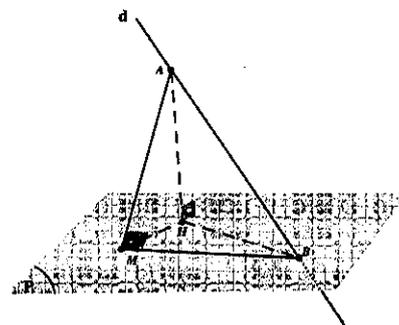
Xét ΔAHM vuông tại $H \Rightarrow AM \geq AH$

Để MA nhỏ nhất $\Rightarrow M \equiv H \Rightarrow MB$ là giao tuyến của mặt phẳng (P) với mặt phẳng (α)

(α) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với mặt phẳng (P)

$\vec{n}_{\alpha} = [\vec{n}_P, \vec{u}_d] = (-4; 5; 2) \Rightarrow \vec{u}_{MB} = [\vec{n}_P, \vec{u}_{\alpha}] = 9(1; 0; 2)$

Vậy phương trình đường thẳng MB : $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. Thấy ngay điểm $I(-1; -2; 3)$ thỏa mãn.





Câu 34 Chọn B.

Vì M thuộc tia Oz nên $M(0;0;z_M)$ với $z_M > 0$.

Vì khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 3 nên ta có $\frac{|z_M + 6|}{3} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} z_M = 3 \\ z_M = -15 \end{cases}$

Vì $z_M > 0$ nên $M(0;0;3)$.

Câu 35 Chọn C.

$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.CDE}}{V_{S.CAB}} = \frac{SD}{SA} \cdot \frac{SE}{SB} \Rightarrow V_{S.CDE} = \frac{SD}{SA} \cdot \frac{SE}{SB} \cdot V_{S.CAB}.$$

$$V_{S.CAB} = \frac{1}{3} \cdot SC \cdot \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a^2 = \frac{2a^3}{3}.$$

Xét ΔSAC ta có:

$$SC^2 = SD \cdot SA \Rightarrow \frac{SD}{SA} = \frac{SC^2}{SA^2} = \frac{4a^2}{4a^2 + 4a^2} = \frac{1}{2}.$$

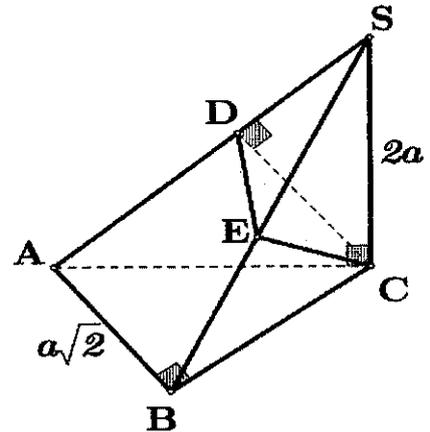
Ta có:

$$AB \perp (SBC) \Rightarrow AB \perp CE \Rightarrow CE \perp (SAB) \Rightarrow CE \perp SB.$$

Tương tự xét ΔSBC ta có:

$$SC^2 = SE \cdot SB \Leftrightarrow \frac{SE}{SB} = \frac{SC^2}{SB^2} = \frac{4a^2}{4a^2 + 2a^2} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Vậy suy ra } V_{S.CEF} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2a^3}{3} = \frac{2a^3}{9}.$$



Câu 36 Chọn A.

Gọi E là trung điểm BC , N là trung điểm của BE , M là trung điểm của AB .

Ta có $IM \parallel (BCC'B')$ nên:

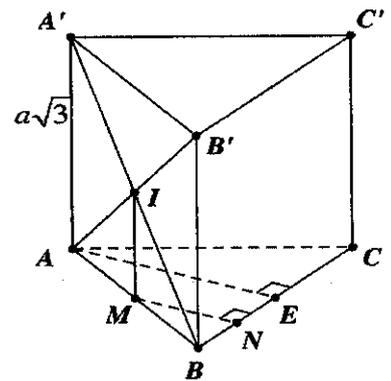
$$d(I, (BCC'B')) = d(M, (BCC'B')) = MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Gọi b là cạnh của tam giác đều ABC . Ta có: $EA = 2MN = a\sqrt{3}$.

$$\text{Mà } AE = \frac{b\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow b = 2a.$$

$$\text{Diện tích mặt đáy là: } S_{\Delta ABC} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}.$$

$$\text{Thể tích hình lăng trụ là } V = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = a^2 \sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = 3a^3.$$



Câu 37 Chọn B.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{4-x^2} \Rightarrow t^2 = 4-x^2 \Rightarrow 2tdt = -2xdx \text{ hay } tdt = -xdx.$$

$$\text{Đổi cận: khi } x=1 \Rightarrow t=\sqrt{3}; x=2 \Rightarrow t=0.$$



$$\text{Khi đó } I = \int_{\sqrt{3}}^0 t \cdot (-t) dt = \int_0^{\sqrt{3}} t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}.$$

Câu 38 Chọn B.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của $AD, BC \Rightarrow SI = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ (SI là đường cao của tam giác đều SAD)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SAD) \cap (ABCD) = AD \\ SI \perp AD, SI \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD)$$

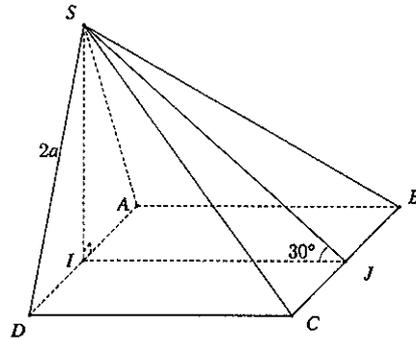
$\Rightarrow JI$ là hình chiếu vuông góc của JS lên $(ABCD)$.

$$\text{Khi đó } ((SBC), (ABCD)) = (\widehat{JS, JI}) = \widehat{SJI} = 30^\circ$$

ΔSJI vuông tại I

$$\Rightarrow \tan \widehat{SJI} = \frac{SI}{IJ} \Rightarrow IJ = \frac{SI}{\tan \widehat{SJI}} = \frac{a\sqrt{3}}{\tan 30^\circ} = 3a$$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SI = \frac{1}{3} AD \cdot IJ \cdot SI = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot 3a \cdot a\sqrt{3} = 2a^3\sqrt{3} \text{ (đơn vị thể tích).}$$



Câu 39 Chọn B.

Ta có: $C \in d \Rightarrow C(-1-2t; -t; 2+t)$

$$\overline{AB} = (1; -1; -2), \overline{AC} = (-2t; -t-3; t+1)$$

$$[\overline{AB}, \overline{AC}] = (-3t-7; 3t-1; -3t-3)$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} [\overline{AB}, \overline{AC}] = \frac{1}{2} \sqrt{(-3t-7)^2 + (3t-1)^2 + (-3t-3)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{27t^2 + 54t + 59}.$$

$$\text{Ta có: } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{27t^2 + 54t + 59} \geq 2\sqrt{2} \Leftrightarrow 27t^2 + 54t + 59 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow C(1; 1; 1)$$

Câu 40 Chọn A.

Ta kiểm tra lần lượt từng đáp án, nếu gặp đáp án đúng thì dừng.

$$\int \tan x dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx = -\int \frac{1}{\cos x} d(\cos x) = -\ln |\cos x| + C \Rightarrow \text{đáp án A đúng.}$$

$$\int \cot x dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \int \frac{1}{\sin x} d(\sin x) = \ln |\sin x| + C \Rightarrow \text{đáp án B sai.}$$

$$\int \sin \frac{x}{2} dx = 2 \int \sin \frac{x}{2} d\left(\frac{x}{2}\right) = -2 \cos \frac{x}{2} + C \Rightarrow \text{đáp án C sai.}$$

$$\int \cos \frac{x}{2} dx = 2 \int \cos \frac{x}{2} d\left(\frac{x}{2}\right) = 2 \sin \frac{x}{2} + C \Rightarrow \text{đáp án D sai.}$$



Câu 41 Chọn B.

Từ $x^2 + 2xy + 3y^2 = 4$. Suy ra:

Nếu $y = 0$ thì $x = \pm 2 \Rightarrow P = 2$.

Nếu $y \neq 0$. Ta có:

$$P = \log_2(x-y)^2 \Leftrightarrow 4.(x-y)^2 = 4.2^P \Rightarrow \frac{4.2^P}{4} = \frac{4(x-y)^2}{x^2 + 2xy + 3y^2} = \frac{4\left(\frac{x}{y} - 1\right)^2}{\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 2\frac{x}{y} + 3}$$

$$\text{Đặt } t = \frac{x}{y}, t \in \mathbb{R} \Rightarrow 2^P = \frac{4t^2 - 8t + 4}{t^2 + 2t + 3} \Leftrightarrow 2^P(t^2 + 2t + 3) = 4t^2 - 8t + 4$$

$$\Leftrightarrow (2^P - 4)t^2 + (2^P + 8)t + 3.2^P - 4 = 0. \text{ (Xét } P \neq 4)$$

$$\text{Để phương trình có nghiệm: } \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (2^P + 4)^2 - (2^P - 4)(3.2^P - 4) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -2.(2^P)^2 + 24.2^P \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq 2^P \leq 12 \Rightarrow P \leq \log_2 12.$$

Vậy giá trị lớn nhất của P là $\log_2 12$.

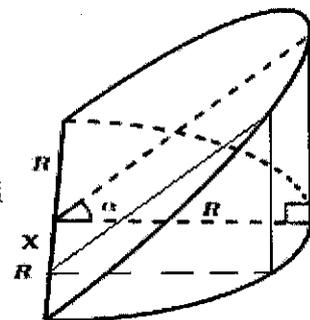
Câu 42 Chọn A.

Xét thiết diện cắt góc thủy tinh vuông góc với đường kính tại vị trí bất kỳ có (tam giác màu đen):

$$S(x) = \frac{1}{2} \sqrt{R^2 - x^2} \cdot \sqrt{R^2 - x^2} \cdot \tan \alpha \Rightarrow S(x) = \frac{1}{2} (R^2 - x^2) \tan \alpha$$

$$\text{Thể tích hình cái nôm là: } V = 2 \cdot \frac{1}{2} \tan \alpha \int_0^R (R^2 - x^2) dx = \frac{2}{3} R^3 \tan \alpha$$

Thể tích khối nước tạo thành khi nguyên cốc có hình dạng cái nôm nên $V_{kn} = \frac{2}{3} R^3 \tan \alpha \Rightarrow V_{kn} = \frac{2}{3} R^3 \cdot \frac{h}{R} = 60 \text{ cm}^3$.

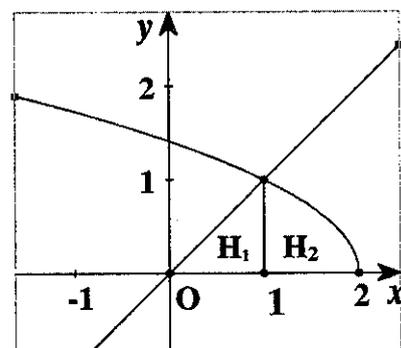


Câu 43 Chọn D.

Gọi H_1 là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x, y = 0, x = 1 \Rightarrow$ Thể tích khi quay hình H_1 quanh trục Ox là: $V_1 = \pi \int_0^1 x^2 dx$.

Gọi H_2 là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2-x}, y = 0, x = 1 \Rightarrow$ Thể tích khi quay hình H_2 quanh trục Ox là: $V_2 = \pi \int_1^2 (2-x) dx$.

$$\Rightarrow V = V_1 + V_2 = \pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_1^2 (2-x) dx.$$





Câu 44 Chọn C.

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 f'(x^3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = \sqrt[3]{4} \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị đạo hàm ta thấy $f'(x^3) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 > 4 \\ x^3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt[3]{4} \\ x < 0 \end{cases}$. Do đó khi vẽ bảng thiên của $y = f(x^3)$ chỉ có 2 điểm ($x = 0, x = \sqrt[3]{4}$) làm đạo hàm của nó đổi dấu nên có 2 điểm cực trị.

Câu 45 Chọn D.

Ta có: $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x = (3 - 4 \sin^2 x) \sin x = (1 + 2 \cos 2x) \sin x$ do đó phương trình

$$\Leftrightarrow (1 + 2 \cos 2x)^2 \sin^2 x \cos 2x + \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x \left[(1 + 2 \cos 2x)^2 \cos 2x + 1 \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow (4 \cos^3 2x + 4 \cos^2 2x + \cos 2x + 1) \sin^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow (1 + \cos 2x)(1 + 4 \cos^2 x) \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos 2x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = k \frac{\pi}{2}$$

Vì $k \frac{\pi}{2} \in (0; 2017) \Leftrightarrow 0 < k \frac{\pi}{2} < 2017 \Leftrightarrow \frac{2}{\pi} < k < \frac{2 \cdot 2017}{\pi} \Leftrightarrow 0.636 < k < 1284$ do đó có 1283 nghiệm.

Câu 46 Chọn C.

Ta có: $a + b + c = 0 \Leftrightarrow a = -b - c$ suy ra

$$f(n) = b(\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}) + c(\sqrt{n+3} - \sqrt{n+2}) = \frac{b}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}} + \frac{2c}{\sqrt{n+3} + \sqrt{n+1}}$$

$$\text{Do đó: } \lim f(n) = \lim \left(\frac{b}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}} + \frac{2c}{\sqrt{n+3} + \sqrt{n+1}} \right) = 0.$$

Câu 47 Chọn A.

Ta có:

$$a + c = 2b \Leftrightarrow \sin A + \sin C = 2 \sin B$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin \frac{A+C}{2} \cos \frac{A-C}{2} = 4 \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} = 4 \sin \frac{A+C}{2} \cos \frac{A+C}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{A-C}{2} = 2 \cos \frac{A+C}{2} \Leftrightarrow \cos \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C}{2} = 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} - 2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C}{2}$$

$$\Leftrightarrow 3 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C}{2} = \cos \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} \Leftrightarrow 3 \tan \frac{A}{2} \tan \frac{C}{2} = 1 \Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} \tan \frac{C}{2} = \frac{1}{3}$$

Câu 48 Chọn C.

$$\text{Ta có: } |z - w| = 2|z| = |w| \Leftrightarrow \begin{cases} \left| \frac{z}{w} \right| = \frac{1}{2} \\ \left| \frac{z-w}{w} \right| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |u| = \frac{1}{2} \\ |u-1| = 1 \end{cases} (*)$$

Giả sử $u = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$. Khi đó (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = \frac{1}{4} \\ (a-1)^2 + b^2 = 1 \end{cases}$ (**).

Từ (**) $\Rightarrow -2a + 1 = 1 - \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = \frac{1}{8}$.

Câu 49 Chọn A.

Gọi số cần tìm là \overline{abcde} . Số mà chia hết cho 15 thì phải chia hết cho 3 và 5.

Trường hợp 1. Số cần tìm có dạng $\overline{abcd0}$, để chia hết cho 3 thì a, b, c, d phải thuộc các tập sau $A_1 = \{1, 2, 3, 6\}, A_2 = \{1, 2, 4, 5\}, A_3 = \{1, 3, 5, 6\}, A_4 = \{2, 3, 4, 6\}, A_5 = \{3, 4, 5, 6\}$. Do đó trong trường hợp này có $5 \cdot 4! = 120$ số.

Trường hợp 2. Số cần tìm có dạng $\overline{abcd5}$, để chia hết 3 thì a, b, c, d, e phải thuộc các tập sau $B_1 = \{0, 1, 2, 4, 5\}, B_2 = \{0, 1, 3, 5, 6\}, B_3 = \{0, 3, 4, 5, 6\}, B_4 = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B_5 = \{1, 2, 4, 5, 6\}$.

Nếu a, b, c, d thuộc B_1, B_2, B_3 , thì có $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 54$ số, a, b, c, d thuộc B_4, B_5 thì có $2 \cdot 4! = 48$.

Tổng lại có $120 + 54 + 48 = 222$ số.

Câu 50 Chọn D.

Phương trình biến đổi thành:

$$2\sqrt{(x+1)^3} = -x^3 + 3x^2 + 3x \Rightarrow 4(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) = x^6 + 9x^4 + 9x^2 - 6x^5 - 6x^4 + 18x^3$$

$$\Leftrightarrow x^6 - 6x^5 + 3x^4 + 14x^3 - 3x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2 - 2\sqrt{2})(x - 2 + 2\sqrt{2}) \left(x - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 \left(x - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 2\sqrt{2} \\ x = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \\ x = 2 + 2\sqrt{2} \end{cases} \text{ (thử lại)} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - 2\sqrt{2} \\ x = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$



“
**WHEREVER YOU GO,
 GO WITH ALL YOUR HEART**
 ”



Ghi nhớ hành trình luyện đề thi thành công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Số điểm thực tế	Số điểm kỳ vọng	Cảm xúc của bạn

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé!

Ngày:.....

Thi lần:.....

Số điểm đạt được:...../10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm từ những câu sai

.....

.....

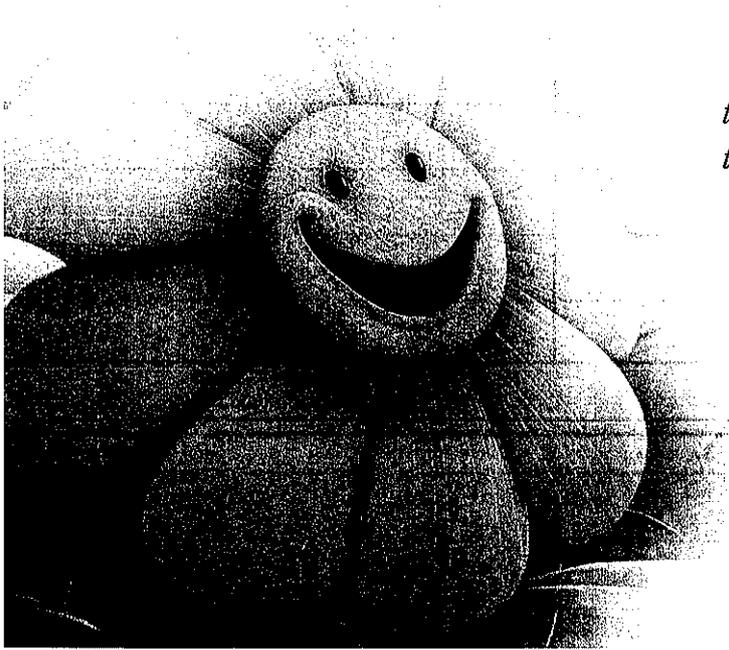
.....

.....



Bài học và kiến thức rút ra từ đề thi này

Handwriting practice lines consisting of multiple horizontal dotted lines.



Người lạc quan luôn nhìn thấy cơ hội trong mọi hiểm nguy, còn kẻ bi quan luôn nhìn thấy hiểm nguy trong mọi cơ hội.

- Khuyết Danh



Câu 9. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m^4 - 3m^2 + 2017$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 32?

- A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m = 4$. D. $m = 5$.

Câu 10. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

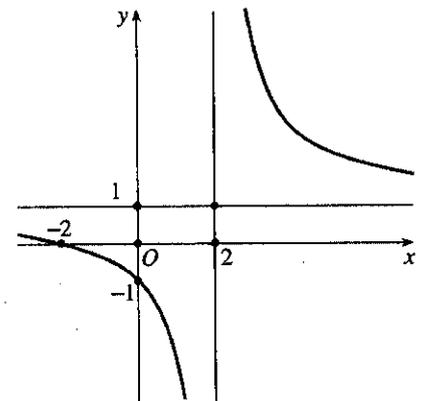
- A. $\max_{[2;4]} y = 7$. B. $\max_{[2;4]} y = 6$. C. $\max_{[2;4]} y = \frac{11}{3}$. D. $\max_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+3}$ có đồ thị là (C). Gọi M là giao điểm của (C) với trục hoành. Khi đó tích các khoảng cách từ điểm M đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) bằng:

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 2.

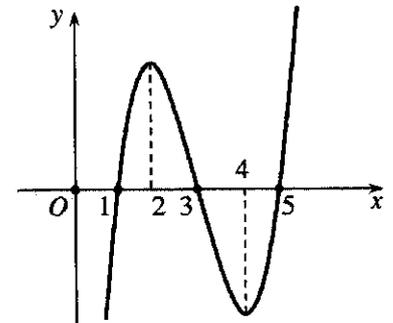
Câu 12. Tìm a, b, c để hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ sau:

- A. $a = 2; b = -2; c = -1$. B. $a = 1; b = 1; c = -1$.
C. $a = 1; b = 2; c = 1$. D. $a = 1; b = -2; c = 1$.



Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị.
B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.
C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.



D. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị và chúng nằm về hai phía của trục hoành.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$				5				$+\infty$

\swarrow \nearrow \swarrow \nearrow
 3 3



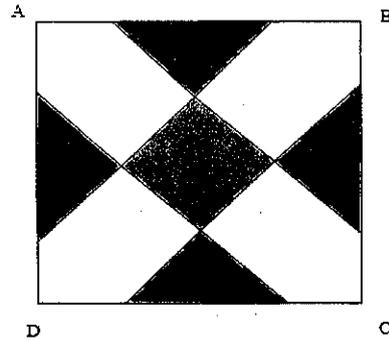
Tìm m để phương trình $f(x) = 2 - 3m$ có bốn nghiệm phân biệt.

- A. $m < -1$ hoặc $m > -\frac{1}{3}$. B. $-1 < m < -\frac{1}{3}$. C. $m = -\frac{1}{3}$. D. $m \leq -1$.

Câu 15. Đường thẳng $y = 6x + m$ là tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 3x - 1$ khi m bằng

- A. $\begin{cases} m = -3 \\ m = 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = 3 \\ m = -1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = -3 \\ m = -1 \end{cases}$.

Câu 16. Hình bên là hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4, chính giữa có một hình vuông đồng tâm với $ABCD$. Biết rằng bốn tam giác là bốn tam giác vuông cân. “Hỏi tổng diện tích của hình vuông ở giữa và bốn tam giác cân nhỏ nhất bằng bao nhiêu?”



- A. 6.61. B. 5.33.
C. 5.15. D. 6.12.

Câu 17. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 + 2x - 3)^{\sqrt{2}}$.

- A. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$. B. $[3; 1]$. C. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. D. $(-3; 1)$.

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $y = 3e^{-x} + 2017e^{\cos x}$.

- A. $y' = -3e^{-x} + 2017 \cdot \sin x \cdot e^{\cos x}$. B. $y' = -3e^{-x} - 2017 \cdot \sin x \cdot e^{\cos x}$.
C. $y' = 3e^{-x} - 2017 \cdot \sin x \cdot e^{\cos x}$. D. $y' = 3e^{-x} + 2017 \cdot \sin x \cdot e^{\cos x}$.

Câu 19. Cho bất phương trình $\log_4 x \cdot \log_2(4x) + \log_{\sqrt{2}}\left(\frac{x^3}{2}\right) > 0$. Nếu đặt $t = \log_2 x$, ta được bất phương trình nào sau đây.

- A. $t^2 + 14y - 4 > 0$. B. $t^2 + 11y - 3 > 0$. C. $t^2 + 14y - 2 > 0$. D. $t^2 + 11y - 2 > 0$.

Câu 20. Nghiệm của phương trình $3 - \log_2(5^x + 2) = 2 \log_{(5^x + 2)} 2$ là $\log_a b$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$). Giá trị ab là:

- A. 6. B. 10. C. 15. D. 14.

Câu 21. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_m(2x^2 + x + 3) \leq \log_m(3x^2 - x)$ với m là tham số thực dương khác 1. Biết $x = 1$ là một nghiệm của bất phương trình đã cho.

- A. $S = [-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$. B. $S = [-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 2\right]$.
C. $S = (-2; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$. D. $S = (-1; 0) \cup (1; 3]$.

Câu 22. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^2 f(x) dx = -2$, $\int_1^3 f(2x) dx = 10$. Tính $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

- A. $I = 8$. B. $I = 6$. C. $I = 4$. D. $I = 2$.

Câu 23. Cho biết hiệu giữa đường sinh và bán kính đáy của một hình nón là a , góc giữa đường sinh và mặt đáy là α . Tính diện tích mặt cầu nội tiếp hình nón.

- A. $S_{mc} = 3\pi a^2 \cot^2 \alpha$. B. $S_{mc} = 4\pi a^2 \cot^2 \alpha$. C. $S_{mc} = 2\pi a^2 \cot^2 \alpha$. D. $S_{mc} = \pi a^2 \cot^2 \alpha$.



Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. d vuông góc với (P) .
 B. d nằm trong (P) .
 C. d cắt và không vuông góc với (P) .
 D. d song song với (P) .

Câu 33. Cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 2z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 1 = 0$. Khoảng cách nhỏ nhất từ một điểm thuộc mặt phẳng (P) đến một điểm thuộc mặt cầu (S) là

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.
 B. $\sqrt{3}$.
 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
 D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (P) .

- A. $d = \frac{5}{9}$.
 B. $d = \frac{5}{29}$.
 C. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$.
 D. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 35. Gọi V là thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_1 là thể tích của tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

- A. $V = 6V_1$.
 B. $V = 4V_1$.
 C. $V = 3V_1$.
 D. $V = 2V_1$.

Câu 36. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, diện tích tam giác $A'BC$ bằng 3. Tính thể tích của khối lăng trụ.

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.
 B. $2\sqrt{5}$.
 C. $\sqrt{2}$.
 D. $3\sqrt{2}$.

Câu 37. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích của hình chóp $S.ABCD$ là $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là:

- A. 30° .
 B. 45° .
 C. 60° .
 D. 120° .

Câu 38. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $\frac{SB}{\sqrt{2}} = \frac{SC}{\sqrt{3}} = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3}{2}$.
 B. $\frac{a^3}{3}$.
 C. $\frac{a^3}{6}$.
 D. $\frac{a^3}{12}$.

Câu 39. Cho tam giác ABC với $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Độ dài phân giác trong của ΔABC kẻ từ đỉnh B là:

- A. $\frac{2\sqrt{74}}{5}$.
 B. $\frac{2\sqrt{74}}{3}$.
 C. $\frac{3\sqrt{73}}{3}$.
 D. $2\sqrt{30}$.

Câu 40. Tìm số các ước số dương không nhỏ hơn 1000 của số 490000?

- A. 4.
 B. 12.
 C. 16.
 D. 32.

Câu 41. Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật. Mỗi quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Trên bề mặt



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 4

Câu 1 Chọn D.

Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$ có $y' = x^2 - x + 3 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 2 Chọn D.

Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -1$ là phép đối xứng tâm O nên đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 9$ qua phép biến hình cũng chính là (C): $x^2 + y^2 = 9$.

Câu 3 Chọn C.

Ta có:

$$\int u(x)v'(x)dx + \int v(x)u'(x)dx = \int (u(x)v'(x) + v(x)u'(x))dx = \int (u(x)v(x))' dx = u(x)v(x) + C.$$

Câu 4 Chọn D.

Ta có: $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\tan x)^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) dx = \pi (\tan x - x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$

Câu 5 Chọn B.

Ta có: $x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$.

Vậy $S = \int_{-2}^0 |x^3 + x^2 - 2x| dx + \int_0^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \frac{37}{12}$.

Câu 6 Chọn C.

Lãi được tính theo công thức lãi kép, vì 8 tháng sau bạn An mới rút tiền.

Ta có công thức tính lãi:

$$58000000(1+x)^8 = 61329000 \Leftrightarrow (1+x)^8 = \frac{61329}{58000} \Leftrightarrow 1+x = \sqrt[8]{\frac{61329}{58000}}$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt[8]{\frac{61329}{58000}} - 1 \approx 0,007 = 0,7\%$$

Câu 7 Chọn C.

Khối lập phương là khối đa diện đều loại $\{4; 3\}$.



Câu 8 Chọn B.

Cách 1:

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2(x-1)^2(2x+6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = 0 \\ x = -3 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số đạt cực trị tại điểm $x = -3$.

Do y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua điểm $x = -3$ nên $x = -3$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Cách 2:

Ta có: $f''(x) = [2(x-1)^2(2x+6)]' = 4(x-1)(3x+5) \Rightarrow f''(-3) = 64 > 0$.

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -3$.

Chú ý ta có thể dùng máy tính bấm Shift \int nhập $\frac{d}{dx}(2(x-1)^2(2x+6))_{x=-3}$ để tính $f''(-3)$.

Câu 9 Chọn D.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4(m-1)x = 4x(x^2 - m + 1)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m - 1 \end{cases}$.

Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$ (*).

Khi đó tọa độ ba cực trị là:

$$\begin{cases} A(0; m^4 - 3m^2 + 2017) \\ B(-\sqrt{m-1}; m^4 - 4m^2 + 2m + 2016) \\ C(\sqrt{m-1}; m^4 - 4m^2 + 2m + 2016) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB = AC = \sqrt{m-1} + (m-1)^4 \\ BC = 2\sqrt{m-1} \end{cases}$$

Suy ra tam giác ABC cân tại A , gọi AH đường cao hạ từ đỉnh A ta có $AH = (m-1)^2$.

Suy ra $S_{ABC} = \frac{1}{2}AH \cdot BC = (m-1)^2 \sqrt{m-1} = 32 \Leftrightarrow (m-1)^5 = 1024 \Leftrightarrow m-1 = 4 \Leftrightarrow m = 5$.

Kết hợp điều kiện (*) $\Rightarrow m = 5$.

Câu 10 Chọn A.

Ta có: $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin (2; 4) \\ x = 3 \in (2; 4) \end{cases}$.

Tính các giá trị: $y(2) = 7$, $y(3) = 6$, $y(4) = \frac{19}{3}$.

Vậy $\max_{[2;4]} y = 7$.

Câu 11 Chọn D.

Ta có tiệm cận đứng $x = -\frac{3}{2}$ và tiệm cận ngang $y = 1$.

Tọa độ giao điểm của (C) và trục Ox : Với $y = 0 \Rightarrow \frac{2x-1}{2x+3} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.



Ta có khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng là $d_1 = 2$ và khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang là $d_2 = 1$

Vậy tích hai khoảng cách là $d_1 \cdot d_2 = 2 \cdot 1 = 2$.

Câu 12 Chọn D.

Để đường tiệm cận đứng là $x = 2$ thì $-\frac{b}{c} = 2 \Leftrightarrow b = -2c$.

Để đường tiệm cận ngang là $y = 1$ thì $\frac{a}{c} = 2 \Leftrightarrow a = c$.

Khi đó $y = \frac{cx + 2}{cx - 2c}$. Để đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2; 0)$ thì $c = 1$. Vậy ta có $a = 1; b = -2; c = 1$.

Câu 13 Chọn B.

Vì $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt nên hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị. Do đó loại hai phương án A và D.

Vì trên $(-\infty; 2)$ thì $f'(x)$ có thể nhận cả dấu âm và dương nên loại phương án C.

Vì trên $(1; 3)$ thì $f'(x)$ chỉ mang dấu dương nên $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

Câu 14 Chọn B.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 2 - 3m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2 - 3m$. Để phương trình $f(x) = 2 - 3m$ có bốn nghiệm phân biệt thì $3 < 2 - 3m < 5 \Leftrightarrow -1 < m < -\frac{1}{3}$.

Câu 15 Chọn A.

Đường thẳng $y = 6x + m$ là tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 3x - 1$ khi và chỉ khi hệ phương trình $\begin{cases} 6x + m = x^3 + 3x - 1 \\ 6 = 3x^2 + 3 \end{cases}$ có nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} 6 + m = 1 + 3 - 1 \\ x = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} -6 + m = -1 - 3 - 1 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 1 \end{cases}$.

Câu 16 Chọn B.

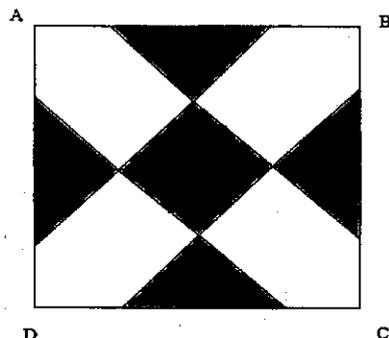
Đặt cạnh huyền của mỗi tam giác là x . Diện tích của hình vuông nhỏ ở giữa và bốn tam giác cân là:

$$f(x) = 4 \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{(4-x)^2}{2} = x^2 + \frac{(4-x)^2}{2} \geq \frac{16}{3}$$

Câu 17 Chọn C.

$$\text{Điều kiện: } x^2 + 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -3 \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.





Câu 18 Chọn B.

Ta có: $y' = -3e^{-x} - 2017 \cdot \sin x \cdot e^{\cos x}$.

Câu 19 Chọn A.

Với điều kiện $x > 0$ phương trình đã cho $\Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 x \cdot (\log_2 4 + \log_2 x) + 2 \log_2 \left(\frac{x^3}{2} \right) > 0$.

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 x \cdot (2 + \log_2 x) + 2(\log_2 x^3 - \log_2 2) > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 x (2 + \log_2 x) + 2(3 \log_2 x - 1) > 0.$$

Đặt $t = \log_2 x$, ta được phương trình $\frac{1}{2}t(2+t) + 2(3t-1) > 0 \Leftrightarrow t^2 + 14t - 4 > 0$.

Câu 20 Chọn B.

Đặt $t = \log_2(5^x + 2)$, $t > 1$ ta có phương trình trở thành: $3 - t = \frac{2}{t} \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 1 \end{cases}$.

Vì $t > 1$ nên phương trình có nghiệm

$$t = 2 \Leftrightarrow \log_2(5^x + 2) = 2 \Leftrightarrow 5^x + 2 = 4 \Leftrightarrow 5^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_5 2.$$

Câu 21 Chọn A.

Bất phương trình $\log_m(2x^2 + x + 3) \leq \log_m(3x^2 - x)$ có nghiệm $x = 1$ nên:

$$\log_m 6 \leq \log_m 2 \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 2x^2 + x + 3 > 0 \\ 3x^2 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty \right).$$

$$\text{BPT} \Leftrightarrow 2x^2 + x + 3 \geq 3x^2 - x \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 3]$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện } x \in [-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3 \right].$$

Câu 22 Chọn B.

$$+ \text{ Xét } \int_1^3 f(2x) dx.$$

$$\text{Đặt } t = 2x \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow \begin{cases} x=1, t=2 \\ x=3, t=6 \end{cases} \Rightarrow \int_1^3 f(2x) dx = \frac{1}{2} \int_2^6 f(t) dt = 10 \Rightarrow \int_2^6 f(x) dx = 20.$$

$$+ \text{ Xét } \int_0^2 f(3x) dx$$

$$\text{Đặt } t = 3x \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow \begin{cases} x=0, t=0 \\ x=2, t=6 \end{cases} \Rightarrow I = \frac{1}{3} \int_0^6 f(t) dt = \frac{1}{3} \left[\int_0^2 f(t) dt + \int_2^6 f(t) dt \right]$$

$$I = \frac{1}{3} \left[\int_0^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx \right] = \frac{1}{3} (-2 + 20) = 6.$$



Câu 23 ▶ Chọn B.

Theo giả thiết ta có: $SA - OA = a, \widehat{SAO} = \alpha$.

Gọi R là bán kính đáy hình nón, r là bán kính mặt cầu nội tiếp hình nón.

$$OA = AH = R;$$

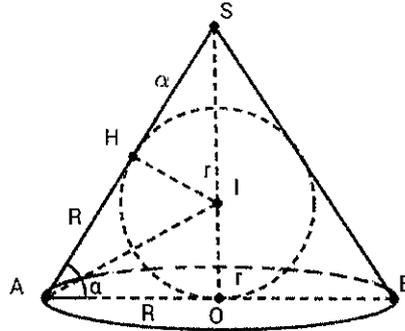
Khi đó: $IO = IH = r;$

$$SH = a.$$

Tam giác SHI vuông tại H có $\widehat{HSI} = \frac{\pi}{2} - \alpha$ nên:

$$r = SH \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = a \cdot \cot \alpha.$$

Diện tích mặt cầu nội tiếp hình nón: $S_{mc} = 4\pi r^2 = 4\pi a^2 \cot^2 \alpha$.



Câu 24 ▶ Chọn A.

Ta có: $V = BQ \cdot S_{ABCDE}$.

Trong đó $S_{ABCDE} = S_{ABCE} + S_{CDE} = S_{ABCE} + (S_{MCDE} - S_{MCE})$

$$= 6 \cdot 12\sqrt{3} + \left(\frac{\pi \cdot 12^2 \cdot 120}{360} - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 12\sqrt{3} \right) = 12(3\sqrt{3} + 4\pi).$$

Thể tích hộp chữ nhật là $V = 18 \cdot 12(3\sqrt{3} + 4\pi) = 216(3\sqrt{3} + 4\pi) \text{ cm}^3$.

Câu 25 ▶ Chọn C.

Ta có: $S_1 = 2\pi R \cdot R\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\pi R^2$.

$S_2 = \pi R \sqrt{3R^2 + R^2} = 2\pi R^2$. Vậy $k = \frac{S_1}{S_2} = \sqrt{3}$.

Câu 26 ▶ Chọn B.

Ta có: $2z^2 - 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i \\ z = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \end{cases}$. Do đó $z_0 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \Rightarrow iz_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

Câu 27 ▶ Chọn D.

Gọi $z = a + bi$, ta có $u = a^2 + b^2 + 4a - 4b + 6 + 2(a - b + 4)i$.

Vì u là một số thực nên $a - b + 4 = 0 \Leftrightarrow a = b - 4$.

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(b-4)^2 + b^2} = \sqrt{2b^2 - 8b + 16} = \sqrt{2(b^2 - 4b + 8)} = \sqrt{2((b-2)^2 + 4)}$$

$|z|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow 2((b-2)^2 + 4)$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow b - 2 = 0 \Leftrightarrow b = 2$.

Khi đó, $|z| = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.



Câu 28 Chọn B.

Ta có: $A(3;2), B(3;-2), C(-3;-2)$.

Trọng tâm của tam giác ABC là điểm $G\left(1;-\frac{2}{3}\right)$. Do đó, khẳng định B sai.

Câu 29 Chọn D.

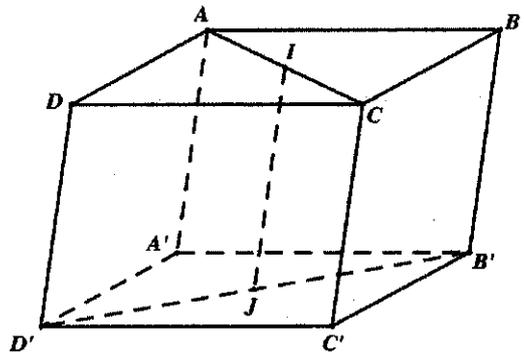
Gọi I là trung điểm của $AC \Rightarrow I\left(\frac{1}{2};2;\frac{1}{2}\right)$.

Gọi J là trung điểm của $B'D' \Rightarrow J\left(\frac{1}{2};3;\frac{5}{2}\right)$.

Ta có: $\vec{IJ} = (0;1;2)$.

$$\text{Ta có: } \vec{AA'} = \vec{IJ} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} + 3 = 0 \\ y_{A'} - 2 = 1 \\ z_{A'} - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = -3 \\ y_{A'} = 3 \\ z_{A'} = 3 \end{cases}$$

Vậy $A'(-3;3;3)$.



Câu 30 Chọn C.

$$\text{Phương trình tham số của } \Delta_2 \begin{cases} x = -4 + 3t' \\ y = -2 + 2t' \\ z = 4 - t' \end{cases}$$

Vectơ chỉ phương của Δ_1 và Δ_2 lần lượt là $\vec{u}_1 = (2;-1;4), \vec{u}_2 = (3;2;-1)$.

Do $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 0$ nên $\Delta_1 \perp \Delta_2$

$$\text{Xét hệ phương trình } \begin{cases} -3 + 2t = -4 + 3t' \\ 1 - t = -2 + 2t' \\ -1 + 4t = 4 - t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t - 3t' = -1 \\ t + 2t' = 3 \\ 4t + t' = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 1 \end{cases}$$

Vậy Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2 .

Câu 31 Chọn D.

$$\text{Ta có: } |x-2| = \begin{cases} x-2 \text{ khi } x \geq 2 \\ 2-x \text{ khi } x \leq 2 \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } I = \int_1^2 \frac{2|x-2|+1}{x} dx + \int_2^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx$$

$$= \int_1^2 \frac{2(2-x)+1}{x} dx + \int_2^5 \frac{2(x-2)+1}{x} dx = \int_1^2 \left(\frac{5}{x} - 2\right) dx + \int_2^5 \left(2 - \frac{3}{x}\right)$$

$$= (5 \ln|x| - 2x) \Big|_1^2 + (2x - 3 \ln|x|) \Big|_2^5 = 4 + 8 \ln 2 - 3 \ln 5.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow S = 5.$$



Câu 32 Chọn C.

Ta có: $\vec{u}_d = (1; -3; -1), \vec{n}_{(P)} = (3; -3; 2)$, điểm $A(-1; 0; 5)$ thuộc D .

Vì \vec{u}_d và $\vec{n}_{(P)}$ không cùng phương nên d không vuông góc với (P) .

Vì $\vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(P)} \neq 0$ nên d không song song với (P) .

Vì $A \in d$ nhưng không nằm trên (P) nên d không nằm trong (P) .

Do đó d cắt và không vuông góc với (P) .

Câu 33 Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 1; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{3}$. Gọi H là hình chiếu của I trên (P) và A là giao điểm của IH với (S) . Khoảng cách nhỏ nhất từ một điểm thuộc mặt phẳng (P) đến một điểm thuộc mặt cầu (S) là đoạn AH . $AH = d(I, (P)) - R = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 34 Chọn C.

$$d(A; (P)) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$$

Câu 35 Chọn A.

Ta có: $V = S_{ABCD} \cdot AA'$; $V_1 = \frac{1}{3} \cdot S_{ABD} \cdot AA'$.

Mà $S_{ABD} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \Rightarrow \frac{V}{V_1} = \frac{2 \cdot S_{ABD} \cdot AA'}{\frac{1}{3} S_{ABD} \cdot AA'} = 6$.

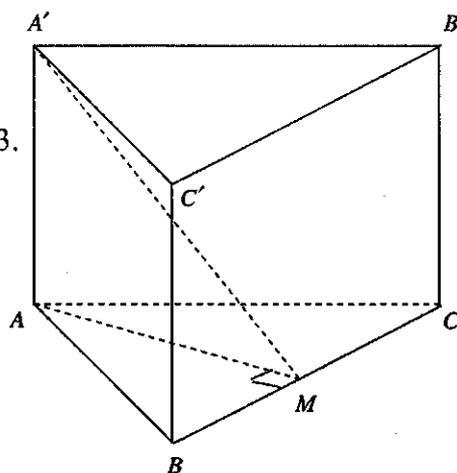
Câu 36 Chọn D.

Gọi M là trung điểm của BC . Vì $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow AC \perp A'M$

$$S_{\Delta A'BC} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M \cdot BC = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M \cdot 2 = 3 \Leftrightarrow A'M = 3.$$

$$AA' = \sqrt{AM^2 - A'M^2} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot A'A = \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{6} = 3\sqrt{2}.$$



Câu 37 Chọn C.

Gọi H là trung điểm AB .

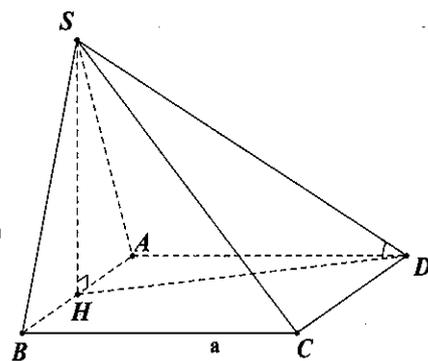
Ta có: $S_{ABCD} = a^2, V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot a^2 = \frac{a^3 \sqrt{15}}{6} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{15}}{2}$



$$HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$\widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{(SC, HC)} = \widehat{SCH}$$

$$\tan \widehat{SCH} = SH : CH = \frac{a\sqrt{15}}{2} : \frac{a\sqrt{5}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCH} = 60^\circ$$



Câu 38 ▶ Chọn B.

Đặt cạnh hình vuông là $x \Rightarrow AC = x\sqrt{2}$. Áp dụng định lý Pi-ta-go cho các tam giác vuông SAB và SAC ta có: $SA^2 = SB^2 - AB^2 = SC^2 - AC^2 \Leftrightarrow 2a^2 - x^2 = 3a^2 - 2x^2 \Leftrightarrow x = a$.

$$\text{Khi đó thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 39 ▶ Chọn B.

Gọi $D(a; b; c)$ là chân đường phân giác kẻ từ đỉnh B.

$$\text{Ta có: } \frac{BA}{BC} = \frac{AD}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \overline{AD} = -\frac{1}{2} \overline{CD} \Rightarrow \begin{cases} 2(a-1) = -a-4 \\ 2(b-2) = -b+7 \\ 2(c+1) = -c+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = \frac{11}{3} \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow BD = \frac{2\sqrt{74}}{3}.$$

Câu 40 ▶ Chọn C.

$$\text{Ta có: } 1000 = 10^3 = 2^3 \cdot 5^3 \text{ và } 490000 = 7^2 \cdot 10^4 = 2^4 \cdot 5^4 \cdot 7^2$$

Gọi u là một ước số dương của 490000 và $u \geq 1000$, ta có u có dạng: $u = 2^m \cdot 5^n \cdot 7^p$ trong đó m, n, p là các số nguyên, $3 \leq m \leq 4, 3 \leq n \leq 4, 0 \leq p \leq 2$.

Do đó: m có 2 cách chọn; n có 2 cách chọn; p có 3 cách chọn.

Vậy tất cả có $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ (ước số u).

Câu 41 ▶ Chọn A.

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz gắn với góc tường và các trục là các cạnh góc nhà. Do hai quả cầu đều tiếp xúc với các bức tường và nền nhà nên tương ứng tiếp xúc với ba mặt phẳng tọa độ, vậy tâm cầu sẽ có tọa độ là $I(a; a; a)$ với $a > 0$ và có bán kính $R = a$. Do tồn tại một điểm trên quả bóng có khoảng cách đến các bức tường và nền nhà lần lượt là 9, 10, 11 nên nói cách khác điểm $A(9; 10; 13)$ thuộc mặt cầu.

$$\text{Từ đó ta có phương trình: } (9-a)^2 + (10-a)^2 + (13-a)^2 = a^2.$$

Giải phương trình ta được nghiệm $a = 7$ hoặc $a = 25$.

Vậy có 2 mặt cầu thỏa mãn bài toán và tổng độ dài đường kính là $2(7+25) = 64$.



Câu 42 ▶ Chọn A.

Đặt hệ trục có gốc tọa độ tại điểm chính giữa của elip.

Phương trình đường tròn là $(x+5)^2 + y^2 = 9$, phương trình elip là $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm $9 - (x+5)^2 = 4\left(1 - \frac{x^2}{9}\right) \Leftrightarrow x = -9 + 3\sqrt{5} = A$.

Suy ra $S = 9\pi + 6\pi - 2\left(\int_{-3}^A \sqrt{4\left(1 - \frac{x^2}{9}\right)} dx + \int_A^{-2} \sqrt{9 - (x+5)^2} dx\right) = 45.36$.

Câu 43 ▶ Chọn B.

$$2 \cos^2 x + 2 \cos^2 2x + 2 \cos^2 3x - 3 = \cos 4x(2 \sin 2x + 1)$$

$$\Leftrightarrow (1 + \cos 2x) + (1 + \cos 4x) + (1 + \cos 6x) - 3 = 2 \cos 4x \sin 2x + \cos 4x$$

$$\Leftrightarrow \cos 6x + \cos 2x = 2 \cos 4x \sin 2x \Leftrightarrow 2 \cos 4x \cos 2x - 2 \cos 4x \sin 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos 4x(\cos 2x - \sin 2x) = 0 \Leftrightarrow (\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 2x - \sin^2 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 4x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\forall k \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4} \in (0; 2018) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4} < 2018 \Leftrightarrow -\frac{4}{8} < k < \left(2018 - \frac{\pi}{8}\right)\frac{4}{\pi} \Leftrightarrow -0.5 < k < 2565.39$$

nên có 2566 nghiệm.

Câu 44 ▶ Chọn D.

Ta có: $\cos b + \cos c = 2 \cos \frac{b+c}{2} \cdot \cos \frac{b-c}{2} \leq 2 \cos \frac{b+c}{2} = 2 \cos \frac{\pi-a}{2} = 2 \sin \frac{a}{2}$ do đó

$$P \leq 2 \sin \frac{a}{2} - 4 \sin^3 \frac{a}{2} = 2t - 4t^3 = f(t), \quad 0 < t = \sin \frac{a}{2} < 1.$$

Xét hàm ta tìm được $\max f(t) = f\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right) = \frac{4}{3\sqrt{6}}$ do đó đáp án C đúng.

Câu 45 ▶ Chọn A.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{1}{2017} > \frac{1}{2018} \\ \log_a \frac{1}{2017} < \log_a \frac{1}{2018} \end{cases} \Rightarrow 0 < a < 1.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{1}{2017} > \frac{1}{2018} \\ b^{\frac{1}{2017}} > b^{\frac{1}{2018}} \end{cases} \Rightarrow b > 1.$$

Vì $0 < a < 1, b > 1 \Rightarrow \log_a b < \log_a 1 = 0$. Mà $P = -(\log_a b + 1)^2 + \log_a b (\log_b 2 - 1)^2 + 3 \leq 3$



Câu 46 Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } u_{n-1} &= n^2(u_{n-1} - u_n) \Leftrightarrow u_n = \frac{n^2 - 1}{n^2} u_{n-1} = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) u_{n-1} = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \left(1 - \frac{1}{(n-1)^2}\right) u_{n-2} \\ &= \dots = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \left(1 - \frac{1}{(n-1)^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) u_1. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó: } u_n = \frac{(n-1)(n+1)(n-2)n(n-3)(n-1)\dots 4.2.3.1}{n^2 \cdot (n-1)^2 \cdot (n-2)^2 \dots 3^2 2^2} = \frac{n+1}{2n} \cdot 2018.$$

$$\text{Suy ra: } \lim u_n = \lim \left(\frac{n+1}{2n} \cdot 2018 \right) = 1004.$$

Câu 47 Chọn C.

Ta có:

$$a + b + c = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow a + b = \frac{\pi}{2} - c \Rightarrow \cot(a + b) = \cot\left(\frac{\pi}{2} - c\right) = \tan c \Rightarrow \frac{\cot a \cdot \cot b - 1}{\cot a + \cot b} = \frac{1}{\cot c}$$

$$a + b + c = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow a + b = \frac{\pi}{2} - c \Rightarrow \cot(a + b) = \cot\left(\frac{\pi}{2} - c\right) = \tan c \Rightarrow \frac{\cot a \cdot \cot b - 1}{\cot a + \cot b} = \frac{1}{\cot c}$$

$$\Leftrightarrow \cot a \cdot \cot b \cdot \cot c = \cot a + \cot b + \cot c \text{ mà } \cot a + \cot c = 2 \cot b.$$

$$\text{Do đó ta được } \cot a \cdot \cot b \cdot \cot c = 3 \cot b \Rightarrow \cot a \cdot \cot c = 3.$$

Câu 48 Chọn C.

Ta có: a, b, c là số hạng thứ m, n, p của một cấp số cộng và một cấp số nhân nên:

$$\begin{cases} a = u_1 + (m-1)d = a_1 q^{m-1} \\ b = u_1 + (n-1)d = a_1 q^{n-1} \\ c = u_1 + (p-1)d = a_1 q^{p-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = (m-n)d \\ b - c = (n-p)d \\ c - a = (p-m)d. \end{cases}$$

Do đó:

$$P = \log_2 a^{(b-c)} \cdot b^{(c-a)} \cdot c^{(a-b)} = \log_2 (a_1 q^{m-1})^{(n-p)d} (a_1 q^{n-1})^{(p-m)d} (a_1 q^{p-1})^{(m-n)d} = \log_2 a_1^0 \cdot q^0 = 0$$

Câu 49 Chọn A.

$$\text{Ta có: } (\sqrt{3} + \sqrt[4]{5})^{124} = \sum_{k=0}^{124} C_{124}^k (\sqrt{3})^{124-k} (\sqrt[4]{5})^k$$

Xét số hạng thứ $(k+1)$ là:

$$T_{k+1} = C_{124}^k (\sqrt{3})^{124-k} (\sqrt[4]{5})^k = C_{124}^k \cdot 3^{\frac{124-k}{2}} \cdot 5^{\frac{k}{4}}, k \leq 124.$$

T_{k+1} là số hữu tỉ $\Leftrightarrow \frac{124-k}{2}$ và $\frac{k}{4}$ là các số tự nhiên nghĩa là $124-k$ chia hết cho 2, k chia hết cho 4



$$\Rightarrow k = 4t \text{ với } 0 \leq k \leq 124 \text{ suy ra } 0 \leq 4t \leq 124 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 31, t \in \mathbb{N}.$$

Vậy có 32 giá trị của t tức là có 32 giá trị k thỏa mãn yêu cầu bài toán. Tóm lại trong khai triển

$(\sqrt{3} + \sqrt[4]{5})^{124}$ có 32 số hạng hữu tỉ.

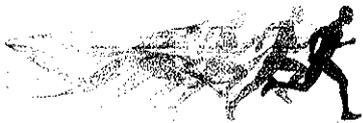
 **Câu 50** Chọn D.

Giả sử $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{24}$ là 24 đỉnh của hình H . Vì H là đa giác đều nên 24 đỉnh nằm trên 1 đường tròn tâm O .

$$\text{Góc } \widehat{A_i O A_{i+1}} = \frac{360^\circ}{24} = 15^\circ \text{ với } i = 1, 2, 3, \dots, 23, \text{ rõ ràng ta thấy}$$

$\widehat{A_1 O A_7} = \widehat{A_7 O A_{14}} = \widehat{A_{14} O A_{21}} = 90^\circ$, do đó $A_1 A_7 A_{14} A_{21}$ là một hình vuông, xoay hình vuông này 15° ta được hình vuông $A_2 A_8 A_{15} A_{22}$, cứ như vậy ta được 6 hình vuông.

$$\text{Vậy xác suất cần tính là } \frac{6}{C_{24}^4} = \frac{1}{1771}.$$



“ WHEREVER YOU GO,
GO WITH ALL YOUR HEART ”



Ghi nhớ hành trình luyện đề thi thành công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Số điểm thực tế	Số điểm kỳ vọng	Cảm xúc của bạn

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé!

Ngày:.....

Thi lần:.....

Số điểm đạt được:...../10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm từ những câu sai

.....

.....

.....

.....



Bài học và kiến thức rút ra từ đề thi này

*Mùa hè thì ngọt ngào, mưa thì dễ chịu, gió làm ta sáng
khoái, tuyết làm ta phấn chấn, không có thời tiết nào xấu cả,
chỉ có những thời tiết đẹp khác nhau mà thôi.*

“Điều tốt luôn đến từ điều xấu”





ĐỀ SỐ 5	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC
Đề thi gồm 07 trang *****	Môn: Toán Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy , phép đối xứng tâm O biến điểm $M(2; -3)$ thành điểm nào sau đây?

- A. $M'(2; 3)$ B. $M'(-2; 3)$ C. $M'(2; -3)$ D. $M'(3; -2)$

Câu 2. Cho hàm số $y = (\sin x)^{\sqrt{\cos x}}$ ta có:

- A. $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{-\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln 2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{2}} \ln 2 \right)$ B. $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{-\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln 2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln 2 \right)$
 C. $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln 2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{2}} \ln 2 \right)$ D. $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln 2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln 2 \right)$

Câu 3. Biển số xe ở thành phố X có cấu tạo như sau:

Phần đầu là hai chữ cái trong bảng chữ cái tiếng Anh (có 26 chữ cái).

Phần đuôi là 5 chữ số lấy từ $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$. Ví dụ: HA 135.67.

Hỏi có thể tạo được bao nhiêu biển số xe theo cấu tạo như trên?

- A. $26^2 \cdot 10^4$ B. $26 \cdot 10^5$ C. $26^2 \cdot 10^5$ D. $26^2 \cdot 10^2$

Câu 4. Giải phương trình $\sin^2 x + \sin^2 3x + \sin^2 5x = \frac{3}{2}$.

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{6} \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{6} \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$
 C. $\begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{6} \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 5. Tìm chu kỳ của hàm số $y = \sqrt[3]{\sin x}$.

- A. $T = \pi$. B. $T = 2\pi$. C. $T = \frac{\pi}{2}$ D. $T = \frac{2\pi}{3}$

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - m^2 + 2m + 1}{x - m}$. Tìm tập hợp các tham số m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định của nó?

- A. $m < -\frac{1}{3}$. B. $m \leq -\frac{1}{2}$. C. $m < -1$. D. $m < -\frac{1}{4}$.

Câu 7. Biết rằng một hình đa diện H có 6 mặt là 6 tam giác đều. hãy chỉ ra mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Không tồn tại hình H nào có mặt phẳng đối xứng.



- B. Có tồn tại một hình H có đúng 4 mặt phẳng đối xứng.
- C. Không tồn tại hình H nào có đúng 5 đỉnh.
- D. Có tồn tại một hình H có hai tâm đối xứng phân biệt.

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + m$, điểm $A(1;3)$ và hai điểm cực đại, cực tiểu thẳng hàng ứng với giá trị của tham số m bằng:

- A. $m = \frac{5}{2}$.
- B. $m = 2$.
- C. $m = \frac{1}{2}$.
- D. $m = 3$.

Câu 9. Cho hàm số $y = x^3 + 3(x+m)(mx-1) + m^3 + 2$. Khi hàm số có cực trị, giá trị của $y_{CD}^3 + y_{CT}^3$ bằng

- A. $20\sqrt{5}$.
- B. 64.
- C. 50.
- D. $30\sqrt{2}$.

Câu 10. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{64-x}$ bằng:

- A. $\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{61}$.
- B. $1 + \sqrt[3]{65}$.
- C. 2.
- D. $2\sqrt[3]{32}$.

Câu 11. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-6}{x^2-1} + 2017$ có mấy đường tiệm cận:

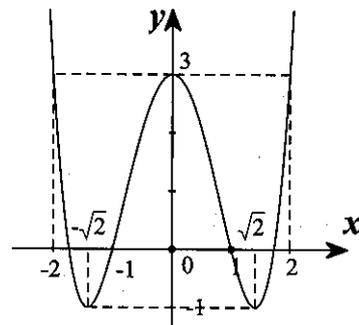
- A. Không.
- B. Một.
- C. Hai.
- D. BA.

Câu 12. Hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)

có đồ thị như hình vẽ sau:

Hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào trong bốn hàm số sau:

- A. $y = (x^2 + 2)^2 - 1$.
- B. $y = (x^2 - 2)^2 - 1$.
- C. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.
- D. $y = -x^4 + 4x^2 + 3$.



Câu 13. Cho tích phân $I = \int_0^a 7^{x-1} \cdot \ln 7 dx = \frac{7^{2a} - 13}{42}$. Khi đó, giá trị của a bằng:

- A. $a = 1$.
- B. $a = 2$.
- C. $a = 3$.
- D. $a = 4$.

Câu 14. Xác định a để đường thẳng $y = -2x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2ax^2 - x + 1$ tại ba điểm phân biệt:

- A. $a > 2$.
- B. $|a| > 1$.
- C. $|a| > \sqrt{2}$.
- D. $a > -2$ và $a \neq 0$.

Câu 15. Cho hình phẳng (H) định bởi $\begin{cases} f(x) = \ln(2x-1)(C) \\ O_x \\ x = e \end{cases}$ quay một vòng quanh O_x . Tính thể

tích vật thể tròn xoay sinh bởi (H).

- A. $V = \pi(2e-1) \left[\frac{1}{2} \ln^2(2e-1) - \ln(2e-1) \right]$.



B. $V = \pi(2e-1) \left[\frac{1}{2} \ln^2(2e-1) - \ln(2e-1) + 1 \right] - \pi.$

C. $V = \pi(2e-1) \left[\frac{1}{2} \ln^2(2e-1) - \ln(2e-1) + 1 \right].$

D. Kết quả khác.

Câu 16. Nguyên hàm $\int \frac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}} dx$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x} + C.$

B. $x\sqrt{1+x^2} + C.$

C. $x^2\sqrt{1+x^2} + C.$

D. $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} + C.$

Câu 17. Giá trị của $A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64$ bằng:

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 3.

Câu 18. Tìm tập xác định của hàm số $y = \ln(1 - \sqrt{x+1})$ là:

A. $[-1; 0].$

B. $[-1; +\infty).$

C. $(-1; 0).$

D. $[-1; 0).$

Câu 19. Nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{5}+2)^{x-1} \geq (\sqrt{5}-2)^{\frac{x-1}{x+1}}$ là:

A. $-2 \leq x < -1$ hoặc $x \geq 1.$

B. $x \geq 1.$

C. $-2 < x < -1$

D. $-3 \leq x < -1$

Câu 20. Giả sử $(x; y)$ là hai số thỏa mãn $x^{2y^2-1} = 5, x^{y^2+2} = 125$ thì giá trị $x^2 + y^2$ bằng:

A. 26.

B. 30.

C. 20.

D. 25.

Câu 21. Phương trình $\log_4 \frac{x^2}{4} - 2 \log_4 (2x)^4 + m^2 = 0$ có một nghiệm $x = -2$ thì giá trị của m là:

A. $m = \pm 6.$

B. $m = \pm \sqrt{6}.$

C. $m = \pm 8.$

D. $m = \pm 2\sqrt{2}.$

Câu 22. Cho một khối lập phương biết rằng khi tăng độ dài cạnh của khối lập phương thêm 2cm thì thể tích của nó tăng thêm $152cm^3$. Hỏi cạnh của khối lập phương đã cho bằng:

A. 5cm.

B. 6cm.

C. 4cm.

D. 3cm.

Câu 23. Cho hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ lần lượt chứa trong hai mặt phẳng phân biệt $(P), (Q)$. $(C_1), (C_2)$ có hai điểm chung A, B. Hỏi có bao nhiêu mặt cầu có thể đi qua $(C_1), (C_2)$?

A. Có đúng 2 mặt cầu phân biệt.

B. Có duy nhất 1 mặt cầu.

C. Có 2 hoặc 3 mặt cầu phân biệt tùy thuộc vào vị trí của $(P), (Q)$.

D. Không có mặt cầu nào.

Câu 24. Biết số nguyên tố \overline{abc} có các chữ số theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị $a^2 + b^2 + c^2$ là:

A. 20.

B. 21.

C. 15.

D. 17.

Câu 25. Một hình nón có bán kính đáy bằng $5a$, độ dài đường sinh bằng $13a$. Tính độ dài đường cao h của hình nón:

A. $h = 7a\sqrt{6}.$

B. $h = 12a.$

C. $h = 17a.$

D. $h = 8a.$



Câu 26. Giá trị của biểu thức $z = (1 + i\sqrt{7 - 4\sqrt{3}})^{24}$ bằng:

- A. $\frac{2^{24}}{(2 + \sqrt{3})^{12}}$ B. $\frac{2^{24}}{(2 - \sqrt{3})^{12}}$ C. $\frac{2^{26}}{(2 + \sqrt{3})^{12}}$ D. $\frac{2^{26}}{(2 - \sqrt{3})^{12}}$

Câu 27. Trong các số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| + |z + 2 - 3i| = \sqrt{10}$. Mô đun nhỏ nhất của số phức z là:

- A. $\frac{9\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ C. $\frac{7\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

Câu 28. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 + 2i$ và B là điểm biểu diễn của số phức z' với $z' = -3 - 2i$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành.
 B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung.
 C. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O .
 D. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho vectơ $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$. Tìm tọa độ của điểm A

- A. $A(3; 5; -2)$, B. $A(-3; -17; 2)$. C. $A(3; 17; -2)$. D. $A(3; -2; 5)$,

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x + 3y + z + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. d vuông góc với (P) . B. d nằm trong (P) .
 C. d cắt và không vuông góc với (P) . D. d song song với (P) .

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 4)^2 = 10$ và mặt phẳng $(P): -2x + y + \sqrt{5}z + 9 = 0$. Gọi (Q) là tiếp diện của (S) tại $M(5; 0; 4)$. Tính góc giữa (P) và (Q) .

- A. 60° . B. 120° . C. 30° . D. 45° .

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 5 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- A. $M(-1; 0; 4)$. B. $M(1; 0; -4)$. C. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{5}{3}; \frac{17}{3}\right)$. D. $M(-5; -2; 2)$.

Câu 33. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 4 = 0$, $(\beta): x + 2y - 2z + 4 = 0$ và hai điểm $M(-2; 5; -1)$, $N(6; 1; 7)$. Tìm điểm I trên giao tuyến hai mặt phẳng (α) , (β) sao cho $|\overline{IM} + \overline{IN}|$ nhỏ nhất.

- A. $I\left(\frac{62}{29}; \frac{35}{29}; \frac{124}{29}\right)$ B. $I(2; 3; 3)$ C. $I(0; -2; 0)$ D. Điểm khác.



Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 4)$ và đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$
 Tìm điểm H thuộc Δ sao cho MH nhỏ nhất.

- A. $H(2; 3; 3)$. B. $H(3; 4; 5)$. C. $H(1; 2; 1)$. D. $H(0; 1; -1)$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh bằng a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SA = SB = SC$, $SD = 2a$. Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với SB tại K . Mặt phẳng (P) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích V_1, V_2 trong đó V_1 là thể tích khối đa diện chứa đỉnh S . Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. 11. B. 7. C. 9. D. 4.

Câu 36. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C')$, (ABC) bằng 60° và hình chiếu A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm H của đoạn $A'B'$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AHB'C'$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{86}}{2}$. B. $R = \frac{a\sqrt{82}}{6}$. C. $R = \frac{a\sqrt{68}}{2}$. D. $R = \frac{a\sqrt{62}}{8}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $BD = 2a$, ΔSAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAD) là:

- A. $\frac{a\sqrt{30}}{5}$. B. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$. C. $2a$. D. $a\sqrt{3}$.

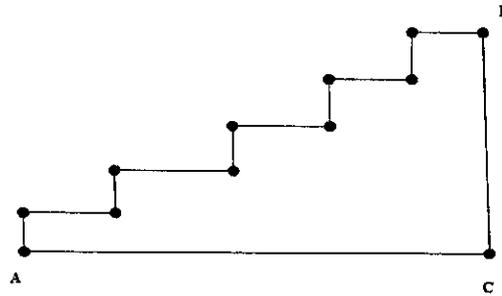
Câu 38. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy $4\sqrt{3}$ (m). Biết mặt phẳng $(D'BC)$ hợp với đáy một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ là:

- A. $478m^3$. B. $648m^3$. C. $325m^3$. D. $576m^3$.

Câu 39. Cho hai số thực không âm $x, y \leq 1$. Biết $P = \ln(1+x^2)(1+y^2) + \frac{8}{17}(x+y)^2$ có giá trị nhỏ nhất là $-\frac{a}{b} + 2\ln\frac{c}{d}$ trong đó a, b, c, d là số tự nhiên thỏa mã ước chung của $(a, b) = (c, d) = 1$
 Giá trị của $a+b+c+d$ là:

- A. 406. B. 56. C. 39. D. 405.

Câu 40. Người ta cần xây một cầu thang từ vị trí A đến vị trí B (hình dưới). Khoảng cách AC bằng 4.5 mét, khoảng cách CB bằng 1.5 mét. Chiều cao mỗi bậc thang là 30cm, chiều rộng là bội của 50cm. Có bao nhiêu cách xây cầu thang thỏa mãn yêu cầu trên?

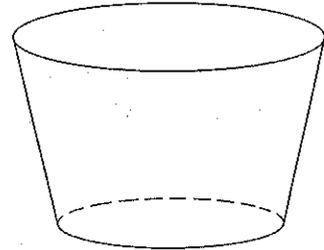


- A. 252. B. 70. C. 120. D. 210.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ thoả mãn $f'(x) = (x+1)e^x$ và $\int f(x)dx = (ax+b)e^x + c$, với a, b, c là các hằng số. Khi đó:

- A. $a+b=0$. B. $a+b=3$. C. $a+b=2$. D. $a+b=1$.

Câu 42. Một vật thể có hai đáy trong đó đáy lớn là một elip có độ dài trục lớn là 8, trục bé là 4 và đáy bé có độ dài trục lớn là 4, trục bé là 2. Thiết diện vuông góc với trục của elip luôn là một elip. Biết chiều cao của vật thể là 4, tính thể tích của vật thể này.



- A. $\frac{55}{3}\pi$. B. $\frac{56}{3}\pi$.
C. $\frac{57}{3}\pi$. D. $\frac{58}{3}\pi$.

Câu 43. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2}$. Điểm trên đồ thị mà tiếp tuyến tại đó lập với đường tiệm cận đứng và đường thẳng $y = x + 3$ một tam giác có chu vi nhỏ nhất thì có hoành độ bằng:

- A. $2 \pm \sqrt[4]{10}$. B. $2 \pm \sqrt[4]{6}$. C. $2 \pm \sqrt[4]{12}$. D. $2 \pm \sqrt[4]{8}$.

Câu 44. Cho đồ thị hàm số $y = 1 + \cos x$ (C) và $y = 1 + \cos(x - \alpha)$ (C') trên $[0; \pi]$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính α biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (C') và đường $x = 0$ thì bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C') và đường $y = 1, x = \pi$. Ta được kết quả nào sau đây

- A. $\alpha = \frac{\pi}{6}$ B. $\alpha = \frac{\pi}{4}$ C. $\alpha = \frac{\pi}{3}$ D. $\alpha = \frac{\pi}{12}$

Câu 45. Với $a, b > 0$ thoả mãn điều kiện $a + b + ab = 1$, giá trị nhỏ nhất của $P = a^4 + b^4$ là $x(\sqrt{x} - y)^4$ ($x, y \in \mathbb{N}$). Giá trị của $x + y$ là:

- A. 3. B. 5. C. 7. D. 9.

Câu 46. Cho dãy số (u_n) thoả mãn $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = 3 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n + 1 \end{cases}$ ($n \in \mathbb{N}^*$). Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{n^2 + 1}$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.



Câu 47. Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của $x + y$ là bao nhiêu biết

$$P = \log_2(a^2 + ab + 2b^2 + bc + c^2) = x \log_2(a^2 + ac + c^2) + y \quad (x, y \in \mathbb{N}).$$

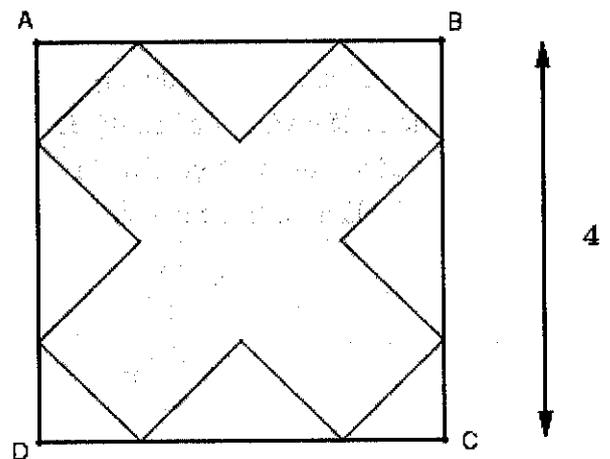
- A. 0. B. 1. C. -1. D. 2.

