FB Duong Hung Word Xinh

love

TOÁN CỰC XINH

THPT 10 11 12

TÁCH PHÂN DẠNG TOÁN ĐỀ TN BGD 2017-2023

TẬP 2 HÌNH HỌC

Zalo 0774860155

Ghi Chú!

MỤC LỤC

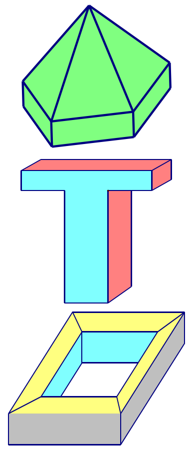
CHƯƠNG 1 - THỂ TÍCH KHỐ ĐA DIỆN

§1- KHÁI NIỆM KHỐI ĐA DIỆN

Ⓐ Tóm tắt lý thuyết cơ bản

1. *Khái niệm về hình đa diện*

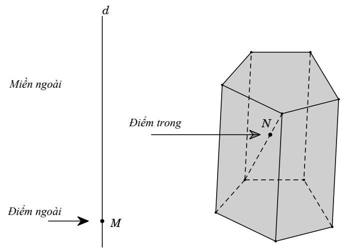
- Hình đa diện (gọi tắt là đa diện) là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác phẳng thỏa mãn hai điều kiện sau:
- Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung hoặc có đỉnh chung hoặc có một cạnh chung.
- Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.
- Mỗi đa giác như trên được gọi là một mặt của hình đa diện.
- Các đỉnh, các cạnh của đa giác ấy theo thứ tự gọi là các đỉnh, các cạnh của hình đa diện.



2. *Khái niệm về khối đa diện*

- Khối đa diện = hình đa diện + phần không gian được giới hạn bởi hình đa diện.

- Những điểm không thuộc khối đa diện được gọi là điểm ngoài của khối đa diện. Tập hợp các điểm ngoài được gọi là miền ngoài của khối đa diện.
- Những điểm thuộc khối đa diện nhưng không thuộc hình đa diện ứng với khối đa diện ấy được gọi là điểm trong của khối đa diện. Tập hợp các điểm trong được gọi là miền trong của khối đa diện.



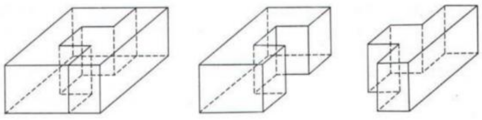
- Mỗi khối đa diện được xác định bởi một hình đa diện ứng với nó. Ta cũng gọi đỉnh, cạnh, mặt, điểm trong, điểm ngoài,. của một khối đa diện theo thứ tự là đỉnh, cạnh, mặt, điểm trong, điểm ngoài,. của hình đa diện tương ứng.
- Khối đa diện được gọi là khối lăng trụ nếu nó được giới hạn bởi một hình lăng trụ.
- Khối đa diện được gọi là khối chóp nếu nó được giới hạn bởi một hình chóp.
- Khối đa diện được gọi là khối chóp cụt nếu nó được giới hạn bởi một hình chóp cụt. Tương tự ta có các định nghĩa về khối chóp n - giác; khối chóp cụt n - giác, khối chóp đều, khối hộp,.

Tên của khối lăng trụ hay khối chóp được đặt theo tên của hình lăng trụ hay hình chóp giới hạn nó.

Ghi Chú!

3. Phân chia lắp ghép khối đa diện.

- Nếu khối đa diện (H) là hợp của hai khối đa diện (H_1), (H_2) sao cho (H_1) và (H_2) không có điểm trong chung thì ta nói có thể phân chia khối đa diện (H) thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2). Khi đó, ta cũng nói có thể ghép hai khối đa diện (H_1) và (H_2) để được khối đa diện (H).
- Sau đây là một số ví dụ về phân chia các khối đa diện:



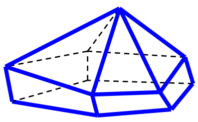
(H) (H_1) (H_2)

- Nếu khối đa diện (H) là hợp của hai khối (H_1) và (H_2) sao cho (H_1) và (H_2) không có chung điểm nào thì ta nói có thể chia khối đa diện (H) thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2), hay có thể lắp ghép hai khối đa diện (H_1) và (H_2) thanh một khối đa diện (H).

B. Dạng toán cơ bản

Dạng ①: Câu hỏi về đỉnh, cạnh, mặt của một khối đa diện

Câu 1: **(ĐTK 2017-Câu 20)** Hình đa diện trong hình vẽ có bao nhiêu mặt?



A. 6 **B.** 10 **C.** 12 **D.** 11

Lời giải

Chọn D

Đếm đáy hình chóp có 5 mặt và 5 mặt của lăng trụ và 1 mặt đáy. Vậy có 11 mặt.

Dạng ②: Phân chia, lắp ghép các khối đa diện

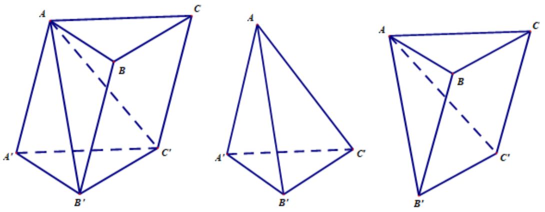
Câu 2: **(THPTQG 2017-MĐ102-Câu 25)** Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
B. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
C. Hai khối chóp tam giác.
D. Hai khối chóp tứ giác.

Lời giải

Chọn B

Ghi Chú!



Mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối chóp

Chóp tam giác: $A.A'B'C'$ và chóp tứ giác: $A.BB'C'C$.

§2- KHỐI ĐA DIỆN LỒI – ĐA DIỆN ĐỀU

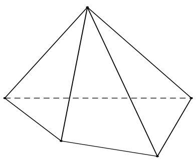
Ghi Chú!

Ⓐ Tóm tắt lý thuyết cơ bản

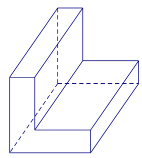
Ghi nhớ!

❑. ***Khối đa diện lồi:***

- Khối đa diện $\mathscr{H}$ được gọi là khối đa diện lồi nếu đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của $\mathscr{H}$ luôn thuộc $\mathscr{H}$. Khi đó đa diện giới hạn $\mathscr{H}$ được gọi là đa diện lồi

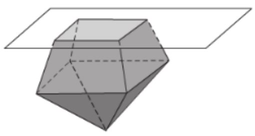


Khối đa diện lồi



Khối đa diện không lồi

- Một khối đa diện là khối đa diện lồi khi và chỉ khi miền trong của nó luôn nằm về một phía đối với mỗi mặt phẳng đi qua một mặt của nó.



❑-***Khối đa diện đều:***

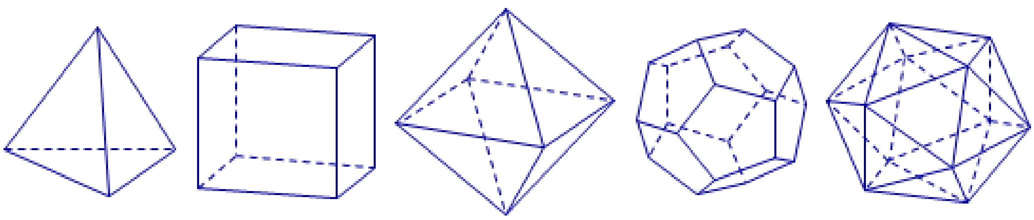
❶. ***Định nghĩa:*** Khối đa diện đều là một khối đa diện lồi có hai tính chất sau đây:

- Các mặt là những đa giác đều n cạnh.
- Mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng p cạnh.

↳Khối đa diện đều như vậy gọi là khối đa diện đều loại n,p .

❷.***Định lí:*** Chỉ có năm khối đa diện đều. Đó là

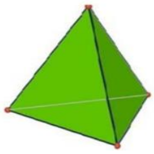
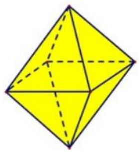
①. Loại $3;3$: khối tứ diện đều. ②. Loại $4;3$: khối lập phương.
③. Loại $3;4$: khối bát diện đều. ④. Loại $5;3$: khối 12 mặt đều.
⑤. Loại $3;5$: khối 20 mặt đều.



Khối tứ diện đều Khối lập phương Bát diện đều Hình 12 mặt đều Hình 20 mặt đều

❑-***Số đỉnh, số cạnh, số mặt của các khối đa diện đều.***

Khối đa diện đều	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Loại

• *Tứ diện đều*		4	6	4	3;3
• *Khối lập phương*		8	12	6	4;3
• *Bát diện đều*		6	12	8	3;4
• *Mười hai mặt đều*		20	30	12	5;3
• *Hai mươi mặt đều*		12	30	20	3;5

Chú ý.

- Gọi Đ là tổng số đỉnh, C là tổng số cạnh và M là tổng các mặt của khối đa diện đều loại $n;p$.
- Ta có: $p\text{Đ} = 2C = nM$

①. Xét tứ diện đều: $3;3 \to \begin{cases} n=3,\ p=3 \\ M=4 \end{cases} \xrightarrow{p\text{Đ}=2C=nM} C=\dfrac{nM}{2}=6\ \ \&\ \ \text{Đ}=\dfrac{nM}{p}=4.$

②. Xét khối lập phương:

$4;3 \to \begin{cases} n=4,\ p=3 \\ M=6 \end{cases} \xrightarrow{p\text{Đ}=2C=nM} C=\dfrac{nM}{2}=12\ \&\ \text{Đ}=\dfrac{nM}{p}=8.$

③. Xét bát diện đều: $3;4 \leftrightarrow \begin{cases} n=3,\ p=4 \\ M=8 \end{cases} \xrightarrow{p\text{Đ}=2C=nM} C=\dfrac{nM}{2}=12\ \ \&\ \ \text{Đ}=\dfrac{nM}{p}=6.$

④. Xét khối mười hai mặt đều:

$5;3 \to \begin{cases} n=5,\ p=3 \\ M=12 \end{cases} \xrightarrow{p\text{Đ}=2C=nM} C=\dfrac{nM}{2}=30\ \&\ \text{Đ}=\dfrac{nM}{p}=20.$

⑤. Xét khối hai mươi mặt đều:

$3;5 \to \begin{cases} n=3,\ p=5 \\ M=20 \end{cases} \xrightarrow{p\text{Đ}=2C=nM} C=\dfrac{nM}{2}=30\ \ \&\ \ \text{Đ}=\dfrac{nM}{p}=12.$

B Dạng toán cơ bản

Dạng ①: Tính chất đối xứng và tính chất HH khác của khối đa diện,...

Ghi Chú!

Câu 1: **(ĐTN 2017-Câu 36)** Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?

A. Tứ diện đều. **B.** Bát diện đều.

C. Hình lập phương. **D.** Lăng trụ lục giác đều.

Lời giải

Chọn A

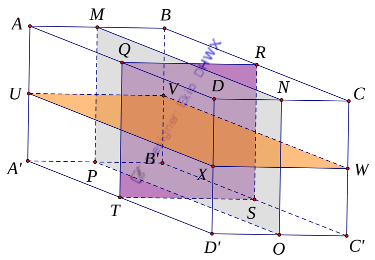
Dễ dàng thấy hình bát diện đều, hình lập phương và hình lăng trục lục giác đều có tâm đối xứng. Còn tứ diện đều không có tâm đối xứng.

Câu 2: **(THPTQG 2017-MĐ101-Câu 18)** Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4 mặt phẳng **B.** 3 mặt phẳng **C.** 6 mặt phẳng **D.** 9 mặt phẳng

Lời giải

Chọn B



Xét hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có ba kích thước đôi một khác nhau.

Khi đó có 3 mặt phẳng đối xứng là $MNOP, QRST, UVWX$.

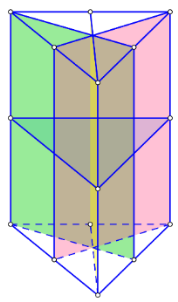
Câu 3: **(THPTQG 2017-MĐ103-Câu 23)** Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4 mặt phẳng. **B.** 1 mặt phẳng.

C. 2 mặt phẳng. **D.** 3 mặt phẳng.

Lời giải

Chọn A



Lăng trụ đều có 4 mặt phẳng đối xứng là:
Mặt phẳng cách đều 2 đáy.
3 mặt phẳng chứa 1 cạnh bên và trung điểm cạnh đáy.

§3- THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

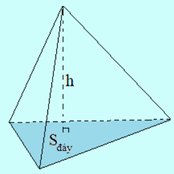
Ghi Chú!

Ⓐ Tóm tắt lý thuyết cơ bản

1. Thể tích:

Công thức tính thể tích khối chóp

- Thể tích khối chóp: $\boxed{V = \frac{1}{3}S_{đáy}.h}$.
- $S_{đáy}$: Diện tích mặt đáy.
- h: Độ dài chiều cao khối chóp. Chính là khoảng cách từ đỉnh của chóp xuống mặt đáy.

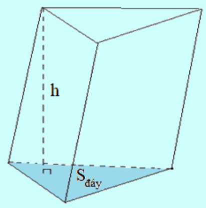


$\boxed{V = \frac{1}{3}S_{đáy}.h}$

Công thức tính thể tích lăng trụ

- Thể tích khối lăng trụ: $\boxed{V = S_{đáy}.h}$
- $S_{đáy}$: Diện tích mặt đáy.
- h: Chiều cao của khối chóp.

Chú ý: Lăng trụ đứng có chiều cao chính là cạnh bên.



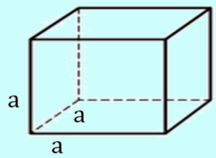
$\boxed{V = S_{đáy}.h}$

2. Các công thức tính thể tích thường gặp:

Công thức tính thể tích khối Lập phương

- Thể tích khối lập phương: $V = a^3$

Chú ý: Thể tích khối lập phương bằng tích 3 kích thước của nó.

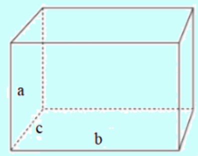


$V = a.a.a = a^3$

Công thức tính thể tích khối hộp chữ nhật

- Thể tích khối hộp chữ nhật: $V = a.b.c$

Chú ý: Thể tích khối hộp chữ nhật bằng tích 3 kích thước của nó.



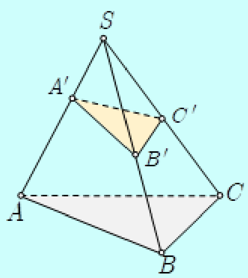
$\boxed{V = abc}$

Tỷ số thể tích

- Cho khối chóp $S.ABC$, trên các đoạn thẳng SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm A', B', C' khác S.
- Khi đó ta luôn có tỉ số thể tích:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}.$$

- Ngoài những cách tính thể tích trên, ta còn phương pháp chia nhỏ hối đa diện thành những đa diện nhỏ mà dễ dàng tính toán. Sau đó cộng chúng lại.



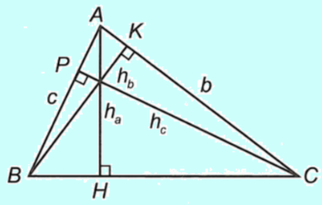
Chú ý: Ta thường dùng tỉ số thể tích khi điểm chia đoạn theo tỉ lệ.

Ghi Chú!

❸. Công thức diện tích tam giác:

①. $S=\frac{1}{2}a.h_a=\frac{1}{2}b.h_b=\frac{1}{2}c.h_c$

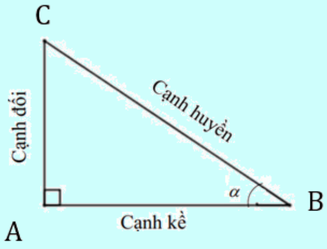
②. $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C$



③. $S=\frac{abc}{4R}$

④. $S=pr$ (p: nửa chu vi của tam giác).

⑤. $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$



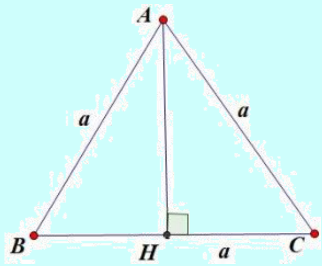
⑥. ΔABC ***vuông*** tại A:

$S=\frac{AB.AC}{2}=\frac{BC.AH}{2}$

⑦. ΔABC ***đều,*** cạnh a: $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

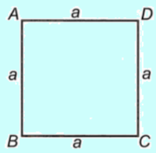
⑧. Đường cao trong ***đều*** ΔABC cạnh a:

$AH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



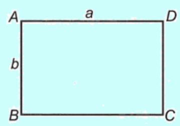
❹. Công thức diện tích tứ giác:

①. ***Hình vuông:***



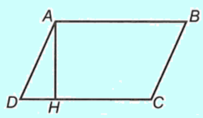
• $S=a^2$ (a: cạnh hình vuông)

②. ***Hình chữ nhật:***



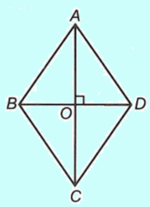
• $S=ab$ (a, b: hai kích thước)

③. ***Hình bình hành:***



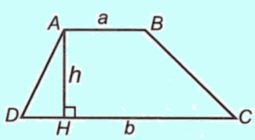
• $S=$ đáy $\times$ chiều cao $=AB.AD.\sin BAD$

④. ***Hình thoi:***



• $S=AB.AD.\sin BAD=\frac{1}{2}AC.BD$

⑤. ***Hình thang:***

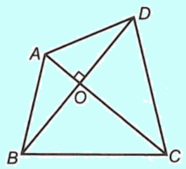


• $S=\frac{1}{2}(a+b)h$ (a, b: hai đáy, h: chiều cao)

Ghi Chú!

⑥. *Tứ giác có hai đường chéo vuông góc:*

• $S = \frac{1}{2} AC.BD$



Ⓑ Dạng toán cơ bản

Dạng ①: Câu hỏi dạng lý thuyết(Công thức V,h,B;có sẵn h, B;…)

Câu 1: **(ĐTK 2018-Câu 4)** Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{3}Bh$ **B.** $V = \frac{1}{6}Bh$ **C.** $V = Bh$ **D.** $V = \frac{1}{2}Bh$

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là: $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 2: **(THPTQG 2018-MĐ101-Câu 15)** Cho khối chóp có đáy hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích cả khối chóp đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $\frac{2}{3}a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích đáy của hình chóp $B = a^2$.

Thể tích cả khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.a^2.2a = \frac{2}{3}a^3$.

Câu 3: **(THPTQG 2018-MĐ102-Câu 7)** Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao $4a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{4}{3}a^3$. **B.** $\frac{16}{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $16a^3$.

Lời giải

Chọn A

$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.a^2.4a = \frac{4}{3}a^3$.

Câu 4: **(ĐTK 2020-L2-Câu 7)** **Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng**

A. 6. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.3.4 = 4$.

Câu 5: **(THPTQG 2020-L1-MĐ101-Câu 18)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 12.

Ghi Chú!

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp có công thức là $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.6.2=4$.

Câu 6: **(THPTQG 2020-L1-MĐ102-Câu 15)** Cho hình chóp có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$V=\frac{1}{3}B.h=2$.

Câu 7: **(THPTQG 2020-L1-MĐ103-Câu 12)** Cho khối chóp có diện tích $B=2$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khốp chóp bằng

A. 12. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

$V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.2.3=2$.

Câu 8: **(THPTQG 2020-L1-MĐ104-Câu 15)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$, chiều cao $h=8$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 24. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp: $V=\frac{1}{3}.3.8=8$.

Câu 9: **(THPTQG 2020-L2-MĐ101-Câu 16)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=2a^2$ và chiều cao $h=6a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $12a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp đã cho là: $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.2a^2.6a=4a^3$.

Câu 10: **(THPTQG 2020-L2-MĐ102-Câu 7)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6a^2$ và chiều cao $h=2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:

A. $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $12a^3$.

Lời giải

Chọn B

$V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}6a^2.2a=4a^3$

Câu 11: **(THPTQG 2020-L2-MĐ103-Câu 4)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=2a^2$ và chiều cao $h=9a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $18a^3$. **D.** $9a^3$.

Lời giải

Ghi Chú!

Chọn B

Thể tích khối chóp đã cho là $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.2a^2.9a=6a^3$.

Câu 12: **(THPTQG 2020-L2-MĐ104-Câu 12)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=6a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $9a^3$. **D.** $18a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp đã cho là $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}3a^2.6a=6a^3$.

Câu 13: **(ĐTK 2021-Câu 21)** Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. 10. **B.** 30. **C.** 90. **D.** 15.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp đó bằng là $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.6.5=10$ (đvtt).

Câu 14: **(THPTQG 2021-L1-MĐ101-Câu 22)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=5a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{5}{6}a^3$. **B.** $\frac{5}{2}a^3$. **C.** $5a^3$. **D.** $\frac{5}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối chóp đã cho $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.5a^2.a=\frac{5}{3}a^3$.

Câu 15: **(THPTQG 2021-L1-MĐ102-Câu 2)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $\frac{3}{2}a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{1}{3}a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn D

Công thức thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}3a^2.a=a^3$.

Câu 16: **(THPTQG 2021-L1-MĐ103-Câu 3)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=7a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{7}{6}a^3$. **B.** $\frac{7}{2}a^3$. **C.** $\frac{7}{3}a^3$. **D.** $7a^3$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức tính thể tích ta được $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{7}{3}a^3$.

Ghi Chú!

Câu 17: (THPTQG 2021-L1-MĐ104-Câu 27) Cho khối chóp có diện tích đáy $B=8a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $8a^3$ **B.** $\frac{4}{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{8}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối chóp đã cho bằng $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.8a^2.a=\frac{8}{3}a^3$.

Câu 18: (DE TN BGD 2022-MD 103)Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 11. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 30.

Lời giải

Chọn B

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S.h=\frac{1}{3}.6.5=10$

Câu 19: (DE TN BGD 2022-MD 104)Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6.Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

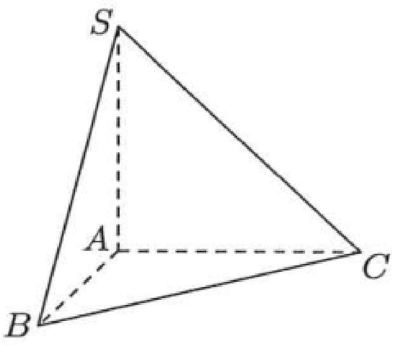
A. 30. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.5.6=10$.

Câu 20: (DE MH BGD 2023 – Câu 14)Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=2$; SA vuông góc với đáy và $SA=3$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 12. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp đã cho

$V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}AB.AC.SA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.2.2.3=2$.

Câu 21: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 16] Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 4 và đáy $ABCD$ có diện tích bằng 3. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 12.

Ghi Chú!

Lời giải

Chọn C

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.h.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.4.3 = 4$.

Câu 22: **[MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 16]** Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 4 và đáy $ABCD$ có diện tích bằng 3. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.h.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.4.3 = 4$.

Câu 23: **[MD 103-TN BGD 2023-CÂU 6]** Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $B = 9a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** $24a^3$. **C.** $18a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối chóp đã cho bằng $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.9a^2.2a = 6a^3$.

Câu 24: **[MD 104-TN BGD 2023-CÂU 26]** Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 4 và đáy $ABCD$ có diện tích bằng 3. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 7. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\cdot 3\cdot 4 = 4$.

Câu 25: **(ĐTN 2017-Câu 35)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h = \frac{\sqrt{3}a}{6}$ **B.** $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ **C.** $h = \frac{\sqrt{3}a}{3}$ **D.** $h = \sqrt{3}a$

Lời giải

Chọn D

Do đáy là tam giác đều cạnh $2a$ nên $S_{\Delta ABC} = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Mà $V = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.h \Rightarrow h = \frac{3V}{S_{\Delta ABC}} = \frac{3a^3}{\sqrt{3}a^2} = \sqrt{3}a$.

Dạng ②: Tính thể tích các khối chóp liên quan cạnh bên vuông góc đáy

Câu 26: **(TN BGD 2022-MD101)** Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 2. **B.** 15. **C.** 10. **D.** 30.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\dfrac{1}{3}B.h=\dfrac{1}{3}.10.3=10$.

Câu 27: **(DE TN BGD 2022 - MD 102)** Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 15. **B.** 10. **C.** 2. **D.** 30.

Lời giải

Chọn B

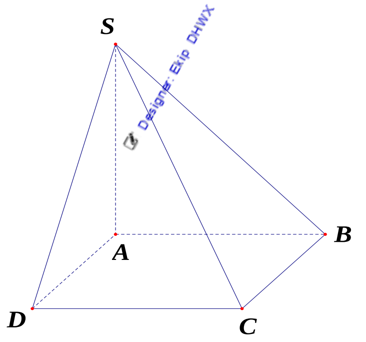
$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}hB=\dfrac{1}{3}3.10=10$.

Câu 28: **(ĐMH 2017-Câu 36)** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$ **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$ **C.** $V=\sqrt{2}a^3$ **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D



Ta có $SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp

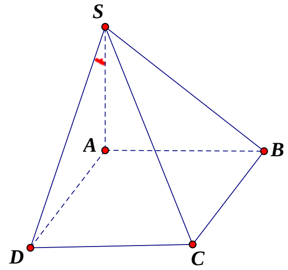
Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 29: **(ĐTK 2017-Câu 36)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng $30°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{18}$ **B.** $V=\sqrt{3}a^3$ **C.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$ **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D



Góc giữa SD và mp(SAB) là $DSA=30^0$. Ta có $SA=\dfrac{AD}{\tan 30^0}=a\sqrt{3}$;

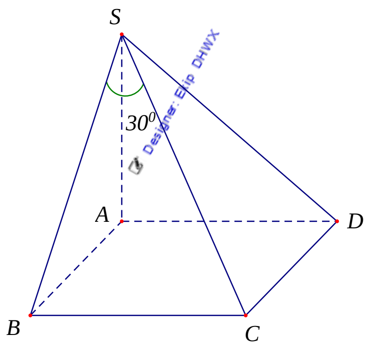
$V=\dfrac{1}{3}a^2.a\sqrt{3}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 30: **(THPTQG 2017-MĐ101-Câu 43)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$ **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$ **D.** $\sqrt{2}a^3$

Lời giải

Chọn B



+) Do ABCD là hình vuông cạnh a nên: $S_{ABCD}=a^2$

+) Chứng minh được $BC\perp(SAB)\Rightarrow$ góc giữa SC và (SAB) là $CSA=30^0$.

+) Đặt $SA=x\Rightarrow SB=\sqrt{x^2+a^2}$. Tam giác SBC vuông tại B nên $\tan CSA=\tan 30^0=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{BC}{SB}$

Ta được: $SB=BC\sqrt{3}\Leftrightarrow\sqrt{x^2+a^2}=a\sqrt{3}\Rightarrow x=a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{SABCD}=\dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$ (Đvtt)

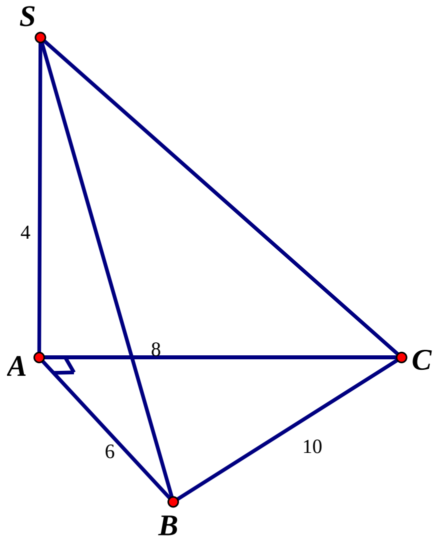
Câu 31: **(THPTQG 2017-MĐ103-Câu 16)** Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA=4$, $AB=6$, $BC=10$ và $CA=8$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V=40$. **B.** 192. **C.** $V=32$. **D.** $V=24$.

Lời giải

Chọn C

Ghi Chú!



Ta có $AB^2 + AC^2 = BC^2$ suy ra tam giác ABC vuông tại A ,do đó diện tích tam giác ABC là:

$$S = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}.6.8 = 24$$

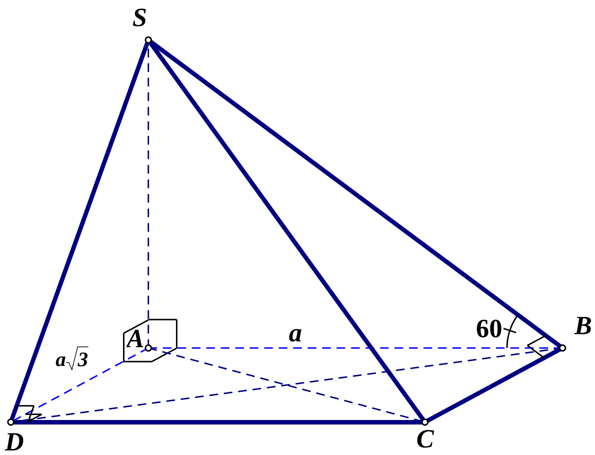
Có $V_{SABC} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.4.24 = 32$.

Câu 32: **(THPTQG 2017-MĐ102-Câu 36)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{3}$ **B.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ **C.** $V = a^3$ **D.** $V = 3a^3$

Lời giải

Chọn.C



Ta có $S_{ABCD} = \sqrt{3}a^2$.

Vì $\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ BC \perp SB \subset (SBC) \\ BC \perp AB \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow ((SBC),(ABCD)) = SBA$. Vậy $SBA = 60^\circ$

Ghi Chú!

Xét tam giác vuông $SAB\left(\hat{A}=1v\right)$ có:

$\tan 60^\circ = \dfrac{SA}{AB} \Rightarrow SA = AB\tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \dfrac{1}{3}a^2\sqrt{3}.a\sqrt{3} = a^3$.

Câu 33: **(THPTQG 2017-MĐ103-Câu 34)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $V = \dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Kẻ AH vuông góc SB.

Ta có $AH \perp (SBC)$ nên AH chính là khoảng cách từ A đến mp(SBC).

Ta có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AB^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{SA^2} = \dfrac{1}{AH^2} - \dfrac{1}{AB^2} = \dfrac{1}{a^2}$.

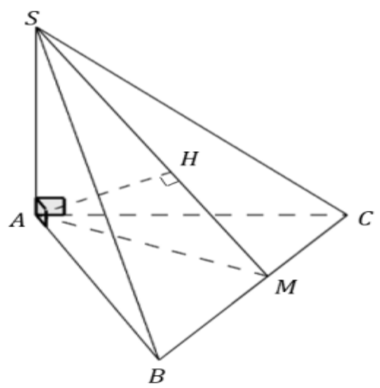
Suy ra $SA = a$. Thể tích cần tính là $V = \dfrac{1}{3}a.a.a = \dfrac{a^3}{3}$.

Câu 34: **(ĐTK 2021-Câu 43)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Gọi M là trung điểm của BC suy ra $AM \perp BC$, kẻ $AH \perp SM$

Ta có: $\left.\begin{matrix} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AH$.

Lại có: $\left.\begin{matrix} AH \perp SM \\ AH \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow H$ là hình chiếu vuông góc của A xuống mặt phẳng (SBC). Suy ra SH là hình chiếu vuông góc của SA xuống mặt phẳng (SBC).

Theo đề bài ta có:

$$(SA,(SBC)) = (SA,SH) = ASH = ASM = 45^\circ \Rightarrow AM = AS = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}.$$

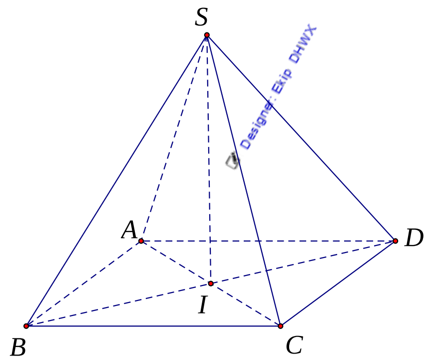
Dạng ③: Thể tích khối chóp đều

Câu 35: **(THPTQG 2017-MĐ101-Câu 21)** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ **B.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ **C.** $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$ **D.** $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$

Lời giải

Chọn D



Chiều cao của khối chóp: $SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{4a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$

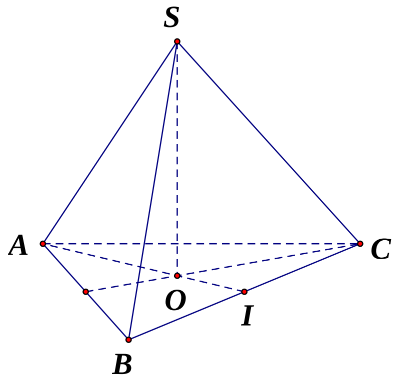
Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3}SI.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{14}}{2}a^2 = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$

Câu 36: **(THPTQG 2017-MĐ104-Câu 27)** Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

A. $V = \frac{\sqrt{13}a^3}{12}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{6}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Do đáy là tam giác đều nên gọi I là trung điểm cạnh BC, khi đó AI là đường cao của tam giác đáy. Theo định lý Pitago ta có

$AI=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, và $AO=\frac{2}{3}AI=\frac{2a\sqrt{3}}{3.2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác SOA vuông tại O ta có $SO=\sqrt{4a^2-\frac{a^2}{3}}=\frac{\sqrt{11}a}{\sqrt{3}}$.

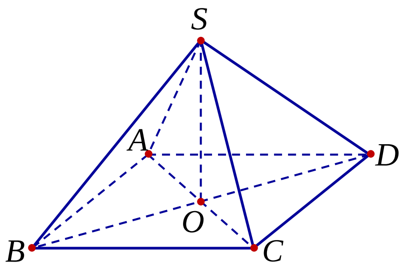
Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}a\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{11}a}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{11}a^3}{12}$.

Câu 37: **(ĐTK 2019-Câu 27)** Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\frac{8a^3}{3}$. **C.** $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi khối chóp tứ giác đều là $S.ABCD$, tâm O, khi đó $\begin{cases} SO\perp(ABCD) \\ AB=SA=2a \end{cases}$.

Ta có:

$S_{ABCD}=(2a)^2=4a^2$, $OA=\frac{1}{2}2a\sqrt{2}=a\sqrt{2}$.

$SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{(2a)^2-(a\sqrt{2})^2}=a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{SABCD}=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{2}.4a^2=\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$.

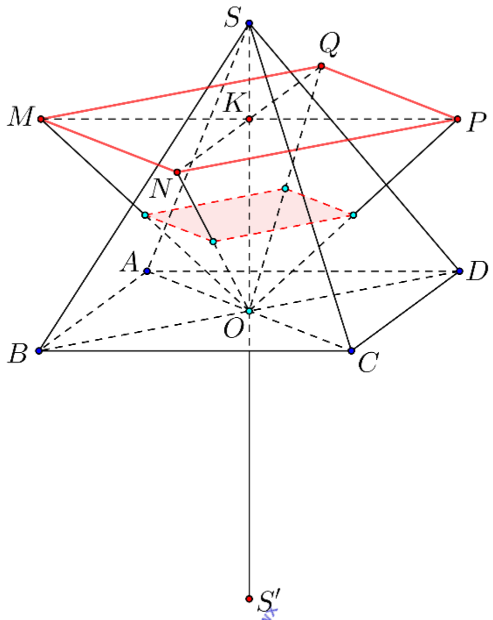
Câu 38: **(THPTQG 2020-L1-MĐ103-Câu 47)** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$ và O là tâm của đáy. Gọi M,N,P,Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác

SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng của S qua O. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{6}}{9}a^3$. **B.** $\frac{40\sqrt{6}}{81}a^3$. **C.** $\frac{10\sqrt{6}}{81}a^3$. **D.** $\frac{20\sqrt{6}}{81}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $S'K = S'O + OK = SO + \frac{2}{3}SO = \frac{5a\sqrt{6}}{6}$.

$, S_{MNPQ} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} S_{ABCD} = \frac{8}{9}a^2$.

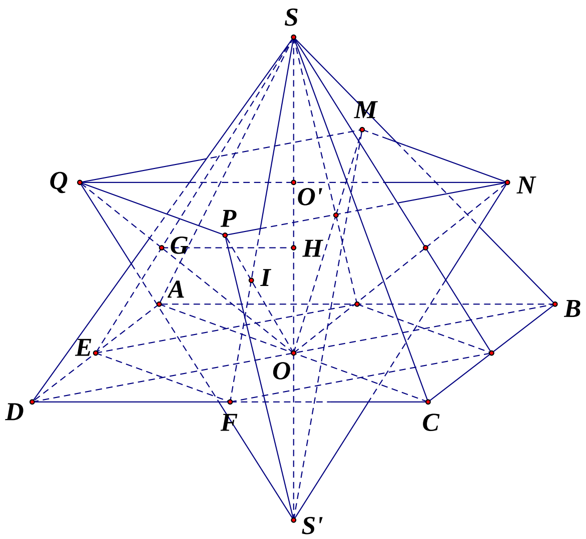
Vậy: $V_{S'.MNPQ} = \frac{20\sqrt{6}a^3}{81}$.

Câu 39: **(THPTQG 2020-L1-MĐ104-Câu 45)** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a và O là tâm đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{9}$. **B.** $\frac{20\sqrt{2}a^3}{81}$. **C.** $\frac{40\sqrt{2}a^3}{81}$. **D.** $\frac{10\sqrt{2}a^3}{81}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $S.ABCD$ là hình chóp đều có tất cả các cạnh đều bằng a $\Rightarrow SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Gọi G, I lần lượt là trọng tâm các tam giác SDA, SDC.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm $DA,\ DC$.

Ta có $GI = \dfrac{2}{3}EF,\ \ EF = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow GI = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Mà G, I lần lượt là trung điểm của OQ, OP $\Rightarrow QP = 2GI = \dfrac{2\sqrt{2}a}{3}$.

Từ giả thiết cho dễ dàng suy ra được $MNPQ$ là hình vuông cạnh $PQ = \dfrac{2\sqrt{2}a}{3} \Rightarrow S_{MNPQ} = \dfrac{8a^2}{9}$.

Gọi O' là tâm hình vuông $MNPQ$ kẻ $GH // QO'\left(H \in OO'\right) \Rightarrow H$ là trung điểm OO' (vì G là trung điểm) OQ.

Ta có $QO' = \dfrac{2\sqrt{2}a}{3}.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{2a}{3}$ và $OO' = 2OH = 2.\dfrac{1}{3}.SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$

Theo giả thiết $OS' = OS = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S'O' = S'O + OO' = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} + \dfrac{a\sqrt{2}}{3} = \dfrac{5\sqrt{2}a}{6}$

$V_{S'.MNPQ} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{5\sqrt{2}a}{6}.\dfrac{8a^2}{9} = \dfrac{20\sqrt{2}a^3}{81}$.

Câu 40: **(THPTQG 2017-MĐ104-Câu 49)** Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $V = 144$ **B.** $V = 576$ **C.** $V = 576\sqrt{2}$ **D.** $V = 144\sqrt{6}$

Lời giải

Chọn B

Ghi Chú!

Gọi độ dài cạnh đáy, chiều cao của hình chóp tứ giác đều lần lượt là $x;h\ (x,h>0)$. Ta có đáy là hình vuông với độ dài nửa đường chéo bằng $\dfrac{x}{\sqrt{2}}$ suy ra độ dài cạnh bên $l=\sqrt{h^2+\dfrac{x^2}{2}}$.

Ta có bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

$$R=\frac{l^2}{2h}=\frac{h^2+\dfrac{x^2}{2}}{2h}=9\Leftrightarrow x^2=36h-2h^2.$$

Diện tích đáy của hình chóp $S=x^2$ nên $V=\dfrac{1}{3}h.x^2=\dfrac{1}{3}h\left(36h-2h^2\right)$

Ta có

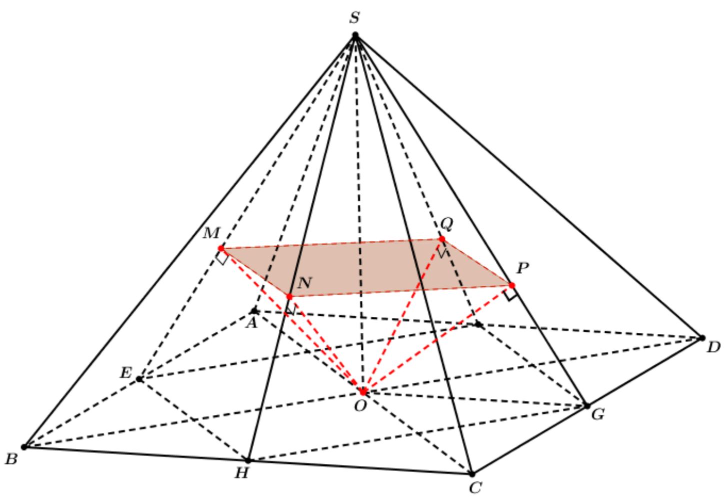
$\dfrac{1}{3}h.\left(36h-2h^2\right)=\dfrac{1}{3}.h.h\left(36-2h\right)\le\dfrac{1}{3}.\left(\dfrac{h+h+36-2h}{3}\right)^3=576\Rightarrow V\le 576$, dấu bằng xảy ra khi $h=h=36-2h\Leftrightarrow h=12, x=12$ vậy $V_{max}=576$.