Câu 48. Cho hình nón có chiều cao h , đường tròn đáy có bán kính R . Một mặt phẳng (P) di động song song với đáy hình nón cắt hình nón theo đường tròn giao tuyến (L) . Dụng hình trụ có một đáy là đường tròn (L) , một đáy nằm trên đáy hình nón có trục là trục của hình nón. Gọi x là chiều cao hình trụ, giá trị của x để khối trụ có thể tích lớn nhất.

- A. $x = \frac{h}{2}$. B. $x = \frac{h}{3}$. C. $x = \frac{h}{4}$. D. $x = h$.

Câu 49. Từ một hình vuông người ta cắt các tam giác vuông vắn tạo ra hình bôi đậm như hình vẽ. Sau đó họ gập lại thành một hình hộp chữ nhật không nắp. Tính diện tích lớn nhất của hình hộp này?

- A. $\frac{30}{3}$. B. $\frac{34}{3}$.
C. $\frac{32}{3}$. D. 16.



Câu 50. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển của $f(x) = (2 - x + 3x^2)^n$. Biết $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 29$ (C_n^k là số tổ hợp chập k của n).

- A. $a_7 = -38052$. B. $a_7 = -38053$. C. $a_7 = -53173$. D. $a_7 = -53172$.



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 5

Câu 1 Chọn B.

Áp dụng công thức $\begin{cases} x' = 2x_0 - x \\ y' = 2y_0 - y \end{cases}$ ta tính ra được $M'(-2; 3)$.

Câu 2 Chọn A.

Bấm Shift \int nhập $\frac{d}{dx} \left((\sin x)^{\sqrt{\cos x}} \right)_{x=\frac{\pi}{4}}$ trừ cho từng đáp án, xem cái nào bằng 0 thì chọn.

Câu 3 Chọn C.

Để tạo một biển số xe ta thực hiện các bước:

+ Chọn hai chữ cái cho phần đầu có 26^2 (mỗi chữ có 26 cách chọn).

+ Chọn 5 chữ số cho phần đuôi có 10^5 (mỗi chữ số có 10 cách chọn).

Vậy có thể tạo được $26^2 \cdot 10^5$ biển số xe.

Câu 4 Chọn B.

$$\sin^2 x + \sin^2 3x + \sin^2 5x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 1 - \cos 2x + 1 - \cos 6x + 1 - \cos 10x = 3$$

$$\Leftrightarrow \cos 10x + \cos 2x + \cos 6x = 0 \Leftrightarrow 2 \cos 6x \cos 4x + \cos 6x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 6x(2 \cos 4x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 6x = 0 \\ \cos 4x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{6} \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 5 Chọn B.

$y = \sqrt[3]{\sin x}$ tuần hoàn với cùng chu kỳ của hàm số $y = \sin x$ là $T = 2\pi$.

Câu 6 Chọn B.

TXĐ: $D \in \mathbb{R} \setminus \{m\}$

$$\text{Ta có } y' = \frac{x^2 - 2m + m^2 - 2m - 1}{(x - m)^2}$$

Để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định thì $y' \geq 0; \forall x \in D$.

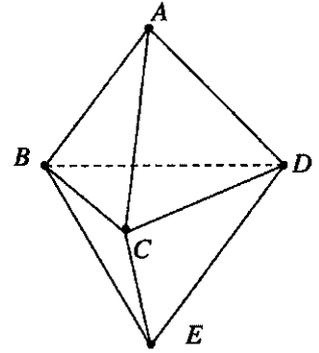
$\Leftrightarrow x^2 - 2m + m^2 - 2m - 1 > 0; \forall x \neq m$ (dấu bằng chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm trên D)

$$\text{ĐK } \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - (m^2 - 2m - 1) \leq 0 \Leftrightarrow 2m + 1 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{2}$$



Câu 7 Chọn B.

Luôn tồn tại hình đa diện H có 4 mặt phẳng đối xứng và có đúng 5 đỉnh, H không có tâm đối xứng.



Câu 8 Chọn A.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + m$. Hàm số có hai cực trị

$$\Leftrightarrow \Delta' = 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3.$$

$$\text{Lại có } y = \frac{1}{3}(x-1)(3x^2 - 6x + m) + \left(\frac{2m}{3} - 2\right)x + \frac{4m}{3} = \frac{1}{3}(x-1)y' + \left(\frac{2m}{3} - 2\right)x + \frac{4m}{3}.$$

Suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$$d: y = \left(\frac{2m}{3} - 2\right)x + \frac{4m}{3}.$$

$$\text{Để } A(1;3) \in d \text{ thì } 3 = \left(\frac{2m}{3} - 2\right) \cdot 1 + \frac{4m}{3} \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}. \text{ (thoả mãn điều kiện)}$$

Câu 9 Chọn B.

Ta có: $y = x^3 + 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + m^3 - 3m + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6mx + 3m^2 - 3$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6mx + 3m^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -m + 1 \Rightarrow y(-m + 1) = 0 \\ x = -m - 1 \Rightarrow y(-m - 1) = 4 \end{cases}$$

Do đó $y_{CB}^3 + y_{CT}^3 = 64$.

Câu 10 Chọn C.

TXĐ: $D = [0; 64]$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{1}{6\sqrt{x^5}} - \frac{1}{6\sqrt{(64-x)^5}} = \frac{\sqrt[5]{(64-x)^5} - \sqrt[5]{x^5}}{6\sqrt{x^5(64-x)^5}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 32 \in [0; 64]$$

Bảng biến thiên.

x	0	32	64		
y'		+	0	-	
y	2	$2\sqrt[5]{32}$	2		

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2 khi $\begin{cases} x = 64 \\ x = 0 \end{cases}$.

Câu 11 Chọn D.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-6}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{6}{x}}{1 - \frac{1}{x^2}} = 0$$



Suy ra đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang.

Kết hợp với mẫu số bằng 0 khi $x = \pm 1$ nên $x = \pm 1$ là hai tiệm cận đứng ta suy ra đồ thị hàm số có ba tiệm cận.

Câu 12 Chọn B.

Hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ qua các điểm $(0; 3), (1; 0), (2; 3)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} a \cdot 0^4 + b \cdot 0^2 + c = 3 \\ a \cdot 1^4 + b \cdot 1^2 + c = 0 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a + b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases}$$

Khai triển hàm số $y = (x^2 - 2)^2 - 1 = x^4 - 4x^2 + 3$ chính là hàm số cần tìm.

Câu 13 Chọn A.

Điều kiện: $a \geq 0$.

$$\text{Ta có } I = \int_0^a 7^{x-1} \cdot \ln 7 dx = \ln 7 \int_0^a 7^{x-1} d(x-1) = \ln 7 \cdot \left. \frac{7^{x-1}}{\ln 7} \right|_0^a = 7^{x-1} \Big|_0^a = 7^{a-1} - \frac{1}{7} = \frac{1}{7}(7^a - 1)$$

Theo giả thiết ta có:

$$\frac{1}{7}(7^a - 1) = \frac{7^{2a} - 13}{42} \Leftrightarrow 6(7^a - 1) = 7^{2a} - 13 \Leftrightarrow 7^{2a} - 6 \cdot 7^a - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 7^a = -1 \\ 7^a = 7 \end{cases} (l) \Leftrightarrow a = 1$$

Câu 14 Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và đồ thị hàm số là:

$$x^3 + 2ax^2 - x + 1 = -2x + 1 \Leftrightarrow x^3 + 2ax^2 + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 2ax + 1 = 0 (*) \end{cases}$$

Đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt

\Leftrightarrow Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = a^2 - 1 > 0 \\ 0^2 + 2a \cdot 0 + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow a^2 > 1 \Leftrightarrow |a| > 1$$

Câu 15 Chọn B.

(C) cắt Ox tại điểm $x = 1$

Do đó $V = \pi \int_1^e \ln^2(2x-1) dx$ bấm máy thấy đáp án B đúng.

Câu 16 Chọn B.

Ta lấy từng đáp án đạo hàm để xem thử.



$$\text{Xét A có } \left(\frac{\sqrt{1+x^2}}{x} + C \right) = \frac{\frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}} - \sqrt{1+x^2}}{x^2} = \frac{-1}{x^2 \sqrt{1+x^2}} \Rightarrow \text{loại A}$$

$$\text{Xét B có } \left(x\sqrt{1+x^2} + C \right) = \sqrt{1+x^2} + \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{2x^2+1}{\sqrt{1+x^2}} \Rightarrow \text{chọn B}$$

Câu 17 Chọn C.

Áp dụng công thức đổi cơ số, ta có:

$$A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64 = \log_2 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64 = \log_2 64 = \log_2 2^6 = 6.$$

Câu 18 Chọn D.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 1 - \sqrt{x+1} > 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} < 1 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x \geq -1 \end{cases} \Rightarrow D = [-1; 0).$$

Câu 19 Chọn A.

Điều kiện $x \neq -1$.

$$\text{Ta có: } \sqrt{5} - 2 = \frac{1}{\sqrt{5} + 2} = (\sqrt{5} + 2)^{-1}.$$

$$(\sqrt{5} + 2)^{x-1} \geq (\sqrt{5} - 2)^{\frac{x-1}{x+1}} \Leftrightarrow x-1 \geq \frac{1-x}{x+1} \Leftrightarrow \frac{x^2+x-2}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-2; -1) \cup [1; +\infty).$$

Câu 20 Chọn A.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Nhận xét: do $x^{2y^2-1} = 5$ nên $x \neq 1$

$$\begin{cases} x^{2y^2-1} = 5 \\ x^{y^2+2} = 125 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^{2y^2-1} = 5 \\ x^{y^2+2} = x^{6y^2-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^{2y^2-1} = 5 \\ y^2 + 2 = 6y^2 - 3 \text{ (do } x \neq 1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = 26.$$

Câu 21 Chọn D.

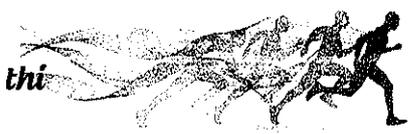
Thay $x = -2$ vào phương trình ta được:

$$\log_4 1 - 2 \log_4 4^4 + m^2 = 0 \Leftrightarrow -8 + m^2 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2\sqrt{2}$$

Câu 22 Chọn C.

Gọi a (cm) là độ dài cạnh của khối lập phương, với $a > 0$.

Khi đó thể tích của nó là $V = a^3$ (cm³).

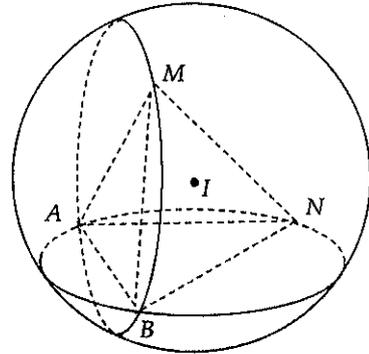


Sau khi tăng độ dài cạnh thêm 2cm, thì thể tích mới là: $V' = (a+2)^3 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Từ giả thiết, ta có $V' - V = 152 \Leftrightarrow (a+2)^3 - a^3 = 152 \Leftrightarrow 6a^2 + 12a - 144 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6(L) \\ a = 4(tm) \end{cases}$

Câu 23 Chọn B.

Trên đường tròn $(C_1), (C_2)$ lần lượt lấy M, N sao cho hai điểm này không trùng với A, B . Khi đó 4 điểm A, B, M, N không đồng phẳng nên tạo thành tứ diện $ABMN$. Mặt cầu (S) đi qua (C_1) và (C_2) khi đó mặt (S) đi qua A, B, M, N . Do đó có duy nhất 1 mặt cầu.



Câu 24 Chọn B.

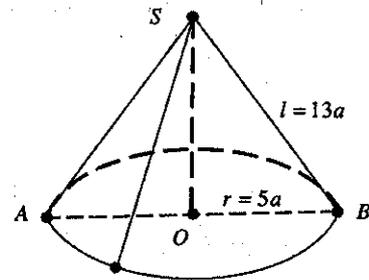
Số đó là 421 đây là số nguyên tố (chỉ chia hết cho 1 và chính nó), ta thấy 4, 2, 1 theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{2}$. Do đó $a^2 + b^2 + c^2 = 21$.

Câu 25 Chọn B.

Xét hình nón như hình vẽ.

Ta có tam giác SOB vuông nên:

$$h = SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{169a^2 - 25a^2} = 12a.$$



Câu 26 Chọn A.

Từ các đáp án suy ra z là 1 số thực dương suy ra $z = |z| = \left| \left(1 + i\sqrt{7-4\sqrt{3}} \right)^{24} \right|$

$$z = \left| \left(1 + i\sqrt{7-4\sqrt{3}} \right)^{24} \right| = \left(2\sqrt{2-\sqrt{3}} \right)^{24} = \frac{2^{24}}{(2+\sqrt{3})^{12}}.$$

Câu 27 Chọn C.

Trong mặt phẳng (Oxy) , xét $M(x;y)$ biểu diễn cho z , $A(1;2)$, $B(-2;3)$.

$$\text{Do } |z - 1 - 2i| + |z + 2 - 3i| = \sqrt{10} \Leftrightarrow MA + MB = \sqrt{10} = AB$$

Suy ra điểm M nằm trên đoạn AB .

Bài toán trở thành tìm điểm M thuộc đoạn AB sao cho khoảng cách từ M đến O đạt GTNN.

Hiển nhiên điểm M cần tìm là hình chiếu của O trên đoạn AB

Học sinh tìm hình chiếu của O trên đoạn AB là $M\left(\frac{7}{10}; \frac{21}{10}\right)$

$$\text{Vậy số phức cần tìm là } z = \frac{7}{10} + \frac{21}{10}i \Rightarrow |z| = \frac{7\sqrt{10}}{10}.$$



Câu 28 Chọn B.

A là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 + 2i \Rightarrow A(3;2)$.

$$\bar{z} = -3 - 2i \Rightarrow z' = -3 + 2i \Rightarrow B(-3;2)$$

Suy ra A và B đối xứng nhau qua trục tung.

Câu 29 Chọn B.

$$\overline{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j} \Leftrightarrow \overline{AO} = 3\vec{i} - 2\vec{k} + 17\vec{j} \Leftrightarrow \overline{OA} = -3\vec{i} - 17\vec{j} + 2\vec{k} \Leftrightarrow A(-3; -17; 2)$$

Câu 30 Chọn D.

Ta có $\vec{u}_d = (1; -1; 2), \vec{n}_{(P)} = (1; 3; 1)$

$$\text{Ta có } \vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(P)} = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} d // (P) \\ d \subset (P) \end{cases} (1).$$

Mặt khác: Lấy $A(1; 2; 1) \in d$ thay vào phương trình mặt phẳng (P) thấy không thỏa mãn (2)

Từ (1) và (2) có $d // (P)$

Câu 31 Chọn A.

Mặt phẳng (P) có VTPT là $\vec{n}_{(P)} = (-2; 1; \sqrt{5})$

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 4), R = \sqrt{10}$. Suy ra (Q) nhận $\overline{IM} = (3; 1; 0)$ làm VTPT.

$$\text{Suy ra góc giữa } (P) \text{ và } (Q) \text{ và: } \cos(\widehat{(P), (Q)}) = \cos \alpha = \frac{|\overline{IM} \cdot \vec{n}_P|}{|\overline{IM}| \cdot |\vec{n}_P|} = \frac{|-6 + 1|}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

Câu 32 Chọn A.

Xét hệ.

$$\begin{cases} \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1} \\ x+2y-z+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} \\ \frac{x+3}{2} = \frac{z-3}{1} \\ x+2y-z+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-1 \\ x-2y-z=-5 \\ x+2y-z=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y= \\ z=4 \end{cases} \Rightarrow M(-1, \quad, 4)$$

Câu 33 Chọn A.

Pháp vectơ của $(\alpha): \vec{n}_\alpha = (1; -2; 1)$, của $(\beta): \vec{n}_\beta = (1; 2; -2) \Rightarrow$ vectơ chỉ phương của $(\alpha) \cap (\beta)$

$$\text{là } \vec{u} = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (2; 3; 4)$$

Một điểm trên giao tuyến là $K(0; -2; 0)$.

$$\text{Phương trình tham số của } (\alpha) \cap (\beta): \begin{cases} x = 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 4t \end{cases}$$



Gọi I là trung điểm của MN , ta có $I(2;3;3)$

$\overline{AM} + \overline{AN} = 2\overline{AI} \Rightarrow |\overline{AM} + \overline{AN}| = 2AI$. Vậy $|\overline{AM} + \overline{AN}|$ nhỏ nhất khi AI nhỏ nhất

Mà $A \in (\alpha) \cap (\beta)$ nên AI nhỏ nhất khi $AI \perp (\alpha) \cap (\beta)$.

$A \in (\alpha) \cap (\beta) \Rightarrow A(2t; -2+3t; 4t) \Rightarrow \overline{IA} = (2t-2; 3t-5; 4t-3)$

Vậy $\overline{IA} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-2) + 3(3t-5) + 4(4t-3) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{31}{29} \Rightarrow A\left(\frac{62}{29}; \frac{35}{29}; \frac{124}{29}\right)$

Câu 34 Chọn A.

$H \in \Delta \Rightarrow H(1+t; 2+t; 1+2t)$

$\overline{MH} = (t-1; t+1; 2t-3)$

Δ có vectơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta = (1; 1; 2)$

MH nhỏ nhất $\Leftrightarrow MH \perp \Delta \Leftrightarrow \overline{MH} \perp \vec{a}_\Delta \Leftrightarrow \overline{MH} \cdot \vec{a}_\Delta = 0$

$$0 \cdot (t-1) + 1 \cdot (t+1) + 2 \cdot (2t-3) = 0 \Rightarrow t = 2$$

Vậy $H(2; 3; 3)$.

Câu 35 Chọn A.

Trong mặt phẳng (SAB), dựng đường thẳng đi qua A và vuông góc với SB tại K.

Ta chứng minh được $(AKC) \perp SB$ suy ra (P) là mặt phẳng (AKC).

$$\text{Tính được } SB = \sqrt{3}a; BK = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \frac{SK}{SB} = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{SAKC}}{V_{SABC}} = \frac{SK}{SB} = \frac{5}{6} \Rightarrow V_{SAKC} = \frac{5}{6} V_{SABC} = \frac{5}{12} V_{SABCD} \Rightarrow V_2 = \frac{1}{12} V_{SABCD}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{11}{12} V_{SABCD} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 11$$

Câu 36 Chọn D.

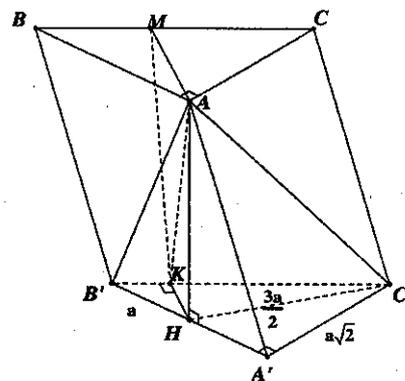
Kẻ $HK \perp B'C' (K' \in B'C')$.

$$\text{Vì } \Delta B'KH \sim \Delta B'A'C' \Rightarrow \frac{HK}{A'C'} = \frac{B'H}{B'C'} \Rightarrow HK = \frac{B'H \cdot A'C'}{B'C'}$$

$$= \frac{\frac{a}{2} \cdot a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

Ta có: $B'C' \perp (AHK) \Rightarrow (AHK) \perp (AB'C')$ mà

$AH \perp (ABC) \Rightarrow (AHK) \perp (ABC)$





$$\begin{aligned} \text{Kẻ } AM // HK (M \in BC) &\Rightarrow \begin{cases} AM = (AHK) \cap (ABC) \\ AK = (AHK) \cap (AB'C') \end{cases} \Rightarrow ((ABC); (AB'C')) = \widehat{MAK} = 60^\circ \\ \Rightarrow \widehat{HAK} = 30^\circ &\Rightarrow AH = \frac{HK}{\tan 30^\circ} = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

Gọi D là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $B'HC'$.

$$\Rightarrow HD = B'D = C'D = R = \frac{B'C'}{2 \sin \widehat{B'HC'}} = \frac{B'C'}{2 \sin(180^\circ - \widehat{C'HA'})} = \frac{B'C'}{2 \frac{A'C'}{HC'}} = \frac{a\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{1,5a}} = \frac{3a\sqrt{6}}{8}.$$

$$\text{Do đó, bán kính mặt cầu ngoại tiếp } AB'HC' \text{ là: } IA = IB' = IH = IC' = \sqrt{\left(\frac{AH}{2}\right)^2 + R^2} = \frac{a\sqrt{62}}{8}.$$

Câu 37 Chọn B.

$$BD = AC = 2a, CD = \frac{BD}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}, SA = \sqrt{AC^2 - SC^2} = a, SH = \frac{SA \cdot SC}{AC} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$AH = \sqrt{SA^2 - SH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2}, \text{ gọi } O \text{ là tâm hình}$$

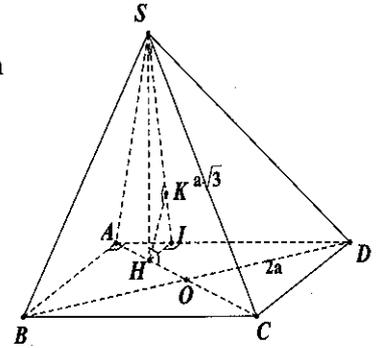
vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có } d(B, (SAD)) = 2d(O, (SAD)) = 4d(H, (SAD))$$

$$\text{Kẻ } HI // CD (I \in AD), HI = \frac{1}{4}CD = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{Kẻ } HK \perp SI \text{ tại } K \Rightarrow HK \perp (SAD)$$

$$\Rightarrow d(B, (SAD)) = 4HK = 4 \cdot \frac{SH \cdot HI}{\sqrt{SH^2 + HI^2}} = 4 \cdot \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{\frac{3a^2}{4} + \frac{2a^2}{16}}} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$$



Câu 38 Chọn D.

Ta thấy $ABCD.A'B'C'D'$ là một hình lăng trụ tứ giác đều, cũng có nghĩa rằng nó là một hình hộp đứng có đáy là hình vuông cạnh $4\sqrt{3}(m)$.

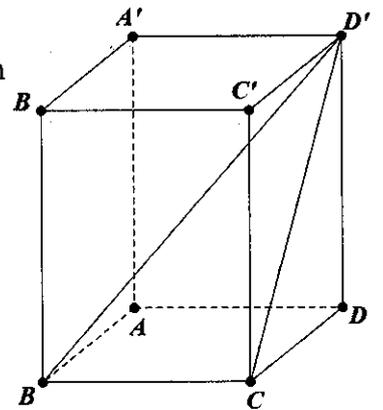
$$\text{Ta có: } BD \perp CD, BC \perp DD' \Rightarrow BC \perp (CDD'C') \Rightarrow BC \perp CD'$$

$$\text{Suy ra } ((D'BC), (ABCD)) = (\widehat{CD', CD}) = \widehat{D'CD} = 60^\circ.$$

$\Delta D'CD$ vuông tại D nên:

$$\tan \widehat{D'CD} = \frac{DD'}{CD} \Rightarrow DD' = 4\sqrt{3} \cdot \tan 60^\circ = 12(m)$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = DD' \cdot S_{ABCD} = 12 \cdot (4\sqrt{3})^2 = 576(m^2).$$





Câu 39 Chọn B.

Ta chứng minh được $\ln(1+t^2) \geq \frac{8}{17}t - \frac{3}{17} + \ln \frac{17}{16}, \forall t \in [0;1]$.

Suy ra

$$P = \ln(1+x^2) + \ln(1+y^2) + \frac{8}{17}(x+y)^2 \geq \frac{8}{17}(x+y) + \frac{8}{17}(x+y)^2 - \frac{4}{17} + 2\ln \frac{17}{16} \geq -\frac{6}{17} + 2\ln \frac{17}{16}$$

Do đó $a+b+c+d=56$.

Chú ý: Để có đánh giá $\ln(1+t^2) \geq \frac{8}{17}t - \frac{2}{17} + \ln \frac{17}{16}, \forall t \in [0;1]$ ta phải đoán được giá trị nhỏ nhất đạt tại $x=y=\frac{1}{2}$ và sử dụng đánh giá tiếp tuyến $f(t) \geq f'(\frac{1}{2})(t-\frac{1}{2}) + f(\frac{1}{2})$ với $f(t) = \ln(1+t^2)$.

Câu 40 Chọn B.

Khoảng cách CB bằng 1.5 mét nên ta cần phải có 5 bậc thang. Chiều rộng AC là 4.5 mét, do đó có $\frac{4.5}{0.5} = 9$ đoạn dài 0.5 mét mà mỗi bậc thang có chiều rộng là bội của 0.5m.

Như vậy nếu gọi $0.5x_1, 0.5x_2, 0.5x_3, 0.5x_4, 0.5x_5$ là độ rộng của từng bậc thang thứ 1, 2, 3, 4, 5 thì ta phải có $0.5x_1 + 0.5x_2 + 0.5x_3 + 0.5x_4 + 0.5x_5 = 4.5 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 9$ vì x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 là số nguyên dương lớn hơn hoặc bằng 1 nên số bộ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 thỏa mã là $C_{9-1}^{5-1} = C_8^4 = 70$.

Chú ý: Người ta chứng minh được số nghiệm nguyên dương của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_k = n \quad (k, n \in \mathbb{N}^*) \text{ là } C_{n-1}^{k-1}.$$

Câu 41 Chọn A.

Ta sử dụng kết quả $\int g(x).de^x = g(x).e^x - \int e^x.d(g(x)) = g(x).e^x - \int e^x.g'(x)dx$.

$$\Rightarrow \int (g'(x) + g(x))e^x dx = g(x).e^x. \text{ Do đó ta có } f(x) = \int f'(x)dx = \int (x+1)e^x dx = x.e^x.$$

$$\Rightarrow \int f(x)dx = \int (x-1+1)e^x dx = (x-1)e^x \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$$

Do đó $a+b=0$.

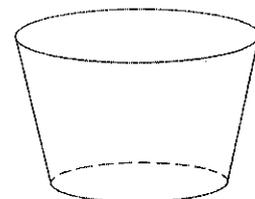
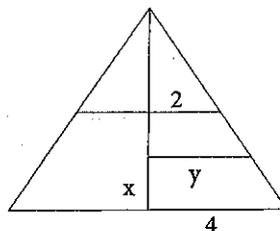
Câu 42 Chọn B.

Thiết diện qua trục và trục lớn của hai đáy

$$\text{Ta có } \frac{y}{4} = \frac{8-x}{8} \Leftrightarrow y = 4 - \frac{x}{2}.$$

Tương tự thiết diện qua trục và trục bé của

$$\text{hai đáy ta tính được } \frac{8-x}{8} = \frac{y}{2} \Leftrightarrow y = 2 - \frac{x}{4}.$$



$$\text{Do đó thể tích vật thể bằng } \pi \int_0^4 \left(4 - \frac{x}{2}\right) \left(2 - \frac{x}{4}\right) dx = \frac{56}{3} \pi.$$



Câu 43 Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2 \Leftrightarrow x - 2 = 0$

Vậy tiệm cận xiên:

Gọi $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số.

$$y = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2} \Rightarrow y' = \frac{x^2 - 4x}{(x - 2)^2}$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm $M(x_0; y_0)$ là

$$y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = \frac{x_0^2 - 4x_0}{(x_0 - 2)^2}(x - x_0) + \frac{x_0^2 + x_0 - 2}{x_0 - 2}$$

Gọi A là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận đứng $\Rightarrow A\left(2; \frac{5x_0 - 2}{x_0 - 2}\right)$

Gọi B là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận xiên $\Rightarrow B(2x_0 - 2; 2x_0 + 1)$

Giao của hai tiệm cận $I(2; 5)$

Ta có $IA = \frac{8}{|x_0 - 2|}, IB = 2\sqrt{2}|x_0 - 2|$

$$AB = \sqrt{(2x_0 - 4)^2 + \left(\frac{2x_0^2 - 8x_0}{x_0 - 2}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow AB = \sqrt{(2x_0 - 4)^2 + \left[(2x_0 - 4) - \frac{8}{x_0 - 2}\right]^2}$$

$$\Leftrightarrow AB = \sqrt{2(2x_0 - 4)^2 + \frac{64}{(x_0 - 2)^2} - 32}$$

Chu vi

$$P = IA + AB + IB = \frac{8}{|x_0 - 2|} + 2\sqrt{2}|x_0 - 2| + \sqrt{2(2x_0 - 4)^2 + \frac{64}{(x_0 - 2)^2} - 32} \geq 8\sqrt{2} + 2\sqrt{32\sqrt{2} - 32}$$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} \frac{8}{|x_0 - 2|} = 2\sqrt{2}|x_0 - 2| \\ 2(2x_0 - 4)^2 = \frac{64}{(x_0 - 2)^2} \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \pm \sqrt[4]{8}.$

Câu 44 Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm (C), (C') là

$$1 + \cos(x - \alpha) = 1 + \cos x \Rightarrow x - \alpha = -x \Rightarrow x = \frac{\alpha}{2}$$

Diện tích giới hạn bởi (C), (C') và trục Oy .



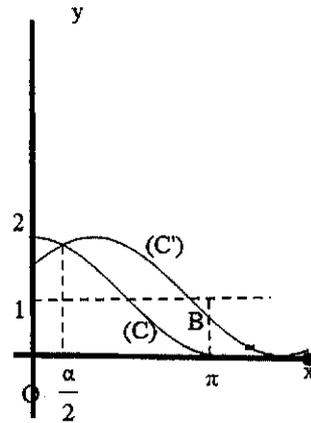
$$S_1 = \int_0^{\frac{\alpha}{2}} [\cos x - \cos(x - \alpha)] dx = 2 \sin \frac{\alpha}{2} - \sin \alpha$$

Hoành độ giao điểm (C') và đường $y=1$ thỏa mãn

$$\cos(x - \alpha) = 0 \Rightarrow x = \alpha + \frac{\pi}{2}$$

Vậy diện tích giới hạn bởi (C'), đường $y=1$ và đường $x=\pi$ là.

$$S_2 = \int_{\alpha + \frac{\pi}{2}}^{\pi} -\cos(x - \alpha) dx = 1 - \sin \alpha$$



Theo giả thiết $S_1 = S_2 \Leftrightarrow 2 \sin \frac{\alpha}{2} - \sin \alpha = 1 - \sin \alpha \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$

Câu 45 Chọn A.

$$P = a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2(ab)^2 = [(a+b)^2 - 2ab]^2 - 2(ab)^2$$

$$\Rightarrow P = [(1-ab)^2 - 2ab]^2 - 2(ab)^2 = (1-4x+x^2)^2 - 2x^2 \text{ với } ab = x.$$

Ta có $a+b=1-ab \geq 2\sqrt{ab} \Rightarrow x+2\sqrt{x}-1 \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{2}-1 \Rightarrow 0 \leq x \leq 3-2\sqrt{2}$

$$\Rightarrow P = x^4 + 16x^2 + 1 + 2x^2 - 8x^3 - 8x - 2x^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 8x + 1; x \in [0; 3-2\sqrt{2}]$$

$$P' = 4x^3 - 24x^2 + 32 - 8$$

Bảng biến thiên:

x	0		$3-2\sqrt{2}$
P'		-	
P		↘	

$$\min P = P(3-2\sqrt{2}) = 2(\sqrt{2}-1)^4.$$

Câu 46 Chọn C.

Ta có $u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n + 1 \Leftrightarrow u_{n+2} - u_{n+1} = u_{n+1} - u_n + 1 \Leftrightarrow v_{n+1} = v_n + 1$ ($v_n = u_{n+1} - u_n$),

do đó (v_n) lập thành một cấp số cộng có công sai bằng 1 nên

$$u_{n+1} - u_n = v_n = v_1 + (n-1).d = 2 + n - 1 = n + 1.$$

Từ đó ta có $u_n - u_1 = (u_n - u_{n-1}) + (u_{n-1} - u_{n-2}) + \dots + (u_2 - u_1) = n + n - 1 + n - 2 + \dots + 2$

$$\Leftrightarrow u_n = n + n - 1 + n - 2 + \dots + 2 + 1 = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Vậy $\lim \frac{u_n}{n^2 + 1} = \lim \frac{n(n+1)}{2(n^2 + 1)} = \frac{1}{2}.$



Câu 47 Chọn D.

Theo đề a, b, c lập thành cấp số cộng nên $a + c = 2b \Rightarrow (a + c)^2 = 4b^2$

$$\Leftrightarrow b(a + c) + 2b^2 = (a + c)^2$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 + ab + 2b^2 + bc + c^2 = 2(a^2 + ac + c^2).$$

Do đó $P = \log_2(a^2 + ab + 2b^2 + bc + c^2) = \log_2(a^2 + ac + c^2) + 1$ do đó $x + y = 2$.

Câu 48 Chọn B.

Gọi x là chiều cao của hình trụ và r là bán kính đáy hình trụ, suy ra $V_{\text{trụ}} = \pi r^2 x$.

Ta có: $\frac{r}{R} = \frac{SK}{SH} = \frac{h-x}{h} \Rightarrow r = \frac{R}{h}(h-x)$

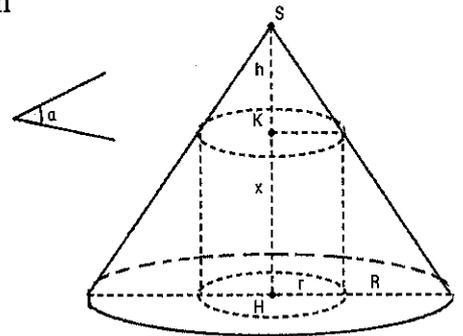
$$\Rightarrow V = \pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)^2 \cdot x = \frac{\pi R^2}{2h^2} (h-x)(h-x) \cdot 2x.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có:

$$V \leq \frac{\pi R^2}{2h^2} \left(\frac{(h-x) + (h-x) + 2x}{3} \right)^3 = \frac{\pi R^2}{2h^2} \cdot \frac{8h^3}{27} = \frac{4\pi R^2 h}{27}$$

Suy ra $V = \frac{4\pi R^2 h}{27} \Leftrightarrow h-x = 2x \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}$.

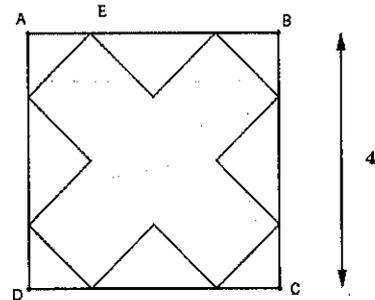
Vậy khi vị trí mặt phẳng (α) cách đáy hình nón một khoảng bằng $\frac{h}{3}$ thì khối trụ có thể tích lớn nhất.



Câu 49 Chọn C.

Đặt $AE = x$.

$$S = 4 \cdot x \sqrt{2} \cdot \frac{4-2x}{\sqrt{2}} + (x\sqrt{2})^2 = -6x^2 + 16x \leq \frac{32}{3}.$$



Câu 50 Chọn B.

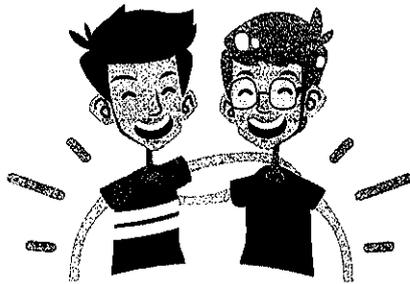
Ta có: $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 29$ (điều kiện $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$) $\Leftrightarrow 1 + n + \frac{1}{2}(n-1)n = 29 \Rightarrow n = 7$

$$\begin{aligned} f(x) &= (2-x+3x^2)^7 = [(2-x)+3x^2]^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k (2-x)^k (3x^2)^{7-k} = \sum_{k=0}^7 C_7^k \sum_j C_k^j 2^{k-j} \cdot (-1)^j \cdot x^j \cdot 3^{7-k} \cdot x^{14-2k} \\ &= \sum_{k=0}^7 \sum_j C_7^k \cdot C_k^j 2^{k-j} \cdot (-1)^j \cdot 3^{7-k} \cdot x^{14-2k+j} = C_7^0 (2-x)^0 (3x^2)^7 + C_7^1 (2-x)^1 (3x^2)^6 + \dots + C_7^7 (2-x)^7 (3x^2)^0 \end{aligned}$$

Ta có $14 - 2k + j = 7 \Leftrightarrow j = 2k - 7$ do đó $(k, j) = (4, 1) = (5, 3) = (6, 5) = (7, 7)$

Vậy suy ra hệ số của x^7 là:

$$a_7 = C_7^4 C_4^1 \cdot 2^{4-1} \cdot (-1)^1 \cdot 3^{7-4} + C_7^5 C_5^3 \cdot 2^{5-3} \cdot (-1)^3 \cdot 3^{7-5} + C_7^6 C_6^5 \cdot 2^{6-5} \cdot (-1)^5 \cdot 3^{7-6} + C_7^7 C_7^7 \cdot 2^{7-7} \cdot (-1)^7 \cdot 3^{7-7}$$



**“ WHEREVER YOU GO,
GO WITH ALL YOUR HEART ”**



Ghi nhớ hành trình luyện đề thi thành công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Số điểm thực tế	Số điểm kỳ vọng	Cảm xúc của bạn
		
		

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé!

Ngày:.....

Thi lần:.....

Số điểm đạt được:...../10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

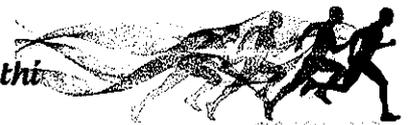
Rút kinh nghiệm từ những câu sai

.....

.....

.....

.....



ĐỀ SỐ 6	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC
Đề thi gồm 07 trang *****	<i>Môn: Toán</i> Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. Tập hợp $A = \{0; 12; 3; 4; 5; 6; 7\}$, $E = \{\overline{a_1 a_2 a_3 a_4} / a_1; a_2; a_3; a_4 \in A, a_1 \neq 0\}$. Lấy 1 phần tử thuộc E bất kỳ. Tính xác suất để số đó chia hết cho 5.

- A. $\frac{5}{16}$ B. $\frac{13}{98}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{13}{49}$

Câu 2. Trong hệ trục tọa độ Oxzy, cho $A(-1; 2; 3)$, $B(1; 0; -5)$, $(P): 2x + y - 3z - 4 = 0$. Tìm $M \in P$ sao cho A, B, M thẳng hàng.

- A. $M(-3; 4; 11)$. B. $M(-2; 3; 7)$. C. $M(0; 1; -1)$. D. $M(1; 2; 0)$.

Câu 3. Phương trình $\frac{(1-2\cos x)(1+\cos x)}{(1+2\cos x)\sin x} = 1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; 2018\pi)$.

- A. 3025. B. 3026. C. 3027. D. 3028.

Câu 4. Tìm chu kì của hàm số $y = \frac{\sin 3x}{1 + \sin x}$.

- A. $T = \pi$. B. $T = 2\pi$. C. $T = \frac{\pi}{2}$ D. $T = \frac{2\pi}{3}$

Câu 5. Trong các hàm sau đây, hàm số nào không nghịch biến trên \mathbb{R} .

- A. $y = -x^3 + 2x^2 - 7x$ B. $y = -4x + \cos x$. C. $y = -\frac{1}{x^2 + 1}$. D. $y = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^x$.

Câu 6. Từ các chữ số 0, 1, 2 có thể thành lập được bao nhiêu số tự nhiên (không bắt đầu bằng 0) là bội số của 3 và bé hơn $2 \cdot 10^8$.

- A. 4373. B. 4374. C. 3645. D. 4370.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề đúng là:

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$, nghịch biến trên $(-1; 1)$.
 D. Hàm số đồng biến trên tập \mathbb{R} .

Câu 8. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ ($x > 0$) bằng:

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y = 1$, $y = -1$ và hai đường tiệm cận đứng là $x = 2$, $x = -2$.



B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $y = 1, y = -1$ và hai đường tiệm cận ngang là $x = 2, x = -2$.

C. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang là $y = 1$, hai đường tiệm cận đứng là $x = 2, x = -2$.

D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

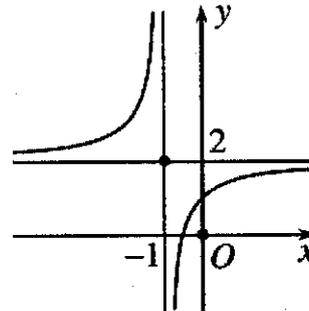
Câu 10. Đồ thị sau đây là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

D. $y = \frac{x+3}{1-x}$.



Câu 11. Đồ thị hàm số $y = -\frac{x^4}{2} + x^2 + \frac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 0.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + 2$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = 1$.

B. $m = 3$.

C. $m = 1 \vee m = 3$.

D. $m = -1$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên các khoảng $(-\infty; 0), (0; +\infty)$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$+$	0	$-$
y	-4		$+\infty$	0	$-\infty$	-7

Tìm tất cả các giá trị thực của m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

A. $-4 \leq m < 0$.

B. $-4 < m < 0$.

C. $-7 < m < 0$.

D. $-4 < m \leq 0$.

Câu 14. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh 1, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, (SCD) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SC và mặt đáy $ABCD$ bằng 45° . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SBCD$.

A. $\frac{7\pi}{2}$.

B. $\frac{7\pi}{4}$.

C. $\frac{7\pi}{6}$.

D. $\frac{7\pi}{3}$.

Câu 15. Giải bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ được tập nghiệm là $(a; b)$. Hãy tính tổng $S = a + b$.

A. $S = \frac{26}{5}$.

B. $S = \frac{8}{3}$.

C. $S = \frac{28}{15}$.

D. $S = \frac{11}{5}$.



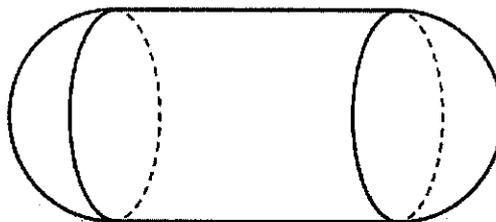
Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x+1}$.

- A. $y' = (x+1)2^x \ln 2$. B. $y' = 2^{x+1} \log 2$. C. $y' = \frac{2^{x+1}}{\ln 2}$. D. $y' = 2^{x+1} \ln 2$.

Câu 17. Nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là:

- A. $x \geq -4$. B. $x < 0$. C. $x > 0$. D. $x < 4$.

Câu 18. Một cái bồn chứa nước gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ (như hình vẽ). Đường sinh của hình trụ bằng hai lần đường kính của hình cầu. Biết thể tích của bồn chứa nước là $\frac{128\pi}{3} (m^3)$. Tính diện tích xung quanh của cái bồn chứa nước theo đơn vị m^2 .



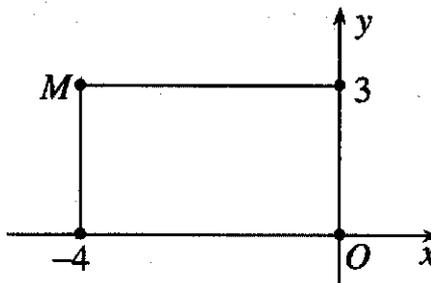
- A. $50\pi (m^2)$. B. $64\pi (m^2)$. C. $40\pi (m^2)$. D. $48\pi (m^2)$.

Câu 19. Số nào trong các số phức sau là số thực?

- A. $(\sqrt{3} + 2i) - (\sqrt{3} - 2i)$. B. $(3 + 2i) + (3 - 2i)$.
C. $(5 + 2i) - (\sqrt{5} - 2i)$. D. $(1 + 2i) + (-1 + 2i)$.

Câu 20. Cho điểm M là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.
B. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.
C. Phần thực là -4 và phần ảo là 3 .
D. Phần thực là 4 và phần ảo là -4 .



Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 10)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\vec{b} \perp \vec{c}$. B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. C. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. D. $\vec{b} \perp \vec{a}$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ và điểm $A(1; -2; 1)$. Phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) là:

- A. $\Delta \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 4t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. B. $\Delta \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. C. $\Delta \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $\Delta \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$.



Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(9; -3; 5), B(a; b; c)$. Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oxz)$ và (Oyz) . Biết M, N, P nằm trên đoạn AB sao cho $AM = MN = NP = PB$. Giá trị của tổng $a + b + c$ là:

- A. -21. B. -15. C. 15. D. 21.

Câu 24. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a . Biết đường chéo của mặt bên là $a\sqrt{3}$. Khi đó, thể tích khối lăng trụ bằng:

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $a^3\sqrt{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $2a^3$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tam giác ABC vuông tại C , $AB = a\sqrt{3}, AC = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết rằng $SC = a\sqrt{5}$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$.

Câu 26. Tìm $\int \frac{dx}{2x+1}$, ta được:

- A. $\frac{1}{2} \ln(2x+1) + C$. B. $-\frac{2}{(2x+1)^2} + C$. C. $\ln|2x+1| + C$. D. $\frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$.

Câu 27. Cho $\int_0^1 \ln(x+1) dx = a + \ln b, (a, b \in \mathbb{Z})$. Tính $(a+3)^b$.

- A. 25. B. $\frac{1}{7}$. C. 16. D. $\frac{1}{9}$.

Câu 28. Tập nghiệm của phương trình $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$ là:

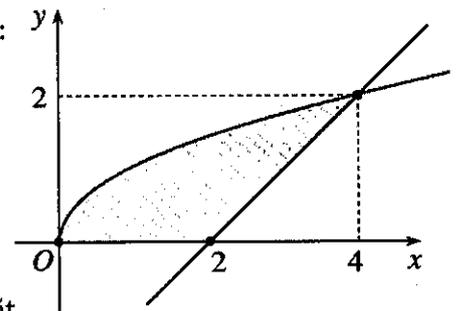
- A. $\{\pm 2; \pm 4i\}$. B. $\{\pm\sqrt{2}; \pm 2i\}$. C. $\{\pm\sqrt{2}i; \pm 2\}$. D. $\{\pm 2; \pm 4i\}$.

Câu 29. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)$ có gia tốc là $a(t) = 3t^2 + t (m/s^2)$. Vận tốc ban đầu của vật là $2 (m/s)$. Hỏi vận tốc của vật sau $2s$.

- A. $12m/s$. B. $10m/s$. C. $8m/s$. D. $16m/s$.

Câu 30. Diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ sau là:

- A. $\frac{22}{3}$. B. 2. C. $\frac{16}{3}$. D. $\frac{10}{3}$.



Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$ và M là điểm ở trên cạnh AC . Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD . Thiết diện của tứ diện cắt bởi (α) là:

- A. Hình bình hành. B. Hình chữ nhật. C. Hình thang. D. Hình thoi.

Câu 32. Trong hệ trục tọa độ không gian $Oxyz$, cho $A(1; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$, biết $b, c > 0$, phương trình mặt phẳng $(P): y - z + 1 = 0$.



Suy ra đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang.

Kết hợp với mẫu số bằng 0 khi $x = \pm 1$ nên $x = \pm 1$ là hai tiệm cận đứng ta suy ra đồ thị hàm số có ba tiệm cận.

Câu 12 Chọn B.

Hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ qua các điểm $(0; 3), (1; 0), (2; 3)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} a \cdot 0^4 + b \cdot 0^2 + c = 3 \\ a \cdot 1^4 + b \cdot 1^2 + c = 0 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a + b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases}$$

Khai triển hàm số $y = (x^2 - 2)^2 - 1 = x^4 - 4x^2 + 3$ chính là hàm số cần tìm.

Câu 13 Chọn A.

Điều kiện: $a \geq 0$.

$$\text{Ta có } I = \int_0^a 7^{x-1} \cdot \ln 7 dx = \ln 7 \int_0^a 7^{x-1} d(x-1) = \ln 7 \cdot \left. \frac{7^{x-1}}{\ln 7} \right|_0^a = 7^{x-1} \Big|_0^a = 7^{a-1} - \frac{1}{7} = \frac{1}{7}(7^a - 1)$$

Theo giả thiết ta có:

$$\frac{1}{7}(7^a - 1) = \frac{7^{2a} - 13}{42} \Leftrightarrow 6(7^a - 1) = 7^{2a} - 13 \Leftrightarrow 7^{2a} - 6 \cdot 7^a - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 7^a = -1 \text{ (l)} \\ 7^a = 7 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1$$

Câu 14 Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và đồ thị hàm số là:

$$x^3 + 2ax^2 - x + 1 = -2x + 1 \Leftrightarrow x^3 + 2ax^2 + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 2ax + 1 = 0 \text{ (*)} \end{cases}$$

Đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt

\Leftrightarrow Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = a^2 - 1 > 0 \\ 0^2 + 2a \cdot 0 + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow a^2 > 1 \Leftrightarrow |a| > 1$$

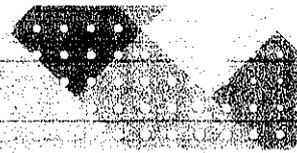
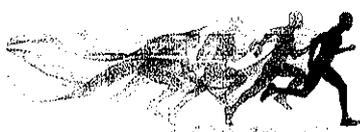
Câu 15 Chọn B.

(C) cắt Ox tại điểm $x = 1$

Do đó $V = \pi \int_1^e \ln^2(2x-1) dx$ bấm máy thấy đáp án B đúng.

Câu 16 Chọn B.

Ta lấy từng đáp án đạo hàm để xem thử.



$$\text{Xét A có } \left(\frac{\sqrt{1+x^2}}{x} + C \right) = \frac{\frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}} - \sqrt{1+x^2}}{x^2} = \frac{-1}{x^2 \sqrt{1+x^2}} \Rightarrow \text{loại A}$$

$$\text{Xét B có } \left(x\sqrt{1+x^2} + C \right) = \sqrt{1+x^2} + \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{2x^2+1}{\sqrt{1+x^2}} \Rightarrow \text{chọn B}$$

Câu 17 Chọn C.

Áp dụng công thức đổi cơ số, ta có:

$$A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64 = \log_2 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64 = \log_2 64 = \log_2 2^6 = 6.$$

Câu 18 Chọn D.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 1 - \sqrt{x+1} > 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} < 1 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x \geq -1 \end{cases} \Rightarrow D = [-1; 0).$$

Câu 19 Chọn A.

Điều kiện $x \neq -1$.

$$\text{Ta có: } \sqrt{5} - 2 = \frac{1}{\sqrt{5} + 2} = (\sqrt{5} + 2)^{-1}.$$

$$(\sqrt{5} + 2)^{x-1} \geq (\sqrt{5} - 2)^{\frac{x-1}{x+1}} \Leftrightarrow x-1 \geq \frac{1-x}{x+1} \Leftrightarrow \frac{x^2+x-2}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-2; -1) \cup [1; +\infty).$$

Câu 20 Chọn A.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Nhận xét: do $x^{2y^2-1} = 5$ nên $x \neq 1$

$$\begin{cases} x^{2y^2-1} = 5 \\ x^{y^2+2} = 125 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^{2y^2-1} = 5 \\ x^{y^2+2} = x^{6y^2-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^{2y^2-1} = 5 \\ y^2 + 2 = 6y^2 - 3 \text{ (do } x \neq 1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = 26.$$

Câu 21 Chọn D.

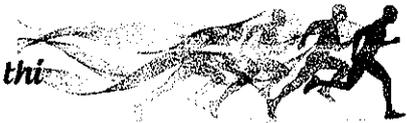
Thay $x = -2$ vào phương trình ta được:

$$\log_4 1 - 2 \log_4 4^4 + m^2 = 0 \Leftrightarrow -8 + m^2 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2\sqrt{2}$$

Câu 22 Chọn C.

Gọi a (cm) là độ dài cạnh của khối lập phương, với $a > 0$.

Khi đó thể tích của nó là $V = a^3$ (cm³).

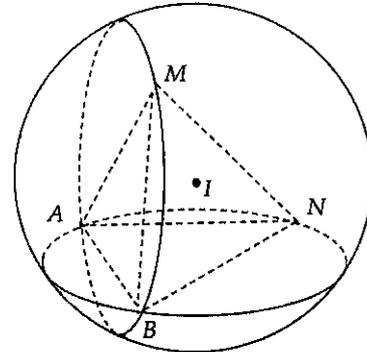


Sau khi tăng độ dài cạnh thêm 2cm, thì thể tích mới là: $V' = (a+2)^3 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Từ giả thiết, ta có $V' - V = 152 \Leftrightarrow (a+2)^3 - a^3 = 152 \Leftrightarrow 6a^2 + 12a - 144 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6(L) \\ a = 4(tm) \end{cases}$

Câu 23 Chọn B.

Trên đường tròn $(C_1), (C_2)$ lần lượt lấy M, N sao cho hai điểm này không trùng với A, B . Khi đó 4 điểm A, B, M, N không đồng phẳng nên tạo thành tứ diện $ABMN$. Mặt cầu (S) đi qua (C_1) và (C_2) khi đó mặt (S) đi qua A, B, M, N . Do đó có duy nhất 1 mặt cầu.



Câu 24 Chọn B.

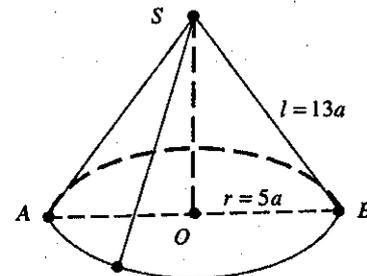
Số đó là 421 đây là số nguyên tố (chỉ chia hết cho 1 và chính nó), ta thấy 4, 2, 1 theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{2}$. Do đó $a^2 + b^2 + c^2 = 21$.

Câu 25 Chọn B.

Xét hình nón như hình vẽ.

Ta có tam giác SOB vuông nên:

$$h = SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{169a^2 - 25a^2} = 12a.$$



Câu 26 Chọn A.

Từ các đáp án suy ra z là 1 số thực dương suy ra $z = |z| = \left| \left(1 + i\sqrt{7-4\sqrt{3}} \right)^{24} \right|$

$$z = \left| \left(1 + i\sqrt{7-4\sqrt{3}} \right)^{24} \right| = \left(2\sqrt{2-\sqrt{3}} \right)^{24} = \frac{2^{24}}{(2+\sqrt{3})^{12}}.$$

Câu 27 Chọn C.

Trong mặt phẳng (Oxy), xét $M(x;y)$ biểu diễn cho z , $A(1;2)$, $B(-2;3)$.

Do $|z - 1 - 2i| + |z + 2 - 3i| = \sqrt{10} \Leftrightarrow MA + MB = \sqrt{10} = AB$

Suy ra điểm M nằm trên đoạn AB .

Bài toán trở thành tìm điểm M thuộc đoạn AB sao cho khoảng cách từ M đến O đạt GTNN.

Hiển nhiên điểm M cần tìm là hình chiếu của O trên đoạn AB

Học sinh tìm hình chiếu của O trên đoạn AB là $M\left(\frac{7}{10}; \frac{21}{10}\right)$

Vậy số phức cần tìm là $z = \frac{7}{10} + \frac{21}{10}i \Rightarrow |z| = \frac{7\sqrt{10}}{10}$.



Câu 28 Chọn B.

A là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 + 2i \Rightarrow A(3;2)$.

$\bar{z} = -3 - 2i \Rightarrow z' = -3 + 2i \Rightarrow B(-3;2)$.

Suy ra A và B đối xứng nhau qua trục tung.

Câu 29 Chọn B.

$$\overline{AO} = 3(\bar{i} + 4\bar{j}) - 2\bar{k} + 5\bar{j} \Leftrightarrow \overline{AO} = 3\bar{i} - 2\bar{k} + 17\bar{j} \Leftrightarrow \overline{OA} = -3\bar{i} - 17\bar{j} + 2\bar{k} \Leftrightarrow A(-3; -17; 2).$$

Câu 30 Chọn D.

Ta có $\vec{u}_d = (1; -1; 2), \vec{n}_{(P)} = (1; 3; 1)$

Ta có $\vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(P)} = 1 - 3 + 2 = 0$

Suy ra $\begin{cases} d // (P) \\ d \subset (P) \end{cases} (1).$

Mặt khác: Lấy $A(1; 2; 1) \in d$ thay vào phương trình mặt phẳng (P) thấy không thỏa mãn (2)

Từ (1) và (2) có $d // (P)$

Câu 31 Chọn A.

Mặt phẳng (P) có VTPT là $\vec{n}_{(P)} = (-2; 1; \sqrt{5})$

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 4), R = \sqrt{10}$. Suy ra (Q) nhận $\overline{IM} = (3; 1; 0)$ làm VTPT.

Suy ra góc giữa (P) và (Q) và: $\cos(\widehat{(P), (Q)}) = \cos \alpha = \frac{|\overline{IM} \cdot \vec{n}_P|}{|\overline{IM}| \cdot |\vec{n}_P|} = \frac{|-6+1|}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$

Câu 32 Chọn A.

Xét hệ.

$$\begin{cases} \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1} \\ x+2y-z+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} \\ \frac{x+3}{2} = \frac{z-3}{1} \\ x+2y-z+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-1 \\ x-2z=-5 \\ x+2y-z=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y= \\ z=4 \end{cases} \Rightarrow M(-1; \quad; 4)$$

Câu 33 Chọn A.

Pháp vectơ của $(\alpha): \vec{n}_\alpha = (1; -2; 1)$, của $(\beta): \vec{n}_\beta = (1; 2; -2) \Rightarrow$ vectơ chỉ phương của $(\alpha) \cap (\beta)$

là $\vec{u} = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (2; 3; 4)$

Một điểm trên giao tuyến là $K(0; -2; 0)$.

Phương trình tham số của $(\alpha) \cap (\beta): \begin{cases} x = 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 4t \end{cases}$



Gọi I là trung điểm của MN , ta có $I(2;3;3)$

$$\overline{AM} + \overline{AN} = 2\overline{AI} \Rightarrow |\overline{AM} + \overline{AN}| = 2AI. \text{ Vậy } |\overline{AM} + \overline{AN}| \text{ nhỏ nhất khi } AI \text{ nhỏ nhất}$$

Mà $A \in (\alpha) \cap (\beta)$ nên AI nhỏ nhất khi $AI \perp (\alpha) \cap (\beta)$.

$$A \in (\alpha) \cap (\beta) \Rightarrow A(2t; -2+3t; 4t) \Rightarrow \overline{IA} = (2t-2; 3t-5; 4t-3)$$

$$\text{Vậy } \overline{IA} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-2) + 3(3t-5) + 4(4t-3) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{31}{29} \Rightarrow A\left(\frac{62}{29}; \frac{35}{29}; \frac{124}{29}\right)$$

Câu 34 Chọn A.

$$H \in \Delta \Rightarrow H(1+t; 2+t; 1+2t)$$

$$\overline{MH} = (t-1; t+1; 2t-3)$$

$$\Delta \text{ có vectơ chỉ phương } \vec{a}_\Delta = (1; 1; 2)$$

$$MH \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow MH \perp \Delta \Leftrightarrow \overline{MH} \perp \vec{a}_\Delta \Leftrightarrow \overline{MH} \cdot \vec{a}_\Delta = 0$$

$$0 = (t-1) + (t+1) + 2(2t-3) = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

Vậy $H(2; 3; 3)$.

Câu 35 Chọn A.

Trong mặt phẳng (SAB), dựng đường thẳng đi qua A và vuông góc với SB tại K.

Ta chứng minh được $(AKC) \perp SB$ suy ra (P) là mặt phẳng (AKC).

$$\text{Tính được } SB = \sqrt{3}a; BK = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \frac{SK}{SB} = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{SAKC}}{V_{SABC}} = \frac{SK}{SB} = \frac{5}{6} \Rightarrow V_{SAKC} = \frac{5}{6}V_{SABC} = \frac{5}{12}V_{SABCD} \Rightarrow V_2 = \frac{1}{12}V_{SABCD}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{11}{12}V_{SABCD} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 11$$

Câu 36 Chọn D.

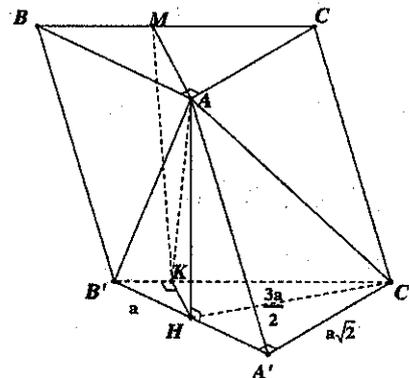
Kẻ $HK \perp B'C' (K' \in B'C')$.

$$\text{Vì } \Delta B'KH \sim \Delta B'A'C' \Rightarrow \frac{HK}{A'C'} = \frac{B'H}{B'C'} \Rightarrow HK = \frac{B'H \cdot A'C'}{B'C'}$$

$$= \frac{\frac{a}{2} \cdot a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

Ta có: $B'C' \perp (AHK) \Rightarrow (AHK) \perp (AB'C')$ mà

$AH \perp (ABC) \Rightarrow (AHK) \perp (ABC)$





$$\text{Kẻ } AM // HK (M \in BC) \Rightarrow \begin{cases} AM = (AHK) \cap (ABC) \\ AK = (AHK) \cap (AB'C') \end{cases} \Rightarrow ((ABC); (AB'C')) = \widehat{MAK} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{HAK} = 30^\circ \Rightarrow AH = \frac{HK}{\tan 30^\circ} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Gọi D là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $B'HC'$.

$$\Rightarrow HD = B'D = C'D = R = \frac{B'C'}{2 \sin \widehat{B'HC'}} = \frac{B'C'}{2 \sin(180^\circ - \widehat{C'HA'})} = \frac{B'C'}{2 \frac{A'C'}{HC'}} = \frac{a\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{1,5a}} = \frac{3a\sqrt{6}}{8}$$

$$\text{Do đó, bán kính mặt cầu ngoại tiếp } AB'HC' \text{ là: } IA = IB' = IH = IC' = \sqrt{\left(\frac{AH}{2}\right)^2 + R^2} = \frac{a\sqrt{62}}{8}$$

Câu 37 Chọn B.

$$BD = AC = 2a, CD = \frac{BD}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}, SA = \sqrt{AC^2 - SC^2} = a, SH = \frac{SA \cdot SC}{AC} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$AH = \sqrt{SA^2 - SH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2}, \text{ gọi } O \text{ là tâm hình}$$

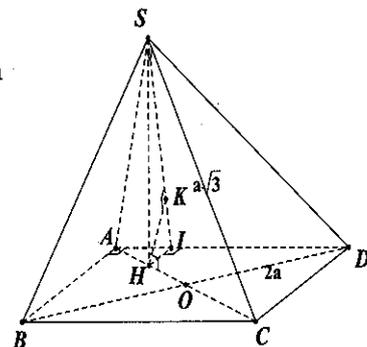
vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có } d(B, (SAD)) = 2d(O, (SAD)) = 4d(H, (SAD))$$

$$\text{Kẻ } HI // CD (I \in AD), HI = \frac{1}{4}CD = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{Kẻ } HK \perp SI \text{ tại } K \Rightarrow HK \perp (SAD)$$

$$\Rightarrow d(B, (SAD)) = 4HK = 4 \cdot \frac{SH \cdot HI}{\sqrt{SH^2 + HI^2}} = 4 \cdot \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{\frac{3a^2}{4} + \frac{2a^2}{16}}} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$$



Câu 38 Chọn D.

Ta thấy $ABCD.A'B'C'D'$ là một hình lăng trụ tứ giác đều, cũng có nghĩa rằng nó là một hình hộp đứng có đáy là hình vuông cạnh $4\sqrt{3}(m)$.

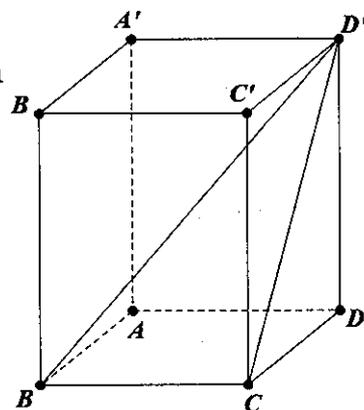
$$\text{Ta có: } BD \perp CD, BC \perp DD' \Rightarrow BC \perp (CDD'C') \Rightarrow BC \perp CD'$$

$$\text{Suy ra } ((D'BC), (ABCD)) = (\widehat{CD', CD}) = \widehat{D'CD} = 60^\circ.$$

$\Delta D'CD$ vuông tại D nên:

$$\tan \widehat{D'CD} = \frac{DD'}{CD} \Rightarrow DD' = 4\sqrt{3} \cdot \tan 60^\circ = 12(m)$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = DD' \cdot S_{ABCD} = 12 \cdot (4\sqrt{3})^2 = 576(m^2).$$





Câu 39 Chọn B.

Ta chứng minh được $\ln(1+t^2) \geq \frac{8}{17}t - \frac{3}{17} + \ln \frac{17}{16}, \forall t \in [0;1]$.

Suy ra

$$P = \ln(1+x^2) + \ln(1+y^2) + \frac{8}{17}(x+y)^2 \geq \frac{8}{17}(x+y) + \frac{8}{17}(x+y)^2 - \frac{4}{17} + 2\ln \frac{17}{16} \geq -\frac{6}{17} + 2\ln \frac{17}{16}$$

Do đó $a+b+c+d=56$.

Chú ý: Để có đánh giá $\ln(1+t^2) \geq \frac{8}{17}t - \frac{2}{17} + \ln \frac{17}{16}, \forall t \in [0;1]$ ta phải đoán được giá trị nhỏ nhất đạt tại $x=y=\frac{1}{2}$ và sử dụng đánh giá tiếp tuyến $f(t) \geq f'(\frac{1}{2})(t-\frac{1}{2}) + f(\frac{1}{2})$ với $f(t) = \ln(1+t^2)$.

Câu 40 Chọn B.

Khoảng cách CB bằng 1.5 mét nên ta cần phải có 5 bậc thang. Chiều rộng AC là 4.5 mét, do đó có $\frac{4.5}{0.5} = 9$ đoạn dài 0.5 mét mà mỗi bậc thang có chiều rộng là bội của 0.5m.

Như vậy nếu gọi $0.5x_1, 0.5x_2, 0.5x_3, 0.5x_4, 0.5x_5$ là độ rộng của từng bậc thang thứ 1, 2, 3, 4, 5 thì ta phải có $0.5x_1 + 0.5x_2 + 0.5x_3 + 0.5x_4 + 0.5x_5 = 4.5 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 9$ vì x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 là số nguyên dương lớn hơn hoặc bằng 1 nên số bộ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 thỏa mã là $C_{9-1}^{5-1} = C_8^4 = 70$.

Chú ý: Người ta chứng minh được số nghiệm nguyên dương của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_k = n \quad (k, n \in \mathbb{N}^*) \text{ là } C_{n-1}^{k-1}.$$

Câu 41 Chọn A.

Ta sử dụng kết quả $\int g(x).de^x = g(x).e^x - \int e^x.d(g(x)) = g(x).e^x - \int e^x.g'(x)dx$.

$$\Rightarrow \int (g'(x) + g(x))e^x dx = g(x)e^x. \text{ Do đó ta có } f(x) = \int f'(x)dx = \int (x+1)e^x dx = x.e^x.$$

$$\Rightarrow \int f(x)dx = \int (x-1+1)e^x dx = (x-1)e^x \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$$

Do đó $a+b=0$.

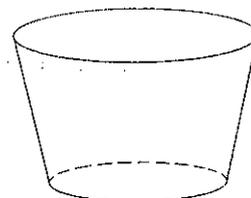
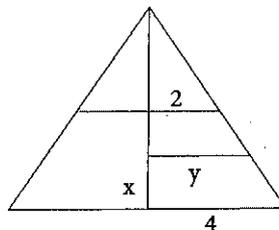
Câu 42 Chọn B.

Thiết diện qua trục và trục lớn của hai đáy

$$\text{Ta có } \frac{y}{4} = \frac{8-x}{8} \Leftrightarrow y = 4 - \frac{x}{2}.$$

Tương tự thiết diện qua trục và trục bé của

$$\text{hai đáy ta tính được } \frac{8-x}{8} = \frac{y}{2} \Leftrightarrow y = 2 - \frac{x}{4}.$$



$$\text{Do đó thể tích vật thể bằng } \pi \int_0^4 \left(4 - \frac{x}{2}\right) \left(2 - \frac{x}{4}\right) dx = \frac{56}{3} \pi.$$



Câu 43 Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2 \Leftrightarrow x - 2 = 0$

Vậy tiệm cận xiên:

Gọi $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số.

$$y = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2} \Rightarrow y' = \frac{x^2 - 4x}{(x - 2)^2}$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm $M(x_0; y_0)$ là

$$y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = \frac{x_0^2 - 4x_0}{(x_0 - 2)^2}(x - x_0) + \frac{x_0^2 + x_0 - 2}{x_0 - 2}$$

Gọi A là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận đứng $\Rightarrow A\left(2; \frac{5x_0 - 2}{x_0 - 2}\right)$

Gọi B là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận xiên $\Rightarrow B(2x_0 - 2; 2x_0 + 1)$

Giao của hai tiệm cận $I(2; 5)$

Ta có $IA = \frac{8}{|x_0 - 2|}, IB = 2\sqrt{2}|x_0 - 2|$

$$AB = \sqrt{(2x_0 - 4)^2 + \left(\frac{2x_0^2 - 8x_0}{x_0 - 2}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow AB = \sqrt{(2x_0 - 4)^2 + \left[(2x_0 - 4) - \frac{8}{x_0 - 2}\right]^2}$$

$$\Leftrightarrow AB = \sqrt{2(2x_0 - 4)^2 + \frac{64}{(x_0 - 2)^2} - 32}$$

Chu vi

$$P = IA + AB + IB = \frac{8}{|x_0 - 2|} + 2\sqrt{2}|x_0 - 2| + \sqrt{2(2x_0 - 4)^2 + \frac{64}{(x_0 - 2)^2} - 32} \geq 8\sqrt{2} + 2\sqrt{32\sqrt{2} - 32}$$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} \frac{8}{|x_0 - 2|} = 2\sqrt{2}|x_0 - 2| \\ 2(2x_0 - 4)^2 = \frac{64}{(x_0 - 2)^2} \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \pm \sqrt[4]{8}.$

Câu 44 Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm (C), (C') là

$$1 + \cos(x - \alpha) = 1 + \cos x \Rightarrow x - \alpha = -x \Rightarrow x = \frac{\alpha}{2}$$

Diện tích giới hạn bởi (C), (C') và trục Oy .



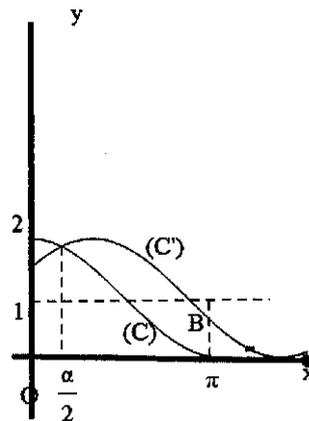
$$S_1 = \int_0^{\frac{\alpha}{2}} [\cos x - \cos(x - \alpha)] dx = 2 \sin \frac{\alpha}{2} - \sin \alpha$$

Hoành độ giao điểm (C') và đường $y=1$ thỏa mãn

$$\cos(x - \alpha) = 0 \Rightarrow x = \alpha + \frac{\pi}{2}$$

Vậy diện tích giới hạn bởi (C'), đường $y=1$ và đường $x=\pi$ là.

$$S_2 = \int_{\alpha + \frac{\pi}{2}}^{\pi} -\cos(x - \alpha) dx = 1 - \sin \alpha$$



Theo giả thiết $S_1 = S_2 \Leftrightarrow 2 \sin \frac{\alpha}{2} - \sin \alpha = 1 - \sin \alpha \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$

Câu 45 Chọn A.

$$P = a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2(ab)^2 = [(a+b)^2 - 2ab]^2 - 2(ab)^2$$

$$\Rightarrow P = [(1-ab)^2 - 2ab]^2 - 2(ab)^2 = (1-4x+x^2)^2 - 2x^2 \text{ với } ab = x.$$

Ta có $a+b=1-ab \geq 2\sqrt{ab} \Rightarrow x+2\sqrt{x}-1 \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{2}-1 \Rightarrow 0 \leq x \leq 3-2\sqrt{2}$

$$\Rightarrow P = x^4 + 16x^2 + 1 + 2x^2 - 8x^3 - 8x - 2x^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 8x + 1; x \in [0; 3-2\sqrt{2}]$$

$$P' = 4x^3 - 24x^2 + 32 - 8$$

Bảng biến thiên:

x	0		$3-2\sqrt{2}$
P'		-	
P		↘	

$$\min P = P(3-2\sqrt{2}) = 2(\sqrt{2}-1)^4.$$

Câu 46 Chọn C.