Câu 41: **(THPTQG 2020-L2-MĐ103-Câu 48)** Cho hình chóp đều $ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và O là tâm của đáy. Gọi M,N,P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng $(SAB),(SBC),(SCD),(SDA)$. Thể tích của khối chóp $O.MNPQ$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{48}$. **B.** $\dfrac{2a^3}{81}$. **C.** $\dfrac{a^3}{81}$. **D.** $\dfrac{a^3}{96}$.

Lời giải

Chọn D



Từ giả thiết ta có $OA=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}, SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{\dfrac{3a^2}{4}-\dfrac{2a^2}{4}}=\dfrac{a}{2}$.

Gọi E là trung điểm của AB, kẻ $OM\perp SE\ (M\in SE)\Rightarrow OM\perp(SAB)$.

Và $\dfrac{SM}{SE}=\dfrac{SO^2}{SO^2+OE^2}=\dfrac{\dfrac{a^2}{4}}{\dfrac{a^2}{4}+\dfrac{a^2}{4}}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow M$ là trung điểm của SE.

Ghi Chú!

Chứng minh tương tự với các điểm N,P,Q.

$\Rightarrow$Diện tích tứ giác $MNPQ$ là $\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2=\dfrac{a^2}{8}$ và $d\left(O;\left(MNPQ\right)\right)=\dfrac{1}{2}SO=\dfrac{a}{4}$

.

$\Rightarrow V_{O.MNPQ}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{4}.\dfrac{a^2}{8}=\dfrac{a^3}{96}$.

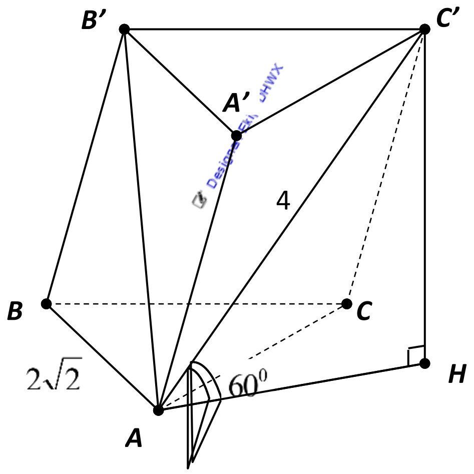
Dạng ④: Thể tích khối chóp khác

Câu 42: **(ĐTN 2017-Câu 38)** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $AC=2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng $\left(ABC\right)$ một góc $60°$ và $AC'=4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $V=\dfrac{8}{3}$ **B.** $V=\dfrac{16}{3}$ **C.** $V=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ **D.** $V=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn D



Phân tích: Tính thể tích của khối đa diện $ABCB'C'$ bằng thể tích khối của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ trừ đi thể tích của khối chóp $A.A'B'C'$.

Giả sử đường cao của lăng trụ là $C'H$. Khi đó góc giữa AC' mặt phẳng $\left(ABC\right)$ là góc $C'AH=60°$.

Ta có: $\sin 60°=\dfrac{C'H}{AC'}\Rightarrow C'H=2\sqrt{3};S_{\Delta ABC}=4$;

$V_{ABC.A'B'C'}=C'H.S_{\Delta ABC}=2\sqrt{3}.\dfrac{1}{2}.\left(2\sqrt{2}\right)^2=8\sqrt{3}$.

$V_{A.A'B'C'}=\dfrac{1}{3}C'H.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$;

$V_{ABB'C'C}=V_{ABC.A'B'C'}-V_{A.A'B'C'}=8\sqrt{3}-\dfrac{8\sqrt{3}}{3}=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 43: **(THPTQG 2020-L2-MĐ102-Câu 45)** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $4a$, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}a$ và O là tâm của đáy. Gọi M,N,P

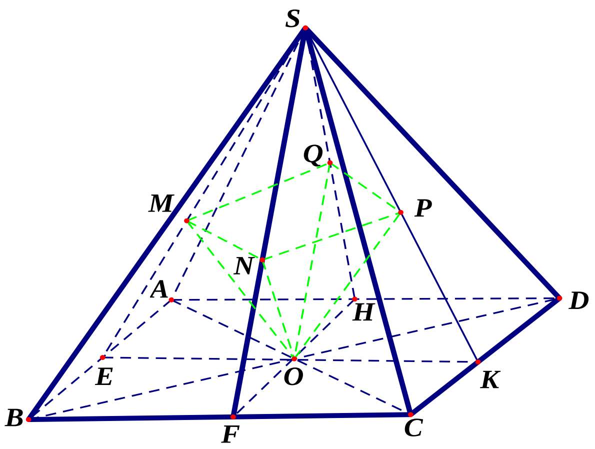
Ghi Chú!

và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng $(SAB),(SBC),(SCD)$ và (SDA). Thể tích của khối chóp $O.MNPQ$ bằng

A. $\dfrac{4a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{64a^3}{81}$. **C.** $\dfrac{128a^3}{81}$. **D.** $\dfrac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi E,F,K,H lần lượt là trung điểm của AB,BC,CD,DA và M,N,P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên $SE,SF,SK,SH \Rightarrow M,N,P$, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng $(SAB),(SBC),(SCD)$, (SDA).

Ta có $SO=\sqrt{SD^2-OD^2}=\sqrt{(2\sqrt{3}a)^2-(2\sqrt{2}a)^2}=2a=OE=OF=OK=OH$

$\Rightarrow$các tam giác SOE,SOF,SOK,SOH vuông cân tại O và bằng nhau nên M,N,P và Q lần lượt là trung điểm của của $SE,SF,SK,SH \Rightarrow MNPQ$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$

Mặt khác ta có $OM=ON=OP=OQ=a\sqrt{2} \Rightarrow O.MNPQ$ là hình chóp đều có tất cả các cạnh bằng $a\sqrt{2}$ nên có đường cao bằng $\sqrt{(a\sqrt{2})^2-\left(\frac{1}{2}.a\sqrt{2}.\sqrt{2}\right)^2}=a$.

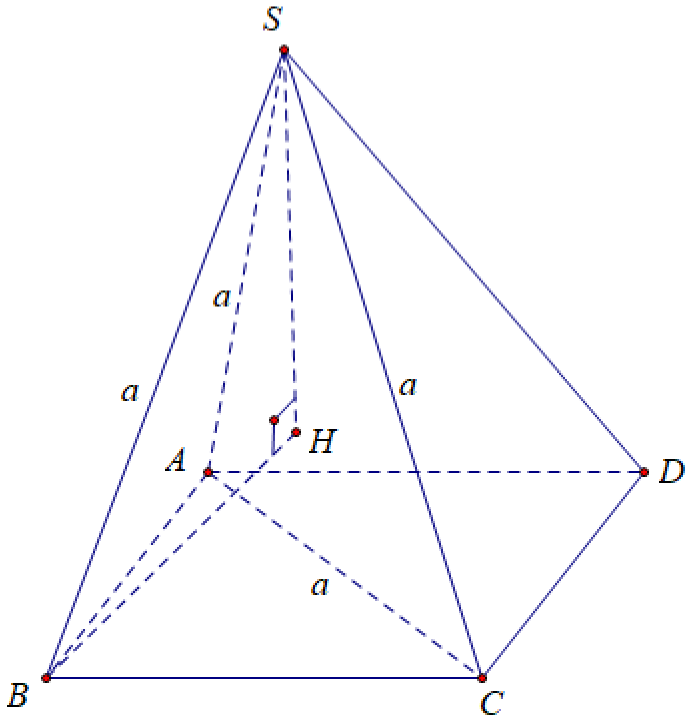
Khi đó thể tích của khối chóp $O.MNPQ$ bằng $\frac{1}{3}.a.(a\sqrt{2})^2=\frac{2a^3}{3}$.

Câu 44: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 44] Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA=SB=SC=AC=a$, SB tạo với mặt phẳng (SAC) một góc $30°$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Lời giải

Ghi Chú!



Chọn D

Vẽ $BH \perp (SAC)$ tại H suy ra $(SB;(SAC)) = (SB;BH) = \widehat{BSH} = 30°$

Từ đó ta có $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = 2V_{B.SAC}$

Xét ΔSHB vuông tại H ta có $\sin\widehat{BSH} = \dfrac{BH}{SB} \Rightarrow \sin 30° = \dfrac{BH}{a} \Leftrightarrow BH = \dfrac{a}{2}$

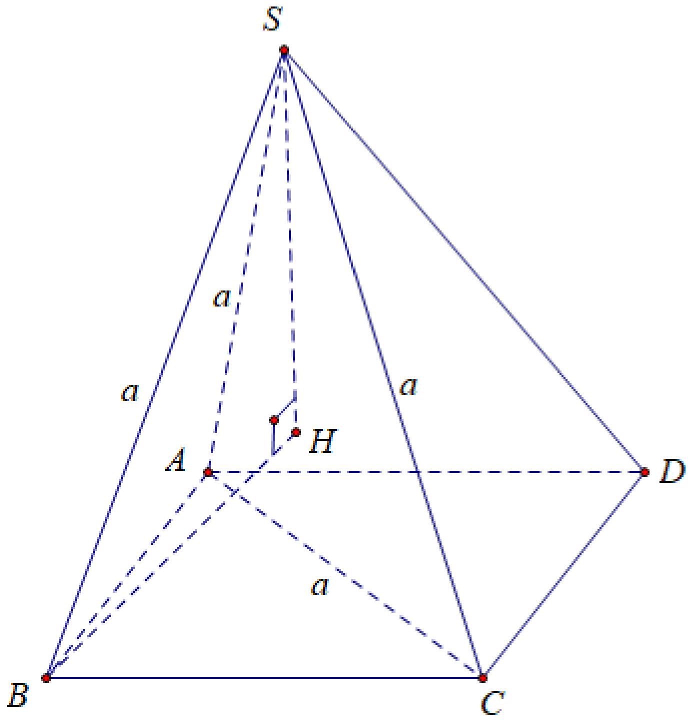
Ta có $V_{B.SAC} = \dfrac{1}{3}BH.S_{\Delta SAC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Vậy $V_{S.ABCD} = 2V_{B.SAC} = 2.\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 45: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 44] Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA = SB = SC = AC = a$, SB tạo với mặt phẳng (SAC) một góc $30°$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Lời giải



Chọn D

Vẽ $BH \perp (SAC)$ tại H suy ra $\left(SB;(SAC)\right) = (SB;BH) = \widehat{BSH} = 30°$

Từ đó ta có $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = 2V_{B.SAC}$

Xét ΔSHB vuông tại H ta có $\sin\widehat{BSH} = \dfrac{BH}{SB} \Rightarrow \sin 30° = \dfrac{BH}{a} \Leftrightarrow BH = \dfrac{a}{2}$

Ta có $V_{B.SAC} = \dfrac{1}{3}BH.S_{\Delta SAC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$

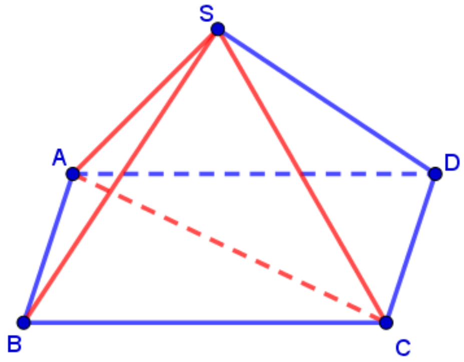
Vậy $V_{S.ABCD} = 2V_{B.SAC} = 2.\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

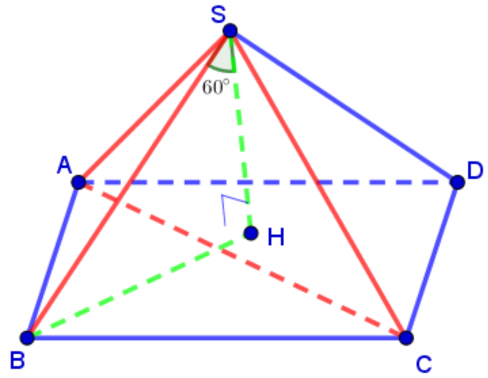
Câu 46: [MD 103-TN BGD 2023-CÂU 47] Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA = SB = SC = AC = a$, SB tạo với mặt phẳng (SAC) một góc $60°$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D





Do $ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow V_{S.ABCD}=2\cdot V_{SABC}$.

Lại có $SA=SC=AC=a \Rightarrow \Delta SAC$ đều cạnh $a \Rightarrow S_{\Delta SAC}=\dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}$.

Mặt khác SB tạo với mặt phẳng (SAC) một góc $60° \Rightarrow$

$d\left(B,(SAC)\right)=\sin 60°\cdot SB=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.

Suy ra $V_{B.SAC}=\dfrac{1}{3}\cdot d\left(B,(SAC)\right)\cdot S_{\Delta SAC}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}a}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}=\dfrac{a^3}{8}$.

Vậy $V_{S.ABCD}=2\cdot V_{SABC}=\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 47: (THPTQG 2018-MĐ101-Câu 47) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;2)$ và đi qua điểm $A(1;-2;-1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. 72. **B.** 216. **C.** 108. **D.** 36.

Lời giải

Chọn D

Đặt $AB=a$, $AC=b$, $AD=c$ thì $ABCD$ là tứ diện vuông đỉnh A, nội tiếp mặt cầu (S).

Khi đó $ABCD$ là tứ diện đặt ở góc A của hình hộp chữ nhật tương ứng có các cạnh AB, AC, AD và đường chéo AA' là đường kính của cầu. Ta có $a^2+b^2+c^2=4R^2$.

Xét $V=V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}abc \Leftrightarrow V^2=\dfrac{1}{36}a^2b^2c^2$.

Mà $a^2+b^2+c^2 \ge 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} \Leftrightarrow \left(\dfrac{a^2+b^2+c^2}{3}\right)^3 \ge a^2b^2c^2 \Leftrightarrow \left(\dfrac{4R^2}{3}\right)^3 \ge 36.V^2$

$\Leftrightarrow V \le R^3.\dfrac{4\sqrt{3}}{27}$

Với $R = IA = 3\sqrt{3}$.

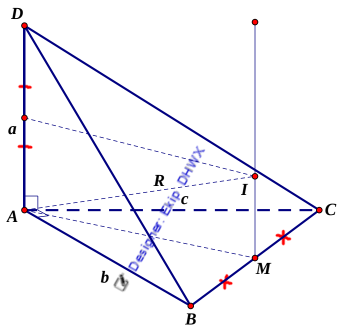
Vậy $V_{\max} = 36$.

Câu 48: **(THPTQG 2018-MĐ102-Câu 41)** Trong không gian $Oxyz$,cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm $A(1;0;-1)$. Xét các điểm B,C,D thuộc (S)sao cho AB,AC,AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$lớn nhất bằng

A. $\dfrac{64}{3}$. **B.** 32. **C.** 64. **D.** $\dfrac{32}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Đặt $AD=a$; $AB=b$; $AC=c$. Khi đó $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}AB.AC.AD = \dfrac{1}{6}a.b.c$.

Ta có bán kính mặt cầu (S) là $R = IA = 2\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm BC khi đó ta có $AM = \dfrac{\sqrt{b^2+c^2}}{2}$

Vì tứ diện $ABCD$ nội tiếp trong mặt cầu (S) nên ta có $IM // AD$ và $IM = \dfrac{1}{2}AD \Rightarrow IM = \dfrac{a}{2}$.

Xét tam giác AIM vuông tại M ta có $AI^2 = AM^2 + IM^2$ $\Rightarrow 12 = \dfrac{a^2+b^2+c^2}{4} \Rightarrow a^2+b^2+c^2 = 48$.

Vậy $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}a.b.c \Rightarrow V_{ABCD}^2 = \dfrac{1}{36}a^2.b^2.c^2 \le \dfrac{1}{36}\dfrac{\left(a^2+b^2+c^2\right)^3}{27} = \dfrac{1024}{9}$. Hay có $V_{ABCD} \le \sqrt{\dfrac{1024}{9}} = \dfrac{32}{3}$.

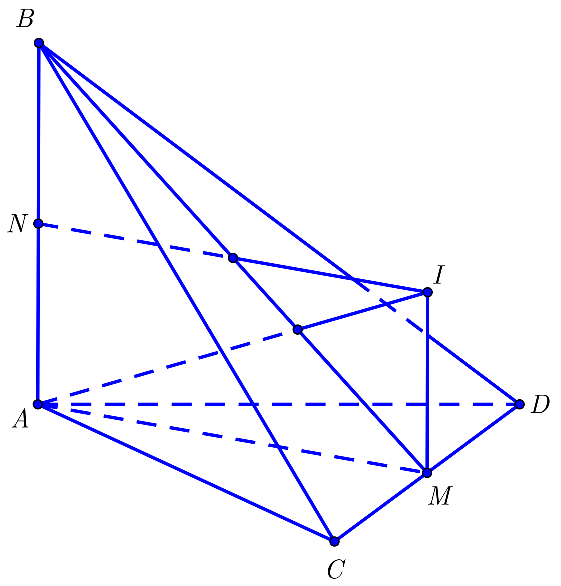
Câu 49: **(THPTQG 2018-MĐ103-Câu 48)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và đi qua điểm $A(5;-2;-1)$. Xét các điểm B,C,D

thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng.

A. 256. **B.** 128. **C.** $\frac{256}{3}$. **D.** $\frac{128}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Bán kính mặt cầu là $R = IA = 4\sqrt{3}$.

Do AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau nên $R = \frac{\sqrt{AB^2 + AC^2 + AD^2}}{2}$

Suy ra $AB^2 + AC^2 + AD^2 = 4R^2$. Áp dụng bất đẳng thức cauchy ta có:

$AB^2 + AC^2 + AD^2 \ge 3\sqrt[3]{AB^2.AC^2.AD^2} \Rightarrow 4R^2 \ge 3\sqrt[3]{AB^2.AC^2.AD^2}$

$\Rightarrow AB.AC.AD \le \frac{8\sqrt{3}}{9}R^3 = 512 \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{6}AB.AC.AD \le \frac{256}{3}$.

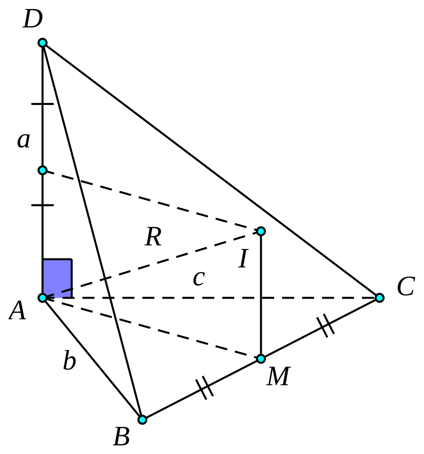
Vậy $\text{Max}V_{ABCD} = \frac{256}{3}$. Đạt được khi $AB = AC = AD = 8$.

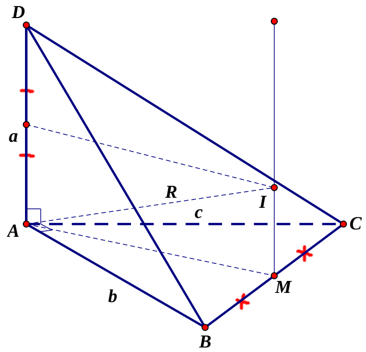
Câu 50: **(THPTQG 2018-MĐ104-Câu 41)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;2)$ và đi qua điểm $A(0;1;1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** 4. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C





Đặt: $AD = a$, $AB = b$, $AC = c$.
Ta có:
• $R = IA = \sqrt{3}$.

• $AM = \dfrac{\sqrt{b^2 + c^2}}{2}; IM = \dfrac{a}{2} \Rightarrow R^2 = IA^2 = \dfrac{b^2 + a^2 + c^2}{4} = 3$.

AD BĐT Cosi: $b^2 + a^2 + c^2 \ge 3\sqrt[3]{b^2a^2c^2} \Rightarrow b^2a^2c^2 \le \dfrac{\left(b^2 + a^2 + c^2\right)^3}{27} \Leftrightarrow abc \le 8$

.

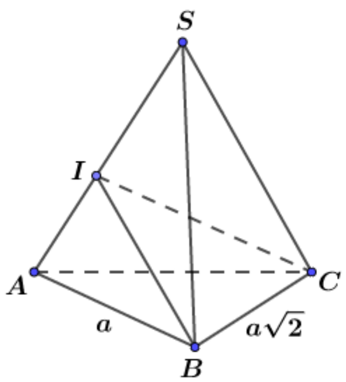
$\Rightarrow V = \dfrac{1}{6}abc \le \dfrac{1}{6}.8 = \dfrac{4}{3}$.

Câu 51: **(ĐTK 2020-L1-Câu 49)** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$, $SBA = SCA = 90^0$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60^0. Thể tích của khối đã cho bằng

A. a^3. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Hai tam giác vuông SAB và SAC bằng nhau chung cạnh huyền SA.

Kẻ BI vuông góc với SA suy ra CI cũng vuông góc với SA và $IB = IC$.

$SA \perp IC, SA \perp IB \Rightarrow SA \perp (IBC)$ tại I.

$V_{S.ABC} = V_{A.IBC} + V_{S.IBC} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta IBC}AI + \dfrac{1}{3}S_{\Delta IBC}SI = \dfrac{1}{3}S_{\Delta IBC}\left(AI + SI\right) = \dfrac{1}{3}S_{\Delta IBC}SA$.

$\left((SAB),(SAC)\right)=(IB,IC)\Rightarrow (IB,IC)=60^0 \Rightarrow BIC=60^0$ hoặc $BIC=120^0$.

Ta có $IC=IB<AB=a$ mà $BC=a\sqrt{2}$ nên tam giác IBC không thể đều suy ra $BIC=120^0$.

Trong tam giác IBC đặt $IB=IC=x\left(x>0\right)$ có:

$$\cos120^0=\frac{IB^2+IC^2-BC^2}{2IB.IC}\Rightarrow -\frac{1}{2}=\frac{2x^2-\left(a\sqrt{2}\right)^2}{2x^2}\Rightarrow x=\frac{a\sqrt{6}}{3}\Rightarrow IB=IC=\frac{a\sqrt{6}}{3}$$

.

Trong tam giác ABI vuông tại I có:

$$AI=\sqrt{AB^2-IB^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Trong tam giác SAB vuông tại B đường cao BI có:

$$AB^2=IA.SA\Rightarrow SA=\frac{AB^2}{IA}=\frac{a^2}{\frac{a\sqrt{3}}{3}}=a\sqrt{3}.$$

Vậy $V_{S.ABC}==\frac{1}{3}S_{\Delta IBC}SA=\frac{1}{3}\frac{1}{2}IB.IC.SA\sin BIC=\frac{1}{6}\left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2 a\sqrt{3}\sin120^0=\frac{a^3}{6}$

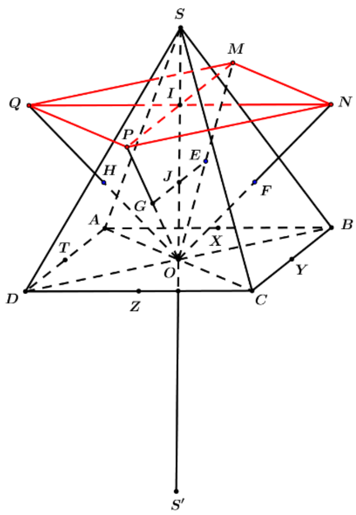
.

Câu 52: **(THPTQG 2020-L1-MĐ101-Câu 47)** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' đối xứng với S qua O. Thể tích khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

A. $\frac{20\sqrt{14}a^3}{81}$. **B.** $\frac{40\sqrt{14}a^3}{81}$. **C.** $\frac{10\sqrt{14}a^3}{81}$. **D.** $\frac{2\sqrt{14}a^3}{81}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi E, F, G, H lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA.

Ghi Chú!

Ghi Chú!

Gọi X, Y, Z, T lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA.

Ta có M đối xứng với O qua E và N đối xứng với O qua F nên $MN//EF$ và $MN=2EF$.

Mà E, F là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC nên $EF//XY$ và $EF=\frac{2}{3}XY=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}AC=\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Suy ra $MN//XY$ và $MN=2\frac{a\sqrt{2}}{3}=\frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Chứng minh tương tự ta có $QP//ZT$, $MQ//XT$, $NP//YZ$ và $MN=NP=PQ=QM=\frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Suy ra $(MNPQ)//(ABCD)$ và $MNPQ$ là hình thoi.

Do $ABCD$ là hình vuông, $XYZT$ là hình vuông nên $XY\perp XT\Rightarrow MN\perp MQ$. Suy ra $MNPQ$ là hình vuông, $S_{MNPQ}=\left(\frac{2a\sqrt{2}}{3}\right)^2=\frac{8a^2}{9}$.

Gọi I là giao điểm của MP và NQ.

Ta có $\begin{cases}(MXZP)\cap(NYTQ)=SO\\(MXZP)\cap(MNPQ)=MP\\(MNPQ)\cap(NYTQ)=NQ\end{cases}$ nên SO, MP, NQ đồng quy tại I.

Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO\perp(ABCD)$, mà $(MNPQ)//(ABCD)$ nên $SO\perp(MNPQ)$.

Trong mặt phẳng $(MXZP)$, gọi $J=EG\cap SO$, ta có $\frac{SG}{SZ}=\frac{SE}{SX}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{SJ}{SO}=\frac{2}{3}$.

Mà ΔOMP có EG là đường trung bình nên J là trung điểm OI.

Suy ra $OI=\frac{2}{3}SO=\frac{2}{3}\sqrt{SA^2-AO^2}=\frac{2}{3}\sqrt{(2a)^2-\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{14}}{2}=\frac{a\sqrt{14}}{3}$.

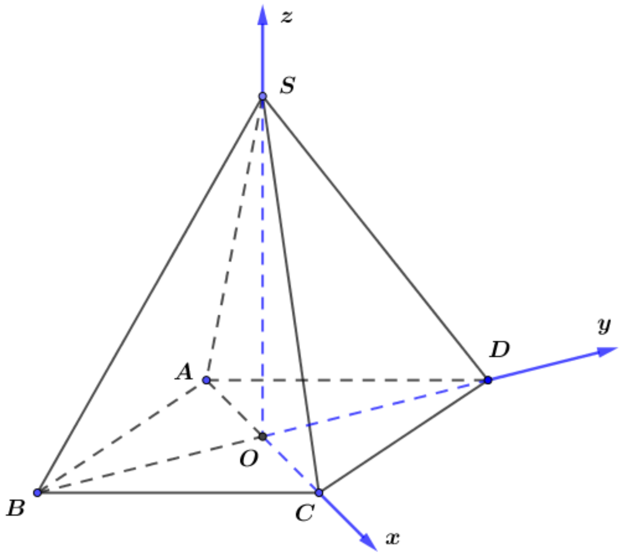
Vậy

$V_{S'MNPQ}=\frac{1}{3}S'I.S_{MNPQ}=\frac{1}{3}(S'O+OI).S_{MNPQ}=\frac{1}{3}\left(\frac{a\sqrt{14}}{2}+\frac{a\sqrt{14}}{3}\right).\frac{8a^2}{9}=\frac{20\sqrt{14}a^3}{81}$

.

Cách khác:

Ghi Chú!



Không mất tính tổng quát, ta giả sử $a=1$.

Đặt hình chóp $S.ABCD$ vào hệ trục tọa độ $(Oxyz)$ như hình vẽ với

$SO=\sqrt{SD^2-OD^2}=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$

Ta có: $O(0;0;0)$, $A\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2};0;0\right)$, $B\left(0;-\dfrac{\sqrt{2}}{2};0\right)$ $C\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2};0;0\right)$, $D\left(0;\dfrac{\sqrt{2}}{2};0\right)$,

$S\left(0;0;\dfrac{\sqrt{14}}{2}\right)$

$\Rightarrow S'\left(0;0;-\dfrac{\sqrt{14}}{2}\right)$.

Gọi G_1 là trọng tâm ΔSAB

$\Rightarrow G_1\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{6};-\dfrac{\sqrt{2}}{6};\dfrac{\sqrt{14}}{6}\right)\Rightarrow M\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{3};-\dfrac{\sqrt{2}}{3};\dfrac{\sqrt{14}}{3}\right)$.

Gọi G_2 là trọng tâm ΔSBC $\Rightarrow G_2\left(\dfrac{\sqrt{2}}{6};-\dfrac{\sqrt{2}}{6};\dfrac{\sqrt{14}}{6}\right)\Rightarrow N\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3};-\dfrac{\sqrt{2}}{3};\dfrac{\sqrt{14}}{3}\right)$

.

Gọi G_3 là trọng tâm ΔSCD $\Rightarrow G_3\left(\dfrac{\sqrt{2}}{6};\dfrac{\sqrt{2}}{6};\dfrac{\sqrt{14}}{6}\right)\Rightarrow P\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3};\dfrac{\sqrt{2}}{3};\dfrac{\sqrt{14}}{3}\right)$.

Gọi G_4 là trọng tâm ΔSDA $\Rightarrow G_4\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{6};\dfrac{\sqrt{2}}{6};\dfrac{\sqrt{14}}{6}\right)\Rightarrow M\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{3};\dfrac{\sqrt{2}}{3};\dfrac{\sqrt{14}}{3}\right)$

.

Ta có :

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{MQ}=\left(0;\dfrac{2\sqrt{2}}{3};0\right)\\ \overrightarrow{MN}=\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3};0;0\right)\end{array}\right\}\Rightarrow\left[\overrightarrow{MQ},\overrightarrow{MN}\right]=\left(0;0;-\dfrac{8}{9}\right)\Rightarrow S_{MNPQ}=\left|\left[\overrightarrow{MQ},\overrightarrow{MN}\right]\right|=\dfrac{8}{9}.$$

Lúc đó $(MNPQ)$ có một vectơ pháp tuyến là

$\vec{n}=(0;0;1)\Rightarrow(MNPQ):\ z-\dfrac{\sqrt{14}}{3}=0$.

Ta có: $d\left(S',(MNPQ)\right)=\dfrac{5\sqrt{14}}{6}$.

Suy ra : $V_{S'.MNPQ}=\dfrac{1}{3}.d\left(S',(MNPQ)\right).S_{MNPQ}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{5\sqrt{14}}{6}.\dfrac{8}{9}=\dfrac{20\sqrt{14}}{81}$.

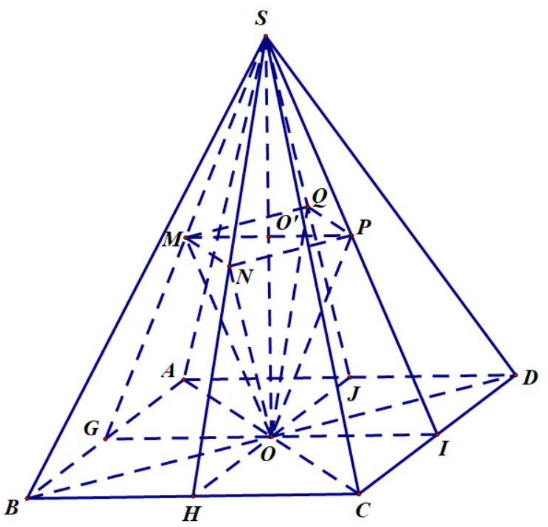
Vậy : $V_{S'.MNPQ}=\dfrac{20\sqrt{14}a^3}{81}$.

Câu 53: **(THPTQG 2020-L2-MĐ104-Câu 46)** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ và O là tâm đáy. Gọi M,N,P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng SAB, SBC, SCD và SDA. Thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng

A. $\dfrac{8a^3}{81}$. **B.** $\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{16a^3}{81}$.

Lời giải

Chọn C



Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên có $SO\perp ABCD$.

Xét tam giác SOA vuông tại O có

$SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2-\left(a\sqrt{2}\right)^2}=a$.

Gọi G,H,I,J lần lượt là trung điểm của AB,BC,CD,DA.

Ta có $AB\perp GO, AB\perp SO\Rightarrow AB\perp SOG$ mà $AB\perp SAB$ nên $SGO\perp SAB$ do đó M là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng SAB suy ra $M\in SG$ và $OM\perp SG$.

Xét $\triangle SOG$ vuông tại O có $SO=OG=a$, $OM\perp SG$ nên M là trung điểm của SG.

Hoàn toàn tương tự có N,P,Q lần lượt là trung điểm của SH,SI,SJ.

Ghi Chú!

Do đó dễ thấy $O.MNPQ$ là chóp tứ giác đều có đường cao $OO'=\frac{1}{2}SO=\frac{a}{2}$

và cạnh đáy $MN=\frac{1}{2}GH=\frac{1}{4}AC=\frac{2a\sqrt{2}}{4}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng

$V_{O.MNPQ}=\frac{1}{3}OO'.S_{MNPQ}=\frac{1}{3}\frac{a}{2}.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{a^3}{12}$.

Dạng ⑤: Tỉ số thể tích trong khối chóp

Câu 54: (DE TN BGD 2022-MD 103) Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** 3. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi diện tích đáy và chiều cao tương ứng của khối chóp và khối lăng trụ là B và h.

Ta có $\begin{cases} V_1=\frac{1}{3}Bh \\ V_2=Bh \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{3}$.

Câu 55: (DE TN BGD 2022-MD 104)Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi đường cao, diện tích đáy lần lượt là h, B.

Khi đó áp dụng công thức thể tích khối chóp, khối lăng trụ ta được $V_1=\frac{1}{3}B.h$ và $V_2=B.h$.

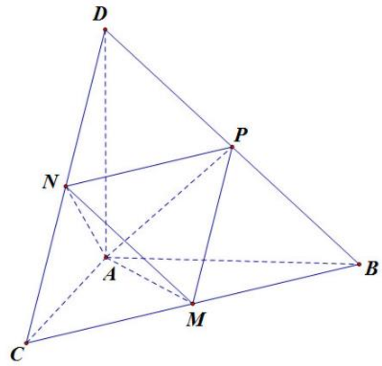
Suy ra: $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{1}{3}B.h}{B.h}=\frac{1}{3}$.

Câu 56: (ĐMH 2017-Câu 37) Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB=6a$, $AC=7a$ và $AD=4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB. Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V=\frac{7}{2}a^3$ **B.** $V=14a^3$ **C.** $V=\frac{28}{3}a^3$ **D.** $V=7a^3$

Lời giải

Chọn D



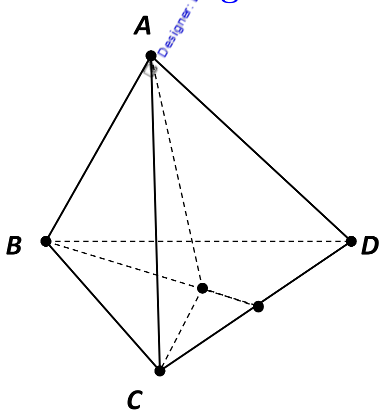
Ta có $V_{ABCD}=\frac{1}{3}AB.\frac{1}{2}AD.AC=\frac{1}{6}6a.7a.4a=28a^3$

Ta nhận thấy $S_{MNP}=\frac{1}{2}S_{MNPD}=\frac{1}{4}S_{BCD}\Rightarrow V_{AMNP}=\frac{1}{4}V_{ABCD}=7a^3$.

Câu 57: **(ĐTN 2017-Câu 37)** Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm của tam giác BCD. Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$

A. $V=3$ **B.** $V=4$ **C.** $V=6$ **D.** $V=5$

Lời giải



Chọn B

Cách 1:

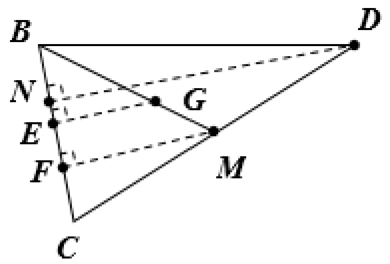
Phân tích: tứ diện $ABCD$ và khối chóp $A.GBC$ có cùng đường cao là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD). Do G là trọng tâm tam giác BCD nên ta có $S_{\Delta BGC}=S_{\Delta BGD}=S_{\Delta CGD}\Rightarrow S_{\Delta BCD}=3S_{\Delta BGC}$ (xem phần chứng minh).

Áp dụng công thức thể tích hình chóp ta có:

$$\left.\begin{array}{l} V_{ABCD}=\frac{1}{3}h.S_{\Delta BCD} \\ V_{A.GBC}=\frac{1}{3}h.S_{\Delta GBC} \end{array}\right\}\Rightarrow \frac{V_{ABCD}}{V_{A.GBC}}=\frac{\frac{1}{3}h.S_{\Delta BCD}}{\frac{1}{3}h.S_{\Delta GBC}}=\frac{S_{\Delta BCD}}{S_{\Delta GBC}}=3$$

$\Rightarrow V_{A.GBC}=\frac{1}{3}V_{ABCD}=\frac{1}{3}.12=4$.

Chứng minh: Đặt $DN = h; BC = a$.



$+)\ MF // ND \Rightarrow \frac{MF}{DN} = \frac{CM}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MF = \frac{1}{2}DN \Rightarrow MF = \frac{h}{2}$.

$+)\ GE // MF \Rightarrow \frac{GE}{MF} = \frac{BG}{BM} = \frac{2}{3} \Rightarrow GE = \frac{2}{3}MF = \frac{2}{3}.\frac{h}{2} = \frac{h}{3}$

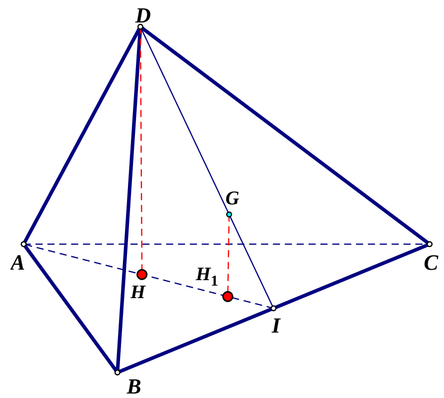
$+)\ \frac{S_{\Delta BCD}}{S_{\Delta GBC}} = \frac{\frac{1}{2}DN.BC}{\frac{1}{2}GE.BC} = \frac{\frac{1}{2}ha}{\frac{1}{2}\frac{h}{3}a} = 3 \Rightarrow S_{\Delta BCD} = 3S_{\Delta GBC}$

+) Chứng minh tương tự có $S_{\Delta BCD} = 3S_{\Delta GBD} = 3S_{\Delta GCD}$
$\Rightarrow S_{\Delta BGC} = S_{\Delta BGD} = S_{\Delta CGD}$

Cách 2:

Ta có $\frac{d(G;(ABC))}{d(D;(ABC))} = \frac{GI}{DI} = \frac{1}{3} \Rightarrow d(G;(ABC)) = \frac{1}{3}d(D;(ABC))$.

Nên $V_{G.ABC} = \frac{1}{3}d(G;(ABC)).S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.V_{DABC} = 4$

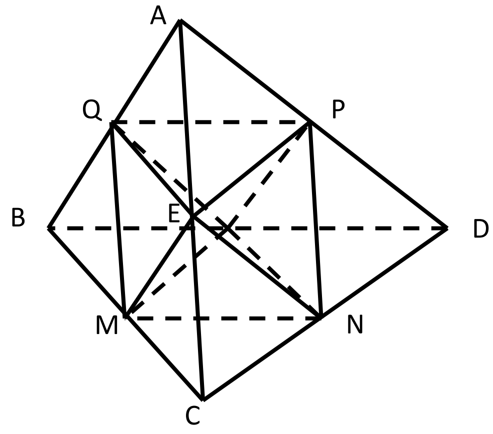


Câu 58: **(ĐTK 2017-Câu 50)** Cho khối tứ diện có thể tích bằng V. Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$. **B.** $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$. **C.** $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$. **D.** $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Cách 1. Đặc biệt hóa tứ diện cho là tứ diện đều cạnh a. Hình đa diện cần tính có được bằng cách cắt 4 góc của tứ diện, mỗi góc cũng là một tứ diện đều có cạnh bằng $\frac{a}{2}$.

Do đó thể tích phần cắt bỏ là $V'' = 4.\frac{V}{8} = \frac{V}{2}$.