Ta có $u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n + 1 \Leftrightarrow u_{n+2} - u_{n+1} = u_{n+1} - u_n + 1 \Leftrightarrow v_{n+1} = v_n + 1$ ($v_n = u_{n+1} - u_n$),

do đó (v_n) lập thành một cấp số cộng có công sai bằng 1 nên

$$u_{n+1} - u_n = v_n = v_1 + (n-1).d = 2 + n - 1 = n + 1.$$

Từ đó ta có $u_n - u_1 = (u_n - u_{n-1}) + (u_{n-1} - u_{n-2}) + \dots + (u_2 - u_1) = n + n - 1 + n - 2 + \dots + 2$

$$\Leftrightarrow u_n = n + n - 1 + n - 2 + \dots + 2 + 1 = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Vậy $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1)}{2(n^2 + 1)} = \frac{1}{2}.$



Câu 47 Chọn D.

Theo đề a, b, c lập thành cấp số cộng nên $a + c = 2b \Rightarrow (a + c)^2 = 4b^2$

$$\Leftrightarrow b(a + c) + 2b^2 = (a + c)^2$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 + ab + 2b^2 + bc + c^2 = 2(a^2 + ac + c^2).$$

Do đó $P = \log_2(a^2 + ab + 2b^2 + bc + c^2) = \log_2(a^2 + ac + c^2) + 1$ do đó $x + y = 2$.

Câu 48 Chọn B.

Gọi x là chiều cao của hình trụ và r là bán kính đáy hình trụ, suy ra $V_{trụ} = \pi r^2 x$.

Ta có: $\frac{r}{R} = \frac{SK}{SH} = \frac{h-x}{h} \Rightarrow r = \frac{R}{h}(h-x)$

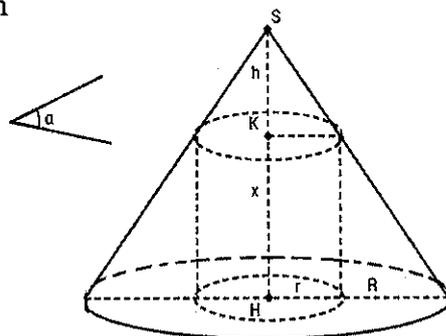
$$\Rightarrow V = \pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)^2 \cdot x = \frac{\pi R^2}{2h^2} (h-x)(h-x) \cdot 2x.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có:

$$V \leq \frac{\pi R^2}{2h^2} \left(\frac{(h-x) + (h-x) + 2x}{3} \right)^3 = \frac{\pi R^2}{2h^2} \cdot \frac{8h^3}{27} = \frac{4\pi R^2 h}{27}$$

Suy ra $V = \frac{4\pi R^2 h}{27} \Leftrightarrow h-x = 2x \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}$.

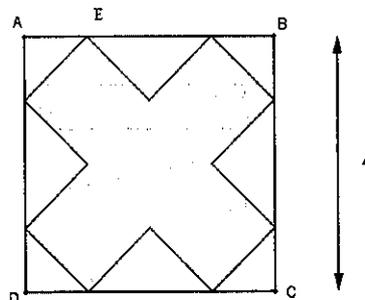
Vậy khi vị trí mặt phẳng (α) cách đáy hình nón một khoảng bằng $\frac{h}{3}$ thì khối trụ có thể tích lớn nhất.



Câu 49 Chọn C.

Đặt $AE = x$.

$$S = 4 \cdot x \sqrt{2} \cdot \frac{4-2x}{\sqrt{2}} + (x\sqrt{2})^2 = -6x^2 + 16x \leq \frac{32}{3}.$$



Câu 50 Chọn B.

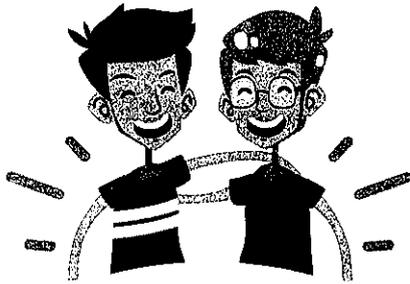
Ta có: $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 29$ (điều kiện $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$) $\Leftrightarrow 1 + n + \frac{1}{2}(n-1) \cdot n = 29 \Rightarrow n = 7$

$$\begin{aligned} f(x) &= (2-x+3x^2)^7 = [(2-x)+3x^2]^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k (2-x)^k (3x^2)^{7-k} = \sum_{k=0}^7 C_7^k \sum_j C_k^j 2^{k-j} \cdot (-1)^j \cdot x^j \cdot 3^{7-k} \cdot x^{14-2k} \\ &= \sum_{k=0}^7 \sum_j C_7^k \cdot C_k^j 2^{k-j} \cdot (-1)^j \cdot 3^{7-k} \cdot x^{14-2k+j} = C_7^0 (2-x)^0 (3x^2)^7 + C_7^1 (2-x)^1 (3x^2)^6 + \dots + C_7^7 (2-x)^7 (3x^2)^0 \end{aligned}$$

Ta có $14 - 2k + j = 7 \Leftrightarrow j = 2k - 7$ do đó $(k, j) = (4, 1) = (5, 3) = (6, 5) = (7, 7)$

Vậy suy ra hệ số của x^7 là:

$$a_7 = C_7^4 C_4^1 \cdot 2^{4-1} \cdot (-1)^1 \cdot 3^{7-4} + C_7^5 C_5^3 \cdot 2^{5-3} \cdot (-1)^3 \cdot 3^{7-5} + C_7^6 C_6^5 \cdot 2^{6-5} \cdot (-1)^5 \cdot 3^{7-6} + C_7^7 C_7^7 \cdot 2^{7-7} \cdot (-1)^7 \cdot 3^{7-7}$$



“ WHEREVER YOU GO,
GO WITH ALL YOUR HEART ”



Ghi nhớ hành trình luyện đề thi thành công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Số điểm thực tế	Số điểm kỳ vọng	Cảm xúc của bạn

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé!

Ngày:.....

Thi lần:.....

Số điểm đạt được:...../10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm từ những câu sai

.....

.....

.....

.....



ĐỀ SỐ 6	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC
Đề thi gồm 07 trang *****	Môn: Toán Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. Tập hợp $A = \{0; 12; 3; 4; 5; 6; 7\}$, $E = \{\overline{a_1 a_2 a_3 a_4} / a_1; a_2; a_3; a_4 \in A, a_1 \neq 0\}$. Lấy 1 phần tử thuộc E bất kỳ. Tính xác suất để số đó chia hết cho 5.

- A. $\frac{5}{16}$ B. $\frac{13}{98}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{13}{49}$

Câu 2. Trong hệ trục tọa độ Oxzy, cho $A(-1; 2; 3)$, $B(1; 0; -5)$, $(P): 2x + y - 3z - 4 = 0$. Tìm $M \in P$ sao cho A, B, M thẳng hàng.

- A. $M(-3; 4; 11)$. B. $M(-2; 3; 7)$. C. $M(0; 1; -1)$. D. $M(1; 2; 0)$.

Câu 3. Phương trình $\frac{(1-2\cos x)(1+\cos x)}{(1+2\cos x)\sin x} = 1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; 2018\pi)$.

- A. 3025. B. 3026. C. 3027. D. 3028.

Câu 4. Tìm chu kì của hàm số $y = \frac{\sin 3x}{1 + \sin x}$.

- A. $T = \pi$. B. $T = 2\pi$. C. $T = \frac{\pi}{2}$ D. $T = \frac{2\pi}{3}$

Câu 5. Trong các hàm sau đây, hàm số nào không nghịch biến trên \mathbb{R} .

- A. $y = -x^3 + 2x^2 - 7x$ B. $y = -4x + \cos x$. C. $y = -\frac{1}{x^2 + 1}$. D. $y = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^x$.

Câu 6. Từ các chữ số 0, 1, 2 có thể thành lập được bao nhiêu số tự nhiên (không bắt đầu bằng 0) là bội số của 3 và bé hơn $2 \cdot 10^8$.

- A. 4373. B. 4374. C. 3645. D. 4370.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề đúng là:

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$, nghịch biến trên $(-1; 1)$.
 D. Hàm số đồng biến trên tập \mathbb{R} .

Câu 8. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ ($x > 0$) bằng:

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y = 1$, $y = -1$ và hai đường tiệm cận đứng là $x = 2$, $x = -2$.



- B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $y = 1, y = -1$ và hai đường tiệm cận ngang là $x = 2, x = -2$.
- C. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang là $y = 1$, hai đường tiệm cận đứng là $x = 2, x = -2$.
- D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

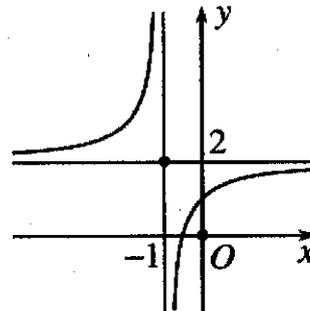
Câu 10. Đồ thị sau đây là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

D. $y = \frac{x+3}{1-x}$.



Câu 11. Đồ thị hàm số $y = -\frac{x^4}{2} + x^2 + \frac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 0.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + 2$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = 1$.

B. $m = 3$.

C. $m = 1 \vee m = 3$.

D. $m = -1$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên các khoảng $(-\infty; 0), (0; +\infty)$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	$-$
y	-4		$+\infty$	0	-7

Tìm tất cả các giá trị thực của m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

A. $-4 \leq m < 0$.

B. $-4 < m < 0$.

C. $-7 < m < 0$.

D. $-4 < m \leq 0$.

Câu 14. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh 1, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, (SCD) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SC và mặt đáy $ABCD$ bằng 45° . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SBCD$.

A. $\frac{7\pi}{2}$.

B. $\frac{7\pi}{4}$.

C. $\frac{7\pi}{6}$.

D. $\frac{7\pi}{3}$.

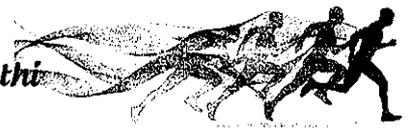
Câu 15. Giải bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ được tập nghiệm là $(a; b)$. Hãy tính tổng $S = a + b$.

A. $S = \frac{26}{5}$.

B. $S = \frac{8}{3}$.

C. $S = \frac{28}{15}$.

D. $S = \frac{11}{5}$.



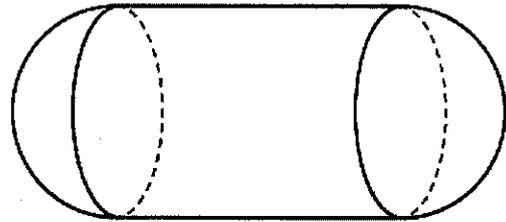
Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x+1}$.

- A. $y' = (x+1)2^x \ln 2$. B. $y' = 2^{x+1} \log 2$. C. $y' = \frac{2^{x+1}}{\ln 2}$. D. $y' = 2^{x+1} \ln 2$.

Câu 17. Nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là:

- A. $x \geq -4$. B. $x < 0$. C. $x > 0$. D. $x < 4$.

Câu 18. Một cái bồn chứa nước gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ (như hình vẽ). Đường sinh của hình trụ bằng hai lần đường kính của hình cầu. Biết thể tích của bồn chứa nước là $\frac{128\pi}{3} (m^3)$. Tính diện tích xung quanh của cái bồn chứa nước theo đơn vị m^2 .



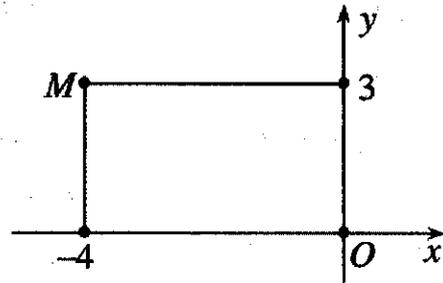
- A. $50\pi (m^2)$. B. $64\pi (m^2)$. C. $40\pi (m^2)$. D. $48\pi (m^2)$.

Câu 19. Số nào trong các số phức sau là số thực?

- A. $(\sqrt{3} + 2i) - (\sqrt{3} - 2i)$. B. $(3 + 2i) + (3 - 2i)$.
C. $(5 + 2i) - (\sqrt{5} - 2i)$. D. $(1 + 2i) + (-1 + 2i)$.

Câu 20. Cho điểm M là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.
B. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.
C. Phần thực là -4 và phần ảo là 3 .
D. Phần thực là 4 và phần ảo là -4 .



Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 10)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\vec{b} \perp \vec{c}$. B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. C. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. D. $\vec{b} \perp \vec{a}$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ và điểm $A(1; -2; 1)$. Phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) là:

- A. $\Delta \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 4t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. B. $\Delta \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. C. $\Delta \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $\Delta \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$.



Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(9; -3; 5), B(a; b; c)$. Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oxz)$ và (Oyz) . Biết M, N, P nằm trên đoạn AB sao cho $AM = MN = NP = PB$. Giá trị của tổng $a + b + c$ là:

- A. -21. B. -15. C. 15. D. 21.

Câu 24. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a . Biết đường chéo của mặt bên là $a\sqrt{3}$. Khi đó, thể tích khối lăng trụ bằng:

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $a^3\sqrt{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $2a^3$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tam giác ABC vuông tại C , $AB = a\sqrt{3}, AC = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết rằng $SC = a\sqrt{5}$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$.

Câu 26. Tìm $\int \frac{dx}{2x+1}$, ta được:

- A. $\frac{1}{2} \ln(2x+1) + C$. B. $-\frac{2}{(2x+1)^2} + C$. C. $\ln|2x+1| + C$. D. $\frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$.

Câu 27. Cho $\int_0^1 \ln(x+1) dx = a + \ln b, (a, b \in \mathbb{Z})$. Tính $(a+3)^b$.

- A. 25. B. $\frac{1}{7}$. C. 16. D. $\frac{1}{9}$.

Câu 28. Tập nghiệm của phương trình $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$ là:

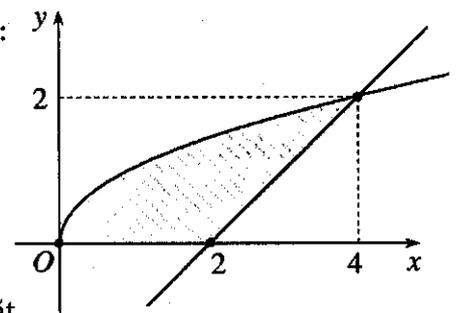
- A. $\{\pm 2; \pm 4i\}$. B. $\{\pm\sqrt{2}; \pm 2i\}$. C. $\{\pm\sqrt{2}i; \pm 2\}$. D. $\{\pm 2; \pm 4i\}$.

Câu 29. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)$ có gia tốc là $a(t) = 3t^2 + t (m/s^2)$. Vận tốc ban đầu của vật là $2 (m/s)$. Hỏi vận tốc của vật sau $2s$.

- A. $12m/s$. B. $10m/s$. C. $8m/s$. D. $16m/s$.

Câu 30. Diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ sau là:

- A. $\frac{22}{3}$. B. 2. C. $\frac{16}{3}$. D. $\frac{10}{3}$.



Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$ và M là điểm ở trên cạnh AC . Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD . Thiết diện của tứ diện cắt bởi (α) là:

- A. Hình bình hành. B. Hình chữ nhật. C. Hình thang. D. Hình thoi.

Câu 32. Trong hệ trục tọa độ không gian $Oxyz$, cho $A(1; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$, biết $b, c > 0$, phương trình mặt phẳng $(P): y - z + 1 = 0$.



Tính $M = b + c$ biết $(ABC) \perp (P), d(O; (ABC)) = \frac{1}{3}$.

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. 1.

Câu 33. Cho khối lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh là a. Tính thể tích khối chóp tứ giác D.ABC'D'.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 34. Cho hai đường tròn bằng nhau có tâm lần lượt là O, O' , biết chúng tiếp xúc ngoài, một phép quay tâm I và góc quay $\frac{\pi}{2}$ biến đường tròn (O) thành đường tròn (O') . Khẳng định nào sau đây sai?

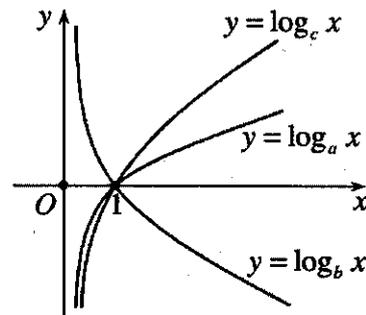
- A. I nằm trên đường tròn đường kính OO' .
 B. I nằm trên đường trung trực đoạn OO' .
 C. I là giao điểm của đường tròn đường kính OO' và trung trực đoạn OO' .
 D. Có hai tâm I của phép quay thỏa mãn điều kiện đầu bài.

Câu 35. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1.

Đồ thị các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên

Tìm khẳng định đúng.

- A. $b < c < a$. B. $a < b < c$.
 C. $a < c < b$. D. $b < a < c$.



Câu 36. Tìm m để hàm số $y = mx^4 + 2(m-1)x^2 + 2$ có 2 cực tiểu và một cực đại.

- A. $m < 0$. B. $0 < m < 1$. C. $m > 2$. D. $1 < m < 2$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 3a, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = 2a, \widehat{ABC} = 120^\circ$.

Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng:

- A. $\frac{3a}{2}$. B. $\frac{3a\sqrt{10}}{10}$. C. $\frac{6a\sqrt{13}}{13}$. D. $a\sqrt{13}$.

Câu 38. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A.e^{Nr}$ (trong đó A : là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là số dân sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm). Nếu dân số vẫn tăng với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người.

- A. 2026. B. 2020. C. 2022. D. 2025.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \log_{2018} \left(2017^x - x - \frac{x^2}{2} - m \right)$ xác định với mọi x thuộc $[0; +\infty)$.

- A. $m > 9$. B. $m < 2$. C. $0 < m < 1$. D. $m < 1$.



Câu 40. Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng đi qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng a , diện tích xung quanh của hình nón đó là:

- A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. C. $S_{xq} = \pi a^2$. D. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{2}$.

Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 2$, $w = 2z + 1 - i$. Khi đó $|w|$ có giá trị lớn nhất là:

- A. $16 + \sqrt{74}$. B. $2 + \sqrt{130}$. C. $4 + \sqrt{74}$. D. $4 + \sqrt{130}$.

Câu 42. Tìm hệ số của x^{26} trong khai triển $\left(\frac{1}{x^4} + x^7\right)^n$ biết n thỏa mãn biểu thức sau

$$C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 2^{20} - 1.$$

- A. 210 B. 126 C. 462 D. 924

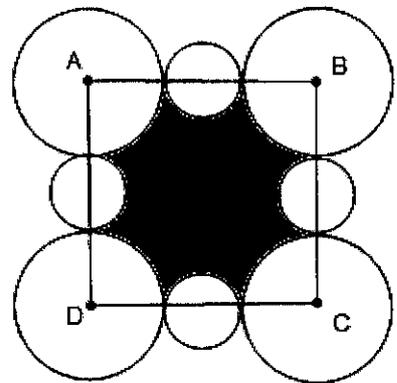
Câu 43. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ với $A(2;3;2), B(6;-1;-2), C(-1;-4;3), D(1;6;-5)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng CD sao cho tam giác ABM có chu vi nhỏ nhất.

- A. $M(1;1;0)$. B. $M(0;1;-1)$ C. $M(1;1;-1)$ D. $M(-1;1;-1)$

Câu 44. Cho tam giác ABC có các góc A, B, C tạo thành một cấp số nhân công bội 2. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$. B. $\frac{1}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c}$. C. $\frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$. D. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

Câu 45. Cho hình vẽ dưới đây trong đó A, B, C, D lần lượt là tâm của bốn đường tròn có bán kính bằng nhau, chúng tạo thành một hình vuông có cạnh là 4. Bốn đường tròn nhỏ bằng nhau và tâm của nó nằm trên các cạnh của hình vuông $ABCD$ và mỗi đường tròn này tiếp xúc với hai đường tròn lớn. Tìm diện tích lớn nhất của phần in đậm.



- A. 5.38. B. 7.62.
C. 5.98. D. 4.44.

Câu 46. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3(x + y + 2) = 1 + \log_3\left(\frac{x-1}{y} + \frac{y-1}{x}\right)$. Giá trị

nhỏ nhất của biểu thức $\frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $(a, b) = 1$. Hỏi $a + b$ bằng bao nhiêu.

- A. 2. B. 9. C. 12. D. 13.

Câu 47. Cho hình nón có đỉnh S , chiều cao h và bán kính đáy bằng R . Mặt phẳng (α) qua S cắt hình nón tạo ra một thiết diện tam giác. Diện tích lớn nhất của thiết diện bằng:

- A. $h^2 + \frac{R^2}{2}$. B. $\frac{h^2 + R^2}{4}$. C. $\frac{h^2 + R^2}{3}$. D. $\frac{h^2 + R^2}{2}$.



Câu 48. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3}{n^3 + 1} = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}$). Giá trị của $2a^2 + b^2$ là:

- A. 33. B. 73. C. 51. D. 99.

Câu 49. Cho ba số dương a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{a^2 + 8bc} + 3}{\sqrt{(2b+c)^2 + 1}}$$

có dạng $x\sqrt{y}$ ($x, y \in \mathbb{N}$). Hỏi $x+y$ bằng bao nhiêu:

- A. 9. B. 11. C. 13. D. 7.

Câu 50. Diện tích nhỏ nhất giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2 + 1$ và đường thẳng $d: y = mx + 2$ là:

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{2}{5}$. C. 1. D. $\frac{3}{4}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT



Câu 1 Chọn D.

Số phần tử của tập $E: A_8^4 - A_7^3 = 1470$

Để $a_1 a_2 a_3 a_4$ chia hết cho 5 điều kiện cần và đủ là $a_4 = 0$ hay $a_4 = 5$

Nếu $a_4 = 0$ thì $a_1 a_2 a_3$ lấy trong 7 chữ số 1, 2, ..., 7.

Vậy có A_7^3 số tận cùng bằng 0

Nếu $a_4 = 5$ thì các số $a_1 a_2 a_3$ là $A_7^3 - A_6^2 = 180$ số

Vậy xác suất để số đó chia hết cho 5 là $\frac{2A_7^3 - A_6^2}{A_8^4 - A_7^3} = \frac{13}{49}$.

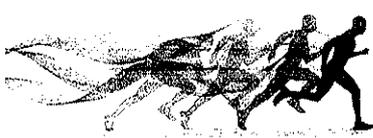
Câu 2 Chọn C.

$$\text{Phương trình } AB: \begin{cases} \text{qua } A(-1; 2; 3) \\ VTCP \overline{AB} = (2; -2; -8) = 2(1; -1; -4) \end{cases} \Rightarrow AB: \begin{cases} x = -1 + t \\ x = 2 - t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 3 - 4t \end{cases}$$

$M \in (P)$ sao cho A, B, M thẳng hàng $\Rightarrow M = AB \cap (P)$

$$M \in AB \Rightarrow M(1+t; 2-t; 3-4t). M \in (P) \Rightarrow 2(1+t) + (2-t) - 3(3-4t) = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Vậy $M(0; 1; -1)$.



Câu 3 Chọn C.

$$\frac{(1-2\cos x)(1+\cos x)}{(1+2\cos x)\sin x} = 1 \quad ((1+2\cos x)\sin x \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow 1 - \cos x - 2\cos^2 x = \sin x + 2\sin x \cos x \Leftrightarrow \cos 2x + \cos x + \sin 2x + \sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos\frac{3x}{2}\cos\frac{x}{2} + 2\sin\frac{3x}{2}\cos\frac{x}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos\frac{x}{2}\left(\sin\frac{3x}{2} + \cos\frac{3x}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\frac{x}{2} = 0 (l) \\ \sin\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}.$$

$$\text{Mà } -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \in (0; 2018\pi) \Leftrightarrow 0 < -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} < 2018\pi \Leftrightarrow \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{2} < k < \left(2018 + \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{4} < k < 3027.25$$

do đó có 3027 nghiệm.

Câu 4 Chọn B.

Vì hàm số $\sin x$ có chu kỳ $T_1 = 2\pi$ và $\sin 3x$ có chu kỳ $T_2 = \frac{2\pi}{3}$ nên hàm số f có chu kỳ T là bội số chung nhỏ nhất của T_1 và T_2 hay $T = 2\pi$.

Câu 5 Chọn C.

$$\text{Với } y = -\frac{1}{x^2+1} \text{ ta có } y' = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$$

$y' > 0$ khi $x > 0$ và $y' < 0$ khi $x < 0$. Nên hàm số không nghịch biến trên \mathbb{R}

Câu 6 Chọn C.

Ta xem số thỏa mãn yêu cầu bài toán là số có dạng: $A = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9}$ trong đó các $a_i \in \{0; 1; 2\}$ và các a_i không đồng thời bằng 0.

+ Vì $A < 2 \cdot 10^8$ nên $a_1 \in \{0; 1\} \Rightarrow a_1$ có 2 cách chọn.

+ Các số từ a_2 đến a_8 mỗi số đều có 3 cách chọn.

+ Chữ số a_9 chỉ có 1 cách chọn (Vì nếu $a_1 + \dots + a_8$ chia cho 3 dư 0 thì chọn $a_9 = 0$, dư 1 thì chọn $a_9 = 2$ và dư 2 thì chọn $a_9 = 1$).

Vậy có tất cả là $2 \cdot 3^7 = 4374$ số (gồm luôn các số dạng $\overline{0a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9}$).

Do đó số các số lập được thỏa yêu cầu bài toán là $2 \cdot 3^7 - 3^6 = 3645$ số.

Câu 7 Chọn A.

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D.$$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.



Câu 8 Chọn D.

$$y' = 2x - \frac{2}{x^2}, x > 0; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (do } x > 0 \text{)}.$$

Ta có: $f(1) = 3, \lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty.$

Vậy giá trị nhỏ nhất là $y = 3.$

Câu 9 Chọn A.

TXĐ $D \in \mathbb{R} \setminus [-2; 2].$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $x = 2, x = -2.$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{x \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{x \sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}} = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{x \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{|x| \sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}} = -1 \Rightarrow$$
 Đồ thị có hai đường tiệm cận ngang là

$y = 1, y = -1.$

Câu 10 Chọn B.

Dựa vào đồ thị, có 2 đường tiệm cận là $x = -1$ và $y = 2$

Câu 11 Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm: $-\frac{x^4}{2} + x^2 + \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \\ x^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}.$
 \Rightarrow đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

Câu 12 Chọn A.

TXĐ $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 4mx + m^2, y'' = 6x - 4m.$$

Do hàm số đã cho là hàm bậc ba nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1.$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 3 = 0 \\ 6 - 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 3 \\ m < \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 13 Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên, đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt khi $-4 < m < 0.$

Câu 14 Chọn D.

$ABCD$ là hình thoi có $\widehat{BAD} = 60^\circ \Rightarrow ABD$ và BCD là hai tam giác đều cạnh bằng 1.



$$\begin{cases} (SAD) \perp (ABCD) \\ (SCD) \perp (ABCD) \Rightarrow SD \perp (ABCD). \\ (SAD) \cap (SCD) = SD \end{cases}$$

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Kẻ $Gx \parallel SD \Rightarrow Gx$ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Trong mặt phẳng (SDG) , kẻ đường thẳng Ky vuông góc với SD và cắt Gx tại I (với K là trung điểm SD) $\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SBCD$.

Ta có: $IG = KD = \frac{1}{2}, DG = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow ID = \sqrt{IG^2 + GD^2} = \frac{\sqrt{21}}{6}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SBCD$ là $S = 4\pi \cdot \left(\frac{\sqrt{21}}{6}\right)^2 = \frac{7\pi}{3}$.

Câu 15 Chọn D.

$$\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2 > 0 \\ 6-5x > 0 \\ 3x-2 > 6-5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x < \frac{6}{5} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{6}{5}$$

$\Rightarrow a = 1; b = \frac{6}{5} \Rightarrow S = \frac{11}{5}$.

Câu 16 Chọn D.

Ta có: $y' = 2^{x+1} \ln 2$.

Câu 17 Chọn A.

$3^{x+2} \geq \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x+2} \geq 3^{-2} \Leftrightarrow x+2 \geq -2 \Leftrightarrow x \geq -4$.

Câu 18 Chọn D.

Gọi $4x(m)$ là đường sinh hình trụ.

\Rightarrow đường tròn đáy hình trụ và mặt cầu có bán kính là $x(m)$.

Thể tích bồn chứa nước này chính là thể tích của khối trụ có bán kính đáy $R = x$ đường sinh $l = h = 4x$ và thể tích khối cầu có bán kính $R = x$.

Do đó $\pi \left(x^2 \cdot 4x + \frac{4}{3} x^3 \right) = \frac{128\pi}{3} \Leftrightarrow x = 2(m)$.

Vậy diện tích xung quanh bồn nước là: $S = \pi(4x^2 + 2 \cdot x \cdot 4x) = 48\pi(m^2)$.

Câu 19 Chọn B.

$(3+2i) + (3-2i) = 6$.

Câu 20 Chọn C.

Câu 21 Chọn A.

$\vec{b} \cdot \vec{c} = 2 \neq 0 \Rightarrow \vec{b}, \vec{c}$ không vuông góc với nhau.



Câu 22 Chọn D.

$$\text{Đường thẳng } \Delta: \begin{cases} \text{qua } A(1; -2; 1). \\ \text{VTCP } \vec{n}_{(P)} = (2; -1; 1) \end{cases} \Rightarrow \Delta \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t. \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Câu 23 Chọn B.

$$\text{Đường thẳng } AB \begin{cases} x = 9 + (9 - a)t \\ y = -3 + (-3 - b)t. \\ z = 5 + (5 - c)t \end{cases}$$

Từ dữ kiện $M, N, P \in AB$ và $AM = MN = NP = PB$.

$\Rightarrow M, N, P$ lần lượt là trung điểm của AB, AN và BN

$$\Rightarrow N \left(\frac{9+a}{2}; \frac{-3+b}{2}; \frac{5+c}{2} \right), M \left(\frac{9 + \frac{9+a}{2}}{2}; \frac{-3 + \frac{-3+b}{2}}{2}; \frac{5 + \frac{5+c}{2}}{2} \right)$$

$$M \left(\frac{a + \frac{9+a}{2}}{2}; \frac{b + \frac{-3+b}{2}}{2}; \frac{c + \frac{5+c}{2}}{2} \right)$$

$$\text{Mà } \begin{cases} M \in (Oxy) \\ N \in (Oxz) \\ P \in (Oyz) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5 + \frac{5+c}{2}}{2} = 0 \\ \frac{-3+b}{2} = 0 \\ \frac{a + \frac{9+a}{2}}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 3 \\ c = -15 \end{cases} \text{ vậy } a+b+c = -15.$$

Câu 24 Chọn B.

$$\text{Ta có: } AB = a, A'B = a\sqrt{3} \Rightarrow AA' = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot (AB)^2 = a^3\sqrt{2}.$$

Câu 25 Chọn C.

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = a\sqrt{2}.$$

$$SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = 2a$$

$$\Rightarrow S_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 26 Chọn D.

$$\int \frac{dx}{2x+1} = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C.$$



Câu 27 Chọn C.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x+1} dx \\ v = x+1 \end{cases}$$

$$I = \int_0^1 \ln(x+1) dx = (x+1) \ln(x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 (x+1) \cdot \frac{1}{x+1} dx = 2 \ln 2 - x \Big|_0^1 = 2 \ln 2 - 1 = -1 + \ln 4.$$

$$\Rightarrow a = -1, b = 4 \Rightarrow (a+3)^b = 16.$$

Câu 28 Chọn C.

$$z^4 - 2z^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = -2 \\ z^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm \sqrt{2}i \\ z = \pm 2 \end{cases}$$

Câu 29 Chọn A.

$$\text{Ta có: } v(t) = \int a(t) dt = \int (3t^2 + t) dt = t^3 + \frac{t^2}{2} + c.$$

$$\text{Ban đầu vật có vận tốc } 2(m/s) \Rightarrow v(0) = 2 \Rightarrow c = 2.$$

$$\Rightarrow v(t) = t^3 + \frac{t^2}{2} + 2 \Rightarrow v(2) = 12.$$

Câu 30 Chọn D.

Dựa vào hình vẽ, diện tích hình phẳng giới hạn sẽ là:

$$S = \int_0^2 \sqrt{x} dx \int_2^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx = \frac{10}{3}.$$

Câu 31 Chọn A.

Trên (ABC) kẻ $MN \parallel AB$; $N \in BC$

Trên (BCD) kẻ $NP \parallel CD$; $P \in BD$

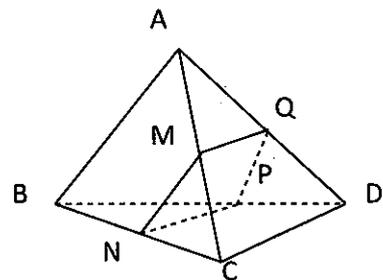
Ta có (α) chính là mặt phẳng (MNP)

Sử dụng định lý ba giao tuyến ta có $(MNP) \cap AD = \{Q\}$

với $MQ \parallel CD \parallel NP$

Ta có

$$\left. \begin{array}{l} MQ \parallel NP \parallel CD \\ MN \parallel PQ \parallel AB \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Thiết diện } MNPQ \text{ là hình bình hành.}$$



Câu 32 Chọn D.

Phương trình mặt chắn (ABC) là: $\frac{x}{1} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$



$$(ABC) \perp (P) \Leftrightarrow \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow b = c.$$

$$d(O; (ABC)) = \frac{|1|}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{c}\right)^2}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 9 = 1 + 2\left(\frac{1}{b}\right)^2 \quad (b=c)$$

$$\Leftrightarrow b = \pm \frac{1}{2}, \text{ do } b, c > 0 \text{ nên } b = c = \frac{1}{2}. \quad M = b + c = 1.$$

Câu 33 Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } V_{D.ABC'D'} &= V_{D.ABD'} + V_{D.BC'D'} = V_{D'ABD} + V_{B.DC'D'} = \frac{1}{2}(V_{D'.ABCD} + V_{B.DCC'D'}) \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'} + \frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'}\right) = \frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{a^3}{3}. \end{aligned}$$

Câu 34 Chọn D.

$$\text{Chỉ có một điểm } I \text{ để } (\angle IO, \angle IO') = \frac{\pi}{2} > 0.$$

Câu 35 Chọn A.

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số $y = \log_b x$ nghịch biến, $y = \log_a x, y = \log_c x$ đồng biến và đồ thị $y = \log_c x$ phía trên $y = \log_a x$. Nên ta có $b < c < a$.

Câu 36 Chọn B.

$$\text{TXĐ } D = \mathbb{R}$$

$$y' = 4mx^3 + 4(m-1)x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ mx^2 = -(m-1) \end{cases}$$

Hàm số có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại khi phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt và $m > 0$.

Khi đó phương trình $mx^2 = -(m-1)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 và $m > 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -\frac{m-1}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

Câu 37 Chọn D.

Gọi I là trung điểm CD , O là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Ta có $OI \perp CD, SI \perp CD \Rightarrow ((SCD); (ABCD)) = (\widehat{SI, OI}) = \widehat{SIO} = 60^\circ$.

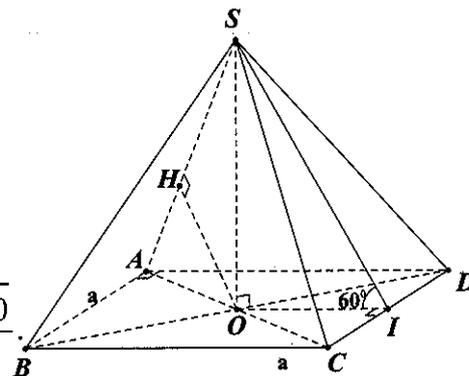
$$SO = OI \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2} \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



$$\begin{cases} BD \perp SO \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

Kẻ $OH \perp SA$ tại $H \Rightarrow OH$ là đoạn vuông góc chung của SA, BD .

$$\Rightarrow d(SA, BD) = \frac{SO \cdot OA}{\sqrt{SO^2 + OA^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{\frac{3a^2}{4} + \frac{2a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{30}}{10}$$



Câu 38 Chọn A.

Ta có $78685800 \cdot e^{N \cdot 0,017} = 120000000 \Leftrightarrow N \approx 24,8$ (năm)

Do đó, tới năm 2026 thì dân số nước ta đạt mức 120 triệu người.

Câu 39 Chọn D.

Hàm số xác định với mọi x thuộc $[0; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$2017^x - x - \frac{x^2}{2} - m > 0, \forall x \in [0; +\infty) \Leftrightarrow 2017^x - x - \frac{x^2}{2} > m, \forall x \in [0; +\infty) (*)$$

Xét hàm số: $f(x) = 2017^x - x - \frac{x^2}{2}$ trên $[0; +\infty)$. Hàm số liên tục trên $[0; +\infty)$

$f'(x) = 2017^x \cdot \ln 2017 - 1 - x$ và liên tục trên $[0; +\infty)$

$$f''(x) = 2017^x \cdot (\ln 2017)^2 - 1 > 0, \forall x \in [0; +\infty)$$

$\Rightarrow f'(x)$ đồng biến trên $[0; +\infty) \Rightarrow f'(x) \geq f'(0) = \ln 2017 - 1 > 0, \forall x \in [0; +\infty)$

$\Rightarrow f(x)$ là hàm số đồng biến trên $[0; +\infty) \Rightarrow \min_{[0; +\infty)} f(x) = f(0) = 1$.

Bất phương trình (*) $\Leftrightarrow f(x) > m, \forall x \in [0; +\infty) \Leftrightarrow \min_{[0; +\infty)} f(x) > m \Leftrightarrow m < 1$.

Câu 40 Chọn A.

Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a \Rightarrow$ bán kính đường tròn đáy là $R = \frac{a}{2}$, đường sinh là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Vậy diện tích xung quanh của hình nón là } S_{xq} = \pi Rl = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}.$$

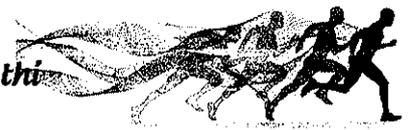
Câu 41 Chọn D.

$$\text{Đặt } w = x + yi \Rightarrow z = \frac{w-1+i}{2} = \frac{x-1+(y+1)i}{2}$$

$$|z-3+4i| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{(x-7)+(y+9)i}{2} \right| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-7)^2 + (y+9)^2} = 4 \Leftrightarrow (x-7)^2 + (y+9)^2 = 16.$$

\Rightarrow Tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(7; -9)$ bán kính $R = 4$.

Khi đó $|w|$ có giá trị lớn nhất là $OI + R = 4 + \sqrt{130}$.



Câu 42 Chọn A.

Biểu thức đã cho viết thành $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \dots + C_{2n+1}^{2n} = 2^{2n+1}$

Mà $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \dots + C_{2n+1}^n + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 2^{2n+1}$

Do tính chất $C_{2n+1}^k = C_{2n+1}^{2n+1-k}$ nên

$$2(C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \dots + C_{2n+1}^n) = 2^{2n+1} \Rightarrow 2^{2n+1} = 2^{2n+1} \Rightarrow n = 10$$

Số hạng tổng quát trong khai triển $(x^{-4} + x^7)^{10}$ là $C_{10}^k \cdot x^{-4(10-k)} \cdot x^{7k}$

Hệ số của x^{26} trong khai triển là C_{10}^k với $-4(10-k) + 7k = 26 \Rightarrow k = 6$

Hệ số đó là $C_{10}^6 = 210$.

Câu 43 Chọn B.

Ta có: $AC = \sqrt{3^2 + 7^2 + 1^2} = \sqrt{59}$, $AD = \sqrt{3^2 + 7^2 + 1^2} = \sqrt{59} \Rightarrow \Delta ACD$ cân tại A

$BC = \sqrt{3^2 + 7^2 + 5^2} = \sqrt{83}$, $BD = \sqrt{3^2 + 7^2 + 5^2} = \sqrt{83} \Rightarrow \Delta BCD$ cân tại B

Từ đó gọi M là trung điểm của CD ta có $AM \perp CD$, $BM \perp CD$. Do đó chu vi ΔABM là $p = (AB + AM + BM)_{\min} \Leftrightarrow (AM + BM)_{\min}$ (vì AB không thay đổi), tức là khi M là trung điểm của CD hay $M(0;1;-1)$

Câu 44 Chọn A.

Ta có $B = 2A$, $C = 2B = 4A$ mà $A + B + C = \pi \Rightarrow$

$$\begin{cases} A = \frac{\pi}{7} \\ B = \frac{2\pi}{7} \\ C = \frac{4\pi}{7} \end{cases}$$

Thế vào $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2R \sin \frac{2\pi}{7}} + \frac{1}{2R \sin \frac{4\pi}{7}} = \frac{1}{2R} \cdot \frac{\sin \frac{4\pi}{7} + \sin \frac{2\pi}{7}}{\sin \frac{4\pi}{7} \cdot \sin \frac{2\pi}{7}} = \frac{1}{2R} \cdot \sin \frac{\pi}{7} = \frac{1}{a}$

Câu 45 Chọn B.

Gọi bán kính của các đường tròn lớn là $R = x$.

Ta có: $S = 4^2 - \pi x^2 - 2\pi \left(\frac{4-2x}{2}\right)^2 = -3\pi x^2 + 8\pi x + 16 - 8\pi \leq 16 - \frac{8}{3}\pi$.

Câu 46 Chọn D.

Ta có:

$$\log_3(x+y+2) = 1 + \log_3\left(\frac{x-1}{y} + \frac{y-1}{x}\right) \Leftrightarrow 3\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) = (x+y) + 3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + 2 \geq 2\sqrt{(x+y) \cdot 3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)} + 2$$



Câu 50 Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 + 1 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 - mx - 1 = 0$

$\Delta = m^2 + 4 > 0 \forall m \in \mathbb{R}$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt

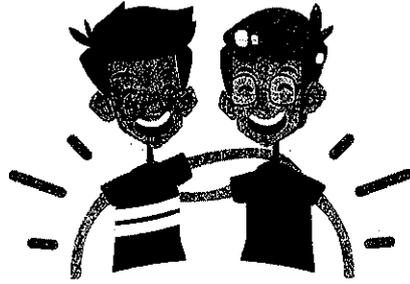
$$x_1 = \frac{m - \sqrt{m^2 + 4}}{2}, x_2 = \frac{m + \sqrt{m^2 + 4}}{2} \quad (x_1 < x_2)$$

$$\Rightarrow x_2 - x_1 = \sqrt{m^2 + 4}, S = x_2 + x_1 = m, P = x_2 x_1 = -1$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và (d) là:

$$\begin{aligned} S &= \int_{x_1}^{x_2} |x^2 - mx - 1| dx = \left| \int_{x_1}^{x_2} (x^2 - mx - 1) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} - x \right) \Big|_{x_1}^{x_2} \right| \\ &= \left| \frac{1}{3}(x_2^3 - x_1^3) - \frac{m}{2}(x_2^2 - x_1^2) - (x_2 - x_1) \right| \\ &= (x_2 - x_1) \left| \frac{1}{3}(x_2^2 + x_2 x_1 + x_1^2) - \frac{m}{2}(x_2 + x_1) - 1 \right| = (x_2 - x_1) \left| \frac{1}{3}((x_2 + x_1)^2 - x_2 x_1) - \frac{m}{2}(x_2 + x_1) - 1 \right| \\ &= \sqrt{m^2 + 4} \left| \frac{m^2 + 1}{3} - \frac{m^2}{2} - 1 \right| = \sqrt{m^2 + 4} \left| -\frac{m^2}{6} - \frac{2}{3} \right| = \sqrt{m^2 + 4} \cdot \frac{m^2 + 4}{6} \geq \sqrt{4} \cdot \frac{4}{6} = \frac{4}{3} \forall m \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Diện tích S nhỏ nhất bằng $\frac{4}{3} \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + 4} \cdot \frac{m^2 + 4}{6}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow m = 0$.



“ WHEREVER YOU GO,
GO WITH ALL YOUR HEART ”



Ghi nhớ hành trình luyện đề thi thành công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Số điểm thực tế	Số điểm kỳ vọng	Cảm xúc của bạn

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé!

Ngày:.....

Thi lần:.....

Số điểm đạt được:...../10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm từ những câu sai

.....

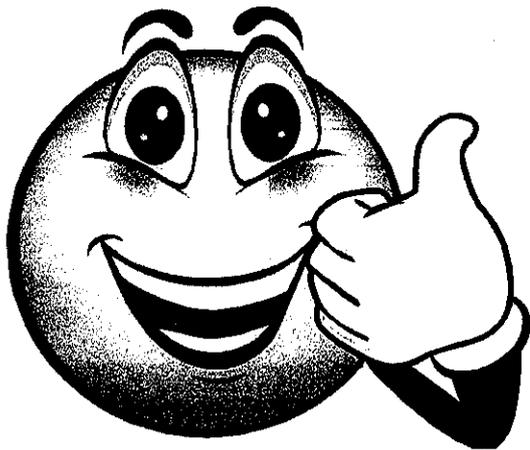
.....

.....

.....



Bài học và kiến thức rút ra từ đề thi này



*Thật không quá khó để được vui vẻ
Khi cuộc sống êm đềm như một bài hát
Nhưng một người trở nên đáng quý
Chỉ khi người đó biết mỉm cười
Lúc mọi việc hoàn toàn bất ổn*



ĐỀ SỐ 7	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC
Đề thi gồm 09 trang ★★★★★	Môn: Toán Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. Cho phép tịnh tiến vectơ \vec{v} biến A thành A' và M thành M'. Khi đó:

- A. $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{A'M'}$. B. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{A'M'}$. C. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{A'M'}$. D. $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{A'M'}$.

Câu 2. Một nguyên hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$ là:

- A. $\frac{3}{2}x\sqrt{x}$. B. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$. C. $\frac{2}{3}x\sqrt{x}$. D. $\frac{2}{3}\sqrt{x}$.

Câu 3. Tìm diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x + \sin^2 x$, $y = x$ và $x = 0$, $x = \pi$.

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{6}$. C. $\frac{\pi}{2}$. D. π .

Câu 4. Cho phương trình $3\sin^4 x + 5\cos^4 x - 3 = 0$. Khi đặt $t = \cos^2 x$ phương trình trở thành :

- A. $8t^2 - 6t = 0$. B. $2t^4 - 3t = 0$. C. $t^4 - 2t + 1 = 0$. D. $4t^2 - 3t = 0$

Câu 5. Hàm số nào là hàm số lẻ?

- A. $y = \sin^2 x$. B. $y = \cos x$. C. $y = -\cos x$. D. $y = \sin x$.

Câu 6. Hàm số nghịch biến trên khoảng (1;3) là:

- A. $y = \frac{x+5}{x-2}$. B. $y = \frac{4x+3}{x}$. C. $y = \frac{4x-5}{x-1}$. D. $y = x^2 - 2x + 3$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	2	$+\infty$	2

Nhìn vào bảng biến thiên ta có:

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 2$, tiệm cận đứng $x = 1$.
 B. $\lim_{x \rightarrow 1} y = +\infty$.
 C. Hàm số giảm trên miền xác định.
 D. $\lim_{x \rightarrow 2} y = -\infty$.

Câu 8. Cho hàm số $y = \sqrt{2}x^4 - \frac{1}{\sqrt{3}}x^2 + 3$. Số điểm cực trị của hàm số là:

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.



Câu 9. Cho hàm số $y = x^4 + 2\sqrt{2}x^2 - 4$. Mệnh đề đúng là:

- A. Đồ thị hàm số nhận trục hoành làm trục đối xứng.
- B. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tung độ bằng -4 .
- C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.
- D. Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 10. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = e^{x^3 - 3x + 3}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng:

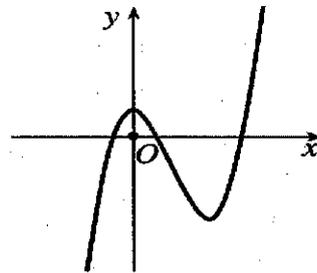
- A. e^2 .
- B. e^3 .
- C. e^5 .
- D. e .

Câu 11. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3}{3x+1} + \sqrt{x}$ là:

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.

Câu 12. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có đồ thị sau, thì

- A. $a > 0; b > 0; c = 0; d > 0$.
- B. $a > 0; b < 0; c > 0; d > 0$.
- C. $a > 0; b > 0; c > 0; d > 0$.
- D. $a > 0; b < 0; c = 0; d > 0$.



Câu 13. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 4x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - 2x$ là:

- A. 1.
- B. 3.
- C. 0.
- D. 2.

Câu 14. Cho số phức z có $|z| = 2$ thì số phức $w = z + 3i$ có modun nhỏ nhất và lớn nhất lần lượt là:

- A. 2 và 5.
- B. 1 và 6.
- C. 2 và 6.
- D. 1 và 5.

Câu 15. Biết d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ và d có hệ số góc $k = -9$, phương trình của d là:

- A. $y = -9x + 11$.
- B. $y = -9x + 16$.
- C. $y = -9x - 11$.
- D. $y = -9x - 16$.

Câu 16. Thể tích khối vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng (S) giới hạn bởi các đường $y = 1 - x^2, y = 0$ quanh trục hoành có kết quả dạng $\frac{\pi a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a + b$ bằng:

- A. 31.
- B. 23.
- C. 21.
- D. 32.

Câu 17. Tập nghiệm của phương trình $\frac{x^2 + x}{\ln(x-1)} = 0$ là:

- A. $\{0; -1\}$.
- B. \emptyset .
- C. $\{-1\}$.
- D. $\{0\}$.

Câu 18. Hàm số $y = 2^x \ln|x+1|$ có tập xác định là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- C. \mathbb{R}^+ .
- D. \mathbb{R} .

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(2x-1) \geq -2$ là:

- A. $[\frac{1}{2}; 5]$.
- B. $[5; +\infty)$.
- C. $[1; 5]$.
- D. $(\frac{1}{2}; 5]$.

Câu 20. Tập nghiệm của phương trình $x = 3^{\log_3 x}$ là:

- A. \mathbb{R} . B. $[0; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 21. Xác định m để phương trình $3 \cdot 4^x - (m-1)2^x + m - 4 = 0$ có đúng hai nghiệm.

- A. $m > 4, m \neq 7$. B. $m > 0, m \neq 7$.
C. $m < 0, m \neq -7$. D. $m < 7, m \neq 0$.

Câu 22. Có bao nhiêu số nguyên a là nghiệm bất phương trình $\log_{0,5} a \leq \log_{0,5} a^2$

- A. 2. B. 0. C. Vô số. D. 1.

Câu 23. Cho $\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{1+2^x} dx = 4$ trong đó hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn trên $[-1;1]$, lúc đó $\int_{-1}^1 f(x) dx$ bằng.

- A. 2. B. 16. C. 4. D. 8.

Câu 24. hình trụ có bán kính đáy bằng R và thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng:

- A. $S_{tp} = 2\pi R^2$. B. $S_{tp} = 4\pi R^2$. C. $S_{tp} = 6\pi R^2$. D. $S_{tp} = 3\pi R^2$.

Câu 25. Từ miếng bìa hình tròn kính $R = 4$ người ta cắt một hình quạt có bán kính với hình tròn và góc $\alpha = 270^\circ$. Sau đó xếp hình quạt thành mặt xung quanh của hình nón. Tính thể tích của khối nón.

- A. 4π . B. $3\pi\sqrt{7}$. C. $9\pi\sqrt{7}$. D. $\frac{64\pi}{3}$ lít.

Câu 26. Bộ số thực $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức $(3+x) + (1+y)i = 1+3i$ là:

- A. $(2; -2)$ B. $(-2; -2)$ C. $(2; 2)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 27. Cho số phức z có điểm biểu diễn nằm trên đường thẳng $3x - 4y - 3 = 0$, $|z|$ nhỏ nhất bằng.

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 28. Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+2| = |i-z|$ đường thẳng Δ có phương trình:

- A. $2x+4y+13=0$. B. $4x+2y+3=0$. C. $-2x+4y-13=0$. D. $4x-2y+3=0$.

Câu 29. Cho hình bình hành $ABCD$ với $A(2; 4; -2), B(1; 1; -3), C(-2; 0; 5), D(-1; 3; 4)$. Diện tích của hình bình hành $ABCD$ bằng:

- A. $\sqrt{245}$ đvdt. B. $\sqrt{615}$ đvdt. C. $2\sqrt{731}$ đvdt. D. $\sqrt{345}$ đvdt.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 1; 2), B(2; -1; 0)$. Phương trình đường thẳng AB là:

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{-2}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{2}$.
B. C. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{2}$. D. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}$.



Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + z = 0, (Q): x - z = 0$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có một vectơ chỉ phương là:

- A. $\vec{a} = (1; 0; -1)$. B. $\vec{a} = (1; -3; 1)$. C. $\vec{a} = (1; 3; 1)$. D. $\vec{a} = (2; -1; 1)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x - my - z + 7 = 0, (Q): 6x + 5y - 2z - 4 = 0$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau khi m bằng:

- A. $m = 4$. B. $m = -\frac{5}{2}$. C. $m = -30$. D. $m = \frac{5}{2}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(-\frac{3}{2}; 0; 0\right)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0$.

M là điểm bất kỳ trên mặt cầu (S) , khoảng cách AM nhỏ nhất là:

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; -1)$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua đường thẳng d là:

- A. $A'\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$. B. $A'(1; -2; 1)$. C. $A'\left(\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$. D. $A'(3; 4; -1)$.

Câu 35. Nếu một khối hộp chữ nhật có độ dài các đường chéo của các mặt lần lượt là $\sqrt{5}, \sqrt{10}, \sqrt{13}$ thì thể tích khối hộp chữ nhật đó bằng:

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 8.

Câu 36. Nếu khối lăng trụ đứng có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và đường chéo mặt bên bằng $4a$ thì khối lăng trụ đó có thể tích bằng:

- A. $4a^3$. B. $6\sqrt{3}a^3$. C. $8\sqrt{3}a^3$. D. $12a^3$.

Câu 37. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Khi đó bán kính mặt cầu bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 38. Khối chóp tam giác đều có thể tích $V = 2a^3$, cạnh đáy bằng $2a\sqrt{3}$ thì chiều cao khối chóp bằng:

- A. $a\sqrt{6}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a}{3}$.

Câu 39. Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng 150. Thể tích của khối lập phương đó là:

- A. 200. B. 625. C. 100. D. 125.

Câu 40. Tìm hệ số x^7 trong $\left(\frac{3}{\sqrt[3]{x}} - 2\sqrt{x^3}\right)^n$ biết rằng $C_{n-3}^{n-4} + C_{n-3}^{n-6} = 6n + 20$

- A. -24634368 B. 43110144 C. -55427328 D. Kết quả khác.

Câu 41. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khi đó hiệu số $F(1) - F(2)$ bằng

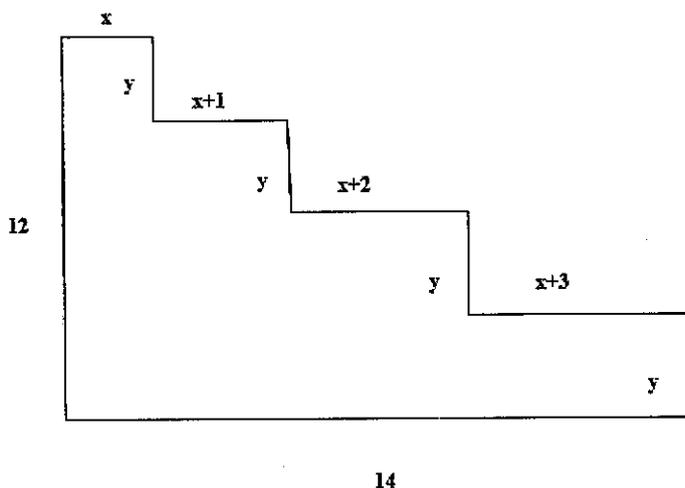
- A. $\int_1^2 f(x) dx$. B. $\int_1^2 -f(x) dx$. C. $\int_2^1 -F(x) dx$. D. $\int_1^2 -F(x) dx$.

Câu 42. Một người vay ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức trả góp hàng tháng, lãi suất ngân hàng cố định 0.8% tháng. Mỗi tháng người đó phải trả (lần đầu tiên phải trả là 1 tháng sau khi vay) một số tiền cố định không đổi tới hết tháng 48 thì hết nợ. Tổng số tiền lãi người đó phải trả trong quá trình nợ là bao nhiêu?

- A 38.123.000 đồng. B. 41.641.000 đồng. C. 39.200.000 đồng. D. 40.345.000 đồng.

Câu 43. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng dưới đây quanh cạnh có độ dài bằng 14 của nó.

- A 1005π . B. 720π . C. 1431π . D. 1422π .



Câu 44. Cho 6 đường thẳng và 8 đường tròn phân biệt. Hỏi số giao điểm tối đa có thể có, biết giao điểm ở đây có thể là của đường thẳng với đường thẳng, của đường thẳng với đường tròn và của đường tròn với đường tròn.

- A. 165 B. 420 C. 167 D. 119

Câu 45. Cho hình cầu (S) tâm I bán kính R. Một mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn giao tuyến (L). Khối nón đỉnh I và đáy là đường tròn (L) có thể tích lớn nhất là $\frac{a\pi R^3}{b\sqrt{3}}$ ($a, b \in \mathbb{N}$). Hỏi $a + b$ bằng?

- A. 10. B. 9. C. 11. D. 13.

Câu 46. Phương trình $m(x-1)(x^3-4x) + x^3 - 3x + 1 = 0$ (m là tham số) có ít nhất bao nhiêu nghiệm?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.



Câu 47. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1.2x+1} \cdot \sqrt[3]{2.3x+1} \cdot \sqrt[4]{3.4x+1} \dots \sqrt[2018]{2017.2018x+1}}{x}$.

- A. 2035153. B. 4070306. C. 2033136. D. 4066272.

Câu 48. Có hai cấp số nhân thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 15 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 85 \end{cases}$ với công bội lần lượt là q_1, q_2 .
Hỏi giá trị của $q_1 + q_2$ là:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 49. Gọi E là tập hợp các chữ số có hai chữ số khác nhau được lập từ tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai phần tử trong E . Tính xác suất biến cố $M =$ "lấy được ít nhất một số chia hết cho 10".

- A. $P(M) = \frac{73}{210}$ B. $P(M) = \frac{61}{210}$ C. $P(M) = \frac{79}{210}$ D. $P(M) = \frac{13}{42}$

Câu 50. Cho hai số thực $x, y \in [-3; 2]$ thỏa mãn $2^{x^3+y^3} = 6 - x^3 - y^3$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2$ có dạng $a + \sqrt[3]{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}$). Hỏi $a + b$ bằng bao nhiêu?

- A. 30. B. 40. C. 36. D. 45.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT



Câu 1 Chọn c.

Ta có: $\overline{AA'} = \vec{v} = \overline{MM'}$ nên $AA'M'M$ là hình bình hành, suy ra $\overline{AM} = \overline{A'M'}$.

Câu 2 Chọn C.

Ta có: $\int \sqrt{x} dx = \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{3} x \sqrt{x} + C$.

Câu 3 Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của các đường $y = x + \sin^2 x$ và $y = x$ là:

$$x + \sin^2 x = x(1) \Leftrightarrow \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Trên đoạn $[0; \pi]$, phương trình (1) có hai nghiệm $x = 0; x = \pi$.



Suy ra $S = \int_0^{\pi} |\sin^2 x| dx = \int_0^{\pi} \sin^2 x dx$

Ta có: $S = \int_0^{\pi} \sin^2 x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} (1 - \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\pi} = \frac{\pi}{2}$

Câu 4 Chọn A.

$$3 \sin^4 x + 5 \cos^4 x - 3 = 0 \Leftrightarrow 5 \cos^4 x + 3(1 - \cos^2 x)^2 - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5 \cos^4 x + 3(1 - 2 \cos^2 x + \cos^4 x) - 3 = 0 \Leftrightarrow 8 \cos^4 x - 6 \cos^2 x = 0$$

Khi đặt $t = \cos^2 x$ phương trình trở thành $8t^2 - 6t = 0$.

Câu 5 Chọn D.

Xét hàm số $y = f(x) = \sin x$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Với mọi $x \in D$, ta có $-x \in D$.

Và $f(-x) = \sin(-x) = -\sin x = -f(x)$ nên $f(x)$ là hàm số lẻ trên tập xác định của nó.

Câu 6 Chọn B.

Hàm số $y = \frac{4x+3}{x}$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$ suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.

Câu 7 Chọn A.

Do $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = 2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 2$, tiệm cận đứng $x = 1$.

Câu 8 Chọn D.

Hàm số $y = \sqrt{2}x^4 - \frac{1}{\sqrt{3}}x^2 + 3$ là hàm bậc 4 trùng phương có $ab < 0$ nên có 3 cực trị

Câu 9 Chọn C.

Ta có: $y = x^4 + 2\sqrt{2}x^2 - 4$ là hàm bậc 4 trùng phương có $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$ suy ra hàm số có một cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 10 Chọn C.

$$f(x) = e^{x^3-3x+3} \Rightarrow f'(x) = (3x^2-3)e^{x^3-3x+3}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Trên đoạn $[0; 2]$ ta có $f(0) = e^3; f(1) = e; f(2) = e^5$.

Câu 11 Chọn A.

Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{3}{3x+1} + \sqrt{x}$ là $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 0$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = 3; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận.



Câu 12 ▶ Chọn D.

Câu 13 ▶ Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là:

$$x^3 - 2x^2 + 4x + 1 = 1 - 2x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0. \text{ Vậy số giao điểm của hai đồ thị là } 1.$$

Câu 14 ▶ Chọn D.

$$w = z + 3i \Leftrightarrow z = w - 3i \Rightarrow |z| = |w - 3i| \Rightarrow 3 - |z| \leq |w| \leq 3 + |z| \Leftrightarrow 1 \leq |w| \leq 5.$$

Câu 15 ▶ Chọn C.

$$k = -9 \Rightarrow x^2 + 6x = -9 \Leftrightarrow x = -3 \Rightarrow y = 16$$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = -9(x + 3) + 16 = -9x - 11$.

Câu 16 ▶ Chọn A.

$$V = \pi \int_{-1}^1 (1 - x^2)^2 dx = \pi \int_{-1}^1 (1 - 2x^2 + x^4) dx = \frac{16}{15} \pi. \text{ Vậy } a + b = 31.$$

Câu 17 ▶ Chọn B.

$$\frac{x^2 + x}{\ln(x-1)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ \ln(x-1) \neq 0 \\ x^2 + x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset.$$

Câu 18 ▶ Chọn A.

Hàm số xác định khi $|x+1| > 0 \Leftrightarrow x \neq -1$, suy ra tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Câu 19 ▶ Chọn D.

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{3}}(2x-1) \geq -2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-1 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \leq 5 \end{cases}$$

Câu 20 ▶ Chọn C.

$$x = 3^{\log_3 x} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_3 x = \log_3 3^{\log_3 x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_3 x = \log_3 x \end{cases} \Leftrightarrow x > 0.$$

Câu 21 ▶ Chọn A.

$$\text{Ta có: } 3 \cdot 4^x - (m-1)2^x + m - 4 = 0 \Leftrightarrow 3t^2 - (m-1)t + (m-4) = 0 \quad (t = 2^x > 0)$$

$$\Leftrightarrow t = 1 > 0 \text{ hoặc } t = \frac{m-4}{3}.$$



Phương trình đã cho có đúng hai nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m-4}{3} > 0 \\ \frac{m-4}{3} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 4 \text{ và } m \neq 7.$$

Câu 22 Chọn D.

$$\log_{0,5} a \leq \log_{0,5} a^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq a^2 \\ a > 0 \\ a^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < a \leq 1. \text{ Suy ra } a = 1 \text{ thỏa mãn yêu cầu bài toán.}$$

Câu 23 Chọn D.

$$\text{Đặt } t = -x \text{ ta có } 4 = \int_{-1}^1 \frac{f(x)}{1+2^x} dx = - \int_1^{-1} \frac{f(-t)}{1+2^{-t}} dt = \int_{-1}^1 \frac{2^t f(t)}{1+2^{-t}} dt = \int_{-1}^1 \frac{2^x f(x)}{1+2^x} dx.$$

$$\text{Suy ra } 4 + 4 = \int_{-1}^1 \frac{f(x)}{1+2^x} dx + \int_{-1}^1 \frac{2^x f(x)}{1+2^x} dx = \int_{-1}^1 \frac{(2^x + 1)f(x)}{1+2^x} dx = \int_{-1}^1 f(x) dx.$$

Câu 24 Chọn C.

Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông nên chiều cao của hình trụ là $h = 2R$.
Diện tích toàn phần của hình trụ bằng $S_p = 2\pi R^2 + 2\pi R.h = 2\pi R^2 + 2\pi R.(2R) = 6\pi R^2$.

Câu 25 Chọn B.

Rõ ràng ta có $l = R = 4$.

Diện tích xung quanh của hình nón là diện tích của quạt nên

$$2\pi r = \frac{270}{360} \cdot 2\pi R = \frac{3}{2} \pi R = 6\pi \Leftrightarrow r = 3.$$

$$\text{Do đó } V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot \sqrt{l^2 - r^2} = 3\pi\sqrt{7}.$$

Câu 26 Chọn D.

$$(3+x) + (1+y)i = 1+3i \Leftrightarrow \begin{cases} 3+x=1 \\ 1+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases}.$$

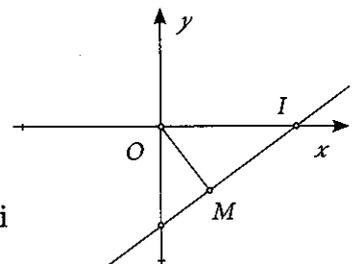
Câu 27 Chọn B.

Cách 1: Gọi $M(x; y)$ biểu diễn số phức $z = x + yi$

Ta có: $|z| = OM$ nhỏ nhất khi $OM \perp d: 3x - 4y - 3 = 0$.

Giá trị nhỏ nhất đó là $|z| = OM = d(O, d) = \frac{3}{5}$.

Cách 2: Gọi $M(x; y)$ biểu diễn số phức $z = x + yi$. Do M di động trên $d: 3x - 4y - 3 = 0$





$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1+4t \\ y=3t \end{cases} \text{ nên } M(1+4t; 3t)$$

$$|z| = OM = \sqrt{(1+4t)^2 + (3t)^2} = \sqrt{25t^2 + 8t + 1} = \sqrt{25\left(t + \frac{4}{25}\right)^2 + \frac{9}{25}} \geq \frac{3}{5}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất $|z| = \frac{3}{5}$.

Câu 28 Chọn B.

$$|z+2| = |i-z| \Leftrightarrow |x+yi+2| = |i-x-yi| \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (1-y)^2} \Leftrightarrow 4x+2y+3=0.$$

Câu 29 Chọn C.

$$\overline{AB} = (-1; -3; -1), \overline{BC} = (-3; -1; 8), [\overline{AB}, \overline{BC}] = (-23; 11; 9).$$

$$\text{Ta có } S_{ABCD} = 2S_{ABC} = \left| [\overline{AB}, \overline{BC}] \right| = 2\sqrt{731}.$$

Câu 30 Chọn D.

Đường thẳng AB qua $B(2; -1; 0)$ và vectơ chỉ phương là $\overline{AB} = (1; -2; -2) = -(-1; 2; 2)$ có phương trình là $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}$.

Câu 31 Chọn C.

$(P): 2x - y + z = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$; $(Q): x - z = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; 0; -1)$.

Giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (1; 3; 1)$.

Câu 32 Chọn B.

$$(P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \frac{3}{6} = \frac{-m}{5} = -\frac{1}{2} \neq \frac{7}{-4} \Leftrightarrow m = -\frac{5}{2}.$$

Câu 33 Chọn D.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; 0)$ và bán kính $R = 2$.

Ta có: $AI - R \leq AM \leq AI + R$. Do đó khoảng cách AM nhỏ nhất là:

$$AM = AI - R = \sqrt{\left(1 + \frac{3}{2}\right)^2 + 0 + 0} - 2 = \frac{1}{2}.$$

Câu 34 Chọn C.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 2; -1)$.

Gọi $H(1+2t; -1+2t; -t) \in d$ là tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên d .

$$\overrightarrow{AH} = (2t; -1+2t; -t+1), \overrightarrow{AH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow 2.2t + 2(-1+2t) - 1.(-t+1) = 0 \Leftrightarrow 9t - 3 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{1}{3} \Rightarrow H\left(\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right).$$

A' đối xứng với A qua d $\Leftrightarrow H$ là trung điểm của AA'

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + x_{A'} = \frac{10}{3} \\ 0 + y_{A'} = -\frac{2}{3} \\ -1 + z_{A'} = -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = \frac{7}{3} \\ y_{A'} = -\frac{2}{3} \\ z_{A'} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow A'\left(\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$$

Câu 35 ▶ Chọn A.

Gọi các kích thước của hình hộp chữ nhật lần lượt là a, b, c . Ta có hệ
$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 5 \\ b^2 + c^2 = 10 \\ c^2 + a^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 3 \end{cases}$$
 Thể tích khối hộp là $V = a.b.c = 6$.

Câu 36 ▶ Chọn C.

Đường cao của lăng trụ bằng $h = \sqrt{(4a)^2 - (2a)^2} = 2a\sqrt{3}$.
 Thể tích khối lăng trụ bằng $V = B.h = (2a)^2 . 2a\sqrt{3} = 8\sqrt{3}a^3$.

Câu 37 ▶ Chọn B.

Ta có: $\frac{8\pi a^2}{3} = 4\pi R^2 \Leftrightarrow R = \frac{\sqrt{6}}{3}a$.

Câu 38 ▶ Chọn C.

$$V = \frac{1}{3}.B.h \Rightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{3.2a^2}{(2a\sqrt{3})^2 \sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

Câu 39 ▶ Chọn D.

Gọi cạnh hình lập phương là a . Ta có $6a^2 = 150 \Leftrightarrow a = 5$.
 Thể tích khối lập phương là $V = a^3 = 125$.

Câu 40 ▶ Chọn B.

$$6(n-3) + (n-3)(n-4)(n-5) = 6(6n+20) \Leftrightarrow n^3 - 12n^2 + 17n - 204 = 0$$

Giải ra được $n = 12$. Trong khai triển nhị thức New-ton $\left(3x^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{3}{2}}\right)^{12}$,
 số hạng tổng quát là $C_{12}^k \cdot \left(3x^{\frac{1}{3}}\right)^{12-k} \cdot \left(-2x^{\frac{3}{2}}\right)^k$ hay $C_{12}^k (-1)^k . 3^{12-k} . 2^k . x^{\frac{1}{3}(12-k) + \frac{3}{2}k}$



Vậy k thỏa mãn $-\frac{1}{3}(12-k) + \frac{3}{2}k = 7$

Giải ra $k = 6$. Hệ số x^7 là: $C_{12}^6 \cdot 6^6 = 43110144$.

Câu 41 ▶ Chọn B.

$$\int_1^2 f(x) dx = [F(x)]_1^2 = F(2) - F(1) \Rightarrow F(1) - F(2) = -\int_1^2 f(x) dx.$$

Câu 42 ▶ Chọn B.

Tháng	Đầu tháng	Cuối tháng
1	A	$A(1+r) - m$
2	$A(1+r) - m$	$[A(1+r) - m](1+r) - m = A(1+r)^2 - m[(1+r) + 1]$
...
...
n		$A(1+r)^n - m[(1+r)^{n-1} + \dots + (1+r) + 1]$

$$T_n = A(1+r)^n - m[(1+r)^{n-1} + \dots + (1+r) + 1] = A(1+r)^n - m \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0$$

$\Rightarrow m = 5.034.184$ triệu do đó số tiền lãi là 41.641.000 đồng.

Câu 43 ▶ Chọn B.

Ta có: $12 = 4y \Rightarrow y = 3$ và $x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 14 \Leftrightarrow x = 2$.

$$\text{Do đó } V = \pi \cdot (12^2 \cdot 2 + 9^2 \cdot 3 + 6^2 \cdot 4 + 3^2 \cdot 5) = 720\pi$$

Câu 44 ▶ Chọn C.

6 đường thẳng cắt nhau đôi một cho số giao điểm là $C_6^2 = 15$.

8 đường tròn cắt nhau đôi một cho số giao điểm là $2C_8^2 = 56$.

Mỗi đường thẳng cắt 1 đường tròn tại 2 điểm, số giao điểm của 6 đường thẳng và 8 đường tròn là $2 \cdot C_6^1 \cdot C_8^1 = 96$.

Số giao điểm tối đa khi không có bất cứ hai điểm nào trùng nhau.

Vậy số đó là $15 + 56 + 96 = 167$.

Câu 45 ▶ Chọn C.

Gọi r là bán kính đường tròn (L) và h là khoảng cách từ tâm I của mặt cầu đến mặt phẳng (P).



Ta có: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 \sqrt{R^2 - r^2}$ cho $R=1$ dùng đạo hàm để khảo sát thì ta thấy thể tích nón lớn nhất bằng $\frac{2\pi R^3}{9\sqrt{3}}$.

Do đó $a+b=11$.

Câu 46 Chọn B.

Đặt $f(x) = m(x-1)(x^3 - 4x) + x^3 - 3x + 1$ ta thấy hàm số này liên tục và xác định trên R .

Ta có $f(-2) = -1, f(0) = 1, f(1) = -1, f(2) = 3$ do đó

$f(-2).f(0) < 0, f(0).f(1) < 0, f(1).f(2) < 0$ nên phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm lần lượt thuộc vào ba khoảng $(-2, 0), (0, 1), (1, 2)$.

Câu 47 Chọn A.

Ta có:

$$\begin{aligned} L &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1.2x+1} \cdot \sqrt[3]{2.3x+1} \cdot \sqrt[4]{3.4x+1} \dots \sqrt[2018]{2017.2018x+1}}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1.2x+1}-1) \cdot \sqrt[3]{2.3x+1} \cdot \sqrt[4]{3.4x+1} \dots \sqrt[2018]{2017.2018x+1}}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{2.3x+1} \cdot \sqrt[4]{3.4x+1} \dots \sqrt[2018]{2017.2018x+1}}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1.2x+1}-1) \cdot \sqrt[3]{2.3x+1} \dots \sqrt[2018]{2017.2018x+1}}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt[3]{2.3x+1}-1) \cdot \sqrt[4]{3.4x+1} \dots \sqrt[2018]{2017.2018x+1}}{x} \\ &\quad - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{3.4x+1} \dots \sqrt[2018]{2017.2018x+1}}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1.2x+1}-1) \cdot \sqrt[3]{2.3x+1} \cdot \sqrt[4]{3.4x+1} \dots \sqrt[2018]{2017.2018x+1}}{x} + \dots + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[2018]{2017.2018x+1}-1}{x} \end{aligned}$$

Ta chứng minh được $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{ax+1}-1}{x} = \frac{a}{n}$ ($a \neq 0, n \in N^*$) do đó:

$$L = 1 + 2 + 3 + \dots + 2017 = \frac{2018 \cdot 2017}{2} = 2035153.$$

Câu 48 Chọn C.

$$\text{Biến đổi giả thiết thành } \begin{cases} \frac{u_1(q^4-1)}{q-1} = 15 \\ \frac{u_1^2(q^8-1)}{q^2-1} = 85 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{u_1^2(q^4-1)^2}{(q-1)^2} = 225 \\ \frac{u_1^2(q^8-1)}{q^2-1} = 85 \end{cases} \Rightarrow \frac{(q^4-1)^2(q^2-1)}{(q-1)^2(q^8-1)} = \frac{225}{85}$$

$$\Leftrightarrow 14q^4 - 17q^3 - 17q^2 - 17q + 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{2} \\ q = 2 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } q_1 + q_2 = \frac{5}{2}.$$



Câu 49 Chọn D.

Số phần tử của E là $A_7^2 - A_6^1 = 36$. Trong E có 6 số chia hết cho 10 là 10, 20, 30, 40, 50, 60. Số cách lấy ngẫu nhiên đồng thời hai phần tử trong E là $C_{36}^2 = 630$ cặp. Biến cố M “lấy được ít nhất một số chia hết cho 10” gồm C_6^2 cách lấy được 2 số chia hết cho 10 và $C_6^1.C_{30}^1$ cách lấy được 1 số chia hết cho 10 và 1 số không chia hết cho 10. Vậy số phần tử của biến cố M là:

$$C_6^2 + C_6^1.C_{30}^1 = 195 \Rightarrow P(M) = \frac{195}{630} = \frac{13}{42}.$$

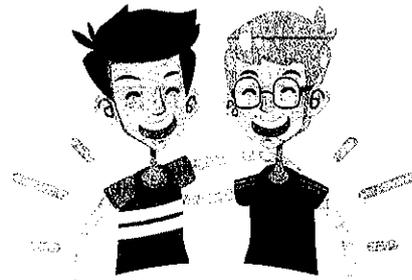
Câu 50 Chọn B.

Ta có: $2^{x^3+y^3} = 6 - x^3 - y^3 \Leftrightarrow 2^{x^3+y^3} + x^3 + y^3 = 4 + 2 \Leftrightarrow x^3 + y^3 = 2 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{2 - y^3}$.

Do đó $P = x^2 + y^2 = \left(\sqrt[3]{2 - y^3}\right)^2 + y^2 = \left(\sqrt[3]{2 - t}\right)^2 + \sqrt[3]{t^2} = f(t) \leq 4 + \sqrt[3]{36}$, $t = y^3$, dấu bằng xảy ra khi $t = -6 \Leftrightarrow (x; y) = \left(-\sqrt[3]{3}; 2\right)$.

Vậy $a + b = 40$.

Chú ý: ta phải dùng đạo hàm để tìm ra $f(t) \leq 4 + \sqrt[3]{36}$.



“ WHEREVER YOU GO,
GO WITH ALL YOUR HEART ”



Ghi nhớ hành trình luyện đề thi thành công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Số điểm thực tế	Số điểm kỳ vọng	Cảm xúc của bạn

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé!

Ngày:.....

Thi lần:.....

Số điểm đạt được:...../10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm từ những câu sai

.....

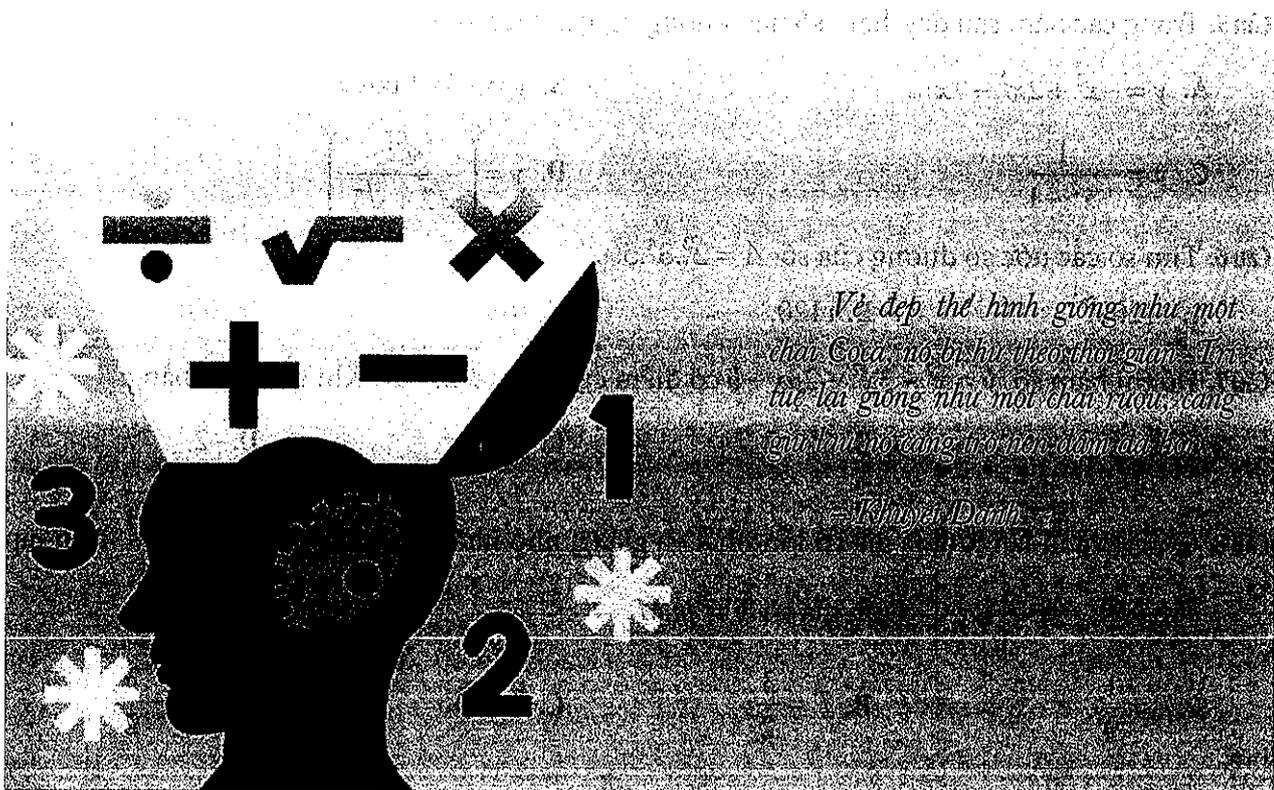
.....

.....

.....



Bài học và kiến thức rút ra từ đề thi này



Vẻ đẹp thể hình giống như một
chất Coca, nó bishit theo thời gian. It
tục lâu giống như một chất lỏng, càng
tuyệt vời nó càng trở nên đậm đà hơn.

— Khuyết Danh —



ĐỀ SỐ 8	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC
Đề thi gồm 07 trang ★★★★★	Môn: Toán Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. gieo hai con súc sắc được chế tạo cân đối. Gọi B là biến cố: “Có ít nhất một con súc sắc xuất hiện mặt 1 chấm”. Tính xác suất của biến cố B.

- A. $\frac{11}{36}$. B. $\frac{5}{18}$. C. 1. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 2. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^n$ với $x > 0$, nếu biết rằng $C_n^2 - C_n^1 = 44$.

- A. 165. B. 238. C. 485. D. 525.

Câu 3. Tính tổng S các nghiệm của phương trình $(2 \cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0$ trong khoảng $(0; 2\pi)$.

- A. $S = \frac{11\pi}{6}$. B. $S = 4\pi$. C. $S = 5\pi$. D. $S = \frac{7\pi}{6}$.

Câu 4. Tìm chu kì của hàm số $y = 2 \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $T = \pi$. B. $T = 2\pi$. C. $T = \frac{\pi}{2}$. D. $T = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 5. Trong các hàm sau đây, hàm số nào không nghịch biến trên \mathbb{R} .

- A. $y = -x^3 + 2x^2 - 7x$ B. $y = -4x + \cos x$.
C. $y = -\frac{1}{x^2 + 1}$. D. $y = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^x$.

Câu 6. Tìm số các ước số dương của số $A = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^7 \cdot 7^6$?

- A. 11200. B. 1120. C. 160. D. 280.

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2ax + b$ có điểm cực tiểu $A(2; -2)$. Khi đó $a + b$ bằng:

- A. 4. B. 2. C. -4. D. -2.

Câu 8. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x - 2}$ trên tập

$D = (-\infty; -1] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$. Tính giá trị $T = m.M$.

- A. $T = \frac{1}{9}$. B. $T = \frac{3}{2}$. C. $T = 0$. D. $T = -\frac{3}{2}$.



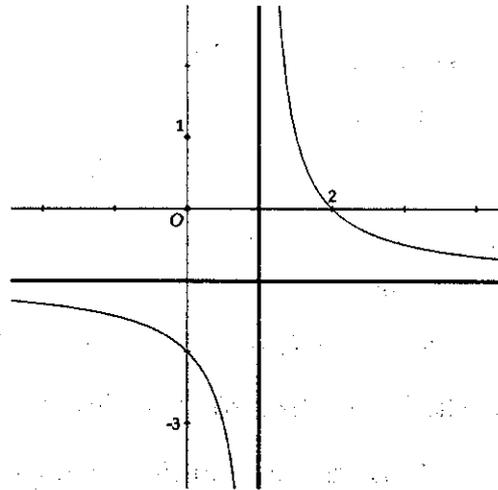
Câu 9. Đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - 3x}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{ax - b}{x - 1}$ có đồ thị như hình dưới.

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $b < 0 < a$.
 B. $0 < b < a$.
 C. $b < a < 0$.
 D. $0 < a < b$.



Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$+\infty$	0	1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$+$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	$+\infty$	$+\infty$	$\frac{27}{4}$	$+\infty$

Tìm điều kiện m của để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

- A. $m < 0$. B. $m > 0$. C. $0 < m < \frac{27}{4}$. D. $m > \frac{27}{4}$.

Câu 12. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - m + 1$ có các giá trị cực trị trái dấu?

- A. 2. B. 9. C. 3. D. 7.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	$+$	$+$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	3	1	$+\infty$



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có nghiệm lớn hơn 2.

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(3; 4)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(4; +\infty)$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ là nghiệm phương trình $2f'(x) - x \cdot f''(x) - 6 = 0$?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 15. Với hai số thực dương a, b tùy ý và $\frac{\log_3 5 \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2$. Khẳng định nào là khẳng định đúng?

- A. $a = b \log_6 2$. B. $a = 36b$. C. $2a + 3b = 0$. D. $a = b \log_6 3$.

Câu 16. Cho hai hàm số $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = 2^x$. Xét các mệnh đề sau:

- (I). Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.
 (II). Tập xác định của hai hàm số trên là \mathbb{R} .
 (III). Đồ thị hai hàm số cắt nhau tại đúng 1 điểm.
 (IV). Hai hàm số đều đồng biến trên tập xác định của nó.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \ln^2(x^2 - 2x + 4)$. Tìm các giá trị của x để $f'(x) > 0$.

- A. $x \neq 1$. B. $x > 0$. C. $x > 1$. D. $\forall x$.

Câu 18. Cho hình lập phương có cạnh bằng 40cm và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích toàn phần của hình lập phương và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính $S = S_1 + S_2$ (cm²).

- A. $S = 4(2400 + \pi)$. B. $S = 2400(4 + \pi)$.
 C. $S = 2400(4 + 3\pi)$. D. $S = 4(2400 + 3\pi)$.

Câu 19. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực âm và phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức

$$w = i^{2017} z_0 ?$$

- A. $M(3; -1)$. B. $M(3; 1)$. C. $M(-3; 1)$. D. $M(-3; -1)$.

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $\log_2 |z - (3 - 4i)| = 1$.

- A. Đường thẳng qua gốc tọa độ. B. Đường tròn bán kính 1.
 C. Đường tròn tâm $I(3; -4)$ bán kính 2. D. Đường tròn tâm $I(3; -4)$ bán kính 3.



Câu 21. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overline{OA} = 2\overline{i} + 2\overline{j} + 2\overline{k}$, $B(-2; 2; 0)$ và $C(4; 1; -1)$.

Trên mặt phẳng (Oxz) , điểm nào dưới đây cách đều ba điểm A, B, C .

- A. $M\left(\frac{3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$ B. $N\left(\frac{-3}{4}; 0; \frac{-1}{2}\right)$ C. $P\left(\frac{3}{4}; 0; \frac{-1}{2}\right)$ D. $Q\left(\frac{-3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho $A(1; 3; 2)$ là trung điểm MN . Tính độ dài đoạn MN .

- A. $MN = 4\sqrt{33}$. B. $MN = 2\sqrt{26,5}$. C. $MN = 4\sqrt{16,5}$. D. $MN = 2\sqrt{33}$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxzy$, cho ba điểm $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$. Tính đường kính l của mặt cầu (S) đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy) .

- A. $l = 2\sqrt{13}$. B. $l = 2\sqrt{41}$. C. $l = 2\sqrt{26}$. D. $l = 2\sqrt{11}$.

Câu 24. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$. D. $V = a^3\sqrt{\frac{3}{2}}$.

Câu 25. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AC = a$, biết SA vuông góc với đáy ABC và SB hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích hình chóp.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$ C. $\frac{2a^3}{3}$ D. $\frac{3a^3}{2}$

Câu 26. Cho hai hàm số $F(x) = (x^2 + ax + b)e^{-x}$ và $f(x) = (-x^2 + 3x + 6)e^{-x}$. Tìm a và b để $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

- A. $a = 1; b = -7$ B. $a = -1; b = -7$ C. $a = -1; b = 7$ D. $a = 1; b = 7$

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có $\int_0^1 f(x)dx = 2; \int_0^3 f(x)dx = 6$. Tính $I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|)dx$.

- A. $I = \frac{2}{3}$. B. $I = 4$. C. $I = \frac{3}{2}$. D. $I = 6$.

Câu 28. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số k để có $\int_1^k (2x-1)dx = 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$.

- A. $\begin{cases} k=1 \\ k=2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} k=1 \\ k=-2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} k=-1 \\ k=-2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} k=-1 \\ k=2 \end{cases}$

Câu 29. Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$.

- A. $S = \frac{343}{12}$. B. $S = \frac{793}{4}$. C. $S = \frac{397}{4}$. D. $S = \frac{937}{12}$.



Câu 30. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x^2}{2} & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$.
 B. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x=1$.
 C. Hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm tại $x=1$.
 D. Hàm số $f(x)$ không có đạo hàm tại $x=1$.

Câu 31. Cho cấp số cộng (u_n) và gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đó.

- A. $u_n = 5 + 4n$. B. $u_n = 3 + 2n$. C. $u_n = 2 + 3n$. D. $u_n = 4 + 5n$.

Câu 32. Tìm khoảng cách từ điểm $M(2; 3; 1)$ đến đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-2}$:

- A. $\frac{50\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{10\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{200\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{25\sqrt{2}}{3}$

Câu 33. Một hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = a$, diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai là $A_1B_1C_1D_1$ có diện tích S_2 . Tiếp tục như thế ta được hình vuông thứ ba $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3 và cứ tiếp tục như thế, ta được diện tích S_4, S_5, \dots . Tính $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$.

- A. $S = \frac{2^{100} - 1}{2^{99} a^2}$. B. $S = \frac{a(2^{100} - 1)}{2^{99}}$. C. $S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$. D. $S = \frac{a^2(2^{99} - 1)}{2^{99}}$.

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường tròn (C') : $x^2 + y^2 + 2(m-2)y - 6x + 12 + m^2 = 0$ và (C) : $(x+m)^2 + (y-2)^2 = 5$. Vectơ \vec{v} nào dưới đây là vectơ của phép tịnh tiến biến (C) thành (C') ?

- A. $\vec{v} = (2; 1)$. B. $\vec{v} = (-2; 1)$. C. $\vec{v} = (-1; 2)$. D. $\vec{v} = (2; -1)$.

Câu 35. Một người mua điện thoại giá 18.500.000 đồng của cửa hàng Thế giới di động ngày 20/10 nhưng vì chưa đủ tiền nên đã quyết định chọn mua hình thức trả góp mỗi tháng và trả trước 5 triệu đồng trong 12 tháng, lần trả góp đầu tiên sau ngày mua một tháng với lãi suất là 3,4%/ tháng. Hỏi mỗi tháng sẽ phải trả cho công ty Thế Giới Di Động số tiền là bao nhiêu?

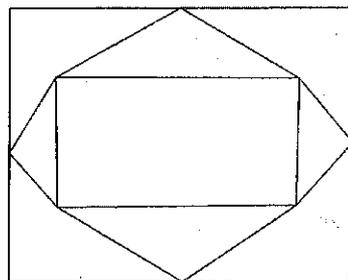
- A. 1554000 triệu đồng. B. 1564000 triệu đồng.
 C. 1584000 triệu đồng. D. 1388824 triệu đồng.

Câu 36. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sin^3 x - 3 \cos^2 x - m \sin x - 1$ đồng biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

- A. $m > -3$. B. $m \leq 0$. C. $m \leq -3$. D. $m > 0$.



Câu 37. Một công ty sản xuất gạch men hình vuông 40×40 cm, bên trong là hình chữ nhật có diện tích bằng 400 m^2 đồng tâm với hình vuông và các tam giác cân như hình vẽ. Chi phí vật liệu cho hình chữ nhật và các tam giác cân là $150.000 \text{ VNĐ} / \text{m}^2$ và phần còn lại là $100.000 \text{ VNĐ} / \text{m}^2$. Hỏi để sản xuất một lô hàng 1000 viên gạch thì chi phí nhỏ nhất của công ty là bao nhiêu?



- A. 4 triệu. B. 20 triệu. C. 21 triệu. D. 19 triệu.

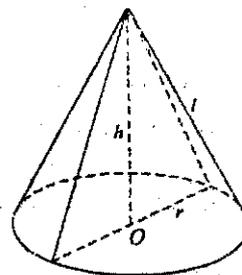
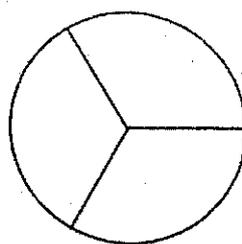
Câu 38. Biết x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_7 \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x$ và $x_1 + 2x_2 = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b})$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a + b$.

- A. $a + b = 16$. B. $a + b = 11$. C. $a + b = 14$. D. $a + b = 13$.

Câu 39. Tìm các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{0.02}(\log_2(3^x + 1)) > \log_{0.02} m$ có nghiệm với mọi $x \in (-\infty; 0)$.

- A. $m > 9$. B. $m < 2$. C. $0 < m < 1$. D. $m \geq 1$.

Câu 40. Người thợ gia công của một cơ sở chất lượng cao X cắt một miếng tôn hình tròn với bán kính 60cm thành ba miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó người thợ ấy quấn và hàn ba miếng tôn đó để được ba cái phễu hình nón. Hỏi thể tích V của mỗi cái phễu đó bằng bao nhiêu?



- A. $V = \frac{16000\sqrt{2}}{3}$ lít. B. $V = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.
C. $V = \frac{16000\sqrt{2}\pi}{3}$ lít. D. $V = \frac{160\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

Câu 41. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Biết tập hợp các điểm A biểu diễn hình học số phức z là đường tròn (C) có tâm $I(4;3)$ và bán kính $R = 3$. Đặt M là giá trị lớn nhất, m là giá trị nhỏ nhất của $F = 4a + 3b - 1$. Tính giá trị $M + m$.

- A. $M + m = 63$. B. $M + m = 48$. C. $M + m = 50$. D. $M + m = 41$.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C không trùng với gốc tọa độ sao cho M là trực tâm của tam giác ABC. Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (P).

- A. $3x + 2y + z + 14 = 0$. B. $2x + y + 3z + 9 = 0$.
C. $3x + 2y + z - 14 = 0$. D. $2x + y + z - 9 = 0$.



Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$, $A(2;1;4)$.

Gọi $H(a;b;c)$ là điểm thuộc d sao cho AH có độ dài nhỏ nhất. Tính $T = a^3 + b^3 + c^3$.

- A. $T = 8$. B. $T = 62$. C. $T = 13$. D. $T = \sqrt{5}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi $V_1; V_2$ lần lượt là thể tích khối chóp $S.AHK$ và $S.ACD$ với $H; K$ lần lượt là trung điểm của SC và SD . Tính độ dài đường cao của khối chóp $S.ABCD$ và tỉ số $k = \frac{V_1}{V_2}$.

- A. $h = a; k = \frac{1}{4}$. B. $h = a; k = \frac{1}{6}$. C. $h = 2a; k = \frac{1}{8}$. D. $h = 2a; k = \frac{1}{3}$.

Câu 45. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi O là tâm đáy ABC , d_1 là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) và d_2 là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) . Tính $d = d_1 + d_2$.

- A. $d = \frac{2a\sqrt{2}}{11}$. B. $d = \frac{2a\sqrt{2}}{33}$. C. $d = \frac{8a\sqrt{22}}{33}$. D. $d = \frac{8a\sqrt{2}}{11}$.

Câu 46. Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất P_{\min} của $P = a + 2b$.

- A. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}$. B. $P_{\min} = \frac{3\sqrt{10}-7}{2}$. C. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-1}{2}$. D. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-5}{2}$.

Câu 47. Trong tất cả các hình nón nội tiếp hình cầu bán kính R , hình nón có diện tích xung quanh lớn nhất khi:

- A. $h = \frac{2R}{3}$. B. $h = \frac{4R}{3}$. C. $h = \frac{5R}{3}$. D. $h = R$.

Câu 48. Đặt $f(n) = (n^2 + n + 1)^2 + 1$. Xét dãy số (u_n) sao cho $u_n = \frac{f(1).f(3).f(5)...f(2n-1)}{f(2).f(4).f(6)...f(2n)}$. Tính $\lim n\sqrt{u_n}$.

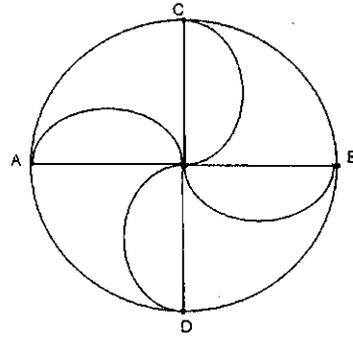
- A. $\lim n\sqrt{u_n} = \sqrt{2}$. B. $\lim n\sqrt{u_n} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\lim n\sqrt{u_n} = \sqrt{3}$. D. $\lim n\sqrt{u_n} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 49. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = AB = BC = 2$ và M là một điểm thuộc SB . Dựng thiết diện qua M song song với SA , BC cắt AB, AC, SC lần lượt tại N, P, Q . Diện tích thiết diện $MNPQ$ lớn nhất bằng:

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.



Câu 50. Cho đường tròn có bán kính bằng 4 và các nửa đường tròn có bán kính bằng 2 như hình vẽ. Khi quay hình tròn này quanh cạnh AB thì các nửa đường tròn nhỏ sinh ra các khối tròn xoay có thể tích là bao nhiêu?



- A. 71.6π . B. 242.3π .
 C. 62.5π . D. 85.3π .

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 8

Câu 1 Chọn A.

Số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = 6.6 = 36$.

$$\Omega_B = \{(1;1), (1;2), (2;1), (1;3), (3;1), (1;4), (4;1), (1;5), (5;1), (6;1), (1;6)\} \Rightarrow |\Omega_B| = 11$$

Do đó $P(B) = \frac{11}{36}$.

Câu 2 Chọn A.

Ta có: $C_n^2 - C_n^1 = 44 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 44 \Leftrightarrow n = 11$ hoặc $n = -8$ (loại).

Với $n = 11$, số hạng thứ $k+1$ trong khai triển nhị thức $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^{11}$ là

$$C_{11}^k (x\sqrt{x})^{11-k} \left(\frac{1}{x^4}\right)^k = C_{11}^k x^{\frac{33-11k}{2}}$$

Theo giả thiết, ta có $\frac{33}{2} - \frac{11k}{2} = 0$ hay $k = 3$.

Vậy, số hạng không chứa x trong khai triển đã cho là $C_{11}^3 = 165$.

Câu 3 Chọn B.

$$(2 \cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0 \Leftrightarrow (2 \cos 2x + 5)(\sin^2 x - \cos^2 x) + 3 = 0$$

Ta có: $\Leftrightarrow (-2 \cos 2x - 5) \cos 2x + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow -2 \cos^2(2x) - 5 \cos 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$\cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6} \right\}$$

Do đó: $S = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} + \frac{7\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} = 4\pi$.



Câu 4 Chọn D.

f là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \frac{2\pi}{3}$ trên \mathbb{R} .

Câu 5 Chọn C.

Với $y = -\frac{1}{x^2+1}$ ta có $y' = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$

$y' > 0$ khi $x > 0$ và $y' < 0$ khi $x < 0$. Nên hàm số không nghịch biến trên \mathbb{R}

Câu 6 Chọn B.

Gọi u là một ước số dương của A , ta có u có dạng: $u = 2^m \cdot 3^n \cdot 5^p \cdot 7^q$ trong đó m, n, p, q là các số nguyên, $0 \leq m \leq 3, 0 \leq n \leq 4, 0 \leq p \leq 7, 0 \leq q \leq 6$.

Do đó: m có 4 cách chọn; n có 5 cách chọn; p có 8 cách chọn và q có 7 cách chọn.

Vậy tất cả có $4 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 7 = 1120$ (ước số u).

Câu 7 Chọn B.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 2a$. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu $A(2; -2)$ nên ta có:

$$y'(2) = 0 \Leftrightarrow 2a = 0 \Leftrightarrow a = 0.$$

$$\text{Do đồ thị qua } A(2; -2) \Rightarrow -2 = 8 - 12 + b \Leftrightarrow b = 2$$

Vậy $a + b = 2$.

Câu 8 Chọn C.

$$y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x-2}$$

Tập xác định $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty) \setminus \{2\}$

$$y = \frac{\frac{x(x-2)}{\sqrt{x^2-1}} - \sqrt{x^2-1}}{(x-2)^2} = \frac{-2x+1}{\sqrt{x^2-1}(x-2)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$
$f'(x)$	$+$			$-$	
$f(x)$	-1	0			$-\sqrt{5}$

Vậy $\frac{M}{m} = 0$.



Câu 9 Chọn D.

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} x^2 - 4x \geq 0 \\ x^2 - 3x \geq 0 \\ \sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - 3x} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \vee x \geq 4 \\ x \leq 0 \vee x \geq 3 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x < 0 \vee x \geq 4.$$

Nên tập xác định: $D = (-\infty; 0) \cup [4; +\infty)$.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - 3x}} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4x} + \sqrt{x^2 - 3x}}{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{1 - \frac{4}{x}} + x\sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{-x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{4}{x}} + \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{-1} = -2 \Rightarrow y = -2 \text{ là tiệm cận ngang.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Tương tự: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - 3x}} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4x} + \sqrt{x^2 - 3x}}{-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1 - \frac{4}{x}} - x\sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{-x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{4}{x}} + \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{1} = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ là tiệm cận ngang.} \end{aligned}$$

Chú ý: ta có thể dễ dàng dùng máy tính cầm tay chức năng CALC để tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ bằng cách nhập vào màn hình $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - 3x}}$ rồi CALC lần lượt 10^6 , -10^6 .

Câu 10 Chọn C.

$$\text{Dựa vào đồ thị, ta có: } \begin{cases} \frac{a}{1} = -1 \\ x = 0 \Rightarrow -\frac{b}{-1} = -2 \Rightarrow b = -2 < -1 = a < 0 \end{cases}$$

Câu 11 Chọn D.

Để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y = m$ phải cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Qua bảng biến thiên ta thấy, đường thẳng $y = m$ phải cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt khi $m > \frac{27}{4}$.

Câu 12 Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = 6x^2 - 12x = 6x(x - 2); f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = 1 - m \\ x_2 = 2 \Rightarrow y_2 = -m - 7 \end{cases}$$



Lập bảng biến thiên ta thấy hàm số có hai giá trị cực trị là y_1, y_2 .

Để hai giá trị cực trị trái dấu $\Leftrightarrow y_1 \cdot y_2 < 0 \Leftrightarrow (1-m)(-m-7) < 0 \Leftrightarrow -7 < m < 1$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-6; -5; -4; -3; -2; -1; 0\}$. Vậy phương án D đúng.

Câu 13 Chọn C.

Rõ ràng với $m \geq 1$ thì đường thẳng nằm ngang $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ lớn hơn 2 nên phương trình $f(x) = m$ có nghiệm lớn hơn 2.

Câu 14 Chọn A.

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9; f''(x) = 6x - 12$.

$$2f'(x) - x \cdot f''(x) - 6 = 0 \Leftrightarrow 2(3x^2 - 12x + 9) - x(6x - 12) - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow -12x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Khi $x = 1 \Rightarrow f'(1) = 0; f(1) = 5$. Suy ra phương trình tiếp tuyến $y = 5$

Câu 15 Chọn B.

$$\text{Ta có } \frac{\log_3 5 \log_3 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2 \Leftrightarrow \frac{\log_3 a}{\log_3 6} - \log_6 b = 2 \Leftrightarrow \log_6 a - \log_6 b = 2$$

$$\Leftrightarrow \log_6 \frac{a}{b} = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 36 \Leftrightarrow a = 36b.$$

Câu 16 Chọn A.

Các mệnh đề đúng là:

(I). Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

(IV). Hai hàm số đều đồng biến trên tập xác định của nó.

Câu 17 Chọn C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = \frac{4x-4}{x^2-2x+4} \ln(x^2-2x+4).$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow (4x-4) \ln(x^2-2x+4) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ \ln(x^2-2x+4) > 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x-1 < 0 \\ \ln(x^2-2x+4) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2-2x+4 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2-2x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x^2-2x+4 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x^2-2x+3 < 0 \end{cases} \text{ (VN)}$$



Câu 18 ▶ Chọn B.

Ta có: $s_1 = 6 \cdot 40^2 = 9600$.

Bán kính đường tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương là: $r = 20\text{cm}$; hình trụ có đường sinh $h = 40\text{cm}$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_2 = 2\pi \cdot 20^2 = 2\pi \cdot 20 \cdot 40 = 2400\pi$.

Vậy: $S = S_1 + S_2 = 9600 + 2400\pi = 2400(4 + \pi)$.

Câu 19 ▶ Chọn D.

Ta có: $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases}$. Suy ra $z_0 = -1 + 3i$.

$w = i^{2017} z_0 = i \cdot (-1 + 3i) = -3 - i$

Suy ra điểm $M(9; -3; -1)$ biểu diễn số phức W .

Câu 20 ▶ Chọn C.

Điều kiện: $z \neq 3 - 4i$

Gọi $M(x; y)$ với $(x; y) \neq (3; -4)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi; x, y \in \mathbb{R}$

Khi đó $\log_2 |z - (3 - 4i)| = 1 \Leftrightarrow |z - (3 - 4i)| = 2$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + (y+4)^2} = 2 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+4)^2 = 4$

Vậy tập hợp các điểm số phức z trong mặt phẳng tọa độ là đường tròn tâm $I(3; -4)$ bán kính $R=2$.

Câu 21 ▶ Chọn C.

Ta có: $A(2; 2; 2)$ và $PA = PB = PC = \frac{3\sqrt{21}}{4}$.

Câu 22 ▶ Chọn C.

Vì $N = \Delta \cap d$ nên $N \in d$, do đó $N(-2 + 2t; 1 + t; 1 - t)$.

Mà $A(1; 3; 2)$ là trung điểm MN nên $\begin{cases} x_M = 2x_A - x_N \\ y_M = 2y_A - y_N \\ z_M = 2z_A - z_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 4 - 2t, \\ y_M = 5 - t, \\ z_M = 3 + t, \end{cases}$

Vì $M = \Delta \cap (P)$ nên $M \in (P)$, do đó $2(4 - 2t) - (5 - t) + (3 + t) - 10 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.

Suy ra $M(8; 7; 1)$ và $N(-6; -1; 3)$.

Vậy $MN = 2\sqrt{66} = 4\sqrt{16,5}$.

Câu 23 ▶ Chọn C.

Gọi tâm mặt cầu là: $I(x; y; 0)$.

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2 + 4^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (y+3)^2 + 1^2} \\ \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2 + 4^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2 + 3^2} \end{cases}$$



$$\begin{cases} (y-2)^2 + 4^2 = (y+3)^2 + 1^2 \\ x^2 - 2x + 1 + 16 = x^2 - 4x + 4 + 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10y = 10 \\ 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow l = 2R = 2\sqrt{(-3)^2 + (-1)^2 + 4^2} = 2\sqrt{26}.$$

Câu 24 Chọn C.

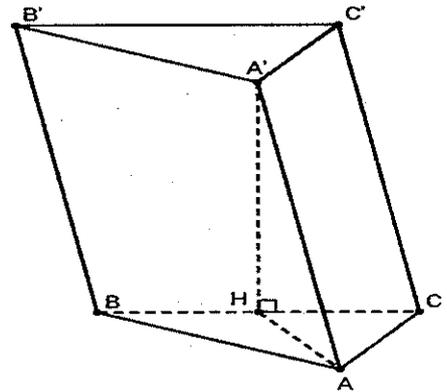
Gọi H là trung điểm của BC.

Theo giả thiết, A'H là đường cao lăng trụ và

$$A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Vậy thể tích khối lăng trụ là:

$$V = S_{\Delta ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}.$$



Câu 25 Chọn B.

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB trên (ABC).

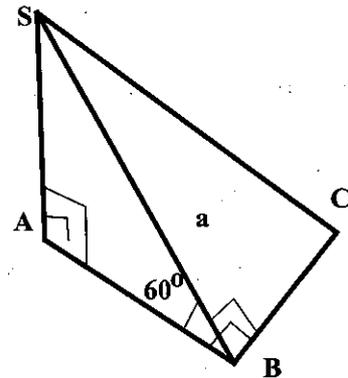
Vậy góc $([SB, (ABC)]) = \widehat{SAB} = 60^\circ$.

ΔABC vuông cân nên $BA = BC = \frac{a}{\sqrt{2}}$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2}{4}$$

$$\Delta SAB \Rightarrow SA = AB \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \frac{a^2}{4} \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$$



Câu 26 Chọn B.

Ta có: $F'(x) = (-x^2 + (2-a)x + a-b)e^{-x} = f(x)$ nên $2-a=3$ và $a-b=6$.

Vậy $a = -1$ và $b = -7$.

Câu 27 Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Có } I &= \int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(1-2x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1) dx \\ &= -\frac{1}{2} \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(1-2x) d(1-2x) + \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1) d(2x-1) \\ &= -\frac{1}{2} \int_3^0 f(t) dt + \frac{1}{2} \int_0^1 f(t) dt = -\frac{1}{2} \int_3^0 f(x) dx + \frac{1}{2} \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 2 = 4 \end{aligned}$$



Câu 28 Chọn B.

Ta có: $\int_1^k (2x-1)dx = \frac{1}{2} \int_1^k (2x-1)d(2x-1) = \frac{(2x-1)^2}{4} \Big|_1^k = \frac{(2k-1)^2}{4} - \frac{1}{4}$

Mà $4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+1}-1)(\sqrt{x+1}+1)}{x(\sqrt{x+1}+1)} = 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+1}+1} = 2$

Khi đó: $\int_1^k (2x-1)dx = 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} \Leftrightarrow \frac{(2k-1)^2-1}{4} = 2 \Leftrightarrow (2k-1)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} k=2 \\ k=-1 \end{cases}$

Câu 29 Chọn D.

Hoành độ giao điểm của hai đường cong là nghiệm của phương trình:

$$-x^3 + 12x = -x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-3 \\ x=0 \end{cases}$$

Ta có:

$$S = \int_{-3}^0 |-x^3 + 12x + x^2| dx + \int_0^4 |-x^3 + 12x + x^2| dx = \int_{-3}^0 (x^3 - 12x - x^2) dx + \int_0^4 (-x^3 + 12x + x^2) dx$$

$$= \frac{99}{4} + \frac{160}{3} = \frac{937}{12}$$

Câu 30 Chọn D.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3-x^2}{2} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x} = 1$. Do đó, hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1-x^2}{2(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1+x}{-2} = -1$

và $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-1}{x} = -1$. Do đó, hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x=1$.

Câu 31 Chọn B.

Ta có: $\begin{cases} S_7 = 77 \\ S_{12} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + \frac{7 \cdot 6 \cdot d}{2} = 77 \\ 12u_1 + \frac{12 \cdot 11 \cdot d}{2} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + 21d = 77 \\ 12u_1 + 66d = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 2 \end{cases}$

Khi đó: $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + 2(n-1) = 3 + 2n$.

Câu 32 Chọn B.

Đường thẳng d đi qua $M_0(1; -1; 1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1; 2; -2)$

$\overline{M_0M} = (4; 2; 2)$, khoảng cách từ điểm $M(2; 3; 1)$ đến đường thẳng d là:



$$d(M, d) = \frac{|\overline{M_0M, \vec{a}}|}{|\vec{a}|} = \frac{10\sqrt{2}}{3}$$

Câu 33 Chọn C.

Để thấy $S_1 = a^2; S_2 = \frac{a^2}{2}; S_3 = \frac{a^2}{4}; \dots; S_{100} = \frac{a^2}{2^{99}}$.

Như vậy $S_1; S_2; S_3; \dots; S_{100}$ là cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2}$.

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100} = a^2 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{99}} \right) = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$$

Câu 34 Chọn A.

Điều kiện để (C') là đường tròn $(m-2)^2 + 9 - 12 - m^2 > 0 \Leftrightarrow -4m + 1 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}$.

Khi đó.

Đường tròn (C') có tâm là $I'(3; 2-m)$, bán kính $R' = \sqrt{-4m+1}$.

Đường tròn (C) có tâm là $I(-m; 2)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

Phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} biến (C) thành (C') khi và chỉ khi $\begin{cases} R' = R \\ \overline{II'} = \vec{v} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{-4m+1} = \sqrt{5} \\ \vec{v} = \overline{II'} = (3+m; -m) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ \vec{v} = (2; 1) \end{cases}$$

Câu 35 Chọn D.

Gọi A là số tiền còn lại cần phải trả ban đầu, x là số tiền cần trả mỗi tháng, r là lãi suất mỗi tháng.

Gọi T_n là số tiền còn lại cần phải trả ở cuối tháng n .

Ta có:

$$T_1 = A(1+r) - x$$

$$T_2 = [A(1+x) - x](1+r) - x = A(1+r)^2 - x[(1+r)+1] = A(1+r)^2 - \frac{x[(1+r)^2 - 1]}{r}$$

$$T_3 = A(1+r)^3 - \frac{x[(1+r)^2 - 1]}{r}(1+r) - x = A(1+r)^3 - \frac{x[(1+r)^3 - 1]}{r}$$

$$T_n = A(1+r)^n - \frac{x[(1+r)^n - 1]}{r}$$

Số tiền phải cần trả trong 12 tháng là:

$$A = 18\,500\,000 - 5\,000\,000 = 13\,500\,000$$

$$\text{Suy ra } T_{12} = 13\,500\,000(1+3,4\%)^{12} - \frac{x[(1+3,4\%)^{12} - 1]}{3,4\%}$$

$$\Rightarrow x = 1\,388\,823,974$$



Câu 36 ▶ Chọn B.

Đặt $\sin x = t, x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow t \in [0; 1]$

Xét hàm số: $f(t) = t^3 + 3t^2 - mt - 4$

Ta có $f'(t) = 3t^2 + 6t - m$

Để hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0; 1]$ cần: $f'(t) \geq 0, \forall t \in [0; 1] \Leftrightarrow 3t^2 + 6t - m \geq 0 \forall t \in [0; 1]$

$$\Leftrightarrow 3t^2 + 6t \geq m \forall t \in [0; 1]$$

Xét hàm số $g(t) = 3t^2 + 6t, g'(t) = 6t + 6$. Ta có $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$g'(t)$		$-$	0	$+$	
$g(t)$	$+\infty$		-3	9	$+\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy với $m \leq 0$ thì hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0; 1]$, hàm số y đồng biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

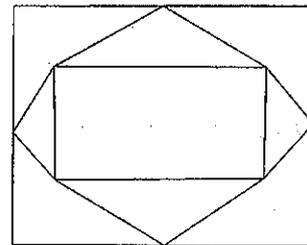
Chú ý: $3t^2 + 6t \geq m \forall t \in [0; 1] \Leftrightarrow m \leq \min_{[0; 1]}(3t^2 + 6t) = 0$ ta chỉ cần dùng chức năng table để tìm $\min_{[0; 1]}(3t^2 + 6t)$ mà không cần vẽ bảng biến thiên.

Câu 37 ▶ Chọn B.

Gọi x, y lần lượt là chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật thì $x \cdot y = 400$.

Ta tính được diện tích của hình chữ nhật và 4 tam giác cân là:

$$S = xy + \frac{(40-x)y}{2} + \frac{(40-y)x}{2} \geq 800 \text{ cm}^2.$$



Do đó diện tích của phần này nhỏ nhất là 800 cm^2 , một nghìn viên thì có diện tích nhỏ nhất là 80 m^2 .

Do đó chi phí nhỏ nhất là:

$$80 \times 150.000 + 80 \times 100.000 = 20 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 38 ▶ Chọn C.

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$

Ta có: $\log_7 \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x \Leftrightarrow \log_7 \left(\frac{(2x-1)^2}{2x} \right) + 4x^2 - 4x + 1 = 2x$



$$\Leftrightarrow \log_7(2x-1)^2 + (2x-1)^2 = \log_7 2x + 2x \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_7 t + t \Leftrightarrow f(t) = \frac{1}{t \ln 7} + 1 > 0$ với $t > 0$

Vậy hàm số đồng biến.

$$\text{Phương trình (1) có dạng } f((2x-t)^2) = f(2x) \Leftrightarrow (2x-1)^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3+\sqrt{5}}{4} \\ x = \frac{3-\sqrt{5}}{4} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x_1 + 2x_2 = \begin{cases} \frac{9-\sqrt{5}}{4}(l) \\ \frac{9+\sqrt{5}}{4}(tm) \end{cases} \Rightarrow a=9; b=5 \Rightarrow a+b=14.$$

Câu 39 Chọn D.

$$\log_{0.02}(\log_2(3^x + 1)) > \log_{0.02} m$$

TXĐ: $D \in \mathbb{R}$

Điều kiện tham số $m > 0$

$$\text{Ta có: } \log_{0.02}(\log_2(3^x + 1)) > \log_{0.02} m \Leftrightarrow \log_2(3^x + 1) < m$$

Xét hàm số $f(x) = \log_2(3^x + 1), \forall x \in (-\infty; 0)$ có $f' = \frac{3^x \cdot \ln 3}{(3^x + 1) \ln 2} > 0, \forall x \in (-\infty; 0)$

Bảng biến thiên $f(x)$:

x	$-\infty$		0
f'		+	
f	0	1	

Khi đó với yêu cầu bài toán thì $m \geq 1$.

Câu 40 Chọn B.

Đổi $60cm = 6dm$.

Đường sinh của hình nón tạo thành là $l = 6dm$.

Chu vi đường tròn đáy của hình nón tạo thành bằng $2\pi r = \frac{2\pi \cdot 6}{3} = 4\pi dm$.

Suy ra bán kính đáy của hình nón tạo thành là $r = \frac{4\pi}{2\pi} = 2dm$.

Đường cao của khối nón tạo thành là $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$.

Thể tích của mỗi cái phễu là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 4\sqrt{2} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3} dm^3 = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

Câu 41 Chọn B.

$$\text{Ta có: } F = 4a + 3b - 1 \Rightarrow a = \frac{F + 1 - 3b}{4}$$



$$(a-4)^2 + (b-3)^2 = 9 \Rightarrow \left(\frac{F+1-3b}{4} - 4 \right)^2 + b^2 - 6b + 9 = 9$$

$$\Leftrightarrow 25b^2 - 2(3F+3)b + F^2 + 255 = 0$$

$$\Delta' = (3F+3)^2 - 25F^2 - 5625$$

$$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow -16F^2 + 18F - 5625 \geq 0 \Leftrightarrow 9 \leq F \leq 39.$$

Câu 42 Chọn A.

Gọi $A(a; 0; 0); B(0; b; 0); C(0; 0; c)$

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ ($a, b, c \neq 0$)

Vì (P) qua M nên $\frac{3}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$ (1)

Ta có: $\overline{MA} = (a-3; -2; -1); \overline{MB} = (-3; b-2; -1); \overline{BC} = (0; -b; c); \overline{AC} = (-a; 0; c)$.

Vì M là trực tâm của tam giác ABC nên:
$$\begin{cases} \overline{MA} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{MB} \cdot \overline{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = c \\ 3a = c \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $a = \frac{14}{3}; b = \frac{14}{2}; c = 14$. Khi đó phương trình (P): $3x + 2y + z - 14 = 0$.

Câu 43 Chọn B.

Phương trình tham số của đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = 1+2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

$H \in d \Rightarrow H(1+t; 2+t; 1+2t)$.

Độ dài $AH = \sqrt{(t-1)^2 + (t+1)^2 + (2t-3)^2} = \sqrt{6t^2 - 12t + 11} = \sqrt{6(t-1)^2 + 5} \geq \sqrt{5}$.

Độ dài AH nhỏ nhất bằng $\sqrt{5}$ khi $t=1 \Rightarrow H(2; 3; 3)$.

Vậy $a=2, b=3, c=3 \Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 62$.

Câu 44 Chọn A.

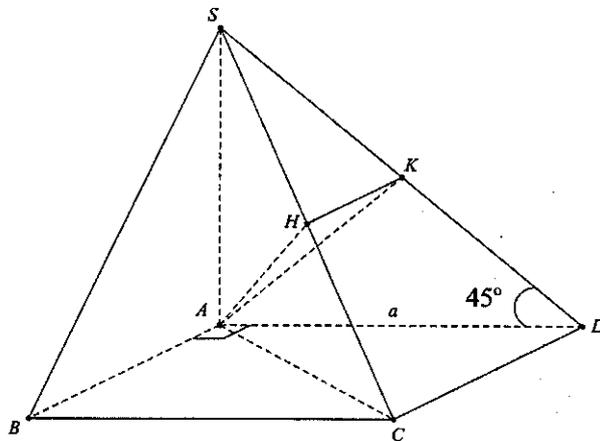
Do (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy nên $SA \perp (ABCD)$.

Dễ thấy góc giữa hai mặt phẳng (SCD) & (ABCD) là $\angle SDA = 45^\circ$.

Ta có tam giác SAD là tam giác vuông cân đỉnh A. Vậy $h = SA = a$.

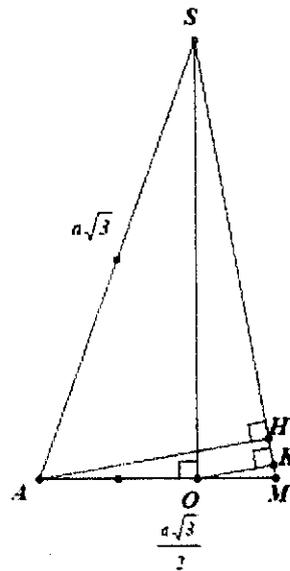
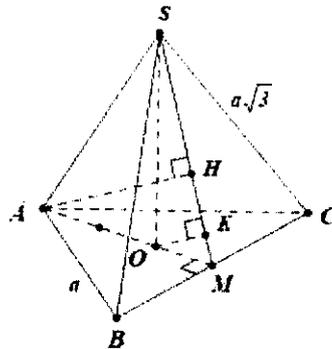
Áp dụng công thức tỉ số thể tích có:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{SH}{SC} \cdot \frac{SK}{SD} = \frac{1}{4}$$





Câu 45 Chọn C.



Do tam giác ABC đều tâm O suy ra $AO \perp BC$ tại M là trung điểm của BC.

Ta có: $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, MO = \frac{1}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}, OA = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Từ giả thiết hình chóp đều suy ra: $SO \perp (ABC), SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{3a^2}{9}} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Dựng $OK \perp SM, AH \perp SM \Rightarrow AH \parallel OK; \frac{OK}{AH} = \frac{OM}{AM} = \frac{1}{3}$.

Có $\begin{cases} BC \perp SO \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp OK$.

Có $\begin{cases} OK \perp SM \\ OK \perp BC \end{cases} \Rightarrow OK \perp (SBC), AH \perp (SBC)$ (do $AH \parallel OK$).

Từ đó có:

$d_1 = d(A, (SBC)) = AH = 3OK; d_2 = d(O, (SBC)) = OK$.

Trong tam giác vuông OSM có đường cao OK nên:

$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{SO^2} = \frac{36}{3a^2} + \frac{9}{24a^2} = \frac{99}{8a^2} \Rightarrow OK = \frac{2a\sqrt{2}}{33}$.

Vậy $d = d_1 + d_2 = 4OK = \frac{8a\sqrt{22}}{33}$.

Câu 46 Chọn A.

Điều kiện: $ab < 1$.

Ta có: $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3 \Leftrightarrow \log_2 [2(1-ab)] + 2(1-ab) = \log_2 (a+b) + (a+b)(*)$.

Xét hàm số $y = f(t) = \log_2 t + t$ trên khoảng $(0; +\infty)$.



Ta có: $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Do đó,

$$(*) \Leftrightarrow f[2(1-ab)] = f(a+b) \Leftrightarrow 2(1-ab) = a+b \Leftrightarrow a(2b+1) = 2-b \Leftrightarrow a = \frac{-b+2}{2b+1}$$

Ta có: $P = a + 2b = \frac{-b+2}{2b+1} + 2b = g(b)$.

$$g'(b) = \frac{-5}{(2b+1)^2} + 2 = 0 \Leftrightarrow (2b+1)^2 = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2b+1 = \frac{\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow b = \frac{\sqrt{10}-2}{4} \text{ (vì } b > 0 \text{)}.$$

Lập bảng biến thiên ta được $P_{\min} = g\left(\frac{\sqrt{10}-2}{4}\right) = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}$.

Câu 47 Chọn B.

Gọi SO là trục của hình nón ngoại tiếp hình cầu và SAB là thiết diện qua SO .

Mặt phẳng (SAB) cắt mặt cầu theo đường tròn lớn ngoại tiếp tam giác SAB .

Gọi r, h lần lượt là bán kính và đường sinh của hình nón.

Đặt $\widehat{SAB} = \alpha$, theo định lí sin ta có:

$$l = SA = SB = 2R \sin \alpha$$

Mặt khác: $r = OA = SA \cos \alpha = R \sin 2\alpha$.

Diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{xq} = \pi r l = \pi R \sin 2\alpha \cdot 2R \sin \alpha = 4\pi R^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha.$$

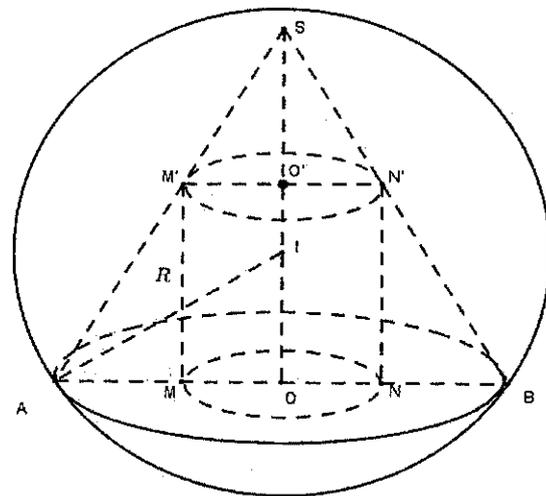
Đặt $t = \cos \alpha$ ($0 < t < 1$), ta có: $S_{xq} = 4\pi R^2 (1-t^2)t$

Xét hàm số: $f(t) = t - t^3, t \in (0; 1)$

$$f'(t) = 1 - 3t^2 \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Bảng biến thiên:

t	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	
$f'(t)$		+	0	-
$f(t)$		↗ ↘		





Từ bảng biến thiên ta thấy $f(t)$ đạt GTLN khi $t = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\text{Mà } SO = OA \cdot \tan \alpha = OA \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = OA\sqrt{2} \quad (*)$$

$$\text{Mặt khác: } S_{SAB} = \frac{SA \cdot SB \cdot AB}{4R} \Leftrightarrow \frac{1}{2} SO \cdot AB = \frac{SA^2 \cdot AB}{4R} \Leftrightarrow SO = \frac{SA^2}{2R}$$

$$\Leftrightarrow SO = \frac{SO^2 + OA^2}{2R} \Leftrightarrow OA\sqrt{2} = \frac{3OA^2}{2R} \quad (\text{do } (**))$$

$$\Leftrightarrow OA = \frac{2R\sqrt{2}}{3} \Rightarrow SO = \frac{4R}{3}$$

Vậy hình nón nội tiếp mặt cầu có bán kính R , có diện tích xung quanh lớn nhất khi có bán kính đáy $r = \frac{2R\sqrt{2}}{3}$ và chiều cao $h = \frac{4R}{3}$.

Câu 48 Chọn D.

$$\text{Xét } g(n) = \frac{f(2n-1)}{f(2n)} \Rightarrow g(n) = \frac{(4n^2 - 2n + 1)^2 + 1}{(4n^2 + 2n + 1)^2 + 1}$$

$$\text{Đặt } \left. \begin{array}{l} a = 4n^2 + 1 \\ b = 2n \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a \pm 2b = (2n \pm 1)^2 \\ a = b^2 + 1 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow g(n) = \frac{(a-b)^2 + 1}{(a+b)^2 + 1} = \frac{a^2 - 2ab + b^2 + 1}{a^2 + 2ab + b^2 + 1} = \frac{a^2 - 2ab + a}{a^2 + 2ab + a} = \frac{a - 2b + 1}{a + 2b + 1} = \frac{(2n-1)^2 + 1}{(2n+1)^2 + 1}$$

$$\Rightarrow u_n = \prod_{i=1}^n g(i) = \frac{2}{10} \cdot \frac{10}{26} \cdots \frac{(2n-1)^2 + 1}{(2n+1)^2 + 1} = \frac{2}{(2n+1)^2 + 1}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} n\sqrt{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{2n^2}{4n^2 + 4n + 2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Câu 49 Chọn C.

Rõ ràng ta thấy MN và PQ song song với SA, NP và MQ song song với BC, do đó MNPQ là hình bình hành.

$$\text{Ta có } S_{MNPQ} = \frac{1}{2} \cdot MQ \cdot MN \cdot \sin \widehat{QMN} = \frac{1}{2} \cdot MQ \cdot MN \cdot \sin(\widehat{BC, SA}).$$

Ở đây $\sin(\widehat{BC, SA})$ là hằng số nên S_{MNPQ} max khi $MQ \cdot MN$ max.

Ta quan sát thấy:

$$\frac{MQ}{BC} = \frac{SM}{SB}, \frac{MN}{SA} = \frac{MB}{SB} \Rightarrow \frac{MQ}{BC} + \frac{MN}{SA} = \frac{SM}{SB} + \frac{MB}{SB} = 1 \Rightarrow 1 = \frac{MQ}{BC} + \frac{MN}{SA} \geq 2\sqrt{\frac{MQ}{BC} \cdot \frac{MN}{SA}}$$

$$\Rightarrow \frac{MQ}{BC} \cdot \frac{MN}{SA} \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow MQ \cdot MN \leq \frac{BC \cdot SA}{4} = 1.$$

Do đó S_{MNPQ} max bằng $\frac{1}{2}$.



Câu 50 Chọn C.

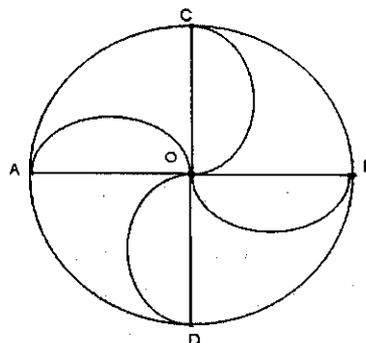
Chọn hệ trục tọa độ với gốc tọa độ tại O trục tung chứa OC và trục hoành chứa OB .

Đường tròn đường kính OC có phương trình:

$$x^2 + (y-2)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 + \sqrt{4-x^2} \\ y = 2 - \sqrt{4-x^2} \end{cases}$$

Đường tròn đường kính OB có phương trình:

$$(x-2)^2 + y^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \sqrt{4-(x-2)^2} \\ y = -\sqrt{4-(x-2)^2} \end{cases}$$



Ta xét phía bên phải trục tung (bên trái tương tự).

Đường tròn đường kính OC sinh ra thể tích: $V_1 = \pi \int_0^2 (2 + \sqrt{4-x^2})^2 dx - \pi \int_0^2 (2 - \sqrt{4-x^2})^2 dx$

Đường tròn đường kính OB sinh ra một khối cầu có thể tích $V_2 = \frac{4}{3} \pi \cdot 2^3$.

Hai đường tròn đường kính OB, OC có phần chung với hai giao điểm là $(0;0), (2;2)$ sinh ra thể tích $V_3 = \pi \int_0^2 [4 - (x-2)^2 - (2 - \sqrt{4-x^2})^2] dx$.

Vậy $V = 2(V_1 + V_2 - V_3) = 62.5\pi$.



“ WHEREVER YOU GO,
GO WITH ALL YOUR HEART ”



Ghi nhớ hành trình luyện đề thi thành công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Số điểm thực tế	Số điểm kỳ vọng	Cảm xúc của bạn

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé!

Ngày:.....

Thi lần:.....

Số điểm đạt được:...../10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm từ những câu sai

.....

.....

.....

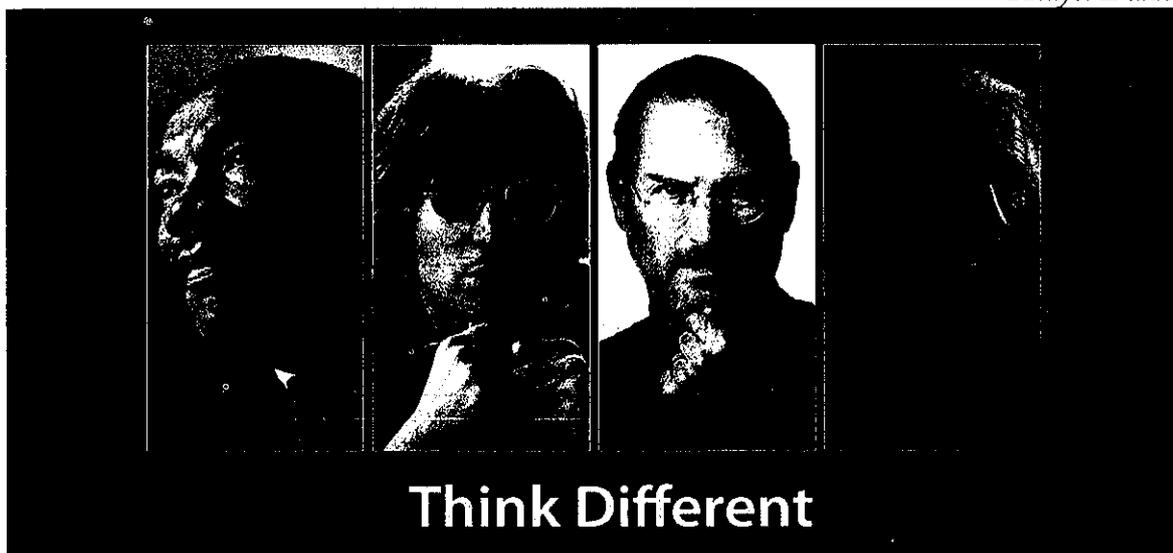
.....



Bài học và kiến thức rút ra từ đề thi này

Nếu bạn tiếp tục làm những gì bạn vẫn luôn làm, bạn sẽ luôn đạt được những gì bạn vẫn thường đạt được. Vậy hãy thay đổi cách làm nếu bạn chưa hài lòng về kết quả bạn đang có.

– Khuyết Danh





ĐỀ SỐ 9	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC
Đề thi gồm 06 trang ★★★★★	Môn: Toán Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. Trong phép đối xứng trục $d : x + y - 1 = 0$, điểm $M(-1; 1)$ cho ảnh là điểm nào sau đây?

- A. (1; 1) B. (1; -1) C. (2; 0) D. (0; 2)

Câu 2. Một khối lăng trụ có thể tích là $4a^3$, diện tích đáy bằng $2a^2$. Tính khoảng cách giữa hai đáy.

- A. $V = 4a^3$. B. $V = \frac{4}{3}a^3$. C. $V = \frac{4}{3}a^2$. D. $V = \frac{2}{3}a^3$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
y'	-	0	+	
y	$-\infty$	2	4	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

- A. $[-4; 2)$. B. $(-4; 2)$. C. $(-\infty; 2]$. D. $(-4; 2]$.

Câu 4. Giải phương trình $\cos x + \cos 3x = \sin x - \sin 3x$.

- A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 5. Hàm số $y = \tan x + 2 \sin x$ là:

- A. Hàm số lẻ trên tập xác định. B. Hàm số chẵn trên tập xác định.
 C. Hàm số không lẻ trên tập xác định. D. Hàm số không chẵn trên tập xác định.

Câu 6. Hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 7. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1} - mx - 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. $(-\infty; 1)$. B. $[1; +\infty)$. C. $[-1; 1]$. D. $(-\infty; -1]$.

Câu 8. Tính khoảng cách giữa hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = 2x^4 - \sqrt{3}x^2 + 1$.

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\sqrt{3}$.



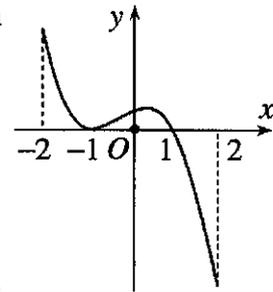
Câu 9. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m+5)x^2 + mx$ có cực đại, cực tiểu và $|x_{CB} - x_{CT}| = 5$.

- A. $m = 0$. B. $m = -6$. C. $m \in \{6; 0\}$. D. $m \in \{0; -6\}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 2]$, có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như sau:

Tìm giá trị x_0 để hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $[-2; 2]$.

- A. $x_0 = 2$. B. $x_0 = -1$.
C. $x_0 = -2$. D. $x_0 = 1$.



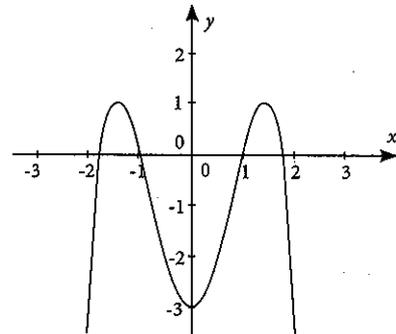
Câu 11. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ có phương trình là:

- A. $y = 1$. B. $x = \pm 1$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Câu 12. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 0, b < 0, c > 0$. B. $a < 0, b > 0, c < 0$.
C. $a < 0, b < 0, c < 0$. D. $a > 0, b < 0, c < 0$.



Câu 13. Tìm tất cả những điểm thuộc trục hoành cách đều hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

- A. $M(-1; 0)$. B. $M(-1; 0), O(0; 0)$. C. $M(2; 0)$. D. $M(1; 0)$.

Câu 14. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 + x^2 + x = m(x^2 + 1)^2$ có nghiệm thuộc đoạn $[0; 1]$?

- A. $m \geq 1$. B. $m \leq 1$. C. $0 \leq m \leq 1$. D. $0 \leq m \leq \frac{3}{4}$.

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}mx^2$ có điểm cực đại x_1 , điểm cực tiểu x_2 và $-2 < x_1 < -1, 1 < x_2 < 2$.

- A. $m > 0$. B. $m < 0$. C. $m = 0$. D. Không có m .

Câu 16. Một xưởng sản xuất những thùng bằng kẽm hình hộp chữ nhật không có nắp và có các kích thước x, y, z (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x : y = 1 : 3$, thể tích của khối hộp bằng 18 lít. Để tốn ít vật liệu nhất thì bộ số x, y, z là.

- A. $x = 2, y = 6, z = \frac{3}{2}$. B. $x = 1, y = 3, z = 6$.
C. $x = \frac{3}{2}, y = \frac{9}{2}, z = \frac{3}{2}$. D. $x = \frac{1}{2}, y = \frac{3}{2}, z = 24$.



Câu 17. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

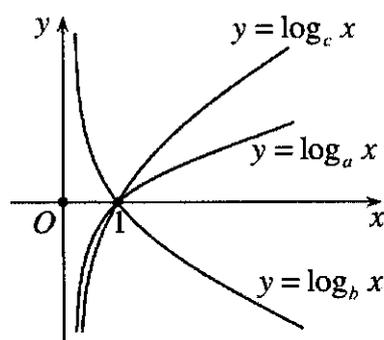
A. $e^{\ln 2} + \ln(e^2 \sqrt[3]{e}) = \frac{13}{3}$.

B. $e^{\ln 2} + \ln(e^2 \sqrt[3]{e}) = \frac{14}{3}$.

C. $e^{\ln 2} + \ln(e^2 \sqrt[3]{e}) = \frac{15}{3}$.

D. $e^{\ln 2} + \ln(e^2 \sqrt[3]{e}) = 4$.

Câu 18. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Tìm khẳng định đúng.



A. $b < c < a$.

B. $a < b < c$.

C. $a < c < b$.

D. $b < a < c$.

Câu 19. Tìm tập hợp nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x^2 + 1) < \log_{\frac{\pi}{4}}(2x + 4)$.

A. $S = (-2; -1)$.

B. $S = (-2; +\infty)$.

C. $S = (3; +\infty) \cup (-2; -1)$.

D. $S = (3; +\infty)$.

Câu 20. Các giá trị thực của tham số m để phương trình $12^x + (4 - m)3^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(-1; 0)$ là:

A. $m \in \left(\frac{17}{16}; \frac{5}{2}\right)$.

B. $m \in [2; 4]$.

C. $m \in \left(\frac{5}{2}; 6\right)$.

D. $m \in \left(1; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 21. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $9^{1-x} + 2(m-1)3^{1-x} + 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

A. $m > 1$.

B. $m < -1$.

C. $m < 0$.

D. $-1 < m < 0$.

Câu 22. Cho các số thực không âm x, y thỏa mãn $x^2 + 2x - y + 1 = \log_2 \frac{\sqrt{2y+1}}{x+1}$. Biết giá trị nhỏ nhất của $P = e^{2x-1} + 4x^2 - 2y + 1 = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$), phân số này tối giản. Giá trị của $a^2 + b^2 + 5$ là:

A. 17.

B. 10.

C. 9.

D. 39.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , cạnh huyền $BC = 6\text{cm}$, các cạnh bên cùng tạo với đáy một góc 60° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là.

A. $48\pi\text{cm}^2$.

B. $12\pi\text{cm}^2$.

C. $16\pi\text{cm}^2$.

D. 24cm^2 .

Câu 24. Ống nghiệm hình trụ có bán kính đáy là $R = 1\text{ cm}$ và chiều cao $h = 10\text{ cm}$ chứa được lượng máu tối đa (làm tròn đến một chữ số thập phân) là

A. 10cc .

B. 20cc .

C. $31,4\text{cc}$.

D. $10,5\text{cc}$.

Câu 25. Cho khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân và đường sinh có độ dài bằng a . Thể tích khối nón là.

A. $\frac{\pi a^3}{12}$.

B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$.

C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$.

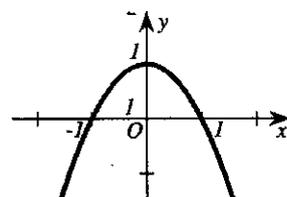


Câu 36. Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $AC' = 6\text{cm}$ có thể tích gần bằng.