(Vì với tứ diện cạnh giảm nửa thì thể tích giảm $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$).Vậy

$V' = \frac{V}{2} \Leftrightarrow \frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

Cách 2. Khối đa diện là hai khối chóp tứ giác (giống nhau) có cùng đáy là hình bình hành úp lại. Suy ra:

$V' = 2V_{N.MEPF} = 4.V_{N.MEP} = 4.V_{P.MNE} = 4.\frac{1}{2}.\frac{1}{4}V = \frac{1}{2}V$

(Do chiều cao giảm một nửa, cạnh đáy giảm một nửa nên diện tích giảm 4)

Cách 3. Ta có $\frac{V'}{V} = \frac{V - V_{A.QEP} - V_{B.QMF} - V_{C.MNE} - V_{D.NPF}}{V}$

$= 1 - \frac{V_{A.QEP}}{V} - \frac{V_{B.QMF}}{V} - \frac{V_{C.MNE}}{V} - \frac{V_{D.NPF}}{V}$

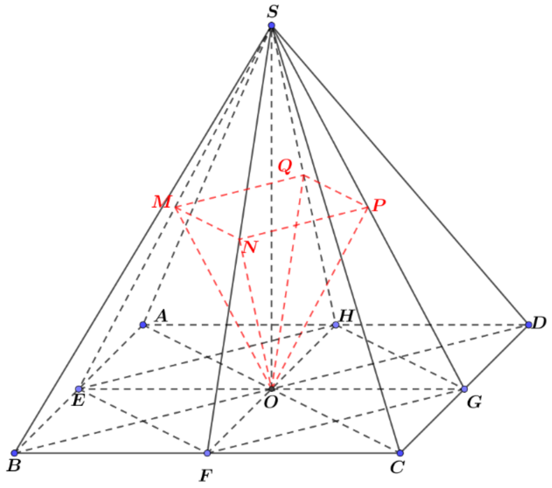
$= 1 - \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} - \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} - \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} - \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Câu 59: **(THPTQG 2020-L2-MĐ101-Câu 44)** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3a$, cạnh bên bằng $\frac{3\sqrt{3}a}{2}$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCD) và (SDA). Thể tích của khối chóp $O.MNPQ$ bằng

A. $\frac{9a^3}{16}$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $\frac{9a^3}{32}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi E,F,G,H theo thứ tự là trung điểm của AB,BC,CD,DA.

Ta có: $\begin{cases} AB\perp SO \\ AB\perp OE \end{cases}\Rightarrow AB\perp (SOE)\Rightarrow (SAB)\perp (SOE)$.

Mặt khác: $(SAB)\cap (SOE)=SE$ đồng thời M là hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng (SAB) nên $OM\perp SE$ tại M.

Ta có: $SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{\left(\frac{3a\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{3a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{3a}{2}=OE$.

Khi đó tam giác SOE vuông cân tại O $\Rightarrow M$ là trung điểm SE.

Chứng minh tương tự ta cũng có N,P,Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SF,SG,SH.

Khi đó $d(O,(MNPQ))=d(S,(MNPQ))=\frac{1}{2}SO=\frac{3a}{4}$,

$S_{MNPQ}=\frac{1}{4}S_{EFGH}=\frac{1}{8}S_{ABCD}=\frac{9a^2}{8}$.

Suy ra $V_{O.MNPQ}=\frac{1}{3}\cdot S_{MNPQ}.d(O,(MNPQ))=\frac{1}{3}.\frac{3a}{4}\cdot\frac{9a^2}{8}=\frac{9a^3}{32}$.

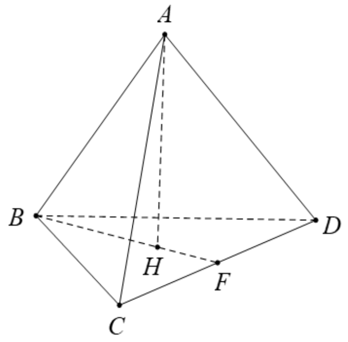
Vậy $V_{O.MNPQ}=\frac{9a^3}{32}$.

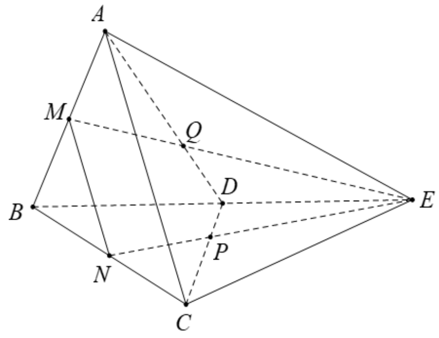
Câu 60: **(THPTQG 2017-MĐ101-Câu 44)** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC và E là điểm đối xứng với B qua D. Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối chứa điểm A có thể tích V. Tính V .

A. $\frac{7\sqrt{2}a^3}{216}$ **B.** $\frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$ **C.** $\frac{13\sqrt{2}a^3}{216}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{18}$

Lời giải

Chọn B





Tính thể tích T có khối tứ diện $ABCD$. Gọi F là trung điểm BC và H trọng tâm tam giác BCD.

Ta có $BF=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $BH=\dfrac{2}{3}BF=\dfrac{a}{\sqrt{3}}$ suy ra $BH=\sqrt{AB^2-BH^2}=a\sqrt{\dfrac{2}{3}}$.

Thể tích tứ diện $ABCD$ là $T=\dfrac{1}{3}AH.S_{BCD}=\dfrac{1}{3}a\sqrt{\dfrac{2}{3}}\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Gọi diện tích một mặt của tứ diện là S. Gọi P là giao điểm của NE và CD, tương tự cho Q.

Ta thấy P,Q lần lượt là trọng tâm các tam giác BEC và BEA nên $PD=\dfrac{1}{3}DC,QD=\dfrac{1}{3}AD$

Sử dụng công thức tỉ số thể tích ta có:

$\dfrac{V_{B.ACE}}{V_{B.ACD}}=2$ nên $V_{B.ACE}=2T$; $\dfrac{V_{E.BMN}}{V_{E.BAC}}=\dfrac{1}{4}$ nên $V_{E.BMN}=\dfrac{1}{4}.2T=\dfrac{T}{2}$.

Nên $V_{E.AMNC}=V_{E.ABC}-V_{B.EMN}=2T-\dfrac{T}{2}=\dfrac{3}{2}T$.

Tương tự: $\dfrac{V_{E.DPQ}}{V_{E.DCA}}=\dfrac{1}{9}$ nên $V_{E.DPQ}=\dfrac{1}{9}T$. Nên $V_{ACPQ}=T-\dfrac{1}{9}T=\dfrac{8}{9}T$

Suy ra $V=V_{E.AMNC}-V_{E.ACPQ}=\dfrac{3}{2}T-\dfrac{8}{9}T=\dfrac{11}{18}T=\dfrac{11a^3\sqrt{2}}{216}$.

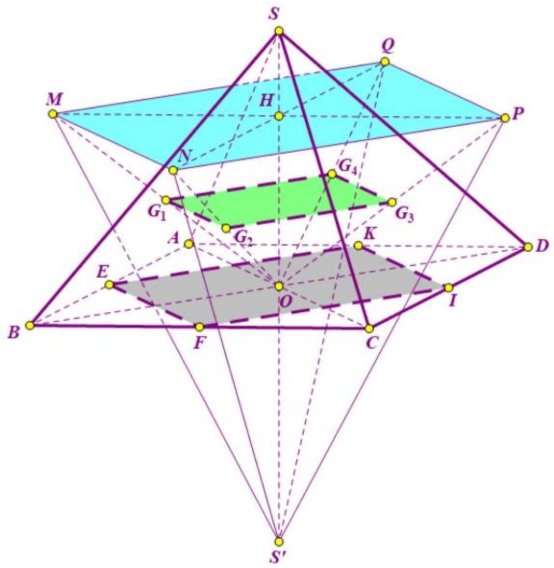
Câu 61: **(THPTQG 2020-L1-MĐ102-Câu 43)** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $\sqrt{3}a$ và O là tâm của đáy. Gọi M,N,P,Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tâm giác SAB,SBC,SCD,SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

A. $\dfrac{40\sqrt{10}a^3}{81}$. **B.** $\dfrac{10\sqrt{10}a^3}{81}$. **C.** $\dfrac{20\sqrt{10}a^3}{81}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{10}a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Ghi Chú!



Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 lần lượt là trọng tâm của $\Delta SAB, \Delta SBC, \Delta SCD, \Delta SDA$.

Do $G_1G_2 // G_3G_4 \Rightarrow G_1G_2G_3G_4$ là hình bình hành và đồng phẳng.

$\Rightarrow MN // PQ$ và $MN = PQ$ nên $MNPQ$ là hình bình hành và đồng phẳng.

Ta có $QN \cap SO = H$ thì $\dfrac{SH}{SO} = \dfrac{1}{3}$.

Ta có $SO = \sqrt{3a^2 - \dfrac{a^2}{2}} = \sqrt{\dfrac{5}{2}}a$.

Ta có $V_{S'.MNPQ} = 5.V_{S.MNPQ} = 5.2.V_{S.G_1G_2G_3G_4}$

$$= 5.2.\left(\frac{2}{3}\right)^3.V_{S.EFIK} = \frac{80}{27}V_{S.EFIK} = \frac{80}{27}.\frac{1}{3}.a\sqrt{\frac{5}{2}}.\frac{a^2}{2} = \frac{20\sqrt{10}}{81}a^3.$$

§4- THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ.

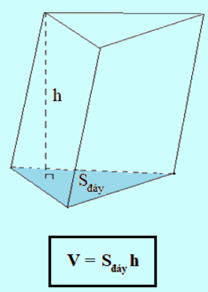
Ⓐ Tóm tắt lý thuyết cơ bản

Các công thức tính thể tích thường gặp:

Công thức tính thể tích lăng trụ

- Thể tích khối lăng trụ: $\boxed{V = S_{đáy}.h}$
- $S_{đáy}$: Diện tích mặt đáy.
- h: Chiều cao của khối chóp.

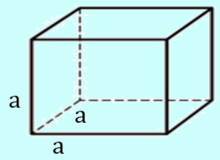
Chú ý: Lăng trụ đứng có chiều cao chính là cạnh bên.



Công thức tính thể tích khối Lập phương

- Thể tích khối lập phương: $V = a^3$

Chú ý: Thể tích khối lập phương bằng tích 3 kích thước của nó.

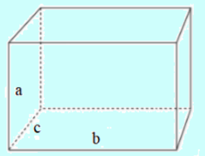


$V = a.a.a = a^3$

Công thức tính thể tích khối hộp chữ nhật

- Thể tích khối hộp chữ nhật: $V = a.b.c$

Chú ý: Thể tích khối hộp chữ nhật bằng tích 3 kích thước của nó.



V = abc

Ⓑ Dạng toán cơ bản

Dạng ①: Câu hỏi dạng lý thuyết(Công thức V,h,B ;có sẵn h, B;...)

Câu 1: **(THPTQG 2018-MĐ103-Câu 8)** Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $\frac{16}{3}a^3$. **C.** $\frac{4}{3}a^3$. **D.** $16a^3$.

Lời giải

Chọn A

$V = S_{day}.h = a^2.4a = 4a^3$.

Câu 2: **(THPTQG 2019-MĐ101-Câu 12)** Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $3Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** $\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn B

Câu 3: **(THPTQG 2019-MĐ102-Câu 12)** Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $3Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** $\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn B

Ta có công thức tính thể tích lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = Bh$.

Câu 4: **(THPTQG 2019-MĐ103-Câu 8)** Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là:

A. $\frac{4}{3}Bh$. **B.** $3Bh$. **C.** $\frac{1}{3}Bh$. **D.** Bh.

Lời giải

Chọn D

Theo công thức tính thể tích lăng trụ.

Câu 5: **(THPTQG 2019-MĐ104-Câu 4)** Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{4}{3}Bh$. **B.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** $3Bh$. **D.** Bh.

Lời giải

Chọn D

Câu hỏi lý thuyết $V_{LT} = B.h$

Câu 6: **(THPTQG 2020-L2-MĐ101-Câu 9)** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 9. **B.** 18. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V = B.h = 3.6 = 18$.

Câu 7: **(THPTQG 2020-L2-MĐ102-Câu 19)** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối lăng trụ $V = Bh = 3.2 = 6$.

Câu 8: **(THPTQG 2020-L2-MĐ103-Câu 2)** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 3. **B.** 18. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối lăng trụ đã cho là: $V = B.h = 6.3 = 18$.

Câu 9: **(THPTQG 2020-L2-MĐ104-Câu 9)** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=4$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 24. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=4$ là:
$V = B.h = 6.4 = 24$.

Câu 10: **(DE TN BGD 2022 - MD 102)** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn B

Ta có thể tích khối lăng trụ bằng $V = B.h = 3a^2.2a = 6a^3$.

Ghi Chú!

Câu 11: **[MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 9]** Nếu khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích bằng

A. $\frac{V}{3}$. **B.** V. **C.** $\frac{2V}{3}$. **D.** $3V$.

Lời giải

Chọn A

Gọi h là chiều cao của khối lăng $ABC.A'B'C'$.

Khi đó $V = h.S_{ABC}$.

Ta có $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}h.S_{ABC} = \frac{1}{3}V$.

Câu 12: **[MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 9]** Nếu khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích bằng

A. $\frac{V}{3}$. **B.** V. **C.** $\frac{2V}{3}$. **D.** $3V$.

Lời giải

Chọn A

Gọi h là chiều cao của khối lăng $ABC.A'B'C'$.

Khi đó $V = h.S_{ABC}$.

Ta có $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}h.S_{ABC} = \frac{1}{3}V$.

Câu 13: **[MD 103-TN BGD 2023-CÂU 2]** Diện tích đáy của khối lăng trụ có thể tích V và chiều cao h bằng

A. $\frac{V}{3h}$. **B.** $\frac{V}{h}$. **C.** Vh. **D.** $\frac{3V}{h}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = Sh \Rightarrow S = \frac{V}{h}$.

Câu 14: **[MD 104-TN BGD 2023-CÂU 21]** Nếu khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích bằng

A. $\frac{2V}{3}$. **B.** $3V$. **C.** $\frac{V}{3}$. **D.** V.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}d\left(A',(ABC)\right).S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.d\left((A'B'C'),(ABC)\right).S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{V}{3}$

Dạng ②: Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và câu hỏi liên quanh thể tích lăng trụ đứng.

Ghi Chú!

Câu 15: **(THPTQG 2017-MĐ104-Câu 23)** Cho hình bát diện đều cạnh a. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=4\sqrt{3}a^2$ **B.** $S=\sqrt{3}a^2$ **C.** $S=2\sqrt{3}a^2$ **D.** $I=8a^2$

Lời giải

Chọn C

Bát diện đều có 8 mặt bằng nhau, mỗi mặt là một tam giác đều cạnh a

Vậy $S=8.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=2\sqrt{3}a^2$.

Câu 16: **(THPTQG 2018-MĐ104-Câu 11)** Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{2}{3}a^3$. **B.** $\dfrac{4}{3}a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $4a^3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V_{langtru}=S_{day}.h=a^2.2a=2a^3$.

Câu 17: **(ĐTK 2020-L1-Câu 5)** Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 216. **B.** 18. **C.** 36. **D.** 72.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 6 là $V=6^3=216$.

Câu 18: **(THPTQG 2020-L1-MĐ101-Câu 5)** Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước $3;\ 4;\ 5$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 10. **B.** 20. **C.** 12. **D.** 60.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối hộp đã cho bằng $3.4.5=60$.

Câu 19: **(THPTQG 2020-L1-MĐ102-Câu 23)** Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;4;6$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 16. **B.** 12. **C.** 48. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối hộp là: $V=2.4.6=48$.

Câu 20: **(THPTQG 2020-L1-MĐ103-Câu 11)** Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;6;7$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 28. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 84.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;6;7$ là $V=2.6.7=84$.

Ghi Chú!

Câu 21: **(THPTQG 2020-L1-MĐ104-Câu 14)** Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;\ 3;\ 7$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 7. **B.** 42. **C.** 12. **D.** 14.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;\ 3;\ 7$ là: $V = 2.3.7 = 42$.

Câu 22: **(ĐTK 2021-Câu 22)** Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;\ 3;\ 7$ bằng

A. 14. **B.** 42. **C.** 126. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối hộp chữ nhật là $V = abc = 2.3.7 = 42$ (đvtt).

Câu 23: **(TN BGD 2022-MĐ101)**Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. a^3. **B.** $6a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn B

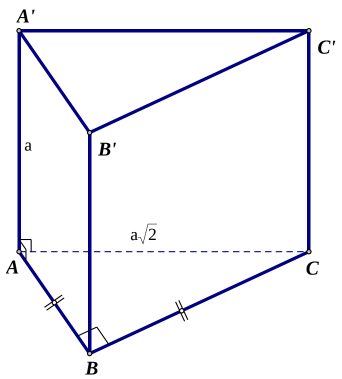
Ta có: $V = B.h = 3a^2.2a = 6a^3$.

Câu 24: **(THPTQG 2017-MĐ102-Câu 18)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = a^3$ **B.** $V = \frac{a^3}{3}$ **C.** $V = \frac{a^3}{6}$ **D.** $V = \frac{a^3}{2}$

Lời giải

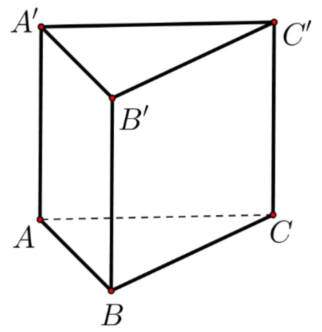
Chọn D



Tam giác ABC vuông cân tại B $\Rightarrow AB = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a$. Suy ra:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}a^2 \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = BB'.S_{ABC} = \frac{1}{2}a^2.a = \frac{a^3}{2}.$$

Câu 25: **(THPTQG 2019-MĐ101-Câu 22)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{3}a$ (hình minh họa như hình vẽ). Thể tích của lăng trụ đã cho bằng



A. $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải

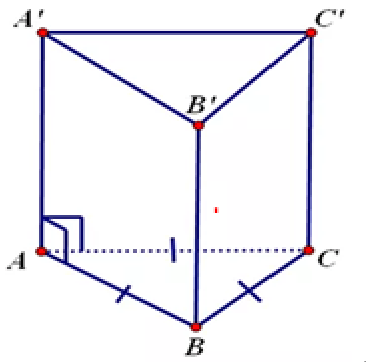
Chọn A

Ta có: ABC là tam giác đều cạnh a nên $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta lại có $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ đứng nên $AA' = \sqrt{3}a$ là đường cao của khối lăng trụ.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = a\sqrt{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 26: **(THPTQG 2019-MĐ102-Câu 21)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$ (minh họa như hình vẽ bên).

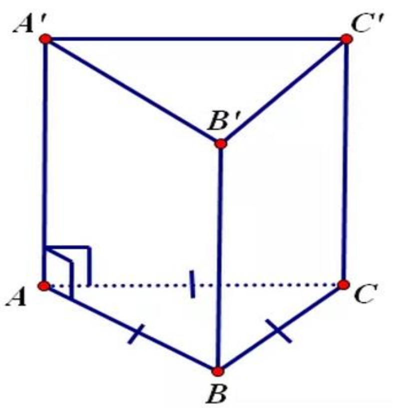


Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D



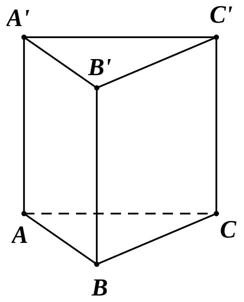
Ghi Chú!

Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Do khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên đường cao của lăng trụ là $AA'=2a$.

Thể tích khối lăng trụ là $V=AA'.S_{\Delta ABC}=2a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 27: **(THPTQG 2019-MĐ103-Câu 25)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA'=3a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

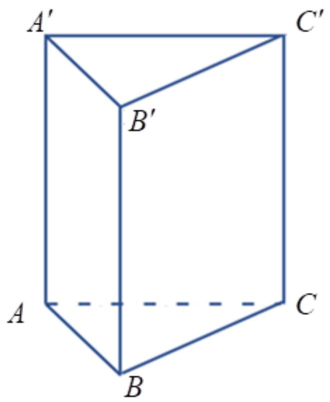
A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $6\sqrt{3}a^3$. **D.** $3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D

Khối lăng trụ đã cho có đáy là tam giác đều có diện tích là $\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}$ và chiều cao là $AA'=3a$ (do là lăng trụ đứng) nên có thể tích là $\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.3a=3\sqrt{3}a^3$

Câu 28: **(THPTQG 2019-MĐ104-Câu 26)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=\sqrt{2}a$ (minh họa như hình vẽ bên dưới).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

Lời giải

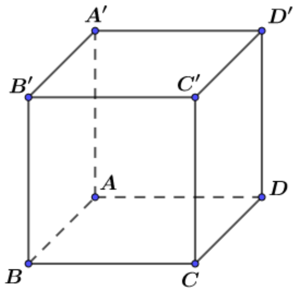
Chọn A

Ta có: $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho là

$$V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.AA'=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{2}=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}.$$

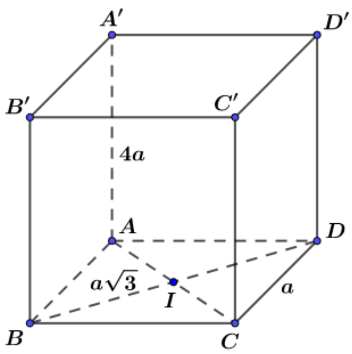
Câu 29: **(ĐTK 2020-L1-Câu 26)** Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $BD=a\sqrt{3}$ và $AA'=4a$ (minh họa như hình bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $I=AC\cap BD$. Ta có: $AC\perp BD, BI=\frac{BD}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Xét tam giác vuông BAI vuông tại I:

$$AI^2=BA^2-BI^2=a^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2=a^2-\frac{3a^2}{4}=\frac{a^2}{4}\Rightarrow AI=\frac{a}{2}\Rightarrow AC=a.$$

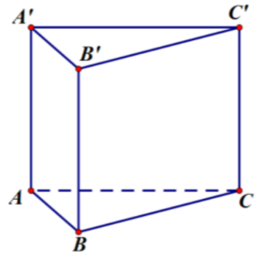
Diện tích hình bình hành $ABCD$:

$$S_{ABCD}=2S_{\Delta ABC}=2.\frac{1}{2}BI.AC=2.\frac{1}{2}\frac{a\sqrt{3}}{2}.a=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy: $V_{ABCD.A'B'C'D'}=S_{ABCD}.AA'=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.4a=2\sqrt{3}a^3.$

Câu 30: **(TN BGD 2022-MD101)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC=2$, $AB=\sqrt{3}$ và $AA'=1$ (tham khảo hình bên).

Ghi Chú!



Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 90^0. **D.** 60^0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\begin{cases}(A'BC)\cap(ABC)=BC\\ A'B\perp BC\ tai\ B, A'B\subset(A'BC)\quad (DoBC\perp(AA'B'B))\\ AB\perp BC\ tai\ B, AB\subset(ABC)\end{cases}$

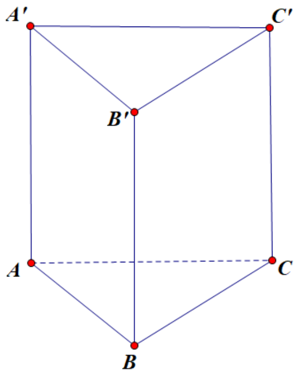
Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là góc $A'BA$.

Xét $\Delta A'AB$ vuông tại A ta có:

$\tan A'BA=\dfrac{AA'}{AB}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow A'BA=30^0$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là 30^0

Câu 31: **(DE TN BGD 2022 - MD 102)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC=2, AB=\sqrt{3}$ và $AA'=1$ (tham khảo hình bên dưới).

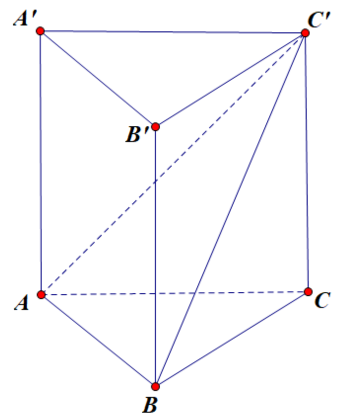


Góc giữa hai mặt phẳng ABC' và ABC bằng

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\begin{cases} AB \perp CC' \; CC' \perp \; ABC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow AB \perp \; C'CB \; \Rightarrow AB \perp C'B.$

$\begin{cases} C'AB \; \cap \; ABC \; = AB \\ C'B \perp AB \\ CB \perp AB \end{cases} \Rightarrow \; C'AB \; ; \; ABC \; = \; C'B; BC \; = C'BC.$

ΔABC vuông tại B nên $BC = AC^2 - AB^2 = 2^2 - \sqrt{3}^{\;2} = 1.$

Trong tam giác vuông $C'BC$, $\tan C'BC = \dfrac{C'C}{BC} = \dfrac{1}{1} = 1.$

Do đó $C'BC = 45°$. Vậy $C'AB \; ; \; ABC \; = 45°$.

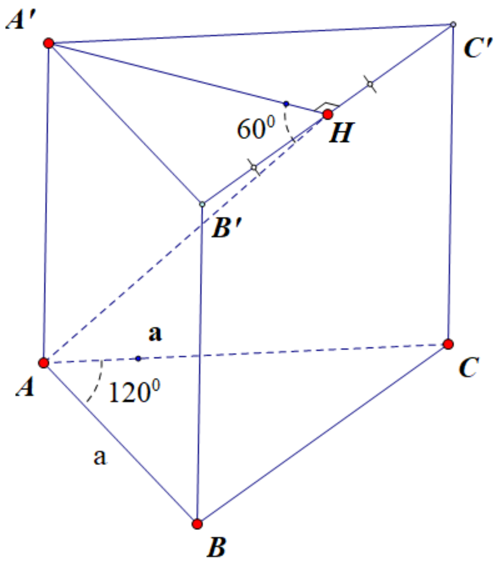
Câu 32: **(THPTQG 2017-MĐ104-Câu 39)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $BAC = 120^0$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60^0. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \dfrac{3a^3}{8}$ **B.** $V = \dfrac{9a^3}{8}$ **C.** $V = \dfrac{a^3}{8}$ **D.** $V = \dfrac{3a^3}{4}$

Lời giải

Chọn A

Ghi Chú!



Gọi H là trung điểm của $B'C'$, khi đó góc giữa mp $\left(AB'C'\right)$ và đáy là góc $AHA' = 60^0$

Ta có $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AC.AB.\sin 120^0 = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$;

$B'C' = a\sqrt{3} \Rightarrow A'H = \dfrac{2S_{\Delta ABC}}{B'C'} = \dfrac{a}{2} \Rightarrow AA' = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

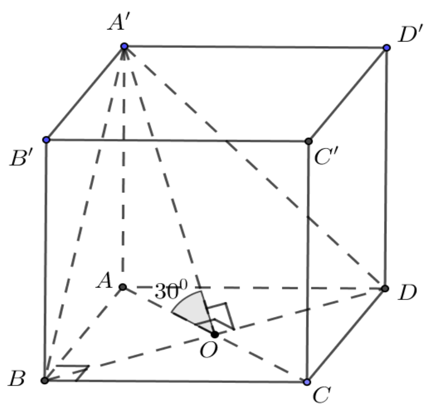
Vậy $V = S_{\Delta ACB}.AA' = \dfrac{3a^3}{8}$.

Câu 33: **(THPTQG 2021-L1-MĐ101-Câu 48)** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $\left(A'BD\right)$ và $\left(ABCD\right)$ bằng 30^0. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}a^3$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Vì $BD \perp OA$ và $BD \perp AA'$ nên $BD \perp \left(A'OA\right) \Rightarrow BD \perp OA'$

Ghi Chú!

Lại có $(A'BD)\cap(ABCD)=BD$. Do đó $\left((A'BD),(ABCD)\right)=A'OA=30^0$ (Hình vẽ trên).

Vì tứ giác $ABCD$ là hình vuông có $BD=2a$ nên $OA=a$ và $AB=AD=a\sqrt{2}$.

Xét tam giác $A'AO$ vuông tại A có $OA=a$ và $A'OA=30^0$ nên

$AA'=OA.\tan 30^0=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

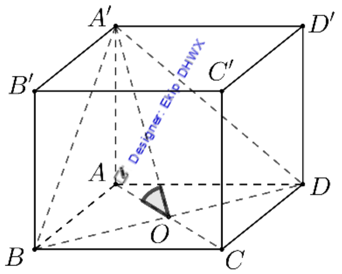
Vậy thể tích khối hộp chữ nhật $V=AB.AD.AA'=a\sqrt{2}.a\sqrt{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 34: (THPTQG 2021-L1-MĐ102-Câu 44) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)=30^o$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đa cho bằng?

A. $\dfrac{16\sqrt{3}}{9}a^3$ **B.** $48\sqrt{3}a^3$ **C.** $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}a^3$ **D.** $16\sqrt{3}a^3$

Lời giải

Chọn C



Gọi O là trung điểm của BD. Ta có: $\Delta A'AB=\Delta A'AD$ suy ra $A'B=A'D$ suy ra $\Delta A'BD$ cân.

Mà $\begin{cases}(A'BD)\cap(ABCD)=BD\\ A'O\perp BD\\ AO\perp BD\end{cases}\Rightarrow \left((A'BD),(ABCD)\right)=A'OA=30^\circ.=30^o$.

Xét $\Delta A'OA$ vuông tại A có: $\tan 30^o=\dfrac{A'A}{AO}=\dfrac{A'A}{\frac{AC}{2}}=\dfrac{A'A}{\frac{BD}{2}}=\dfrac{A'A}{2a}\Rightarrow$

$A'A=2a\tan 30^\circ=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Xét hình vuông $ABCD$ có: $BD=AB\sqrt{2}\Rightarrow AB=2a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích của khối hình hộp chữ nhật bằng: $V=A'A.AB^2=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}.\left(2a\sqrt{2}\right)^2$

$=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}a^3$.

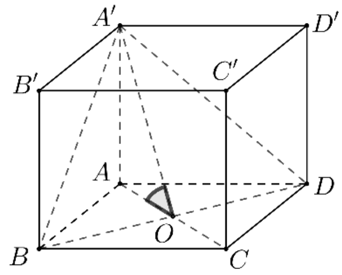
Câu 35: (THPTQG 2021-L1-MĐ103-Câu 45) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60°. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

Ghi Chú!

A. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. **B.** $6\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D



+) Ta có $BD = 2a \Rightarrow AC = 2a;\ AB = a\sqrt{2}$.

+) $S_{ABCD} = \left(a\sqrt{2}\right)^2 = 2a^2$.

+) Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ là góc $A'OA \Rightarrow$

$AA' = AO\tan A'OA = a.\tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

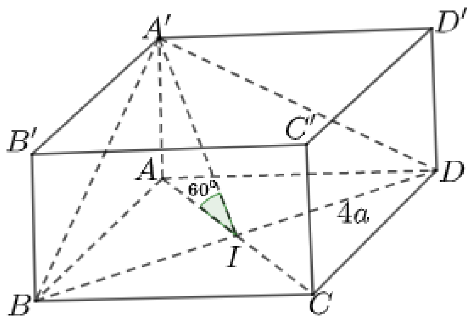
Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.S_{ABCD} = a\sqrt{3}.2a^2 = 2\sqrt{3}a^3$.

Câu 36: **(THPTQG 2021-L1-MĐ104-Câu 46)** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông $BD = 4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60^0. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $48\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $16\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có đáy $ABCD$ là hình vuông có $BD = 4a \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}a$.

Gọi I trung điểm BD. Vì $BD = 4a \Rightarrow BI = AI = 2a$.

Tam giác $A'AI$ vuông tại A có: $\tan 60^0 = \frac{A'A}{AI} \Rightarrow A'A = 2\sqrt{3}a$.

Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng:

$V = S_{ABCD}.A'A = \left(2\sqrt{2}a\right)^2.2\sqrt{3}a = 16\sqrt{3}a^3$.

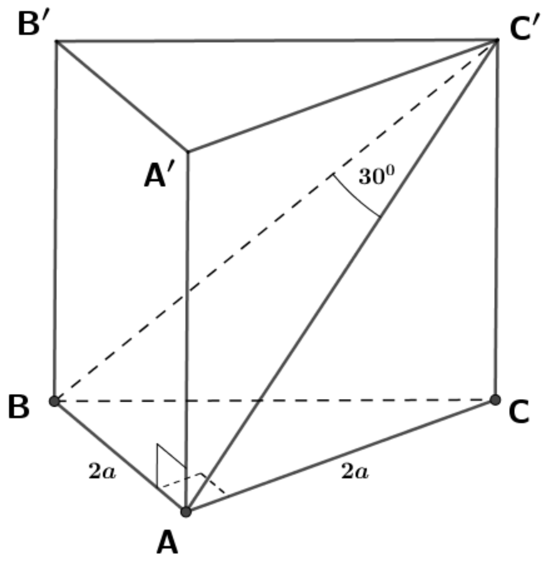
Ghi Chú!

Câu 37: **(TN BGD 2022-MD101)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=2a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $\left(ACC'A'\right)$ bằng $30°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $12\sqrt{2}a^3$. **D.** $4\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\begin{cases} AB\perp AC \\ AB\perp AA' \end{cases} \Rightarrow AB\perp\left(ACC'A'\right)\Rightarrow AB\perp AC'$.

Vậy góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $\left(ACC'A'\right)$ là góc $BC'A$.

Trong tam giác vuông $BC'A$ ta có

$BC'A=30°; AB=2a\Rightarrow AC'=AB.\cot BC'A=2a.\sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông ACC' ta có $CC'=\sqrt{AC'^2-AC^2}=2\sqrt{2}a.$

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là:

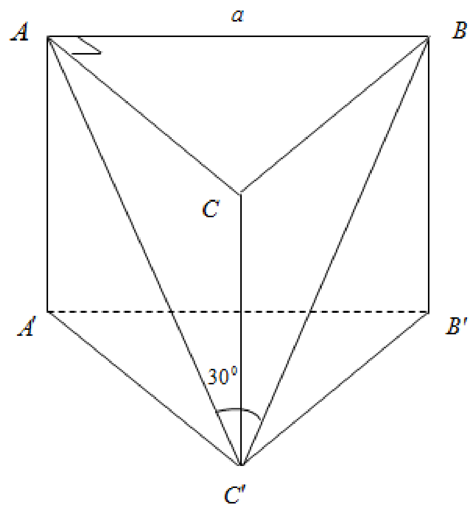
$V=CC'.\frac{1}{2}AB^2=2\sqrt{2}a.\frac{1}{2}.4a^2=4\sqrt{2}a^3.$

Câu 38: **(DE TN BGD 2022 - MD 102)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $\left(ACC'A'\right)$ bằng $30°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{1}{8}a^3$. **B.** $\frac{3}{8}a^3$. **C.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Diện tích đáy: $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{a^2}{2}$.

Ta có: $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp AA' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ACC'A') \Rightarrow (BC', (ACC'A')) = BC'A = 30°$.

Khi đó

$AC' = AB.\cot 30° = a\sqrt{3} \Rightarrow AA' = \sqrt{AC'^2 - A'C'^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

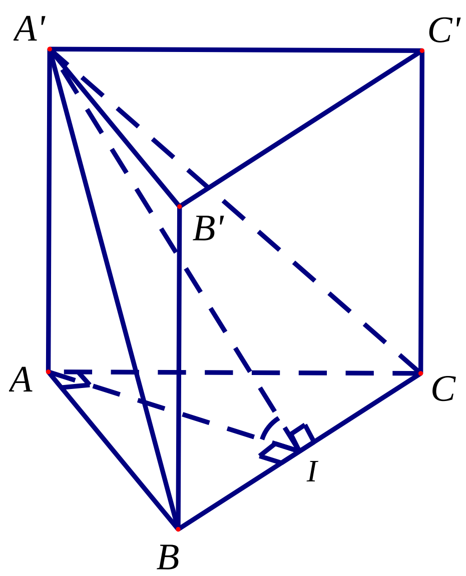
Vậy, thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V = S_{ABC}.AA' = \frac{a^2}{2}.a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.a^3$.

Câu 39: **(DE TN BGD 2022-MD 104)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh bên $AA' = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $60°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{8}{9}a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $\frac{8}{3}a^3$. **D.** $24a^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm của BC.

Ta có: + ABC là tam giác vuông cân tại A nên $AI \perp BC$

Ghi Chú!

+ $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ đứng nên $AA' \perp BC$

suy ra $BC \perp (AA'I) \Rightarrow BC \perp A'I$.

Do đó, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng góc giữa $A'I$ và AI, mà tam giác $AA'I$ vuông tại A nên ta có AIA' là góc nhọn. Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $AIA' = 60°$.

Trong tam giác vuông $AA'I$, ta có $AI = \dfrac{AA'}{\tan 60°} = \dfrac{2a}{\sqrt{3}}$.

ABC là tam giác vuông cân tại A nên $BC = 2AI = \dfrac{4a}{\sqrt{3}}$,

$AB = AC = \dfrac{BC}{\sqrt{2}} = \dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là

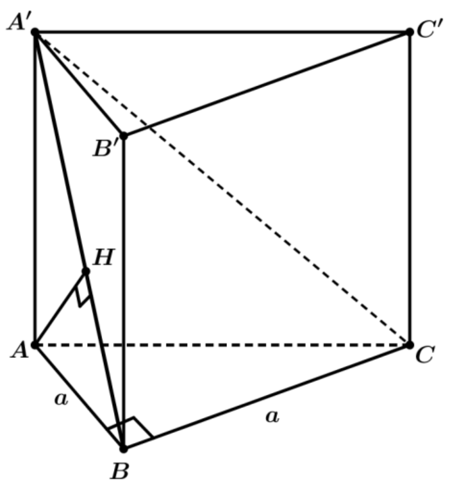
$$V = AA'.S_{\Delta ABC} = AA'.\frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}.2a.\left(\frac{2a\sqrt{6}}{3}\right)^2 = \frac{8a^3}{3}.$$

Câu 40: **(DE MH BGD 2023 - Câu 43)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $AH \perp A'B$, $H \in A'B$.

Vì $\left.\begin{matrix} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (ABB'A') \Rightarrow BC \perp AH$.

Ghi Chú!

Ta có $BC \perp AH,\ AH \perp A'B \Rightarrow AH \perp (A'BC)$. Do đó

$d(A,(A'BC)) = AH = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Xét tam giác vuông $AA'B$ vuông tại A, ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow \frac{1}{A'A^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AB^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{A'A^2} = \frac{9}{6a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow A'A = a\sqrt{2}.$$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.A'A = \dfrac{1}{2}a.a.a\sqrt{2} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Dạng ③: Thể tích khối lăng trụ đều

Câu 41: **(ĐTK 2019-Câu 1)** Thể tích khối lập phương có cạnh $2a$ bằng

A. $8a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn A

Câu 42: **(ĐTK 2020-L2-Câu 4)** Thể tích của khối lập phương cạnh 2 bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = a^3 = 2^3 = 8$.

Câu 43: **(THPTQG 2021-L1-MĐ101-Câu 17)** Thể tích của khối lập phương cạnh $5a$ bằng

A. $5a^3$. **B.** a^3. **C.** $125a^3$. **D.** $25a^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối lập phương cạnh $5a$ là $V = (5a)^3 = 125a^3$.

Câu 44: **(THPTQG 2021-L1-MĐ102-Câu 10)** Thể tích của khối lập phương cạnh $4a$ bằng:

A. $64a^3$. **B.** $32a^3$. **C.** $16a^3$. **D.** $8a^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lập phương cạnh $4a$ là $V = (4a)^3 = 64a^3$.

Câu 45: **(THPTQG 2021-L1-MĐ103-Câu 23)** Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng

A. $27a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $9a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn A

Ghi Chú!

$V = (3a)^3 = 27a^3$.

Câu 46: **(THPTQG 2021-L1-MĐ104-Câu 7)** Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. a^3. **B.** $2a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $4a^3$.

Lời giải

Chọn C

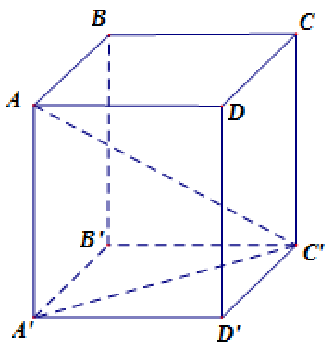
Ta có thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ là: $V = (2a)^3 = 8a^3$.