- A. 0.8 lít. B. 0.024 lít. C. 0.08 lít. D. 0.04 lít.

Câu 37. Gọi S là diện tích Ban - Công của một ngôi nhà có hình dạng như hình vẽ (S được giới hạn bởi parabol (P) và trục Ox). Khi đó.

- A. $S = \frac{3}{2}$. B. $S = 1$.
C. $S = \frac{4}{3}$. D. $S = 2$.



Câu 38. Cho hình trụ có bán kính đáy là R , độ dài đường cao là h . Đường kính MN của đáy dưới vuông góc với đường kính PQ của đáy trên. Thể tích của khối tứ diện $MNPQ$ bằng

- A. $\frac{2}{3}R^2h$. B. $\frac{1}{6}R^2h$. C. $\frac{1}{3}R^2h$. D. $2R^2h$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; -1; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(2; 1; 3)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là

- A. $(3; 2; -3)$. B. $(3; -2; 3)$. C. $(3; -2; -3)$. D. $(3; 2; 3)$.

Câu 40. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ và $F(0) = 1$. Tính $F(1)$.

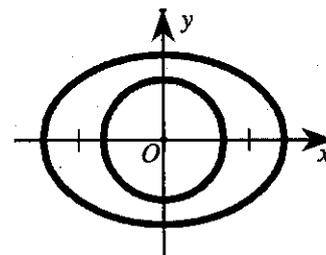
- A. $F(1) = \ln 2 + 1$. B. $F(1) = \frac{1}{2} \ln 2 + 1$. C. $F(1) = 0$. D. $F(1) = \ln 2 + 2$.

Câu 41. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\int_0^x \frac{t}{\sqrt{t^2 + 1}} dt > 0$ (ẩn x) là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty) \setminus \{0\}$ D. $(0; +\infty)$.

Câu 42. Người ta cần trồng hoa tại phần đất nằm phía ngoài đường tròn tâm gốc tọa độ, bán kính bằng $\frac{1}{\sqrt{2}}$ và phía trong của Elip có độ dài trục lớn bằng $2\sqrt{2}$ và trục nhỏ bằng 2 (như hình vẽ). Trong mỗi một đơn vị diện tích cần bón $\frac{100}{(2\sqrt{2} - 1)\pi}$ kg phân hữu cơ. Hỏi cần sử dụng bao nhiêu kg phân hữu cơ để bón cho hoa?

- A. 30kg.
B. 40kg.
C. 50kg.
D. 45kg.



Câu 43. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , xét tam giác vuông AOB với A chạy trên trục hoành và có hoành độ dương; B chạy trên trục tung và có tung độ âm sao cho $OA + OB = 1$. Hỏi thể tích lớn nhất của vật thể tạo thành khi quay tam giác AOB quanh trục Oy bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{4\pi}{81}$. B. $\frac{15\pi}{27}$. C. $\frac{9\pi}{4}$. D. $\frac{17\pi}{9}$.



Câu 44. Đa thức $P(x) = (x-1)^{2n} + x(x+1)^{2n-1}$ ($n \in \mathbb{N}, n \geq 3$) viết lại thành

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}. \text{ Đặt } T = a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{2n}, \text{ cho biết } T = 768.$$

Hãy tính giá trị của a_3 .

- A. $a_3 = 0$. B. $a_3 = 1$. C. $a_3 = 2$. D. $a_3 = 3$.

Câu 45. Cho $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số lên bảng. Tính xác suất để viết được số chia hết cho 4.

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{9}$.

Câu 46. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{49x^2 + x} - \sqrt{16x^2 + x} - \sqrt{9x^2 + x}) = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$), phân số này đã tối giản. Giá trị của $a + b$ là:

- A. 129. B. 130. C. 131. D. 132.

Câu 47. Biết $x, y, x+4$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng và $x+1, y+1, 2y+2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân với x, y là số thực dương. Giá trị của $x + y$ là:

- A. 3. B. 2. C. 5. D. 4.

Câu 48. Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = a^2b^2c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) + \sqrt{4 - (a^3 + b^3 + c^3)^2}$$
 là $x\sqrt{y}$ ($1 < x, y \in \mathbb{N}$). Hỏi $x^3 + y^3$ có giá trị là?

- A. 35. B. 16. C. 54. D. 10.

Câu 49. Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 chữ cái T, C, D, T, C, E thành một hàng sao cho mỗi cách sắp xếp 2 chữ cái giống nhau không đứng cạnh nhau.

- A. 60. B. 84. C. 480. D. 100.

Câu 50. Anh Nam mong muốn rằng sau 6 năm sẽ có 2 tỷ để mua nhà. Hỏi anh Nam phải gửi vào ngân hàng một khoản tiền tiền tiết kiệm như nhau hàng năm gần nhất với giá trị nào sau đây, biết rằng lãi suất của ngân hàng là 8% /năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn.

- A. 253,5 triệu. B. 251 triệu. C. 253 triệu. D. 252,5 triệu.



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ

9

Câu 1 Chọn D.

Gọi d' là đường thẳng qua $M(-1;1)$ và vuông góc với d thì phương trình của d' : $x - y + 2 = 0$

$$d \cap d' = I: \begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

$M'(x'; y')$ là ảnh của $M(-1;1)$ qua phép đối xứng trục $x'x$ thì I là trung điểm của MM'

$$\text{nên } \begin{cases} x' + (-1) = 2\left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \\ y' + 1 = 2\left(\frac{3}{2}\right) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 0 \\ y' = 2 \end{cases}$$

Câu 2 Chọn A.

Ta có: $V = B.h = h.2a^2 = 4a^3 \Rightarrow h = 2a$.

Câu 3 Chọn B.

Phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên ta có điều kiện $-4 < m < 2$.

Câu 4 Chọn B.

$$\cos x + \cos 3x = \sin x - \sin 3x \Leftrightarrow 2 \cos 2x \cos x = 2 \cos 2x \sin(-x)$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x(\cos x + \sin x) = 0 \Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 5 Chọn A.

Xét hàm số $y = f(x) = \tan x + 2 \sin x$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Với mọi $x \in D$, ta có $-x \in D$

Và $f(-x) = \tan(-x) + 2 \sin(-x) = -f(x)$ nên $f(x)$ là hàm số lẻ trên tập xác định của nó.

Câu 6 Chọn D.

Hàm số xác định khi $x \neq 0$.



Ta có: $y' = \frac{x^2 - 4}{x^2}$ Cho $y' = 0 \Rightarrow x = \pm 2$.

Xét dấu biểu thức y' ta có: hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 7 Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - m$.

Theo yêu cầu bài toán thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

Xét $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}, \forall x \in \mathbb{R}; f'(x) = \frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}} > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	-1	1

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m \in (-\infty; -1]$.

Câu 8 Chọn D.

Ta có: $y' = 8x^3 - 2\sqrt{3}x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 8x^3 - 2\sqrt{3}x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt[4]{3}}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{8} \\ x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = -\frac{\sqrt[4]{3}}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{8} \end{cases}$$

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt[4]{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt[4]{3}}{2}$	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	0	+
y	$+\infty$	$\frac{5}{8}$	1	$\frac{5}{8}$	$+\infty$			

Gọi hai điểm cực tiểu là $A\left(\frac{\sqrt[4]{3}}{2}; \frac{5}{8}\right), B\left(-\frac{\sqrt[4]{3}}{2}; \frac{5}{8}\right)$

Khi đó $AB = |x_A - x_B| = \sqrt[4]{3}$.

Câu 9 Chọn D.

Ta có: $y' = x^2 - (m+5)x + m$

Hàm số có hai cực trị khi và chỉ khi $y' = x^2 - (m+5)x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (m+5)^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow m^2 + 10m + 25 - 4m > 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 25 > 0 \text{ (luôn đúng)}$$

Theo định lí Viet ta có $x_{CB} + x_{CT} = m+5, x_{CB} \cdot x_{CT} = m$.

Mà $|x_{CB} - x_{CT}| = 5 \Leftrightarrow (x_{CB} + x_{CT})^2 - 4x_{CB} \cdot x_{CT} = 25 \Leftrightarrow (m+5)^2 - 4m = 25$.

$$\Leftrightarrow m^2 + 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -6 \end{cases}$$

Câu 10 Chọn D.

Từ đồ thị ta thấy:

+ $f'(x) \geq 0, \forall x \in [-2; 1]$ và $f'(x) = 0$ tại một điểm duy nhất là $x = -1$ = hàm số đồng biến

trên $[-2; 1] \Rightarrow f(-2) < f(-1) < f(1)$.

$f'(x) \leq 0, \forall x \in [1; 2]$ = hàm số nghịch biến trên $[1; 2] \Rightarrow f(1) > f(2)$.

Vậy $\max_{[-2; 2]} = f(1) \Rightarrow x_0 = 1$.

Câu 11 Chọn C.

$$y = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)}$$

Nên $y = \frac{x-2}{x+1}$. Từ đây dễ dàng suy ra $x = -1$ là tiệm cận đứng.

Câu 12 Chọn B.

Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số ta có $a = 0$.

Ta có: $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2x(2ax^2 + b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2ax^2 + b = 0 \end{cases}$$

Hàm số có 3 cực trị khi phương trình $2ax^2 + b = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{b}{2a}$ có hai nghiệm phân biệt nên $b > 0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$

Câu 13 Chọn D.

$$y = x^3 - 3x^2 + 2 \Leftrightarrow y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$



x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	+	0	0	+
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại hai điểm $A(0;2), B(2;-2)$.

$$M(a;0) \in Ox \text{ cách đều hai điểm } A, B \Leftrightarrow AM^2 = BM^2 \Leftrightarrow a^2 + (-2)^2 = (a-2)^2 + 2^2.$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 4 = a^2 - 4a + 4 + 4 \Leftrightarrow a = 1 \Rightarrow M(1;0).$$

Câu 14 Chọn D.

$$\text{Ta có: } x^3 + x^2 + x = m(x^2 + 1)^2 \Leftrightarrow m = \frac{x^3 + x^2 + x}{(x^2 + 1)^2} \quad (1)$$

Đặt $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + x}{(x^2 + 1)^2}$ có đồ thị (C).

Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng $y = m$

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{-x^4 - 2x^3 + 2x + 1}{(x^2 + 1)^3}$$

$$\text{Vì } (x^2 + 1)^3 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^4 - 2x^3 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \text{ (loại } x = -1).$$

$$\Rightarrow f(0) = 0; f(1) = \frac{3}{4}. \text{ Từ đó } \Rightarrow \begin{cases} \min f(x) = 0 \\ \max f(x) = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\text{Để phương trình (1) có nghiệm thuộc đoạn } [0;1] \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{3}{4}.$$

Câu 15 Chọn D.

$$y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}mx^2 \Rightarrow y' = x^2 + mx = x(x+m) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -m \end{cases}$$

Hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.

Vì $-2 < x_1 < -1, 1 < x_2 < 2$ mà $x = 0$ không thuộc khoảng $(-2; -1)$ và $(1; 2)$ nên không có m .

Câu 16 Chọn A.

$$\text{Theo đề } y = 3x. \text{ Thể tích khối hộp } V = x.y.z = 18 \Leftrightarrow 3x^2.z = 18 \Leftrightarrow z = \frac{6}{x^2}.$$

$$\text{Diện tích xung quanh của thùng là: } S'_{xq} = S'_{đáy} + 2(S_1 + S_2) = 3x^2 + 2\left(x \cdot \frac{6}{x^2} + 3x \cdot \frac{6}{x^2}\right).$$

$$\Leftrightarrow S'_{xq} = 3x^2 + \frac{48}{x}; S'_{(x)} = 6x - \frac{48}{x^2}.$$

$$S'_{(x)} = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$



Bảng biến thiên:

x	0	2	18
$S'(x)$		-	0
S			+
		↘	↗
		36	

Để ít tốn nguyên vật liệu nhất thì diện tích xung quanh nhỏ nhất

$$\Leftrightarrow \min S_{xq} = 36 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 6, z = \frac{3}{2}.$$

Câu 17 Chọn A.

$$e^{\ln 2} + \ln(e^2 \sqrt[3]{e}) = 2 + \ln(e^2 \cdot e^{\frac{1}{3}}) = 2 + \ln e^{\frac{7}{3}} = 2 + \frac{7}{3} = \frac{13}{3}.$$

Câu 18 Chọn A.

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số $y = \log_b x$ nghịch biến, $y = \log_a x, y = \log_c x$ đồng biến và đồ thị $y = \log_c x$ phía trên $y = \log_a x$. Nên ta có $b < c < a$.

Câu 19 Chọn C.

$$\text{ĐK: } 2x + 4 > 0 \Leftrightarrow x > -2.$$

$$\text{BPT } \Leftrightarrow x^2 + 1 > 2x + 4 \text{ (do } \frac{\pi}{4} < 1 \text{ nên đổi chiều bất phương trình).}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty), \text{ Kết hợp với điều kiện: } S = (3; +\infty) \cup (-2; -1).$$

Câu 20 Chọn A.

$$12^x + (4 - m)3^x - m = 0 \Leftrightarrow 12^x + 4 \cdot 3^x = m(3^x + 1) \Leftrightarrow m = \frac{12^x + 4 \cdot 3^x}{3^x + 1}$$

Xét hàm số:

$$f(x) = \frac{12^x + 4 \cdot 3^x}{3^x + 1}$$

$$f'(x) = \frac{(12^x \ln 12 + 4 \cdot 3^x \ln 3)(3^x + 1) - 3^x \ln 3(12^x + 4 \cdot 3^x)}{(3^x + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{36^x \ln 12 + 12^x \ln 12 + 4 \cdot 3^{2x} \ln 3 + 4 \cdot 3^x \ln 3 - 36^x \ln 3 - 4 \cdot 3^{2x} \ln 3}{(3^x + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{36^x (\ln 12 - \ln 3) + (12^x \ln 12 + 4 \cdot 3^x \ln 3)}{(3^x + 1)^2} > 0$$



Suy ra hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0) \Rightarrow$ Phương trình đã cho có nghiệm thuộc khoảng $(-1; 0)$ khi và chỉ khi:

$$f(-1) < m < f(0) \Leftrightarrow \frac{17}{16} < m < \frac{5}{2}.$$

Câu 21 Chọn C.

$$9^{1-x} + 2(m-1)3^{1-x} + 1 = 0 \Leftrightarrow 9 \cdot \left(\left(\frac{1}{3}\right)^x\right)^2 + 6(m-1)\left(\frac{1}{3}\right)^x + 1 = 0$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{1}{3}\right)^x > 0. \text{ Ta có } 9t^2 + 6(m-1)t + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-9t^2 + 6t - 1}{6t}.$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{-9t^2 + 6t - 1}{6t}; t > 0.$

$$f'(t) = \frac{-54t^2 + 6}{36t^2}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{3} \\ t = -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}.$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$f'(t)$		0	-
$f(t)$	$-\infty$	0	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m < 0.$

Câu 22 Chọn B.

Điều kiện: $y > -\frac{1}{2}, x > -1.$

$$\text{Ta có } x^2 + 2x - y + 1 = \log_2 \frac{\sqrt{2y+1}}{x+1} \Leftrightarrow (x+1)^2 + \log_2(x+1) = \left(y + \frac{1}{2}\right) + \log_2 \sqrt{\left(y + \frac{1}{2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow x+1 = \sqrt{y + \frac{1}{2}} \Leftrightarrow x = \sqrt{y + \frac{1}{2}} - 1 \text{ do } f(t) = t^2 + \log_2 t \text{ là hàm đồng biến khi } t > 0$$

Lúc này $P = e^{2\sqrt{y+\frac{1}{2}}-3} + 4\left(\sqrt{y+\frac{1}{2}}-1\right)^2 - 2y + 1$, ta đặt $t = \sqrt{y+\frac{1}{2}} \geq 0 \Leftrightarrow y = t^2 - \frac{1}{2}$ được

$$P = e^{2t-3} + 4(t-1)^2 - 2\left(t^2 - \frac{1}{2}\right) + 1 = e^{2t-3} + 2t^2 - 8t + 6 = e^{2t-3} + 2t^2 - 8t + 6.$$

Sử dụng đạo hàm ta tìm được $\min P = -\frac{1}{2}$ do đó $a^2 + b^2 + 5 = 10.$

Câu 23 Chọn A.

Do các cạnh bên tạo với đáy những góc bằng nhau nên chân đường cao H hạ từ đỉnh S trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Mà tam giác ABC vuông tại A nên H là trung điểm BC .

Trong mặt phẳng (SAH) dựng đường trung trực của SA cắt SH tại I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC và bán kính là $R = SI$.

Ta có: $AH = \frac{1}{2}BC = 3$.

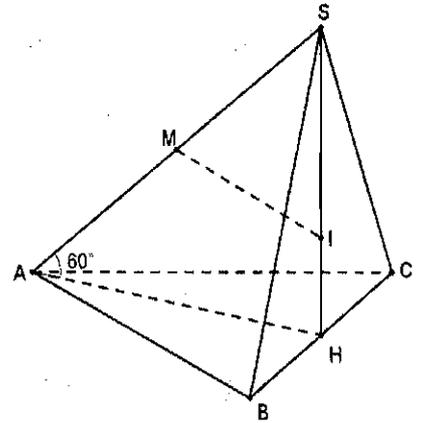
Góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy (ABC) là $\widehat{SAH} = 60^\circ$

Trong tam giác SAH có $SH = AH \cdot \tan 60^\circ = 3\sqrt{3}$ và $SA = \frac{AH}{\cos 60^\circ} = 6$.

Ta có $\Delta MSI \sim \Delta HSA$ nên $\frac{SI}{SA} = \frac{MS}{HS} \Rightarrow SI = \frac{SA \cdot MS}{HS} = 2\sqrt{3}$.

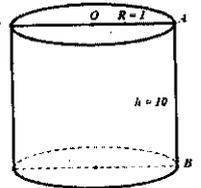
Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC là $S = 4\pi R^2 = 4\pi SI^2 = 48\pi$.

Chú ý: Ta có thể tính $R = SI$ như sau: Thấy tam giác SBC đều cạnh bằng 6, nên $SI = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$.



Câu 24 Chọn C.

Thể tích máu tối đa chứa trong ống nghiệm bằng thể tích của ống nghiệm. Khi đó $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 1^2 \cdot 10 \approx 31,4 \text{ cm}^3$. Hay $V = 31,4 \text{ cc}$.



Câu 25 Chọn B.

Gọi $r, h > 0$ lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của khối nón; O là tâm đáy.

Ta có: Thiết diện qua trục là tam giác SAB vuông cân tại S và $SA = a$.

$$\Rightarrow r = OA = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}; h = SO = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Thể tích khối nón là:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$$

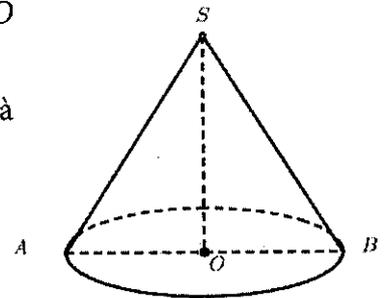
Câu 26 Chọn B.

Phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có một nghiệm phức là $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow (1-2i)^2 + b(1-2i) + c = 0 \Leftrightarrow 1 - 4i - 4 + b - 2bi + c = 0$$

$$\Leftrightarrow (-3 + b + c) + (-4 - 2b)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b + c = 3 \\ -4 - 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 5 \\ b = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b \cdot c = -10.$$



Câu 27 Chọn D.

Ta có $P = |(z+1)(z+2)| - |z+1| = |z+1||z+2| - |z+1|$.

Áp dụng bất đẳng thức $|A+B| \geq ||A| - |B||$ và vì để cho $|z+1| \geq 1$ ta được

$$P \geq |z+1||z+2| - |z+1| \geq 1 \cdot (|z+1| - 1) = |z+1| + (-1) \geq -1$$

Ta thấy $P \geq -1$ và dấu bằng xảy ra khi $z = -2$ nên giá trị nhỏ nhất của P là -1 .

Câu 28 Chọn A.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$|z| = |z - 3 + 4i| \Leftrightarrow |x + yi| = |x - yi - 3 + 4i| \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (4-y)^2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = x^2 - 6x + 9 + 16 - 8y + y^2 \Leftrightarrow 6x + 8y = 25.$$

Câu 29 Chọn B.

Ta có $MA \cdot \overline{MA} = 4MB \cdot \overline{MB} \Leftrightarrow \overline{MA} = \frac{4MB}{MA} \cdot \overline{MB}$. Khi đó $\overline{MA}, \overline{MB}$ cùng hướng.

$$\text{Mà } MA \cdot \overline{MA} = 4MB \cdot \overline{MB} \Leftrightarrow (MA \cdot \overline{MA})^2 = (4MB \cdot \overline{MB})^2 \Leftrightarrow MA^4 = (2MB)^4 \Leftrightarrow MA = 2MB$$

Do $MA = 2MB$ và $\overline{MA}, \overline{MB}$ cùng hướng nên $\overline{MA} = 2\overline{MB}$.

Gọi $M(x; y; z)$. Ta có:

$$\overline{MA} = 2\overline{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-x = 2(3-x) \\ 2-y = 2(-1-y) \\ 3-z = 2(2-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=-4 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow M(7; -4; 1).$$

Câu 30 Chọn C.

Ta có: $\overline{AB} = (1; -2; 1), \overline{AC} = (2; 3; -5) \Rightarrow [\overline{AB}, \overline{AC}] = (7; 7; 7) = 7(1; 1; 1)$. Vậy mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ và có một VTPT là $\vec{n} = (1; 1; 1)$ có phương trình $x + y + z - 3 = 0$.

Vì $M \in Ox$ nên đặt $M(t; 0; 0)$.

$$\text{Mà } M \in (ABC) \text{ nên } t + 0 + 0 - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 3.$$

Câu 31 Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 1; -2)$, bán kính $R = 3$, phương trình $(Oyz): x = 0$

Tâm đường tròn giao tuyến chính là hình chiếu của tâm I mặt cầu lên $mp(Oyz) \Rightarrow$ Toạ độ hình chiếu đó là $(-1; 0; 0)$.

Câu 32 Chọn C.

Hình chiếu của $A(1; 2; 3)$ lên trục Ox là $M(1; 0; 0)$.

Hình chiếu của $A(1; 2; 3)$ lên trục Oy là $N(0; 2; 0)$.



Hình chiếu của $A(1;2;3)$ lên trục Oz là $P(0;0;3)$.

Phương trình mặt phẳng (P) cần tìm là $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 33 Chọn A.

Ta có: $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c), V_{OABC} = \frac{1}{6}abc$.

Vì $H \in (P)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1$ (1)

Áp dụng BĐT Cô-si cho 3 số dương, ta có:

$$\left(\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c}}{3} \right)^3 \geq \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{2}{c} \quad (2) \quad (\text{dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } \frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{2}{c} \text{ và } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1)$$

Từ (1) và (2), suy ra $abc \geq \frac{2}{27}$, hay $V \geq \frac{4}{9}; V = \frac{4}{9} \Leftrightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{2}{c} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = b = 3, c = 6$.
 $S = a + 2b + c = 15$.

Câu 34 Chọn B.

Khoảng cách từ M đến (P) là: $d = \frac{|1 - 4 + 6|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 1$

Câu 35 Chọn A.

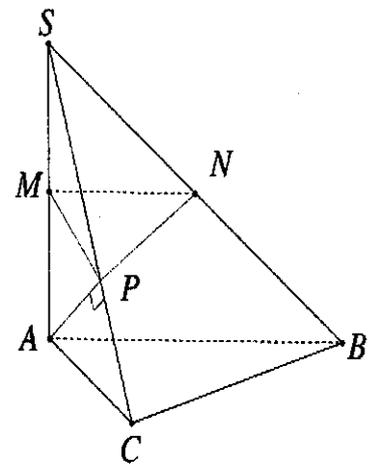
Xét tam giác SAC vuông tại A có AP là đường cao, ta có:

$$SA^2 = SP \cdot SC \Rightarrow \frac{SP}{SC} = \left(\frac{SA}{SC} \right)^2 = \frac{SA^2}{SA^2 + AC^2} = \frac{4a^2}{5a^2} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{5} \quad (1)$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}a^3}{6} \quad (2)$$

Từ (1) và (2): $V_{S.MNP} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{30}$.



Câu 36 Chọn D.

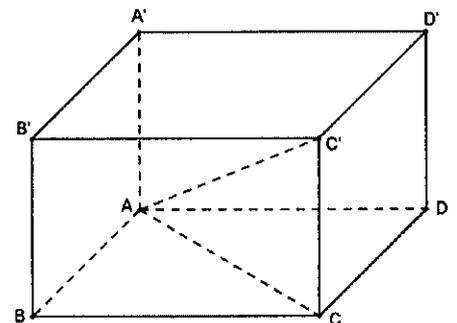
Ta có: $AC^2 = AB^2 + BC^2, AC'^2 = AC^2 + CC'^2$.

Do đó $AC'^2 = AB^2 + BC^2 + CC'^2 = 3AB^2$.

$$\Rightarrow AB = \frac{AC'}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

Thể tích khối lập phương là:

$$V = AB^3 = 24\sqrt{3} \text{ cm}^3 = \frac{24\sqrt{3}}{1000} \text{ dm}^3 \approx 0,04 \text{ lít}$$



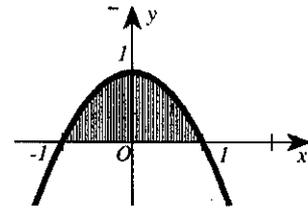
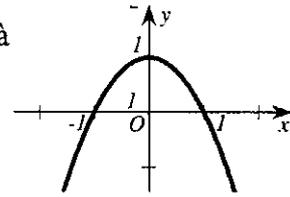


Câu 37 ▶ Chọn C.

Tìm phương trình parabol (P) qua ba điểm: đỉnh $A(0;1)$, $B(-1;0)$ và $C(1;0)$ giao điểm với trục Ox ta được (P): $y = -x^2 + 1$.

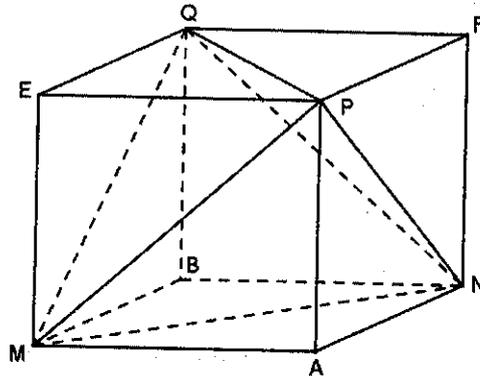
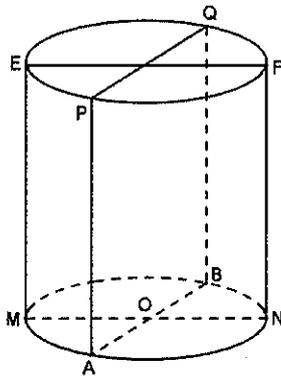
$$\text{Diện tích } S = \int_{-1}^1 (-x^2 + 1) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{4}{3}.$$

(xem thêm hình vẽ minh hoạ).



Câu 38 ▶ Chọn A.

Dựng hình hộp chữ nhật $BMAN.QEPF$ như hình vẽ.



Ta có: $BM = BN = R\sqrt{2}$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } V_{MNPQ} &= V_{BMAN.QEPF} - V_{P.AMN} - V_{N.FQP} - V_{M.QEP} - V_{Q.BMN} \\ &= 2R^2h - \frac{1}{3} \frac{2R^2h}{2} - \frac{1}{3} \frac{2R^2h}{2} - \frac{1}{3} \frac{2R^2h}{2} - \frac{1}{3} \frac{2R^2h}{2} = \frac{2}{3} R^2h. \end{aligned}$$

Câu 39 ▶ Chọn B.

Gọi $M(x; y; z)$.

Ta có $\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{BA} + \overline{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{BA} = \overline{CM}$.

$$\overline{CM} = (x-2; y-1; z-3), \overline{BA} = (1; -3; 0).$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2=1 \\ y-1=-3 \\ z-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \\ z=3 \end{cases} \Rightarrow M(3; -2; 3).$$

Câu 40 ▶ Chọn B.

Cách 1:

$$F(x) = \int \frac{x}{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{x^2+1} d(x^2+1) = \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + C.$$



$$F(0) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \ln 1 + C = 1 \Leftrightarrow C = 1.$$

$$F(1) = \frac{1}{2} \ln(1^2 + 1) + 1 = \frac{1}{2} \ln 2 + 1.$$

Cách 2:

Ta có: $\int_0^1 f(x) dx = F(1) - F(0) \Leftrightarrow F(1) = \int_0^1 f(x) dx + F(0)$ bấm máy ra kết quả.

Câu 41 Chọn C.

$$\text{Ta có } \int_0^x \frac{t}{\sqrt{t^2+1}} dt > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_0^x (t^2+1)^{\frac{1}{2}} d(t^2+1) > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} (\sqrt{t^2+1})^3 \Big|_0^x > 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x^2+1})^3 - 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+1} > 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow x \neq 0$$

Câu 42 Chọn C.

Diện tích hình phẳng giới hạn giữa elip và đường tròn chính là diện tích hình elip trừ diện tích hình tròn.

+ Phương trình elip có trục lớn $2a = 2\sqrt{2}$, trục nhỏ $2b = 2$ là (E): $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Áp dụng công thức diện tích $S_{\text{elip}} = \pi ab$ ta được $S_{\text{elip}} = \pi\sqrt{2}$.

+ Phương trình đường tròn (C) tâm $O(0;0)$ bán kính $R = \frac{1}{\sqrt{2}}$ là (C): $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$.

Áp dụng công thức diện tích $S_{\text{hình tròn}} = \pi R^2 = \frac{\pi}{2}$.

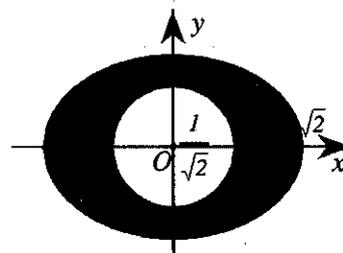
Vậy diện tích hình phẳng $S = S_{\text{elip}} - S_{\text{hình tròn}} = \pi\sqrt{2} - \frac{\pi}{2}$.

Do đó khối lượng phân cần bón $\left(\pi\sqrt{2} - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{100}{(2\sqrt{2}-1)\pi} = 50$

Chứng minh công thức diện tích elip $S_{\text{elip}} = \pi ab$ với

$$(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}, (y \geq 0) \\ y = -\frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}, (y < 0) \end{cases}$$





Do tính đối xứng nên $S_{elip} = 4 \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$.

Đặt $x = a \sin u \Rightarrow dx = a \cos u du$; đổi cận $\begin{cases} x = a \Rightarrow \sin u = 1 \Rightarrow u = \frac{\pi}{2} \\ x = 0 \Rightarrow \sin u = 0 \Rightarrow u = 0 \end{cases}$.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{a^2 - a^2 \sin^2 u} \cdot a \cos u du = a^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \sin^2 u} \cdot \cos u du = a^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 u du = \frac{a^2}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2u) du$$

$$= \frac{a^2}{2} \left[u + \frac{1}{2} \sin 2u \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{a^2 \pi}{4}.$$

Vậy $S_{elip} = \pi ab$.

Câu 43 Chọn A.

Khi quay tam giác AOB quanh trục Oy thì tạo thành hình nón có bán kính $R = OA = a$ và chiều cao $h = OB = |b|$. Với $a > 0, b < 0$.

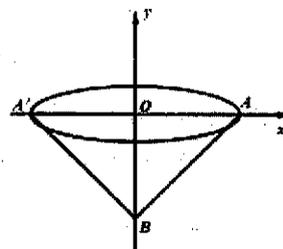
Thể tích của hình nón khi đó là $V = \frac{1}{3} \pi a^2 |b|$ (1)

Vì $OA + OB = 1 \Leftrightarrow a + |b| = 1 \Leftrightarrow |b| = 1 - a$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi a^2 (1 - a) \Rightarrow V' = \frac{1}{3} \pi (2a - 3a^2) \Rightarrow V' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} (N) \\ a = 0 (L) \end{cases}$

Bảng biến thiên

a	$-\infty$	0	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
V'		-	0	+ 0 -
V		0	$\frac{4\pi}{81}$	



Vậy $\max V = \frac{4\pi}{81}$ tại $a = \frac{2}{3}$.

Câu 44 Chọn A.

Khi $x = 1 \Rightarrow P(1) = 2^{2n-1} = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2n}$

$x = -1 \Rightarrow P(-1) = 2^{2n} = a_0 - a_1 + a_2 - \dots + a_{2n}$

Suy ra: $2^{2n-1}(1+2) = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{2n})$

$\Rightarrow 2^{2n-1} \cdot 3 = 2 \times 768 \Rightarrow 2^{2n-1} = 2^9 \Rightarrow 2n-1 = 9 \Rightarrow n = 5$.

Vậy $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5$

$$P'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + 5a_5x^4$$

$$P''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3$$

$$P'''(x) = 6a_3 + 24a_4x + 60a_5x^2$$

$$\Rightarrow P'''(0) = 6a_3$$

$$\text{Mặt khác ta có: } P(x) = (x-1)^{2n} + x(x+1)^{2n-1}$$

$$\Rightarrow P'(x) = 2n(x-1)^{2n-1} + (x+1)^{2n-1} + (2n-1)x(x+1)^{2n-2}$$

$$\Rightarrow P'' = 2n(2n-1)(x-1)^{2n-2} + 2(2n-1)(x+1)^{2n-2} + (2n-1)(2n-2)x(x+1)^{2n-3}$$

$$\Rightarrow P''' = 2n(2n-1)(2n-2)(x-1)^{2n-3} + 3(2n-1)(2n-2)(x+1)^{2n-3} + (2n-1)(2n-2)(2n-3)x(x+1)^{2n-4}$$

$$\text{Ta có: } P'''(0) = 6a_3 \Leftrightarrow a_3 = 0.$$

Câu 45 Chọn B.

Gọi \overline{abcd} là số cần tìm, để số này chia hết cho 4 thì ta phải có \overline{cd} chia hết cho 4.

Có $6.7.7.7 = 2058$ số tự nhiên có 4 chữ số tạo từ $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Ta thấy chỉ có các số $00, 12, 16, 20, 24, 44, 64$ là chia hết cho 4. Do đó chọn \overline{cd} có 7 cách, chọn a có 6 cách, chọn b có 7 cách nên có $7.6.7 = 294$.

Vậy xác suất cần tính là $\frac{294}{2058} = \frac{1}{7}$.

Câu 46 Chọn C.

Ta có

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{49x^2 + x} - \sqrt{16x^2 + x} - \sqrt{9x^2 + x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\left(\sqrt{49x^2 + x} - 7x \right) - \left(\sqrt{16x^2 + x} - 4x \right) - \left(\sqrt{9x^2 + x} - 3x \right) \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{49x^2 + x + 7x} - \frac{x}{16x^2 + x + 4x} - \frac{x}{9x^2 + x + 3x} \right) = \frac{1}{14} - \frac{1}{8} - \frac{1}{6} = \frac{-37}{168} \end{aligned}$$

Do đó $a + b = 131$.

Câu 47 Chọn D.

Từ giả thiết ta có:

$$\begin{cases} x + (x+4) = 2y \\ (x+1)(2y+2) = (y+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x+2 \\ (x+1)(2x+6) = (x+3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=3 \\ x=-3 \Rightarrow y=-1. \end{cases}$$

Do đó giá của $x + y$ là 4.

Câu 48 Chọn B.

Ta có $ac = b^2$ do đó

$$a^2b^2c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = \frac{b^2c^2}{a} + \frac{a^2c^2}{b} + \frac{a^2b^2}{c} = \frac{acc^2}{a} + \frac{(b^2)^2}{b} + \frac{a^2ac}{c} = a^3 + b^3 + c^3.$$



Suy ra

$$P = a^2 b^2 c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) + \sqrt{4 - (a^3 + b^3 + c^3)^2}$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 + \sqrt{4 - (a^3 + b^3 + c^3)^2} = t + \sqrt{4 - t^2} = f(t)$$

Dùng đạo hàm ta tìm được $\max_{t \in [-2; 2]} f(t) = f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$ nên $x^3 + y^3 = 16$.

Câu 49 Chọn B.

Gọi A là tập hợp tất cả cách sắp xếp, A_1 là tập hợp các cách xếp mà chữ cái T đứng cạnh nhau, A_2 là tập hợp các cách xếp mà chữ cái D đứng cạnh nhau.

Ta có số phần tử của tập hợp A là $n(A) = \frac{6!}{2!2!}$ (do 2 chữ T như nhau, 2 chữ C như nhau nên khi hoán vị vẫn tính là 1).

Số phần tử của tập hợp A_1, A_2 lần lượt là $n(A_1) = n(A_2) = \frac{5!}{2!}$ (ta coi 2 chữ T đứng cạnh nhau là 1 chữ, 2 chữ C đứng cạnh nhau là 1 chữ).

Số cách sắp xếp mà vừa có T đứng cạnh nhau, C đứng cạnh nhau là $n(A_1 \cap A_2) = 4! = 24$

Vậy số cách sắp xếp cần tính là $n(A) - (n(A_1) + n(A_2)) + n(A_1 \cap A_2) = 84$.

Câu 50 Chọn D.

Cuối năm thứ I: $T_1 = a + a.m = a(1 + m)$

Đầu năm thứ II:

$$T_2 = a(1 + m) + a = a[(1 + m) + 1] = \frac{a}{(1 + m) - 1} [(1 + m)^2 - 1] = \frac{a}{m} [(1 + m)^2 - 1]$$

Cuối năm thứ II: $T_3 = \frac{a}{m} [(1 + m)^2 - 1] + \frac{a}{m} [(1 + m)^2 - 1].m = \frac{a}{m} [(1 + m)^2 - 1].(1 + m)$

Suy ra cuối năm thứ n: $T_n = \frac{a}{m} [(1 + m)^n - 1].(1 + m)$

(Trong đó a là số tiền ban đầu, m là lãi suất, n là số tháng)

Áp dụng: $T = 2.1000tr, n = 6, m = 0,08 \Rightarrow a \approx 252,5tr$



“ WHEREVER YOU GO,
GO WITH ALL YOUR HEART ”



Ghi nhớ hành trình luyện đề thi thành công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Số điểm thực tế	Số điểm kỳ vọng	Cảm xúc của bạn

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé!

Ngày:.....

Thi lần:.....

Số điểm đạt được:...../10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm từ những câu sai

.....

.....

.....

.....



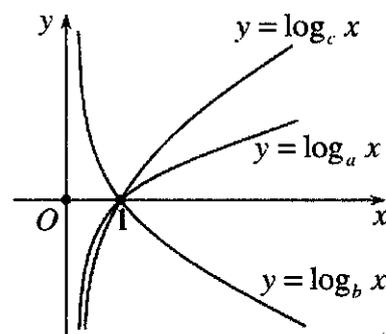
Bài học và kiến thức rút ra từ đề thi này

*Hãy thích một tổn thất hơn một
lợi ích không lương thiện; một cái
mang lại đau khổ trong chốc lát còn
cái kia mang lại đau khổ suốt đời.*



ĐỀ SỐ 10	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC
Đề thi gồm 07 trang ★★★★★	Môn: Toán Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Tìm khẳng định đúng.



- A. $b < c < a$.
- B. $a < b < c$.
- C. $a < c < b$.
- D. $b < a < c$.

Câu 2. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = \frac{3}{2}$. Tính $F\left(\frac{1}{2}\right)$.

- A. $F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e + 2$.
- B. $F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e + 1$.
- C. $F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e + \frac{1}{2}$.
- D. $F\left(\frac{1}{2}\right) = 2e + 1$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;2;-1), B(5;4;3)$. M là điểm thuộc tia đối của tia BA sao cho $\frac{AM}{BM} = 2$. Tìm tọa độ của điểm M .

- A. $(7;6;7)$.
- B. $\left(\frac{13}{3}; \frac{10}{3}; \frac{5}{3}\right)$.
- C. $\left(-\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{11}{3}\right)$.
- D. $(13;11;5)$.

Câu 4. Tìm tất cả các tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+3}}{x}$.

- A. $y = 1$.
- B. $y = -1$.
- C. $x = -1$ và $x = 1$.
- D. $y = -1$ và $y = 1$.

Câu 5. Tìm chu kì của hàm số $y = \sin\left(\frac{2}{5}x\right) \cdot \cos\left(\frac{2}{5}x\right)$:

- A. $T = \pi$.
- B. $T = 2\pi$.
- C. $T = \frac{5\pi}{2}$.
- D. $T = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 7. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x - m$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. $(-\infty; -2]$.
- B. $[2; +\infty)$.
- C. $[-2; 2]$.
- D. $(-\infty; 2)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu bằng -3 tại điểm $x = 1$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2 . Tính đạo hàm cấp một của hàm số tại $x = -3$.

- A. $f'(-3) = 0$.
- B. $f'(-3) = 2$.
- C. $f'(-3) = 1$.
- D. $f'(-3) = -2$.



Câu 9. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $(-5+2i)z = -3+4i$.

- A. $|z| = \frac{5\sqrt{31}}{31}$. B. $|z| = \frac{5\sqrt{29}}{29}$. C. $|z| = \frac{5\sqrt{28}}{28}$. D. $|z| = \frac{5\sqrt{27}}{27}$.

Câu 10. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{x}{4}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

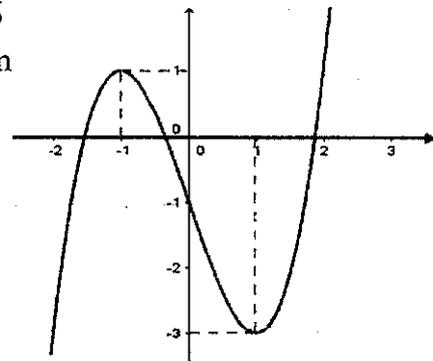
- A. $\min_{(0;+\infty)} y = 2$. B. $\min_{(0;+\infty)} y = 4$. C. $\min_{(0;+\infty)} y = 0$. D. $\min_{(0;+\infty)} y = 3$.

Câu 11. Giải phương trình $\frac{\sin x + \cos x}{\cos x - \sin x} = 1 + \sin 2x$.

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = k2\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}$

Câu 12. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = x^3 - 3x^2 - 3x - 1$.
 B. $y = \frac{1}{3}x^3 + 3x - 1$.
 C. $y = x^3 + 3x^2 - 3x + 1$.
 D. $y = x^3 - 3x - 1$.



Câu 13. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2$ và đồ thị hàm số $y = x^2 + 2$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- A. 4. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 14. Tìm giá trị tham số m để đường thẳng $(d): mx - y + m = 0$ cắt đường cong $(C): y = x^3 - 3x^2 + 4$ tại ba điểm phân biệt A, B và C $(-1; 0)$ sao cho tam giác AOB có diện tích bằng $5\sqrt{5}$. (Với O là gốc tọa độ).

- A. $m = 5$. B. $m = 3$. C. $m = 4$. D. $m = 6$.

Câu 15. Cho các số thực dương a, b khác 1. Biết rằng đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x$ và trục tung lần lượt tại A, B, C sao cho C nằm giữa A và B và $AC = 2BC$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $b = \frac{a}{2}$. B. $b = 2a$. C. $b = a^{-2}$. D. $b = a^2$.

Câu 16. Khi ánh sáng qua một môi trường (chẳng hạn như không khí, nước, sương mù...) cường độ sẽ giảm dần theo quãng đường truyền x, theo công thức $I(x) = I_0 e^{-\mu x}$, trong đó I_0 là cường độ của ánh sáng khi bắt đầu truyền vào môi trường và μ là hệ số hấp thụ của môi trường đó. Biết rằng nước biển có hệ số hấp thụ $\mu = 1.4$ và người ta tính được rằng khi đi từ độ sâu 2m xuống đến độ sâu 20m thì cường độ ánh sáng giảm 1.10^{10} lần. Số nguyên nào sau đây gần với l nhất?

- A. 8. B. 9. C. 10. D. 90.

Câu 17. Cho hai số thực a, b dương và khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} = \frac{8}{\log_a b}$.

B. $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} = \frac{4}{\log_a b}$.

C. $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} = \frac{6}{\log_a b}$.

D. $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} = \frac{7}{\log_a b}$.

Câu 18. Một người gửi ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất 4% một tháng, sau mỗi tháng tiền lãi được nhập vào vốn. Hỏi sau một năm người đó rút tiền thì tổng số tiền nhận được là bao nhiêu?

A. $50 \cdot (1,004)^{12}$ (triệu đồng).

B. $50 \cdot (1+12 \cdot 0,04)^{12}$ (triệu đồng).

C. $50 \cdot (1+0,04)^{12}$ (triệu đồng).

D. $50 \cdot 1,004$ (triệu đồng).

Câu 19. Giải bất phương trình $\log_4 (18 - 2^x) \log_2 \frac{18 - 2^x}{8} \leq -1$ (*).

A. $1 + \log_2 7 \leq x \leq 4$.

B. $1 + \log_3 7 \leq x \leq 4$.

C. $1 + \log_2 5 \leq x \leq 4$.

D. $\log_2 7 \leq x \leq 4$.

Câu 20. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_3 x(x+2) = 1$. Tính $x_1^2 + x_2^2$.

A. $x_1^2 + x_2^2 = 4$.

B. $x_1^2 + x_2^2 = 6$.

C. $x_1^2 + x_2^2 = 8$.

D. $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

Câu 21. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 2)$.

A. $(0; +\infty)$.

B. $\left[-\frac{1}{4}; 8\right)$.

C. $\left[-\frac{1}{4}; 6\right)$.

D. $\left[-\frac{1}{4}; 2\right)$.

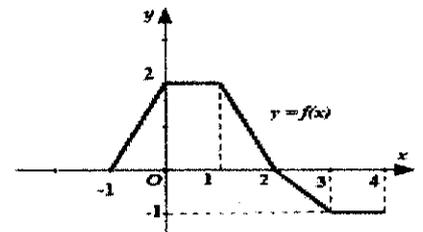
Câu 22. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-1; 4]$ như hình vẽ dưới. Tính tích phân $I = \int_{-1}^4 f(x) dx$.

A. $I = \frac{5}{2}$.

B. $I = \frac{11}{2}$.

C. $I = 5$.

D. $I = 3$.



Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $S = \pi a^2$.

B. $S = 3\pi a^2$.

C. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

D. $S = \frac{4\pi a^2}{3}$.

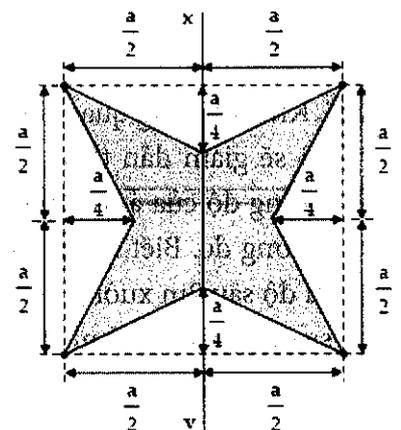
Câu 24. Bên trong hình vuông cạnh a , dựng hình sao bốn cánh đều như hình vẽ bên (các kích thước cần thiết cho như ở trong hình). Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình sao đó quanh trục Oy .

A. $\frac{5\pi}{48} a^3$.

B. $\frac{5\pi}{16} a^3$.

C. $\frac{\pi}{6} a^3$.

D. $\frac{\pi}{8} a^3$.





Câu 25. Cho khối nón có đường sinh bằng 5 và diện tích đáy bằng 9π . Tính thể tích V của khối nón.

- A. $V = 12\pi$. B. $V = 24\pi$. C. $V = 36\pi$. D. $V = 45\pi$.

Câu 26. Xét số phức z thỏa mãn $\begin{cases} |z-i| = |z-1| \\ |z-2i| = |z| \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $|z| > \sqrt{5}$. B. $|z| = \sqrt{5}$. C. $|z| = \sqrt{2}$. D. $|z| < \sqrt{2}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[a; b]$, $f(b) = 5$ và $\int_a^b f'(x) dx = 3\sqrt{5}$. Tính $f(a)$.

- A. $f(a) = \sqrt{5}(\sqrt{5}-3)$. B. $f(a) = 3\sqrt{5}$.
C. $f(a) = \sqrt{5}(3-\sqrt{5})$. D. $f(a) = \sqrt{3}(\sqrt{5}-3)$.

Câu 28. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Tìm trên mặt phẳng tọa độ điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = \frac{i}{z_0}$?

- A. $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$. B. $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.
C. $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{2a} + \frac{z}{3a} = 1 (a > 0)$ cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C . Tính thể tích V của khối tứ diện $OABC$.

- A. $V = a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = 2a^3$. D. $V = 4a^3$.

Câu 30. Với $m \in [-1; 0) \cup (0; 1]$, mặt phẳng $(P_m): 3mx + 5\sqrt{1-m^2}y + 4mz + 20 = 0$ luôn cắt mặt phẳng (Oxz) theo giao tuyến là đường thẳng Δ_m . Hỏi khi m thay đổi thì các giao tuyến Δ_m có kết quả nào sau đây?

- A. Cắt nhau. B. Song song. C. Chéo nhau D. Trùng nhau.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $I(0; -3; 0)$. Viết phương trình của mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz)

- A. $x^2 + (y+3)^2 + z^2 = \sqrt{3}$. B. $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = \sqrt{3}$.
C. $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 3$. D. $x^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{1}$ và $d': \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa hai đường thẳng d và d' .

- A. Không tồn tại (Q) . B. $(Q): y - 2z - 2 = 0$.
C. $(Q): x - y - 2 = 0$. D. $(Q): -2y + 4z + 1 = 0$.



Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và có thể tích bằng 8. Tính thể tích V của khối chóp $S.OCD$.

- A. $V = 3$. B. $V = 4$. C. $V = 5$. D. $V = 2$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1; -2; 13)$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α)

- A. $d(M, (\alpha)) = \frac{4}{3}$. B. $d(M, (\alpha)) = \frac{2}{3}$. C. $d(M, (\alpha)) = \frac{5}{3}$. D. $d(M, (\alpha)) = 4$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân ở A , cạnh $BC = 2\sqrt{3}a$. Tam giác SBC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích của khối chóp bằng a^3 , tính góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) .

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\arctan \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 36. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước là $AB = 2, AD = 3, AA' = 4$. Gọi (N) là hình nón có đỉnh là tâm của mặt $ABB'A'$ và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $CDD'C'$. Tính thể tích V của hình nón (N) .

- A. $\frac{13}{3}\pi$. B. 5π . C. 8π . D. $\frac{25}{6}\pi$.

Câu 37. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, diện tích xung quanh bằng $6\sqrt{3}a^2$. Thể tích V của khối lăng trụ là.

- A. $V = \frac{1}{4}a^3$. B. $V = \frac{3}{4}a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 3a^3$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$ và điểm $A(1; 1; -1)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu (S) theo ba giao tuyến là các đường tròn $(C_1), (C_2), (C_3)$. Tính tổng diện tích của ba hình tròn $(C_1), (C_2), (C_3)$.

- A. 4π . B. 12π . C. 11π . D. 3π .

Câu 39. Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết $z_1 = w + 2i$ và $z_2 = 2w - 3$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính $T = |z_1| + |z_2|$.

- A. $T = 2\sqrt{13}$. B. $T = \frac{2\sqrt{97}}{3}$. C. $T = \frac{2\sqrt{85}}{3}$. D. $T = 4\sqrt{13}$.

Câu 40. Trong khai triển $(2^x + 2^{-2x})^n$, tổng hệ số của số hạng thứ hai và số hạng thứ ba bằng 36, số hạng thứ ba lớn gấp 7 lần số hạng thứ hai. Tìm x ?

- A. $x = \frac{1}{3}$ B. $x = \frac{1}{2}$ C. $x = -\frac{1}{2}$ D. $x = -\frac{1}{3}$

Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn $|z+2| + |z-2| = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z+3|^2 - |z|$:

- A. -3 . B. 2 . C. -1 . D. -4 .



Câu 42. Trong mặt phẳng tọa độ, cho hình chữ nhật (H) có một cạnh nằm trên trục hoành, và có hai đỉnh trên một đường chéo là $A(-1;0)$ và $C(a;\sqrt{a})$, với $a > 0$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau, tìm a .

- A. $a = 9$. B. $a = 4$. C. $a = \frac{1}{2}$. D. $a = 3$.

Câu 43. Gọi $V(a)$ là thể tích khối tròn xoay tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = a (a > 1)$. Tìm $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a)$.

- A. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = \pi$. B. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = \pi^2$. C. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = 3\pi$. D. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = 2\pi$.

Câu 44. Cho x, y là các số thực thoả mãn $\log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2x - y$ là $a\sqrt{b}$ ($1 < a, b \in \mathbb{Z}$). Giá trị $a^2 + b^2$ là:

- A. $a^2 + b^2 = 18$. B. $a^2 + b^2 = 8$. C. $a^2 + b^2 = 13$. D. $a^2 + b^2 = 20$.

Câu 45. Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số sao cho trong mỗi số tự nhiên đó chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước nó.

- A. 60480 B. 84 C. 151200 D. 210

Câu 46. Cho hàm số $f(n) = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+1).(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Kết

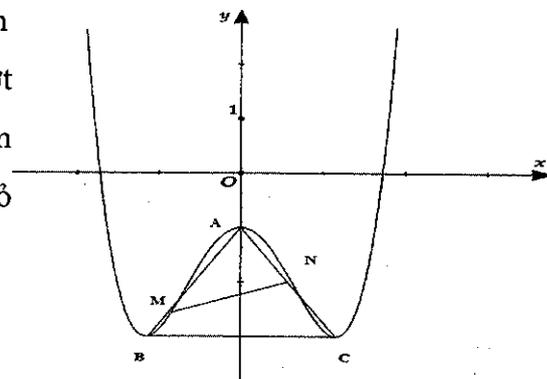
quả giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{2n^2+1}-1)f(n)}{5n+1} = \frac{a}{b}$ ($b \in \mathbb{Z}$). Giá trị của $a^2 + b^2$ là:

- A. 101. B. 443. C. 363. D. 402.

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = x^3 - (m^2 + m + 1)x + m^2 + m$ có đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm có hoành độ x_1, x_2, x_3 . Biết m là số nguyên dương, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ gần giá trị nào sau đây nhất.

- A. 2. B. $\frac{13}{2}$. C. 6. D. 12.

Câu 48. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{9}{8}x^4 - 3x^2 - 1$ có ba điểm cực trị A, B, C như hình vẽ. Biết M, N lần lượt thuộc AB, AC sao cho đoạn thẳng MN chia tam giác ABC thành hai phần bằng nhau. Giá trị nhỏ nhất của MN là:



- A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.
C. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{7}}{3}$.



Câu 5 Chọn D.

Ta biến đổi $y = \sin\left(\frac{2}{5}x\right) \cdot \cos\left(\frac{2}{5}x\right) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{4}{5}x\right)$.

Do đó f là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \frac{2\pi}{\left(\frac{4}{5}\right)} = \frac{5\pi}{2}$.

Câu 6 Chọn D.

$y' = -3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$

Lập bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 7 Chọn C.

Ta có: $y' = x^2 + 2mx + 4$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$.

$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$.

Câu 8 Chọn A.

Ta có: $y' = f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

Theo giả thiết $\Rightarrow \begin{cases} f'(1) = 0 \\ f(1) = -3 \\ f(0) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b + 3 = 0 \\ a + b + c + 4 = 0 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -9 \end{cases}$

Thử lại $y' = f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$ và $y'' = f''(x) = 6x + 6 \Rightarrow f''(1) = 12 > 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$

Suy ra $f'(3) = 3 \cdot (-3)^2 + 2a \cdot (-3) + b = 0$.

Câu 9 Chọn B.

Ta có $(-5 + 2i)z = -3 + 4i \Rightarrow z = \frac{-3 + 4i}{-5 + 2i} = \frac{23}{29} - \frac{14}{29}i \Rightarrow |z| = \frac{5\sqrt{29}}{29}$.

Câu 10 Chọn B.

Cách 1:

Ta có $y' = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2}, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Lập bảng biến thiên của hàm số trên khoảng $(0; +\infty)$.

Nhận thấy hàm số chỉ đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$ và $y_{CT} = 4$ nên $\min_{(0; +\infty)} y = 4$.

Cách 2: Áp dụng BĐT Cauchy cho 2 số $x + \frac{4}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{4}{x}} = 4 \Rightarrow \min y = 4 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 11 ▶ Chọn D.

Phương trình tương đương :

$$\frac{\sin x + \cos x}{\cos x - \sin x} = 1 + \sin 2x \Leftrightarrow \sin x + \cos x = (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)^2$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(1 - \cos 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \cos x = 0 \\ \cos 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}$$

Câu 12 ▶ Chọn D.

Ta có: $y = x^3 - 3x - 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Câu 13 ▶ Chọn D.

Ta có: $x^3 - 2x^2 + 2 = x^2 + 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$ nên có hai điểm chung.

Câu 14 ▶ Chọn A.

Ta có: $d(O; d) = \frac{|m|}{\sqrt{m^2 + 1}}$

Do $x^3 - 3x^2 + 4 = mx + m \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - 4x + 4 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ (x-2)^2 = m (m > 0) \end{cases}$

Nên $A(2 + \sqrt{m}; 3m + m\sqrt{m}), B(2 - \sqrt{m}; 3m - m\sqrt{m}) \Rightarrow AB = \sqrt{4m + 4m^3}$.

Theo giả thiết $S_{AOB} = 5\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sqrt{4m + 4m^3} \cdot \frac{m}{\sqrt{m^2 + 1}} = 5\sqrt{5} \Leftrightarrow m\sqrt{m} = 5\sqrt{5} \Rightarrow m = 5$.

Câu 15 ▶ Chọn C.

Ta có: $A(\log_a 2; 2), B(\log_b 2; 2), C(0; 2)$

Ta có: $\overline{CA} = (\log_a 2; 0), \overline{CB} = (\log_b 2; 0)$

Vì C nằm giữa A và B và $AC = 2BC$ nên $\overline{CA} = -2\overline{CB}$

$\Leftrightarrow \log_a 2 = -2 \log_b 2 \Leftrightarrow \log_a 2 = 2 \log_{\frac{1}{b}} 2 \Leftrightarrow a = b^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow b = a^{-2}$.

Câu 16 ▶ Chọn B.

Ta có:

- Ở độ sâu 2m: $I(2) = I_0 e^{-2,8}$

- Ở độ sâu 20m: $I(20) = I_0 e^{-28}$

Theo giả thiết $I(2) = l \cdot 10^{10} I(20) \Leftrightarrow e^{-2,8} = l \cdot 10^{10} \cdot e^{-28} \Leftrightarrow l = 10^{-10} \cdot e^{25,2} \approx 8,79$.



Câu 17 ▶ Chọn C.

Ta có:
$$\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} = \frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\frac{1}{2}\log_a b} + \frac{1}{\frac{1}{3}\log_a b} = \frac{6}{\log_a b}.$$

Câu 18 ▶ Chọn C.

Theo công thức lãi kép ta được $T_{12} = 50(1+0,04)^{12}$ (triệu đồng)

Chú ý bài này không thực tế vì không có ngân hàng nào có lãi cao như vậy.

Câu 19 ▶ Chọn A.

Điều kiện $18 - 2^x > 0$, ta có:

$$\begin{aligned} (*) &\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_2(18-2^x)\log_2\frac{18-2^x}{8} \leq -1 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_2(18-2^x)[\log_2(18-2^x)-3] \leq -1 \\ &\Leftrightarrow [\log_2(18-2^x)]^2 - 3\log_2(18-2^x) \leq -2 \\ &\Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 \leq 0 \quad (t = \log_2(18-2^x)) \\ &\Leftrightarrow 1 \leq t \leq 2 \\ &\Leftrightarrow 1 \leq \log_2(18-2^x) \leq 2 \\ &\Leftrightarrow \log_2 2 \leq \log_2(18-2^x) \leq \log_2 4 \\ &\Leftrightarrow 2 \leq 18-2^x \leq 4 \\ &\Leftrightarrow -16 \leq -2^x \leq -14 \Leftrightarrow 14 \leq 2^x \leq 16 \end{aligned}$$

Suy ra $1 + \log_2 7 \leq x \leq 4$ (thỏa mãn điều kiện của phương trình).

Câu 20 ▶ Chọn D.

Điều kiện $\begin{cases} x < -2 \\ x > 0 \end{cases}$. Khi đó $\log_3 x(x+2) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 1 \end{cases}$. Vậy $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

Câu 21 ▶ Chọn C.

Đặt $t = 2^x, x \in (0; 2) \Rightarrow t \in (1; 4)$ và $t^2 - 3t + 2 = m$.

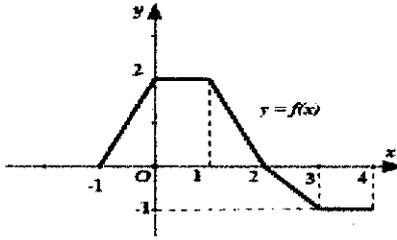
Bảng biến thiên của hàm $f(t) = t^2 - 3t + 2, t \in (1; 4)$

t	1	$\frac{3}{2}$	4
$f'(t)$		-	+
$f(t)$	0	$-\frac{1}{4}$	6

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(0; 2)$ khi $-\frac{1}{4} \leq m < 6$.



Câu 22 Chọn A.



Gọi $A(-1; 0), B(0; 2), C(1; 2), D(2; 0), E(3; -1), F(4; -1), H(1; 0), K(3; 0), L(4; 0)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } I &= \int_{-1}^4 f(x)dx = \int_{-1}^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx \\ &= S_{ABO} + S_{OBCH} + S_{HCD} - S_{DKE} - S_{EFLK} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1 = \frac{5}{2}. \end{aligned}$$

Câu 23 Chọn B.

Gọi O, O' lần lượt là tâm các hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. I là trung điểm đoạn OO' .

Khi đó bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là:

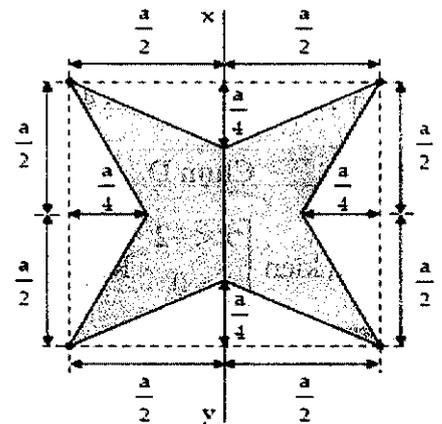
$$r = IA = \sqrt{OA^2 + OI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy diện tích } S \text{ của mặt cầu là } S = 4\pi r^2 = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3\pi a^2.$$

Câu 24 Chọn A.

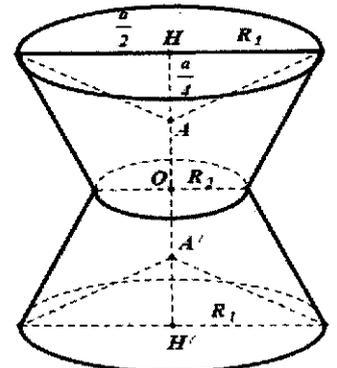
Khi quay hình sao đó quanh trục Oy sinh ra hai khối có thể tích bằng nhau.

Gọi V là thể tích khối hình sao tròn xoay cần tính, $V_{\text{nón}}$ lần lượt là thể tích khối nón có chiều cao AH , V_C là thể tích khối nón cụt có bán kính đáy lớn là R_1 và bán kính đáy nhỏ là R_2 .



Ta thấy:

$$\begin{aligned} V &= 2(V_C - V_{\text{nón}}) = 2 \cdot \left[\frac{1}{3} \pi \cdot OH \cdot (R_1^2 + R_2^2 + R_1 R_2) - \frac{1}{3} \pi \cdot R_1^2 \cdot AH \right] \\ &= 2 \cdot \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{6} + \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{4} \right) - 2 \cdot \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a}{4} = \frac{7\pi a^3}{48} - \frac{2\pi a^3}{48} = \frac{5\pi a^3}{48}. \end{aligned}$$



Câu 25 ▶ Chọn A.

Gọi diện tích đáy là S , ta có: $S = \pi r^2 = 9\pi \Rightarrow r = 3$.

Gọi h là chiều cao khối nón $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

Vậy thể tích $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 9\pi \cdot 4 = 12\pi$.

Câu 26 ▶ Chọn C.

Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 = (x-1)^2 + y^2 \\ x^2 + (y-2)^2 = x^2 + y^2 \end{cases} \Rightarrow x = y = 1$.

Do đó $z = 1 + i$ nên $|z| = \sqrt{2}$.

Câu 27 ▶ Chọn A.

Ta có: $\int_a^b f'(x) dx = f(x)|_a^b = f(b) - f(a) = 3\sqrt{5}$.

Suy ra $f(a) = f(b) - 3\sqrt{5} = 5 - 3\sqrt{5} = \sqrt{5}(\sqrt{5} - 3)$.

Câu 28 ▶ Chọn B.

Ta có: $z^2 + z + 1 = 0 \Leftrightarrow z_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow z_0 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Vậy $w = \frac{i}{-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i} = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \Rightarrow M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

Câu 29 ▶ Chọn A.

Ta có: $A(a; 0; 0), B(0; 2a; 0), C(0; 0; 3a) \Rightarrow OA = a, OB = 2a, OC = 3a$.

Vậy $V = \frac{1}{3}S_{OBC} \cdot OA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC \cdot OA = a^3$.

Câu 30 ▶ Chọn B.

(P_m) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3m; 5\sqrt{1-m^2}; 4m)$.

(Oxz) có vectơ pháp tuyến $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

(P_m) cắt (Oxz) khi và chỉ khi $\begin{cases} m \neq 0 \\ 1 = m^2 \geq 0 \end{cases}$ hay $m \in [-1; 0) \cup (0; 1]$.

Suy ra vectơ chỉ phương của giao tuyến Δ_m là

$\vec{u} = (4m; 0; -3m)$ cùng phương với vectơ $\vec{u}' = (4; 0; -3), \forall m \in [-1; 0) \cup (0; 1]$.

Vì vectơ \vec{u}' không phụ thuộc vào m nên các giao tuyến Δ_m là song song với nhau.

Câu 31 ▶ Chọn D.

Mặt phẳng $(Oxz): y = 0$ nên $d(I, (Oxz)) = 3$.

Vậy phương trình của mặt cầu là $x^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$.

Câu 32 ▶ Chọn B.

Ta có: Hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng là cùng phương nên hai đường thẳng luôn đồng phẳng.

$$M(0; 0; -1) \in d, M'(1; 2; 0) \in d' \Rightarrow \overline{MM'} = (1; 2; 1).$$

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (1; -2; -1)$.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Q): \vec{n} = [\overline{MM'}; \vec{u}] = (0; 2; -4)$.

Phương trình mặt phẳng $(Q): y - 2z - 2 = 0$.

Câu 33 ▶ Chọn D.

Ta có hai hình chóp có cùng chiều cao mà $S_{ABCD} = 4S_{OCD}$.

$$\text{Do đó } V_{S.OCD} = \frac{1}{4} \cdot V_{S.ABCD} = 2.$$

Câu 34 ▶ Chọn A.

$$\text{Ta có: } d(M, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2(-2) - 13 + 3|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = \frac{4}{3}.$$

Câu 35 ▶ Chọn B.

Gọi H là trung điểm BC , ta chứng minh được SH là đường cao của hình chóp và $AH \perp (SBC)$.

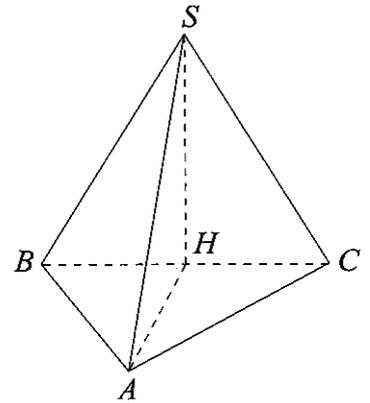
Do đó, hình chiếu vuông góc của SA lên (SBC) là SH hay $\widehat{(SA; (SBC))} = \widehat{(SA; SH)}$.

Tam giác ABC vuông cân tại A nên $AB = \frac{BC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$ và $S_{ABC} = \frac{AB^2}{2} = 3a^2$.

$$\text{Đường cao } SH = \frac{3V_{SABC}}{S_{ABC}} = a.$$

$$\text{Do đó, } \tan \widehat{ASH} = \frac{AH}{SH} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } \widehat{(SA; (SBC))} = \widehat{(SA; SH)} = \frac{\pi}{3}.$$





Câu 36 ▶ Chọn B.

Ta có:

$$D'C = \sqrt{DD'^2 + DC^2} = \sqrt{AA'^2 + AB^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}.$$

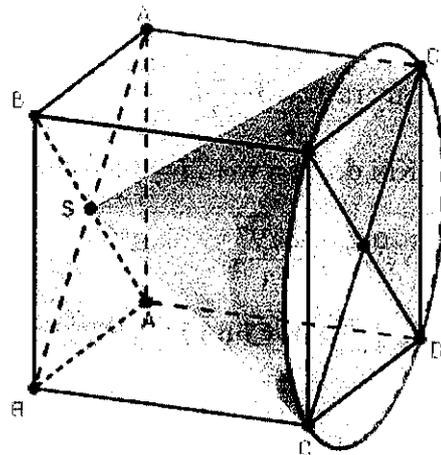
Đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $CDD'C'$ nên có đường kính là $D'C$.

$$\text{Suy ra bán kính đáy } r = \frac{D'C}{2} = \sqrt{5}.$$

Chiều cao của hình nón là SO (với O là tâm của hình chữ nhật $CDD'C'$)

$$\Rightarrow h = SO = AD = 3$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 5\pi.$$

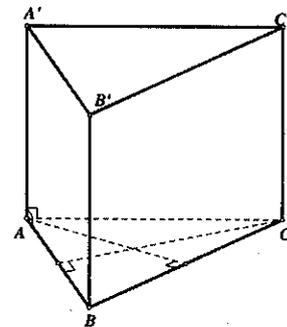


Câu 37 ▶ Chọn D.

Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều nên $S_{ABB'A'} = S_{ACC'A'} = S_{BCC'B'}$

$$\Rightarrow S_{xp} = 3S_{ABB'A'} = 3AB.AA' = 6a.AA' = 6\sqrt{3}a^2 \Leftrightarrow AA' = a\sqrt{3}$$

$$\text{Do đó } V = AA'.S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = 3a^3.$$



Câu 38 ▶ Chọn C.

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$ có tâm và bán kính $R = 2$.

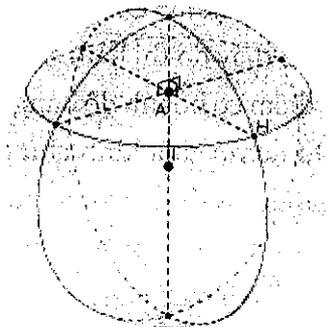
Xét ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu (S) theo ba giao tuyến là các đường tròn $(C_1), (C_2), (C_3)$ lần lượt là $(P_1): x=1, (P_2): y=1, (P_3): z=-1$. Gọi r_1, r_2, r_3 lần lượt là bán kính của các đường tròn giao tuyến của mặt cầu (S) với ba mặt phẳng $(P_1), (P_2), (P_3)$.