Câu 47: **(ĐMH 2017-Câu 35)** Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3$ **B.** $V = \dfrac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ **C.** $V = 3\sqrt{3}a^3$ **D.** $V = \dfrac{1}{3}a^3$

Lời giải

Chọn A



Giả sử khối lập phương có cạnh bằng $x; (x > 0)$

Xét tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' ta có:

$A'C'^2 = A'B'^2 + B'C'^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow A'C' = x\sqrt{2}$

Xét tam giác $A'AC'$ vuông tại A' ta có

$AC'^2 = A'A^2 + A'C'^2 \Leftrightarrow 3a^2 = x^2 + 2x^2 \Leftrightarrow x = a$

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$.

Câu 48: **(ĐTK 2017-Câu 16)** Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Lời giải

Chọn D

$\left\{ h = a;\ S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \right. \Rightarrow V = h.S = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Dạng ④: Câu hỏi liên quan đến thể tích (góc, khoảng cách,.)

Câu 49: **(ĐMH 2017-Câu 38)** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD)

A. $h=\frac{2}{3}a$ **B.** $h=\frac{4}{3}a$ **C.** $h=\frac{8}{3}a$ **D.** $h=\frac{3}{4}a$

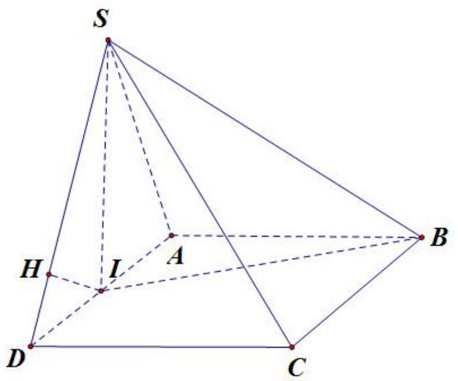
Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm của AD. Tam giác SAD cân tại S

$\Rightarrow SI\perp AD$

Ta có



$$\begin{cases} SI\perp AD \\ (SAD)\perp(ABCD) \end{cases}\Rightarrow SI\perp(ABCD)$$

$\Rightarrow SI$ là đường cao của hình chóp.

Theo giả thiết $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SI.S_{ABCD}\Leftrightarrow \frac{4}{3}a^3=\frac{1}{3}SI.2a^2\Leftrightarrow SI=2a$

Vì AB song song với (SCD)

$\Rightarrow d(B,(SCD))=d(A,(SCD))=2d(I,(SCD))$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên SD.

Mặt khác $\begin{cases} SI\perp DC \\ ID\perp DC \end{cases}\Rightarrow IH\perp DC$. Ta có

$$\begin{cases} IH\perp SD \\ IH\perp DC \end{cases}\Rightarrow IH\perp(SCD)\Rightarrow d(I,(SCD))=IH$$

Xét tam giác SID vuông tại I: $\frac{1}{IH^2}=\frac{1}{SI^2}+\frac{1}{ID^2}=\frac{1}{4a^2}+\frac{4}{2a^2}\Rightarrow IH=\frac{2a}{3}$

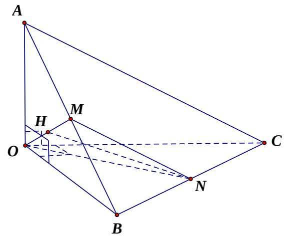
$\Rightarrow d(B,(SCD))=d(A,(SCD))=2d(I,(SCD))=\frac{4}{3}a$.

Câu 50: **(THPTQG 2018-MĐ103-Câu 32)** Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, và $OA=OB=a$, $OC=2a$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\frac{2a}{3}$

Lời giải

Chọn D



Gọi N là trung điểm của BC suy ra $MN//AC \Rightarrow AC//(OMN)$

$\Rightarrow d(OM;AC) = d(C;(OMN)) = d(B;(OMN))$.

$V_{A.OBC} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}a.a.2a = \frac{1}{3}a^3 \cdot \frac{V_{M.OBC}}{V_{A.OBC}} = \frac{d(M;(ABC))}{d(A;(ABC))}.\frac{S_{OBN}}{S_{OBC}} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow V_{M.OBC} = \frac{1}{12}a^3$.

Xét tam giác vuông cân AOB: $OM = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Xét tam giác vuông BOC: $ON = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{(2a)^2 + a^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}a$.

Xét tam giác BAC: $MN = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + (2a)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}a$.

Trong tam giác cân OMN, gọi H là trung điểm của OM ta có

$NH = \sqrt{NM^2 - HM^2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}a$.

Suy ra $S_{OMN} = \frac{1}{2}OM.NH = \frac{3}{8}a^2$. Vậy $d(B;OMN) = \frac{3V_{M.OBN}}{S_{OMN}} = \frac{2}{3}a$.

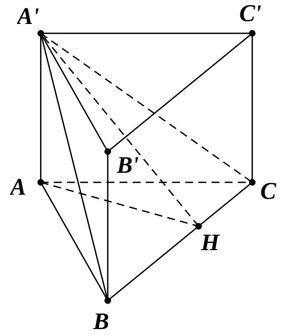
Câu 51: **(DE TN BGD 2022-MD 103)**Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh bên $AA' = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $30°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $24a^3$. **B.** $\frac{8}{3}a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $\frac{8}{9}a^3$.

Lời giải

Chọn A

Ghi Chú!



Kẻ $AH \perp BC$, ta có $AA' \perp (ABC)$ nên $AA' \perp BC$.

$AH \perp BC$ và $AA' \perp BC$ suy ra $BC \perp (AA'H) \Rightarrow A'H \perp BC$.

Suy ra góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là $\widehat{A'HA} \Rightarrow \widehat{A'HA} = 30°$.

$\Delta A'AH$ vuông tại A có

$$\tan \widehat{A'HA} = \frac{AA'}{AH} \Rightarrow \tan 30° = \frac{2a}{AH} \Leftrightarrow AH = \frac{2a}{\tan 30°} = 2a\sqrt{3}.$$

ΔABC vuông cân tại A nên $BC = 2AH = 4a\sqrt{3}$.

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}AH \cdot BC = \frac{1}{2}2a\sqrt{3} \cdot 4a\sqrt{3} = 12a^2.$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là

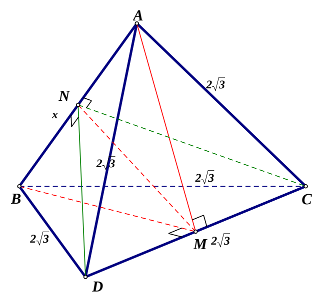
Dạng ⑤: Bài toán cực trị

Câu 52: **(THPTQG 2017-MĐ102-Câu 49)** Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x = \sqrt{6}$ **B.** $x = \sqrt{14}$ **C.** $x = 3\sqrt{2}$ **D.** $x = 2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và AB.

Ta có $\left.\begin{matrix} CD \perp MB \\ CD \perp MA \end{matrix}\right\} \Rightarrow CD \perp (MAB) \Rightarrow \left\{\begin{matrix} CD \perp MN \\ CD \perp AB \end{matrix}\right.$.

Tam giác MAB cân tại M nên $MN \perp AB$.

$$V_{ABCD}=\frac{1}{6}AB.CD.d\left(AB,CD\right).\sin\left(AB,CD\right)=\frac{1}{6}x.2\sqrt{3}.MN.\sin 90^\circ$$

$$=\frac{1}{6}x.2\sqrt{3}.\sqrt{3^2-\left(\frac{x}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{6}x.\sqrt{36-x^2}\le\frac{\sqrt{3}}{6}.\left[\frac{x^2+\left(36-x^2\right)}{2}\right]=3\sqrt{3}.$$

Dấu "$=$" xảy ra $\Leftrightarrow x=\sqrt{36-x^2}\Leftrightarrow x=3\sqrt{2}$.

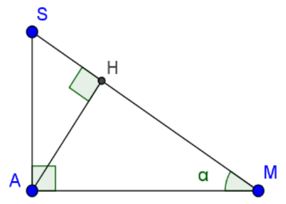
Vậy với $x=3\sqrt{2}$ thì V_{ABCD} đạt giá trị lớn nhất bằng $3\sqrt{3}$.

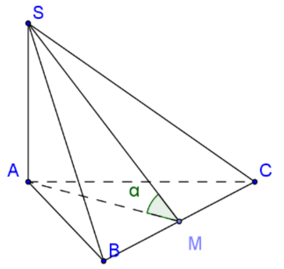
Câu 53: **(THPTQG 2017-MĐ103-Câu 44)** Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC), tính $\cos\alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

A. $\cos\alpha=\frac{1}{3}$. **B.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\cos\alpha=\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B





Gọi M là trung điểm BC, H là giao điểm của đường thẳng qua A và vuông góc với SM. Ta được:

Góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) là SMA.

$AM\ \frac{3}{\sin\alpha}$; $SA=\frac{3}{\cos\alpha}$; $AM=\frac{1}{2}BC$.

Suy ra $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.AM^2.SA=\frac{9}{\sin^2\alpha.\cos\alpha}$.

Thể tích khối chóp nhỏ nhất khi $\sin^2\alpha.\cos\alpha$ lớn nhất.

Xét hàm số $f(x)=\sin^2 x.\cos x=\cos x-\cos^3 x$ với $0<x<\frac{\pi}{2}$

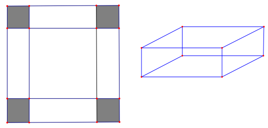
$$f'(x)=-\sin x+3\cos x.\sin x,\ f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \cos x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}\end{array}\right.$$

Suy ra $\sin^2\alpha.\cos\alpha$ lớn nhất khi $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Ghi Chú!

Dạng ⑥: Bài toán thực tế về khối đa diện, v.v.v

Câu 54: **(ĐMH 2017-Câu 10)** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



A. $x=6$ **B.** $x=3$ **C.** $x=2$ **D.** $x=4$

Lời giải

Chọn C

Ta có : $h=x\left(cm\right)$ là đường cao hình hộp

Vì tấm nhôm được gấp lại tạo thành hình hộp nên cạnh đáy của hình hộp là: $12-2x\left(cm\right)$

Vậy diện tích đáy hình hộp $S=\left(12-2x\right)^2\left(cm^2\right)$. Ta có:

$$\begin{cases}x>0\\12-2x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x<6\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left(0;6\right)$$

Thể tích của hình hộp là: $V=S.h=x.\left(12-2x\right)^2$

Xét hàm số: $y=x.\left(12-2x\right)^2\ \forall x\in\left(0;6\right)$

Ta có : $y'=\left(12-2x\right)^2-4x\left(12-2x\right)=\left(12-2x\right)\left(12-6x\right)$;

$y'=0\Leftrightarrow\left(12-2x\right).\left(12-6x\right)=0\Leftrightarrow x=2$ hoặc $x=6$ (loại).

x	0 2 6		
y'		+ 0 −	
y		↗ ↘	

Suy ra với $x=2$ thì thể tích hộp là lớn nhất và giá trị lớn nhất đó là $y\left(2\right)=128$.

Ghi Chú!

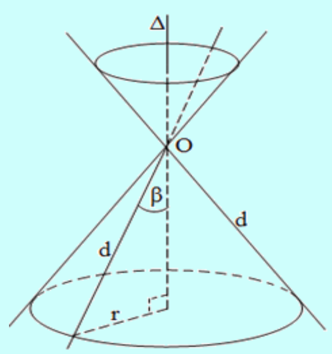
MỤC LỤC

§1- MẶT NÓN

Ⓐ Tóm tắt lý thuyết cơ bản

1. Các thông số:

- r là bán kính.
- h là chiều cao.
- l là đường sinh
- β góc giữa l và h
- α góc giữa l và r



2. Công thức tính toán:

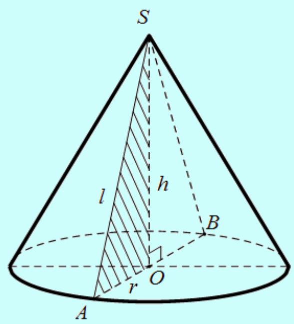
①. Diện tích đáy: $S_d = \pi r^2$

②. Chu vi đáy: $CV_d = 2\pi r$

③. Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi r l$

④. Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_d$

⑤. Thể tích khối nón: $V_{nón} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$



Ⓑ Dạng toán cơ bản

Dạng ①: Câu hỏi lý thuyết về khối nón

Câu 1: (THPTQG 2019-MĐ101-Câu 8) Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính r là

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $\pi r^2 h$. **C.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. **D.** $2\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2: (THPTQG 2019-MĐ102-Câu 3) Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

Ghi Chú!

A. $\pi r^2 h$. **B.** $2\pi r^2 h$. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 3: **(THPTQG 2019-MĐ103-Câu 6)** Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là

A. $\pi r^2 h$. **B.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. **C.** $2\pi r^2 h$. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 4: **(ĐTK 2020-L1-Câu 3)** Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi rl$. **B.** $2\pi rl$. **C.** πrl. **D.** $\frac{1}{3}\pi rl$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức diện tích xung quanh hình nón.

Câu 5: **(ĐTK 2021-Câu 23)** Công thức tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là

A. $V = \pi rh$. **B.** $V = \pi r^2 h$. **C.** $V = \frac{1}{3}\pi rh$. **D.** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Dạng ②: Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, Thể tích(liên quan) khối nón khi biết các dữ kiện cơ bản

Câu 6: **(THPTQG 2019-MĐ104-Câu 13)** Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $2\pi r^2 h$. **B.** $\pi r^2 h$. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Ghi Chú!

Lời giải

Chọn C

Lý thuyết thể tích khối nón.

Câu 7: (ĐTK 2020-L2-Câu 8) Cho khối nón có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 16π. B. 48π. C. 36π. D. 4π.

Lời giải

Chọn A

Ta có $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.4^2.3=16\pi$.

Câu 8: **(THPTQG 2020-L1-MĐ101-Câu 12)** Cho khối nón có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{10\pi}{3}$. B. 10π. C. $\frac{50\pi}{3}$. D. 50π.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối nón đã cho bằng $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi 5^2.2=\frac{50\pi}{3}$.

Câu 9: **(THPTQG 2020-L1-MĐ102-Câu 10)** Cho khối nón có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{8\pi}{3}$. B. 8π. C. $\frac{32\pi}{3}$. D. 32π.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V=\frac{1}{3}.r^2.\pi.h=\frac{1}{3}.4^2.\pi.2=\frac{32\pi}{3}$.

Câu 10: **(THPTQG 2020-L1-MĐ103-Câu 2)** Cho khối nón có bán kính $r=2$ chiều cao $h=5$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{20\pi}{3}$. B. 20π. C. $\frac{10\pi}{3}$. D. 10π.

Lời giải

Chọn A

$V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.2^2.5=\frac{20\pi}{3}$

Câu 11: **(THPTQG 2020-L1-MĐ104-Câu 9)** Cho khối nón có bán kính đáy $r=2$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 8π. B. $\frac{8\pi}{3}$. C. $\frac{16\pi}{3}$. D. 16π.

Ghi Chú!

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối nón: $V=\frac{1}{3}\pi r^2.h=\frac{1}{3}\pi.2^2.4=\frac{16\pi}{3}$.

Câu 12: **(THPTQG 2020-L2-MĐ101-Câu 25)** Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 20π. **B.** $\frac{20}{3}\pi$. **C.** 10π. **D.** $\frac{10}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq}=\pi rl=2.5.\pi=10\pi$.

Câu 13: **(THPTQG 2020-L2-MĐ102-Câu 13)** Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 28π. **B.** 14π. **C.** $\frac{14\pi}{3}$. **D.** $\frac{98\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq}=\pi rl=\pi.2.7=14\pi$

Nhận xét: Đề gốc có vấn đề khi kh cho $r=7$ và $l=2$ vì không tồn tại hình nón nào như vây. Người giải đã đổi hai giá trị của r và l để hợp lý bài toán.

Câu 14: **(THPTQG 2020-L2-MĐ103-Câu 16)** Cho hình nón có bán kính đáy $r=5$ và độ dài đường sinh $l=2$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $\frac{10\pi}{3}$. **B.** $\frac{50\pi}{3}$. **C.** 20π. **D.** 10π.

Lời giải

Chọn D

Hình nón có bán kính đáy $r=5$ và độ dài đường sinh $l=2$ là hình nón không tồn tại.

Nếu làm theo đề bài đã cho bị sai thìChọn Dủa bài toán là: $S_{xq}=\pi.r.l=10\pi$.

Ghi chú: Đề gốc sai vì không tồn tại hình nón như để bài cho

Câu 15: **(THPTQG 2020-L2-MĐ104-Câu 21)** Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $\dfrac{28\pi}{3}$. **B.** 14π. **C.** 28π. **D.** $\dfrac{14\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

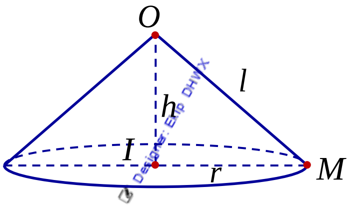
Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là: $S_{xp}=\pi rl=\pi.2.7=14\pi$.

Câu 16: **(DE TN BGD 2022 - MD 102)** Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI=3$ và $IM=4$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C



Ta có chiều cao hình nón $h=OI=3$, bán kính đáy $r=IM=4$ thì độ dài đường sinh $l=OM=\sqrt{IM^2+OI^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Câu 17: **(DE TN BGD 2022-MD 103)**Cho khối nón có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng?

A. $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $\dfrac{2}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối nón đã cho bằng $V=\dfrac{1}{3}.3a^2.2a=2a^3$.

Câu 18: **(DE TN BGD 2022-MD 104)**Cho khối nón có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho là

A. $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $\dfrac{2}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C

Ghi Chú!

Thể tích của khối nón đã cho là $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.3a^2.2a=2a^3$.

Câu 19: **(DE MH BGD 2023 – Câu 17)** Cho hình nón có đường kính đáy $2r$ và độ dải đường sinh l. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $2\pi rl$. **B.** $\frac{2}{3}\pi rl^2$. **C.** πrl. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2 l$.

Lời giải

Chon C

Hình nón có đường kính đáy $2r$ nên nó có bán kính đáy bằng r. Vậy diện tích xung quanh của
hình nón đã cho bằng πrl.

Câu 20: **(ĐTN 2017-Câu 39)** Cho khối (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π. Tính thể tích V của khối nón (N)

A. $V=12\pi$. **B.** $V=20\pi$. **C.** $V=36\pi$. **D.** $V=60\pi$.

Lời giải

Chon A

Ta có $S_{xq}=15\pi\Rightarrow\pi rl=15\pi\Leftrightarrow l=5\Rightarrow h=4$.

Vậy $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=12\pi$.

Câu 21: **(THPTQG 2017-MĐ102-Câu 19)** Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho

A. $V=\frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$ **B.** $V=4\pi$ **C.** $V=16\pi\sqrt{3}$ **D.** $V=12\pi$

Lời giải

Chon B

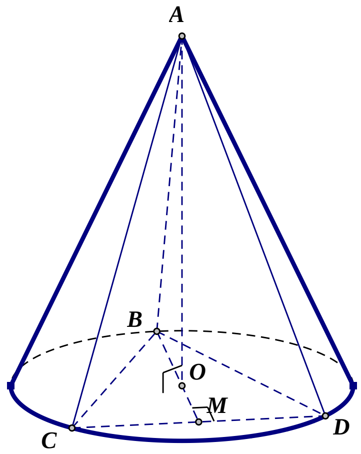
Ta có $V=\frac{1}{3}\pi\left(\sqrt{3}\right)^2.4=4\pi$.

Câu 22: **(THPTQG 2017-MĐ102-Câu 43)** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $3a$. Hình nón (N) có đỉnh A có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của (N).

A. $S_{xq}=6\pi a^2$ **B.** $S_{xq}=3\sqrt{3}\pi a^2$ **C.** $S_{xq}=12\pi a^2$ **D.** $S_{xq}=6\sqrt{3}\pi a^2$

Lời giải

Chon B



Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD.

Ta có $BM=\dfrac{3a\sqrt{3}}{2}$; $r=\dfrac{2}{3}BM=\dfrac{2}{3}.\dfrac{3a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$.

$S_{xq}=\pi rl=\pi r.AB=\pi a\sqrt{3}.3a=3\sqrt{3}.\pi a^2$.

Câu 23: **(THPTQG 2017-MĐ103-Câu 47)** Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc 60^0. Mặt phẳng qua trục của (N) được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N).

A. $V=9\sqrt{3}\pi$. **B.** $V=9\pi$. **C.** $V=3\sqrt{3}\pi$. **D.** $V=3\pi$.

Lời giải

Chọn D

Ta có Trong ΔHIA: $\tan 30^o=\dfrac{HI}{IA}=\dfrac{1}{r}\Rightarrow r=\dfrac{1}{\tan 30^o}=\sqrt{3}$.

$\Delta SIA: h=SI=IA.\tan 60^o=3$.

$V_N=\dfrac{1}{3}.\pi.\left(\sqrt{3}\right)^2.3=3\pi$.

Câu 24: **(THPTQG 2017-MĐ104-Câu 18)** Cho hình nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

A. $S_{xq}=12\pi$ **B.** $S_{xq}=4\sqrt{3}\pi$ **C.** $S_{xq}=\sqrt{39}\pi$ **D.** $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi$

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq}=\pi rl=4\sqrt{3}\pi$.

Câu 25: **(ĐTK 2019-Câu 25)** Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. **C.** $\frac{2\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có chiều cao của khối nón bằng $h=\sqrt{l^2-r^2}$ với $\begin{cases} l=2a \\ r=a \end{cases}$. Suy ra $h=a\sqrt{3}$.

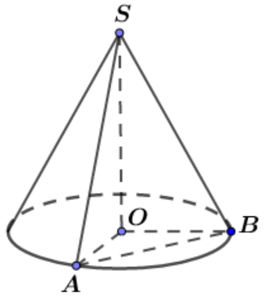
Vậy thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi a^2 a\sqrt{3}=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 26: **(ĐTK 2020-L1-Câu 40)** Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. **B.** 32π. **C.** $32\sqrt{5}\pi$. **D.** 96π.

Lời giải

Chọn A



Theo giả thiết tam giác SAB đều, $S_{\Delta SAB}=9\sqrt{3}$ và $SO=2\sqrt{5}$.

$S_{\Delta SAB}=9\sqrt{3}\Leftrightarrow \frac{AB^2\sqrt{3}}{4}=9\sqrt{3}\Leftrightarrow AB=6$.

ΔSAB đều $SA=AB=6$.

Xét ΔSOA vuông tại O, theo định lý Pytago ta có: $OA=\sqrt{SA^2-SO^2}=\sqrt{6^2-\left(2\sqrt{5}\right)^2}=4$.

Thể tích hình nón bằng $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi .OA^2.SO=\frac{1}{3}\pi 4^2.2\sqrt{5}=\frac{32\sqrt{5}}{3}\pi$.

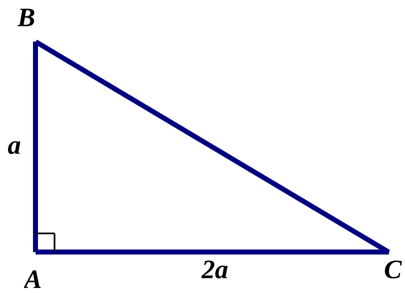
Câu 27: **(ĐTK 2020-L2-Câu 32)** Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=a$ và $AC=2a$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

Ghi Chú!

A. $5\pi a^2$. **B.** $\sqrt{5}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{5}\pi a^2$. **D.** $10\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón với $h = AB = a$, $r = AC = 2a$ và $l = BC = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$.

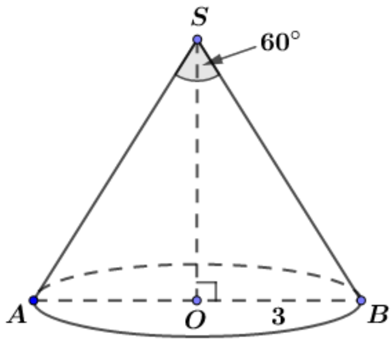
Do đó, ta có: $S_{xq} = \pi rl = \pi.2a.a\sqrt{5} = 2\sqrt{5}\pi a^2$.

Câu 28: **(THPTQG 2020-L1-MĐ101-Câu 35)** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng $60°$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 8π. **B.** $\dfrac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. **D.** 16π.

Lời giải

Chọn A



ΔSAB đều nên $SA = AB = 2.OB = 2.2 = 4$.

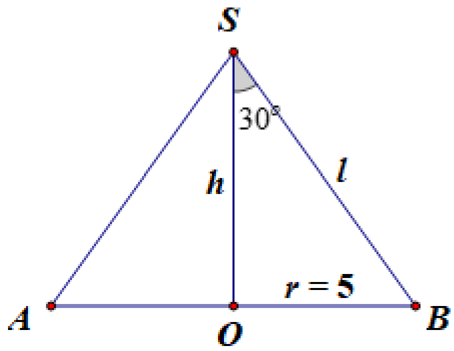
Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi.OB.SA = \pi.2.4 = 8\pi$.

Câu 29: **(THPTQG 2020-L1-MĐ102-Câu 36)** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 5 và góc ở đỉnh bằng 60^o. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 50π. **B.** $\dfrac{100\sqrt{3}\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{50\sqrt{3}\pi}{3}$. **D.** 100π.

Lời giải

Chon A



Ta có $\sin 30^o = \frac{r}{l} \Rightarrow l = \frac{r}{\sin 30^o} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10$

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi.5.10 = 50\pi$

Câu 30: (THPTQG 2020-L1-MĐ103-Câu 27) Cho hình nón có bán kính bằng 3 và góc ở đỉnh bằng $60°$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 18π. **B.** 36π. **C.** $6\sqrt{3}\pi$. **D.** $12\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chon A

Tam giác SAB có $SA = SB = l$, $\widehat{ASB} = 60° \Rightarrow \Delta SAB$ đều có $r = OA = 3 \Rightarrow SA = AB = 2OA = 6$

Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi.3.6 = 18\pi$

Câu 31: (THPTQG 2017-MĐ103-Câu 40) Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại $A, AB = a$ và $\widehat{ACB} = 30^0$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC.

A. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **B.** $V = \sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. **D.** $V = \pi a^3$.

Lời giải

Chon A

Đường cao hình nón là: $AC = \frac{AB}{\tan 30} = a\sqrt{3}$.

Thể tích hình nón: $V = \frac{1}{3}\pi hR^2 = \frac{1}{3}\pi.a\sqrt{3}.a^2 = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

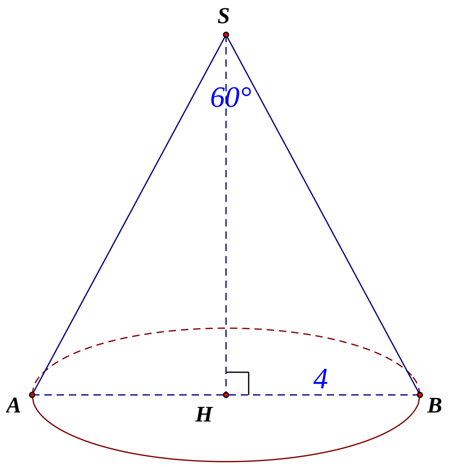
Câu 32: (THPTQG 2020-L1-MĐ104-Câu 32) Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4 và góc ở đỉnh bằng 60°. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $\frac{64\sqrt{3}\pi}{3}$. **B.** 32π. **C.** 64π. **D.** $\frac{32\sqrt{3}\pi}{3}$.

Ghi Chú!

Lời giải

Chọn B



Ta có $\widehat{ASB}=60^{\circ}\Rightarrow \widehat{HSB}=30^{\circ};HB=4$.

Áp dụng tỉ số lượng giác cho ΔSHB ta có $\sin 30^{\circ}=\dfrac{HB}{SB}\Rightarrow SB=\dfrac{HB}{\sin 30^{\circ}}=\dfrac{4}{\frac{1}{2}}=8$.

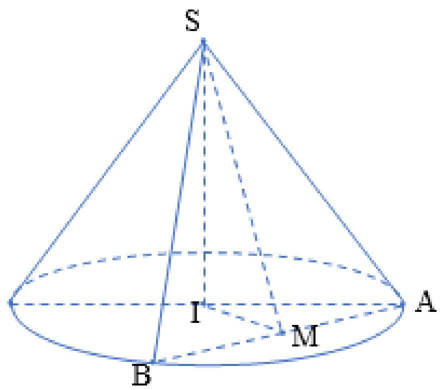
Vậy $S_{xq}=\pi rl=\pi.HB.SB=8.4.\pi=32\pi$.

Câu 33: **(THPTQG 2021-L1-MĐ101-Câu 42)** Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 60^{0} ta thu được thiết diện là một tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng :

A. $8\sqrt{7}\pi a^{2}$. **B.** $4\sqrt{13}\pi a^{2}$. **C.** $8\sqrt{13}\pi a^{2}$. **D.** $4\sqrt{7}\pi a^{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là tâm đáy nón. Ta có thiết diện qua đỉnh là tam giác SBA.

Gọi M là trung điểm của AB. Suy ra $\widehat{SMI}=60^{0}$.

Do tam giác SAB đều cạnh $4a \Rightarrow SM = \dfrac{4a\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SIM vuông tại I ta có $SI = 3a; IM = a\sqrt{3}$.

Xét ΔIMA vuông tại M ta có $IA = \sqrt{IM^2 + MA^2} = \sqrt{3a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{7}$.

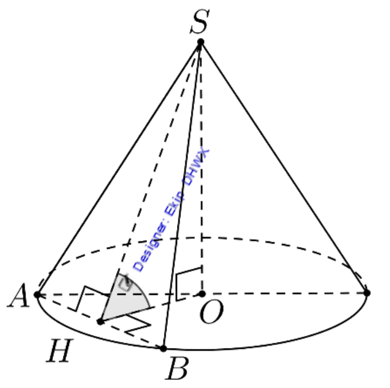
Khi đó $S_{xq} = \pi rl = \pi a\sqrt{7}.4a = 4\sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 34: **(THPTQG 2021-L1-MĐ102-Câu 47)** Cắt hình nón $(\aleph)$ bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng $60°$ ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của $(\aleph)$ bằng

A. $\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{7}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Mặt phẳng (P) cắt hình nón theo thiết diện là tam giác đều SAB cạnh $2a \Rightarrow AB = 2a$.

Kẻ $OH \perp AB$ tại $H \Rightarrow AH = a, SH = a\sqrt{3}$.

Góc giữa mặt phẳng (SAB) với mặt đáy bằng $60° \Rightarrow SHO = 60° \Rightarrow SO = SH.\sin 60° = \dfrac{3a}{2}$.

Mà $OH = \dfrac{SO}{\tan 60°} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2} \Rightarrow SA = \sqrt{h^2 + r^2} = 4a$.

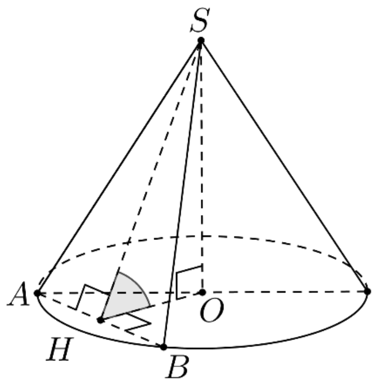
Vậy $S_{xq} = \pi rl = \pi.\dfrac{a\sqrt{7}}{2}.2a = \sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 35: **(THPTQG 2021-L1-MĐ103-Câu 47)** Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 30^0, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của nón bằng

A. $4\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $8\sqrt{7}\pi a^2$. **C.** $8\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm đáy nón, đỉnh nón là S, thiết diện là tam giác đều SAB.

Kẻ $OH \perp AB$, H là trung điểm $AB \Rightarrow SHO = 30^0 \Rightarrow SH = 2a\sqrt{3}, HA = 2a$.

Ta có: $OH = SH.\cos 30^0 = 3a \Rightarrow R = \sqrt{HO^2 + HA^2} = \sqrt{9a^2 + 4a^2} = a\sqrt{13}$.

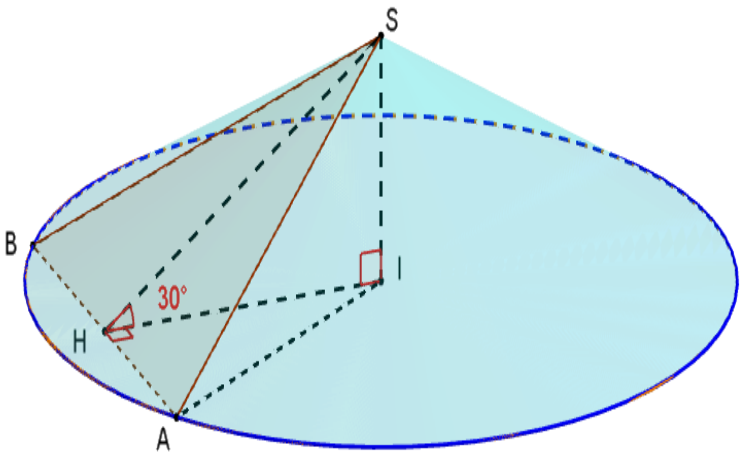
$\Rightarrow S_{xq} = \pi Rl = \pi a\sqrt{13}.4a = 4\sqrt{13}\pi a^2$. .

Câu 36: **(THPTQG 2021-L1-MĐ104-Câu 42)** Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng $30°$, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{7}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



• Ta có: ΔSAB đều cạnh $2a \Rightarrow SH = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

• Góc giữa thiết diện và mặt phẳng đáy là $SHI = 30°$.

• Xét ΔSHI vuông tại I ; $HI = SH.\cos 30° = a\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2}$.

• Xét ΔAHI vuông tại H: $AI = \sqrt{AH^2 + HI^2} = \sqrt{a^2 + \frac{9a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

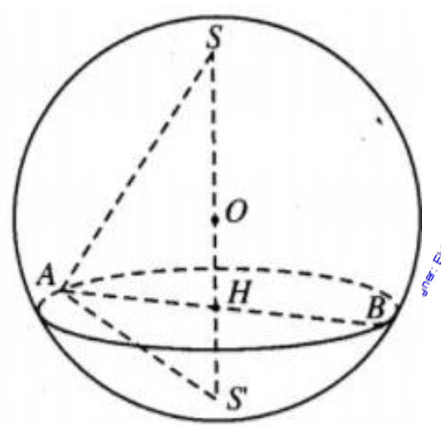
• Vậy: $S_{xq} = \pi r.l = \pi.AI.SA = \pi.\frac{a\sqrt{13}}{2}.2a = \sqrt{13}\pi a^2$.

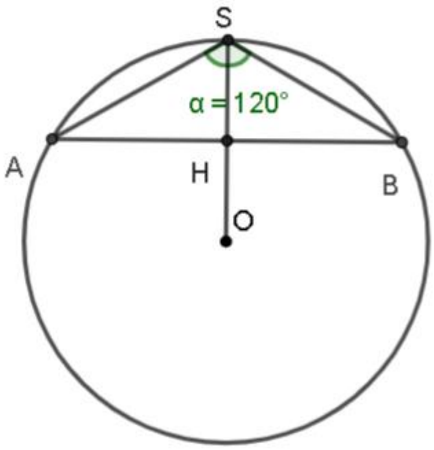
Câu 37: **(TN BGD 2022-MD101)** Cho hình nón có góc ở đỉnh là 120^0 và chiều cao bằng 4. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Tính diện tích của (S) bằng:

A. 64π. **B.** 256π. **C.** 192π. **D.** 96π.

Lời giải

Chọn B





Ta có $SH = 4$

$AB = 2AH = 2.SH.\tan ASH = 2.4.\tan 60^0 = 8\sqrt{3}$

Có OS là bán kính mặt cầu cũng là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔSAB

Suy ra: $2OS = \frac{AB}{\sin ASB} \Rightarrow OS = \frac{8\sqrt{3}}{2.\sin 120^0} = 8$

Vậy diện tích mặt cầu: $S = 4\pi.8^2 = 256\pi$

Câu 38: **(DE TN BGD 2022 - MD 102)** Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng $120°$ và chiều cao bằng 1. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

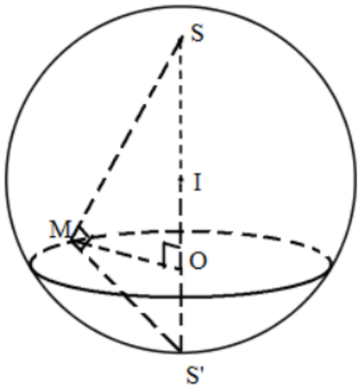
A. 16π. **B.** 12π. **C.** 4π. **D.** 48π

Lời giải

Bui

Chọn A

Ghi Chú!



(DE TN BGD 2022 - MD 102)ét tam giác vuông SMO có

$\tan MSO = \dfrac{OM}{OS} \Rightarrow \tan 60 = \dfrac{OM}{1} \Rightarrow OM = \sqrt{3}$

Kẻ đường kính SS' của mặt cầu ngoại tiếp hình nón.

Tam giác SMS' vuông tại M có $MO \perp SS'$

$\Rightarrow MO^2 = OS.OS' \Rightarrow \left(\sqrt{3}\right)^2 = 1.OS' \Rightarrow OS' = 3$

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là $R = \dfrac{OS + OS'}{2} = \dfrac{1+3}{2} = 2$

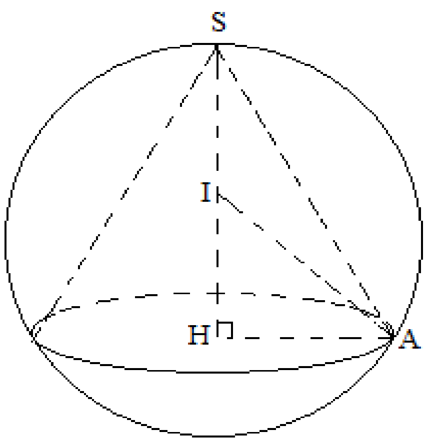
Diện tích (S) là $S = 4\pi R^2 = 4\pi.2^2 = 16\pi$.

Câu 39: [MD 103-TN BGD 2023-CÂU 44] Xét khối nón (N) có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng $2\sqrt{3}$. Khi (N) có độ dài đường sinh bằng 6, thể tích của nó bằng

A. 18π. **B.** $9\sqrt{3}\pi$. **C.** $27\sqrt{3}\pi$. **D.** 54π.

Lời giải

Chọn B



+) Mặt cầu tâm (I,R). Có $R = 2\sqrt{3}, SA = 6$ như hình vẽ trên

+) Có $SH = SI + IH = 2\sqrt{3} + \sqrt{12 - HA^2}$

+) Có $SH^2 + HA^2 = SA^2 \Leftrightarrow 12 + 4\sqrt{36 - 3HA^2} + 12 - HA^2 + HA^2 = 36$

$\Leftrightarrow \sqrt{36 - 3HA^2} = 3 \Leftrightarrow HA = 3 \Rightarrow SH = 3\sqrt{3}.$

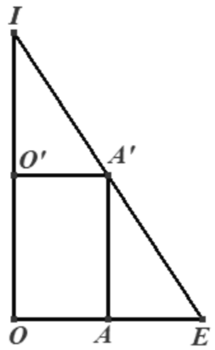
+) Vậy $V = \frac{1}{3}\pi.3^2.3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\pi$

Câu 40: [MD 104-TN BGD 2023-CÂU 48] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4. Xét hình nón (N) có đáy nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt xung quanh đi qua bốn điểm A', B', C', D'. Khi bán kính đáy của (N) bằng $3\sqrt{2}$, diện tích xung quanh của (N) bằng

A. 72π. **B.** 54π. **C.** $36\sqrt{2}\pi$. **D.** 108π.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là đỉnh của hình nón, O và O' lần lượt là tâm của các hình vuông $ABCD$, $A'B'C'D'$.

Ta thấy $I \in OO'$.

Gọi E là giao điểm của IA' với $(ABCD)$. Suy ra $A \in OE$.

(N) có bán kính OE và đường cao IO.

Ta có $\Delta IOE \sim \Delta IO'A'$

$\Rightarrow \frac{IO'}{IO} = \frac{O'A'}{OE} \Leftrightarrow \frac{IO'}{IO' + OO'} = \frac{O'A'}{OE} \Leftrightarrow \frac{IO'}{IO' + 4} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} \Leftrightarrow IO' = 8$.

$\Rightarrow IO = 8 + 4 = 12$.

Do đó độ dài đường sinh của (N) bằng

$IE = \sqrt{IO^2 + OE^2} = \sqrt{12^2 + 18} = 9\sqrt{2}$.

Vậy diện tích xung quanh của (N) là $S_{xq} = \pi.9\sqrt{2}.3\sqrt{2} = 54\pi$.