Vì $(P_1), (P_2)$ đi qua tâm $I(1;1;-2)$ nên $r_1 = r_2 = R = 2; IA \perp (P_3)$ nên

$$r_3 = \sqrt{R^2 - d^2(I, (P_3))} = \sqrt{R^2 - IA^2} = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}.$$

Tổng diện tích của ba hình tròn $(C_1), (C_2), (C_3)$ là

$$S_1 + S_2 + S_3 = \pi.r_1^2 + \pi.r_2^2 + \pi.r_3^2 = 11\pi.$$



Câu 39 ▶ Chọn B.

Đặt $w = x + yi$ với $x, y \in R$.

$$\text{Ta có } z_1 + z_2 = (x + yi + 2i) + (2x + 2yi - 3) = (3x - 3) + (3y + 2)i = -a$$

$$\Rightarrow 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}.$$

$$\text{Khi đó } w = x - \frac{2}{3}i.$$

Mặt khác $z_1, z_2 = \left(x - \frac{2}{3}i + 2i\right) \left(2x - 3 - \frac{4}{3}i\right) = 2x^2 - 3x + \frac{4}{3} + \frac{4}{3}(x-3)i = b \Rightarrow x = 3.$

Suy ra $w = 3 - \frac{2}{3}i.$

Khi đó $z_1 = w + 2i = 3 + \frac{4}{3}i \Rightarrow |z_1| = \frac{\sqrt{97}}{3}; z_2 = 2w - 3 = 3 - \frac{4}{3}i \Rightarrow |z_2| = \frac{\sqrt{97}}{3}$

Vậy $T = \frac{2\sqrt{97}}{3}.$

Câu 40 Chọn D.

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} C_n^1 + C_n^2 = 36(1) \\ C_n^2 (2^x)^{n-2} \cdot (2^{-2x})^2 = 7C_n^1 (2^x)^{n-1} \cdot (2^{-2x})^1(2) \end{cases}$

Phương trình (1) cho $n + \frac{n(n-1)}{2} = 36 \Rightarrow n^2 + n - 72 = 0.$ Giải ra $n = 8.$

Thay $n = 8$ vào (2): $2^{2x} = 2^{5x+1} \Rightarrow x = -\frac{1}{3}.$

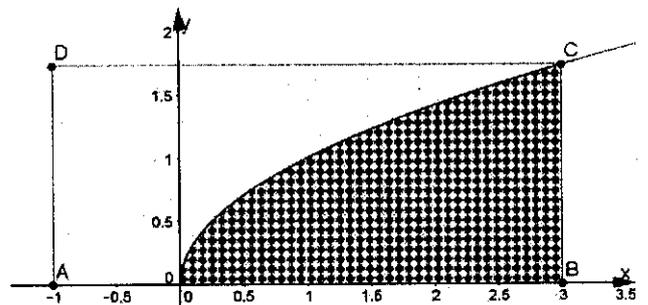
Câu 41 Chọn A.

Ta có: $|z+2| + |z-2| = 6 \Rightarrow |z| \leq 3$

Do đó $P = |z+3|^2 - |z| = |z+3|^2 + (3-|z|) - 3 \geq -3$ dấu bằng xảy ra khi $z = -3$

Câu 42 Chọn D.

Gọi ABCD là hình chữ nhật với AB nằm trên trục Ox, A(-1;0) và C(a;√a). Nhận thấy đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 0 và đi qua C(a;√a). Do đó nó chia hình chữ nhật ABCD ra làm 2 phần là có diện tích lần lượt là S₁, S₂. Gọi S₁ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường



$y = \sqrt{x}$ và trục Ox, $x = 0, x = a$ và S₂ là diện tích phần còn lại. Ta lần lượt tính S₁, S₂.

Tính diện tích $S_1 = \int_0^a \sqrt{x} dx.$

Đặt $t = \sqrt{x} \Rightarrow t^2 = x \Rightarrow 2tdt = dx;$ khi $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = a \Rightarrow t = \sqrt{a}.$

Do đó $S_1 = \int_0^{\sqrt{a}} 2t^2 dt = \left(\frac{2t^3}{3}\right) \Big|_0^{\sqrt{a}} = \frac{2a\sqrt{a}}{3}.$

Hình chữ nhật ABCD có $AB = a + 1; AD = \sqrt{a}$ nên.

$S_2 = S_{ABCD} - S_1 = \sqrt{a}(a+1) - \frac{2a\sqrt{a}}{3} = \frac{1}{3}a\sqrt{a} + \sqrt{a}$



Do đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau nên

$$S_1 = S_2 \Leftrightarrow \frac{2a\sqrt{a}}{3} = \frac{1}{3}a\sqrt{a} + \sqrt{a} \Leftrightarrow a\sqrt{a} = 3\sqrt{a} \Leftrightarrow a = 3 \text{ (do } a > 0\text{)}.$$

Câu 43 Chọn A.

Ta có $V(a) = \pi \int_1^a \left(\frac{1}{x}\right)^2 dx = \pi \left(-\frac{1}{x}\right) \Big|_1^a = \pi \left(1 - \frac{1}{a}\right)$. Vậy $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = \lim_{a \rightarrow +\infty} \pi \left(1 - \frac{1}{a}\right) = \pi$.

Câu 44 Chọn C.

Từ giả thiết ta có
$$\begin{cases} x+y > 0 \\ x-y > 0 \\ \log_4 [(x+y)(x-y)] \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y > 0 \\ x-y > 0 \\ (x+y)(x-y) \geq 4 \end{cases}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương $(x+y)$ và $3(x-y)$ ta được:

$$2P = (x+y) + 3(x-y) \geq 2\sqrt{3(x-y)(x+y)} \geq 2\sqrt{3 \cdot 4} = 4\sqrt{3} \Rightarrow P \geq 2\sqrt{3}.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 3(x-y) \\ (x+y)(x-y) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 3(x-y) \\ (x-y)^2 = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 3(x-y) \\ x-y = \frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases} \text{ (do } x > y\text{)}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y = \frac{6}{\sqrt{3}} \\ x-y = \frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{\sqrt{3}} \\ y = \frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

Vậy $P_{\min} = 2\sqrt{3}$, do đó $a^2 + b^2 = 13$.

Câu 45 Chọn B.

Số đang xét có dạng \overline{abcdef} , $\begin{cases} a \neq 0 \\ a < b < c < d < e < f \end{cases} \Rightarrow a, b, c, d, e, f \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$

Mỗi bộ gồm 6 chữ số khác nhau lấy trong tập $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ chỉ cho ta một số thỏa mãn điều kiện trên. Do đó số các số tìm được là $C_9^6 = 84$.

Câu 46 Chọn D.

Ta có:
$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$$

Do đó $\lim \frac{(\sqrt{2n^2+1}-1)f(n)}{5n+1} = \frac{a}{b}$ ($b \in \mathbb{Z}$) $\lim \frac{n(n+3)(\sqrt{2n^2+1}-1)}{4(n+1)(n+2)(5n+1)}$

$$= \lim \frac{n^3 \left(1 + \frac{3}{n}\right) \left(\sqrt{2 + \frac{1}{n^2}} - \frac{1}{n}\right)}{4n^3 \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \left(5 + \frac{1}{n}\right)} = \frac{\sqrt{2}}{20}$$

Suy ra $a^2 + b^2 = 402$.

Câu 47 Chọn C.

Ta có: $f(x) = x^3 - (m^2 + m + 1)x + m^2 + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = m \\ x = -m - 1 \end{cases}$

do đó $P = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2(m^2 + m + 1)$.

$f'(x) = 3x^2 - (m^2 + m + 1)$ nên hàm số luôn có hai điểm cực trị.

Đường thẳng qua hai điểm cực trị có phương trình là $y = -\frac{2}{3}(m^2 + m + 1)x + m^2 + m$.

Ta có: $y_{CB} \cdot y_{CT} < 0 \Leftrightarrow -\frac{4}{27}(m^2 + m + 1)^3 + (m^2 + m)^2 < 0 \Leftrightarrow m^2 + m - \frac{3}{4} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{3}{2} \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$.

Do m nguyên dương nên $\frac{1}{2} < m$ suy ra $\min P = 6$.

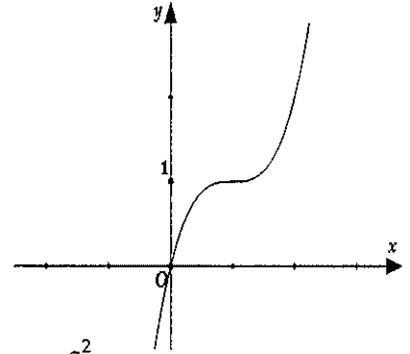
Câu 48 Chọn A.

Ta có: $y' = \frac{9}{2}x^3 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ x = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = -3 \\ y = -3 \end{cases}$

do đó $AB = BC = CA = \frac{4}{\sqrt{3}} = a$.

Đặt $AM = x$, $BN = y$ từ giả thuyết $\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} \cdot \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} = \frac{1}{4} \Rightarrow xy = \frac{a^2}{4}$.

Ta có $MN^2 = x^2 + y^2 - xy \geq \frac{a^2}{2}$ do đó $MN_{\min} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.



Câu 49 Chọn C.

Hàm số đồng biến trên tập xác định khi và chỉ khi $\Delta' = b^2 - 3ac \leq 0 \Leftrightarrow ac \geq \frac{b^2}{3}$.

Lúc này $P \geq 2ac + b + 1 \geq \frac{2b^2}{3} + b + 1 \geq \frac{5}{8}$.

Câu 50 Chọn D.

Không gian mẫu có 36 phần tử

Số phần tử của biến cố A là $\frac{36-6}{6} = 5$

Biến cố $B = \{(1,6), (6,1), (1,5), (5,1), (2,4), (4,2), (2,5), (5,2), (3,3), (3,4), (4,3)\}$

Biến cố giao A và B gồm các phần tử $\{(1,6), (1,5), (2,4), (2,5), (3,4)\}$

Vậy $P(A \cup B) = \frac{15+11-5}{36} = \frac{7}{12}$.



“
**WHEREVER YOU GO,
 GO WITH ALL YOUR HEART**
 ”



Ghi nhớ hành trình luyện đề thi thành công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Số điểm thực tế	Số điểm kỳ vọng	Cảm xúc của bạn

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé!

Ngày:.....

Thi lần:.....

Số điểm đạt được:...../10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm từ những câu sai

.....

.....

.....

.....



Bài học và kiến thức rút ra từ đề thi này

Handwriting practice lines consisting of multiple horizontal dotted lines.

*Ban đầu bạn tạo ra thói quen
sau đó thói quen thống trị bạn. Hãy
tạo ra những thói quen tốt bạn sẽ thấy
cuộc sống của bạn sẽ tốt hơn mỗi ngày.*





ĐỀ SỐ 11	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC
Đề thi gồm 07 trang ★★★★★	<i>Môn: Toán</i> Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. Biết $\int_a^b \frac{1}{x} dx = 2$, trong đó a, b là các hằng số dương. Tính tích phân $\int_a^b \frac{1}{x \ln x} dx$.

A. $I = \ln 2$. B. $I = 12$. C. $I = \frac{1}{\ln 2}$. D. $I = \frac{1}{2}$.

Câu 2. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^{2x}}{2}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{e^{2x+1}}{4} + C$. B. $\int f(x) dx = e^{2x} + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{e^{2x}}{4} + C$. D. $\int f(x) dx = e^{2x+1} + C$.

Câu 3. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos 2x dx = a + b\pi$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S = a + 2b$.

A. $S = 0$. B. $S = 1$. C. $S = \frac{1}{2}$. D. $S = \frac{3}{8}$.

Câu 4. Trong tất cả các hình đa diện đều, hình nào có số mặt nhiều nhất?

A. Hình nhị thập diện đều. B. Hình thập nhị diện đều.

C. Hình bát diện đều. D. Hình lập phương.

A. 20 mặt. B. 12 mặt. C. 8 mặt. D. 6 mặt.

Câu 5. Tìm chu kì của hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$.

A. $T = \pi$. B. $T = 2\pi$. C. $T = \frac{\pi}{2}$. D. $T = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 12x - 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 4)$.

Câu 7. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 2$ và các đường thẳng $y = 0, x = 0, x = 1$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi (H) xoay quanh Ox là.

A. $\frac{22\pi}{7}$. B. $\frac{7\pi}{22}$. C. $\frac{7\pi}{4}$. D. $\frac{4\pi}{7}$.

Câu 8. Trong các hàm số sau, hàm số nào có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu?

A. $y = x^4 - x^2 + 3$. B. $y = -x^4 - x^2 + 3$. C. $y = -x^4 + x^2 + 3$. D. $y = x^4 + x^2 + 3$.

Câu 9. Bảng biến thiên ở hình dưới là của một trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây. Hãy tìm hàm số đó.



x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

- A. $y = \frac{2x-3}{x+1}$. B. $y = \frac{2x-3}{x-1}$. C. $y = \frac{-2x-3}{x-1}$. D. $y = \frac{-x-1}{x-2}$.

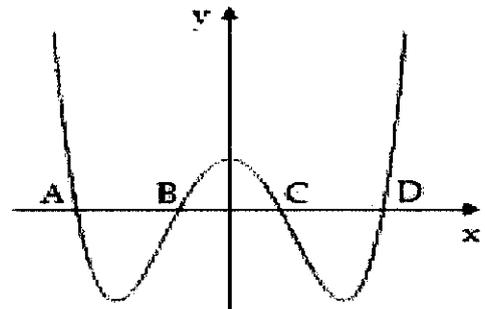
Câu 10. Tìm m để hàm số $y = |x^3 + m|$ có giá trị nhỏ nhất trên $[0;1]$ bằng 1.

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = 1$. D. $m = 0$.

Câu 11. Tìm tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-m}}{x^2 - (m+1)x + m}$ có hai tiệm cận.

- A. $m \neq 1$. B. $m \geq 1$. C. $m \leq 1$. D. $m \in R$.

Câu 12. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt A, B, C, D như hình vẽ bên. Biết rằng $AB = BC = CD$, mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $a > 0, b < 0, c > 0, 100b^2 = 9ac$.
 B. $a > 0, b > 0, c > 0, 9b^2 = 100ac$.
 C. $a > 0, b < 0, c > 0, 9b^2 = 100ac$.
 D. $a > 0, b > 0, c > 0, 100b^2 = 9ac$.

Câu 13. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị (C). Giả sử (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 (với $x_1 < x_2 < x_3$). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$. B. $1 < x_1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.
 C. $1 < x_1 < 3 < x_2 < 4 < x_3$. D. $x_1 < 0 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biến thiên như dưới đây:

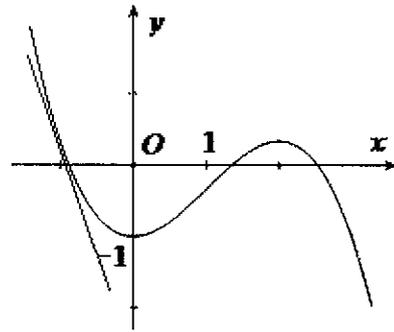
x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	+		+	-
y	0	$+\infty$	-1	$-\infty$

Tìm tập hợp tất các giá trị thực của m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm thực duy nhất.

- A. $(0; +\infty) \cup \{-1\}$. B. $(0; +\infty)$. C. $[0; +\infty)$. D. $[0; +\infty) \cup \{-1\}$.



Câu 15. Hình vẽ sau đây mô phỏng tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = -1$. Hỏi khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng:



- A. $y'(-1) > 0$. B. $y'(-1) < 0$.
 C. $y'(-1) = 0$. D. $y'(-1)$ không tồn tại.

Câu 16. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{18}$. Góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy của hình chóp đã cho là?

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 75° .

Câu 17. Cho a, b là hai số thực thoả mãn $0 < a < 1 < b$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\log_b a + \log_a b < 0$. B. $\log_b a > 1$.
 C. $\log_a b > 0$. D. $\log_b a + \log_a b \geq 2$.

Câu 18. Tìm đạo hàm của hàm số $y = 3^x \cdot e^x$.

- A. $x \cdot (3e)^{x-1}$. B. $3^x e^x \ln(3+e)$. C. $3^x e^x (\ln 3 + \ln 1)$. D. $3^x e^x (\ln 3 + 1)$.

Câu 19. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} [\log_3 (x+1)] < 0$.

- A. $x > -1$. B. $0 < x < 2$. C. $-1 < x < 2$. D. $x > 2$.

Câu 20. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3$.

- A. $S = \{-3, 3\}$. B. $S = \{\sqrt{10}\}$.
 C. $S = \{3\}$. D. $S = \{-\sqrt{10}, \sqrt{10}\}$.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $2\log_2|x| + \log_2|x+3| = m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

- A. $m \in (0; 2)$. B. $m \in \{0; 2\}$. C. $m \in (-\infty; 2)$. D. $m \in \{2\}$.

Câu 22. Cho đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có hiệu hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ 1 và -1 bằng 4. Giá trị của b là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 23. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}$ và đường cao bằng $3\sqrt{3}$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó.

- A. 48π . B. $4\sqrt{3}\pi$. C. 12π . D. $32\sqrt{3}\pi$.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và thể tích bằng 18π . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ.

- A. $S_{xq} = 18\pi$. B. $S_{xq} = 36\pi$. C. $S_{xq} = 12\pi$. D. $S_{xq} = 6\pi$.



Câu 25. Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông cạnh a và đường cao $SA = 2a$. MNPQ là thiết diện song song với đáy, M thuộc SA và $AM = x$. Xét hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp MNPQ và đường sinh là MA. Hình trụ có thể tích lớn nhất khi:

- A. $x = a$. B. $x = \frac{a}{2}$. C. $x = \frac{a}{3}$. D. $x = \frac{2a}{3}$.

Câu 26. Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 3 - 2i$, $z_3 = -3 - 2i$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. B và C đối xứng nhau qua trục tung.
 B. Trọng tâm của tam giác ABC là điểm $G\left(1; \frac{2}{3}\right)$.
 C. A và B đối xứng nhau qua trục hoành.
 D. A, B, C nằm trên đường tròn tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng $\sqrt{13}$.

Câu 27. Tìm x để ba số $\ln 2; \ln(2^x - 1); \ln(2^x + 3)$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng:

- A. 1. B. 2. C. $\log_2 5$. D. $\log_2 3$.

Câu 28. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức iz_0 ?

- A. $M_4\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $M_1\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. C. $M_3\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $M_2\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(1;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;-5). Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)?

- A. $\vec{n}_1 = \left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{5}\right)$. B. $\vec{n}_2 = \left(1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{5}\right)$. C. $\vec{n}_3 = \left(1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{5}\right)$. D. $\vec{n}_4 = \left(1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{5}\right)$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và mặt phẳng (P): $mx + 10y + nz - 11 = 0$. Biết rằng mặt phẳng (P) luôn chứa đường thẳng d, tính $m + n$.

- A. $m + n = 33$. B. $m + n = -33$. C. $m + n = 21$. D. $m + n = -21$.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu tâm I(-3; 2; -4) và tiếp xúc với mặt phẳng Oxz?

- A. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 2$. B. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9$.
 C. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 4$. D. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 16$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M(3; -4; 7) và chứa trục Oz.

- A. (P): $3x + 4z = 0$. B. (P): $4x + 3y = 0$.
 C. (P): $3x + 4y = 0$. D. (P): $4y + 3z = 0$.

Câu 33. Cho hàm số $y = x^4 + 4x^3 + bx^2 - 1$. Tập hợp các giá trị b để đồ thị hàm số này cắt Ox tại điểm có hoành độ lớn hơn 1 là:

- A. $(-\infty; -5)$ B. $(-\infty; -4)$. C. $[2; +\infty)$. D. $[-1; -8]$

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $6x + 3y - 2z + 24 = 0$ và điểm A(2;5;1). Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của A trên (P).

- A. H(4;2;3). B. H(4;2;-3). C. H(4;-2;3). D. H(-4;2;3).

Câu 35. Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm O, các điểm M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của S.ABC và O.MNPQ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = 1$. B. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. C. $\frac{V_1}{V_2} = 4$. D. $\frac{V_1}{V_2} = 8$.

Câu 36. Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $BC = 2a$, $A'M = 3a$ với M là trung điểm cạnh BC. Thể tích khối lăng trụ ABC.A'B'C' là:

- A. $8a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{8a^3}{3}$. C. $\frac{16a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $4a^3$.

Câu 37. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a$ và $SB = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAD) là

- A. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 38. Gieo hai con súc sắc xanh, đỏ. Gọi x, y là số nút xuất hiện ra hột xanh và đỏ. Gọi A, B là hai biến cố sau đây. $A = \{(x; y) / x: y\}$, $B = \{(x; y) / 3 \leq x + y \leq 8\}$. Tìm $P(A \cup B)$.

- A. $\frac{19}{24}$. B. $\frac{59}{72}$. C. $\frac{29}{36}$. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 39. Phương trình $\sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin^2 x - \frac{1}{\sin^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $(0; 2018\pi)$.

- A. 1008. B. 1009. C. 2018. D. 1010.

Câu 40. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 + 3(5m^2 + 1)x - 3\sin x$ với m là tham số thực. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên $(1; 3)$.

- A. $m \geq 1$. B. $m \leq -1$. C. $m > 0$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Câu 41. Trên mặt phẳng cho hình 7 cạnh lồi. Xét tất cả các tam giác có đỉnh là các đỉnh của hình đa giác này. Hỏi trong số các tam giác đó, có bao nhiêu tam giác mà cả 3 cạnh của nó đều không phải là cạnh của hình 7 cạnh đã cho ở trên?

- A. 7. B. 9. C. 11. D. 13.

Câu 42. Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc vào thời gian t(s) là $a(t) = 2t - 7(m/s^2)$. Biết vận tốc đầu bằng $10(m/s)$. Hỏi trong 6 giây đầu tiên, thời điểm nào chất điểm ở xa nhất về phía bên phải?

- A. 5(s). B. 6(s). C. 1(s). D. 2(s).



Câu 49. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $\sqrt{x^2 + 4x + 5} = m - x^2 - 4x$ có hai nghiệm âm.

- A. $-3 < m < \sqrt{3} - 2$. B. $m \in \emptyset$. C. $-3 \leq m$. D. $-3 < m \leq 2$.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha_m): 3mx + 5\sqrt{1 - m^2}y + 4mz + 20 = 0, m \in [-1; 1]$. Biết rằng với mọi $m \in [-1; 1]$ thì mặt phẳng (α_m) tiếp xúc với một mặt cầu (S) cố định. Tính bán kính R mặt cầu (S) biết rằng tâm của mặt cầu (S) nằm trên mặt phẳng (Oxz) .

- A. $R = 4$. B. $R = 5$. C. $R = 3$. D. $R = 2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT



Câu 1 Chọn B.

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$. Đổi cận: khi $x = e^a \Rightarrow t = a; x = e^b \Rightarrow t = b$

$$\text{Vậy } I = \int_a^b \frac{1}{t} dt = \int_a^b \frac{1}{x} dx = 2.$$

Câu 2 Chọn C.

$$\int \frac{e^{2x}}{2} dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{2x}}{2} + C = \frac{e^{2x}}{4} + C.$$

Câu 3 Chọn A.

Ta dùng tích phân từng phần, ta đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} \sin 2x \end{cases}$

Theo công thức tích phân từng phần suy ra:

$$I = x \cdot \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \sin 2x dx = x \cdot \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{4} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = \frac{1}{8} \end{cases} \Rightarrow a + 2b = 0.$$

Câu 4 Chọn A.

Hình 20 mặt đều có số mặt nhiều nhất.



Câu 5 Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Ta xét đẳng thức $f(x+T) = f(x) \Leftrightarrow \frac{1}{\cos(x+T)} = \frac{1}{\cos x} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos(x+T) = \cos x \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$

Chọn $x = \pi$ thì $\cos x = -1$ và do đó $\cos(\pi+T) = -1$

$\Leftrightarrow \pi+T = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow T = k2\pi$

Số dương nhỏ nhất trong các số T là 2π .

Câu 6 Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 - x - 12 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 4 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	4	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		y_{CD}		y_{CT}	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.

Câu 7 Chọn A.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi (H) xoay quanh Ox là:

$V = \pi \int_0^1 (x^3 - 2)^2 dx = \pi \left(\frac{x^7}{7} - x^4 + 4x \right) \Big|_0^1 = \frac{22\pi}{7}$

Câu 8 Chọn C.

Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c (a \neq 0)$ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu

$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ ab < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$. Do đó Chọn C.

Câu 9 Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$.

$y' = \frac{5}{(x+1)} > 0$

Câu 10 Chọn C.

Ta có: $f(x) = x^3 + m \Rightarrow f'(x) = 3x^2 \geq 0$ do đó hàm số đồng biến.

Suy ra $\min_{x \in [0;1]} f(x) = f(0) = m = 1$.



Câu 11 ▶ Chọn B.

Ta có: $y = \frac{1}{(x-1)\sqrt{x-m}}$ luôn có tiệm cận ngang là $y = 0$, để có 1 tiệm cận đứng thì ta cần phải có $m \geq 1$.

Chúng ta có thể ví dụ $m = 2$ sẽ thấy $y = \frac{1}{(x-1)\sqrt{x-2}}$ chỉ có tiệm cận đứng là $x = 2$.

Câu 12 ▶ Chọn C.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$. Mặt khác đồ thị hàm số giao với trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$. Đồ thị hàm số có ba cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b < 0$. Loại B, D. Xét phương trình hoành độ giao điểm $ax^4 + bx^2 + c = 0$. Đặt $t = x^2, t \geq 0$ phương trình thành $at^2 + bt + c = 0$ (1). Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (1) có 2 nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 . (giả sử $t_1 > t_2$).

Theo định lí Viet, ta có
$$\begin{cases} t_1 + t_2 = -\frac{b}{a} \\ t_1 t_2 = \frac{c}{a} \end{cases} \text{ (I)}$$

Giả sử $A(-\sqrt{t_1}; 0), B(-\sqrt{t_2}; 0)$ thì $C(\sqrt{t_2}; 0), D(\sqrt{t_1}; 0)$.

Mà $AB = BC = CD \Rightarrow \sqrt{t_1} - \sqrt{t_2} = 2\sqrt{t_2} \Leftrightarrow \sqrt{t_1} = 3\sqrt{t_2} \Leftrightarrow t_1 = 9t_2$ (II)

Từ (I) và (II) suy ra:
$$\begin{cases} 10t_2 = -\frac{b}{a} \\ 9t_2^2 = \frac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_2 = \frac{-b}{10a} \\ 9t_2^2 = \frac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow 9\left(\frac{-b}{10a}\right)^2 = \frac{c}{a} \Rightarrow 9b^2 = 100ac.$$

Câu 13 ▶ Chọn A.

Xét $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + m$

Ta có $y' = 3x^2 - 12x + 9$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow f(1) = 4 + m \\ x = 3 \Rightarrow f(3) = m \end{cases}$

Đồ thị có dạng:

(C) cắt (Ox) tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} f(1) = 4 + m > 0 \\ f(3) = m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < 0.$$

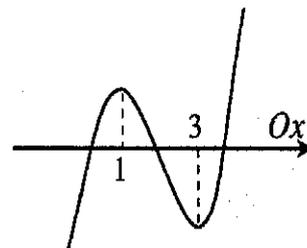
Khi đó, ta có: $x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3$

Ta có $f(0) = m < 0$ nên $0 < x_1$ và $f(4) = m + 4 > 0$ nên $x_3 < 4$.

Vậy $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

Chú ý: Sau khi tìm được $-4 < m < 0$, ta có thể chọn $m = -1$. Giải phương trình

$$x^3 - 6x^2 + 9x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \approx 0,12 \\ x_2 \approx 2,347 \\ x_3 \approx 3,532 \end{cases} \text{ nên chọn đáp án A.}$$





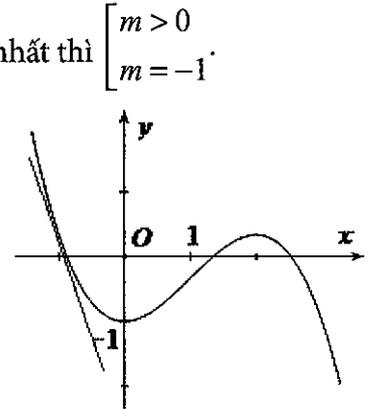
Câu 14 Chọn A.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ và đường thẳng $(d): y = m$ (d cùng phương với Ox).

Dựa vào bảng biến thiên, ta có phương trình có nghiệm duy nhất thì $\begin{cases} m > 0 \\ m = -1 \end{cases}$.

Câu 15 Chọn B.

Tiếp tuyến là đường thẳng đi xuống nên hệ số góc của nó âm.



Câu 16 Chọn C.

Gọi $O = AC \cap BD$, hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ nên $SO \perp ABCD$

Theo giả thuyết ta có:

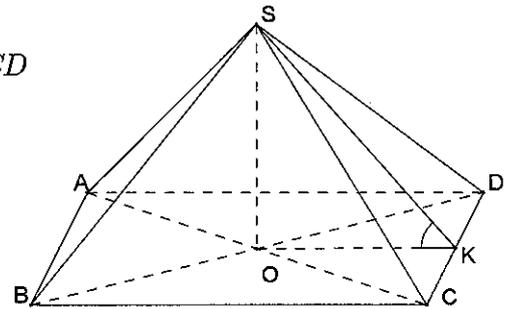
$$V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{18} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

Kẻ $OK \perp CD$, mà $(ABCD) \cap (SCD) = CD$.

Khi đó $\begin{cases} SK \perp CD \\ OK \perp CD \end{cases}$ nên góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy của hình chóp là góc \widehat{SKO} .

$$\tan \widehat{SKO} = \frac{SO}{OK} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Suy ra góc $\widehat{SKO} = 30^\circ$.



Câu 17 Chọn A.

Vì $0 < a < 1 < b$ nên $\log_b a < \log_b 1 \Leftrightarrow \log_b a < 0$ và $\log_a b < \log_a 1 \Leftrightarrow \log_a b < 0$.

Suy ra $\log_b a + \log_a b < 0$.

Câu 18 Chọn D.

$$y' = (3^x \cdot e^x)' = [(3e)^x]' = (3e)^x \ln(3e) = 3^x \cdot e^x (\ln 3 + \ln e) = 3^x \cdot e^x (\ln 3 + 1).$$

Câu 19 Chọn D.

$$\log_{\frac{1}{2}} [\log_3 (x+1)] < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 (x+1) > 1 \\ \log_3 (x+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 3 \\ x+1 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$$

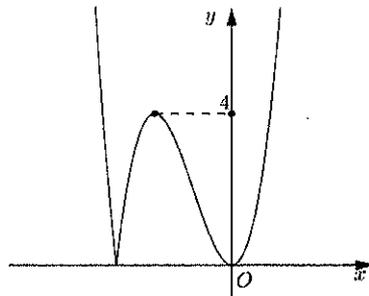


Câu 20 ▶ Chọn C.

$$\begin{cases} x > 1 \\ \log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ (x-1)(x+1) = 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = \pm 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$$

Câu 21 ▶ Chọn D.

$2 \log_2|x| + \log_2|x+3| = m \Leftrightarrow x^2|x+3| = 2^m \Leftrightarrow |x^3 + 3x^2| = 2^m$. Ta vẽ đồ thị (C): $y = x^3 + 3x^2$, rồi suy ra đồ thị (C'): $y = |x^3 + 3x^2|$.



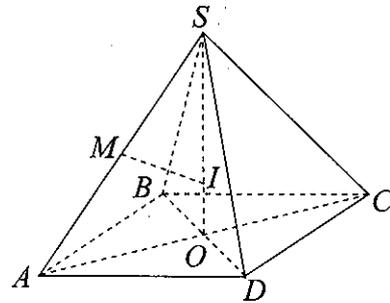
Dựa vào đồ thị (C') ta suy ra: $YC\delta B \Leftrightarrow 2^m = 4 \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 22 ▶ Chọn B.

Ta có $y'(-1) = 3a - 2b + c$, $y'(1) = 3a + 2b + c$ do đó $y'(1) - y'(-1) = 4b = 4 \Rightarrow b = 1$.

Câu 23 ▶ Chọn A.

Gọi O là tâm của $ABCD \Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $ABCD$ (do $ABCD$ là hình vuông). $SO \perp ABCD$ (do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều) nên SO là trục đường tròn ngoại tiếp của $ABCD$. Gọi M là trung điểm SA , trong (SAO) , kẻ đường trung trực d của SA cắt SO tại I .



Suy ra I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

Bán kính $r = IS = IA = IB = IC = ID$

Mà: $SA = \sqrt{SO^2 + \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \sqrt{27 + 9} = 6$ (tam giác SOA vuông tại O)

Ta có $\triangle SIM$ đồng dạng $\triangle SAO$ (góc - góc)

$$\Rightarrow \frac{IS}{SA} = \frac{SM}{SO} \Rightarrow IS = \frac{SA \cdot SM}{SO} = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{36}{6\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}.$$

Suy ra: $S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 12 = 48\pi$

Câu 24 ▶ Chọn C.

Ta có $V = \pi r^2 h \Rightarrow 18\pi = \pi 3^2 h \Rightarrow h = 2$.

Vậy $S_{xq} = 2\pi r h = 12\pi$.



Câu 25 Chọn D.

$$S_{MNPQ} = MN \cdot MQ = MN^2 \text{ (MNPQ là hình vuông).}$$

$$MN \parallel AB \Rightarrow \frac{MN}{AB} = \frac{SM}{SA}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{AB \cdot SM}{SA} = \frac{a \cdot (2a - x)}{2a} = a - \frac{x}{2}$$

Gọi R là bán kính đáy hình trụ, ta có:

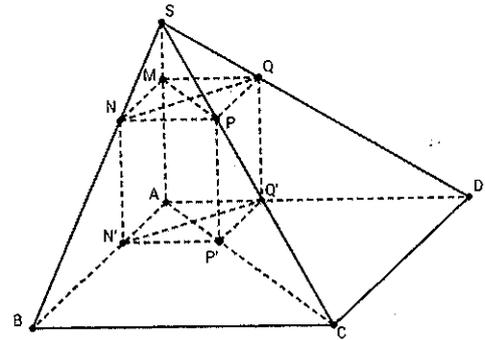
$$R = \frac{MN \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(a - \frac{x}{2} \right)$$

Ta có:

$$V_{trụ} = \pi R^2 \cdot x = \pi x \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \left(a - \frac{x}{2} \right) \right]^2 = \frac{\pi}{16} \cdot 2x(2a - x)(2a - x) \leq \frac{\pi}{8} \left(\frac{2x + (2a - x) + (2a - x)}{3} \right)^3$$

$$= \frac{\pi}{8} \cdot \frac{64a^3}{27} = \frac{8\pi a^3}{27}$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: } 2x = 2a - x \Leftrightarrow x = \frac{2a}{3}$$



Câu 26 Chọn B.

Ta có: $A(3; 2), B(3; -2), C(-3; -2)$.

Trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(1; -\frac{2}{3}\right)$. Do đó, khẳng định B sai. Vậy Chọn B.

Kiểm tra các khẳng định khác.

$$- \begin{cases} x_B = -x_C \\ y_B = y_C \end{cases} \Rightarrow \text{A đúng.}$$

$$- \begin{cases} x_B = x_C \\ y_A = -y_B \end{cases} \Rightarrow \text{C đúng.}$$

$$- OA = OB = OC = \sqrt{13} \Rightarrow \text{D đúng}$$

Câu 27 Chọn C.

Áp dụng tính chất cấp số cộng: $u_{k-1} + u_{k+1} = 2u_k, k \geq 2$

$$\ln 2 + \ln(2^x + 3) = 2 \ln(2^x - 1) \Leftrightarrow \ln(2 \cdot 2^x + 6) = \ln(2^x - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow 2^{2x} - 4 \cdot 2^x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = -1 \text{ (vn)} \\ 2^x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = \log_2 5$$

Câu 28 Chọn B.

$$\text{Ta có: } 2z^2 - 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i \\ z = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \end{cases} \text{ Do đó } z_0 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \Rightarrow iz_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$$

Vậy điểm biểu diễn của số phức iz_0 là $M_1\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.



Câu 29 Chọn B.

Cách 1: Ta có $\begin{cases} \overline{AB} = (-1; -2; 0) \\ \overline{AC} = (-1; 0; -5) \end{cases} \Rightarrow [\overline{AB}; \overline{AC}] = (10; -5; -2)$

$\Rightarrow \vec{n} = \frac{1}{10} \cdot [\overline{AB}; \overline{AC}] = \left(1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{5}\right)$.

Cách 2: Theo công thức phương trình đoạn chắn ta có phương trình $(ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-5} = 1$

Suy ra vectơ pháp tuyến của (ABC) là $\Rightarrow \vec{n} = \left(1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{5}\right)$.

Câu 30 Chọn D.

Trên đường thẳng d , có: $M_0(1; 2; 3)$ và $\vec{u}_d = (2; 3; 4)$

Vì $d \subset P \Rightarrow \begin{cases} \vec{n}_P \perp \vec{u}_d \\ M_0 \in P \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_P \cdot \vec{u}_d = 0 \\ M_0 \in P \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 4n = -30 \\ m + 3n = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -27 \\ n = 6 \end{cases}$

Vậy $m + n = -21$.

Câu 31 Chọn C.

Vì mặt cầu tâm $I(-3; 2; -4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng Oxz nên $R = d(I, (Oxz)) = |2| = 2$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 4$.

Câu 32 Chọn B.

Ta có: $\overline{OM} = (3; -4; 7)$, vectơ chỉ phương của trục Oz là $\vec{k} = (0; 0; 1)$

Mặt phẳng (P) qua $M(3; 4; 7)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{k}, \overline{OM}] = (4; 3; 0)$

Phương trình mặt phẳng $(P): 4x + 3y = 0$.

Câu 33 Chọn B.

Ta có: $x^4 + 4x^3 + bx^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow b = -x^2 - 4x + \frac{1}{x^2} = f(x) (*)$.

Ta thấy $f(x)$ liên tục và xác định trên $(1; +\infty)$.

Đồng thời $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -4$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$. Do đó để phương trình $(*)$ có nghiệm $x > 1$ thì $b \in (-\infty; -4)$.

Câu 34 Chọn D.

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (6; 3; -2)$

Đường thẳng AH qua A và vuông góc với (P) .

Suy ra phương trình đường thẳng Ah là $\begin{cases} x = 2 + 6y \\ y = 5 + 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$

$\Rightarrow H(2 + 6t; 5 + 3t; 1 - 2t)$

Mà $H \in (P) \Rightarrow 6(2+6t) + 3(5+3t) - 2(1-2t) + 24 = 0 \Leftrightarrow t = -1$

Vậy $H(-4; 2; 3)$.

Câu 35 ▶ Chọn C.

Ta có $S_{ABC} = 2S_{MNPQ}$

$d(S, (ABCD)) = 2d(O, (MNPQ))$

Suy ra $\frac{V_1}{V_2} = \frac{d(S, (ABCD)) \cdot S_{ABC}}{d(O, (MNPQ)) \cdot S_{MNPQ}} = 4$

Câu 36 ▶ Chọn D.

Ta có ABC là tam giác vuông cân tại $B \Rightarrow AM = a\sqrt{5} \Rightarrow AA' = 2a$

$S_{ABC} = 2a^2 \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 4a^3$

Câu 37 ▶ Chọn C.

Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$

Do $(SAB) \perp (ABCD)$ nên SH là đường cao khối chóp.

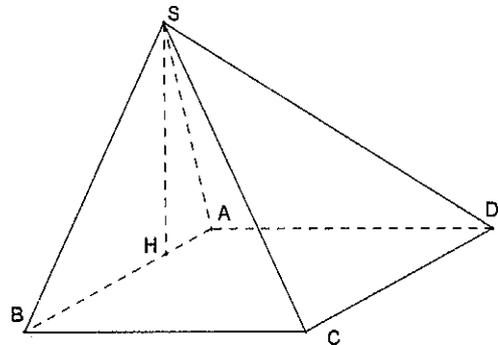
Ta có $SA = a, SB = a\sqrt{3}$ suy ra $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AH = \frac{a}{2}$

Ta có $d(C, (SAD)) = \frac{3V_{SACD}}{S_{SAD}}$

$V_{SACD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

$S_{SAD} = a^2$

$\Rightarrow d(C, (SAD)) = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{3}}{a^2} = a\sqrt{3}$



Câu 38 ▶ Chọn C.

$P(A) = \frac{14}{36}, P(B) = \frac{25}{36}, P(A \cap B) = \frac{10}{36} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{29}{36}$

Câu 39 ▶ Chọn C.

Điều kiện: $\sin x \neq 0$. Khi đó:

$\sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin^2 x - \frac{1}{\sin^2 x} \Leftrightarrow (\sin x - \sin^2 x) + \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\sin x} \right) = 0$

$\Leftrightarrow \sin x(1 - \sin x) + \frac{1 - \sin x}{\sin^2 x} = 0 \Leftrightarrow (1 - \sin x)(\sin^3 x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -1 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$



Ta có $x \in (0; 2018\pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{2} + k\pi < 2018\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < 2017.5$ do đó có 2018 nghiệm thuộc $(0; 2018\pi)$.

Câu 40 ▶ Chọn D.

Ta có:

$$y' = 6x^2 - 6mx + 3(5m^2 + 1) - 3\cos x = 3[2x^2 - 2mx + (5m^2 + 1) - \cos x]$$

$$= 3[(x+m)^2 + (x-2m)^2 + 1 - \cos x] \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Do đó hàm số luôn đồng biến trên $(1; 3)$ với $m \in \mathbb{R}$.

Câu 41 ▶ Chọn A.

Số tam giác tạo bởi các đỉnh của đa giác là $C_7^3 = 35$

Số tam giác có 2 cạnh là 2 cạnh của đa giác là 7

Số tam giác có 1 cạnh là cạnh của đa giác là $7 \cdot 3 = 21$

Vậy số tam giác tạo bởi đỉnh của đa giác và không có cạnh trùng với cạnh của đa giác là $35 - (7 + 21) = 7$ tam giác.

Câu 42 ▶ Chọn D.

Vận tốc của chất điểm: $v(t) = \int a(t)dt = t^2 - 7t + C$

Do vận tốc đầu bằng 10(m/s) nên $v(0) = 10 \Rightarrow C = 10 \Rightarrow v(t) = t^2 - 7t + 10$

Quãng đường chất điểm đi được sau $t(s)$: $s(t) = \int_0^t v(t)dt = \frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 10t$

Yêu cầu bài toán trở thành: tìm giá trị lớn nhất của $s(t) = \frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 10t, t \in [0; 6]$

$$s'(t) = t^2 - 7t + 10, s'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2; t = 5$$

Ta có: $s(0) = 0; s(2) = \frac{26}{3}; s(5) = \frac{25}{6}; s(6) = 6$

Vậy $t = 2(s)$ thì chất điểm ở xa nhất về phía bên phải.

Câu 43 ▶ Chọn C.

Theo giả thiết ta có $C_m^2 - C_m^1 = 20$

$$\Rightarrow \frac{m(m-1)}{2} - m = 20 \Rightarrow m^2 - 3m - 40 = 0 \Rightarrow m = 8$$

$$C_8^3 \cdot \frac{(\sqrt{2^x})^5 \cdot (\sqrt[16]{2^5})^3}{(\sqrt[16]{3})^5 \cdot (\sqrt{2^x})^3} - C_8^5 \cdot \frac{(\sqrt{2^x})^3 \cdot (\sqrt[16]{2^5})^3}{(\sqrt[16]{2^3})^3 \cdot (\sqrt{2^x})^5} = 56$$

$$\Rightarrow 2^x - \frac{2}{2^x} = 1 \Rightarrow (2^x)^2 - 2^x - 2 \Rightarrow 2^x = -1 \text{ (loại)} \vee 2^x = 2 \text{ (nhận)} \Rightarrow x = 1$$



Câu 44 Chọn D.

Muốn ABCD là hình chữ nhật thì AB phải vuông góc với tia phân giác góc phần tư thứ nhất $y = x$ nên $AB: x + y - m = 0 \Leftrightarrow y = -x + m$.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{x+1}{x-1} = -x+m \Leftrightarrow x+1 = -x^2 + mx + x - m$$

$$\Leftrightarrow x^2 - mx + m + 1 = 0.$$

$$\text{Do đó } x_B + x_A = m, \Delta = m^2 - 4m - 4.$$

$$\text{Lại có } B(x_B; -x_A + m)$$

$$\Rightarrow D(2 - x_B; 2 - y_B) = (2 - x_B; 2 + x_B - m),$$

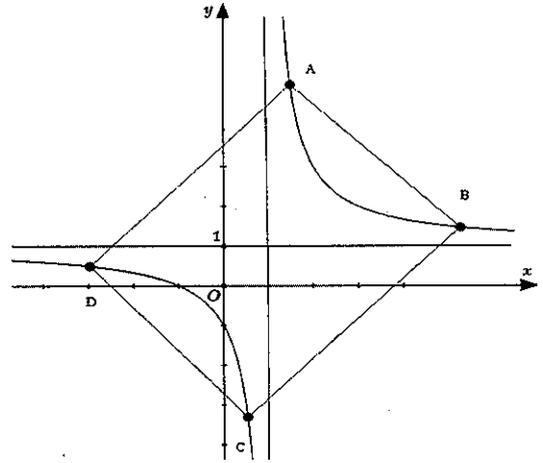
$$A(x_A; -x_A + m) \Rightarrow C(2 - x_A; 2 - y_A).$$

Tính được:

$$AB = \sqrt{2}|x_B - x_A| = \sqrt{2(m^2 - 4m - 4)},$$

$$DA^2 = (2 - x_B - x_A)^2 + (2 + x_B + x_A - 2m)^2 = (2 - m)^2 + (2 - m)^2 = 2m^2 - 8m + 8.$$

Theo đề $AB \cdot DA = \sqrt{2m^2 - 8m + 8} \cdot \sqrt{2(m^2 - 4m - 4)} = 6 \Leftrightarrow m = 5$. Thay giá trị này vào $AB = \sqrt{2}|x_B - x_A| = \sqrt{2(m^2 - 4m - 4)}$ sẽ tính được $AB = \sqrt{2}$.



Câu 45 Chọn C.

Tứ diện ABCD có chiều cao không đổi do đó thể tích nhỏ nhất khi diện tích tam giác ABC nhỏ nhất. Vì AB, BC, CA lần lượt tiếp xúc với quả cầu và phần quả cầu bên trong tứ diện có thể tích bằng phần quả cầu bên ngoài tứ diện nên tâm I của mặt cầu nằm trong tam giác ABC.

Đặt $\widehat{IBH} = \alpha, x = \tan \alpha$.

$$\text{Ta có } BH = \frac{IH}{\tan \alpha} = \frac{1}{x}, AH = BH \cdot \tan 2\alpha = BH \cdot \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2}{1 - x^2}.$$

$$\text{Suy ra } S_{ABC} = \frac{AH \cdot BC}{2} = HA \cdot HB = \frac{2}{x(1 - x^2)} \geq 3\sqrt{3}.$$

$$\text{Do đó } V_{ABCD \min} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}.$$

Câu 46 Chọn C.

$$\text{Ta có: } 1 + 3 + 6 + 10 + \dots + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}.$$

$$\text{Do đó } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{(3n+1)(5n^2+2)} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6(3n+1)(5n^2+2)} = \frac{1}{6 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{1}{90}.$$

$$\text{Vậy } b - 5a = 85.$$



Câu 47 Chọn A.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có } 2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i| \Leftrightarrow 4[x^2 + (y-1)^2] = 4(y+1)^2 \Leftrightarrow x^2 = 4y \Leftrightarrow y = \frac{x^2}{4}.$$

Suy ra $|z|_{\max} = \sqrt{5} \Leftrightarrow z = 2 + i$ vì z có phần thực thuộc đoạn $[-2; 2]$

Ta thấy P nhỏ nhất khi $|z - 2 - i|$ nhỏ nhất và $|z|$ lớn nhất, do đó $P = 1 + |z - 2 - i|^{2018} - |z|^2 \geq -4$ dấu bằng xảy ra khi $z = 2 + i$.

Câu 48 Chọn A.

Đặt $OA_0 = 0$, ta có:

$$u_n = \frac{1}{2} \left(\pi \frac{OA_n^2}{4} - \pi \frac{OA_{n-1}^2}{4} \right) = \frac{\pi}{8} [n^2 - (n-1)^2] = \frac{(2n-1)\pi}{8}, \quad \forall n \geq 1$$

$$\text{Suy ra: } u_{n+1} - u_n = \frac{(2n+1)\pi}{8} - \frac{(2n-1)\pi}{8} = \frac{\pi}{4}, \quad \forall n \geq 1$$

Do đó (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = \frac{\pi}{4}$.

Câu 49 Chọn A.

Đặt $t = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ ($t \geq 1$).

$$\Leftrightarrow t^2 = (x+2)^2 + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{t^2 - 1} - 2 < 0 \Leftrightarrow t^2 < 3 \Leftrightarrow 1 < t < \sqrt{3}. \\ x = -\sqrt{t^2 - 1} - 2 \end{cases}$$

Ta thấy ứng với một giá trị $t > 1$ thì sẽ sinh ra hai giá trị x trong đó có một x luôn âm, giá trị x còn lại âm khi $1 < t < \sqrt{3}$.

Phương trình lúc này thành $t = m + 5 - t^2 \Leftrightarrow m = t^2 + t - 5 = f(t)$.

Rõ ràng $f'(t) = 2t + 1 > 0, \forall t \geq 1$. Với phân tích ở trên phương trình có hai nghiệm x âm thì phương trình $m = t^2 + t - 5$ phải có một nghiệm $1 < t < \sqrt{3} \Leftrightarrow f(1) < m < f(\sqrt{3}) \Leftrightarrow -3 < m < \sqrt{5}$.

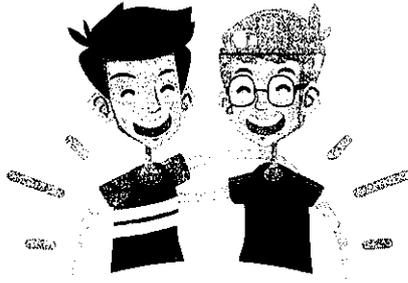
Câu 50 Chọn A.

Gọi $I(x_0; 0; z_0)$, R lần lượt là toạ độ tâm, bán kính của mặt cầu (S) .

$$\text{Ta có: } d(I; (\alpha_m)) = \frac{|3mx_0 + 4mz_0 + 20|}{\sqrt{(3m)^2 + (5\sqrt{1-m^2})^2 + (4m)^2}} = \frac{|3mx_0 + 4mz_0 + 20|}{5}$$

Vì (α_m) tiếp xúc với (S) nên ta có:

$$\begin{aligned} \frac{|3mx_0 + 4mz_0 + 20|}{5} &= R, \forall m \in [-1; 1] \\ \Leftrightarrow |m(3x_0 + 4z_0) + 20| &= 5R, \forall m \in [-1; 1] \\ \Leftrightarrow R &= 4 \end{aligned}$$



“ WHEREVER YOU GO,
GO WITH ALL YOUR HEART ”



Ghi nhớ hành trình luyện đề thi thành công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Số điểm thực tế	Số điểm kỳ vọng	Cảm xúc của bạn

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé!

Ngày:.....

Thi lần:.....

Số điểm đạt được:...../10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm từ những câu sai

.....

.....

.....

.....



Bài học và kiến thức rút ra từ đề thi này

*Bạn đứng thứ mấy trong
lớp không quan trọng, nhưng
phải thể hiện được đẳng cấp khi
bước chân ra xã hội"*

-BILL GATE





ĐỀ SỐ 12	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC
Đề thi gồm 07 trang ★★★★★	Môn: Toán Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. Cho hình vuông $ABCD$ có M là trung điểm của BC . Phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} biến M thành A thì \vec{v} bằng:

- A. $\frac{1}{2}\overline{AD} + \overline{DC}$. B. $\overline{AC} + \overline{AB}$ C. $\frac{1}{2}\overline{CB} - \overline{AB}$ D. $\frac{1}{2}\overline{CB} + \overline{AB}$

Câu 2. Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$; $y = 2x^2 - 4x + 1$

- A. 5 B. 4 C. 8 D. 10

Câu 3. Cho $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}(2\sqrt{x^2+1} + 2017)$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thoả mãn $F(0) = 2018$. Tính $F(2)$.

- A. $F(2) = 5 + 2017\sqrt{5}$. B. $F(2) = 4 + 2017\sqrt{4}$.
C. $F(2) = 3 + 2017\sqrt{3}$. D. $F(2) = 2022$.

Câu 4. Tính nguyên hàm $I = \int \left(x^2 + \frac{2}{x} - 3\sqrt{x} \right) dx$.

- A. $I = \frac{x^3}{3} - 2\ln|x| + 2\sqrt{x^3} + C$. B. $I = \frac{x^3}{3} + 2\ln|x| + 2\sqrt{x^3} + C$.
C. $I = \frac{x^3}{3} + 2\ln x - 2\sqrt{x^3} + C$. D. $I = \frac{x^3}{3} + 2\ln|x| - 2\sqrt{x^3} + C$.

Câu 5. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 2\sin^2 x + 3\sin 2x - 4\cos^2 x$

- A. $\min y = -3\sqrt{2} - 1$; $\max y = 3\sqrt{2} + 1$. B. $\min y = -3\sqrt{2} - 1$; $\max y = 3\sqrt{2} - 1$.
C. $\min y = -3\sqrt{2}$; $\max y = 3\sqrt{2} - 1$. D. $\min y = -3\sqrt{2} - 2$; $\max y = 3\sqrt{2} - 1$.

Câu 6. Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

- A. $(0; 2)$. B. $(2; +\infty)$.
C. $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\log_3^2 x - \log_3 x^2 + 3 = m$ có nghiệm thực $x \in [1; 9]$.

- A. $m \leq 3$. B. $1 \leq m \leq 2$. C. $m \geq 2$. D. $2 \leq m \leq 3$.

Câu 8. Gọi M, N lần lượt là các điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 1$. Tính độ dài đoạn MN .

- A. $MN = 20$. B. $MN = 2$. C. $MN = 4$. D. $MN = 2\sqrt{5}$.



Câu 9. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi:

- A. $m > 0$. B. $m < 0$. C. $m = 0$. D. $m \neq 0$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

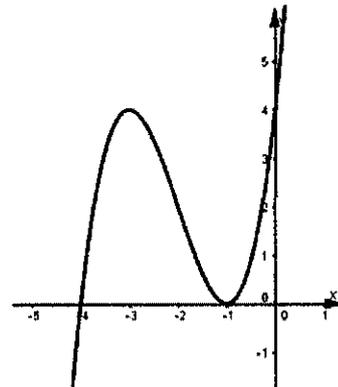
- A. Nếu có số thực M thoả mãn $f(x) \geq M, \forall x \in [a; b]$ thì M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.
 B. Nếu $\exists x_0 \in [a; b]$ sao cho $f(x_0) = m$ và $f(x) \geq m, \forall x \in [a; b]$ thì m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.
 C. Nếu có số thực m thoả mãn $f(x) \geq m, \forall x \in [a; b]$ thì m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.
 D. Nếu có số thực M thoả mãn $f(x) \leq M, \forall x \in [a; b]$ thì M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

Câu 11. Với giá trị nào của m sau đây thì hàm số $y = \frac{x^2 - 4}{mx - 1}$ không có tiệm cận đứng?

- A. $m = 2$. B. $m = \sqrt{2}$. C. $m = -\frac{1}{2}$. D. $m = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Hỏi (C) là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ nào?

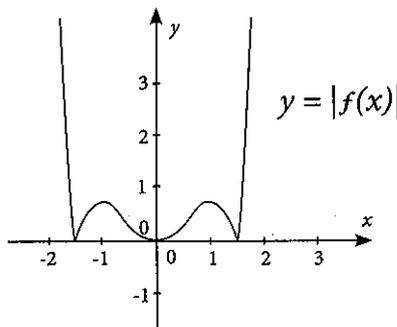
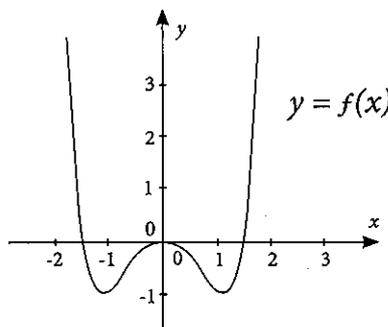
- A. $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.
 B. $y = f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 4$.
 C. $y = f(x) = x^3 + 3x^2 + 4$.
 D. $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 4$.



Câu 13. Cho ba số phức $z_1; z_2; z_3$ thoả mãn $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ và $z_1 + z_2 + z_3 = 0$. Tính $z = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$.

- A. $z = 0$. B. $z = -1$. C. $z = 1$. D. $z = -2$.

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|x^4 - 2x^2| = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt.



- A. $0 < m < 1$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m > 1$.



Câu 15. Hai đường cong $y = x^3 + \frac{5}{4}x - 2$ (C_1) và $y = x^2 + x - 2$ (C_2) tiếp xúc nhau tại điểm $M_0(x_0; y_0)$. Tìm phương trình đường thẳng d là tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2) tại điểm M_0 .

- A. $y = -\frac{5}{4}$. B. $y = 2x - \frac{9}{4}$. C. $y = \frac{5}{4}$. D. $y = 2x + \frac{9}{4}$.

Câu 16. Một gia đình xây cái bể hình trụ có thể tích $100m^3$. Đáy bể làm bằng bê tông $100.000 \text{ đ}/m^2$. Phần thân làm bằng tôn giá $90.000 \text{ đ}/m^2$. Phần nắp làm bằng nhôm giá $120.000 \text{ đ}/m^2$. Hỏi chi phí xây dựng bể đạt mức thấp nhất thì tỉ số giữa chiều cao h và bán kính đáy R của bể là bao nhiêu?

- A. $\frac{h}{R} = \frac{22}{9}$. B. $\frac{h}{R} = \frac{9}{22}$. C. $\frac{h}{R} = \frac{23}{9}$. D. $\frac{h}{R} = \frac{7}{3}$.

Câu 17. Hàm số $y = x^2 \ln x$ đạt cực trị tại điểm:

- A. $x = 0$. B. $x = \sqrt{e}$. C. $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$. D. $x = 0; x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

Câu 18. Cho hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. Hàm số có đạo hàm cấp 1 là $y' = \frac{-1}{x \ln 3}$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng xác định. D. Hàm số nhận mọi giá trị thuộc \mathbb{R} .

Câu 19. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$.

- A. $S = [0; 1] \cup [2; 3]$. B. $S = [0; 1) \cup (2; 3]$.
C. $S = [0; 1] \cup [2; 3]$. D. $S = [0; 1] \cup (2; 3]$.

Câu 20. Giải phương trình $3^{x^2 - 3x + 2} = 9$.

- A. $x = 0$ và $x = 3$. B. $x = 0$. C. $x = 3$. D. Vô nghiệm.

Câu 21. Cho hàm số $y = \left(\frac{5}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1}$. Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

- A. $m < 3e^2 + 1$. B. $m \geq 3e^4 + 1$.
C. $3e^3 + 1 \leq m < 3e^4 + 1$. D. $3e^2 + 1 \leq m < 3e^3 + 1$.

Câu 22. Cho a, b là các số thực thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ và thỏa mãn điều kiện $\cot a - \tan\left(\frac{\pi}{2} - b\right) = a - b$.
Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{3a + 7b}{a + b}$.

- A. $P = 5$. B. $P = 2$. C. $P = 4$. D. $P = 6$.

Câu 23. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x \ln x$, $y = 0$, $x = e$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{1}{27}(5e^3 - 2)$. B. $V = \frac{\pi}{27}(5e^3 + 2)$.
C. $V = \frac{\pi}{27}(5e^3 - 2)$. D. $V = \frac{1}{27}(5e^3 + 2)$.



Câu 24. Trong không gian cho hình trụ có bán kính đáy $R = 3$, chiều cao $h = 5$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

- A. $S_{tp} = 48\pi$. B. $S_{tp} = 30\pi$. C. $S_{tp} = 18\pi$. D. 39π .

Câu 25. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

- A. $l = \sqrt{3}a$. B. $l = \sqrt{2}a$. C. $l = (1 + \sqrt{3})a$. D. $l = 2a$.

Câu 26. Trên tập số phức \mathbb{C} , cho phương trình $az^2 + bz + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$). Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Tổng hai nghiệm của phương trình bằng $-\frac{b}{a}$. B. $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ thì phương trình vô nghiệm.
C. Phương trình luôn có nghiệm. D. Tích hai nghiệm của phương trình là $\frac{c}{a}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \sqrt{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

Câu 28. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (3 - 4i)z - 1 + 2i$ là đường tròn tâm I , bán kính R . Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.

- A. $I(-1; 2); R = \sqrt{5}$. B. $I(1; -2); R = 5$. C. $I(1; 2); R = 5$. D. $I(-1; 2); R = 5$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 6; -3)$ và các mặt phẳng $(\alpha): x - 2 = 0$, $(\beta): y - 6 = 0$, $(\gamma): z + 2 = 0$. Tìm mệnh đề sai?

- A. $(\alpha) \perp (\beta)$. B. $(\gamma) // Oz$. C. $(\beta) // (xOz)$. D. (α) qua I .

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

- A. $\frac{x+5}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$. B. $\frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{1}$.
C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. D. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 6; 2)$, $B(5; 1; 3)$, $C(4; 0; 6)$, $D(5; 0; 4)$. Viết phương trình mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) .

- A. $(x-5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{2}{223}$. B. $(x-5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{4}{\sqrt{446}}$.
C. $(x+5)^2 + y^2 + (z+4)^2 = \frac{8}{223}$. D. $(x-5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{8}{223}$.



Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 4)$, $B(-2; 2; -6)$, $C(6; 0; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $-5x - 60y - 16z - 16 = 0$.

B. $5x - 60y - 16z - 6 = 0$.

C. $5x + 60y + 16z - 14 = 0$.

D. $5x + 60y + 16z + 14 = 0$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 0; 1)$, $B(1; 2; 1)$, $C(4; 1; -2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$.

Tìm trên (P) điểm M sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó M có tọa độ:

A. $M(1; 1; -1)$.

B. $M(1; 1; 1)$.

C. $M(1; 2; -1)$.

D. $M(1; 0; -1)$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + 2z + 1 = 0$, đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{2}$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Tính giá trị $\cos \varphi$.

A. $\cos \varphi = \frac{5}{9}$.

B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{65}}{9}$.

C. $\cos \varphi = \frac{9\sqrt{65}}{65}$.

D. $\cos \varphi = \frac{4}{9}$.

Câu 35. Cho hình chóp đều $S.ABCD$, có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt bên hình chóp tạo với đáy một góc bằng 60° . Mặt phẳng (P) chứa AB đi qua trọng tâm G của tam giác SAC cắt SC, SD lần lượt tại M, N . Tính theo a thể tích V khối chóp $S.ABMN$.

A. $V = \sqrt{3}a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 36. Cho hình lăng trụ có tất cả các cạnh đều bằng a , đáy là hình lục giác đều, góc tạo nên bởi cạnh bên và đáy bằng 60° . Tính thể tích V khối lăng trụ.

A. $V = \frac{3}{4}a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

C. $V = \frac{9}{4}a^3$.

D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 37. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên hợp với đáy một góc 60° . Khoảng cách giữa SA và BD theo a là:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$.

Câu 38. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 20| + |z_1 - 10i| = \sqrt{|z_2 - 20|^2 + |z_2 - 10i|^2}$ và $|z_1 - 20| + |z_1 - 10i| = 10\sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất của $|z_1 - z_2|$ là:

A. 20.

B. 40.

C. 30.

D. $10\sqrt{5}$.

Câu 39. Cho mô hình (như hình vẽ) với tam giác EFB vuông tại B , cạnh $FB = a$, $\widehat{EFB} = 30^\circ$ và tứ giác $ABCD$ là hình vuông. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay mô hình quanh cạnh AF .

A. $V = \frac{4}{3}a^3$.

B. $V = \frac{10}{9}a^3$.

C. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$.

D. $V = \frac{10}{9}\pi a^3$.



Câu 40. Số nghiệm của phương trình $\cos 3x + \sqrt{2 - \cos^2 3x} = 2(1 + \sin^2 2x)$ (1) là

- A. 1007. B. 1008. C. 2016. D. 2017.

Câu 41. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên đoạn $[1; 3]$, thỏa mãn:

$$\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10 \text{ và } \int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6. \text{ Tính } I = \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx.$$

- A. $I = 8$. B. $I = 9$. C. $I = 6$. D. $I = 7$.

Câu 42. Một đám vi trùng ngày thứ t có số lượng là $N(t)$. Biết rằng $N'(t) = \frac{4000}{1 + 0,5t}$ và lúc đầu đám vi trùng có 250000 con. Tính số lượng vi trùng sau 10 ngày (làm tròn đến hàng đơn vị).

- A. 264334 con. B. 257167 con. C. 258959 con. D. 253584 con.

Câu 43. Cho mặt cầu $S(O; R)$ và (P) cách O một khoảng bằng h ($0 < h < R$). Gọi (L) là đường tròn giao tuyến của mặt cầu (S) và (P) có bán kính r . Lấy A là một điểm cố định thuộc (L). Một góc vuông xAy trong (P) quay quanh điểm A. Các cạnh Ax, Ay cắt (L) ở C và D. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) cắt mặt cầu ở B. Diện tích $\triangle BCD$ lớn nhất bằng:

- A. $2r\sqrt{r^2 + 4h^2}$. B. $r\sqrt{r^2 + 4h^2}$. C. $r\sqrt{r^2 + h^2}$. D. $2r\sqrt{r^2 + h^2}$.

Câu 44. Khai triển $A = (1 + x^2)^m (1 - 2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{2m+n}x^{2m+n}$. Biết rằng $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2m+n} = 512, a_{10} = 30150$. Hỏi a_{19} bằng:

- A. -33265 B. -34526 C. -6464 D. -8364

Câu 45. Cho $\triangle ABC$. Có 4 đường thẳng song song với AC 5 đường thẳng song song với AC, 6 đường thẳng song song với AB. Hỏi 15 đường thẳng đó tạo thành bao nhiêu hình thang (không kể hình bình hành).

- A. 360 B. 2700 C. 720 D. Kết quả khác.

Câu 46. Cho hàm số $f(n) = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}} + \frac{1}{\sqrt[3]{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ ($n \in N^*$). Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{f(n)}{n^2 + 1}$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{10}$. C. 0. D. $\frac{1}{100}$.

Câu 47. Cho hàm số R xác định và liên tục trên D thỏa mãn $f(x) > 3$.

Biết $\frac{(f(x) - 3)}{(mx - 3)} = \frac{m^2x^2 - 6mx + 9 + m}{f^2(x) - 6f(x) + 9 + m}$ với $m > 0$. Tính $\log_m f(m)$?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = x^2 - \sqrt{12}x + \frac{1}{4}(b + 3a) \forall x \in R$, biết hàm số luôn có hai cực trị với a, b là các số thực không âm thỏa mãn $3b - a \leq 6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2a + b$?

- A. 1. B. 9. C. 8. D. 6.



Câu 49. Gieo hai hộp xúc sắc xanh và đỏ. Gọi x, y là kết quả số nút của hai hộp xúc sắc đó. Có 2 bình, bình 1 đựng 6 bi xanh và 4 bi vàng, bình 2 đựng 3 bi xanh và 6 bi vàng. Nếu $x + y \geq 5$ thì bốc ra 2 bi từ bình 1, còn nếu $x + y < 5$ thì bốc ra 2 bi từ bình 2. Tính xác suất để bốc được ít nhất một bi xanh.

A. $\frac{29}{36}$

B. $\frac{5}{6}$

C. $\frac{13}{72}$

D. $\frac{59}{72}$

Câu 50. Một người gửi vào ngân hàng số tiền 20 triệu với lãi suất 1,65%/quý (một quý có 3 tháng) và không lấy lãi khi đến kì hạn lấy lãi. Hỏi sau bao lâu người đó được 30 triệu (cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu? (giả sử lãi suất không thay đổi).

A. 6 năm 3 quý.

B. 7 năm.

C. 6 năm 1 quý.

D. 6 năm 2 quý.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 12

Câu 1 Chọn C.

$$\overline{MA} = \overline{MB} + \overline{BA} = \frac{1}{2}\overline{CB} - \overline{AB}.$$

Câu 2 Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm: $-x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$

$$\begin{aligned} \text{Diện tích cần tìm là: } S &= \int_0^2 |(-x^2 + 2x + 1) - (2x^2 - 4x + 1)| dx = \int_0^2 |3x^2 - 6x| dx = \left| \int_0^2 (3x^2 - 6x) dx \right| \\ &= \left| \int_0^2 (3x^2 - 6x) dx \right| = \left| (x^3 - 3x^2) \Big|_0^2 \right| = |2^3 - 3 \cdot 2^2| = |8 - 12| = 4. \end{aligned}$$

Câu 3 Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int f(x) dx &= \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} (2\sqrt{x^2 + 1} + 2017) dx \\ &= \int \left(2x + \frac{2017x}{\sqrt{x^2 + 1}} \right) dx = \int 2x dx + \frac{2017}{2} \int (x^2 + 1)^{-\frac{1}{2}} d(x^2 + 1) = x^2 + 2017\sqrt{x^2 + 1} + C \end{aligned}$$

$$F(0) = 2018 \Rightarrow C = 1.$$

$$\text{Vậy } F(2) = 2^2 + 2017\sqrt{2^2 + 1} + 1 = 5 + 2017\sqrt{5}.$$



Câu 4 ▶ Chọn D.

Ta có: $I = \int \left(x^2 + \frac{2}{x} - 3\sqrt{x} \right) dx = \int \left(x^2 + \frac{2}{x} - 3x^{\frac{1}{2}} \right) dx = \frac{x^3}{3} + 2\ln|x| - 3 \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C.$

Do đó $I = \frac{x^3}{3} + 2\ln|x| - 2\sqrt{x^3} + C.$

Câu 5 ▶ Chọn B.

Ta có: $y = 1 - \cos 2x + 3 \sin 2x - 2(1 + \cos 2x) = 3 \sin 2x - 3 \cos 2x - 1 = 3\sqrt{2} \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) - 1$

Suy ra $\min y = -3\sqrt{2} - 1; \max y = 3\sqrt{2} - 1.$

Câu 6 ▶ Chọn A.

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x.$

$y' > 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2.$

Câu 7 ▶ Chọn D.

Đặt $\log_3 x = t \Rightarrow x \in [1; 9] \Leftrightarrow t \in [0; 2].$

Phương trình trở thành: $t^2 - 2t + 3 = m$

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 2t + 3$

Khi $t \in [0; 2] \Rightarrow 2 \leq f(t) \leq 3$

Để phương trình có nghiệm thoả mãn yêu cầu thì $2 \leq m \leq 3.$

Câu 8 ▶ Chọn D.

Ta có: $y' = 3x^2 - 3.$

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $M(-1; 1), N(1; -3).$

Vậy $MN = \sqrt{(1+1)^2 + (-3-1)^2} = 2\sqrt{5}.$

Câu 9 ▶ Chọn C.

$y' = 3x^2 - 6x + m$

$y'' = 6x - 6$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi: $\begin{cases} y'(2) = 3 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 + m = 0 \\ y''(2) = 6 \cdot 2 - 6 > 0 \end{cases} \Rightarrow m = 0$

Câu 10 ▶ Chọn B.

Định nghĩa của “giá trị nhỏ nhất của hàm số”: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b].$

Nếu $\exists x_0 \in [a; b]$ sao cho $f(x_0) = m$ và $f(x) \geq m, \forall x \in [a; b]$ thì m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b].$



Nếu $\exists x_0 \in [a; b]$ sao cho $f(x_0) = M$ và $f(x) \leq M, \forall x \in [a; b]$ thì M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

Câu 11 Chọn C.

Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi mẫu $mx - 1$ có nghiệm -2 hoặc 2 hoặc mẫu vô

$$\text{nghiệm} \Leftrightarrow \begin{cases} m \cdot 2 - 1 = 0 \\ m \cdot (-2) - 1 = 0 \\ m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m = -\frac{1}{2} \\ m = 0 \end{cases}$$

Câu 12 Chọn B.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} f(-1) = 0 \\ f(-3) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1)^3 + a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + 4 = 0 \\ (-3)^3 + a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) + 4 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = -3 \\ 9a - 3b = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 9 \end{cases}$$

Câu 13 Chọn A.

$$\text{Ta có: } z_1 \bar{z}_1 = |z_1|^2 = 1 \Rightarrow \bar{z}_1 = \frac{1}{z_1}$$

Suy ra

$$|z_1 + z_2 + z_3| = |\bar{z}_1 + \bar{z}_2 + \bar{z}_3| = \left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} \right| = \left| \frac{z_2 z_3 + z_3 z_1 + z_1 z_2}{z_1 z_2 z_3} \right| = \left| \frac{z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1}{z_1 z_2 z_3} \right|$$

$$\text{Vì } z_1 + z_2 + z_3 = 0 \Rightarrow z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1 = 0.$$

$$\text{Do đó, } z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = (z_1 + z_2 + z_3)^2 - 2(z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1) = 0.$$

Câu 14 Chọn B.

Ta có đồ thị của hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2$.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2$ ta suy ra đồ thị hàm số $y = |f(x)| = |x^4 - 2x^2|$ như hình vẽ.

Dựa vào đồ thị, phương trình $|x^4 - 2x^2| = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $m = 0$.

Câu 15 Chọn B.

$$\text{Ta có phương trình hoành độ giao điểm: } x^3 + \frac{5}{4}x - 2 = x^2 + x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Mà } f(x) = y = x^3 + \frac{5}{4}x - 2 \text{ (} C_1 \text{)} \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = 2; g(x) = y = x^2 + x - 2 \text{ (} C_2 \text{)} \Rightarrow g\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$



Điểm $M_0\left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{4}\right)$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 2\left(x - \frac{1}{2}\right) - \frac{5}{4} \Leftrightarrow y = 2x - \frac{9}{4}$.

Câu 16 Chọn A.

Tổng chi phí để xây dựng bể là:

$$V = \pi R^2 h = 100 \Rightarrow h = \frac{100}{\pi R^2}.$$

$$T = S_d \cdot 100 + S_{xq} \cdot 90 + S_d \cdot 120 = 220S_d + 90S_{xq}$$

$$= 220 \cdot \pi R^2 + 90 \cdot 2\pi R h = 220\pi R^2 + 180\pi R h = 220\pi R^2 + 180\pi R \cdot \frac{100}{\pi R^2} = 220\pi R^2 + \frac{18000}{R}$$

$$f(x) = 220\pi x^2 + \frac{18000}{x}$$

Xét hàm số $f(x) = 220\pi x^2 + \frac{18000}{x}$, $f'(x) = 440\pi x - \frac{18000}{x^2}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 440\pi x - \frac{18000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{450}{11\pi}}$$

Vậy T min khi $R = \sqrt[3]{\frac{450}{11\pi}}$ và $h = \frac{100}{\pi R^2}$ nên $\frac{h}{R} = \frac{22}{9}$.

Câu 17 Chọn C.

Điều kiện xác định $x > 0$.

$$y' = 2x \ln x + x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2x \ln x + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 (\text{loại}) \\ x = \frac{1}{\sqrt{e}} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{e}}$$

Do đó chắc chắn nghiệm này là điểm cực tiểu.

Câu 18 Chọn A.

Hàm số có tập xác định $D = (0; +\infty)$.

Câu 19 Chọn B.

Ta có điều kiện xác định: $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases}$.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$$

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm $S = [0; 1) \cup (2; 3]$.

Câu 20 Chọn A.

$$\text{Ta có: } 3^{x^2-3x+2} = 9 \Leftrightarrow 3^{x^2-3x+2} = 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 0$ và $x = 3$.



Câu 21 ▶ Chọn B.

Ta có: $y' = \left(\frac{5}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1} \ln \frac{5}{2017} \cdot e^x (3e^{2x} - (m-1))$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$ khi và chỉ khi

$$y' = \left(\frac{5}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1} \ln \frac{5}{2017} \cdot e^x (3e^{2x} - (m-1)) \geq 0, \forall x \in (1; 2)$$

$$\Leftrightarrow 3e^{2x} - (m-1) \leq 0, \forall x \in (1; 2)$$

$$\Leftrightarrow 3e^{2x} + 1 \leq m, \forall x \in (1; 2)$$

$$\Leftrightarrow m \geq 3e^4 + 1.$$

Câu 22 ▶ Chọn A.

Ta có: $\cot a - \tan\left(\frac{\pi}{2} - b\right) = a - b \Leftrightarrow \cot a - \cot b = a - b \Leftrightarrow \cot a - a = \cot b - b (*)$.

Xét hàm số $y = f(t) = \cot t - t$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Ta có: $f'(t) = -\frac{1}{\sin^2 t} - 1 < 0, \forall t \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Suy ra, hàm số $f(t)$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Do đó, $(*) \Leftrightarrow f(a) = f(b) \Leftrightarrow a = b$.

Với $a = b$ thì $P = \frac{10a}{2a} = 5$.

Câu 23 ▶ Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x \ln x$ với trục hoành là:

$$x \ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Thể tích khối tròn xoay là $V = \pi \int_1^e (x \ln x)^2 dx = \frac{\pi(5e^3 - 2)}{27}$ (bấm máy).

Câu 24 ▶ Chọn A.

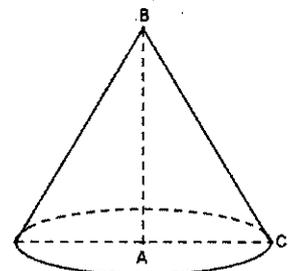
Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho là: $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi \cdot 3.5 + 2\pi \cdot 3^2 = 48\pi$.

Câu 25 ▶ Chọn D.

Khi quay quanh tam giác ABC quanh trục AB ta được hình

nón có độ dài đường sinh

$$l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a.$$





Câu 26 ▶ Chọn B.

Trong tập số phức \mathbb{C} , khi $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ thì phương trình có hai nghiệm phức phân biệt.

Câu 27 ▶ Chọn B.

$$\text{Ta có: } V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}}{3} a^3.$$

Câu 28 ▶ Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } w &= (3-4i)z - 1 + 2i \Leftrightarrow z = \frac{w+1-2i}{3-4i} \\ \Rightarrow |z| &= \left| \frac{w+1-2i}{3-4i} \right| = \frac{|w+1-2i|}{|3-4i|} \Leftrightarrow |w+1-2i| = 5. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn w là đường tròn tâm $I = (-1; 2)$, bán kính $R = 5$.

Câu 29 ▶ Chọn B.

Vectơ pháp tuyến của (γ) là $\vec{n} = (0; 0; 1)$.

Vectơ chỉ phương của Oz là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Ta có $\vec{n} \cdot \vec{k} = 1 \neq 0$. Do đó (γ) và Oz không song song.

Câu 30 ▶ Chọn C.

Gọi I là giao điểm của d và (P) . Toạ độ I là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3} \\ x+2y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} \\ \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3} \\ x+2y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-1 \\ 3y-z=2 \\ x+2y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$$

Ta có một vectơ chỉ phương của Δ như sau: $\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_d; \vec{n}_{(P)}] = (5; -1; -3)$.

$$\text{Vậy phương trình } d: \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$$

Chú ý: Do Δ cắt d và Δ nằm trong (P) nên Δ phải đi qua I . Do đó ta có thể chọn được đáp án là C mà không cần tìm VTCP của Δ .

Câu 31 ▶ Chọn D.

Ta có: $\vec{AB} = (4; -5; 1)$ và $\vec{AC} = (3; -6; 4)$.

Khi đó $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (-14; -13; -9)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

$$-14(x-1) - 13(y-6) - 9(z-2) = 0 \Leftrightarrow 14x + 13y + 9z - 110 = 0.$$

$$\text{Do đó } R = d(D, (ABC)) = \frac{|14.5 + 13.0 + 9.4 - 110|}{\sqrt{14^2 + 13^2 + 9^2}} = \frac{4}{\sqrt{446}}.$$

Phương trình mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là $(x-5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{8}{223}$.

Câu 32 Chọn C.

Ta có: $\overline{AB} = (-4; 3; -10)$; $\overline{AC} = (4; 1; -5)$.

Do đó $[\overline{AB}, \overline{AC}] = (-5; -60; -16)$.

Vậy phương trình (ABC) là: $-5(x-6) - 60(y-0) - 16(z+1) = 0$ hay $5x + 60y + 16z - 14 = 0$.

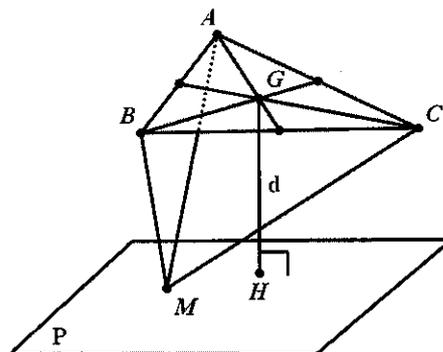
Câu 33 Chọn D.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , ta có $G(2; 1; 0)$,

ta có $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$

Từ hệ thức trên ta suy ra:

$MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt GTNN $\Leftrightarrow MG$ đạt GTNN $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của G trên (P)



Gọi (d) là đường thẳng qua G và vuông góc với (P) thì

(d) có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$$

Tọa độ M là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = t \\ x + y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x = 1 \\ y = 0 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow M(1, 0, -1)$$

Câu 34 Chọn B.

Ta có: $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; 2)$, $\vec{u}_d = (-1; -2; 2)$.

$$\sin \varphi = \left| \cos(\vec{n}_{(P)}; \vec{u}_d) \right| = \frac{|2 \cdot (-1) - 1 \cdot (-2) + 2 \cdot 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{9}\right)^2} = \frac{\sqrt{65}}{9}.$$

Câu 35 Chọn C.

Mặt bên tạo với đáy góc 60° nên $\widehat{SIO} = 60^\circ \Rightarrow SO = a \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

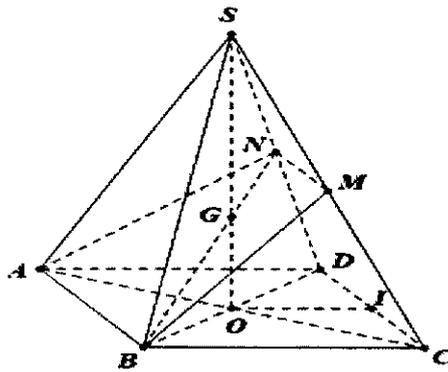
Ta có: $V_{S.ACD} = V_{S.ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot 2a^2 = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$, $V_{S.ABMN} = V_{S.ABM} + V_{S.AMN}$.



$$\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABMN} = V_{S.ABM} + V_{S.AMN} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3} + \frac{a^3\sqrt{3}}{6} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$$



Câu 36 Chọn C.

Ta có độ dài đường cao là $h = a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích hình lục giác đều cạnh a là tổng diện tích của 6 tam giác đều cạnh a . Do đó diện

tích đáy là $S = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 3\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ là $V = S \cdot h = \frac{9}{4} a^3$.

Câu 37 Chọn D.

Gọi I là trung điểm CD :

O là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

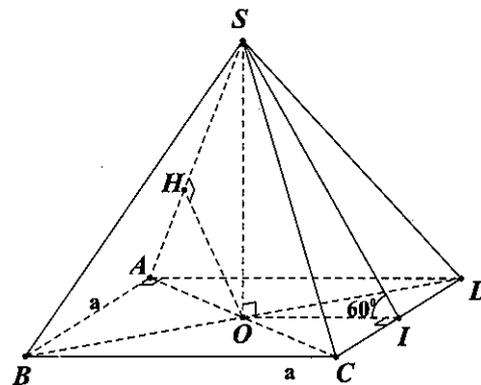
Ta có:

$OI \perp CD, SI \perp CD$

$\Rightarrow ((SCD); (ABCD)) = (\widehat{SI, OI}) = \widehat{SIO} = 60^\circ$.

$SO = OI \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2} \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\begin{cases} BD \perp SO \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$.



Kẻ $OH \perp SA$ tại $H \Rightarrow OH$ là đoạn vuông góc chung của SA, BD

$$\Rightarrow d(SA, BD) = \frac{SO \cdot OA}{\sqrt{SO^2 + OA^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{\frac{3a^2}{4} + \frac{2a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{30}}{10}$$

Câu 38 Chọn D.

Gọi $A(20;0), B(0;10)$.

Ta có: $|z_2 - 20|^2 + |z_2 - 10i|^2 = 500$ do đó M biểu diễn z_2 thuộc đường tròn đường kính AB .

Ta có: $|z_1 - 20| + |z_1 - 10i| = 10\sqrt{5}$ do đó N biểu diễn z_1 thuộc đường thẳng AB .

$$|z_1 - z_2| = MN \leq AB = 10\sqrt{5}$$

Câu 39 Chọn D.

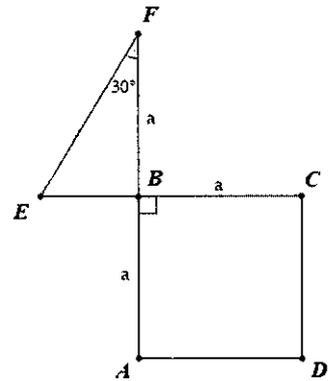
Ta có: $BE = BF \tan \widehat{EFB} = a \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Khi quay tam giác EFB quanh trục AF ta được hình nón có chiều cao EF bán kính đáy là BE .

Hình nón này có thể tích $V_1 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{3} \right)^2 a = \frac{\pi a^3}{9}$.

Khi quay hình vuông $ABCD$ quanh AF ta được hình trụ có thể tích là $V_2 = \pi a^2 \cdot a = \pi a^3$.

Vậy thể tích vật thể cần tìm là $V = V_1 + V_2 = \frac{\pi a^3}{9} + \pi a^3 = \frac{10}{9} \pi a^3$.



Câu 40 Chọn B.

Ta có: Vế phải $(1) \geq 2$ (do $\sin^2 2x \geq 0$)

Vế trái $(1) \leq \sqrt{1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{\cos^2 3x + (\sqrt{2 - \cos^2 3x})^2} = 2$

Do đó

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \cos 3x = \sqrt{2 - \cos^2 3x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ \cos 3x = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ 3x = m2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ 3k = 4m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ k = 4n \end{cases} \Leftrightarrow x = 2n\pi \quad (n \in \mathbb{Z}).$$

Vì $x \in (0; 2018\pi) \Rightarrow 0 < 2n\pi < 2018\pi \Leftrightarrow 0 < n < 1009$.

Câu 41 Chọn C.

Ta có:
$$\begin{cases} \int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10 \\ \int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \int_1^3 f(x) dx + 3 \int_1^3 g(x) dx = 10 \\ 2 \int_1^3 f(x) dx - \int_1^3 g(x) dx = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \int_1^3 f(x) dx = 4 \\ \int_1^3 g(x) dx = 2 \end{cases}$$

Nên $I = \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 g(x) dx = 6$.

Câu 42 Chọn A.

Ta có: $N(t) = \int N'(t) dt = \int \frac{4000}{1 + 0,5t} dt = 8000 \int \frac{d(1 + 0,5t)}{1 + 0,5t} = 8000 \ln|1 + 0,5t| + C$.

Vì $N(0) = 250000$ nên $C = 250000$.



Do đó, $N(t) = 8000 \ln|1 + 0,5t| + 250000$.

Vậy $N(10) = 264334$ (con).

Câu 43 Chọn B.

Trong (P) , kẻ $AK \perp CD$ ($K \in CD$).

Ta có $AB \perp (P) \Rightarrow AB \perp CD \Rightarrow CD \perp (ABK) \Rightarrow CD \perp BK$.

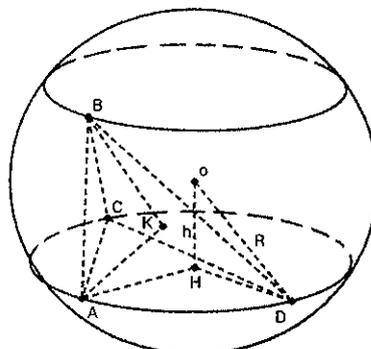
Vậy $S_{BCD} = \frac{1}{2} BK \cdot CD$.

Vì $CD = 2r$ không đổi nên S_{BCD} lớn nhất khi và chỉ khi BK lớn nhất.

Tam giác ABK vuông tại A: $BK^2 = AB^2 + AK^2$, AB không đổi.

Do đó: $BK_{\max} \Rightarrow AK_{\max} \Leftrightarrow AK = AH \Leftrightarrow K \equiv H \Leftrightarrow CD \perp AH$ ($AK \leq AH$).

Vậy $BK_{\max}^2 = AB^2 + AK_{\max}^2 = 4h^2 + r^2$.



Câu 44 Chọn D.

Cho $x = 1 \Rightarrow 2^m \cdot (-1)^n = 2^9 \Rightarrow m = 9$ và n chẵn

Khai triển $(1+x^2)^9 (1-2x)^n = \sum_{k=0}^9 \sum_{i=0}^n C_9^k C_n^i (-1)^i \cdot 2^i \cdot x^{2k+i}$

$\Rightarrow a_{10} = \sum_{k=0}^9 \sum_{i=0}^n C_9^k C_n^i (-1)^i \cdot 2^i$ với $k+i=10$

Trong đó $i \leq m \leq 10, i:2$

Nếu $n = 10$ thì các cặp $(k; i)$ thỏa $2k+i=10$ là $(5; 0), (4; 2), (3; 4)$

Và $a_{10} = C_9^5 + C_9^4 \cdot C_{10}^2 \cdot 2^2 + C_9^3 \cdot C_{10}^4 \cdot 2^4 + \dots = 305046 > 30150$ (loại)

Nếu $n = 8$ thì $a_{10} = C_9^5 + C_9^4 \cdot C_8^2 \cdot 2^2 + C_9^3 \cdot C_8^4 \cdot 2^4 + \dots = 108318 > 30150$ (loại)

Nếu $n = 6$ thì $a_{10} = C_9^5 + C_9^4 \cdot C_6^2 \cdot 2^2 + C_9^3 \cdot C_6^4 \cdot 2^4 + C_9^2 \cdot C_6^6 \cdot 2^6 = 30150$ (nhận)

Do đó $A = (1+x^2)^{19} (1-2x)^6 = \sum_{k=0}^{19} \sum_{i=0}^6 C_9^k C_6^i (-1)^i \cdot 2^i \cdot x^{2k+i} \Rightarrow a_{19} = \sum_{k=0}^9 \sum_{i=0}^6 (-1)^i 2^i$ với $2k+i=19$

trong đó $k, i \in N$ và i lẻ. Các cặp $(k; i) = (9; 1), (8; 3), (7; 5)$

Vậy $a_{19} = C_9^9 C_6^1 (-1) \cdot 2 + C_9^8 C_6^3 (-1)^3 \cdot 2^3 + C_9^7 C_6^5 (-1)^5 \cdot 2^5 = -8364$.

Câu 45 Chọn C.

Gọi D_1, \dots, D_4 là 4 đường thẳng song song với BC

Gọi $\Delta_1, \dots, \Delta_5$ là 5 đường thẳng song song với AC

Gọi d_1, \dots, d_6 là 6 đường thẳng song song với AB

Cứ 2 đường thẳng song song và hai đường thẳng không song song tạo thành một hình thang

Vậy số hình thành là $C_4^2 \cdot C_5^1 \cdot C_6^1 \cdot C_5^2 \cdot C_4^1 \cdot C_6^1 \cdot C_6^2 \cdot C_4^1 \cdot C_5^1 = 720$.

Câu 46 Chọn B.

Ta có: $\sqrt[3]{n^2} < \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} < 1 + 1 + \dots + 1 = n$.

Do $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2}}{n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{n^2 + 1} = 0$ nên $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{f(n)}{n^2 + 1} = 0$.

Câu 47 Chọn A.

Ta có: $\frac{f(x) - 3}{(mx - 3)} = \frac{m^2 x^2 - 6mx + 9 + m}{f^2(x) - 6f(x) + 9 + m}$

$\Leftrightarrow (f(x) - 3)^3 + m(f(x) - 3) = (mx - 3)^3 + m(mx - 3)$ (*)

$\Leftrightarrow f(x) - 3 = mx - 3 \Leftrightarrow f(x) = mx$

$\Rightarrow \log_2 f(m) = 2$

Xét hàm $g(t) = t^3 + mt \Rightarrow g'(t) = 3t^2 + m > 0, \forall t \in R, m > 0$ do đó hàm số này đồng biến trên R .

Từ (*) ta có $g[f(x) - 3] = g(mx - 3) \Leftrightarrow f(x) - 3 = mx - 3 \Leftrightarrow f(x) = mx$ nên $\log_m f(m) = \log_m m^2 = 2$.

Câu 48 Chọn C.

Ta có: $y' = x^2 - \sqrt{bx} - \frac{3}{4}a + 3, \forall x \in R$.

Hàm số luôn có hai cực trị khi và chỉ khi:

$\Delta > 0 \Leftrightarrow 12 - b - 3a > 0$.

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ 3b - a \leq 6 \\ b + 3a < 12 \end{cases}$ nếu biểu diễn lên hệ trục tọa độ ta sẽ được miền tứ giác

$OABC$ với $O(0;0), A(0;2), B(3;3), C(4;0)$ trong các điểm có tọa độ nguyên thuộc miền

$OABC$ có điểm $M(3;2)$ làm biểu thức P có giá trị lớn nhất là $P_{\max} = 2 \cdot 3 + 2 = 8$.

Câu 49 Chọn D.

Kết quả gieo hai hạt súc sắc xanh đỏ thì không gian mẫu có 36 cặp $(x; y)$ trong đó chỉ có 6 cặp $(x; y)$ có tổng nhỏ hơn 5. Đó là $(1;1), (1;2), (2;1), (1;3), (3;1), (2;2)$



Vậy $P("x + y \geq 5") = \frac{5}{6}, P("x + y < 5") = \frac{1}{6}$

Bình 1 đựng 6 bi xanh và 4 bi vàng \Rightarrow Xác suất bốc cả 2 bi vàng từ bình là: $\frac{C_4^2}{C_{10}^2}$

Bình 2 đựng 3 bi xanh và 6 bi vàng \Rightarrow Xác suất bốc được ít nhất 1 bi xanh từ bình 2 là: $1 - \frac{C_6^2}{C_9^2}$

Do đó xác suất để bốc được ít nhất 1 bi xanh trong trò chơi là: $\frac{5}{6} \left(1 - \frac{C_4^2}{C_{10}^2}\right) + \frac{1}{6} \left(1 - \frac{C_6^2}{C_9^2}\right) = \frac{59}{72}$.

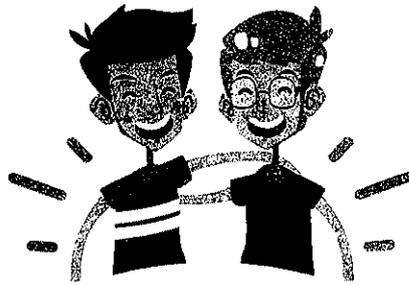
 **Câu 50** Chọn C.

Ta có lãi suất 1,65%/quý.

Sau n quý thì số tiền gửi từ 20 triệu lên thành 30 triệu là:

$$P_n = 20000000(1 + 0,0165)^n = 30000000 \Leftrightarrow n = \log_{1,0165} \frac{3}{2} \approx 24,78 \text{ quý.}$$

Vì số quý là số tự nhiên nên $n = 25$ quý, tức 6 năm 1 quý.



“ WHEREVER YOU GO,
GO WITH ALL YOUR HEART ”



Ghi nhớ hành trình luyện đề thi thành công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Số điểm thực tế	Số điểm kỳ vọng	Cảm xúc của bạn

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé!

Ngày:.....

Thi lần:.....

Số điểm đạt được:...../10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm từ những câu sai

.....

.....

.....

.....



Bài học và kiến thức rút ra từ đề thi này

*Người duy nhất không mắc sai lầm chính là người không hề làm gì cả.
Đừng sợ sai lầm, miễn là bạn đừng mắc cùng một sai lầm hai lần.*

Henry Ford





ĐỀ SỐ 13	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC
Đề thi gồm 07 trang ★★★★★	Môn: Toán Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. Giả sử $f(x)$ là hàm liên tục trên \mathbb{R} và các số thực $a < b < c$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx.$ B. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_b^c f(x) dx.$
 C. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx + \int_a^c f(x) dx.$ D. $\int_a^b cf(x) dx = -c \int_b^a f(x) dx.$

Câu 2. Tính tổng $S = C_{2018}^{1009} + C_{2018}^{1010} + C_{2018}^{1011} + \dots + C_{2018}^{2018}$ (trong tổng đó, các số hạng có dạng C_{2018}^k với k nguyên dương nhận giá trị liên tục từ 1009 đến 2018).

- A. $S = 2^{2018} - C_{2018}^{1009}.$ B. $S = 2^{2017} + \frac{1}{2} C_{2018}^{1009}.$
 C. $S = 2^{2017} - \frac{1}{2} C_{2018}^{1009}.$ D. $S = 2^{2017} - C_{2018}^{1009}.$

Câu 3. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$, $y = 2 - x$ và $y = 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $S = \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x-2) dx.$ B. $S = \left| \int_0^2 (x^3 + x - 2) dx \right|.$
 C. $S = \frac{1}{2} + \int_0^1 x^3 dx.$ D. $S = \int_0^1 |x^3 - (2-x)| dx.$

Câu 4. Tìm tập xác định của hàm số lượng giác $y = \sin \sqrt{\frac{\pi^2}{4} - x^2}.$

- A. $D = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right].$ B. $D = \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right].$ C. $D = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right).$ D. $D = \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right).$

Câu 5. Giải phương trình: $\sin^6 x + \cos^6 x = 4 \cos^2 2x$. Nghiệm của phương trình là.

- A. $x = \arccos \left(-\frac{11}{3} \right) + k \frac{\pi}{2}.$ B. $x = \pm \frac{1}{4} \arccos \left(-\frac{11}{13} \right) + k \frac{\pi}{2}.$
 C. $x = \pm \frac{1}{4} \arccos \left(-\frac{5}{13} \right) + k \frac{\pi}{2}.$ D. $x = \pm \frac{1}{4} \arccos \left(\frac{1}{3} \right) + k \frac{\pi}{2}.$

Câu 6. Cho hàm số $y = x^2(3-x)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
 D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.



Câu 7. Cho hàm số $f(x) = x^3 + x^2 - 2x + 3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hai phương trình $f(x) = 2018$ và $f(x-1) = 2018$ có cùng số nghiệm.
- B. Hàm số $y = f(x-2018)$ không có cực trị.
- C. Hai phương trình $f(x) = m$ và $f(x-1) = m-1$ có cùng số nghiệm với mọi m .
- D. Hai phương trình $f(x) = m$ và $f(x-1) = m+1$ có cùng số nghiệm với mọi m .

Câu 8. Cho hàm số $y = x^4 - \frac{2}{3}x^3 - x^2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu là 0.
- B. Hàm số có hai giá trị cực tiểu là $-\frac{2}{3}$ và $-\frac{5}{48}$.
- C. Hàm số chỉ có một giá trị cực tiểu.
- D. Hàm số có giá trị cực tiểu là $-\frac{2}{3}$ và giá trị cực đại là $-\frac{5}{48}$.

Câu 9. Các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y = ax + \sqrt{4x^2 + 1}$ có tiệm cận ngang là:

- A. $a = \pm 2$.
- B. $a = -2$ và $a = \frac{1}{2}$.
- C. $a = \pm 1$.
- D. $a = \pm \frac{1}{2}$.

Câu 10. Xét hàm số $f(x) = 3x + 1 + \frac{3}{x+2}$ trên tập $D = (-2; 1]$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên D bằng 5.
- B. Hàm số $f(x)$ có một điểm cực trị trên D .
- C. Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên D bằng 1.
- D. Không tồn tại giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên D .

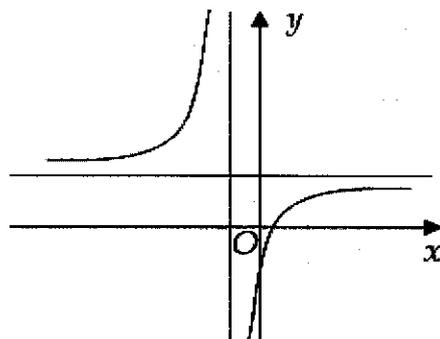
Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $y = 0$.
- C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang là trục hoành.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm phía trên trục hoành.

Câu 12. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $bd < 0, ab > 0$.
- B. $ad > 0, ab < 0$.
- C. $bd > 0, ad > 0$.
- D. $ab < 0, ad < 0$.





Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau

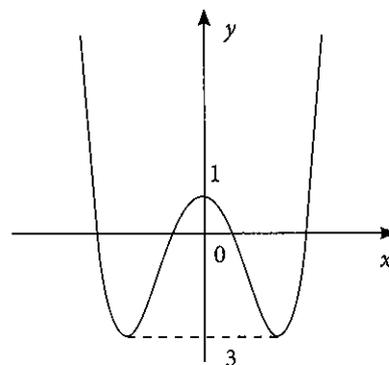
x	$+\infty$	0	1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$+$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	$+\infty$	$+\infty$	$\frac{27}{4}$	$+\infty$

Tìm điều kiện m của để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

- A. $m < 0$. B. $m > 0$. C. $0 < m < \frac{27}{4}$. D. $m > \frac{27}{4}$.

Câu 14. Hình vẽ bên là đồ thị hàm trùng phương. Giá trị m để phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm đôi một khác nhau là:

- A. $-3 < m < 1$.
 B. $m = 0$.
 C. $m = 0, m = 3$.
 D. $1 < m < 3$.



Câu 15. Các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 - 3x + 2$ nghịch biến trên \mathbb{R} và đồ thị của nó không có tiếp tuyến song song với trục hoành là:

- A. $-1 < m < 0$. B. $-1 \leq m \leq 0$. C. $-1 \leq m < 0$. D. $-1 < m \leq 0$.

Câu 16. Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Sau bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

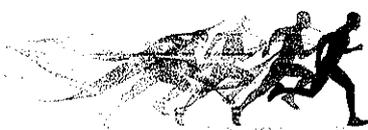
- A. $7 \times \log_3 25$. B. $3^{\frac{25}{7}}$. C. $7 \times \frac{24}{3}$. D. $7 \times \log_3 24$.

Câu 17. Cho các số thực $a < b < 0$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\ln(ab)^2 = \ln(a^2) + \ln(b^2)$. B. $\ln(\sqrt{ab}) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$.
 C. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln|a| - \ln|b|$. D. $\ln\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \ln(a^2) - \ln(b^2)$.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y = (2x - x^2)^{-\pi}$ là:

- A. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. B. $(0; 2)$. C. $[0; 2]$. D. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.



Câu 26. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Đặt $w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100}$. Khi đó:

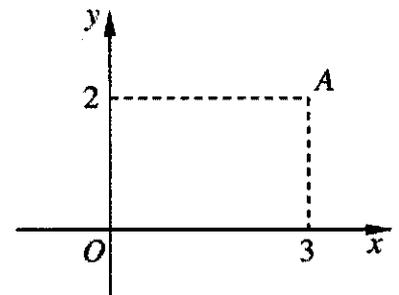
- A. $w = 2^{50}i$. B. $w = -2^{51}$. C. $w = 2^{51}$. D. $w = -2^{50}i$.

Câu 27. Cho số phức z thoả mãn $\left|z + \frac{5}{2} - 2i\right| = \left|z + \frac{3}{2} + 2i\right|$. Biết biểu thức $Q = |z - 2 - 4i| + |z - 4 - 6i|$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính $P = a - 4b$.

- A. $P = -2$. B. $P = \frac{1333}{272}$. C. $P = -1$. D. $P = \frac{691}{272}$.

Câu 28. Điểm A trong hình vẽ bên biểu diễn cho số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực là -3 và phần ảo là 2 .
 B. Phần thực là 3 và phần ảo là -2 .
 C. Phần thực là 3 và phần ảo là $-2i$.
 D. Phần thực là -3 và phần ảo là $2i$.



Câu 29. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(3;0;0)$, $N(0;0;4)$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

- A. $MN = 10$. B. $MN = 5$. C. $MN = 1$. D. $MN = 7$.

Câu 30. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{-3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và $d': \frac{x}{6} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-2}{4}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $d // d'$. B. $d \equiv d'$. C. d và d' cắt nhau. D. d và d' chéo nhau.

Câu 31. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - m = 0$ có bán kính $R = 5$. Tìm giá trị của m .

- A. $m = -16$. B. $m = 16$. C. $m = 4$. D. $m = -4$.

Câu 32. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - 16 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{2}$. Mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau chứa d và tiếp xúc với mặt cầu (S) .

- A. $(P): 2x - 2y + z - 8 = 0$. B. $(P): -2x + 11y - 10z - 105 = 0$.
 C. $(P): 2x - 11y + 10z - 35 = 0$. D. $(P): -2x + 2y - z + 11 = 0$.

Câu 33. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; -2; 1)$, $A(1; 2; -3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm vectơ chỉ phương \vec{u} của đường thẳng Δ đi qua M , vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng bé nhất.

- A. $\vec{u} = (2; 1; 6)$. B. $\vec{u} = (1; 0; 2)$. C. $\vec{u} = (3; 4; -4)$. D. $\vec{u} = (2; 2; -1)$.



Câu 42. Tại một nơi không có gió, một chiếc khí cầu đang đứng yên ở độ cao 162 (mét) so với mặt đất đã được phi công cài đặt cho nó chế độ chuyển động đi xuống. Biết rằng, khí cầu đã chuyển động theo phương thẳng đứng với vận tốc tuân theo quy luật $v(t) = 10t - t^2$, trong đó t (phút) là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $v(t)$ được tính theo đơn vị mét/phút (m/p). Nếu như vậy thì khi bắt đầu tiếp đất vận tốc v của khí cầu là:

- A. $v = 5(m/p)$. B. $v = 7(m/p)$. C. $v = 9(m/p)$. D. $v = 3(m/p)$.

Câu 43. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 0$, $y = x\sqrt{\ln(x+1)}$ và $x = 1$ xung quanh trục Ox là:

- A. $V = \frac{5\pi}{6}$. B. $V = \frac{\pi}{6}(12\ln 2 - 5)$.
 C. $V = \frac{5\pi}{18}$. D. $V = \frac{\pi}{18}(12\ln 2 - 5)$.

Câu 44. Trên mặt phẳng có 2017 đường thẳng song song với nhau và 2018 đường thẳng song song khác cùng cắt nhóm 2017 đường thẳng đó. Đếm số hình bình hành nhiều nhất được tạo thành có đỉnh là các giao điểm nói trên.

- A. $2017 \cdot 2018$. B. $C_{2017}^4 + C_{2018}^4$. C. $C_{2017}^2 \cdot C_{2018}^2$. D. $2017 + 2018$

Câu 45. Biết rằng $\int_1^5 \frac{3}{x^2 + 3x} dx = a \ln 5 + b \ln 2$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a + 2b = 0$. B. $2a - b = 0$. C. $a - b = 0$. D. $a + b = 0$.

Câu 46. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{9}(u_n + 2\sqrt{4u_n + 1} + 2) \end{cases}$, ($n \in \mathbb{N}^*$). Tính $\lim u_n$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 47. Một cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1 = 2018$, công sai $d = -5$. Hỏi bắt đầu từ số hạng nào của cấp số cộng đó thì nó nhận giá trị âm.

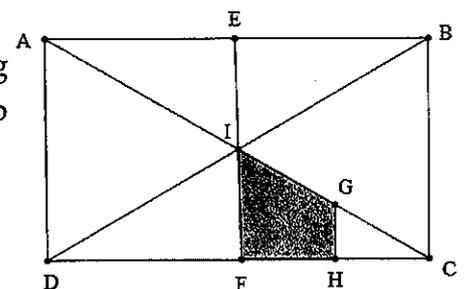
- A. u_{406} . B. u_{403} . C. u_{405} . D. u_{404} .

Câu 48. Cho tam giác ABC cân tại A . Biết rằng độ dài cạnh BC , trung tuyến AM và cạnh AB theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân với công bội q . Tìm công bội q của cấp số nhân đó.

- A. $q = \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$. B. $q = \frac{\sqrt{2 + 2\sqrt{2}}}{2}$. C. $q = \frac{-1 + \sqrt{2}}{2}$. D. $q = \frac{\sqrt{-2 + 2\sqrt{2}}}{2}$

Câu 49. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm I . Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của AB, CD, CI, FC . Phép đồng dạng hợp thành bởi phép vị tự tâm C tỉ số $k = 2$ và phép đối xứng tâm I biến tứ giác $IGHF$ thành:

- A. $AIFD$ B. $BCFI$
 C. $CIEB$ D. $DIEA$





Câu 50. Một người mỗi tháng đều đặn gửi vào một ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lãi suất $0,6\%$ mỗi tháng. Biết sau 15 tháng người đó có số tiền là 10 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau.

- A. 635.000 đồng. B. 645.000 đồng. C. 613.000 đồng. D. 535.000 đồng

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 13

Câu 1 Chọn C.

Ta có: $\int_b^a f(x) dx + \int_a^c f(x) dx = \int_b^c f(x) dx$ nên đáp án C sai.

Câu 2 Chọn B.

Áp dụng công thức: $C_n^k = C_n^{n-k}$, $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$

Ta có: $S = C_{2018}^{1009} + C_{2018}^{1010} + C_{2018}^{1011} + \dots + C_{2018}^{2018}$

Xét $S' = C_{2018}^0 + C_{2018}^1 + C_{2018}^2 + \dots + C_{2018}^{1009}$

Lấy $S + S' = C_{2018}^{2009} + C_{2018}^0 + C_{2018}^1 + \dots + C_{2018}^{2009} + C_{2018}^{2010} + \dots + C_{2018}^{2018} = 2^{2018} + C_{2018}^{2009}$ (1)

Lấy $S - S' = C_{2018}^{2009} + C_{2018}^0 + C_{2018}^1 + \dots + C_{2018}^{2009} - C_{2018}^{2009} - C_{2018}^{2010} - \dots - C_{2018}^{2018} = 0$ (2)

Lấy (1) + (2) về theo về ta được: $2S = 2^{2018} + C_{2018}^{2009} \Rightarrow S = 2^{2017} + \frac{C_{2018}^{2009}}{2}$

Câu 3 Chọn C.

Ta có: $S = \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (2-x) dx = \frac{1}{2} + \int_0^1 x^3 dx$

Câu 4 Chọn A.

$y = \sin \sqrt{\frac{\pi^2}{4} - x^2}$ xác định $\Leftrightarrow \frac{\pi^2}{4} - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Câu 5 Chọn B.

$\sin^6 x + \cos^6 x = 4 \cos^2 2x \Leftrightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 4 \cos^2 2x$

$\Leftrightarrow 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x = 4 \cos^2 2x \Leftrightarrow 1 - \frac{3}{4} (1 - \cos^2 2x) = 4 \cos^2 2x$

$\Leftrightarrow \frac{13}{4} \cos^2 2x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 13 \left(\frac{1 + \cos 4x}{2} \right) = 1$

$$\Leftrightarrow 1 + \cos 4x = \frac{2}{13} \Leftrightarrow \cos 4x = -\frac{11}{13}$$

$$\Leftrightarrow 4x = \pm \arccos\left(-\frac{11}{13}\right) + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{4} \arccos\left(-\frac{11}{13}\right) + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 6 Chọn C.

Ta có: $y = -x^3 + 3x^2$, $y' = -3x^2 + 6x$;

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \text{ Bảng biến thiên:}$$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y							

\swarrow \searrow \nearrow \searrow \nearrow \searrow \nearrow \searrow \nearrow

0 \rightarrow $-\infty$

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $(0; 2)$.

Câu 7 Chọn A.

Đặt $x - 1 = a$. Khi đó phương trình $f(x - 1) = 2018$ trở thành $f(a) = 2018$

Hay a là nghiệm của phương trình $f(x) = 2018$.

Mà phương trình $x - 1 = a$ luôn có nghiệm duy nhất với mọi số thực a .

Đáp án B sai vì đồ thị hàm số $y = f(x - 2018)$ tạo thành qua phép tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Mà $y = f(x)$ có hai cực trị nên $y = f(x - 2018)$ phải có hai cực trị.

Đáp án C và D sai vì thử bằng máy tính không thoả mãn.

Câu 8 Chọn B.

$$y = x^4 - \frac{2}{3}x^3 - x^2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 2x^2 - 2x;$$

$$y' = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 1 \text{ hoặc } x = -\frac{1}{2}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y									

\swarrow \searrow \nearrow \searrow \nearrow \searrow \nearrow \searrow \nearrow

$+\infty$ \rightarrow $\frac{5}{48}$ \rightarrow 0 \rightarrow $-\frac{2}{3}$ \rightarrow $+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có đáp án B.

Câu 9 Chọn A.

TH1: $a > 0$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (ax + \sqrt{4x^2 + 1}) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (ax + \sqrt{4x^2 + 1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a^2 - 4)x^2 - 1}{ax - \sqrt{4x^2 + 1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a^2 - 4)x - \frac{1}{x}}{a - \sqrt{4 + \frac{1}{x}}}$$

Vậy để $\lim_{x \rightarrow -\infty} (ax + \sqrt{4x^2 + 1})$ không tồn tại thì $a^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow a = 2$ (do $a > 0$)

TH2: $a < 0$: Trình bày tương tự ta được $a = -2$.

TH3: $a = 0$:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{4x^2 + 1} = +\infty \text{ nên loại } a = 0.$$

Vậy các giá trị thoả mãn là: $a = \pm 2$.

Câu 10 Chọn A.

Ta có: $f'(x) = 3 - \frac{3}{(x+2)^2}$.

Do đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = -3$.

Do $x \in D$ nên ta chọn $x = -1$. BBT:

x	-2	-1	1	
y'		-	0	+
y	$+\infty$		1	5

Vậy câu A sai.

Câu 11 Chọn C.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận ngang là trục hoành.

Câu 12 Chọn B.

Đồ thị cắt trục Ox tại điểm $(\frac{-b}{a}; 0)$.

Ta có $\frac{-b}{a} > 0 \Rightarrow ab < 0$

Mặt khác TCN $y = \frac{a}{c} > 0$

TCD $x = \frac{-d}{c} < 0 \Rightarrow ad > 0$.



Câu 13 Chọn D.

Để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y = m$ phải cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

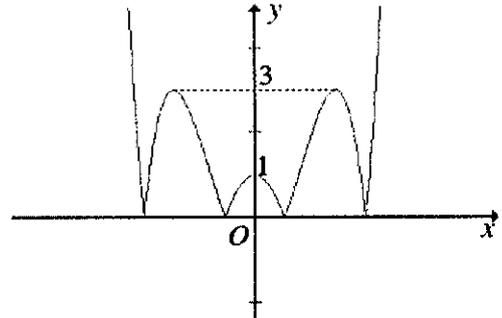
Qua bảng biến thiên ta thấy, đường thẳng $y = m$ phải cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt khi $m > \frac{27}{4}$.

Câu 14 Chọn C.

Đồ thị $y = |f(x)|$ là:

Phương trình có 4 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow m = 0 \text{ hoặc } m = 3.$$



Câu 15 Chọn D.

Hàm bậc ba nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $y' = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm và đồ thị hàm số không có tiếp tuyến song song với trục hoành $\Leftrightarrow y' = 0$ vô nghiệm.

Kết hợp 2 tính chất ta được $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}, y' = 3mx^2 - 6mx - 3.$$

Nếu $m = 0$ thì $y' = -3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (thỏa mãn)

Nếu $m \neq 0$ thì ycbt $\Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 9m^2 + 9m < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -1 < m < 0$$

Kết hợp 2 trường hợp ta được: $-1 < m \leq 0$.

Câu 16 Chọn A.

Theo đề bài số lượng bào ban đầu chiếm $0,04$ diện tích mặt hồ.

Sau 7 ngày số lượng bào là $0,04 \times 3^1$ diện tích mặt hồ.

Sau 14 ngày số lượng bào là $0,04 \times 3^2$ diện tích mặt hồ.

...

Sau $7 \times n$ ngày số lượng bào là $0,04 \times 3^n$ diện tích mặt hồ.

Để bào phủ kín mặt hồ thì:

$$0,04 \times 3^n = 1 \Leftrightarrow 3^n = 25 \Leftrightarrow n = \log_3 25.$$

Vậy sau $7 \times \log_3 25$ ngày thì bào vừa phủ kín mặt hồ.

Câu 17 Chọn B.

Phương án B sai vì $\ln a, \ln b$ không xác định khi $a < b < 0$.



Câu 18 Chọn B.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

Vậy TXĐ: $D = (0; 2)$.

Câu 19 Chọn D.

Ta có: $y' = (x^2 + 2x)e^x$.

Do đó $y' < 0 \Leftrightarrow (x^2 + 2x)e^x < 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 0$.

Câu 20 Chọn C.

$2^{x^2-1} = 3^{x+1} \Leftrightarrow x^2 - 1 = (x+1)\log_2 3$

$\Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 1 + \log_2 3$.

Vậy: $a + b + ab = -1$.

Câu 21 Chọn A.

Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định \mathbb{R} khi và chỉ khi:

$4^x - 2^x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m > 2^x - 4^x, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m > \max(2^x - 4^x) = \frac{1}{4}$.

Câu 22 Chọn C.

Ta có: $\frac{a+c}{a+d} \leq \frac{a+\frac{2}{3}}{a+d} = 1 - \frac{\frac{2}{3}-d}{a+d} \leq \frac{7}{3(1+2d)}$ và $\frac{c+d}{a+b} \leq \frac{\frac{2}{3}+d}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}(3d+2)$.

Do đó $T \leq 16 \cdot \frac{49}{9(1+2d)^2} + 25 \cdot \frac{1}{9} \cdot (3d+2)^2 = f(d) \leq f\left(\frac{2}{3}\right) = 544$ (dùng đạo hàm để thấy điều này).

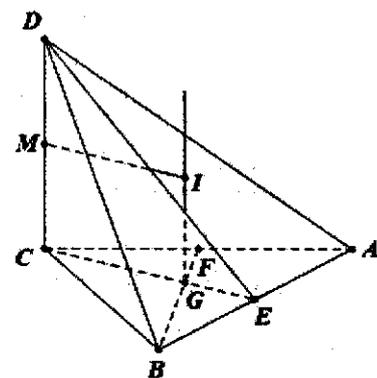
Vậy $\frac{a}{b} = \frac{544}{9}$ nên $a - 55b = 49$.

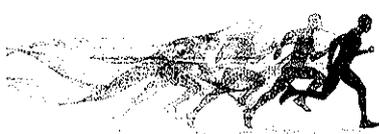
Câu 23 Chọn D.

Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và M là trung điểm SC .

Đựng $IG \parallel SC$ và $IM \parallel CG$. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Ta có: $R = IC = \sqrt{CM^2 + CG^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$.

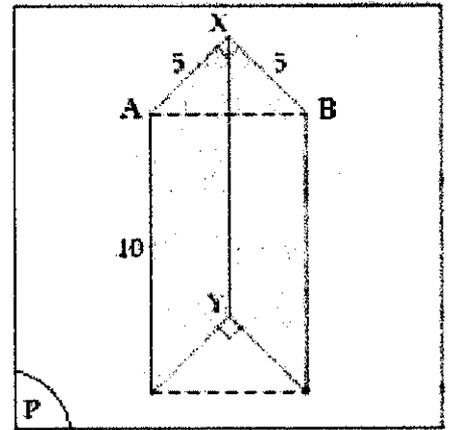




Câu 24 Chọn D.

Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh trục XY thì vật thể tròn xoay sinh ra bởi hình (H) là phần in đậm như hình bên. Nhìn hình ta thấy thể tích V cần tìm bằng thể tích của hình trụ có đường kính đáy bằng AB và chiều cao bằng XY .

$$\Rightarrow V = \pi \left(\frac{AB}{2} \right)^2 \cdot XY = \pi \left(\frac{\sqrt{5^2 + 5^2}}{2} \right)^2 \cdot 10 = 125\pi.$$



Câu 25 Chọn C.

Gọi V_1 là thể tích phần hình nón giữa đỉnh S và mặt phẳng (P) ,
 V_2 là thể tích phần hình nón giữa hai mặt phẳng (Q) và (P) ,
 V_3 là thể tích phần hình nón giữa mặt phẳng (Q) và đáy hình nón.

$$\text{Ta có: } \frac{V_1}{V_1 + V_2} = \left(\frac{R'}{x} \right)^3 \quad (1)$$

$$\frac{V_1 + V_2 + V_3}{V_1 + V_2} = \left(\frac{R}{x} \right)^3 \quad (2)$$

$$\text{Và } V_2 = V_3 \quad (3)$$

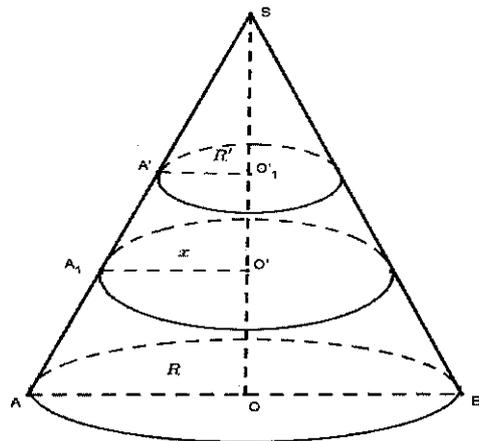
Từ (2) và (3) ta có:

$$\frac{V_1 + 2V_2}{V_1 + V_2} = \left(\frac{R}{x} \right)^3 \quad (4)$$

Từ (1) và (4) ta có:

$$\frac{2V_1 + 2V_2}{V_1 + V_2} = \left(\frac{R}{x} \right)^3 + \left(\frac{R'}{x} \right)^3 = \frac{R^3 + R'^3}{x^3} \Leftrightarrow \frac{R^3 + R'^3}{x^3} = 2 \Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{R^3 + R'^3}{2}}$$

Vậy khi $x = \sqrt[3]{\frac{R^3 + R'^3}{2}}$ thì (Q) chia phần hình nón nằm giữa (P) và đáy của hình nón thành hai phần có thể tích bằng nhau.



Câu 26 Chọn B.

$$\text{Ta có: } z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2 + i \\ z_2 = -2 - i \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow w &= (-1+i)^{100} + (-1-i)^{100} \\ &= (-2i)^{50} + (2i)^{50} = -2^{51}. \end{aligned}$$

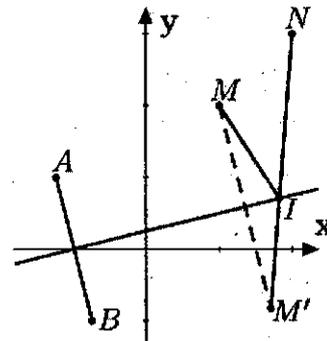


Câu 27 Chọn A.

Gọi $A\left(-\frac{5}{2}; 2\right)$, $B\left(-\frac{3}{2}; -2\right)$, tập hợp các điểm z

thoả mãn giả thiết $\left|z + \frac{5}{2} - 2i\right| = \left|z + \frac{3}{2} + 2i\right|$ là đường trung trực d của AB có phương trình

$x - 4y + 2 = 0$. Xét hai điểm $M(2; 4)$, $N(4; 6)$ thì



$Q = IM + IN$ với $I \in d$. Do đó Q nhỏ nhất khi và chỉ khi I là giao điểm của $M'N$ với

$M'\left(\frac{58}{17}; -\frac{28}{17}\right)$ là điểm đối xứng của M qua d . Vậy $I\left(\frac{62}{17}; \frac{24}{17}\right)$ ứng với $z = \frac{62}{17} + \frac{24}{17}i$.

Câu 28 Chọn B.

Ta có: $z = 3 + 2i \Rightarrow \bar{z} = 3 - 2i$.

Câu 29 Chọn B.

$$MN = \sqrt{(0-3)^2 + (0-0)^2 + (4-0)^2} = 5.$$

Câu 30 Chọn A.

Đường thẳng d qua điểm $M(2; -2; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-3; 1; -2)$.

Đường thẳng d' qua điểm $N(0; 4; 2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}' = (6; -2; 4)$.

Ta có: $\frac{-3}{6} = \frac{1}{-2} = \frac{-2}{4}$ nên \vec{u}, \vec{u}' cùng phương. Lại có $M(2; -2; -1) \notin d'$

Vậy $d // d'$.

Câu 31 Chọn B.

Ta có: $a = 1; b = -2; c = 2; d = -m$.

Theo giả thiết:

$$R = 5 \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 5$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{9 + m} = 5 \Leftrightarrow m = 16.$$

Câu 32 Chọn C.

Đường thẳng d đi qua $M(1; -3; 0)$. Toạ độ điểm M chỉ thoả mãn phương trình mặt phẳng trong phương án A và C.

Tính khoảng cách từ tâm $I(1; 2; -2)$ của (S) và so sánh với bán kính $R = 5$ được đáp án C đúng.



Câu 33 Chọn B.

Gọi (P) là mặt phẳng qua M và vuông góc với d . Phương trình của (P) : $2x + 2y - z + 9 = 0$.

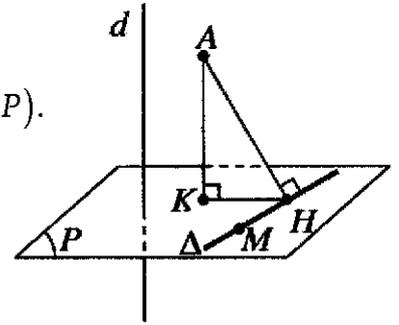
Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên $\Delta, (P)$.

Ta có: $K(-3; -2; -1)$

$d(A, \Delta) = AH \geq AK$

Vậy khoảng cách từ A đến Δ bé nhất

khi Δ đi qua M, K . Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 0; 2)$.



Câu 34 Chọn C.

Ta có phương trình mặt phẳng (P) đi qua M vuông góc với d là:

$$2(x-2) - 1(y+3) + 2(z-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - y + 2z - 9 = 0$$

Gọi I là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) , khi đó tọa độ I là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2} \\ 2x - y + 2z - 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow I(1; -3; 2)$$

Gọi M' đối xứng với M qua d thì I là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'(0; -3; 3)$.

Câu 35 Chọn A.

Trong $(A'D'DA)$ kẻ $MQ \parallel NP$ và cắt DD' tại Q

Lấy N', M' lần lượt trên CC', DD' sao cho $NN' \parallel BC$ và $MM' \parallel CA$

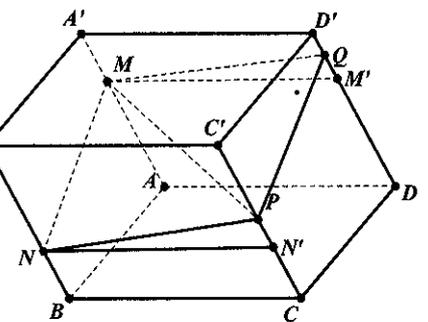
Suy ra hai tam giác $\Delta NN'P, \Delta MM'Q$ bằng nhau

Suy ra

$$M'Q = N'P = PC - N'C = PC - NB = \frac{CC'}{2} - \frac{BB'}{3} = \frac{1}{6}CC'$$

$$M'Q = D'M' - D'Q \Rightarrow D'Q = D'M' - M'Q = \frac{DD'}{3} - \frac{CC'}{6} = \frac{1}{6}DD' \Rightarrow \frac{D'Q}{DD'} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Chú ý: } \frac{V_{A'B'C'D'.MNPQ}}{V_{A'B'C'D'.ABCD}} = \frac{1}{2} \left(\frac{B'N}{BB'} + \frac{C'P}{CC'} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{A'M}{A'A} + \frac{D'Q}{DD'} \right) \Leftrightarrow \frac{D'Q}{DD'} = \frac{1}{6}$$



Câu 36 Chọn A.

Gọi M là trung điểm BC , do tam giác ABC đều nên $AM \perp BC$, mà $AM \perp BB'$ nên $AM \perp (BCC'B')$. Suy ra hình chiếu vuông góc của AB' trên $(BCC'B')$ là $B'M$.

Vậy góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BCC'B')$ là góc $\widehat{AB'M}$ và $\widehat{AB'M} = 30^\circ$.



$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB' = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AA' = \sqrt{AB'^2 - A'B'^2} = a\sqrt{2}$$

$$V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 37 ▶ Chọn C.

$$AC = AB \cdot \cos \alpha = 2R \cdot \cos \alpha$$

$$CH = AC \cdot \sin \alpha = 2R \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

$$AH = AC \cdot \cos \alpha = 2R \cdot \cos^2 \alpha$$

Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ACH quanh trục AB là

$$V = \frac{1}{3} AH \cdot CH^2 = \frac{8}{3} R^3 \cdot \cos^4 \alpha \cdot \sin^2 \alpha.$$

Đặt $t = \cos^2 \alpha$ ($0 < t < 1$)

$$\Rightarrow V = \frac{8}{3} R^3 t^2 (1-t)$$

$$= \frac{8}{6} R^3 \cdot t \cdot t (2-2t) \leq \frac{8}{6} R^3 \left(\frac{t+t+2-2t}{3} \right)^3$$

Vậy V lớn nhất khi $t = \frac{2}{3}$ khi $\alpha = \arctan \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Chú ý chỉ cần thay 4 đáp án vào $V = \frac{1}{3} AH \cdot \pi CH^2 = \frac{8}{3} R^3 \cdot \cos^4 \alpha \cdot \sin^2 \alpha$ xem cái nào ra thể tích lớn nhất thì chọn.

Câu 38 ▶ Chọn A.

$$\text{Ta có: } V_{SBCD} = \frac{1}{2} V_{SABCD} = \frac{1}{2}.$$

$$\frac{V_{SEBD}}{V_{SCBD}} = \frac{SE \cdot SB \cdot SD}{SC \cdot SB \cdot SD} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Do đó } V_{SEBD} = \frac{1}{3}.$$

Câu 39 ▶ Chọn D.

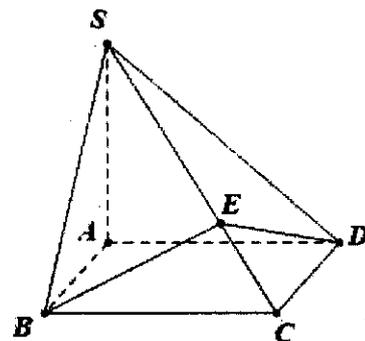
Số cạnh của hình bát diện đều là 12 cạnh.

Câu 40 ▶ Chọn C.

$$\text{Ta có: } F(x) = \int e^{3x} dx = \frac{1}{3} e^{3x} + C.$$

$$\text{Vì } F(0) = 1 \Rightarrow \frac{1}{3} + C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{1}{3} e^{3x} + \frac{2}{3}.$$





Câu 41 Chọn B.

Gọi A là biến cố “học sinh đăng ký Toán”

Gọi B là biến cố “học sinh đăng ký Lý”

$A \cap B$ “học sinh đăng ký Toán, Lý”

$A \cup B$ là biến cố “học sinh có đăng ký học phụ đạo”

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{38}{50} + \frac{30}{50} - \frac{25}{50} = \frac{43}{50}$$

$\overline{A \cup B}$ là biến cố “học sinh không đăng ký môn nào cả”

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{8}{50} = 0,14.$$

Câu 42 Chọn C.

Gọi thời điểm khí cầu bắt đầu chuyển động là $t = 0$, thời điểm khí cầu bắt đầu tiếp đất là t_1 .

Quãng đường khí cầu đi được từ thời điểm $t = 0$ đến thời điểm khí cầu bắt đầu tiếp đất là t_1 là:

$$\int_0^{t_1} (10t - t^2) dt = 5t_1^2 - \frac{t_1^3}{3} = 162$$

$$\Leftrightarrow t \approx -4,93 \vee t \approx 10,93 \vee t = 9.$$

Do $v(t) \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 10$ nên chọn $t = 9$.

Vậy khi bắt đầu tiếp đất vận tốc v của khí cầu là $v(9) = 10 \cdot 9 - 9^2 = 9(m/p)$.

Câu 43 Chọn D.

Ta có: $x\sqrt{\ln(x+1)} = 0 \Rightarrow x = 0$

$$V = \pi \int_0^1 \left(x\sqrt{\ln(x+1)}\right)^2 dx = \pi \int_0^1 x^2 \ln(x+1) dx = \frac{\pi}{18} (12 \ln 2 - 5).$$

Câu 44 Chọn C.

Muốn thành một hình bình hành thì cần lấy 2 đường thẳng của nhóm 2017 cắt với 2 đường thẳng của nhóm 2018. Chọn 2 đường thẳng trong nhóm 2017 có C_{2017}^2 cách chọn. Chọn 2 đường thẳng trong nhóm 2018 có C_{2018}^2 cách chọn. Vậy theo quy tắc nhân có $C_{2017}^2 \cdot C_{2018}^2$ cách chọn.

Câu 45 Chọn D.

$$\begin{aligned} \int_1^5 \frac{3}{x^2 + 3x} dx &= \int_1^5 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} \right) dx \\ &= (\ln|x| - \ln|x+3|) \Big|_1^5 = \ln 5 - \ln 2. \end{aligned}$$

Vậy $a = 1, b = -1$.



Câu 46 Chọn C.

$$\text{Ta có: } u_{n+1} = \frac{1}{9}(u_n + 2\sqrt{4u_n + 1} + 2) \Leftrightarrow 9(4u_{n+1} + 1) = (\sqrt{4u_n + 1} + 4)^2$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{4u_{n+1} + 1} = \sqrt{4u_n + 1} + 4 \Leftrightarrow 3(\sqrt{4u_{n+1} + 1} - 2) = \sqrt{4u_n + 1} - 2 (*)$$

Đặt $v_n = \sqrt{4u_n + 1} - 2$ lúc này (*) $\Leftrightarrow v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n$, đây là cấp số nhân với $q = \frac{1}{3}$, $v_1 = 1$.

$$\text{Do đó } v_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Rightarrow u_n = \frac{(v_n + 2)^2 - 1}{4} = \frac{\left[2 + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right]^2 - 1}{4}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$\text{Vậy } \lim u_n = \frac{3}{4}$$

Câu 47 Chọn C.

Ta có: Số hạng tổng quát là $u_n = u_1 + (n-1)d = 2018 - 5(n-1)$

Gọi u_k là số hạng đầu tiên nhận giá trị âm, ta có:

$$u_k = u_1 + (k-1)d = 2018 - 5(k-1) < 0 \Leftrightarrow 2018 < 5k - 5 \Leftrightarrow k > \frac{2023}{5}$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên ta chọn $k = 405$. Vậy bắt đầu số hạng u_{405} thì nó nhận giá trị âm.

Câu 48 Chọn B.

Tam giác ABC cân tại A có trung tuyến AM nên tam giác AMB vuông tại M , với M là trung điểm BC .

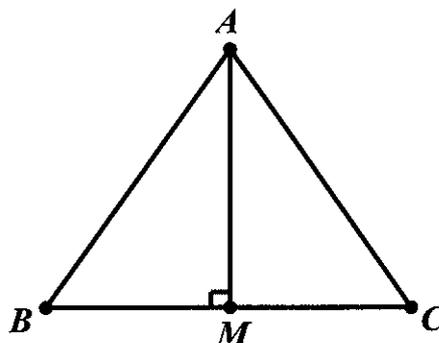
Đặt $BC = a \Rightarrow AM = aq$, $AB = aq^2$. Theo định lý Py-ta-go, ta có:

$$AB^2 = BM^2 + AM^2 = \frac{BC^2}{4} + AM^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 q^4 = \frac{a^2}{4} + a^2 q^2 \Leftrightarrow q^4 - q^2 - \frac{1}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q^2 = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \\ q^2 = \frac{1-\sqrt{2}}{2} < 0(L) \end{cases} \Leftrightarrow q^2 = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$$

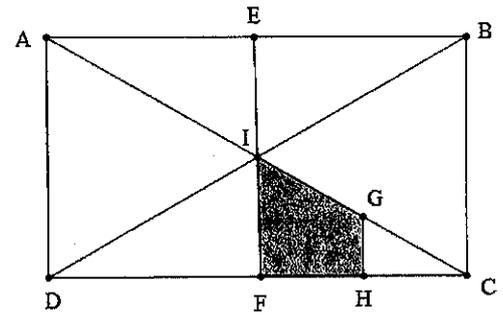
$$\Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{\sqrt{2+2\sqrt{2}}}{2} \\ q = \frac{-\sqrt{2+2\sqrt{2}}}{2} \end{cases}$$





Câu 49 Chọn C.

$$V_{(C,2)}(IGHF) = (AIFD); D_1(AIFD) = CIEB.$$



Câu 50 Chọn A.

Đặt $r = 0.6\%$.

Sau tháng 1 được số tiền là $T(1+r)$.

Sau tháng 2 được số tiền là $T(1+r)^2 + T(1+r)$.

Sau tháng n được số tiền là

$$T(1+r)^n + \dots + T(1+r) = T \left[\frac{(1+r)^{16} - 1}{r} - 1 \right] = 10.000.000 \Leftrightarrow T = 635.000.$$

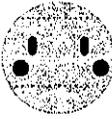
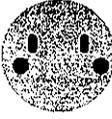


“
**WHEREVER YOU GO,
 GO WITH ALL YOUR HEART**
 ”



Ghi nhớ hành trình luyện đề thi thành công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Số điểm thực tế	Số điểm kỳ vọng	Cảm xúc của bạn
		
		

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé!

Ngày:.....

Thi lần:.....

Số điểm đạt được:...../10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm từ những câu sai

.....

.....

.....

.....

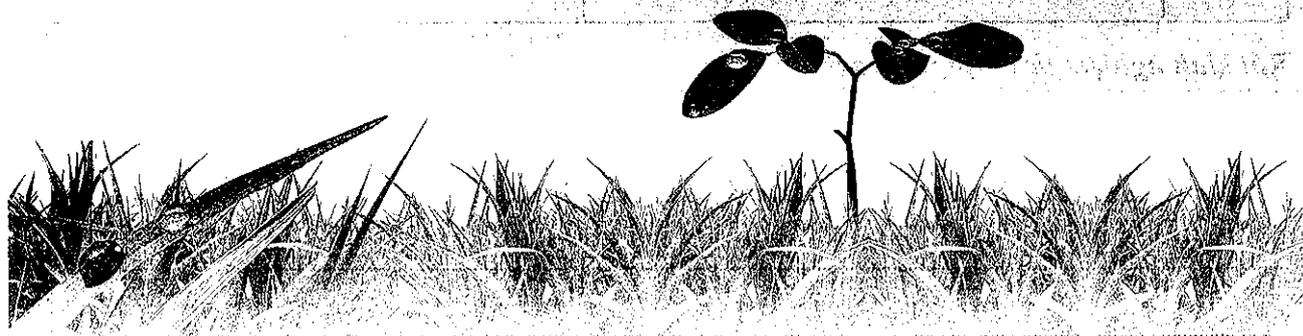


Bài học và kiến thức rút ra từ đề thi này

Đừng chỉ trích những người đã cố thử và thất bại

Hãy chỉ trích những người đã không dám làm thử

-Khuyết danh





ĐỀ SỐ 14	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC
Đề thi gồm 07 trang ★★★★★	Môn: Toán Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

- Câu 1.** Trong phép quay $Q_O^{60^\circ}$, điểm $M(1;0)$ cho ảnh là điểm nào sau đây?
 A. $M'(-1;0)$ B. $M'\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ C. $M'\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ D. Kết quả khác.
- Câu 2.** Tính tổng $S = C_{2018}^{1009} + C_{2018}^{1010} + C_{2018}^{1011} + \dots + C_{2018}^{2018}$ (trong tổng đó, các số hạng có dạng C_{2018}^k với k nguyên dương nhận giá trị liên tục từ 1009 đến 2018).
 A. $S = 2^{2018} - C_{2018}^{1009}$ B. $S = 2^{2017} + \frac{1}{2}C_{2018}^{1009}$
 C. $S = 2^{2017} - \frac{1}{2}C_{2018}^{1009}$ D. $S = 2^{2017} - C_{2018}^{1009}$.
- Câu 3.** Trên mặt phẳng có 2017 đường thẳng song song với nhau và 2018 đường thẳng song song khác cùng cắt nhóm 2017 đường thẳng đó. Đếm số hình bình hành nhiều nhất được tạo thành có đỉnh là các giao điểm nói trên.
 A. $2017 \cdot 2018$ B. $C_{2017}^4 + C_{2018}^4$ C. $C_{2017}^2 \cdot C_{2018}^2$ D. $2017 + 2018$
- Câu 4.** Tìm tập giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sin x + \sqrt{2 - \sin^2 x}$
 A. $\min y = 0; \max y = 3$ B. $\min y = 0; \max y = 4$
 C. $\min y = 0; \max y = 6$ D. $\min y = 0; \max y = 2$.
- Câu 5.** Giải phương trình $5 \cos x + 4 \cos 2x + 3 \cos 4x = -12$.
 A. Vô nghiệm. B. $x = k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$ C. $x = k\frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là sai?
- | | | | | |
|------|-----------|--------|--------|----------------|
| x | $-\infty$ | 1 | 2 | $+\infty$ |
| y' | + | 0 | - | + |
| y | $-\infty$ | ↗
3 | ↘
0 | ↗
$+\infty$ |
- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
 C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.
- Câu 7.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^4 - 2mx^2$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.
 A. $m \leq -1$ hoặc $m > 1$ B. $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{1+\sqrt{5}}{2}$
 C. $m = -1$ hoặc $m > \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ D. $m \leq -1$.



Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2 - 4)$, $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị. B. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 2$.
C. Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị. D. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = -2$.

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 + mx^2 - x$ có 2 điểm cực trị.

- A. $|m| \geq \sqrt{3}$. B. $|m| > \sqrt{3}$. C. $|m| \geq 2\sqrt{3}$. D. $|m| > 2$.

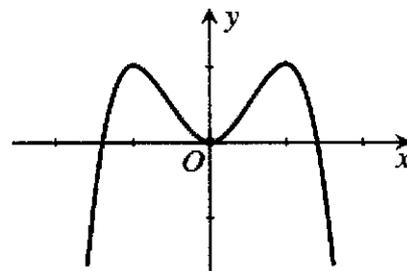
Câu 10. Gọi M, n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$ trên đoạn $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $M + n = \frac{8}{3}$. B. $M + n = \frac{7}{2}$. C. $M + n = \frac{13}{6}$. D. $M + n = \frac{4}{3}$.

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + a}{x^3 + ax^2}$ có 3 đường tiệm cận.

- A. $a \neq 0, a \neq \pm 1$. B. $a \neq 0, a \neq -1$. C. $a < 0, a \neq -1$. D. $a > 0$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng $f(x)$ là một trong bốn phương án A, B, C, D đưa ra dưới đây. Tìm $f(x)$.



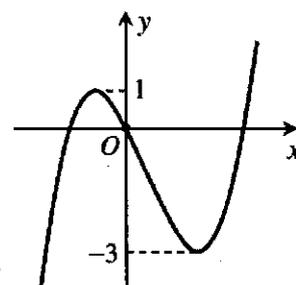
- A. $f(x) = x^4 - 2x^2$. B. $f(x) = x^4 + 2x^2$.
C. $f(x) = -x^4 + 2x^2 - 1$. D. $f(x) = -x^4 + 2x^2$.