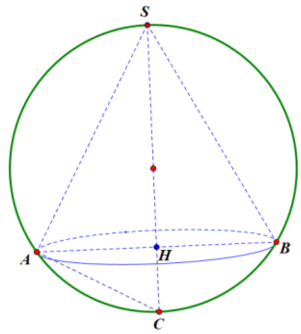
Ghi Chú!

Câu 41: (DE TN BGD 2022-MD 103) Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120^0 và chiều cao bằng 3. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

A. 144π. **B.** 108π. **C.** 48π. **D.** 96π.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là tâm đáy, AB là đường kính của đáy hình nón và SC là đường kính của mặt cầu (S). Khi đó $SH = 3$ và $ASC = 60^0$.

$$SA = \frac{SH}{\cos 60^0} = 6 \text{ (đvdd)}$$

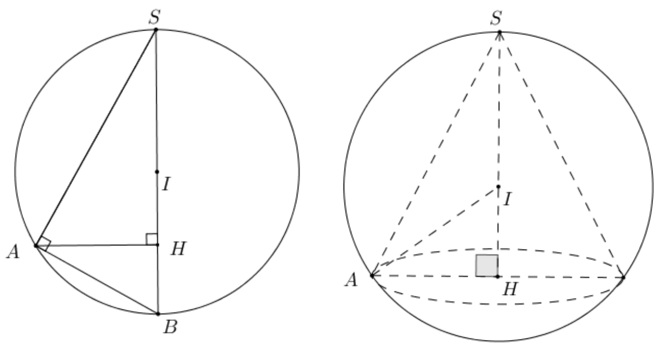
$$SA^2 = SH.SC \Leftrightarrow 6^2 = 3.SC \Leftrightarrow SC = 12$$

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = 6$ nên diện tích của (S) là $S = 4\pi.6^2 = 144\pi$ (đvdt).

Câu 42: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 48]Xét khối nón $(\mathcal{N})$ có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng 2. Khi $(\mathcal{N})$ có độ dài đường sinh bằng $2\sqrt{3}$, thể tích của nó bằng

A. $2\sqrt{3}\pi$. **B.** 3π. **C.** $6\sqrt{3}\pi$. **D.** π.

Lời giải



Chọn C

Gọi H là tâm đường tròn đáy của (N), đỉnh S

TH1: I thuộc đoạn SH. Đặt $IH = x, (0 < x < 2)$, suy ra $AH = \sqrt{IA^2 - IH^2} = \sqrt{4 - x^2}$

Ta có $SA^2 = SH^2 + HA^2$

Suy ra $12 = (2 + x)^2 + 4 - x^2 \Leftrightarrow x = 1 (t.m)$

Suy ra $SH = 3, AH = \sqrt{3} \Rightarrow V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.3.3 = 3\pi$

TH2: H thuộc đoạn SI. Đặt $IH = x, (0 < x < 2)$, suy ra $AH = \sqrt{IA^2 - IH^2} = \sqrt{4 - x^2}$

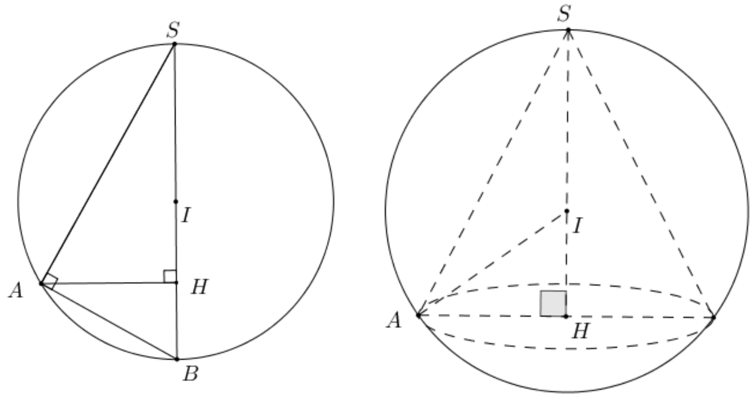
Ta có $SA^2 = SH^2 + HA^2$

Suy ra $\left(2\sqrt{3}\right)^2 = (2 - x)^2 + 4 - x^2 \Leftrightarrow x = -1$ **(loại)**

Câu 43: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 48] Xét khối nón $(\mathcal{N})$ có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng 2. Khi $(\mathcal{N})$ có độ dài đường sinh bằng $2\sqrt{3}$, thể tích của nó bằng

A. $2\sqrt{3}\pi$. **B.** 3π. **C.** $6\sqrt{3}\pi$. **D.** π.

Lời giải



Chọn C

Gọi H là tâm đường tròn đáy của (N), đỉnh S

TH1: I thuộc đoạn SH. Đặt $IH = x, (0 < x < 2)$, suy ra $AH = \sqrt{IA^2 - IH^2} = \sqrt{4 - x^2}$

Ta có $SA^2 = SH^2 + HA^2$

Suy ra $12 = (2 + x)^2 + 4 - x^2 \Leftrightarrow x = 1 (t.m)$

Suy ra $SH = 3, AH = \sqrt{3} \Rightarrow V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.3.3 = 3\pi$

TH2: H thuộc đoạn SI. Đặt $IH = x, (0 < x < 2)$, suy ra $AH = \sqrt{IA^2 - IH^2} = \sqrt{4 - x^2}$

Ta có $SA^2 = SH^2 + HA^2$

Suy ra $\left(2\sqrt{3}\right)^2 = (2-x)^2 + 4 - x^2 \Leftrightarrow x = -1$ **(loại)**

Dạng ③: Tính độ dài đường sinh, chiều cao, bán kính đáy, khoảng cách, góc, thiết diện của khối nón

Câu 44: **(ĐTK 2017-Câu 26)** Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

A. $l = \dfrac{\sqrt{5}a}{2}$. **B.** $l = 2\sqrt{2}a$. **C.** $l = \dfrac{3a}{2}$. **D.** $l = 3a$.

Lời giải

Chọn D

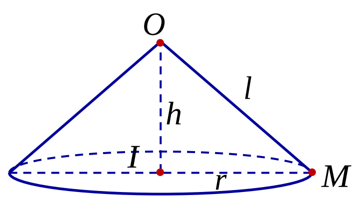
Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi rl = \pi al = 3\pi a^2 \Rightarrow l = 3a$.

Câu 45: **(TN BGD 2022-MD101)** Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI = 3$ và $IM = 4$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng

A. 7. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C



Ta có chiều cao hình nón $h = OI = 3$, bán kính đáy $r = IM = 4$ thì độ dài đường sinh là:

$$l = OM = \sqrt{IM^2 + OI^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Câu 46: **[MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 14]** Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng:

A. $\dfrac{4\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** 4π. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ghi Chú!

Ghi Chú!

Chiều cao của khối nón đã cho bằng: $h=\frac{3V}{S}=\frac{3.12}{9}=4$.

Câu 47: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 14] Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng:

A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 4π. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Chiều cao của khối nón đã cho bằng: $h=\frac{3V}{S}=\frac{3.12}{9}=4$.

Câu 48: [MD 103-TN BGD 2023-CÂU 1] Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $\sqrt{3}a$. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho là

A. $4a$. **B.** $2a$. **C.** $\sqrt{10}a$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn B

Độ dài đường sinh của hình nón đã cho là

$l=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{a^2+\left(\sqrt{3}a\right)^2}=2a$.

Câu 49: [MD 104-TN BGD 2023-CÂU 25] Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

A. 4π. **B.** $\frac{4\pi}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

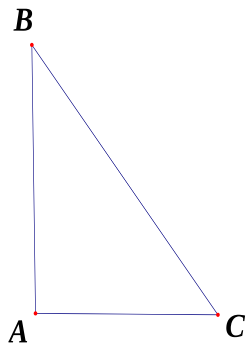
$V=\frac{1}{3}Sh\Rightarrow h=\frac{3V}{S}=\frac{3\cdot 12}{9}=4$.

Câu 50: (ĐMH 2017-Câu 39) Trong không gian, cho tam giác vuông ABC tại A, $AB=a$ và $AC=a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $l=a$ **B.** $l=a\sqrt{2}$ **C.** $l=a\sqrt{3}$ **D.** $l=2a$

Lời giải

Chọn D



Xét tam giác ABC vuông tại A ta có $BC^2 = AC^2 + AB^2 = 4a^2 \Leftrightarrow BC = 2a$

Đường sinh của hình nón cũng chính là cạnh huyền của tam giác $\Leftrightarrow l = BC = 2a$.

Câu 51: **(ĐTK 2018-Câu 14)** Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và có bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng:

A. $2\sqrt{2}a$ **B.** $3a$ **C.** $2a$ **D.** $\dfrac{3a}{2}$

Lời giải

Chọn B

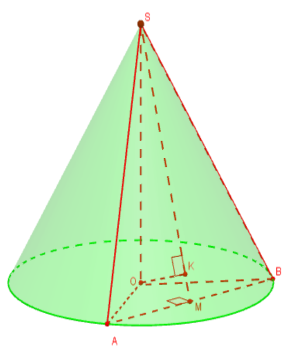
Diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq} = \pi rl$ với $r = a \Rightarrow \pi.a.l = 3\pi a^2 \Rightarrow l = 3a$.

Câu 52: **(THPTQG 2017-MĐ101-Câu 50)** Cho hình nón đỉnh S có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P).

A. $d = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$ **B.** $d = a$ **C.** $d = \dfrac{\sqrt{5}a}{5}$ **D.** $d = \dfrac{\sqrt{2}a}{2}$

Lời giải

Chọn D



Có $(P) \equiv (SAB)$.

Ta có $SO = a = h, OA = OB = r = 2a, AB = 2a\sqrt{3}$, gọi M là hình chiếu của O lên AB suy ra M là trung điểm AB, gọi H là hình chiếu của O lên SM suy ra $d\left(O;\left(SAB\right)\right) = OH$.

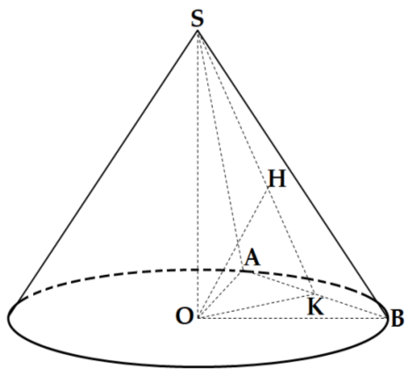
Ta tính được $OM = \sqrt{OA^2 - MA^2} = a$ suy ra SOM là tam giác vuông cân tại O, suy ra H là trung điểm của SM nên $OH = \dfrac{SM}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 53: **(DE MH BGD 2023 – Câu 48)** Cho khối nón có đỉnh S, chiều cao bằng 8 và thể tích bằng $\dfrac{800\pi}{3}$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB = 12$, khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $8\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{24}{5}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{5}{24}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O, R lần lượt là tâm và bán kính đáy của khối nón, K, H lần lượt là hình chiếu của O lên AB, SK. Khi đó khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng OH.

Ta có: $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2.h \Rightarrow R^2 = \dfrac{3V}{\pi.h} = \dfrac{3.\dfrac{800\pi}{3}}{\pi.8} = 100 \Rightarrow R = 10$

Trong tam giác vuông OBK có:

$OK = \sqrt{OB^2 - BK^2} = \sqrt{R^2 - \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.

Trong tam giác vuông SOK có:

$\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{SO^2} + \dfrac{1}{OK^2} = \dfrac{1}{8^2} + \dfrac{1}{8^2} = \dfrac{2}{8^2} \Rightarrow OH = 4\sqrt{2}$

Ghi Chú!

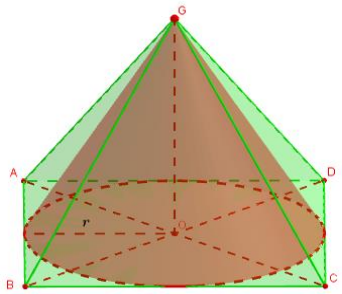
Dạng ④: Khối nón kết hợp khối đa diện

Câu 54: **(THPTQG 2017-MĐ101-Câu 31)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $V=\dfrac{\pi a^3}{2}$ **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$ **C.** $V=\dfrac{\pi a^3}{6}$ **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$

Lời giải

Chọn C



Gọi $O=AC\cap BD\Rightarrow SO\perp(ABCD)$. Lại có $OC=\dfrac{AC}{2}=a$

$\Rightarrow SO=\sqrt{SA^2-OC^2}=a$.

Bán kính $r=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{a}{\sqrt{2}}$. Suy thể tích khối nón là: $V=\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{a}{\sqrt{2}}\right)^2.a=\dfrac{\pi a^3}{6}$.

Dạng ⑤: Bài toán cực trị về khối nón

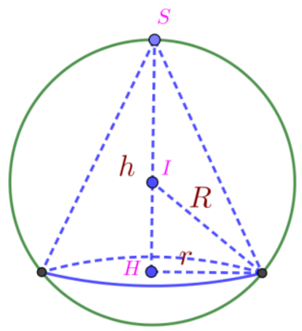
Câu 55: **(ĐTK 2017-Câu 49)** Cho mặt cầu tâm O bán kính R. Xét mặt phẳng (P) thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C). Hình nón (N) có đỉnh S nằm trên mặt cầu, có đáy là đường tròn (C) và có chiều cao $h(h>R)$. Tính h để thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất.

A. $h=\sqrt{3}R$ **B.** $h=\sqrt{2}R$ **C.** $h=\dfrac{4R}{3}$ **D.** $h=\dfrac{3R}{2}$

Lời giải

Chọn C

Ghi Chú!



Cách 1: Gọi I là tâm mặt cầu và H, r là tâm và bán kính của (C).

Ta có $IH = h - R$ và $r^2 = R^2 - IH^2 = R^2 - (h-R)^2 = 2Rh - h^2$.

Thể tích khối nón $V = \dfrac{1}{3}h\pi r^2 = \dfrac{\pi}{3}h\left(2Rh - h^2\right)$.

Ta có $h \cdot h \cdot (4R - 2h) \le \left(\dfrac{h + h + 4R - 2h}{3}\right)^3 = \left(\dfrac{4R}{3}\right)^3 \Rightarrow h^2(2R - h) \le \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{4R}{3}\right)^3$.

Do đó V lớn nhất khi $h = 4R - 2h \Leftrightarrow h = \dfrac{4R}{3}$.

Cách 2: Gọi I là tâm mặt cầu và H, r là tâm và bán kính của (C).

Ta có $IH = h - R$ và $r^2 = R^2 - IH^2 = R^2 - (h-R)^2 = 2Rh - h^2$.

Thể tích khối nón $V = \dfrac{1}{3}h\pi r^2 = \dfrac{\pi}{3}h\left(2Rh - h^2\right) = \dfrac{\pi}{3}.\left(2h^2R - h^3\right)$

Xét hàm $f(h) = -h^3 + 2h^2R,\ h \in (R, 2R)$, có $f'(h) = -3h^2 + 4hR$.

$f'(h) = 0 \Leftrightarrow -3h^2 + 4hR = 0 \Leftrightarrow h = 0$ hoặc $h = \dfrac{4R}{3}$.

Bảng biến thiên

h	R		$\frac{4R}{3}$		$2R$
$f'(h)$		$+$	0	$-$	
$f(h)$		$\nearrow$	$\frac{32R^3}{27}$	$\searrow$	

$\max f(h) = \dfrac{32}{27}R^3$, tại $h = \dfrac{4R}{3}$.

Vậy thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất là

$V = \dfrac{1}{3}\pi\dfrac{32}{27}R^3 = \dfrac{32}{81}\pi R^3$ khi $h = \dfrac{4R}{3}$.

------------- **HẾT** -------------

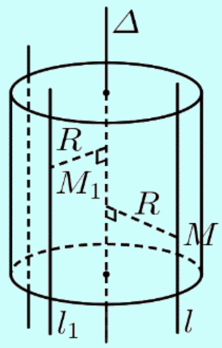
§2- MẶT TRỤ

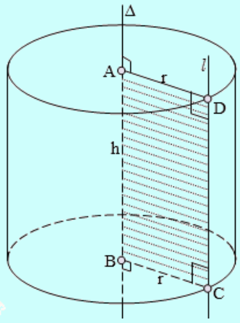
Ⓐ Tóm tắt lý thuyết cơ bản

Cách giải:

1. Các thông số:

- r là bán kính đáy
- $h = AB$ là chiều cao của trụ
- $l = h = CD$ là đường sinh của trụ





2. Công thức tính toán:

①. Diện tích đáy: $S_d = \pi r^2$

②. Chu vi đáy: $CV_d = 2\pi r$

③. Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi rl$

④. Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d$

⑤. Thể tích khối nón: $V_{Tru} = \pi r^2 h$

Ⓑ Dạng toán cơ bản

Dạng ①: Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, Thể tích (liên quan) khối trụ khi biết các dữ kiện cơ bản

Câu 1: **(THPTQG 2018-MĐ103-Câu 3)** Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $2\pi rh$. **C.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. **D.** $\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn D

$V_{tru} = \pi r^2 h$.

Câu 2: **(THPTQG 2018-MĐ104-Câu 12)** Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l bằng

A. πrl. **B.** $4\pi rl$. **C.** $2\pi rl$. **D.** $\frac{4}{3}\pi rl$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay: $S_{xq} = 2\pi rl$.

Câu 3: (ĐTK 2020-L2-Câu 12) **Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng**

Ghi Chú!

A. $4\pi rl$. B. πrl. C. $\frac{1}{3}\pi rl$. D. $2\pi rl$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S_{xq} = 2\pi rl$.

Câu 4: **(THPTQG 2020-L1-MĐ101-Câu 7)** Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 8$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 24π. **B.** 192π. **C.** 48π. **D.** 64π.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.8.3 = 48\pi$.

Câu 5: **(THPTQG 2020-L1-MĐ102-Câu 3)** Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 48π. **B.** 12π. **C.** 16π. **D.** 24π.

Lời giải

Chọn D

Hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $l = 3$ thì có diện tích xung quanh là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.4.3 = 24\pi$.

Câu 6: **(THPTQG 2020-L1-MĐ103-Câu 1)** Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 15π. **B.** 25π. **C.** 30π. **D.** 75π.

Lời giải

Chọn C

$S_{xq} = 2\pi rl = 30\pi$

Câu 7: **(THPTQG 2020-L1-MĐ104-Câu 2)** Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 7$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 42π. **B.** 147π. **C.** 49π. **D.** 21π.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S = 2\pi rl = 2\pi.7.3 = 42\pi$.

Câu 8: **(THPTQG 2020-L2-MĐ101-Câu 17)** Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 48π. **B.** 4π. **C.** 16π. **D.** 24π.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối trụ đã cho là: $V = \pi r^2 h = 48\pi$.

Câu 9: **(THPTQG 2020-L2-MĐ102-Câu 8)** Cho khối trụ có bán kính đáy bằng $r = 5$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 5π . **B.** 30π . **C.** 25π . **D.** 75π .

Lời giải

Chọn D

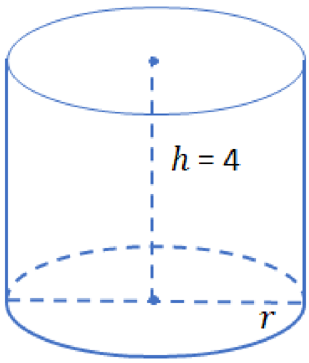
Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2.h = 75\pi$.

Câu 10: **(THPTQG 2020-L2-MĐ103-Câu 23)** Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. 4π . **B.** 12π . **C.** 36π . **D.** 24π .

Lời giải

Chọn C



Thể tích khối trụ có bán kính đáy $r = 3$ và chiều cao $h = 4$ là:

$V = \pi r^2 h = \pi.3^2.4 = 36\pi$.

Câu 11: **(THPTQG 2020-L2-MĐ104-Câu 13)** Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 3$ và chiều cao $h = 5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 45π . **B.** 5π . **C.** 15π . **D.** 30π .

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi.3^2.5 = 45\pi$.

Câu 12: **(THPTQG 2020-L2-MĐ104-Câu 26)** Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 5. Diện tích xung quanh của (T) bằng.

A. $\frac{25\pi}{2}$ **B.** 25π **C.** 50π **D.** $\frac{25\pi}{4}$

Lời giải

Chọn B

Chiều cao $h = 5$

Bán kính $r = \frac{h}{2} = \frac{5}{2}$

Diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.\frac{5}{2}.5 = 25\pi$

Câu 13: **(THPTQG 2021-L1-MĐ101-Câu 24)** Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 6$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

Ghi Chú!

A. 108π. B. 36π. C. 18π. D. 54π.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối trụ đã cho $V=\pi r^2h=\pi.6^2.3=108\pi$.

Câu 14: **(THPTQG 2021-L1-MĐ104-Câu 28)** Cho khối trụ có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 15π B. 75π. C. 25π. D. 45π.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối trụ đã cho bằng $V=B.h=\pi r^2.h=\pi 5^2.3=75\pi.$

Câu 15: (TN BGD 2022-MD101)Cho hình trụ có chiều cao $h=1$ và bán kính $r=2$. Diện tích (TN BGD 2022-MD101)ung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 4π. B. 2π. C. 3π. D. 6π.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S_{xq}=2\pi rh=4\pi$.

Câu 16: (DE TN BGD 2022 - MD 102) Cho hình trụ có chiều cao $h=1$ và bán kính đáy $r=2$. Diện tích (DE TN BGD 2022 - MD 102)ung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 3π. B. 4π. C. 2π. D. 6π.

Lời giải

Chọn B

Diện tích (DE TN BGD 2022 - MD 102)ung quanh $S_{xq}=2\pi rl=4\pi$.

Câu 17: (DE MH BGD 2023 - Câu 13)Cho khối lập phương có cạnh bằng 2. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 6. B. 8. C. $\frac{8}{3}$. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lập phương có cạnh bằng a là $V=a^3=2^3=8$.

Câu 18: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 13] Cho hình trụ có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 48π. B. 16π. C. 24π. D. 56π.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng $S=2\pi hr=2.\pi.3.4=24\pi$.

Ghi Chú!

Câu 19: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 13] Cho hình trụ có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 48π. **B.** 16π. **C.** 24π. **D.** 56π.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng $S=2\pi hr=2.\pi.3.4=24\pi$.

Câu 20: [MD 103-TN BGD 2023-CÂU 17] Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $7\pi a^2$. **B.** $14\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $8\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng:

$S_{xq}=2\pi Rh=2\pi.a.3a=6\pi a^2$.

Câu 21: [MD 104-TN BGD 2023-CÂU 19] Cho hình trụ có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 16π. **B.** 56π. **C.** 24π. **D.** 48π.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq}=2\pi rh=2\pi.4.3=24\pi$.

Câu 22: (ĐMH 2017-Câu 41) Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A. $S_{tp}=4\pi$ **B.** $S_{tp}=2\pi$ **C.** $S_{tp}=6\pi$ **D.** $S_{tp}=10\pi$

Lời giải

Chọn A

Quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh MN nên hình trụ có bán kính

$r=AM=\dfrac{AD}{2}=1$

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ $S_{tp}=2\pi r.AB+2\pi r^2=2\pi+2\pi=4\pi$.

Câu 23: (THPTQG 2017-MĐ101-Câu 11) Tính thể tích V của khối trụ có bán kính $r=4$ và chiều cao $h=4\sqrt{2}$.

A. $V=128\pi$ **B.** $V=64\sqrt{2}\pi$ **C.** $V=32\pi$ **D.** $V=32\sqrt{2}\pi$

Lời giải

Chọn B

$V=\pi r^2h=16.4\sqrt{2}\pi=64\sqrt{2}\pi$

Câu 24: (THPTQG 2017-MĐ104-Câu 32) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD=8$, $CD=6$, $AC'=12$. Tính diện tích toàn phần

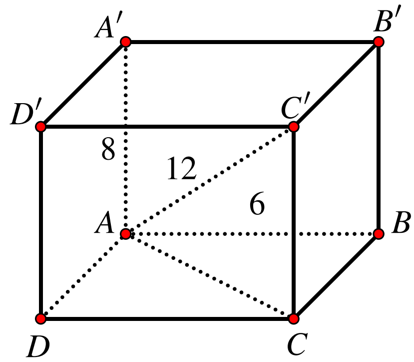
S_{tp} của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

A. $S_{tp}=576\pi$. **B.** $S_{tp}=10\left(2\sqrt{11}+5\right)\pi$.

C. $S_{tp}=26\pi$. **D.** $S_{tp}=5\left(4\sqrt{11}+4\right)\pi$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $A'C'=\sqrt{AD^2+CD^2}=10$, $AA'=\sqrt{AC'^2-A'C'^2}=2\sqrt{11}$.

Hình trụ có : bán kính đáy $R=\frac{1}{2}A'C'=5$, đường sinh, chiều cao $l=h=AA'=2\sqrt{11}$.

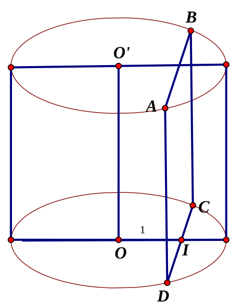
$S_{tp}=2\pi Rl+2\pi R^2=10\left(2\sqrt{11}+5\right)\pi$.

Câu 25: **(THPTQG 2019-MĐ103-Câu 37)** Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $6\sqrt{10}\pi$. **B.** $6\sqrt{34}\pi$. **C.** $3\sqrt{10}\pi$. **D.** $3\sqrt{34}\pi$.

Lời giải

Chọn A



Ta có:

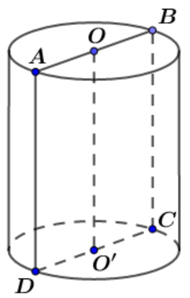
$S_{ABCD}=12\sqrt{2}=3\sqrt{2}.CD$
$\Rightarrow CD=4$
$\Rightarrow CI=2$
$\Rightarrow CO=\sqrt{CI^2+IO^2}=\sqrt{5}=r$
$S_{xq}=2\pi rl=6\sqrt{10}\pi$

Câu 26: **(ĐTK 2020-L1-Câu 22)** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 18π. **B.** 36π. **C.** 54π. **D.** 27π.

Lời giải

Chọn B



Giả sử thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABCD$.

Theo giả thiết ta có bán kính đáy của hình trụ $r=3$
$\Rightarrow h=AD=DC=2r=6=l$.

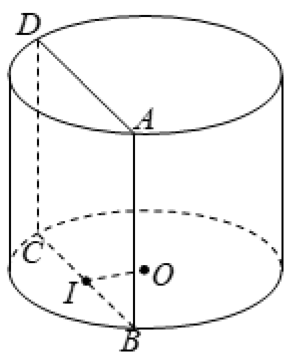
Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.3.6=36\pi$.

Câu 27: **(ĐTK 2020-L2-Câu 44)** Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $216\pi a^3$. **B.** $150\pi a^3$. **C.** $54\pi a^3$. **D.** $108\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Xét thiết diện là hình vuông $ABCD$ có I là trung điểm BC.

Ta có $AB=BC=6a, OI=3a\Rightarrow \Delta OBC$ vuông tại $O\Rightarrow R=OB=3a\sqrt{2}\Rightarrow V=\pi R^2h=108\pi a^3$.

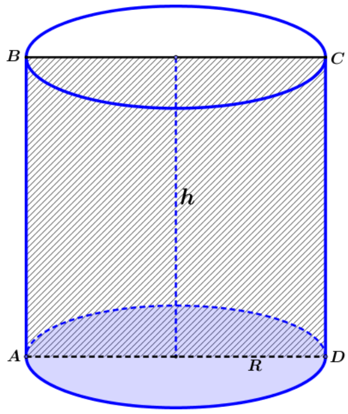
Ghi Chú!

Câu 28: **(THPTQG 2020-L2-MĐ101-Câu 34)** Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 7. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A. $\frac{49\pi}{4}$. **B.** $\frac{49\pi}{2}$. **C.** 49π. **D.** 98π.

Lời giải

Chọn C



+) Thiết diện qua trục của hình trụ (T) là hình vuông cạnh bằng 7 suy ra:

Bán kính hình trụ $R = \frac{7}{2}$, chiều cao hình trụ $h = 7$.

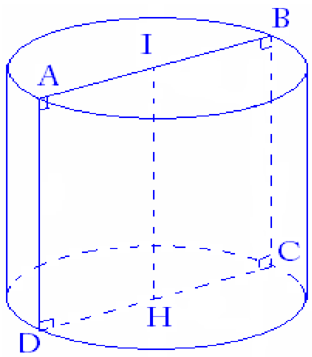
Vậy diện tích xung quanh hình trụ $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.\frac{7}{2}.7 = 49\pi$.

Câu 29: **(THPTQG 2020-L2-MĐ102-Câu 29)** Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 1. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A. π. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** 2π. **D.** $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABCD$.

Ta có: $2r = AB = 1 \Rightarrow r = \frac{1}{2}$, $h = l = AD = 1$.

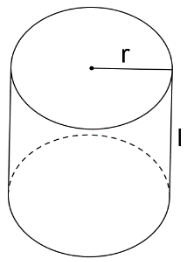
Diện tích xung quanh của (T) là: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.\frac{1}{2}.1 = \pi$.

Câu 30: **(THPTQG 2020-L2-MĐ103-Câu 28)** Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 3. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A. $\frac{9\pi}{4}$. **B.** 18π. **C.** 9π. **D.** $\frac{9\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Theo đề bài toán ta có độ dài bán kính đáy và độ dài đường sinh lần lượt là: $r = \frac{3}{2}$ và $l = 3$.

Diện tích xung quanh của hình trụ (T): $S_{xq} = 2\pi rl = 2.\pi.\frac{3}{2}.3 = 9\pi$.

Câu 31: **(ĐTK 2021-Câu 24)** Một hình trụ có bán kính đáy $r = 4\,\text{cm}$ và độ dài đường sinh $l = 3\,\text{cm}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $12\pi\,\text{cm}^2$. **B.** $48\pi\,\text{cm}^2$. **C.** $24\pi\,\text{cm}^2$. **D.** $36\pi\,\text{cm}^2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $h = l = 3\,\text{cm}$

Vậy $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.4.3 = 24\pi\,\text{cm}^2$.

Câu 32: **(THPTQG 2021-L1-MĐ102-Câu 28)** Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 16π. **B.** 48π. **C.** 36π. **D.** 12π.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V = \pi r^2 h = \pi.4^2.3 = 48\pi$.

Câu 33: **(THPTQG 2021-L1-MĐ103-Câu 28)** Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 18π. **C.** 6π. **D.** 4π

Lời giải

Chọn A

$V = \pi.r^2.h = \pi.2^2.3 = 12\pi$.

Câu 34: **(ĐTK 2018-Câu 33)** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

A. $S_{xq} = \dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ **B.** $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$ **C.** $S_{xq} = \dfrac{16\sqrt{3}\pi}{3}$ **D.** $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$

Lời giải

Chọn A

Bán kính đường tròn đáy hình trụ bằng một phần ba đường cao tam giác BCD nên $r = \dfrac{1}{3}.\dfrac{4\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

Chiều cao hình trụ bằng chiều cao hình chóp:

$$h = \sqrt{4^2 - \left(\frac{2}{3}.\frac{4\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{16 - \frac{16.3}{9}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

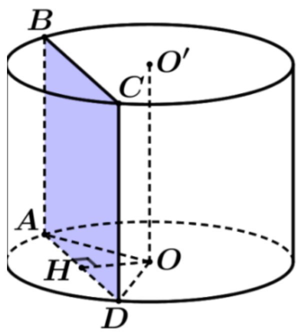
$$S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.\frac{2\sqrt{3}}{3}.\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}.$$

Câu 35: **(THPTQG 2019-MĐ101-Câu 38)** Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $10\sqrt{3}\pi$. **B.** $5\sqrt{39}\pi$. **C.** $20\sqrt{3}\pi$. **D.** $10\sqrt{39}\pi$.

Lời giải

Chọn C



Gọi hình trụ có hai đáy là O, O' và bán kính R.

Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục nên thiết diện thu được là hình chữ nhật $ABCD$ với AB là chiều cao khi đó $AB = CD = 5\sqrt{3}$

suy ra $AD = BC = \dfrac{30}{5\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$.

Gọi H là trung điểm của AD ta có $OH = 1$ suy ra

$$R = \sqrt{OH^2 + \frac{AD^2}{4}} = \sqrt{1 + \frac{\left(2\sqrt{3}\right)^2}{4}} = 2.$$

Ghi Chú!

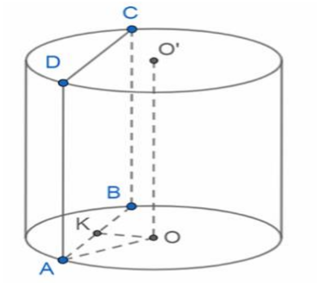
Vậy diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.2.5\sqrt{3} = 20\sqrt{3}\pi$.

Câu 36: **(THPTQG 2019-MĐ102-Câu 36)** Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $24\sqrt{2}\pi$. **B.** $8\sqrt{2}\pi$. **C.** $12\sqrt{2}\pi$. **D.** $16\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Chon D



Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục, ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ (với AB là dây cung của hình tròn đáy tâm O).

Do hình trụ có chiều cao là $h = OO' = 4\sqrt{2} \Rightarrow$ hình trụ có độ dài đường sinh $l = AD = 4\sqrt{2}$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ bằng $AB.CD = 16 \Rightarrow$
$AB = \dfrac{16}{AD} = \dfrac{16}{4\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$.

Gọi K là trung điểm đoạn AB thì $OK \perp AB$, lại có $\text{mp}(ABCD)$ vuông góc với mặt phẳng đáy của hình trụ $\Rightarrow OK \perp \text{mp}(ABCD) \Rightarrow$ khoảng cách giữa OO' và $\text{mp}(ABCD)$ là $OK = \sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông AOK

$$R = OA = \sqrt{OK^2 + AK^2} = \sqrt{OK^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2} = 2.$$

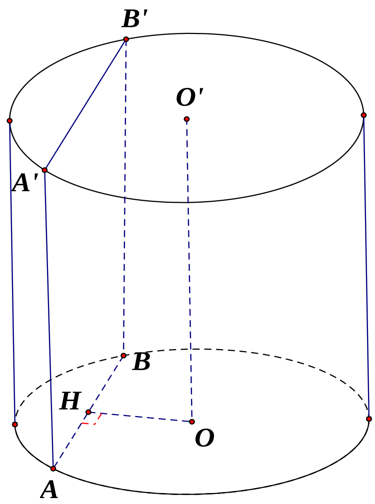
Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi R.l = 2\pi.2.4\sqrt{2} = 16\pi\sqrt{2}$.

Câu 37: **(THPTQG 2019-MĐ104-Câu 39)** Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 18. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}\pi$. **B.** $6\sqrt{39}\pi$. **C.** $3\sqrt{39}\pi$. **D.** $12\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chon D



Gọi chiều cao của hình trụ là h

Thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng song song với trục là hình chữ nhật $ABB'A'$

Gọi H là hình chiếu của O trên AB thì OH là khoảng cách từ O đến mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$ nên $OH = 1$

Diện tích thiết diện là: $S_{td} = AB.AA'$ trong đó $AA' = h = 3\sqrt{3}$ nên

$$AB = \frac{S_{td}}{AA'} = \frac{18}{3\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

Do tam giác OAB cân nên

$$OH^2 = OB^2 - HB^2 = OB^2 - \frac{AB^2}{4}$$

$$\Rightarrow OB^2 = OH^2 + \frac{AB^2}{4} = 1 + \frac{\left(2\sqrt{3}\right)^2}{4} = 4$$

$$\Rightarrow OB = 2$$

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là

$S_{xq} = 2\pi.R.h = 2\pi.2.3\sqrt{3} = 12\sqrt{3}\pi$.

Dạng ②: Tính độ dài đường sinh, chiều cao, bán kính đáy, khoảng cách, góc, thiết diện của khối trụ

Câu 38: **(THPTQG 2017-MĐ103-Câu 25)** Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

A. $r = \dfrac{5\sqrt{2\pi}}{2}$. **B.** $r = 5$. **C.** $r = 5\sqrt{\pi}$. **D.** $r = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Độ dài đường sinh $l = 2r$.

Ghi Chú!

Diện tích xung quanh hình trụ: $S_{xq}=2\pi rl=4\pi r^2 \Rightarrow 4r^2=50 \Rightarrow r=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Dạng ③: Bài toán cực trị về khối trụ

Câu 39: (DE MH BGD 2023 – Câu 49) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;0;10), B(3;4;6)$. Xét các điểm M thay đổi sao cho tam giác OAM không có góc tù và có diện tích bằng 15. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MB thuộc khoảng nào dưới đây?

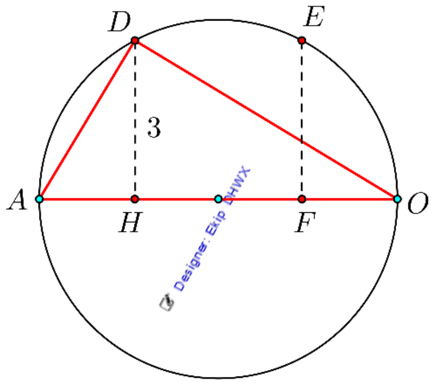
A. $(4;5)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(6;7)$.

Lời giải

Chon B

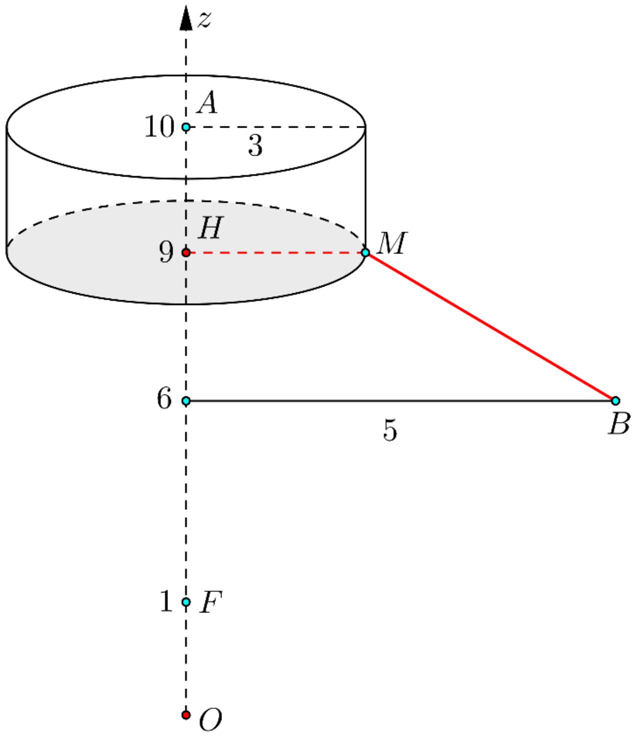
Ta có: $S_{OAM}=\dfrac{1}{2}OA.d\left(M;OA\right)=15 \Rightarrow d\left(M;OA\right)=3$.

Suy ra: M di động trên mặt trụ, bán kính bằng 3, trục là OA.



Xét điểm D như hình vẽ, $\begin{cases} HA.HO=HD^2=9 \\ HA+HO=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} HA=1 \\ HO=9 \end{cases}$.

Vì $AMO \le 90$ nên giới hạn của M là hai mặt trụ với trục AH và FO.



Ghi Chú!

Vì hình chiếu của B cách H gần hơn nên $BM_{\min} = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}.$

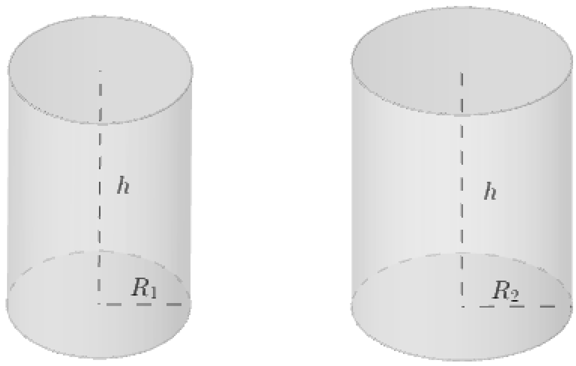
Dạng ④: Bài toán thực tế về khối trụ

Câu 40: **(THPTQG 2019-MĐ101-Câu 27)** Một cở sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,2m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự dịnh làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $1,8m.$ **B.** $1,4m.$ **C.** $2,2m.$ **D.** $1,6m.$

Lời giải

Chọn D



Ta có:

$V_1 = \pi R_1^2 h = \pi h$ và $V_2 = \pi R_2^2 h = \dfrac{36\pi}{25} h.$

Theo đề bài ta lại có: $V = V_1 + V_2 = V_1 = \pi h + \dfrac{36\pi}{25} h = \dfrac{61\pi}{25} h = \pi R^2 h.$

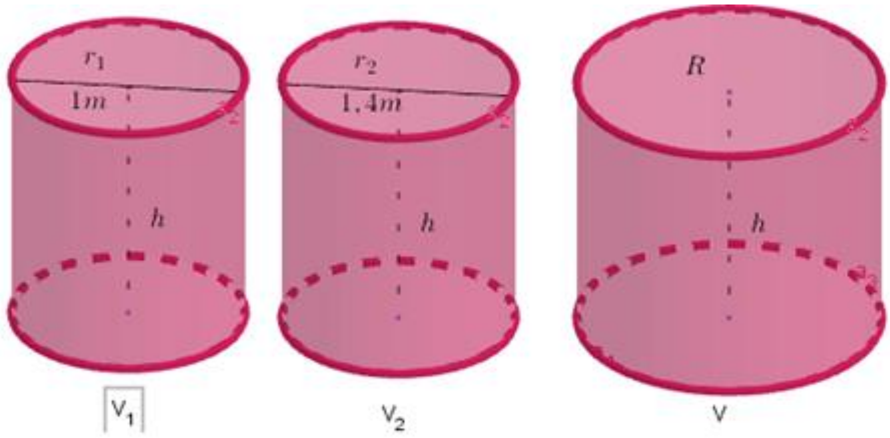
$\Leftrightarrow R^2 = \dfrac{61}{25} \Leftrightarrow R = 1,56$ (V, R lần lượt là thể tích và bán kính của bể nước cần tính)

Câu 41: **(THPTQG 2019-MĐ102-Câu 18)** Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,4\ m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $1,7\ m$. **B.** $1,5\ m$. **C.** $1,9\ m$. **D.** $2,4\ m$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $V = V_1 + V_2 \Leftrightarrow h\pi R^2 = h\pi r_1^{\,2} + h\pi r_2^{\,2}$.

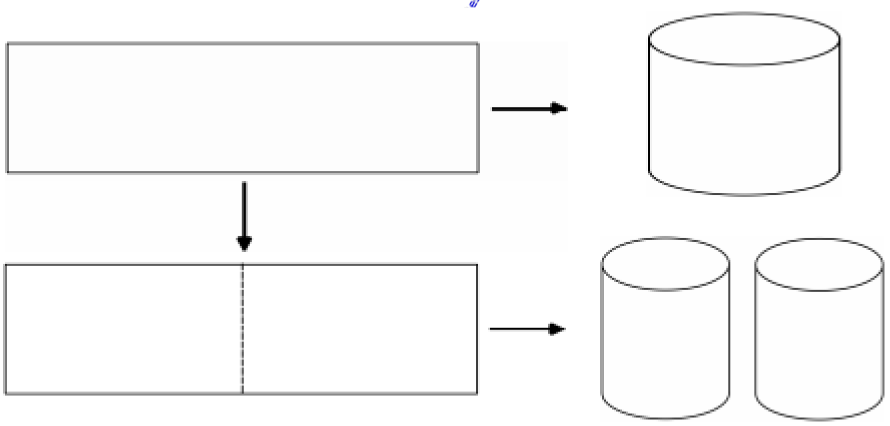
$\Rightarrow R = \sqrt{r_1^{\,2} + r_2^{\,2}} \approx 1,72\,m$.

Câu 42: **(ĐMH 2017-Câu 40)** Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50cm.240cm$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng $50cm$, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):.

• Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

• Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.



A. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{2}$ **B.** $\dfrac{V_1}{V_2} = 1$ **C.** $\dfrac{V_1}{V_2} = 2$ **D.** $\dfrac{V_1}{V_2} = 4$

Lời giải

Chọn C

Ban đầu bán kính đáy là R, sau khi cắt tấm tôn bán kính đáy là $\dfrac{R}{2}$

Đường cao của các khối trụ là không đổi

Ta có $V_1 = h\pi R^2$, $V_2 = 2.h\pi\left(\dfrac{R}{2}\right)^2 = h\pi\dfrac{R^2}{2}$. Vậy tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2} = 2$.

Câu 43: **(THPTQG 2018-MĐ101-Câu 27)** Một chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy $3\ mm$ và chiều cao bằng $200\ mm$. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có ciều cao bằng chiều dài của bút chì và đáy là hình tròn bán kính $1\,mm$. Giả định $1\,m^3$ gỗ có giá trị a (triệu đồng), $1\,m^3$ than chì có giá trị $8a$ (triệu đồng). khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. $9,7.a$ (đồng). **B.** $97,03.a$ (đồng).

C. $90,7.a$ (đồng). **D.** $9,07.a$ (đồng).

Lời giải

Chọn D

Thể tích phần phần lõi được làm bằng than chì:
$V_r = \pi R^2 h = \pi.10^{-6}.0,2 = 0,2.10^{-6}\pi\ \left(m^3\right)$.

Thể tích chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều:
$V = B.h = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}.\left(3.10^{-3}\right)^2.0,2 = \dfrac{27\sqrt{3}}{10}.10^{-6}\ \left(m^3\right)$.

Thể tích phần thân bút chì được làm bằng gỗ:
$V_t = V - V_r = \dfrac{27\sqrt{3}}{10}.10^{-6} - 0,2.10^{-6}\pi\ \left(m^3\right)$.

Giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì:

$$0,2.10^{-6}\pi.8a + \left(\frac{27\sqrt{3}}{10}.10^{-6} - 0,2.10^{-6}\pi\right)a \approx 9,07.10^{-6}.a \text{ (triệu đồng).}$$

Câu 44: **(THPTQG 2018-MĐ102-Câu 31)** Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3mm và chiều cao bằng $200\,\text{mm}$. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính 1mm. Giả định 1m^3 gỗ có giá a (triệu đồng), 1m^3 than chì có giá $6a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây.

A. $84,5.a$ (đồng). **B.** $78,2.a$ (đồng).

C. $8,45.a$ (đồng). **D.** $7,82.a$ (đồng).

Lời giải

Chọn D

Thể tích phần phần lõi được làm bằng than chì:
$V_r = \pi R^2 h = \pi.10^{-6}.0,2 = 0,2.10^{-6}\pi\ \left(m^3\right)$.

Thể tích chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều:
$V = B.h = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}.\left(3.10^{-3}\right)^2.0,2 = \dfrac{27\sqrt{3}}{10}.10^{-6}\ \left(m^3\right)$.

Thể tích phần thân bút chì được làm bằng gỗ:
$V_t = V - V_r = \dfrac{27\sqrt{3}}{10}.10^{-6} - 0,2.10^{-6}\pi\ \left(m^3\right)$.

Giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì:

Ghi Chú!

$0,2.10^{-6}\pi.6a+\left(\dfrac{27\sqrt{3}}{10}.10^{-6}-0,2.10^{-6}\pi\right)a\approx 7,82.10^{-6}.a$ (triệu đồng).

Câu 45: **(THPTQG 2018-MĐ103-Câu 34)** Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 mm. Giả định $1m^3$ gỗ có giá a (triệu đồng). $1m^3$ than chì có giá $9a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $97,03a$ đồng. **B.** $10,33a$ đồng. **C.** $9,7a$ đồng. **D.** $103,3a$ đồng.

Lời giải

Chọn C

$3mm=0,003m;200mm=0,2m;1mm=0,001m$

Diện tích đáy của phần than chì: $S_1=\pi r^2=\pi.10^{-6}(m^2)$

Diện tích đáy phần bút bằng gỗ:

$S_2=6S_{OAB}-S_1=\left(6.\dfrac{3^2\sqrt{3}}{4}-\pi\right).10^{-6}=\left(\dfrac{27\sqrt{3}}{2}-\pi\right).10^{-6}(m^2)$

Thể tích than chì cần dùng: $V_1=S_1.h=\pi r^2 0,2=0,2\pi.10^{-6}(m^3)$

Thể tích gỗ làm bút chì: $V_2=S_2.h=\left(\dfrac{27\sqrt{3}}{2}-\pi\right).0,2.10^{-6}(m^3)$

Tiền làm một cây bút:

$V_1.9a+V_2.a=(9V_1+V_2)a=\left(9.0,2\pi.10^{-6}+\left(\dfrac{27\sqrt{3}}{2}-\pi\right).0,2.10^{-6}\right)a=9,7a$

(đồng)

Câu 46: **(THPTQG 2018-MĐ104-Câu 30)** Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy $3\ mm$ và chiều cao $200\ mm$. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều cao của bút và đáy là hình tròn có bán kính $1\ mm$. Giả định $1\ m^3$ gỗ có giá a (triệu đồng), $1\ m^3$ than chì có giá $7a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $85,5.a$ (đồng). **B.** $9,07.a$ (đồng).

C. $8,45.a$ (đồng). **D.** $90,07.a$ (đồng).

Lời giải

Chọn C

Thể tích phần lõi than chì: $V_1=\pi.0,001^2.0,2=2\pi.10^{-7}\ m^3$.

Số tiền làm lõi than chì $T_1=(2\pi.10^{-7})7a.10^6=1,4\pi a$ (đồng).

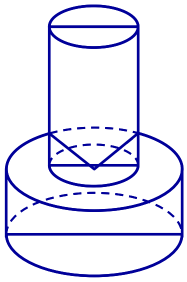
Thể tích phần thân bằng gỗ của bút

$V_2 = 6.\dfrac{(0,003)^2\sqrt{3}}{4}.0,2 - 2\pi.10^{-7} = \left[\sqrt{3}.27.10^{-7} - 2\pi.10^{-7}\right]m^3$.

Số tiền làm phần thân bằng gỗ của bút

$T_2 = \left[27\sqrt{3}.10^{-7} - \pi.2.10^{-7}\right]a.10^6 = \left[2,7\sqrt{3} - \pi.0,2\right]a$ (đồng). Vậy giá vật liệu làm bút chì là: $T = T_1 + T_2 \approx 8,45.a$ (đồng).

Câu 47: **(ĐTK 2019-Câu 32)** Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1), (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = \dfrac{1}{2}r_1$, $h_2 = 2h_1$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng $30\ (\text{cm}^3)$, thể tích khối trụ (H_1) bằng



A. $24\ (\text{cm}^3)$. **B.** $15\ (\text{cm}^3)$. **C.** $20\ (\text{cm}^3)$. **D.** $10\ (\text{cm}^3)$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối trụ (H_1) là $V_1 = \pi r_1^2 h_1$

Thể tích của khối trụ (H_2) là $V_2 = \pi r_2^2 h_2$, suy ra $V_2 = \pi\left(\dfrac{1}{2}r_1\right)^2.2h_1 = \dfrac{1}{2}V_1$

Theo bài ra ta có có $V_1 + V_2 = 30\ (\text{cm}^3) \Leftrightarrow 3V_2 = 30\ (\text{cm}^3)$

Do đó ta có thể tích hai khối trụ lần lượt là $V_1 = 20\ (\text{cm}^3)$, $V_2\ (10\ \text{cm}^3)$

Câu 48: **(THPTQG 2019-MĐ103-Câu 23)** Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1m và $1,8\text{m}$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $2,8\text{m}$. **B.** $2,6\text{m}$. **C.** $2,1\text{m}$. **D.** $2,3\text{m}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi hai bể nước hìnhtrụ ban đầu lượt có chiều cao là h, bán kính r_1, r_2, thể tích là V_1, V_2.

Ta có một bể nước mới có chiều cao h, $V = V_1 + V_2$.

$\Rightarrow \pi r^2 h = \pi r_1^2 h + \pi r_2^2 h \Rightarrow \pi r^2 h = \pi.1^2.h + \pi.1,8^2.h \Leftrightarrow r = \sqrt{\dfrac{106}{25}} \approx 2,1\text{m}$.

Câu 49: **(THPTQG 2019-MĐ104-Câu 22)** Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,5m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và thể trích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $1,6m$. **B.** $2,5m$. **C.** $1,8m$. **D.** $2,1m$.

Lời giải

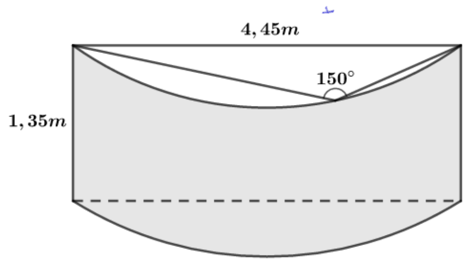
Chọn C

Gọi h là chiều cao của các bể nước và r là bán kính đáy của bể nước dự định làm.

Theo giả thiết, ta có $\pi r^2 h = \pi.1^2.h + \pi.(1,5)^2.h \Leftrightarrow r^2 = 1 + \frac{9}{4} = \frac{13}{4}$.

Suy ra $r = \frac{\sqrt{13}}{2} \approx 1,8$.

Câu 50: **(ĐTK 2021-Câu 44)** Ông Bình làm lan can ban công ngôi nhà của mình bằng một tấm kính cường lực. Tấm kính đó là một phần của mặt xung quanh của một hình trụ như hình bên. Biết giá tiền của 1m^2 kính như trên là 1.500.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông Bình mua tấm kính trên là bao nhiêu

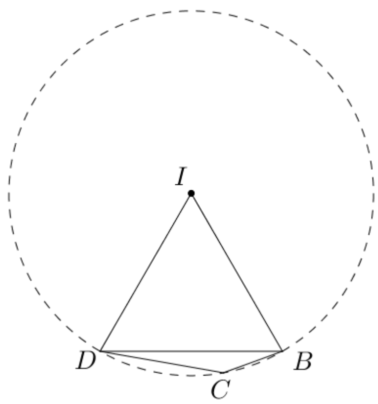


A. 23.591.000 đồng. **B.** 36.173.000 đồng.

C. 9.437.000 đồng. **D.** 4.718.000 đồng.

Lời giải

Chọn C



Bán kính đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác BCD là:

$R = \frac{BD}{2\sin 150°} = 4,45\text{m}$.

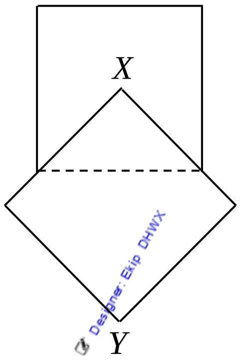
Chu vi của (C): $C=2\pi R=8,9\pi(\text{m}) \Rightarrow$ độ dài cung nhỏ BD là $\dfrac{C}{6}=\dfrac{89\pi}{60}(\text{m})$.

Diện tích cần tìm: $S=\dfrac{89\pi}{60}.1,35=\dfrac{801\pi}{400}\left(\text{m}^2\right)$.

Giá tiền: $1.500.000S \approx 9.437.000$ đồng.

➽Dạng ⑤: Thể tích khối tròn xoay

Câu 51: **(ĐTN 2017-Câu 42)** Cho hai hình vuông có cùng cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY.



A. $V=\dfrac{125\left(1+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$.

B. $V=\dfrac{125\left(5+2\sqrt{2}\right)\pi}{12}$.

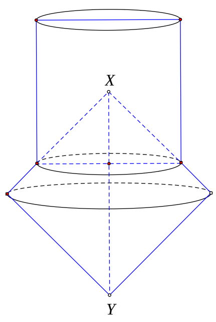
C. $V=\dfrac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}$.

D. $V=\dfrac{125\left(2+\sqrt{2}\right)\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1 :



Khối tròn xoay gồm 3 phần:

Phần 1: khối trụ có chiều cao bằng 5, bán kính đáy bằng $\dfrac{5}{2}$ có thể tích

$V_1=\pi\times\left(\dfrac{5}{2}\right)^2\times 5=\dfrac{125\pi}{4}$

Phần 2: khối nón có chiều cao và bán kính đáy bằng $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ có thể tích

$$V_2=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2\times\frac{5\sqrt{2}}{2}=\frac{125\pi\sqrt{2}}{12}$$

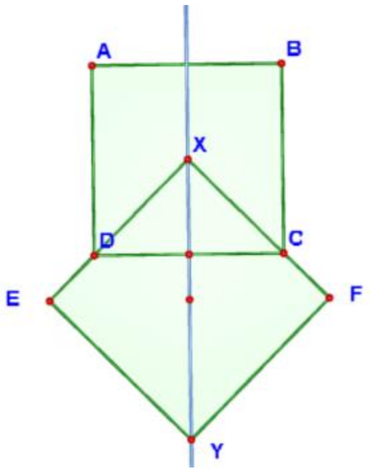
Phần 3: khối nón cụt có thể tích là

$$V_3=\frac{1}{3}\pi\times\frac{5\left(\sqrt{2}-1\right)}{2}\times\left(\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2+\frac{5\sqrt{2}}{2}\times\frac{5}{2}\right)=\frac{125\left(2\sqrt{2}-1\right)\pi}{24}.$$

Vậy thể tích khối tròn xoay là

$$V=V_1+V_2+V_3=\frac{125\pi}{4}+\frac{125\pi\sqrt{2}}{12}+\frac{125\left(2\sqrt{2}-1\right)\pi}{24}=\frac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}.$$

Cách 2 :



Thể tích hình trụ được tạo thành từ hình vuông $ABCD$ là:

$V_T=\pi R^2h=\frac{125\pi}{4}$

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành từ hình vuông $XEYF$ là:

$V_{2N}=\frac{2}{3}\pi R^2h=\frac{125\pi\sqrt{2}}{6}$

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành từ tam giác XDC là:

$V_{N'}=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{125\pi}{24}$

Thể tích cần tìm $V=V_T+V_{2N}-V_{N'}=125\pi\frac{5+4\sqrt{2}}{24}$.

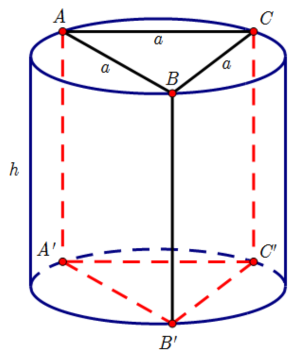
Dạng ⑥: Khối tròn xoay nội tiếp, ngoại tiếp và kết hợp khối đa diện

Câu 52: **(ĐTN 2017-Câu 40)** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{\pi a^2h}{9}$. **B.** $V=\frac{\pi a^2h}{3}$. **C.** $V=3\pi a^2h$. **D.** $V=\pi a^2h$.

Lời giải

Chọn B



Khối trụ ngoại tiếp lăng trụ tam giác đều có hình tròn đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác đáy của lăng trụ, và chiều cao bằng chiều cao lăng trụ.

Tam giác đều cạnh a có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$.

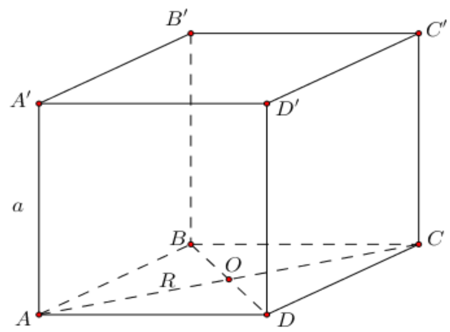
Vậy thể tích của khối trụ cần tìm là $V = h.S = h.\pi.\left(\dfrac{\sqrt{3}a}{3}\right)^2 = \dfrac{\pi a^2 h}{3}$ (đvtt).

Câu 53: **(ĐTK 2017-Câu 28)** Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a.

A. $V = \dfrac{\pi a^3}{4}$ **B.** $V = \pi a^3$ **C.** $V = \dfrac{\pi a^3}{6}$ **D.** $V = \dfrac{\pi a^3}{2}$

Lời giải

Chọn D



Bán kính đường tròn đáy là $R = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; chiều cao $h = a$.

Vậy thể tích khối trụ là: $V = \pi R^2 h = \pi.\dfrac{a^2}{2}.a = \dfrac{\pi a^3}{2}$.

------------- HẾT -------------

§3- MẶT CẦU

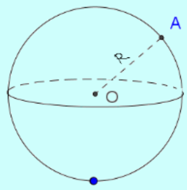
Ghi Chú!

Ⓐ Tóm tất lý thuyết cơ bản

Ghi nhớ!

1. *Định nghĩa mặt cầu*

- Tập hợp các điểm trong không gian cách điểm O cố định một khoảng R không đổi gọi là mặt cầu có tâm là O và bán kính bằng R.
- Kí hiệu: $S(O;R)=\{M|OM=R\}$.



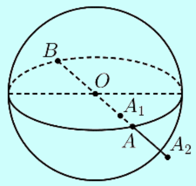
2. *Khối cầu*

- Mặt cầu $S(O;R)$ cùng với các điểm nằm bên trong nó được gọi là một khối cầu tâm O, bán kính R.
- Kí hiệu: $B(O;R)=\{M|OM\le R\}$.
- Nếu OA, OB là hai bán kính của mặt cầu sao cho A, O, B thẳng hàng thì đoạn thẳng AB gọi là đường kính của mặt cầu.
- ***Định lí.*** Cho hai điểm cố định A, B. Tập hợp các điểm M trong không gian sao cho $\widehat{AMB}=90^0$ là mặt cầu đường kính AB.

  ✓ $A\in S(O;R)\Leftrightarrow OA=R$.

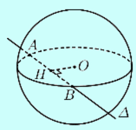
  ✓ $OA_1<R\Leftrightarrow A_1$ nằm trong mặt cầu.

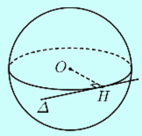
  ✓ $OA_2>R\Leftrightarrow A_2$ nằm ngoài mặt cầu.

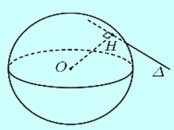


3. *Vị trí tương đối của mặt cầu và đường thẳng*

- Cho mặt cầu $S(O;R)$ và đường thẳng Δ. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên Δ và $d=OH$ là khoảng cách từ O đến Δ. Khi đó
- Nếu $d<R$ thì Δ cắt $S(O;R)$ tại hai điểm A, B và H là trung điểm của AB.
- Nếu $d=R$ thì Δ và $S(O;R)$ chỉ có một điểm chung H, trong trường hợp này Δ gọi là tiếp tuyến của mặt cầu $S(O;R)$ hay Δ tiếp xúc với $S(O;R)$ và H là tiếp điểm.
- Nếu $d>R$ thì Δ và $S(O;R)$ không có điểm chung.



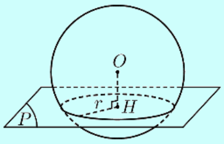




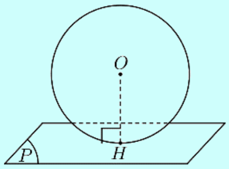
4. *Vị trí tương đối của mặt cầu và mặt phẳng*

- Cho mặt cầu $S\left(O;R\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right)$, gọi d là khoảng cách từ O đến $\left(P\right)$ và H là hình chiếu vuông góc của O trên $\left(P\right)$. Khi đó

①.Nếu $d<R$ thì mặt phẳng $\left(P\right)$ cắt mặt cầu $S\left(O;R\right)$ theo giao tuyến là đường tròn nằm trên mặt phẳng $\left(P\right)$ có tâm là H và có bán kính $r=\sqrt{R^2-d^2}$.

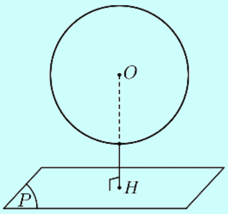


- Khi $d=0$ thì mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua tâm O của mặt cầu, mặt phẳng đó gọi là mặt phẳng kính; giao tuyến của mặt phẳng kính với mặt cầu là đường tròn có tâm O và bán kính R, đường tròn đó gọi là đường tròn lớn của mặt cầu.



②.Nếu $d=R$ thì mặt phẳng $\left(P\right)$ và mặt cầu $S\left(O;R\right)$ có điểm chung duy nhất H.

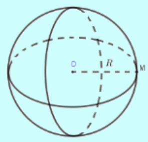
- Khi đó ta nói $\left(P\right)$ tiếp xúc với $S\left(O;R\right)$ tại H và $\left(P\right)$ gọi là tiếp diện của mặt cầu, H gọi là tiếp điểm.
- ***Chú ý.*** Cho H là một điểm thuộc mặt cầu $S\left(O;R\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right)$ qua H. Thế thì $\left(P\right)$ tiếp xúc với $S\left(O;R\right)\Leftrightarrow OH\perp\left(P\right)$.



③.Nếu $d>R$ thì mặt phẳng $\left(P\right)$ và mặt cầu $S\left(O;R\right)$ không có điểm chung.

5. *Diện tích mặt cầu, thể tích khối cầu*

- Mặt cầu bán kính R có diện tích là $\boxed{S=4\pi R^2}$
- Khối cầu bán kính R có thể tích là $\boxed{V=\dfrac{4}{3}\pi R^3}$



B Dạng toán cơ bản

Dạng ①: Câu hỏi chỉ liên quan đến biến đổi V,S,R

Câu 1: **(THPTQG 2018-MĐ101-Câu 10)** Diện tích mặt cầu bán kính R bằng

A. $\dfrac{4}{3}\pi R^2$. **B.** $2\pi R^2$. **C.** $4\pi R^2$. **D.** πR^2.

Lời giải

Chọn C

Câu 2: **(THPTQG 2018-MĐ102-Câu 9)** Thể tích của khối cầu bán kính R bằng:

A. $\dfrac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $4\pi R^3$. **C.** $2\pi R^3$. **D.** $\dfrac{3}{4}\pi R^3$.

Lời giải

Chọn A

Lý thuyết về mặt cầu và khối cầu. $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 3: **(ĐTK 2019-Câu 7)** Thể tích khối cầu bán kính a bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A

Câu 4: (ĐTK 2020-L2-Câu 9) Cho mặt cầu có bán kính $R=2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. B. 8π. C. 16π. D. 4π.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S=4\pi R^2=4\pi.2^2=16\pi$.

Câu 5: **(THPTQG 2020-L1-MĐ101-Câu 8)** Cho khối cầu có bán kính $r=4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. $\frac{256\pi}{3}$. **B.** 64π. **C.** $\frac{64\pi}{3}$. **D.** 256π.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối cầu $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi.4^3=\frac{256}{3}\pi$.

Câu 6: **(THPTQG 2020-L1-MĐ102-Câu 21)** Cho khối cầu có bán kính $r=4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. 64π. **B.** $\frac{64\pi}{3}$. **C.** 256π. **D.** $\frac{256\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối cầu là $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{256}{3}\pi$.

Câu 7: **(THPTQG 2020-L1-MĐ103-Câu 5)** Cho khối cầu có bán kính $r=2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. 16π. **B.** $\frac{32\pi}{3}$. **C.** 32π. **D.** $\frac{8\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối cầu $V=\frac{4\pi r^3}{3}=\frac{4\pi 2^3}{3}=\frac{32\pi}{3}$.

Câu 8: **(THPTQG 2020-L1-MĐ104-Câu 19)** Cho khối cầu có bán kính $r=2$. Thể tích khối cầu đã cho là

A. $\dfrac{32\pi}{3}$. **B.** 16π. **C.** 32π. **D.** $\dfrac{8\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối cầu bán kính $r=2$ là $V=\dfrac{4}{3}\pi r^3=\dfrac{4}{3}.\pi.2^3=\dfrac{32\pi}{3}$.

Câu 9: **(THPTQG 2020-L2-MĐ101-Câu 5)** Cho mặt cầu có bán kính $r=4$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. $\dfrac{256\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{64\pi}{3}$. **C.** 16π. **D.** 64π.

Lời giải

Chọn D

Diện tích mặt cầu là $S=4\pi r^2=4\pi 4^2=64\pi$.

Câu 10: **(THPTQG 2020-L2-MĐ102-Câu 11)** Cho mặt cầu có bán kính $r=5$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng

A. 25π. **B.** $\dfrac{500\pi}{3}$. **C.** 100π. **D.** $\dfrac{100\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích mặt cầu đã cho: $S=4\pi r^2=4.\pi.5^2=100\pi$

Câu 11: **(THPTQG 2020-L2-MĐ103-Câu 13)** Cho mặt cầu có bán kính $r=4$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. 16π. **B.** 64π. **C.** $\dfrac{64\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{256\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích của mặt cầu đã cho bằng $4\pi.r^2=4\pi.4^2=64\pi$.

Câu 12: **(THPTQG 2020-L2-MĐ104-Câu 16)** Cho mặt cầu có bán kính $r=5$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. $\dfrac{500\pi}{3}$. **B.** 25π. **C.** $\dfrac{100\pi}{3}$. **D.** 100π.

Lời giải

Chọn D

Diện tích của mặt cầu đã cho $S=4\pi r^2=4\pi.5^2=100\pi$.

Câu 13: **(THPTQG 2021-L1-MĐ101-Câu 19)** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=16\pi R^2$. **B.** $y=4\pi R^2$. **C.** $S=\pi R^2$. **D.** $S=\dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Ghi Chú!

Lời giải

Chọn B

Ta có $S = 4\pi R^2$.

Câu 14: **(THPTQG 2021-L1-MĐ102-Câu 6)** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = 4\pi R^2$. **B.** $S = 16\pi R^2$. **C.** $S = \frac{4}{3}\pi R^2$. **D.** $S = \pi R^2$.

Lời giải

Chọn A

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

Câu 15: **(THPTQG 2021-L1-MĐ103-Câu 6)** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi R^2$. **B.** $S = \frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $S = 4\pi R^2$. **D.** $S = 16\pi R^2$.

Lời giải

Chọn C

Dễ dàng ta có $S = 4\pi R^2$.

Câu 16: **(THPTQG 2021-L1-MĐ104-Câu 25)** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi R^2$. **B.** $S = 16\pi R^2$. **C.** $S = 4\pi R^2$. **D.** $S = \frac{4}{3}\pi R^2$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích S của mặt cầu bán kính R: $S = 4\pi R^2$

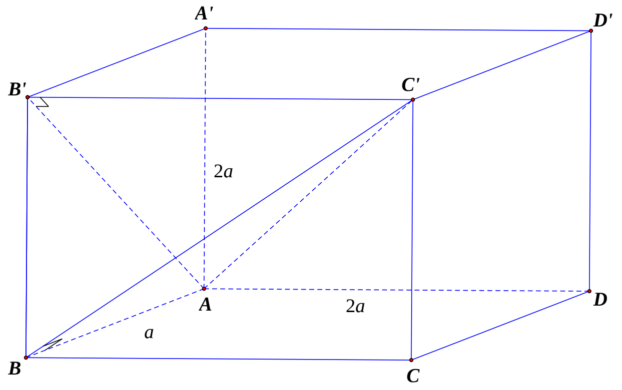
Dạng ②: Khối cầu nội - ngoại tiếp, liên kết khối đa diện

Câu 17: **(ĐTN 2017-Câu 41)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$ và $AA' = 2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

A. $R = 3a$ **B.** $R = \frac{3a}{4}$ **C.** $R = \frac{3a}{2}$ **D.** $R = 2a$

Lời giải

Chọn C



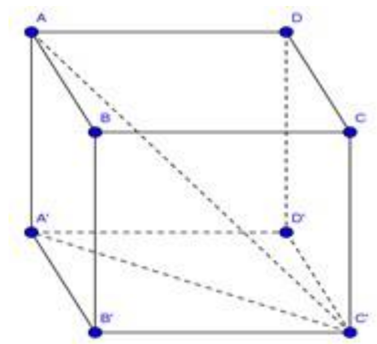
Ta có $AB'C' = ABC' = 90^\circ$ nên mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$ có đường kính AC'. Do đó bán kính là $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + (2a)^2 + (2a)^2} = \frac{3a}{2}$.

Câu 18: **(THPTQG 2017-MĐ101-Câu 26)** Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

A. $R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$ **B.** $R = a$ **C.** $R = 2\sqrt{3}a$ **D.** $R = \sqrt{3}a$

Lời giải

Chon D



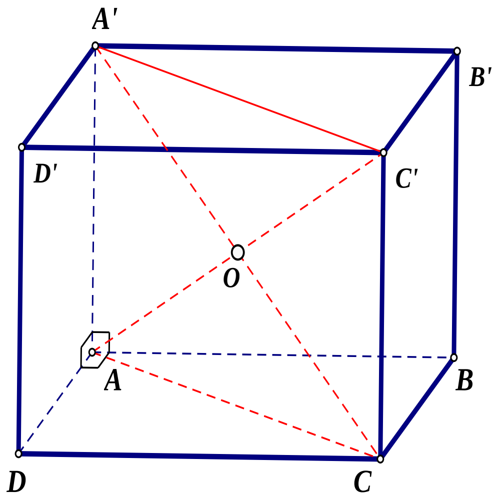
Đường chéo của hình lập phương: $AC' = 2\sqrt{3}a$. Bán kính $R = \frac{AC'}{2} = a\sqrt{3}$.

Câu 19: **(THPTQG 2017-MĐ102-Câu 22)** Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp một hình lập phương cạnh a. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = 2\sqrt{3}R$ **B.** $a = \frac{\sqrt{3}R}{3}$ **C.** $a = 2R$ **D.** $a = \frac{2\sqrt{3}R}{3}$

Lời giải

Chon D



Nối $AC' \cap A'C = O$. Ta có: O cách đều các đỉnh của hình lập phương do đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp, bán kính mặt cầu:

$$R = OA = \frac{AC'}{2} = \frac{\sqrt{AA'^2 + AD^2 + AB^2}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = \frac{2R}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}R}{3}$$

Câu 20: **(THPTQG 2017-MĐ103-Câu 12)** Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C, AB vuông góc với mặt phẳng (BCD), $AB = 5a$, $BC = 3a$ và $CD = 4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $R = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Tam giác BCD vuông tại C nên $BD = 5a$. Tam giác ABD vuông tại B nên $AD = 5a\sqrt{2}$.

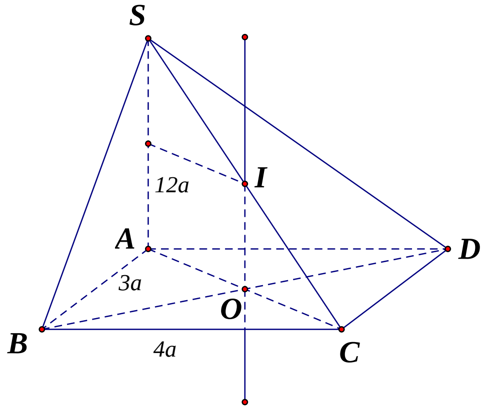
Ta có: B và C cùng nhìn AD dưới một góc vuông nên tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là trung điểm I của AD. Bán kính mặt cầu này là: $R = \frac{AD}{2} = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 21: **(THPTQG 2017-MĐ104-Câu 30)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = 4a$, $SA = 12a$ và SA vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \frac{5a}{2}$ **B.** $R = \frac{17a}{2}$ **C.** $R = \frac{13a}{2}$ **D.** $R = 6a$

Lời giải

Chọn C



Ta có: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=5a$

Vì $SA\perp AC$ nên $SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=13a$

Nhận thấy: $\begin{cases} BC\perp AB \\ BC\perp SA \end{cases}\Rightarrow BC\perp SB$ .Tương tự: $CD\perp SD$

Do các điểm $A,\ B,$ D đều nhìn đoạn thẳng SC dưới một góc vuông nên gọi I là trung điểm của đoạn thẳng SC thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

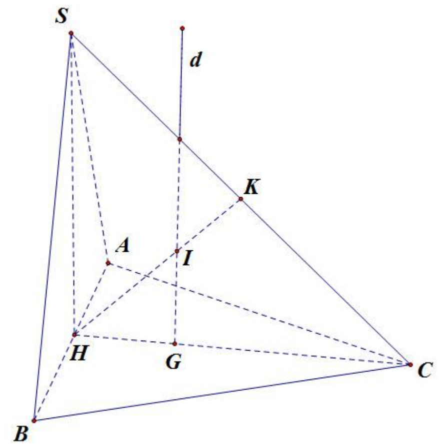
Vậy $R=\dfrac{SC}{2}=\dfrac{13a}{2}$.

Câu 22: **(ĐMH 2017-Câu 42)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{5\sqrt{15}\pi}{18}$ **B.** $V=\dfrac{5\sqrt{15}\pi}{54}$ **C.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{27}$ **D.** $V=\dfrac{5\pi}{3}$

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của AB

Vì ΔSAB đều nên $SH\perp AB$

Mà $(SAB)\perp(ABC)\Rightarrow SH\perp(ABC)\Rightarrow SH$ là đường cao của hình chóp $S.ABC$

Gọi G là trọng tâm của ΔABC $\Rightarrow G$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Qua G kẻ đường thẳng d song song với SH $\Rightarrow d \perp (ABC)$

Gọi K là trung điểm của SC, vì ΔSHC vuông cân tại H $(SH = HC)$
$\Rightarrow HK$ là đường trung trực ứng với SC.

Gọi $I = d \cap HK$ ta có $\begin{cases} IA = IB = IC \\ IS = IC \end{cases} \Rightarrow IA = IB = IC = IS$

$\Rightarrow I$ là tâm khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

Xét hai tam giác đều $\Delta ABC = \Delta SAB$ có độ dài các cạnh bằng 1.

G là trọng tâm ΔABC $\Rightarrow CG = \dfrac{2}{3}CH = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Xét ΔHIG vuông tại G ta có $IG = HG = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$ $\Rightarrow IC = \dfrac{\sqrt{15}}{6}$

Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp
$V = \dfrac{4}{3}\pi IC^3 = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{\sqrt{15}}{6}\right)^3 = \dfrac{5\pi\sqrt{15}}{54}$.

Cách 2:

R_b, R_d là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB và ABC
$\Rightarrow R_b = R_d = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là $R = \sqrt{R_b^2 + R_d^2 - \dfrac{GT^2}{4}} \Rightarrow R = \dfrac{\sqrt{15}}{6}$

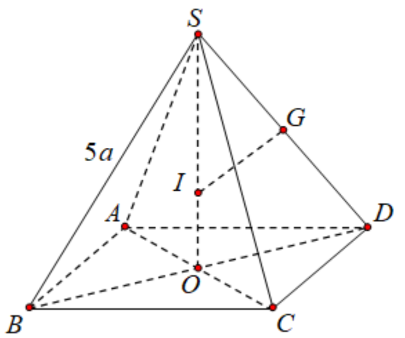
Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{5\pi\sqrt{15}}{54}$.

Câu 23: **(ĐTK 2017-Câu 43)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a,$ cạnh bên bằng $5a.$ Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD.$

A. $R = \sqrt{3}a$. **B.** $R = \sqrt{2}a$. **C.** $R = \dfrac{25a}{8}$. **D.** $R = 2a$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, G là trung điểm SD,
$GI \perp SD, I \in SO$.

Ta có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$ nên $BD = 3\sqrt{2}a.\sqrt{2} = 6a$, $OD = 3a$.

Xét ΔSOD vuông tại O ta có: $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = 4a$

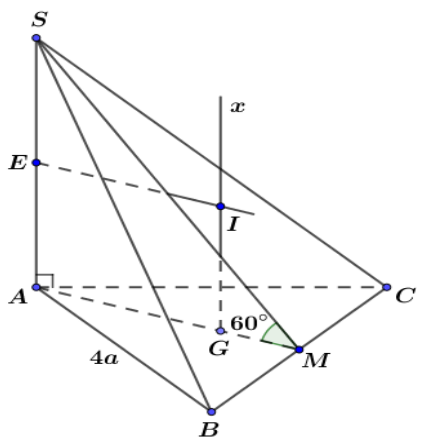
Ta có $\Delta SOD \sim \Delta SGI$ (g-g), suy ra $\dfrac{SO}{SG} = \dfrac{SD}{SI} \Rightarrow 4a.R = \dfrac{1}{2}(5a)^2 \Rightarrow R = \dfrac{25a}{8}$

Câu 24: **(THPTQG 2020-L1-MĐ101-Câu 42)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{172\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{76\pi a^2}{3}$. **C.** $84\pi a^2$. **D.** $\dfrac{172\pi a^2}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Tam giác ABC đều cạnh $4a$, $AM = \dfrac{4a\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3}$ với M là trung điểm BC.

Do $(SAM) \perp BC$ nên góc giữa (SBC) và (ABC) là $SMA = 60°$.

Khi đó $SA = AM.\tan 60° = 2a\sqrt{3}.\sqrt{3} = 6a$.

Qua tâm G của tam giác đều ABC dựng trục Gx vuông góc mặt phẳng (ABC) thì G cách đều A, B, C và tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ nằm trên Gx .

Từ trung điểm E của SA dựng đường thẳng d song song với AM cắt Gx tại I thì $IS = IA$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$.