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng

$$y = 2x + 1 \text{ cắt đồ thị hàm số } y = \frac{x + m}{x - 1}.$$

- A. $-\frac{3}{2} < m \neq -1$. B. $m \geq -\frac{3}{2}$. C. $-\frac{3}{2} \leq m \neq -1$. D. $m > -\frac{3}{2}$.

Câu 14. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị là:



- A. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 3$. B. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$.
C. $m = -1$ hoặc $m = 3$. D. $1 \leq m \leq 3$.

Câu 15. Hai đường cong $y = x^3 + \frac{5}{4}x - 2$ (C_1) và $y = x^2 + x - 2$ (C_2) tiếp xúc nhau tại điểm $M_0(x_0; y_0)$. Tìm phương trình đường thẳng d là tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2) tại điểm M_0 .

- A. $y = -\frac{5}{4}$. B. $y = 2x - \frac{9}{4}$. C. $y = \frac{5}{4}$. D. $y = 2x + \frac{9}{4}$.

Câu 16. Cho ba số thực a, b, c . Biết $P = \frac{3}{4} \log_{bc}(a^2bc) + \log_{ab}^2(b^2ca) + \frac{3}{4} \log_{ac} c^2ab$ đạt giá trị nhỏ nhất tại bộ số (a_0, b_0, c_0) . Giá trị của $6a_0 + 4b_0 + 2c_0$ có thể bằng:

- A. 7. B. 6. C. $\frac{16}{3}$. D. 9.

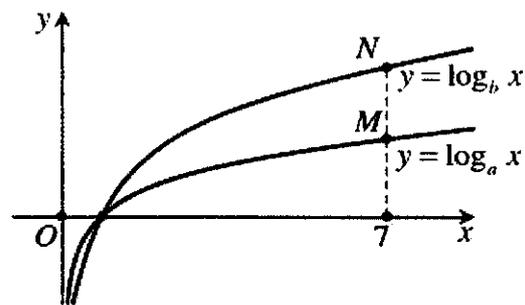


Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{x}{2^x}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho có điểm cực tiểu.
- B. Hàm số đã cho có cả điểm cực đại và điểm cực tiểu.
- C. Hàm số đã cho không có điểm cực trị.
- D. Hàm số đã cho có điểm cực đại.

Câu 18. Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng $x=7$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại H, M, N . Biết rằng $HM = MN$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a = 7b$.
- B. $a = 2b$.
- C. $a = b^7$.
- D. $a = b^2$.



Câu 19. Nghiệm của bất phương trình $e^x + e^{-x} < \frac{5}{2}$ là:

- A. $x < \frac{1}{2}$ hoặc $x > 2$.
- B. $\frac{1}{2} < x < 2$.
- C. $-\ln 2 < x < \ln 2$.
- D. $x < -\ln 2$ hoặc $x > \ln 2$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2 - 3x)$. Tập nghiệm S của phương trình $f'(x) = 0$ là:

- A. $S = \emptyset$
- B. $S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$
- C. $S = \{0; 3\}$
- D. $S = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x - \frac{2}{\log_3(x+1)} = m$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. $-1 < m \neq 0$.
- B. $m > -1$.
- C. Không tồn tại m .
- D. $-1 < m < 0$.

Câu 22. Cho 2 số $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_2 x + \log_2 y = \log_2(x + 3y)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

sau gần với giá trị nào dưới đây nhất $P = 2^x \cdot 2^{3y} \cdot 2^{\frac{1-3x-9y}{x^2+9y^2+6xy+1}}$.

- A. 2.
- B. 143.
- C. 2192.
- D. 3465.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang, $AD = SA = 2a$. Gọi E là điểm đối xứng của C qua SD . Biết SA vuông góc với đáy, tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.EBD$.

- A. $\sqrt{2}$.
- B. 1.
- C. $\sqrt{5}$.
- D. $\sqrt{3}$.

Câu 24. Hình trụ có bán kính đáy bằng a , chu vi của thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng:

- A. $5\pi a^3$.
- B. πa^3 .
- C. $3\pi a^3$.
- D. $4\pi a^3$.



- Câu 25.** Một hình nón có tỉ lệ giữa đường sinh và bán kính đáy bằng 2. Góc ở đỉnh của hình nón bằng:
- A. 120° . B. 30° . C. 150° . D. 60° .
- Câu 26.** Cho phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Mệnh đề nào sau đây là sai?
- A. Phương trình đã cho không có nghiệm nào là số ảo.
B. Phương trình đã cho có 2 nghiệm phức.
C. Phương trình đã cho không có nghiệm phức.
D. Phương trình đã cho không có nghiệm thực.
- Câu 27.** Cho các số phức z, w thoả mãn $|z + 2 - 2i| = |z - 4i|$, $w = iz + 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|w|$ là:
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $2\sqrt{2}$. C. 2. D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 28.** Cho số phức z thoả mãn $|z| = 1$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (3 - 4i)z - 1 + 2i$ là đường tròn tâm I , bán kính R . Tìm toạ độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.
- A. $I(-1; 2); R = \sqrt{5}$. B. $I(1; -2); R = 5$. C. $I(1; 2); R = 5$. D. $I(-1; 2); R = 5$.
- Câu 29.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$ và $D'(0; 3; -3)$. Toạ độ trọng tâm của tam giác $A'B'C$ là:
- A. $(2; 1; -1)$. B. $(1; 1; -2)$. C. $(2; 1; -2)$. D. $(1; 2; -1)$.
- Câu 30.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$ đồng thời đi qua điểm $M(1; 2; 0)$ và cắt đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$. Một vectơ chỉ phương của Δ là:
- A. $\vec{u} = (1; 1; -2)$. B. $\vec{u} = (1; 0; -1)$. C. $\vec{u} = (1; -1; -2)$. D. $\vec{u} = (1; -2; 1)$.
- Câu 31.** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đi qua điểm $A(2; -2; 5)$ và tiếp xúc với các mặt phẳng $(\alpha): x = 1$, $(\beta): y = -1$, $(\gamma): z = 1$. Bán kính mặt cầu (S) bằng:
- A. 3. B. 1. C. $3\sqrt{2}$. D. $\sqrt{33}$.
- Câu 32.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y - 2z - 1 = 0$. Giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào trong các điểm sau:
- A. $A(2; 1; 1)$. B. $C(1; 2; 1)$. C. $D(2; 1; 0)$. D. $B(0; 1; 0)$.
- Câu 33.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 0)$, $B(2; -1; 1)$, $D(0; 1; 1)$ và $A'(1; 2; 1)$. Gọi M, N, P, Q, E, F lần lượt là giao điểm của hai đường chéo của sáu mặt hình hộp. Tính thể tích của V khối đa diện lồi hình thành bởi sáu điểm M, N, P, Q, E, F .
- A. $V = \frac{1}{3}$. B. $V = \frac{1}{2}$. C. $V = \frac{2}{3}$. D. $V = 1$.



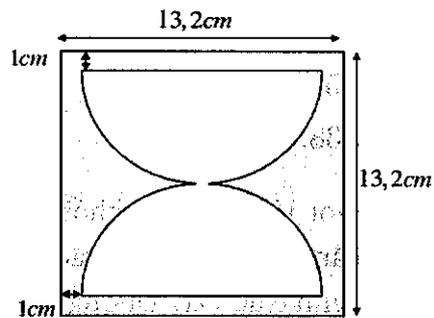
Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(a;b;c)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Điểm M thuộc Oz khi và chỉ khi $a = b = 0$.
- B. Khoảng cách từ M đến (Oxy) bằng c .
- C. Tọa độ hình chiếu của M lên Ox là $(a;0;0)$.
- D. Tọa độ \overline{OM} là $(a;b;c)$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{2}{3}$. Thể tích khối đa diện $ABC.MNP$ bằng:

- A. $\frac{2}{3}V$.
- B. $\frac{9}{16}V$.
- C. $\frac{20}{27}V$.
- D. $\frac{11}{18}V$.

Câu 36. Một xưởng sản xuất muốn tạo ra những chiếc đồng hồ cát thủy tinh có dạng hình trụ, phần chứa cát là hai nửa hình cầu bằng nhau. Hình vẽ bên với kích thước đã cho là bản thiết kế thiết diện qua trục của chiếc đồng hồ này (phần giới hạn bởi hình trụ và phần hai nửa hình cầu chứa cát). Khi đó, lượng thủy tinh làm chiếc đồng hồ cát gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau:



- A. $1070,8 \text{ cm}^3$.
- B. $602,2 \text{ cm}^3$.
- C. $711,6 \text{ cm}^3$.
- D. $6021,3 \text{ cm}^3$.

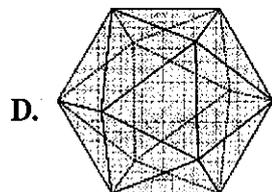
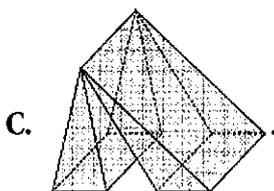
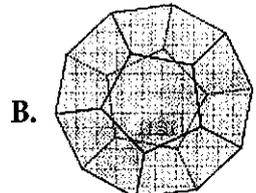
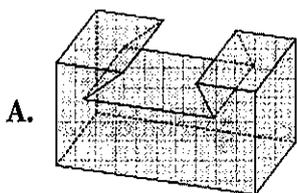
Câu 37. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy bằng $2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp đều $S.ABCD$ bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.
- B. $4a^3\sqrt{3}$.
- C. $a^3\sqrt{3}$.
- D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , $AB = a\sqrt{5}$, $AC = a$. Cạnh bên $SA = 3a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng:

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}a^3$.
- B. $3a^3$.
- C. a^3 .
- D. $2a^3$.

Câu 39. Vật thể nào trong các vật thể sau không phải là khối đa diện?





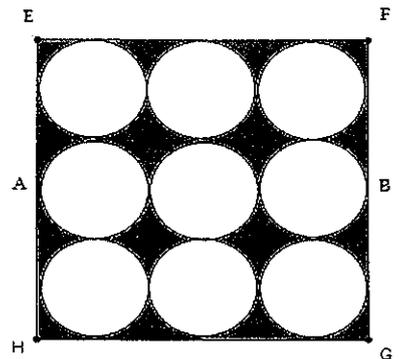
Câu 40. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(1-2x)$ và thoả mãn $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $F(x) = -\frac{1}{2}\cos(1-2x) + \frac{3}{2}$. B. $F(x) = \cos(1-2x)$.
 C. $F(x) = \cos(1-2x) + 1$. D. $F(x) = \frac{1}{2}\cos(1-2x) + \frac{1}{2}$.

Câu 41. Biết rằng $\int_0^1 x \cos 2x dx = \frac{1}{4}(a \sin 2 + b \cos 2 + c)$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

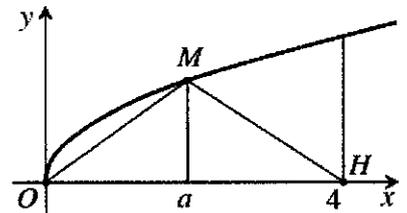
- A. $2a + b + c = -1$. B. $a + 2b + c = 0$. C. $a - b + c = 0$. D. $a + b + c = 1$.

Câu 42. Cho hình vẽ dưới đây trong đó hình vuông EFGH có cạnh bằng 6, các đường tròn tiếp xúc với nhau và tiếp xúc với cạnh của của hình vuông. Tính thể tích của phần màu đen tạo thành khi quay hình vuông quanh đoạn thẳng AB.



- A. 58.38. B. 70.06.
 C. 38.64. D. 18.91.

Câu 43. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ và $x = 4$ quanh trục Ox . Đường thẳng $x = a$ ($0 < a < 4$) cắt đồ thị hàm $y = \sqrt{x}$ tại M (hình vẽ bên). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox . Biết rằng $V = 2V_1$. Khi đó:



- A. $a = 2$. B. $a = 2\sqrt{2}$.
 C. $a = \frac{5}{2}$. D. $a = 3$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thoả mãn $f(-1) > 0 > f(0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $S = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 |f(x)| dx$. B. $S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx$.
 C. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx$. D. $S = \left| \int_{-1}^1 f(x) dx \right|$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thoả mãn $\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = e$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int_0^1 f(x) dx = 1$. B. $\int_0^1 f(x) dx = e$. C. $\int_0^e f(x) dx = 1$. D. $\int_0^e f(x) dx = e$.

Câu 46. Cho dãy số có $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = \frac{2u_n^2 + 3u_n + 2}{3u_n + 2}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Tính $\lim u_n$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.



Câu 47. Một cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là S_n được tính theo công thức $S_n = 5n^2 + 3n$, ($n \in \mathbb{N}^*$).
 Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng đó.

- A. $u_1 = -8, d = 10$ B. $u_1 = -8, d = -10$ C. $u_1 = 8, d = 10$ D. $u_1 = 8, d = -10$

Câu 48. Cho tam giác ABC cân tại A . Biết rằng độ dài cạnh BC , trung tuyến AM và cạnh AB theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân với công bội q . Tìm công bội q của cấp số nhân đó.

- A. $q = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$. B. $q = \frac{\sqrt{2+2\sqrt{2}}}{2}$. C. $q = \frac{-1+\sqrt{2}}{2}$. D. $q = \frac{\sqrt{-2+2\sqrt{2}}}{2}$.

Câu 49. Hai bạn Hùng và Vương cùng tham gia một kỳ thi thử trong đó có hai môn thi trắc nghiệm là Toán và Tiếng Anh. Đề thi của mỗi môn gồm 6 mã đề khác nhau và các môn khác nhau thì mã đề cũng khác nhau. Đề thi được sắp xếp và phát cho học sinh một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để trong hai môn Toán và Tiếng Anh thì hai bạn Hùng và Vương có chung đúng một mã đề thi.

- A. $\frac{5}{36}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{5}{72}$. D. $\frac{5}{18}$

Câu 50. Cường độ ánh sáng I khi đi qua môi trường khác với không khí, chẳng hạn như sương mù hay nước,... sẽ giảm dần tùy theo độ dày của môi trường và một hằng số μ gọi là khả năng hấp thụ ánh sáng tùy theo bản chất của môi trường mà ánh sáng truyền đi và được tính theo công thức $I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$, với x là độ dày của môi trường đó và được tính bằng m , I_0 là cường độ ánh sáng tại thời điểm trên mặt nước. Biết rằng hồ nước trong suốt có $\mu = 1,4$. Hỏi cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần khi truyền trong hồ đó từ độ sâu $3m$ xuống đến độ sâu $30m$ (chọn giá trị gần đúng với đáp số nhất).

- A. e^{30} lần B. $2,6081 \cdot 10^{16}$ lần C. e^{27} lần D. $2,6081 \cdot 10^{-16}$ lần

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 14

Câu 1 Chọn B.

$M(1;0) \in x'x, M'(x';y')$ là ảnh của $M(1;0)$ trong phép quay $Q_o^{60^\circ}$ thì $\overline{OM'}$ $\begin{cases} x' = 1 \cos 60 = \frac{1}{2} \\ y' = 1 \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

Câu 2 Chọn B.

Áp dụng công thức: $C_n^k = C_n^{n-k}$, $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$

Ta có: $S = C_{2018}^{1009} + C_{2018}^{1010} + C_{2018}^{1011} + \dots + C_{2018}^{2018}$



$$\text{Xét } S' = C_{2018}^0 + C_{2018}^1 + C_{2018}^2 + \dots + C_{2018}^{1009}$$

$$\text{Lấy } S + S' = C_{2018}^{2009} + C_{2018}^0 + C_{2018}^1 + \dots + C_{2018}^{2009} + C_{2018}^{2010} + \dots + C_{2018}^{2018} = 2^{2018} + C_{2018}^{2009} \quad (1)$$

$$\text{Lấy } S - S' = C_{2018}^{2009} + C_{2018}^0 + C_{2018}^1 + \dots + C_{2018}^{2009} - C_{2018}^{2009} - C_{2018}^{2010} - \dots - C_{2018}^{2018} = 0 \quad (2)$$

$$\text{Lấy (1)+(2) về theo về ta được: } 2S = 2^{2018} + C_{2018}^{2009} \Rightarrow S = 2^{2017} + \frac{C_{2018}^{2009}}{2}$$

Câu 3 Chọn C.

Muốn thành một hình bình hành thì cần lấy 2 đường thẳng của nhóm 2017 cắt với 2 đường thẳng của nhóm 2018. Chọn 2 đường thẳng trong nhóm 2017 có C_{2017}^2 cách chọn. Chọn 2 đường thẳng trong nhóm 2018 có C_{2018}^2 cách chọn. Vậy theo quy tắc nhân có $C_{2017}^2 \cdot C_{2018}^2$ cách chọn.

Câu 4 Chọn D.

$$\text{Ta có: } y \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \text{ và } y^2 = 2 + 2 \sin x \sqrt{2 - \sin^2 x}$$

$$\text{Mà } 2 \left| \sin x \sqrt{2 - \sin^2 x} \right| \leq \sin^2 x + 2 - \sin^2 x = 2$$

$$\text{Suy ra } 0 \leq y^2 < 4 \Rightarrow 0 \leq y \leq 2$$

$$\text{min } y = 0 \text{ đạt được khi } x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$$

$$\text{max } y = 2 \text{ đạt được khi } x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

Câu 5 Chọn D.

$$5 \cos x + 4 \cos 2x + 3 \cos 4x = -12 \Leftrightarrow 5(1 + \cos x) + 4(1 + \cos 2x) + 3(1 + \cos 4x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5(1 + \cos x) + 8 \cos^2 x + 6 \cos^2 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = 0 \\ \cos 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

Câu 6 Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên.

Câu 7 Chọn B.

$$y' = 4(m^2 - 1)x^3 - 4mx = 4x \left[(m^2 - 1)x^2 - m \right]$$

$$\text{Để hàm số } y = (m^2 - 1)x^4 - 2mx^2 \text{ đồng biến trên } (1; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow (m^2 - 1)x^2 - m \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \quad (*)$$

$$\text{Nếu } m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \text{ hoặc } m = -1$$

$$\text{Với } m = 1 \text{ khi đó } (*) \Leftrightarrow -1 \geq 0 \text{ (mâu thuẫn)}$$

$$\text{Với } m = -1 \text{ khi đó } (*) \Leftrightarrow 1 \geq 0 \text{ (đúng) nhận } m = -1$$

$$\text{Nếu } m^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow m < -1 \text{ hoặc } m > 1$$

$$\text{Khi đó } (*) \Leftrightarrow (m^2 - 1)x^2 \geq m, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow x^2 \geq \frac{m}{m^2 - 1}, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow 1 \geq \frac{m}{m^2 - 1}$$



$$\Leftrightarrow m^2 - m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ m \geq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m \geq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Nếu $m^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$

Khi đó (*) $\Leftrightarrow (m^2 - 1)x^2 \geq m, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow x^2 \leq \frac{m}{m^2 - 1}, \forall x \in (1; +\infty)$

(Không xảy ra do $\forall x \in (1; +\infty)$)

Vậy giá trị cần tìm $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 8 Chọn A.

Ta có phương trình $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm đơn là $x = 2$ và $x = -2$ nên hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 9 Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = -3x^2 + 2mx - 1$

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 3 > 0 \Leftrightarrow m^2 > 3 \Leftrightarrow |m| > \sqrt{3}.$$

Câu 10 Chọn A.

Trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ hàm số liên tục và có đạo hàm $y' = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in \left[-1; \frac{3}{2}\right] \\ x = 3 \notin \left[-1; \frac{3}{2}\right] \end{cases}; y(-1) = \frac{2}{3}; y(1) = 2; y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2}.$$

$$M = \max_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} y = y(1) = 2; n = \min_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} y = y(-1) = \frac{2}{3} \Rightarrow M + n = \frac{8}{3}.$$

Câu 11 Chọn B.

Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{0; -a\}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + a}{x^3 + ax^2} = 0$ nên $y = 0$ là một tiệm cận ngang.

Để hàm số $y = \frac{x^2 + a}{x^3 + ax^2}$ có hai tiệm cận đứng thì $a \neq 0$ và $(-a)^2 + a \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ a \neq -1 \end{cases}$.

Câu 12 Chọn D.

Ta có: $\begin{cases} ab < 0 \\ c = 0 \end{cases}$ nên đồ thị hàm số có một cực tiểu và hai cực đại, đồng thời đi qua gốc tọa độ.



Câu 13 Chọn C.

Với $x \neq 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 2x + 1$ và đồ thị hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ là:

$$\frac{x+m}{x-1} = 2x+1 \Leftrightarrow x+m = (2x+1)(x-1) \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - m - 1 = 0 \quad (x \neq 1)$$

Đường thẳng $y = 2x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$

\Leftrightarrow phương trình $2x^2 - 2x - m - 1 = 0$ có nghiệm $x \neq 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ 2 - 2 - m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2(-m - 1) \geq 0 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -\frac{3}{2} \\ m \neq -1 \end{cases}$$

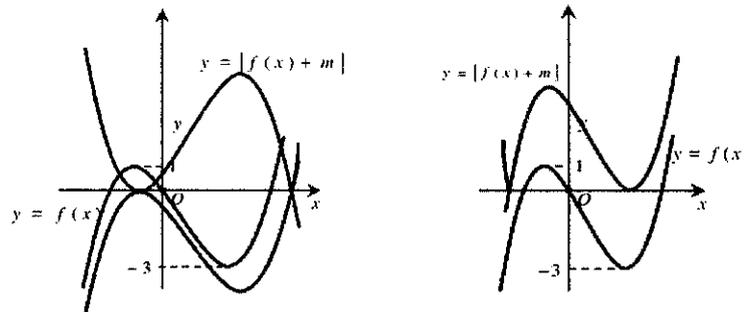
Câu 14 Chọn A.

Đồ thị hàm số $y = |f(x) + m|$ gồm hai phần:

Phần 1 là phần đồ thị hàm số $y = f(x) + m$ nằm phía trên trục hoành;

Phần 2 là phần đối xứng của đồ thị hàm số $y = f(x) + m$ nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ đã cho hình bên ta suy ra dạng đồ thị của hàm số $y = |f(x) + m|$.



Khi đó hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y = f(x) + m$ và trục hoành tại nhiều nhất hai điểm chung (nghĩa là có 1 trong 2 điểm cực trị nằm trên trục hoành)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + m \leq 0 \\ -3 + m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{cases}$$

Câu 15 Chọn B.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 + \frac{5}{4}x - 2 = x^2 + x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Mà $f(x) = y = x^3 + \frac{5}{4}x - 2$ (C_1) $\Rightarrow f'(\frac{1}{2}) = 2$; $g(x) = y = x^2 + x - 2$ (C_2) $\Rightarrow g'(\frac{1}{2}) = 2$

Điểm $M_0(\frac{1}{2}; -\frac{5}{4})$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 2(x - \frac{1}{2}) - \frac{5}{4} \Leftrightarrow y = 2x - \frac{9}{4}$.



Câu 16 ▶ Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P &= \frac{3}{4} \log_{bc} (ab \cdot ac) + \log_{ab}^2 (bc \cdot ab) + \frac{3}{4} \log_{ac} bc \cdot ac \\ &= \frac{3}{4} \log_{bc} ab + \frac{3}{4} \log_{bc} ac + (\log_{ab} bc + 1)^2 + \frac{3}{4} \log_{ac} bc + \frac{3}{4} \\ &\geq \frac{3}{4} \log_{bc} ab + (\log_{ab} bc + 1)^2 + \frac{3}{4} + 2 \cdot \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } t = \log_{bc} ab \text{ ta có } f(t) = \frac{3}{4}t + \left(\frac{1}{t} + 1\right)^2 = \frac{3}{4} \log_{bc} ab + (\log_{ab} bc + 1)$$

$$\Rightarrow f'(t) = \frac{3}{4} + 2\left(\frac{1}{t} + 1\right) \cdot \frac{-1}{t^2} = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Vẽ bảng biến thiên ta thấy $\max f(t) = f(2) = \frac{15}{4}$ do đó $P_{\max} = 6$ xảy ra khi

$$\begin{cases} \log_{bc} ac = \frac{1}{\log_{bc} ac} \Leftrightarrow \log_{bc} ac = 1 \Leftrightarrow ac = bc \Leftrightarrow a = b \\ \log_{bc} ab = 2 \Leftrightarrow ab = (bc)^2 \Leftrightarrow a^2 = a^2 \cdot c^2 \Leftrightarrow c = 1 \end{cases}$$

Câu 17 ▶ Chọn D.

$$y' = \frac{1 \cdot 2^x - 2^x \ln 2 \cdot x}{2^{2x}} = \frac{1 - x \ln 2}{2^x}; \quad y' = 0 \Leftrightarrow 1 - x \ln 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\ln 2}$$

$$\text{Lại có: } y'' = \frac{-\ln 2 \cdot 2^x - 2^x \ln 2 (1 - x \ln 2)}{2^{2x}} = \frac{-\ln 2 - \ln 2 + x \ln^2 2}{2^x} = \frac{x \ln^2 2 - 2 \ln 2}{2^x}$$

$$y''\left(\frac{1}{\ln 2}\right) = \frac{-\ln 2}{2^{\frac{1}{\ln 2}}} < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow x = \frac{1}{\ln 2} \text{ là điểm cực đại của hàm số.}$$

Câu 18 ▶ Chọn D.

Ta có:

$$MH = MN \Leftrightarrow HN = 2MH \Leftrightarrow \log_b 7 = 2 \log_a 7 \Leftrightarrow \log_b 7 = \log_{\sqrt{a}} 7 \Leftrightarrow b = \sqrt{a} \Leftrightarrow a = b^2.$$

Câu 19 ▶ Chọn C.

$$\text{Ta có: } e^x + e^{-x} < \frac{5}{2} \Leftrightarrow e^x + \frac{1}{e^x} < \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2(e^x)^2 - 5e^x + 2 < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < e^x < 2 \Leftrightarrow -\ln 2 < x < \ln 2.$$

Câu 20 ▶ Chọn A.

$$\text{Điều kiện: } x^2 - 3x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 3 \end{cases}. \text{ Ta có } f'(x) = \frac{2x-3}{x^2-3x} = 0 \Leftrightarrow 2x-3=0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

Kết hợp với điều kiện, ta loại $x = \frac{3}{2}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình trên là $S = \emptyset$



Câu 21 Chọn B.

Điều kiện: $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \neq 0 \end{cases}$

Xét hàm số $f(x) = x - \frac{2}{\log_3(x+1)}$;

$f'(x) = 1 + \frac{2}{(x+1) \cdot \ln 3 \cdot \log_3^2(x+1)} > 0, \forall x \in (-1; 0) \cup (0; +\infty)$

Bảng biến thiên:

x	-1	0	$+\infty$
y'		+	+
y	-1	$+\infty$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $x - \frac{2}{\log_3(x+1)} = m$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m > -1$.

Câu 22 Chọn D.

Đặt $t = x + 3y$, ta có:

$x + 3y = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot xy \leq \frac{(x+3y)^2}{12} = \frac{t^2}{12}$

$\Leftrightarrow t^2 \geq 12t \Leftrightarrow t \geq 12$

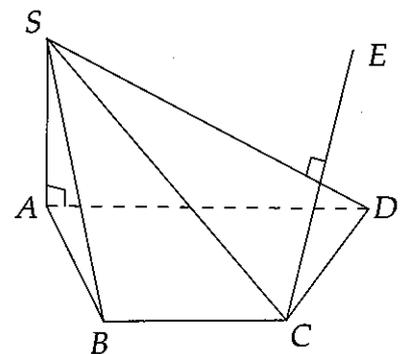
$6y = 3y^2 \Rightarrow y = 2$

$P = 2^x \cdot 2^{3y} \cdot 2^{\frac{1-3x-9y}{x^2+9y^2+6xy+1}} = 2^{x+3y} \cdot 2^{\frac{1-3x-9y}{x^2+9y^2+6xy+1}} = 2^{\frac{(x+3y)^3 - 2(x+3y) + 1}{(x+3y)^2 + 1}} = 2^{\frac{t^3 - 2t + 1}{t^2 + 1}}$

Sử dụng Mode 7 nhập hàm $f(X) = 2^{\frac{X^3 - 2X + 1}{X^2 + 1}}$ với Start 12 End 20 Step 1 thấy rằng giá trị của $f(X)$ tăng lên nên giá trị nhỏ nhất của $f(X)$ (cũng là của P) đạt tại 12, ta tính được $f(12)$ chính là giá trị ở đáp án D.

Câu 23 Chọn A.

Cần phát hiện ra $SB \perp BD, SC \perp CD$ suy ra A, B, C, D cùng thuộc mặt cầu tâm $I, R = \frac{SD}{2}$. Vì E đối xứng với C qua SD nên $IE = IC$ do đó cũng thuộc mặt cầu tâm $I, R = \frac{SD}{2}$.
 Vậy bán kính mặt cầu tìm là $R = \frac{SD}{2} = \frac{\sqrt{4a^2 + 4a^2}}{2} = \sqrt{2}a$.





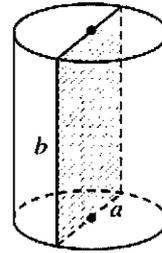
Câu 24 ▶ Chọn C.

Thiết diện qua trục là 1 hình chữ nhật.

Giả sử chiều cao của hình trụ là b .

Theo đề ra $2(2a+b) = 10a \Rightarrow b = 3a$.

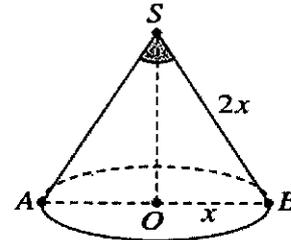
Thể tích khối trụ là $V = S.h = \pi a^2 \cdot 3a = 3\pi a^3$.



Câu 25 ▶ Chọn D.

Ta có: $\sin \widehat{OSB} = \frac{OB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{OSB} = 30^\circ$

$\Rightarrow \widehat{ASB} = 60^\circ$.



Câu 26 ▶ Chọn C.

$$z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 = i^2 \Leftrightarrow z = 1 \pm i.$$

Câu 27 ▶ Chọn A.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$)

Theo đề ta có:

$$|(a+bi) + 2 - 2i| = |(a+bi) - 4i| \Leftrightarrow |(a+2) + (b-2)i| = |a + (b-4)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a+2)^2 + (b-2)^2} = \sqrt{a^2 + (b-4)^2} \Leftrightarrow (a+2)^2 + (b-2)^2 = a^2 + (b-4)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 = a^2 + b^2 - 8b + 16 \Leftrightarrow b = 2 - a$$

$$\text{Khi đó: } |w| = |i(a + (2-a)i) + 1| = \sqrt{(1 - (2-a))^2 + a^2} = \sqrt{2\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 28 ▶ Chọn D.

$$\text{Ta có: } w = (3-4i)z - 1 + 2i \Leftrightarrow z = \frac{w+1-2i}{3-4i}.$$

$$\Rightarrow |z| = \left| \frac{w+1-2i}{3-4i} \right| = \frac{|w+1-2i|}{|3-4i|} \Leftrightarrow |w+1-2i| = 5.$$

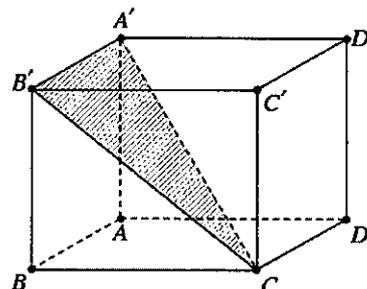
Vậy tập hợp điểm biểu diễn w là đường tròn tâm $I = (-1; 2)$, bán kính $R = 5$.

Câu 29 ▶ Chọn C.

Gọi $A'(a_1; a_2; a_3)$, $B'(b_1; b_2; b_3)$, $C(c_1; c_2; c_3)$

Do tính chất hình hộp ta có:

$$\overline{AA'} = \overline{DD'} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = 0 \\ a_3 = -3 \end{cases} \Rightarrow A'(0; 0; -3)$$





$$\overline{BB'} = \overline{DD'} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 - 3 = 0 \\ b_2 = 0 \\ b_3 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 3 \\ b_2 = 0 \\ b_3 = -3 \end{cases} \Rightarrow B'(3; 0; -3)$$

$$\overline{DC} = \overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = 3 \\ c_2 - 3 = 0 \\ c_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = 3 \\ c_2 = 3 \\ c_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow C(3; 3; 0)$$

Toạ độ trọng tâm G của tam giác $A'B'C$ là: $G(2; 1; -2)$.

Câu 30 Chọn A.

Cách 1:

Gọi $A(2+2t; 2+t; 3+t) \in d$ là giao điểm của Δ và d .

$\overline{MA} = (1+2t; t; 3+t)$, vectơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; 1; 1)$.

Ta có:

$$\Delta \subset (\alpha) \Rightarrow \overline{MA} \perp \vec{n}_{(\alpha)} \Rightarrow \overline{MA} \cdot \vec{n}_{(\alpha)} = 0 \Leftrightarrow 1+2t+t+3+t=0 \Leftrightarrow t=-1.$$

$$\Rightarrow \overline{MA}(-1; -1; 2) = -1(1; 1; -2). \text{ Vậy } \vec{u}_d = (1; 1; -2).$$

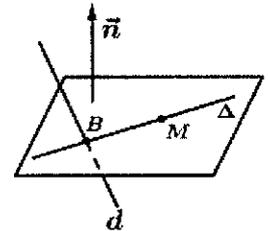
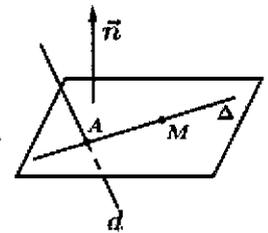
Cách 2:

Gọi $B = d \cap (\alpha)$.

$$B \in d \Rightarrow B(2+2t; 2+t; 3+t).$$

$$B \in (\alpha) \Rightarrow 2+2t+2+t+3+t-3=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow B(0; 1; 2).$$

$$\overline{BM} = (1; 1; -2) \Rightarrow \vec{u}_d = (1; 1; -2).$$



Câu 31 Chọn A.

Gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} |a-1| = |b+1| \quad (*) \\ |a-1| = |c-1| \quad (**) \\ (a-1)^2 = (a-2)^2 + (b+2)^2 + (c-5)^2 \quad (***) \end{cases}$$

$$\text{Từ } (*), (**) \Rightarrow \begin{cases} b = -c \\ b + c + 2 = 0 \end{cases}$$

Xét $b = -c$:

$$\text{- Từ } (**) \Rightarrow \begin{cases} a = c \\ a + c = 2 \end{cases}$$

$$\text{- Với } a = c \text{ thay vào } (***) \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -4 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow R = |a-1| = 3$$

Tương tự các trường hợp khác.



Câu 32 ▶ Chọn A.

Ta có vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (1; 1; 2)$

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\beta): x + y - 2z - 1 = 0$ là $\vec{n} = (1; 1; -2)$.

Vì (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y - 2z - 1 = 0$ nên (α) có một vectơ pháp tuyến là:

$$\vec{n}_\beta = [\vec{u}, \vec{n}] = (-4; 4; 0) = -4(1; -1; 0) = 4\vec{a}$$

Gọi $d = (\alpha) \cap (\beta)$, suy ra d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = [\vec{a}, \vec{n}] = (2; 2; 2) = 2(1; 1; 1)$.

Giao điểm của đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(\beta): x + y - 2z - 1 = 0$ là $I(3; 2; 2)$.

$$\text{Suy ra phương trình đường thẳng } d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

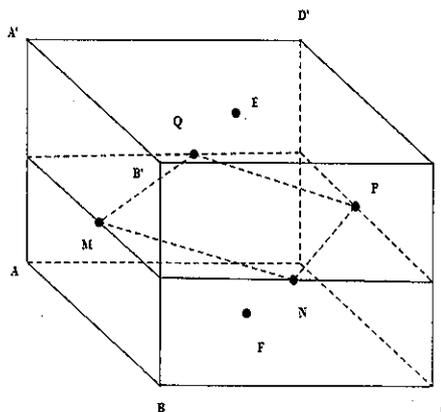
Vậy $A(2; 1; 1)$ thuộc đường thẳng d .

Câu 33 ▶ Chọn C.

Để dễ tưởng tượng tôi sẽ vẽ một hình hộp đứng như sau

Gọi V là thể tích khối hộp.

Chúng ta thấy rõ rằng khối được tạo thành có 8 mặt, do hai hình chóp tứ giác cùng đáy $MNPQ$ và đỉnh lần lượt là E, F tạo thành.



Ta có: $S_{MNPQ} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$, và $EF = AA'$ do đó

$$V_{EFMNPQ} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{EF}{2} \cdot S_{MNPQ} = \frac{1}{3} AA' \cdot \frac{S_{ABCD}}{2} = \frac{1}{6} V$$

Ngoài ra ta tính được $V = |AA' \cdot [AB; AD]| = 4$ do đó $V_{EFMNPQ} = 4 \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$.

Câu 34 ▶ Chọn B.

Ta có: $d(M, (Oxy)) = |c|$, nên mệnh đề B sai.

Câu 35 ▶ Chọn D.

Có $V_{A'.B'C'.CB} = \frac{2}{3} V = V_{M.B'C'.CB}$.

Đặt: $V_1 = V_{M.NPCB} = \frac{1}{3} d(M, (CC'B'C)) \cdot S_{NPCB}$

$$= \frac{1}{3} d(M, (CC'B'B)) \cdot \frac{2}{3} S_{CC'B'B} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} d(M, (CC'B'B)) \cdot S_{CC'B'B} = \frac{2}{3} V_{M.CC'B'B} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot V = \frac{4}{9} V.$$



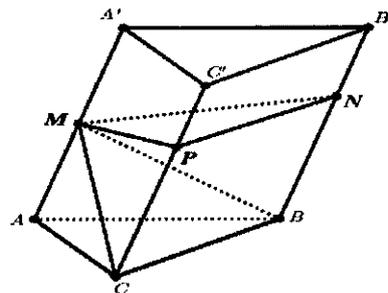
$$V_2 = V_{M.ABC} = \frac{1}{3}d(M, (ABC)) \cdot S_{ABC}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}d(A', (ABC)) \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6}V$$

Vậy $V_{ABC.MNP} = V_1 + V_2 = \frac{4}{9}V + \frac{1}{6}V = \frac{11}{18}V$.

Chú ý:

Thật ra ta có thể giải đơn giản như sau $\frac{V_{ABC.MNP}}{V} = \frac{1}{3} \left(\frac{A'M}{AA'} + \frac{B'N}{BB'} + \frac{C'P}{CC'} \right) = \frac{11}{18}$.



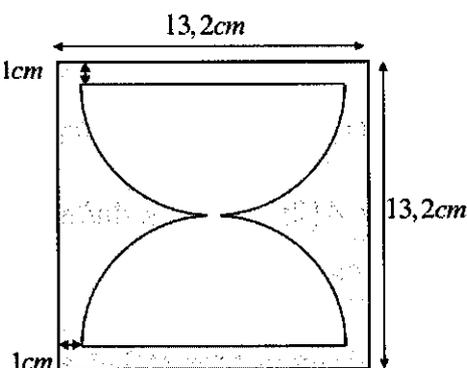
Câu 36 Chọn A.

Ta có thể tích của khối trụ là $V_1 = \pi \cdot 13,2 \cdot 6^2 \approx 1806,4$.

Đường kính hình cầu là $13,2 - 2 \cdot 1 = 11,2$ cm, suy ra thể tích của hai nửa khối cầu là:

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi \cdot 5,6^3 \approx 735,619$$

Vậy lượng thủy tinh làm chiếc đồng hồ gần nhất với giá trị $1070,8 \text{ cm}^3$.



Câu 37 Chọn D.

Ta có: $CD \parallel AB \Rightarrow CD \parallel (SAB)$.

Suy ra

$$d(CD; AB) = d(CD; (SAB)) = d(C; (SAB)) = 2d(O; (SAB))$$

$$\Rightarrow d(O; (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow SI \perp AB$ (tam giác SAB cân tại S)

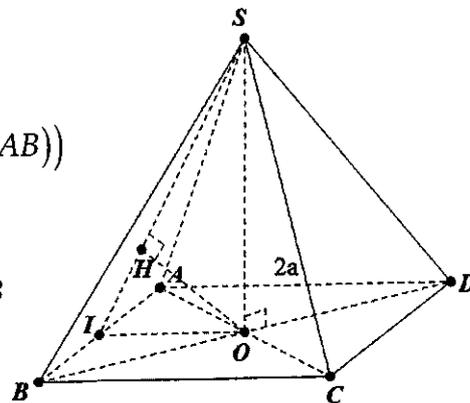
Đựng $OH \perp SI$ (với $H \in SI$). Khi đó ta có:

$$\begin{cases} OH \perp AB \text{ (} AB \perp (SOI) \text{)} \\ OH \perp SI \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow d(O; (SAB)) = OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Tam giác SOI vuông tại O ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow SO = \frac{OH \cdot OI}{\sqrt{OI^2 - OH^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a}{\sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}}} = a\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot 4a^2 = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$$





Câu 38 Chọn C.

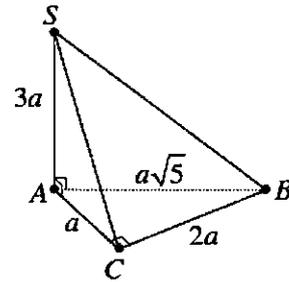
Vì ΔABC vuông nên áp dụng Pitago:

$$CB = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a.$$

$$\text{Diện tích đáy } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = a^2.$$

Thể tích khối chóp:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 3a = a^3.$$



Câu 39 Chọn C.

Vì hình C vi phạm tính chất “Mỗi cạnh của miền đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai miền đa giác”.

Câu 40 Chọn D.

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \sin(1-2x) dx = -\frac{1}{2} [-\cos(1-2x)] + C = \frac{1}{2} \cos(1-2x) + C.$$

$$\text{Mà } F\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos\left(1-2 \cdot \frac{1}{2}\right) + C = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} + C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{1}{2} \Rightarrow F(x) = \frac{1}{2} \cos(1-2x) + \frac{1}{2}.$$

Câu 41 Chọn C.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{\sin 2x}{2} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \int_0^1 x \cos 2x dx = \frac{x \sin 2x}{2} \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 \sin 2x dx = \frac{1}{4} (2 \sin 2 + \cos 2 - 1).$$

Vậy $a - b + c = 0$.

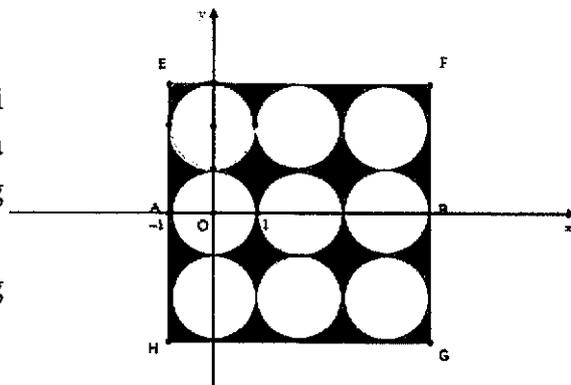
Câu 42 Chọn C.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ (gốc tọa độ tại tâm đường tròn), các hình tròn chính giữa sẽ tạo ra các khối cầu, còn các đường tròn ở hàng trên và hàng dưới sẽ tạo ra các vòng xuyên.

Phương trình đường tròn ngoài cùng ở hàng trên cùng là:

$$x^2 + (y-2)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \sqrt{1-x^2} + 2 \\ y = -\sqrt{1-x^2} + 2 \end{cases}$$

Thể tích mỗi vòng xuyên:





$$V_1 = \pi \int_{-1}^1 \left[\left(2 + \sqrt{1-x^2}\right)^2 - \left(2 - \sqrt{1-x^2}\right)^2 \right] dx = \pi \int_{-1}^1 8\sqrt{1-x^2} dx = 4\pi^2$$

Do đó thể tích phần màu đen tạo ra là:

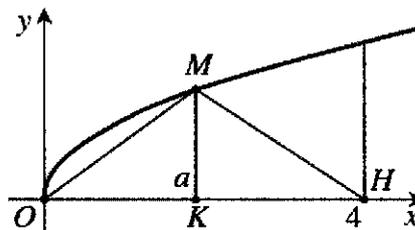
$$V_2 = \pi \cdot 3^2 \cdot 6 - 3 \cdot 4\pi^2 - 3 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 1^3 \approx 38.64.$$

Câu 43 Chọn D.

Ta có: $\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Khi đó $V = \pi \int_0^4 x dx = 8\pi$

Ta có: $M(a; \sqrt{a})$

Khi quay tam giác OMH quanh trục Ox tạo thành hai hình nón có chung đáy:



Hình nón (N_1) có đỉnh là O , chiều cao $h_1 = OK = a$, bán kính đáy $R = MK = \sqrt{a}$.

Hình nón (N_2) thứ 2 có đỉnh là H , chiều cao $h_2 = HK = 4 - a$, bán kính đáy $R = MK = \sqrt{a}$.

$$\text{Khi đó } V_1 = \frac{1}{3} \pi R^2 h_1 + \frac{1}{3} \pi R^2 h_2 = \frac{1}{3} \pi (\sqrt{a})^2 \cdot a + \frac{1}{3} \pi (\sqrt{a})^2 \cdot (4 - a) = \frac{4}{3} \pi a$$

$$\text{Theo đề bài } V = 2V_1 \Leftrightarrow 8\pi = 2 \cdot \frac{4}{3} \pi a \Rightarrow a = 3.$$

Câu 44 Chọn B.

Từ giả thiết ta có diện tích hình phẳng cần tìm được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , $y = 0$, $x = -1$ và $x = 1$, nên: $S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx$.

Câu 45 Chọn B.

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$. Cận: $x = 1 \Rightarrow t = 0$; $x = e \Rightarrow t = 1$

$$\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = \int_0^1 f(t) dx = e \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = e.$$

Câu 46 Chọn C.

$$\text{Ta có } u_{n+1} - 2 = \frac{2u_n^2 + 3u_n + 2}{3u_n + 2} - 2 = \frac{2u_n^2 - 3u_n - 2}{3u_n + 2} = \frac{(u_n - 2)(2u_n + 1)}{3u_n + 2}$$

$$\Rightarrow |u_{n+1} - 2| = \frac{(2u_n + 1)}{3u_n + 2} |u_n - 2| \leq \frac{2}{3} |u_n - 2| \leq \dots \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n |u_1 - 2| \Rightarrow |u_n - 2| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} |u_1 - 2|.$$

$$\text{Vậy } \lim \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} |u_1 - 2| = 0 \Rightarrow \lim |u_n - 2| = 0 \Leftrightarrow \lim u_n = 2.$$



Câu 47 ▶ Chọn C.

Tổng n số hạng đầu là $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = 5n^2 + 3n, (n \in \mathbb{N}^*)$.

Tổng số hạng đầu tiên là $S_1 = u_1 = 5.1^2 + 3.1 = 8$

Tổng 2 số hạng đầu là:

$$S_2 = u_1 + u_2 = 5.2^2 + 3.2 = 26 = 8 + u_2 \Rightarrow u_2 = 18 = 8 + 10 = u_1 + d \Rightarrow d = 10$$

Câu 48 ▶ Chọn B.

Tam giác ABC cân tại A có trung tuyến AM nên tam giác AMB vuông tại M , với M là trung điểm BC

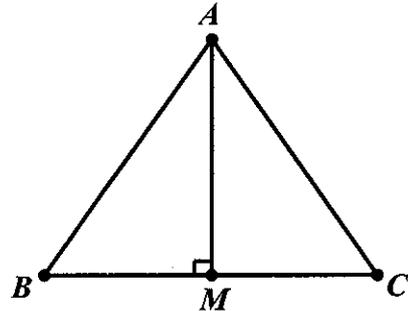
Đặt $BC = a \Rightarrow AM = aq, AB = aq^2$.

Theo định lý Py-ta-go, ta có:

$$AB^2 = BM^2 + AM^2 = \frac{BC^2}{4} + AM^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 q^4 = \frac{a^2}{4} + a^2 q^2 \Leftrightarrow q^4 - q^2 - \frac{1}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q^2 = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \\ q^2 = \frac{1-\sqrt{2}}{2} < 0(L) \end{cases} \Leftrightarrow q^2 = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{\sqrt{2+2\sqrt{2}}}{2} \\ q = \frac{-\sqrt{2+2\sqrt{2}}}{2} \end{cases}$$



Câu 49 ▶ Chọn D.

Một học sinh làm 2 môn sẽ có 36 cách chọn đề, do đó $n(\Omega) = 36.36$.

Hai bạn Hùng và Vương có chung một mã đề thi thì cùng mã toán hoặc cùng mã tiếng anh do đó $n(A) = 36.5 + 5.36$.

Vậy xác suất cần tính là $\frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{18}$.

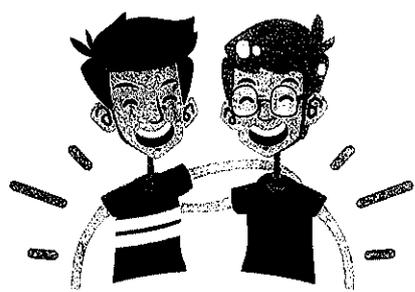
Câu 50 ▶ Chọn B.

Gọi I_1 là cường độ ánh sáng trong hồ đó ở độ sâu $3m$ suy ra $I_1 = I_0.e^{-1.4.3} = I_0.e^{-4.2}$

Gọi I_2 là cường độ ánh sáng trong hồ đó ở độ sâu $30m$ suy ra $I_2 = I_0.e^{-1.4.30} = I_0.e^{-42}$

Khi truyền trong hồ đó từ độ sâu $3m$ xuống độ sâu $30m$ thì cường độ ánh sáng đã giảm đi

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{I_0.e^{-4.2}}{I_0.e^{-42}} = e^{37.8} \approx 2,6081431.10^{16} \text{ lần.}$$



“ WHEREVER YOU GO,
GO WITH ALL YOUR HEART ”



Ghi nhớ hành trình luyện đề thi thành công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Số điểm thực tế	Số điểm kỳ vọng	Cảm xúc của bạn

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé!

Ngày:.....

Thi lần:.....

Số điểm đạt được:...../10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm từ những câu sai

.....

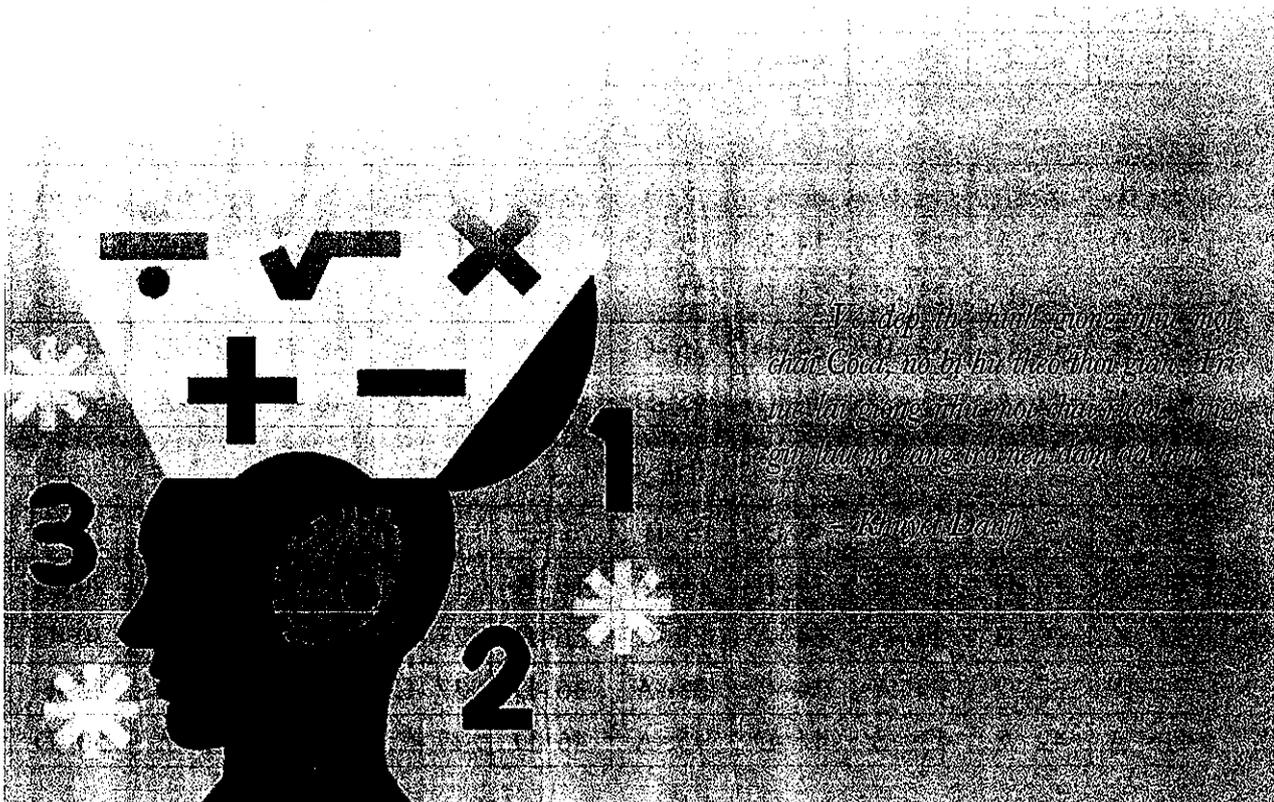
.....

.....

.....



Bài học và kiến thức rút ra từ đề thi này



Vì đây là bài không có trong sách
chất Coca, nó bị hư hỏng như một trái
táo lâu ngày thối rữa sách này là một
quả táo ngon ngọt nên tôi đã mua

— Khuyết danh



MÔN TOÁN

ĐỀ ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC HIỆN TẠI

1 - C	2 - A	3 - B	4 - A	5 - B	6 - D	7 - D	8 - A	9 - A	10 - B
11 - D	12 - B	13 - C	14 - C	15 - C	16 - B	17 - D	18 - A	19 - D	20 - A
21 - C	22 - C	23 - B	24 - B	25 - D	26 - B	27 - A	28 - C	29 - B	30 - D
31 - D	32 - C	33 - D	34 - A	35 - D	36 - D	37 - A	38 - B	39 - A	40 - D
41 - A	42 - B	43 - A	44 - B	45 - C	46 - D	47 - C	48 - B	49 - A	50 - C

ĐỀ SỐ 1

1 - A	2 - A	3 - A	4 - B	5 - A	6 - A	7 - D	8 - B	9 - D	10 - A
11 - C	12 - B	13 - A	14 - A	15 - C	16 - B	17 - A	18 - B	19 - D	20 - B
21 - D	22 - B	23 - A	24 - C	25 - B	26 - A	27 - D	28 - C	29 - D	30 - B
31 - D	32 - C	33 - A	34 - D	35 - C	36 - C	37 - C	38 - B	39 - B	40 - C
41 - A	42 - D	43 - A	44 - A	45 - D	46 - D	47 - A	48 - C	49 - D	50 - C

ĐỀ SỐ 2

1 - B	2 - D	3 - A	4 - D	5 - A	6 - B	7 - B	8 - B	9 - D	10 - C
11 - A	12 - C	13 - B	14 - A	15 - D	16 - D	17 - D	18 - A	19 - B	20 - D
21 - B	22 - B	23 - B	24 - C	25 - B	26 - C	27 - D	28 - D	29 - A	30 - D
31 - C	32 - D	33 - C	34 - B	35 - A	36 - C	37 - D	38 - B	39 - D	40 - A
41 - D	42 - C	43 - A	44 - A	45 - D	46 - A	47 - C	48 - B	49 - A	50 - C

ĐỀ SỐ 3

1 - B	2 - C	3 - D	4 - C	5 - A	6 - C	7 - D	8 - C	9 - B	10 - A
11 - D	12 - A	13 - D	14 - B	15 - C	16 - D	17 - A	18 - B	19 - A	20 - B
21 - C	22 - C	23 - C	24 - D	25 - A	26 - A	27 - B	28 - D	29 - A	30 - D
31 - B	32 - C	33 - B	34 - B	35 - C	36 - A	37 - B	38 - B	39 - B	40 - A
41 - B	42 - A	43 - D	44 - C	45 - D	46 - C	47 - A	48 - C	49 - A	50 - D

ĐỀ SỐ 4

1 - D	2 - D	3 - C	4 - D	5 - B	6 - C	7 - C	8 - B	9 - D	10 - A
11 - D	12 - D	13 - B	14 - B	15 - A	16 - B	17 - C	18 - B	19 - A	20 - B
21 - A	22 - B	23 - B	24 - A	25 - C	26 - B	27 - D	28 - B	29 - D	30 - C
31 - D	32 - C	33 - A	34 - C	35 - A	36 - D	37 - C	38 - B	39 - B	40 - C
41 - A	42 - A	43 - B	44 - D	45 - A	46 - D	47 - C	48 - C	49 - A	50 - D



ĐỀ SỐ 5

1 - B	2 - A	3 - C	4 - B	5 - B	6 - B	7 - B	8 - A	9 - B	10 - C
11 - D	12 - B	13 - A	14 - B	15 - B	16 - B	17 - C	18 - D	19 - A	20 - A
21 - D	22 - C	23 - B	24 - B	25 - B	26 - A	27 - C	28 - B	29 - B	30 - D
31 - A	32 - A	33 - A	34 - A	35 - A	36 - D	37 - B	38 - D	39 - B	40 - B
41 - A	42 - B	43 - D	44 - C	45 - A	46 - C	47 - D	48 - B	49 - C	50 - B

ĐỀ SỐ 6

1 - D	2 - C	3 - C	4 - B	5 - C	6 - C	7 - A	8 - D	9 - A	10 - B
11 - B	12 - A	13 - B	14 - D	15 - D	16 - D	17 - A	18 - D	19 - B	20 - C
21 - A	22 - D	23 - B	24 - B	25 - C	26 - D	27 - C	28 - C	29 - A	30 - D
31 - A	32 - D	33 - A	34 - D	35 - A	36 - B	37 - D	38 - A	39 - D	40 - A
41 - D	42 - A	43 - B	44 - A	45 - B	46 - D	47 - D	48 - D	49 - B	50 - A

ĐỀ SỐ 7

1 - C	2 - C	3 - C	4 - A	5 - D	6 - B	7 - A	8 - D	9 - C	10 - C
11 - A	12 - D	13 - A	14 - D	15 - C	16 - A	17 - B	18 - A	19 - D	20 - C
21 - A	22 - D	23 - D	24 - C	25 - B	26 - D	27 - B	28 - B	29 - C	30 - D
31 - C	32 - B	33 - D	34 - C	35 - A	36 - C	37 - B	38 - C	39 - D	40 - B
41 - B	42 - B	43 - B	44 - C	45 - C	46 - B	47 - A	48 - C	49 - D	50 - B

ĐỀ SỐ 8

1 - A	2 - A	3 - B	4 - D	5 - C	6 - B	7 - B	8 - C	9 - D	10 - C
11 - D	12 - D	13 - C	14 - A	15 - B	16 - A	17 - C	18 - B	19 - D	20 - C
21 - C	22 - C	23 - C	24 - C	25 - B	26 - B	27 - B	28 - D	29 - D	30 - D
31 - B	32 - B	33 - C	34 - A	35 - D	36 - B	37 - B	38 - C	39 - D	40 - B
41 - B	42 - A	43 - B	44 - A	45 - C	46 - A	47 - B	48 - D	49 - C	50 - C

ĐỀ SỐ 9

1 - D	2 - A	3 - B	4 - B	5 - A	6 - D	7 - D	8 - D	9 - D	10 - D
11 - C	12 - B	13 - D	14 - D	15 - D	16 - A	17 - A	18 - A	19 - C	20 - A
21 - C	22 - B	23 - A	24 - C	25 - B	26 - B	27 - D	28 - A	29 - B	30 - C
31 - A	32 - C	33 - A	34 - B	35 - A	36 - D	37 - C	38 - A	39 - B	40 - B
41 - C	42 - C	43 - A	44 - A	45 - B	46 - C	47 - D	48 - B	49 - B	50 - D



ĐỀ SỐ 10

1 - A	2 - B	3 - A	4 - D	5 - C	6 - D	7 - C	8 - A	9 - B	10 - B
11 - D	12 - D	13 - D	14 - A	15 - C	16 - B	17 - C	18 - C	19 - A	20 - D
21 - C	22 - A	23 - B	24 - A	25 - A	26 - C	27 - A	28 - B	29 - A	30 - B
31 - D	32 - B	33 - D	34 - A	35 - B	36 - B	37 - D	38 - C	39 - B	40 - D
41 - A	42 - D	43 - A	44 - C	45 - B	46 - D	47 - C	48 - A	49 - C	50 - D

ĐỀ SỐ 11

1 - B	2 - C	3 - A	4 - A	5 - B	6 - A	7 - A	8 - C	9 - A	10 - C
11 - B	12 - C	13 - A	14 - A	15 - B	16 - C	17 - A	18 - D	19 - D	20 - C
21 - D	22 - B	23 - A	24 - C	25 - D	26 - B	27 - C	28 - B	29 - B	30 - D
31 - C	32 - B	33 - B	34 - D	35 - C	36 - D	37 - C	38 - C	39 - C	40 - D
41 - A	42 - D	43 - C	44 - D	45 - C	46 - C	47 - A	48 - A	49 - A	50 - A

ĐỀ SỐ 12

1 - C	2 - B	3 - A	4 - D	5 - B	6 - A	7 - D	8 - D	9 - C	10 - B
11 - C	12 - B	13 - A	14 - B	15 - B	16 - A	17 - C	18 - A	19 - B	20 - A
21 - B	22 - A	23 - C	24 - A	25 - D	26 - B	27 - B	28 - D	29 - B	30 - C
31 - D	32 - C	33 - D	34 - B	35 - C	36 - C	37 - D	38 - D	39 - D	40 - B
41 - C	42 - A	43 - B	44 - D	45 - C	46 - B	47 - A	48 - C	49 - D	50 - C

ĐỀ SỐ 13

1 - C	2 - B	3 - C	4 - A	5 - B	6 - C	7 - A	8 - B	9 - A	10 - A
11 - C	12 - B	13 - D	14 - C	15 - D	16 - A	17 - B	18 - B	19 - D	20 - C
21 - A	22 - C	23 - D	24 - D	25 - C	26 - B	27 - A	28 - B	29 - B	30 - A
31 - B	32 - C	33 - B	34 - C	35 - A	36 - A	37 - C	38 - A	39 - D	40 - C
41 - B	42 - C	43 - D	44 - C	45 - D	46 - C	47 - C	48 - B	49 - C	50 - A

ĐỀ SỐ 14

1 - B	2 - B	3 - C	4 - D	5 - A	6 - D	7 - B	8 - A	9 - B	10 - A
11 - B	12 - D	13 - C	14 - A	15 - B	16 - A	17 - D	18 - D	19 - C	20 - A
21 - B	22 - D	23 - A	24 - C	25 - D	26 - C	27 - A	28 - D	29 - C	30 - A
31 - A	32 - A	33 - C	34 - B	35 - D	36 - A	37 - D	38 - C	39 - C	40 - D
41 - C	42 - C	43 - D	44 - B	45 - B	46 - C	47 - C	48 - B	49 - D	50 - B



DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] 500 Bài Toán Cơ Bản Và Mở Rộng 11 - NXB ĐHQGHN - TS. Vũ Thế Hựu (Chủ biên).
- [2] 500 Bài Toán Chọn Lọc 11 - NXB ĐHQGHN - Hàn Liên Hải (Chủ biên).
- [3] 1000 Câu Hỏi Trắc Nghiệm - NXB ĐHSP - Nguyễn Nhứt Lang.
- [4] 1990 Câu Hỏi Trắc Nghiệm 11 - NXB ĐHQGHN - PSG. Nguyễn Văn Lộc (Chủ biên).
- [5] Bài Tập Đại Số Và Giải Tích 11 - Nhà Xuất Bản Giáo Dục - Vũ Tuấn (Chủ biên).
- [6] Bài Tập Trắc Nghiệm Đại Số Và Giải Tích 11 - NXB Giáo Dục - Đặng Hùng Thắng (Chủ biên).
- [7] Bài Tập Hình Học 11 - Nhà Xuất Bản Giáo Dục - Nguyễn Mộng Huy (Chủ biên).
- [8] Bài Tập Trắc Nghiệm Hình Học 11 - Nhà Xuất Bản Giáo Dục - Khu Quốc Anh (Chủ biên).
- [9] Bộ Đề Trần Công Diêu.
- [10] Bộ Đề Luyện Thi THPT Quốc Gia 2017 - NXB Giáo Dục - Phạm Đức Tài (Chủ biên).
- [11] Câu Hỏi Trắc Nghiệm Phép Biến Hình Và Hình Học Không Gian 11 - NXB ĐHQGHN - Nguyễn Thành Dũng (Chủ Biên).
- [12] Câu Hỏi Trắc Nghiệm Toán 11 - NXB ĐHQGHN - Nguyễn Phú Khánh (Chủ biên).
- [13] Đề Thi Thử Chuyên Thái Bình Lần 1 Năm 2017 - 2018.
- [14] Đề Thi Học Kỳ I THPT Việt Đức Hà Nội Năm 2017 - 2018.
- [15] Đề Thi Thử Sở Hải Dương Năm Học 2016 - 2017.
- [16] Đề Thi Học Sinh Giỏi Tỉnh Bắc Giang Lớp 11 Năm Học 2013 - 2014.
- [17] Đề Thi Học Sinh Giỏi Tỉnh Thái Bình Năm Học 2017 - 2018.
- [18] Đề Thi Thử Chuyên Đại Học Vinh Năm Học 2016 - 2017.
- [19] Đề Thi Chuyên Hùng Vương Bình Dương Lần 1 Năm Học 2017 - Thầy Nguyễn Thành Nhân.
- [20] Đề Thi Học Kỳ I THPT Bùi Thị Xuân TPHCM Năm Học 2017 - 2018.
- [21] Đề Thi Thử Chuyên Phan Bội Châu Năm Học 2016 - 2017.
- [22] Đề Thi Học Kỳ I Sở Nam Ninh Năm Học 2017 - 2018.
- [23] Đề Thi Thử Sở Bình Phước Năm Học 2016 - 2017.
- [24] Đề Thi Học Kỳ I THPT Kim Liên Hà Nội Năm Học 2017 - 2018.
- [25] Đề Thi Thử Chuyên KHTN HN Năm Học 2016 - 2017.
- [26] Đề Thi Học Sinh Giỏi Tỉnh Hà Tĩnh Lớp 11 Năm Học 2012 - 2013.
- [27] Đề Thi Thử THPT Thầy Nguyễn Trọng Thư Năm Học 2017 - 2018.
- [28] Đề Thi THPT Quốc Gia Năm Học 2017



-
- [29] Đề Thi Thử Sở Phú Thọ Năm Học 2016 - 2017.
 - [30] Đề Thi Thử Chuyên ĐHSP Hà Nội Năm Học 2016 - 2017.
 - [31] Đề Thi Thử Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị Năm Học 2016 - 2017.
 - [32] Đề Thi Thử Sở Thừa Thiên Huế Năm Học 2016 - 2017.
 - [33] MEGA Luyện Đề THPT Quốc Gia 2017 - NXB ĐHQGHN - Trần Công Diệu.
 - [34] Tuyển Chọn 400 Bài Tập Đại Số Và Giải Tích 11 - NXB ĐHQGHN - TS. Nguyễn Cam (Chủ Biên).
 - [35] Tuyển Chọn 400 Bài Tập Toán 11 - NXB ĐHQGTPHCM - PSG. Đậu Thế Cấp (Chủ biên).
 - [36] Tuyển Tập Các Chuyên Đề THPT Giải Tích - Trần Phương & Hoàng Minh Tuệ.
 - [37] Tài Liệu Toán 11 - Thầy Đặng Việt Đông.
 - [38] Sách Bài Tập Giáo Khoa Lớp 11 - NXB Giáo Dục.
 - [39] Sách Bài Tập Giáo Khoa Giải Tích 12 - NXB Giáo Dục.
 - [40] Sách Bài Tập Giáo Khoa Hình Học 12 - NXB Giáo Dục.



MỤC LỤC

PHẦN I: BÀI TEST NĂNG LỰC CÁC CHUYÊN ĐỀ	10
Chuyên đề 1: Lượng giác	10
Chuyên đề 2: Phép đếm - Nhị thức Newton - Xác suất	20
Chuyên đề 3: Phép biến hình	23
Chuyên đề 4: Quy nạp - Cấp số cộng - Cấp số nhân	36
Chuyên đề 5: Giới hạn dãy số	45
Chuyên đề 6: Giới hạn hàm số	54
Chuyên đề 7: Hàm số liên tục	61
Chuyên đề 8: Đạo hàm - Vi phân	71
Chuyên đề 9: Ứng dụng đạo hàm	79
Chuyên đề 10: Hàm số mũ - Logarit	89
Chuyên đề 11: Nguyên hàm	100
Chuyên đề 12: Tích phân	107
Chuyên đề 13: Hình học không gian	115
Chuyên đề 14: Khối tròn xoay	126
Chuyên đề 15: Số phức	138
Chuyên đề 16: Hình Oxyz	149
Phần II: VIDEO BÀI GIẢNG	160
PHẦN III: LUYỆN ĐỀ	174
A. Đề đánh giá năng lực hiện tại	175
B. Luyện đề	197
Đề số 1	197
Đề số 2	219
Đề số 3	241
Đề số 4	261
Đề số 5	280
Đề số 6	301
Đề số 7	320
Đề số 8	336
Đề số 9	360
Đề số 10	382
Đề số 11	401
Đề số 12	420
Đề số 13	440
Đề số 14	461



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

16 Hàng Chuối, Hai Bà Trưng, Hà Nội.

Điện thoại: Biên tập (04) 39714896

Quản lý xuất bản: (04) 39728806; Tổng biên tập: (04) 39715011

Fax: (04) 39729436

Chịu trách nhiệm xuất bản

Giám đốc - Tổng biên tập:

TS. PHẠM THỊ TRÂM

Biên tập xuất bản:	Trịnh Thị Thu Hà
Biên tập chuyên ngành:	Doãn Phương Thảo
Sửa bản in:	Megabook
Chế bản:	Lam Hạnh
Vẽ bìa:	Megabook

LIÊN KẾT XUẤT BẢN

CÔNG TY CỔ PHẦN SÁCH VÀ GIÁO DỤC TRỰC TUYẾN MEGABOOK

Tầng 5 Số 19, Lô N7B, Ngõ 125 Lê Văn Lương, KĐT Trung Hòa - Nhân Chính, Thanh Xuân, Hà Nội

MEGA 2018
LUYỆN ĐỀ THPT QUỐC GIA 2018
TOÁN TRẮC NGHIỆM

Mã số: 1L-706 PT2017

In 5.000 cuốn, khổ 20,5x29,5cm, tại Công ty In và TM Hải Nam

Địa chỉ: Số 18 ngách 68/53/9, P. Quan Hoa, Q. Cầu Giấy, Hà Nội.

Số xác nhận ĐKXB: 4255-2017/CXBIPH/04-383/ĐHQGHN ngày 28/11/2017

Quyết định xuất bản số: 709 LK-TN/QĐ-NXB ĐHQGHN, ngày 29/12/2017

In xong và nộp lưu chiểu năm 2017

Mã ISBN: 978-604-62-9922-6.