Theo định lý Pytago cho tam giác vuông IAG ta có

$$R = IA = \sqrt{IG^2 + GA^2} = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}AM\right)^2} = \sqrt{(3a)^2 + \left(\frac{4a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{43}{3}}a .$$

Vậy $S = 4\pi R^2 = 4\pi.\dfrac{43}{3}a^2 = \dfrac{172}{3}\pi a^2$.

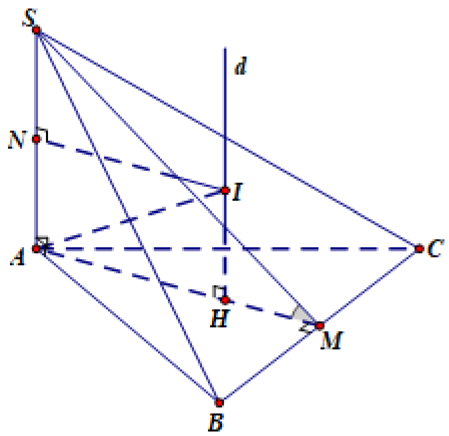
Ghi Chú!

Câu 25: **(THPTQG 2020-L1-MĐ102-Câu 40)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng $30°$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $52\pi a^2$. **B.** $\dfrac{172\pi a^2}{3}$. **C.** $\dfrac{76\pi a^2}{9}$. **D.** $\dfrac{76\pi a^2}{3}$.

Lời giải

Chọn D



+) Gọi M là trung điểm của của BC.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM$.

Từ đó suy ra: $\left((SBC),(ABC)\right) = \left(SM, AM\right) = SMA = 30°$.

+) Ta có: $AM = 2a\sqrt{3}$; $SA = AM.\tan 30° = 2a\sqrt{3}.\dfrac{1}{\sqrt{3}} = 2a$.

+) Gọi H là trọng tâm tam giác ABC, dựng đường thẳng d đi qua H và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Đường thẳng d là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

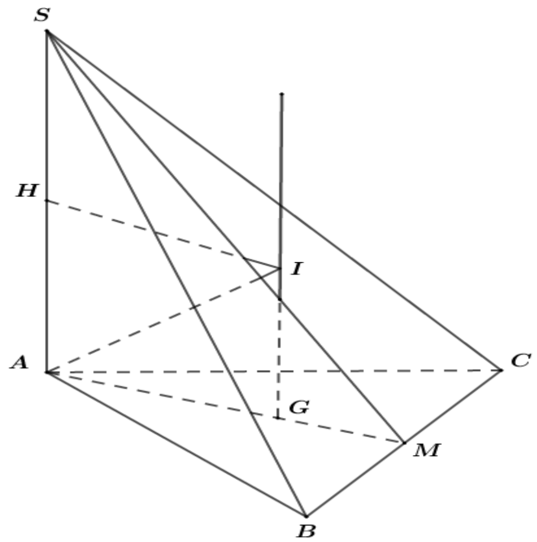
+) Mặt phẳng trung trực của đoạn SA đi qua trung điểm N của SA, cắt đường thẳng d tại điểm I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và bán kính mặt cầu này là $R = AI$.

+) Lại có: $IH = AN = \dfrac{SA}{2} = a$; $AH = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{4a\sqrt{3}}{3}$;

$AI = \sqrt{AH^2 + IH^2} = \sqrt{\dfrac{16a^2}{3} + a^2} = \dfrac{a\sqrt{57}}{3}$.

Diện tích tích mặt cầu cần tìm là $S = 4\pi R^2 = 4\pi.\dfrac{19a^2}{3} = \dfrac{76\pi a^2}{3}$.

Câu 26: **(THPTQG 2020-L1-MĐ103-Câu 40)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60^{o}. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng



A. $\dfrac{43\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{19\pi a^2}{3}$. **C.** $\dfrac{43\pi a^2}{9}$. **D.** $21\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A

Gọi M là trung điểm cạnh BC, H là trung điểm cạnh SA và G là trọng tâm tam giác ABC.

Do tam giác ABC là tam giác đều cạnh $2a$ nên

$$AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3}\cdot\frac{(2a)\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}a}{3}.$$

$$\left((SBC),(ABC)\right) = \widehat{SMA} = 60^\circ.$$

Trong tam giác vuông SAM, ta có $SA = AM.\tan\widehat{SMA} = a\sqrt{3}.\sqrt{3} = 3a$.

Suy ra $AH = \dfrac{SA}{2} = \dfrac{3a}{2}$.

Dựng đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại điểm G. Khi đó, d là trục của tam giác ABC.

Dựng đường trung trực của cạnh SA, cắt đường thẳng d tại điểm I. Khi đó, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và bán kính $R = IA$.

Trong tam giác vuông IGA, ta có

$$IA^2 = IG^2 + AG^2 = \frac{43a^2}{12} \Rightarrow R^2 = IA^2 = \frac{43a^2}{12}.$$

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi\cdot\frac{43a^2}{12} = \frac{43\pi a^2}{3}.$$

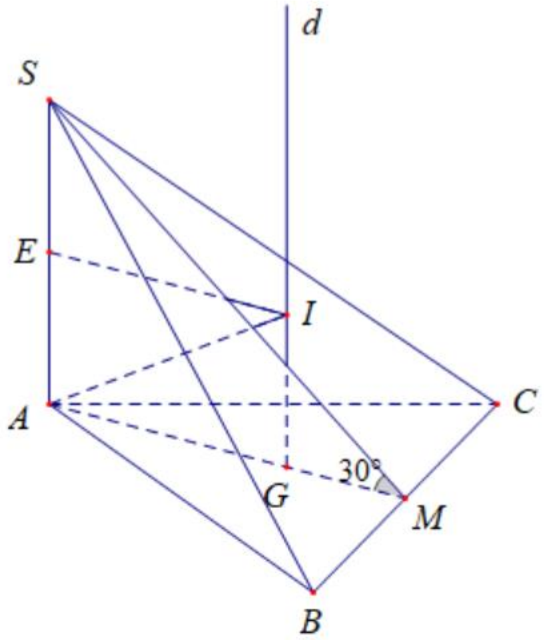
Câu 27: **(THPTQG 2020-L1-MĐ104-Câu 41)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30°. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

Ghi Chú!

A. $\dfrac{43\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{19\pi a^2}{3}$. **C.** $\dfrac{19\pi a^2}{9}$. **D.** $13\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của BC, ta có góc SMA là góc giữa (SBC) và (ABC)

$\Rightarrow SMA = 30°$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC khi đó ta có:

$AM = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$, $AG = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$, $SA = AM.\tan 30° = a\sqrt{3}.\dfrac{1}{\sqrt{3}} = a$.

Qua G kẻ đường thẳng d vuông góc với $(ABC) \Rightarrow d // SA$.

Gọi E là trung điểm của SA, qua E kẻ mặt phẳng (P) sao cho:

$\begin{cases}(P) \perp SA \\ (P) \cap d = \{I\}\end{cases}$

Khi đó I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ và khối cầu đó có bán kính là: $R = IA = \sqrt{IG^2 + AG^2} = \sqrt{\left(\dfrac{SA}{2}\right)^2 + AG^2} = \sqrt{\dfrac{a^2}{4} + \dfrac{4a^2}{3}} = \dfrac{a\sqrt{57}}{6}$

.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là: $S = 4\pi R^2 = \dfrac{19\pi a^2}{3}$.

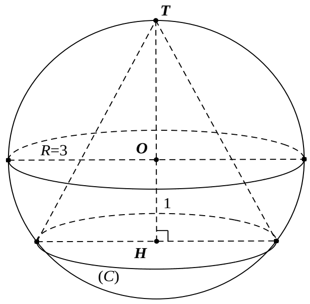
Dạng ③: Bài toán tổng hợp về khối nón, khối trụ, khối cầu

Câu 28: **(THPTQG 2017-MĐ104-Câu 44)** Cho mặt cầu (S) tâm O, bán kính $R = 3$. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng bằng 1 và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm H. Gọi T là giao điểm của tia HO với (S), tính thể tích V của khối nón có đỉnh T và đáy là hình tròn (C).

A. $V=\dfrac{32\pi}{3}$ **B.** $V=16\pi$ **C.** $V=\dfrac{16\pi}{3}$ **D.** $V=32\pi$

Lời giải

Chọn A



Gọi r là bán kính đường tròn (C) thì r là bán kính đáy của hình nón a có: $r^2=R^2-OH^2=8$. $HT=HO+OT=1+3=4=h$ là chiều cao của hình nón

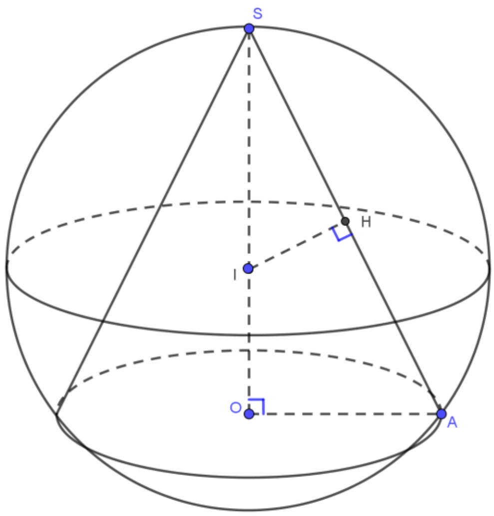
Suy ra: $V_{nón}=\dfrac{1}{3}.\text{h}.S_{(C)}=\dfrac{1}{3}.4.\pi.8=\dfrac{32\pi}{3}$.

Câu 29: **(THPTQG 2020-L2-MĐ101-Câu 39)** Cho hình nón (N) có đỉnh S. Bán kính đáy bằng $\sqrt{2}a$ và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của (T) bằng

A. $\dfrac{4\sqrt{2}a}{3}$. **B.** $\sqrt{14}a$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{14}a}{7}$. **D.** $\dfrac{8\sqrt{14}a}{7}$.

Lời giải

Chọn D



Hình nón (N) đỉnh S có bán kính đáy $OA=\sqrt{2}a$, độ dài đường sinh $SA=4a$.

Gọi H là trung điểm của SA, từ H dựng mặt phẳng trung trực của SA cắt đường SO tại I. Điểm I chính là tâm mặt cầu (T) đi qua S và đường tròn đáy của (N).

Ghi Chú!

Xét hai tam giác SHI và SOA có đỉnh S chung và $SHI = SOA = 90°$ $\Rightarrow \Delta SHI \backsim \Delta SOA$

Suy ra $\dfrac{SI}{SA} = \dfrac{SH}{SO}$ $\Leftrightarrow SI = \dfrac{SA.\dfrac{SA}{2}}{\sqrt{SA^2 - OA^2}} = \dfrac{SA^2}{2\sqrt{SA^2 - OA^2}}$

$= \dfrac{(4a)^2}{2\sqrt{(4a)^2 - (\sqrt{2}a)^2}} = \dfrac{4\sqrt{14}a}{7}$.

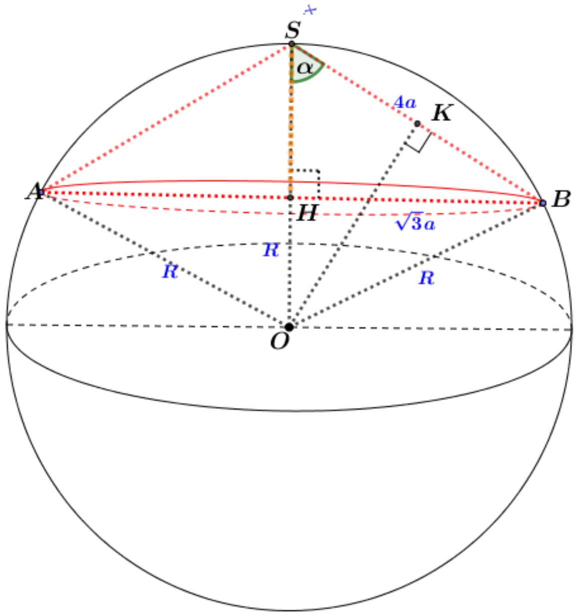
Vậy bán kính của mặt cầu (T) là $SI = \dfrac{4\sqrt{14}a}{7}$.

Câu 30: **(THPTQG 2020-L2-MĐ102-Câu 41)** Cho hình nón (N) có đỉnh S, bán kính đáy bằng $\sqrt{3}a$ và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của (T) bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{10}}{3}a$. **B.** $\dfrac{16\sqrt{13}}{13}a$ **C.** $\dfrac{8\sqrt{13}}{13}a$. **D.** $\sqrt{13}a$.

Lời giải

Chọn C



Xét tam giác ΔSHB ta có: $SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = a\sqrt{13}$

Kẻ $OK \perp SB$ .Do ΔSOB cân tại O suy ra K là trung điểm SB

$\Delta SHB \sim \Delta SKO \Rightarrow \dfrac{SO}{SB} = \dfrac{SK}{SH} \Rightarrow SO = \dfrac{SK.SB}{SH} = \dfrac{2a.4a}{\sqrt{13}a} = \dfrac{8\sqrt{13}}{13}a$

Câu 31: **(THPTQG 2020-L2-MĐ103-Câu 42)** Cho hình nón N có đỉnh S, bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi T là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của N. Bán kính của T bằng

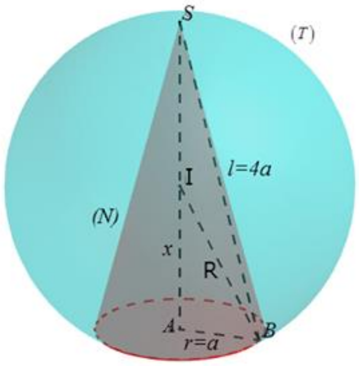
Ghi Chú!

A. $\dfrac{2\sqrt{6}a}{3}$. **B.** $\dfrac{16\sqrt{15}a}{15}$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{15}a}{15}$. **D.** $\sqrt{15}a$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1



Đặt $IA = x$ khi đó $R = IB = \sqrt{a^2 + x^2}$.

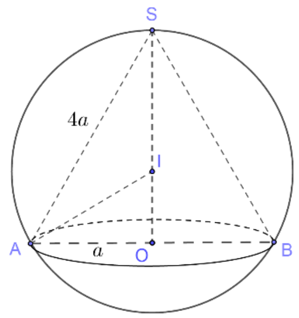
Mặt khác $R = IS = SA - IA = \sqrt{16a^2 - a^2} - x = a\sqrt{15} - x$

Từ đó ta có phương trình: $\sqrt{a^2 + x^2} = a\sqrt{15} - x$

$\Leftrightarrow a^2 + x^2 = 15a^2 - 2a\sqrt{15}x + x^2 \Leftrightarrow x = \dfrac{7a}{\sqrt{15}}$

Bán kính của T bằng $R = a\sqrt{15} - x = \dfrac{8a\sqrt{15}}{15}$.

Cách 2: (Thầy Quang Nam)



Xét ΔSAO vuông tại O: $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{16a^2 - a^2} = a\sqrt{15}$.

$\sin SAO = \dfrac{SO}{SA} = \dfrac{a\sqrt{15}}{4a} = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$. Gọi R là bán kính mặt cầu $T \Rightarrow R$ là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔSAB. Áp dụng định lí hàm số sin trong tam giác ΔSAB:

$$R = \frac{SB}{2\sin SAO} = \frac{4a}{2.\dfrac{\sqrt{15}}{4}} = \frac{8\sqrt{15}}{15}a.$$

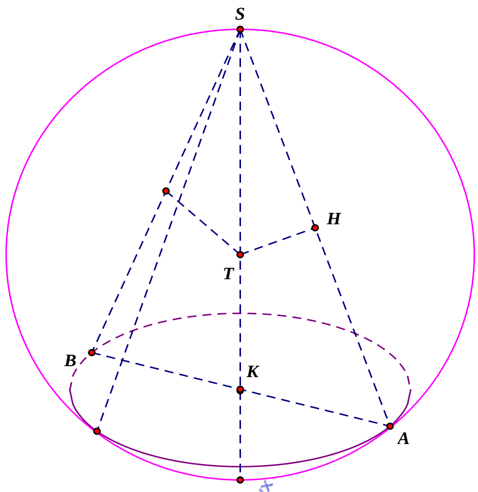
Ghi Chú!

Câu 32: **(THPTQG 2020-L2-MĐ104-Câu 39)** Cho hình nón (N) có đỉnh S, bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $2a\sqrt{2}$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của (T) bằng

A. $\frac{4\sqrt{7}a}{7}$. **B.** $\frac{4a}{3}$. **C.** $\frac{8\sqrt{7}a}{7}$. **D.** $\sqrt{7}a$.

Lời giải

Chon A



Ta có $SA = 2a\sqrt{2}, AK = a \Rightarrow SK = \sqrt{SA^2 - AK^2} = \sqrt{8a^2 - a^2} = a\sqrt{7}$.

Gọi H là trung điểm của SA, trung trực của SA cắt SK tại T.

Khi đó T là tâm của mặt cầu (T) và có bán kính bằng TS.

Tam giác TSH đồng dạng với tam giác ASK $(g-g)$ nên $\frac{TS}{AS} = \frac{SH}{SK}$.

Suy ra $TS = \frac{AS.SH}{SK} = \frac{2a\sqrt{2}.a\sqrt{2}}{a\sqrt{7}} = \frac{4a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 33: **(DE TN BGD 2022-MD 104)** Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng $120°$ và chiều cao bằng 2. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

A. $\frac{16\pi}{3}$. **B.** $\frac{64\pi}{3}$. **C.** 64π. **D.** 48π.

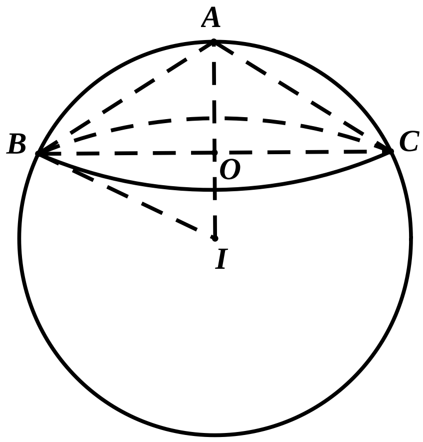
Lời giải

Chon C

Gọi hình nón đỉnh A, đường kính đáy hình nón là BC.

Gọi I là tâm mặt cầu (S).

Ghi Chú!



Ta có ΔABC cân tại A có $\widehat{BAC}=120^\circ$ và $AI\perp BC$ tại O nên $\widehat{BAI}=60^\circ$ suy ra ΔIAB đều.

Tam giác IAB đều và $OB\perp IA$ tại O suy ra OB là đường trung tuyến của ΔIAB.

Mà $OA=2$ suy ra $AI=2OA=4$.

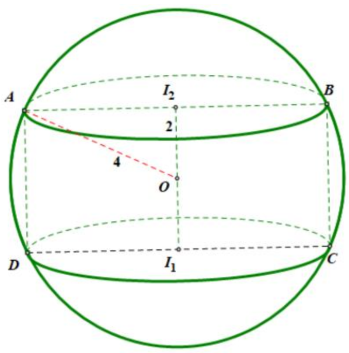
Vậy diện tích mặt cầu (S) là: $S=4\pi AI^2=64\pi$.

Câu 34: **(THPTQG 2017-MĐ102-Câu 50)** Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 4, hình trụ (H) có chiều cao bằng 4 và hai đường tròn đáy nằm trên (S). Gọi V_1 là thể tích của khối trụ (H) và V_2 là thể tích của khối cầu (S). Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{9}{16}$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{3}{16}$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $r=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$. Thể tích của khối trụ (H) là $V_1=\pi r^2h=\pi.12.4=48\pi$.

Thể tích của khối cầu (S) là $V_2=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi.4^3=\dfrac{256\pi}{3}$. Vậy $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{9}{16}$.

Ghi Chú!

MỤC LỤC

Ghi Chú!

CHƯƠNG 3 - PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KG OXYZ

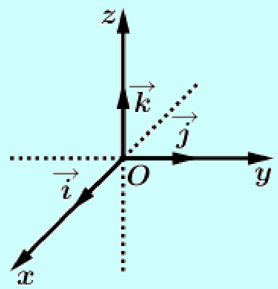
§1- HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN OXYZ

Ⓐ Tóm tắt lý thuyết cơ bản

Ghi nhớ!

1. *Hệ tọa độ trong không gian Oxyz*

- Trong không gian, xét ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi một và chung một điểm gốc O. Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị, tương ứng trên các trục Ox, Oy, Oz.
- Hệ ba trục như vậy gọi là ***hệ trục tọa độ vuông góc*** trong không gian.
- Chú ý: $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$ và $\vec{i}.\vec{j} = \vec{i}.\vec{k} = \vec{k}.\vec{j} = 0$.



2. *Tọa độ của một điểm*

- $M(x;y;z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$
- *Ta viết* $M(x;y;z)$ *hay* $M = (x;y;z)$
- ***Các trường hợp đặc biệt:***

$M \in Ox \Leftrightarrow M(x;0;0)$

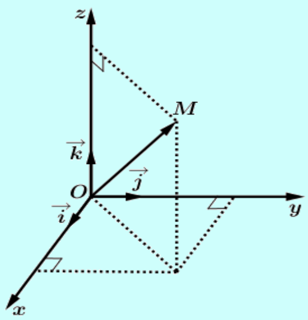
$M \in Oy \Leftrightarrow M(0;y;0)$

$M \in Oz \Leftrightarrow M(0;0;z)$

$M \in (Oxy) \Leftrightarrow M(x;y;0)$

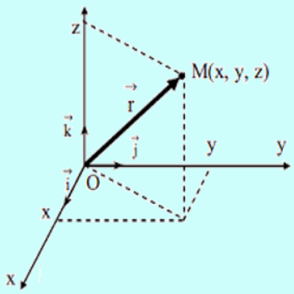
$M \in (Oxz) \Leftrightarrow M(x;0;z)$

$M \in (Oyz) \Leftrightarrow M(0;y;z)$



3. *Tọa độ của vectơ*

- $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3) \Leftrightarrow \vec{a} = a_1.\vec{i} + a_2.\vec{j} + a_3.\vec{k}$.
- *Tọa độ của điểm* M *cũng chính là tọa độ của vectơ* $\overrightarrow{OM}$.
- Ta có $M(x;y;z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (x;y;z)$.



4. *Biểu thức tọa độ của các phép toán*

Định lý: *Trong không gian* $Oxyz$, *cho hai vectơ* $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ *và* $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$.

Ta có :

- $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$
- $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$
- $k.\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$ *với* k *là một số thực.*

Hệ quả:

Cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ *và* $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$.

- *Ta có* $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$
- *Vectơ* $\vec{0}$ *có tọa độ là* $(0; 0; 0)$
- *Với* $\vec{b} \neq \vec{0}$ *thì hai vectơ* $\vec{a}$ *và* $\vec{b}$ *cùng phương khi tồn tại một số thực* k *sao cho* $a_1 = kb_1$, $a_2 = kb_2$, $a_3 = kb_3$.
- *Trong không gian* $Oxyz$, *nếu cho hai điểm* $A(x_A; y_A; z_A)$ *và* $B(x_B; y_B; z_B)$ *thì:* $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.
- *Tọa độ trung điểm* M *của đoạn thẳng* AB *là* $M\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}; \dfrac{z_A + z_B}{2}\right)$

5. *Tích vô hướng*

Định lý: *Trong không gian* $Oxyz$, *tích vô hướng của hai vectơ* $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ *và* $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ *được xác định bởi công thức:* $\vec{a}.\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$.

Ứng dụng:

- ***Độ dài của một vectơ:*** *Cho* $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$. *Ta có* $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.
- ***Khoảng cách giữa hai điểm:*** *Cho* $A(x_A; y_A; z_A)$ *và* $B(x_B; y_B; z_B)$.
- *Ta có* $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$
- ***Góc giữa hai vectơ:*** *Cho* $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3) \neq \vec{0}$. *Gọi* φ *là góc giữa hai vectơ* $\vec{a}, \vec{b}$.

Ta có $\cos\varphi = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|} = \dfrac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}.\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$

6. *Tích có hướng*

Trong không gian Oxyz, cho hai vectơ $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Tích có hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một vectơ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là $[\vec{a}, \vec{b}]$ và được xác định như sau:

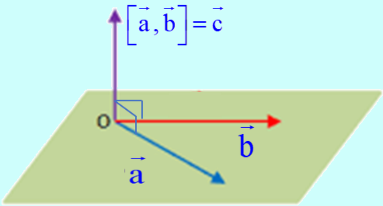
$$[\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right) = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1).$$

Ghi Chú!

❍ *Tính chất*

- $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b} \Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{0}$.

- $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{c}$ thì $\vec{c}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$



- $\left[\vec{b},\vec{a}\right]=-\left[\vec{a},\vec{b}\right]$.

- $\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right|=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\sin\left(\vec{a};\vec{b}\right)$.

7. *Phương trình mặt cầu*

☑ ***Định lý:*** *Trong không gian Oxyz, phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ bán kính r có phương trình là*

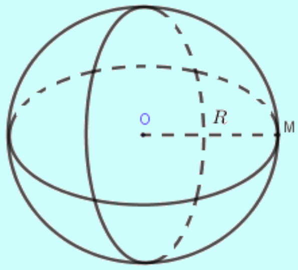
$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$$

☑ ***Nhận xét***

- *Phương trình* $(S):x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ *(1) là phương trình của một mặt cầu khi và chỉ khi* $a^2+b^2+c^2-d>0$.
- *Khi đó tâm* $I(a;b;c)$ *và bán kính* $r=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

☑ ***Chú ý:*** *Điều kiện để phương trình (1) là phương trình mặt cầu là:*

$a^2+b^2+c^2-d>0$.



B Dạng toán cơ bản

Dạng ①: Liên quan tọa độ điểm, véc-tơ trong hệ trục Oxyz

Câu 1: (ĐTN 2017-Câu 43) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I(-2;2;1)$. **B.** $I(1;0;4)$. **C.** $I(2;0;8)$. **D.** $I(2;-2;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB với $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$ được tính bởi

$$\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=1 \\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}=0 \\ z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2}=4 \end{cases} \Rightarrow I(1;0;4).$$

Câu 2: (THPTQG 2018-MĐ101-Câu 12) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

A. $(1;3;2)$. **B.** $(2;6;4)$. **C.** $(2;-1;5)$. **D.** $(4;-2;10)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M là trung điểm của AB. Khi đó $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_M = \dfrac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow M(2;-1;5)$.

Câu 3: (THPTQG 2018-MĐ102-Câu 10) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là:

A. $(3;3;-1)$. **B.** $(-1;-1;-3)$. **C.** $(3;1;1)$. **D.** $(1;1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ của một véc tơ là tọa độ của điểm sau trừ đi tọa độ điểm đầu.

$\overrightarrow{AB} = (2-1;2-1;1-(-2))$ hay $\overrightarrow{AB} = (1;1;3)$.

Câu 4: (ĐTK 2019-Câu 3) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Véctơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(3;4;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;2;3)$.

Câu 5: (ĐTK 2020-L1-Câu 13) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(2;0;1)$. **B.** $(2;-2;0)$. **C.** $(0;-2;1)$. **D.** $(0;0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hình chiếu của điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(x_0;y_0;0)$.

Do đó hình chiếu của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(2;-2;0)$.

Câu 6: (ĐTK 2020-L2-Câu 22) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

A. $A(0;1;0)$. **B.** $B(2;1;0)$. **C.** $C(0;1;-1)$. **D.** $D(2;0;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7: (THPTQG 2020-L1-MĐ101-Câu 17) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;1)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;2;1)$. **B.** $(3;0;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;2;0)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu của điểm $A(3;2;1)$ lên trục Ox là $A'(3;0;0)$.

Câu 8: (THPTQG 2020-L1-MĐ102-Câu 2) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;2;0)$. **B.** $(0;0;5)$. **C.** $(1;0;0)$. **D.** $(0;2;5)$.

Ghi Chú!

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là $(1;0;0)$.

Câu 9: (THPTQG 2020-L1-MĐ103-Câu 6) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;5;2)$. **B.** $(0;5;0)$. **C.** $(3;0;0)$. **D.** $(0;0;2)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là $(3;0;0)$.

Câu 10: (THPTQG 2020-L1-MĐ104-Câu 7) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8;1;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(8;0;0)$. **C.** $(0;1;2)$. **D.** $(0;0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ hình chiếu vuông góc của $A(8;1;2)$ lên trục Ox là $(8;0;0)$.

Câu 11: (THPTQG 2020-L2-MĐ101-Câu 7) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;4;2)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

A. $N(0;4;2)$. **B.** $P(1;4;0)$. **C.** $Q(1;0;2)$. **D.** $M(0;0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(x_0;y_0;0)$.

Suy ra hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;4;2)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $P(1;4;0)$.

Câu 12: (THPTQG 2020-L2-MĐ103-Câu 22) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

A. $M(3;0;2)$. **B.** $Q(0;0;2)$. **C.** $P(0;5;2)$. **D.** $N(3;5;0)$.

Lời giải

Chọn D

Vì mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z=0$ nên hình chiếu của điểm $A(3;5;2)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(3;5;0)$.

Câu 13: (THPTQG 2020-L2-MĐ104-Câu 19) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;\ 4;\ 1)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

A. $Q(0;\ 4;\ 1)$. **B.** $P(3;\ 0;\ 1)$. **C.** $M(0;\ 0;\ 1)$. **D.** $N(3;\ 4;\ 0)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;\ 4;\ 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(3;\ 4;\ 0)$.

Câu 14: (ĐTK 2021-Câu 25) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;1;0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(4;2;2)$. **B.** $(2;1;1)$. **C.** $(2;0;-2)$. **D.** $(1;0;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Ghi Chú!

Gọi $I\left(x_I;y_I;z_I\right)$ là tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB

Ta có: $\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{1+3}{2}=2 \\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}=\dfrac{1+1}{2}=1 \\ z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2}=\dfrac{2+0}{2}=1 \end{cases} \Rightarrow I(2;1;1)$.

Câu 15: (THPTQG 2021-L1-MĐ101-Câu 12) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;5)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-2;3;5)$. **B.** $(2;-3;5)$. **C.** $(-2;-3;5)$. **D.** $(2;-3;-5)$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{OA}=\left(x_A-x_O;_A y_A-y_O;z_A-z_O\right)\Rightarrow\overrightarrow{OA}=(-2;3;5)$.

Câu 16: (THPTQG 2021-L1-MĐ102-Câu 14) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$. Tọa độ của vecto $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-4;1;3)$. **B.** $(4;-1;3)$. **C.** $(-4;1;-3)$. **D.** $(4;1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ của vecto $\overrightarrow{OA}$ là $(4;-1;3)$.

Câu 17: (THPTQG 2021-L1-MĐ103-Câu 19) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;2;-4)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(3;-2;-4)$. **B.** $(-3;-2;4)$. **C.** $(3;2;-4)$. **D.** $(3;2;4)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 18: (THPTQG 2021-L1-MĐ104-Câu 9) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(2;-1;4)$. Tọa độ của véc tơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-2;1;4)$. **B.** $(2;-1;4)$. **C.** $(2;1;4)$. **D.** $(-2;1;-4)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có tọa độ véc tơ $\overrightarrow{OA}$ chính là tọa độ điểm $A(2;-1;4)\Rightarrow\overrightarrow{OA}=(2;-1;4)$

Câu 19: (DE TN BGD 2022 - MD 102) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(1;0;-3)$. **B.** $(1;0;0)$. **C.** $(1;2;0)$. **D.** $(0;2;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của $A(1;2;-3)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(1;2;0)$.

Câu 20: (DE TN BGD 2022-MD 104)Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{u}=(1;-4;0)$ và $\vec{v}=(-1;-2;1)$. Vecto $\vec{u}+3\vec{v}$ có tọa độ là

A. $(-2;-10;3)$. **B.** $(-2;-6;3)$. **C.** $(-4;-8;4)$. **D.** $(-2;-10;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $3\vec{v}=(-3;-6;3)$.

Do đó $\vec{u}+3\vec{v}=(-2;-10;3)$.

Câu 21: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 20] Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{u}=(1;2;-2)$ và $\vec{v}=(2;-2;3)$. Tọa độ của vecGT $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(-1;4;-5)$. **B.** $(1;-4;5)$. **C.** $(3;0;1)$. **D.** $(3;0;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u}+\vec{v}=(1+2;2+(-2);-2+3)=(3;0;1)$.

Câu 22: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 20] Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{u}=(1;2;-2)$ và $\vec{v}=(2;-2;3)$. Tọa độ của vecGT $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(-1;4;-5)$. **B.** $(1;-4;5)$. **C.** $(3;0;1)$. **D.** $(3;0;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u}+\vec{v}=(1+2;2+(-2);-2+3)=(3;0;1)$.

Câu 23: [MD 104-TN BGD 2023-CÂU 2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;2;-2)$ và $\vec{v}=(2;-2;3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(1;-4;5)$. **B.** $(3;0;-1)$. **C.** $(3;0;1)$. **D.** $(-1;4;-5)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{u}+\vec{v}=(3;0;1)$.

Câu 24: (ĐTK 2020-L1-Câu 32) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(1;0;3)$ và $\vec{b}=(-2;2;5)$. Tích vô hướng $\vec{a}.(\vec{a}+\vec{b})$ bằng

A. 25. **B.** 23. **C.** 27. **D.** 29.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{a}+\vec{b}=(-1;2;8)$.

Suy ra $\vec{a}.(\vec{a}+\vec{b})=1.(-1)+0.2+3.8=23$.

Vậy $\vec{a}.(\vec{a}+\vec{b})=23$.

Câu 25: (THPTQG 2020-L2-MĐ102-Câu 25) Trong không gian $Oxyz$ điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

A. $Q(1;0;3)$. **B.** $P(1;2;0)$. **C.** $M(0;0;3)$. **D.** $N(0;2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng $(Oxy)\Rightarrow$ có cao độ bằng 0, hoành độ và tung độ giữ nguyên. Suy ra hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $P(1;2;0)$

Câu 26: (DE TN BGD 2022-MD 103) Trong không gian $Oxyz$. Cho hai vecto $\vec{u}=(1;-4;0)$ và $\vec{v}=(-1;-2;1)$. Vectơ $\vec{u}+3\vec{v}$ có tọa độ là

A. $(-2;-6;3)$. **B.** $(-4;-8;4)$. **C.** $(-2;-10;-3)$. **D.** $(-2;-10;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ghi Chú!

Ta có: $\vec{u}=(1;-4;0)$

$3\vec{v}=(-3;-6;3)$

Vậy: $\vec{u}+3\vec{v}=(-2;-10;3)$

Dạng ②: Tích vô hướng và ứng dụng(độ dài,góc,khoảng cách…)

Câu 27: (ĐTK 2017-Câu 17) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0)$, $B(-1;1;3)$, $C(3,1,0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD=BC$.

A. $D(-2;1;0)$, $D(-4;0;0)$ **B.** $D(0;0;0)$, $D(-6;0;0)$

C. $D(6;0;0)$, $D(12;0;0)$ **D.** $D(0;0;0)$, $D(6;0;0)$

Lời giải

Chọn D

Gọi $D(x;0;0)\in Ox$; $AD=BC \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2+16}=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=6 \end{array}\right.$.

Câu 28: (THPTQG 2017-MĐ102-Câu 7) Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA.

A. $OA=3$ **B.** $OA=9$ **C.** $OA=\sqrt{5}$ **D.** $OA=5$

Lời giải

Chọn A

$OA=\sqrt{2^2+2^2+1^2}=3$.

Câu 29: (THPTQG 2017-MĐ103-Câu 26) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai vecto $\vec{a}(2;1;0)$, $\vec{b}(-1;0;-2)$. Tính $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

A. $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{2}{25}$. **B.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-\frac{2}{5}$.

C. $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-\frac{2}{25}$. **D.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}=\frac{2.(-1)+1.0+0.(-2)}{\sqrt{2^2+1^2+0^2}.\sqrt{(-1)^2+0^2+(-2)^2}}=-\frac{2}{5}$.

Câu 30: (THPTQG 2017-MĐ104-Câu 12) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N.

A. $m=-6$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-4$.

D. $m=2$.

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{MN}(-3;-2;2)$; $\overrightarrow{NP}(2;m-2;1)$

Tam giác MNP vuông tại

$N \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{NP}=0 \Leftrightarrow -6-2(m-2)+2=0 \Leftrightarrow m-2=-2 \Leftrightarrow m=0$.

Ghi Chú!

Dạng ③: Xác định tâm, bán kính, diện tích, thể tích của cầu

Câu 31: (ĐMH 2017-Câu 44) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R=3$ **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R=3$

C. $I(-1;2;1)$ và $R=9$ **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R=9$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$ có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R=3$.

Câu 32: (ĐTK 2017-Câu 8) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=20$.

A. $I(-1;2;-4), R=5\sqrt{2}$ **B.** $I(-1;2;-4), R=2\sqrt{5}$

C. $I(1;-2;4), R=20$ **D.** $I(1;-2;4), R=2\sqrt{5}$

Lời giải

Chọn D

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu

$(S):(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tâm $I(a;\, b;\, c)$ và bán kính R.

Nên mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=20$ có tâm và bán kính là $I(1;-2;4), R=2\sqrt{5}$.

Câu 33: (THPTQG 2017-MĐ103-Câu 6) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. Tính bán kính R của (S).

A. $R=3$. **B.** $R=18$. **C.** $R=9$. **D.** $R=6$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ bán kính R: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

(S) có tâm: $I(5;1;-2)$; $R=3$.

Câu 34: (THPTQG 2017-MĐ104-Câu 2) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+(y+2)^2+(z-2)^2=8$. Tính bán kính R của (S).

A. $R=8$ **B.** $R=4$ **C.** $R=2\sqrt{2}$ **D.** $R=64$

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt cầu: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2 \Rightarrow R=2\sqrt{2}$.

Câu 35: (THPTQG 2018-MĐ103-Câu 9) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=2$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(3;1;-1)$. **B.** $(3;-1;1)$. **C.** $(-3;-1;1)$. **D.** $(-3;1;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Tâm của (S) có tọa độ là $(-3;-1;1)$.

Câu 36: (THPTQG 2018-MĐ104-Câu 8) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3$ có bán kính bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Ghi Chú!

Chọn A

Câu 37: (ĐTK 2020-L1-Câu 14) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S):(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tâm là $I(a;b;c)$.

Suy ra, mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$ có tâm là $I(1;-2;3)$.

Câu 38: (ĐTK 2020-L2-Câu 23) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-2;4;-1)$. **B.** $(2;-4;1)$. **C.** $(2;3;1)$. **D.** $(-2;-4;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Vì mặt cầu có phương trình $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tâm $I(a;b;c)$ nên tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là $(2;-4;1)$.

Câu 39: (THPTQG 2020-L1-MĐ101-Câu 10) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z+2)^2=9$. Bán kính của (S) bằng

A. 6. **B.** 18. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z+2)^2=9$ có bán kính $r=\sqrt{9}=3$.

Câu 40: (THPTQG 2020-L1-MĐ102-Câu 7) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+(y-2)^2+z^2=9$. Bán kính (S) bằng

A. 6. **B.** 18. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Do đó: $R=\sqrt{9}=3$.

Câu 41: (THPTQG 2020-L1-MĐ103-Câu 20) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-1)^2=16$. Bán kính của (S) là:

A. 32. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Bán kính mặt cầu (S) là $R=\sqrt{16}=4$.

Câu 42: (THPTQG 2020-L1-MĐ104-Câu 12) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-2)^2=16$. Bán kính của (S) bằng:

A. 4. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-2)^2=16$ có bán kính bằng $R=4$.

Câu 43: (THPTQG 2020-L2-MĐ101-Câu 14) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(2;-4;6)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(-2;4;-6)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm là $(-1;2;-3)$.

Câu 44: (THPTQG 2020-L2-MĐ102-Câu 6) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-2;-4;6)$. **B.** $(2;4;-6)$. **C.** $(-1;-2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Tâm của (S) có tọa độ là: $(-1;-2;3)$

Câu 45: (THPTQG 2020-L2-MĐ103-Câu 5) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;2;3)$. **B.** $(2;-4;-6)$. **C.** $(-2;4;6)$. **D.** $(1;-2;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Tâm của (S) có tọa độ là $I(1;-2;-3)$.

Câu 46: (THPTQG 2020-L2-MĐ104-Câu 14) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;-2;3)$. **B.** $(-2;-4;6)$. **C.** $(1;2;-3)$. **D.** $(2;4;-6)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S)có tọa độ tâm là $I(1;2;-3)$.

Câu 47: (ĐTK 2021-Câu 26) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2+(y-1)^2+z^2=9$ có bán kính bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** 81. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ bán kính R có phương trình:

$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

Nên bán kính mặt cầu là: $R=3$.

Câu 48: (TN BGD 2022-MD101) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$. Đường kính của (S)bằng:

A. $R=\sqrt{6}$. **B.** 12. **C.** $R=2\sqrt{6}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có bán kính mặt cầu $R=\sqrt{6}$. suy ra đường kính mặt cầu bằng $2R=2\sqrt{6}$.

Câu 49: (DE TN BGD 2022 - MD 102) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$. Đường kính của (S) bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Đường kính của (S) bằng $2R=2\sqrt{6}$.

Câu 50: (DE TN BGD 2022-MD 103) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

Ghi Chú!

A. $(-4;2;-6)$. **B.** $(4;-2;6)$. **C.** $(2;-1;3)$. **D.** $(-2;1;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$ có tâm là $(2;-1;3)$.

Câu 51: (DE TN BGD 2022-MD 104) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-2;1;-3)$. **B.** $(-4;2;-6)$.

C. $(4;-2;6)$. **D.** $(2;-1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$ có tâm $I(2;-1;3)$.

Câu 52: (DE MH BGD 2023 – Câu 10) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+1=0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;-2;-3)$ **B.** $(2;4;6)$ **C.** $(-2;-4;-6)$ **D.** $(1;2;3)$

Lời giải

Chọn D

Điểm $I(1;2;3)$ là tâm của mặt cầu (S).

Câu 53: (THPTQG 2019-MĐ101-Câu 21) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0$. bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{7}$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$(S):x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+y^2+(z-1)^2=9 \Leftrightarrow (x+1)^2+y^2+(z-1)^2=3^2$

Suy ra bán kính của mặt cầu đã cho bằng $R=3$.

Câu 54: (THPTQG 2019-MĐ102-Câu 22) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2y-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** $\sqrt{15}$. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2y-7=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+1)^2+z^2=9$.

Vậy bán kính của mặt cầu bằng 3.

Câu 55: (THPTQG 2019-MĐ103-Câu 26) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2y-2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 9. **B.** $\sqrt{15}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu đã cho có phương trình dạng $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$ có bán kính là

$\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{1^2+1^2+7}=3$

Câu 56: (THPTQG 2019-MĐ104-Câu 18) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2y+2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** $\sqrt{15}$. **D.** $\sqrt{7}$.

Ghi Chú!

Lời giải

Chọn B

Ta có $R=\sqrt{1^2+(-1)^2-(-7)}=3$.

Dạng ④: Viết phương trình mặt cầu

Câu 57: (THPTQG 2021-L1-MĐ101-Câu 3) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-4;0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

A. $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=3$. **D.** $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=3$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu có tâm $I(1;-4;0)$ và bán kính bằng 3 là $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=9$.

Câu 58: (THPTQG 2021-L1-MĐ102-Câu 24) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

A. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$. **B.** $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.

C. $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$. **D.** $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ và bán kính bằng R:

$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng 2 là:

$x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

Câu 59: (THPTQG 2021-L1-MĐ103-Câu 8) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

A. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. **B.** $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

C. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3$. **D.** $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=3$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính bằng 3 là:

$(x-0)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3^2 \Leftrightarrow x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$.

Câu 60: (THPTQG 2021-L1-MĐ104-Câu 5) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4$. **D.** $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=2$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng $R=2$ có dạng:

Ghi Chú!

$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4$.

Câu 61: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 19] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=2$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$.

B. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$.

D. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=2$ là

$(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2^2 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$.

Câu 62: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 19] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=2$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$.

B. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$.

D. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=2$ là

$(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2^2 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$.

Câu 63: [MD 103-TN BGD 2023-CÂU 18]Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$. Phương trình của (S) là.

A. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=2$. **B.** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=2$.

C. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=\sqrt{2}$. **D.** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu tâm $I(1;0;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$ là $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=2$.

Câu 64: (THPTQG 2017-MĐ101-Câu 29) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I bán kính IM?

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=13$ **B.** $(x+1)^2+y^2+z^2=13$

C. $(x-1)^2+y^2+z^2=\sqrt{13}$ **D.** $(x+1)^2+y^2+z^2=17$

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox là $I(1;0;0) \Rightarrow IM=\sqrt{13}$ .Suy ra phương trình mặt cầu tâm I bán kính IM là: $(x-1)^2+y^2+z^2=13$.

Ghi Chú!

Câu 65: (THPTQG 2017-MĐ102-Câu 16) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m=0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m>6$ **B.** $m\ge 6$ **C.** $m\le 6$ **D.** $m<6$

Lời giải

Chọn D

Phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m=0$ là một phương trình mặt cầu

$\Leftrightarrow 1^2+1^2+2^2-m>0 \Leftrightarrow m<6$.

Câu 66: (ĐTK 2019-Câu 19) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A là

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=29$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=5$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu có bán kính $R=IA=\sqrt{0+1+4}=\sqrt{5}$.

Suy ra phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

Câu 67: (ĐTK 2020-L1-Câu 33) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+y^2+(z+3)^2=25$. **B.** $x^2+y^2+(z+3)^2=5$.

C. $x^2+y^2+(z-3)^2=25$. **D.** $x^2+y^2+(z-3)^2=5$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và bán kính R là: $x^2+y^2+(z+3)^2=R^2$.

Ta có: $M\in(S)\Rightarrow 4^2+0^2+(0+3)^2=R^2 \Leftrightarrow R^2=25$.

Vậy phương trình cần tìm là: $x^2+y^2+(z+3)^2=25$.

Câu 68: (ĐTK 2021-Câu 37) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc tọa độ O và đi qua điểm $M(0;0;2)$ có phương trình là

A. $x^2+y^2+z^2=2$. **B.** $x^2+y^2+z^2=4$.

C. $x^2+y^2+(z-2)^2=4$. **D.** $x^2+y^2+(z-2)^2=2$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu có bán kính là $R=OM=2$.

Phương trình mặt cầu là $x^2+y^2+z^2=4$.

Câu 69: (DE TN BGD 2022-MD 103) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x-2y+2x+3=0$ là

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.

Lời giải

Chọn D

Bán kính mặt cầu $R=\frac{|1-2.2+2.3+3|}{\sqrt{1+(-2)^2+2^2}}=\frac{6}{3}=2$

Do đó phương trình của mặt cầu

$(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2^2=4$

Câu 70: (DE TN BGD 2022-MD 104) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x-2y+2z+3=0$ là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2$. **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=2$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng đã cho có bán kính $R=\frac{|1-2.2+2.3+3|}{\sqrt{1+4+4}}=2$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.

Câu 71: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 30] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;2;1)$ và $B(1;0;1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=5$. **B.** $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=20$.

C. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=20$.

Lời giải

Chọn C

Do AB là đường kính của mặt cầu nên trung điểm $I(3;1;1)$ của AB là tâm mặt cầu, bán kính của mặt cầu là: $R=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{(5-1)^2+(2-0)^2+(1-1)^2}}{2}=\sqrt{5}$.

Ta có phương trình mặt cầu: $(C):(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$. Chọn đáp án

Câu 72: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 30] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;2;1)$ và $B(1;0;1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=5$. **B.** $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=20$.

C. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=20$.

Lời giải

Chọn C

Do AB là đường kính của mặt cầu nên trung điểm $I(3;1;1)$ của AB là tâm mặt cầu, bán kính của mặt cầu là: $R=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{(5-1)^2+(2-0)^2+(1-1)^2}}{2}=\sqrt{5}$.

Ta có phương trình mặt cầu: $(C):(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$. Chọn đáp án

Câu 73: [MD 103-TN BGD 2023-CÂU 29] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-1;0;5)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $x^2+(y+1)^2+(z+4)^2=3$. **B.** $x^2+(y+1)^2+(z+4)^2=12$.

C. $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=3$. **D.** $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=12$.

Lời giải

Ghi Chú!

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;-2;2)\Rightarrow AB=2\sqrt{3}$.

Gọi I là trung điểm của AB suy ra tọa độ của I là $I(0;1;4)$

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(0;1;4)$ và bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=\sqrt{3}$.

Vậy phương trình mặt cầu là: $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=3$.

Câu 74: [MD 104-TN BGD 2023-CÂU 27] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=2$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) tâm $I(1;2;-1)$, $R=2$ có phương trình: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$.

Câu 75: [MD 104-TN BGD 2023-CÂU 29] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;2;1)$ và $B(1;0;1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=5$. **B.** $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

C. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=20$. **D.** $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=20$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm của AB, ta có $I(3;1;1)$ và $IA=\sqrt{(5-3)^2+(2-1)^2+(1-1)^2}=\sqrt{5}$.

Mặt cầu đường kính AB có tâm là $I(3;1;1)$ và bán kính là $R=IA=\sqrt{5}$ có phương trình là:

$(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

Dạng ⑤: Vị trí tương đối của hai mặt cầu, điểm với mặt cầu

Câu 76: (DE TN BGD 2022-MD 103) Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O;R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $OM\le R$. **B.** $OM>R$. **C.** $OM=R$. **D.** $OM<R$.

Lời giải

Chọn B

Câu 77: (DE TN BGD 2022-MD 104) Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O;R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $OM<R.$ **B.** $OM=R.$ **C.** $OM>R.$ **D.** $OM\le R.$

Lời giải

Chọn C

M nằm ngoài mặt cầu $S(O;R)\Leftrightarrow OM>R$.

Câu 78: (DE MH BGD 2023 - Câu 15) Cho mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d<R$. **B.** $d>R$. **C.** $d=R$. **D.** $d=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O;R)$ khi và chỉ khi $d=R$.

Câu 79: (THPTQG 2019-MĐ101-Câu 48) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+\left(z+\sqrt{2}\right)^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

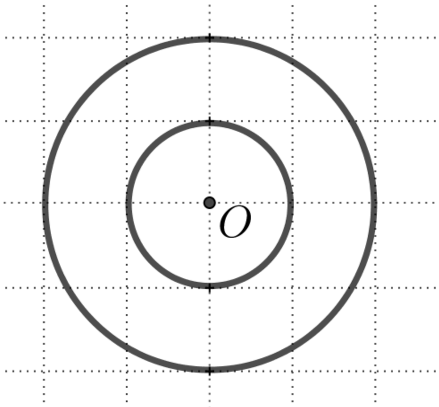
Lời giải

Chọn A

Do $A\ \ a;b;c$ thuộc mặt phẳng $\ Oxy\ $ nên $A\ \ a;b;0\ $.

Nhận xét: Nếu từ A kẻ được ít nhất 2 tiếp tuyến vuông góc đến mặt cầu khi và chỉ khi $R\le IA\le R\sqrt{2}\Leftrightarrow 3\le a^2+b^2+2\le 6\Leftrightarrow 1\le a^2+b^2\le 4$.

Tập các điểm thỏa đề là các điểm nguyên nằm trong hình vành khăn (kể cả biên), nằm trong mặt phẳng $\ Oxy\ $, tạo bởi 2 đường tròn đồng tâm $O\ \ 0;0;0\ $ bán kính lần lượt là 1 và 2.



Nhìn hình vẽ ta có 12 điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 80: (THPTQG 2019-MĐ102-Câu 46) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+\left(z-\sqrt{2}\right)^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 16.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I\left(0;0;\sqrt{2}\right)$ và bán kính $R=\sqrt{3}$; $A\in(Oxy)\Rightarrow A(a;b;0)$.

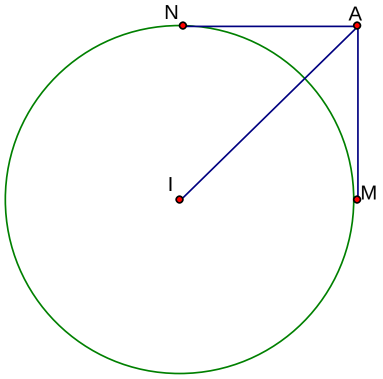
* Xét trường hợp $A\in(S)$, ta có $a^2+b^2=1$. Lúc này các tiếp tuyến của (S) thuộc tiếp diện của (S) tại A nên có vô số các tiếp tuyến vuông góc nhau.

Trường hợp này ta có 4 cặp giá trị của $(a;b)$ là $\begin{cases}a=0\\b=1\end{cases};\begin{cases}a=0\\b=-1\end{cases};\begin{cases}a=-1\\b=0\end{cases};\begin{cases}a=-1\\b=0\end{cases}$.

* Xét trường hợp A ở ngoài (S). Khi đó, các tiếp tuyến của (S) đi qua A thuộc mặt nón đỉnh A. Nên các tiếp tuyến này chỉ có thể vuông góc với nhau tại A.

Điều kiện để có ít nhất 2 tiếp tuyến vuông góc là góc ở đỉnh của mặt nón lớn hơn hoặc bằng 90°.

Giả sử $A'N; A'M$ là các tiếp tuyến của (S) thỏa mãn $AN \perp AM$ ($N; M$ là các tiếp điểm).



Dễ thấy $A'NIM$ là hình vuông có cạnh $IN = R = \sqrt{3}$ và $IA' = \sqrt{3}.\sqrt{2} = \sqrt{6}$.

Điều kiện phải tìm là $\begin{cases} IA > R \\ IA \le IA' = \sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 > 1 \\ a^2 + b^2 \le 4 \end{cases}$.

Vì a, b là các số nguyên nên ta có các cặp nghiệm $(a;b)$ là.

$(0;2), (0;-2), (2;0), (-2;0), (1;1), (-1;-1), (-1;1), (1;-1)$.

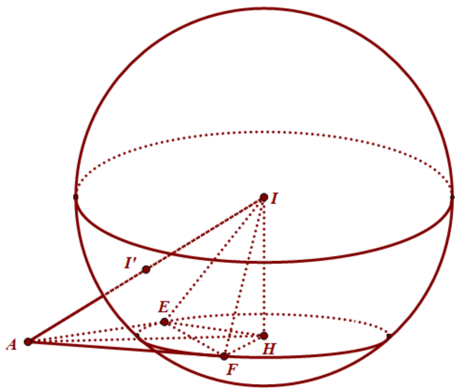
Vậy có 12 điểm A thỏa mãn yêu cầu.

Câu 81: (THPTQG 2019-MĐ103-Câu 47) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S): x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc nhau?

A. 20. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 16.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 5$ có tâm $I(0;0;-1)$ và có bán kính $R = \sqrt{5}$

$A(a;b;0) \in (Oxy)$, Gọi I' là trung điểm của $AI \Rightarrow I'\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

Gọi E, F lần lượt là hai tiếp điểm của tiếp tuyến đi qua A sao cho $AE \perp AF$.

Ta có: E, F cùng thuộc mặt cầu (S') đường kính IA có tâm $I'\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, bán kính

$R' = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + 1}$.

Để tồn tại E, F thì hai mặt cầu (S) và (S') phải cắt nhau suy ra $|R - R'| \le II' \le |R + R'|$

$\Leftrightarrow \left|\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + 1}\right| \le \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + 1} \le \sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + 1}$

$\Leftrightarrow \sqrt{5} \le \sqrt{a^2+b^2+1} \Leftrightarrow a^2+b^2 \ge 4 \left(1\right)$

Gọi H là hình chiếu của I trên $\left(AEF\right)$ khi đó tứ giác $AEHF$ là hình vuông có cạnh $AE = HF = \sqrt{AI^2-5}$.

Ta có $IH^2 = R^2 - HF^2 = 5-\left(AI^2-5\right) = 10 - AI^2 \ge 0 \Leftrightarrow a^2+b^2+1 \le 10 \Leftrightarrow a^2+b^2 \le 9 \left(2\right)$

Từ $\left(1\right)$ và $\left(2\right)$ ta có $4 \le a^2+b^2 \le 9$ mà $a,\ b,\ c \in \mathbb{Z}$ nên có 20 điểm thỏa bài toán.

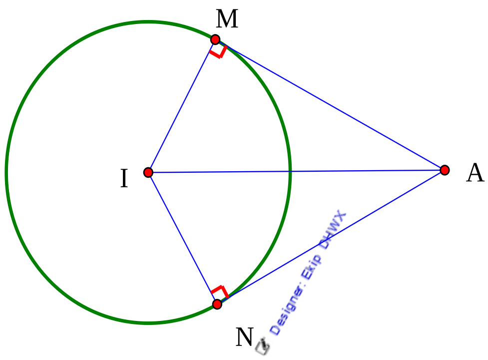
Cách khác:

Mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(0,0,-1\right)$ bán kính $R=\sqrt{5}$. Ta có $d_{\left(I\left(Oxy\right)\right)} = 1 < R \Rightarrow$ mặt cầu $\left(S\right)$ cắt mặt phẳng $\left(Oxy\right)$. Để có tiếp tuyến của $\left(S\right)$ đi qua $A \Leftrightarrow AI \ge R \ \left(1\right)$.

Có $A\left(a,b,c\right) \in \left(Oxy\right) \Rightarrow A\left(a,b,0\right), IA = a^2+b^2+1$.

Quỹ tích các tiếp tuyến đi qua A của $\left(S\right)$ là một mặt nón nếu $AI > R$ và là một mặt phẳng nếu $AI = R$.

Trong trường hợp quỹ tích các tiếp tuyến đi qua A của $\left(S\right)$ là một mặt nón gọi AM, AN là hai tiếp tuyến sao cho A, M, I, N đồng phẳng.



Tồn tại ít nhất hai tiếp tuyến của $\left(S\right)$ đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau khi và chỉ khi $MAN \ge 90^o \Leftrightarrow IA \le R\sqrt{2} \ \ \left(2\right)$.

Từ $\left(1\right),\left(2\right) \Rightarrow 4 \le a^2+b^2 \le 9$. Vì $a,b \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2=0 \\ b^2=9 \end{cases} \text{hoặc} \begin{cases} a^2=9 \\ b^2=0 \end{cases} \text{hoặc} \begin{cases} a^2=4 \\ b^2=0 \end{cases} \text{hoặc} \begin{cases} a^2=0 \\ b^2=4 \end{cases} \text{hoặc} \begin{cases} a^2=1 \\ b^2=4 \end{cases} \text{hoặc} \begin{cases} a^2=4 \\ b^2=1 \end{cases} \text{hoặc} \begin{cases} a^2=4 \\ b^2=4 \end{cases}.$$

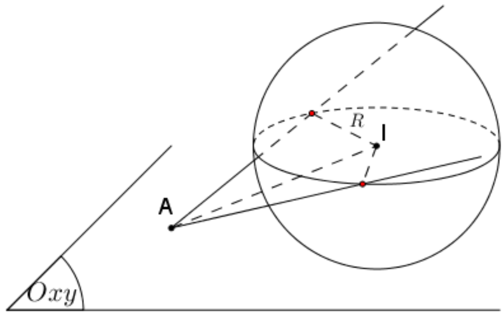
Bốn hệ phương trình đầu tiên có hai nghiệm, ba hệ sau có 4 nghiệm suy ra số điểm A thỏa mãn là $4.2+3.4=20$.

Câu 82: (THPTQG 2019-MĐ104-Câu 49) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right): x^2+y^2+\left(z-1\right)^2 = 5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A\left(a,b,c\right)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của $\left(S\right)$ đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12. **B.** 16. **C.** 20. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu có tâm $I(0;0;1)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.

Vì $A\in(Oxy)$ nên $c=0$. Các giao tuyến của A đến mặt cầu (nếu $IA>R$) tạo nên một mặt nón tâm A, để mặt nón này có hai đường sinh vuông góc thì góc của mặt nón này phải $\geq 90^\circ$ hay $IA\leq R\sqrt{2}$.

Vậy $R\leq IA\leq R\sqrt{2}\Leftrightarrow 5\leq a^2+b^2+1\leq 10\Leftrightarrow 4\leq a^2+b^2\leq 9$

Ta có các bộ số thõa mãn $(0;\pm2);(0;\pm3);(\pm1;\pm2);(\pm2;\pm2);(\pm2;\pm1);(\pm2;0);(\pm3;0)$, 20 bộ số.

Câu 83: (TN BGD 2022-MD101) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\left|z^2\right|=2\left|z-\overline{z}\right|$ và $\left|(z-4)(\overline{z}-4i)\right|=\left|z+4i\right|^2$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left|z+4i\right|^2=\left|(z-4)(\overline{z}-4i)\right|=\left|(z-4)(\overline{z+4i})\right|=\left|z-4\right|\left|\overline{z+4i}\right|=\left|z-4\right|\left|z+4i\right|$.

Suy ra $\left|z+4i\right|=0$ hoặc $\left|z+4i\right|=\left|z-4\right|$.

Nếu $\left|z+4i\right|=0$ thì $z=-4i$, không thỏa mãn $\left|z^2\right|=2\left|z-\overline{z}\right|$.

Nếu $\left|z+4i\right|=\left|z-4\right|$ thì đặt $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$ ta được

$$\begin{cases}\sqrt{x^2+(y+4)^2}=\sqrt{(x-4)^2+y^2}\\ x^2+y^2=4\left|y\right|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-y\\ 2\left|y\right|^2=4\left|y\right|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=0\\ x=0\end{cases}\vee\begin{cases}y=2\\ x=-2\end{cases}\vee\begin{cases}y=-2\\ x=2.\end{cases}$$

Vậy có 3 số phức thỏa mãn là $0, 2-2i, -2+2i$.

Câu 84: (TN BGD 2022-MD101) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;3;9)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

A. 39. **B.** $12\sqrt{3}$. **C.** 18. **D.** $28\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I(1;3;9)$ và $R=3$. Suy ra $d\left(I,(OMN)\right)=3$.

Vậy mặt cầu (S) tiếp xúc (OMN) tại $A(1;0;9)$.

Gọi tọa độ $M(m;0;0)$ và $N(0;0;n)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(m-1;0;-9)$; $\overrightarrow{AN}=(-1;0;n-9)$.

Do A, M, N thẳng hàng nên $(m-1)(n-9)=9$ (1).

Do $IA \perp (OMN)$ và H là trung điểm MN thì H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔOMN.

Suy ra K là tâm mặt cầu ngoại tiếp $IOMN \Rightarrow KH \subset (IMN)$

bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔIMN bằng $\frac{13}{2}$ (đường tròn lớn)

$$\frac{1}{2}.IH.MN = \frac{IM.IN.MN}{4.\frac{13}{2}} \Leftrightarrow IM.IN = 39 \Leftrightarrow \left((m-1)^2+90\right)\left((n-9)^2+10\right)=39\ (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases}(m-1)(n-9)=9\\ \left((m-1)^2+90\right)\left((n-9)^2+10\right)=39\end{cases}$.

Đặt $\begin{cases}u=(m-1)^2\\ v=(n-9)^2\end{cases}$, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}uv=81\\ \left((m-1)^2+90\right)\left((n-9)^2+10\right)=39\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}uv=81\\ (u+90)(v+10)=1521\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}uv=81\\ 90v+10u=540\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}u=27\\ v=3\end{cases}$$

Vậy $AM.AN=\sqrt{u+81}\sqrt{v+1}=12\sqrt{3}$.

Câu 85: (DE TN BGD 2022 - MD 102) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(4;1;2)$ bán kính bằng 2. Gọi M; N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox; Oy sao cho đường thẳng MN tiếp (DE TN BGD 2022 - MD 102)úc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{7}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

A. $6\sqrt{2}$. **B.** 14. **C.** 8. **D.** $9\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Ta có: $d(I,(Oxy))=2$ nên mặt cầu (S) tiếp (DE TN BGD 2022 - MD 102)úc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm $A(4;1;0)$, đồng thời đường thẳng MN tiếp (DE TN BGD 2022 - MD 102)úc với (S) cũng tại điểm $A(4;1;0)$ do $MN \subset (Oxy)$

Gọi $M(m;0;0)$; $N(0;n;0)$, $m,n>0$

Do $A \in MN$ nên $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AN} \Rightarrow \begin{cases}m-4=-4k\\ -1=k(n-1)\end{cases} \Rightarrow$

$(m-4)(n-1)=4 \Leftrightarrow m=\frac{4n}{n-1}, n-1\neq 0$.

Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn $OI: 4x+y+2z-\frac{21}{2}=0$

Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn $OM: x=\frac{m}{2}$

Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn $ON: y=\frac{n}{2}$

Ghi Chú!

Do đó tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ là $J\left(\frac{m}{2};\frac{n}{2};\frac{-n^2+6n-21}{4n-4}\right)$

Theo giả thuyết cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{7}{2}$ nên $OJ=\frac{7}{2}$

$\Leftrightarrow OJ^2=\frac{49}{4}$

$\Leftrightarrow \frac{4n^2}{(n-1)^2}+\frac{n^2}{4}+\frac{(n^2-6n+21)^2}{16(n-1)^2}=\frac{49}{4}$

$\Leftrightarrow n^4-4n^3-10n^2+28n+49=0$

$\Leftrightarrow n=1\pm 2\sqrt{2}$

Vì $n>0$ nên chọn $n=1+2\sqrt{2}$, suy ra $m=4+\sqrt{2}$

Khi đó $AM.AN=6\sqrt{2}$.

Cách 2:

Dễ thấy mặt cầu (S) tiếp (DE TN BGD 2022 - MD 102)úc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm $A(4;1;0)$, đồng thời đường thẳng MN tiếp (DE TN BGD 2022 - MD 102)úc với (S) cũng tại điểm $A(1;4;0)$ do $MN\subset(Oxy)$

Gọi $M(a;0;0)$; $N(0;b;0)$.

Do $A\in MN$ nên $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AN}\Rightarrow\begin{cases}a-4=-4k\\-1=k(b-1)\end{cases}\Rightarrow\frac{1}{b}+\frac{4}{a}=1$.

Gọi J là trung điểm $MN\Rightarrow J\left(\frac{a}{2};\frac{b}{2};0\right)$ và $I(4;1;2)$ thuộc đường thẳng Δ vuông góc với (Oxy) tại điểm J. Phương trình Δ là $\begin{cases}x=\frac{a}{2}\\y=\frac{b}{2}\\z=t\end{cases}$

$\Rightarrow$Tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ là điểm $K\left(\frac{a}{2};\frac{b}{2};t\right)$.

Theo giả thiết ta có hệ: $\begin{cases}\frac{1}{b}+\frac{4}{a}=1\\OK=\frac{7}{2}\\IK=\frac{7}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{b}+\frac{4}{a}=1\\\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}+t^2=\frac{49}{4}\\\left(\frac{a}{2}-4\right)^2+\left(\frac{b}{2}-1\right)^2+(t-2)^2=\frac{49}{4}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{4b}{b-1}\\4a+b+4t-21=0\\\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}+t^2=\frac{49}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{4b}{b-1}\\t=\frac{b^2-6b+21}{4(b-1)}\\\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}+t^2=\frac{49}{4}\end{cases}$

Ghi Chú!

$$\Rightarrow \frac{b^2}{4}+\frac{4b^2}{(b-1)^2}+\frac{(b^2-6b+21)^2}{16(b-1)^2}=\frac{49}{4}\Leftrightarrow 4b^2+64\left(1+\frac{1}{b-1}\right)^2+\left(b-5+\frac{16}{b-1}\right)^2=196$$

$$\Leftrightarrow 4b^2+64+\frac{128}{b-1}+\frac{64}{(b-1)^2}+(b-5)^2+32(b-5).\frac{1}{b-1}+\frac{256}{(b-1)^2}=196$$

$$\Leftrightarrow 5b^2-10b+25+\frac{320}{(b-1)^2}+32(b-5+4).\frac{1}{b-1}=132\Leftrightarrow (b-1)^2+\frac{64}{(b-1)^2}=16$$

$$\Leftrightarrow \left[(b-1)^2-8\right]^2=0\Leftrightarrow (b-1)^2=8\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=1-2\sqrt{2} \\ b=1+2\sqrt{2}\end{array}\right.$$

Với $b=1-2\sqrt{2}$ ta được $a=4-\sqrt{2}\Rightarrow AM.AN=6\sqrt{2}$.

Với $b=1+2\sqrt{2}$ ta được $a=4+\sqrt{2}\Rightarrow AM.AN=6\sqrt{2}$.

Câu 86: (DE TN BGD 2022-MD 103) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) tâm $I(9;3;1)$ bán kính bằng 3. Gọi M,N là hai điểm lần lượt thuộc 2 trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

A. $12\sqrt{3}$. **B.** 18. **C.** $28\sqrt{3}$. **D.** 39.

Lời giải

Chọn A

$I(9;3;1)\Rightarrow d(I(Oxz))=3=R\Rightarrow(S)$ tiếp xúc với (Oxz).

Gọi $M(a;0;0)\in Ox$

$N(0;0;b)\in Oz$

MN tiếp xúc với (S) tại A nên A là hình chiếu của I lên (Oxz).

Suy ra $A(9;0;1)$.

Gọi K là trung điểm $MN\Rightarrow K\left(\frac{a}{2};0;\frac{b}{2}\right)$.

Gọi H là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN\Rightarrow OH=\frac{13}{2}\Rightarrow HK\perp MN$.

Gọi T là trung điểm OM

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} OM\perp KT \\ OM\perp HT\end{array}\right\}\Rightarrow OM\perp(KHT)\Rightarrow OM\perp HK\Rightarrow HK\perp(OMN)$$

Mà $IA\perp(OMN)\Rightarrow HK//IA$.

Ta có $\overrightarrow{AI}=(0;3;0)$

$$\overrightarrow{KH}=\left(x_H-\frac{a}{2};y_H-0;z_H-\frac{b}{2}\right).$$

$\overrightarrow{AI}$ cùng phương $\overrightarrow{KH}$ nên $\left\{\begin{array}{l} x_H=\frac{a}{2} \\ y_H=c\ (c\neq 0) \\ z_H=\frac{b}{2}\end{array}\right.$

$$\Rightarrow H\left(\frac{a}{2};c;\frac{b}{2}\right)$$

Ghi Chú!

$OH=\frac{13}{2}\Rightarrow \frac{a^2}{4}+c^2+\frac{b^2}{4}=\frac{169}{4}\quad (1)$

$HI=OH=\frac{13}{2}\Rightarrow \left(\frac{a}{2}-9\right)^2+(c-3)^2+\left(\frac{b}{2}-1\right)^2=\frac{169}{4}\quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{a^2}{4}+c^2+\frac{b^2}{4}=\left(\frac{a}{2}-9\right)^2+(c-3)^2+\left(\frac{b}{2}-1\right)^2$

$\Rightarrow 9a+b+6c=91\quad (3)$

$\overrightarrow{AM}=(a-9;0;-1)$

$\overrightarrow{AN}=(-9;0;b-1)$

A,M,N thẳng hàng $\Rightarrow \frac{a-9}{-9}=\frac{-1}{b-1}$

$\Leftrightarrow (a-2)(b-1)=9$

$\Leftrightarrow ab-a-9b+9=9$

$\Leftrightarrow ab-a-9b=0$

$\Leftrightarrow a(b-1)=ab$

$\Leftrightarrow a=\frac{9b}{b-1}$

Từ $(3)\Rightarrow 9.\frac{9b}{b-1}+b+6c=91$

$\frac{81b}{b-1}+b+6c=91$

$\Leftrightarrow \frac{b^2+80b}{b-1}+6c=91\Leftrightarrow 6c=91-\frac{b^2+80b}{b-1}=\frac{-b^2+11b-91}{b-1}$

$\Leftrightarrow c=\frac{-b^2+11b-91}{6(b-1)}$

Ta có $a^2+4c^2+b^2=169$

$\Leftrightarrow \left(\frac{9b}{b-1}\right)^2+4\left(\frac{-b^2+11b-91}{6(b-1)}\right)^2+b^2=169$

$\Leftrightarrow 9.81b^2+\left(b^4+121b^2+8281-22b^3+182b^2-2002b\right)+9b^2(b-1)^2=169.9.(b-1)^2$

$\Leftrightarrow 729b^2+b^4+121b^2+8281-22b^3+182b^2-2002b+9b^4-18b^3+9b^2=1521b^2-3042b+1521$

$\Leftrightarrow 10b^4-40b^3-480b^2+1040b+6760=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=1+3\sqrt{3}\Rightarrow a=\frac{9\left(1+3\sqrt{3}\right)}{3\sqrt{3}}=9+\sqrt{3} \\ b=1-3\sqrt{3}\Rightarrow a=\frac{9\left(1-3\sqrt{3}\right)}{-3\sqrt{3}}=9-\sqrt{3} \end{array}\right.$$

+ Trường hợp 1: $a=9+\sqrt{3};\ b=1+3\sqrt{3}\Rightarrow \overrightarrow{AM}=\left(\sqrt{3};0;-1\right)\Rightarrow AM=2$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AN}=\left(-9;0;3\sqrt{3}\right)\Rightarrow AN=\sqrt{108}$.

$AM.AN=2.\sqrt{108}=12\sqrt{3}$.

+ Trường hợp 2: $a=9-\sqrt{3};\ b=1-3\sqrt{3}\Rightarrow \overrightarrow{AM}=\left(-\sqrt{3};0;-1\right)\Rightarrow AM=2$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AN}=\left(-9;0;-3\sqrt{3}\right)\Rightarrow AN=\sqrt{108}$.

Ghi Chú!

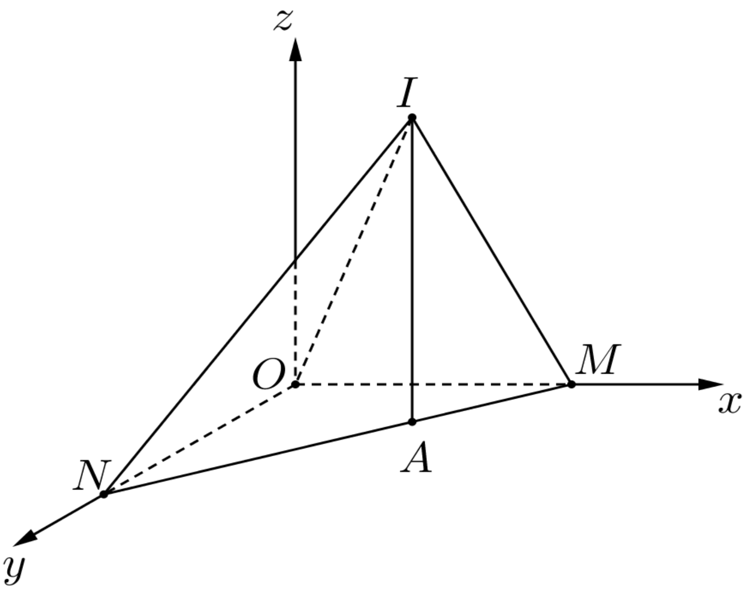
$AM.AN = 2.\sqrt{108} = 12\sqrt{3}$.

Câu 87: (DE TN BGD 2022-MD 104) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;4;2)$, bán kính bằng 2. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{7}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

A. $9\sqrt{2}$. **B.** 14. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C



Gọi $M(a;0;0) \in Ox,\ N(0;b;0) \in Oy$.

Ta có $d(I;(Oxy)) = 2 = R$ nên (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm $A(1;4;0)$ và MN cũng đi qua A.

Lại có $\overrightarrow{AM} = (a-1;-4;0)$, $\overrightarrow{AN} = (-1;b-4;0)$ và 3 điểm A, M, N thẳng hàng nên ta được: $\frac{a-1}{-1} = \frac{-4}{b-4} \Leftrightarrow (a-1)(b-4) = 4 \quad (1)$.

Tứ diện $OIMN$ có $IA \perp (OMN)$ và ΔOMN vuông tại O nên nếu gọi J là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ thì $J \in (IMN)$.

Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔIMN.

Ta có $S_{\Delta IMN} = \frac{IM.IN.MN}{4r}$ (với $r = \frac{7}{2}$ bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔIMN).

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} IA.MN = \frac{IM.IN.MN}{4.\frac{7}{2}} \Leftrightarrow IM.IN = 7IA \Leftrightarrow IM.IN = 14$

$\Leftrightarrow \left[(a-1)^2 + 20\right]\left[(b-4)^2 + 5\right] = 196 \quad (2)$.

Đặt $\begin{cases} m = a-1 \\ n = b-4 \end{cases}$.

Từ (1|) và (2) ta có hệ $\begin{cases} mn=4 \\ (m^2+20)(n^2+5)=196 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=\dfrac{4}{m} & (3) \\ (m^2+20)\left(\dfrac{16}{m^2}+5\right)=196 & (4) \end{cases}$.

Từ (4) ta được: $(m^2+20)(16+5m^2)=196m^2$

$\Leftrightarrow 5m^4-80m^2+320=0 \Leftrightarrow m^2=8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2\sqrt{2} \\ m=-2\sqrt{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} n=\sqrt{2} \\ n=-\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Suy ra $\left[\begin{array}{l} a=1+2\sqrt{2},\ b=4+\sqrt{2} \\ a=1-2\sqrt{2},\ b=4-\sqrt{2} \end{array}\right.$. Vậy $AM.AN=6\sqrt{2}$.

Câu 88: [MD 104-TN BGD 2023-CÂU 45] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$, nhận $\vec{u}=(1;a;3-a)$ (với $a\in\mathbb{R}$) làm vectơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\dfrac{13}{2};\dfrac{15}{2}\right)$. **B.** $\left(24;\dfrac{49}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{31}{2};\dfrac{33}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$, bán kính $R=2$

Gọi B,C là giao điểm giữa d và (S), và O là hình chiếu vuông góc của I trên giao tuyến hai mặt tiếp diện.

Theo đề d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau, nghĩa là tứ giác $OBIC$ là hình vuông, từ đó suy ra $BC=2\sqrt{2}$

Gọi H là trung điểm BC suy ra $BH=\dfrac{BC}{2}=\sqrt{2}$

Kẻ $IH\perp BC$, ta có $IH=\sqrt{IB^2-BH^2}=\sqrt{2}$

Từ đó ta có $d(I;d)=\sqrt{2}$

Ta có $\overrightarrow{AI}=(0;-2;1)$, $\vec{u}=(1;a;3-a)$ suy ra $\left[\overrightarrow{AI};\vec{u}\right]=(a-6;1;2)$

Từ đó $d(I;d)=\sqrt{2}\Leftrightarrow \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AI};\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\sqrt{2}\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{(a-6)^2+1^2+2^2}}{\sqrt{1+a^2+(3-a)^2}}=\sqrt{2}\Leftrightarrow a^2=7\in\left(\dfrac{13}{2};\dfrac{15}{2}\right)$.

Dạng ⑥: Các bài toán cực trị liên quan đến điểm, mặt cầu

Câu 89: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 45] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$, nhận $\vec{u}=(1;a;1-a)$ **(với** $a\in\mathbb{R}$**)** làm vectơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. **C.** $\left(7;\dfrac{15}{2}\right)$. **D.** $\left(0;\dfrac{1}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$, bán kính $R=2$

Gọi B,C là giao điểm giữa d và (S), và O là hình chiếu vuông góc của I trên giao tuyến hai mặt tiếp diện.

Theo đề d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau, nghĩa là tứ giác $OBIC$ là hình vuông, từ đó suy ra $BC=2\sqrt{2}$

Gọi H là trung điểm BC suy ra $BH=\dfrac{BC}{2}=\sqrt{2}$

Kẻ $IH\perp BC$, ta có $IH=\sqrt{IB^2-BH^2}=\sqrt{2}$

Từ đó ta có $d(I;d)=\sqrt{2}$

Ta có $\overrightarrow{AI}=(0;-2;1)$, $\vec{u}=(1;a;1-a)$ suy ra $\left[\overrightarrow{AI};\vec{u}\right]=(a-2;1;2)$

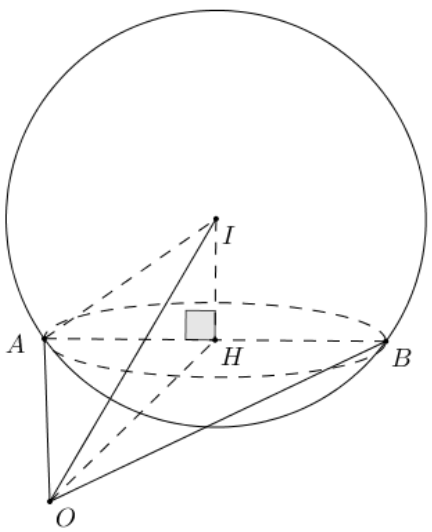
Từ đó $\mathrm{d}(I;d)=\sqrt{2}\Leftrightarrow \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AI};\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\sqrt{2}\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{(a-2)^2+1^2+2^2}}{\sqrt{1+a^2+(1-a)^2}}=\sqrt{2}\Leftrightarrow a^2=\dfrac{5}{3}\in\left(\dfrac{3}{2};2\right)$.

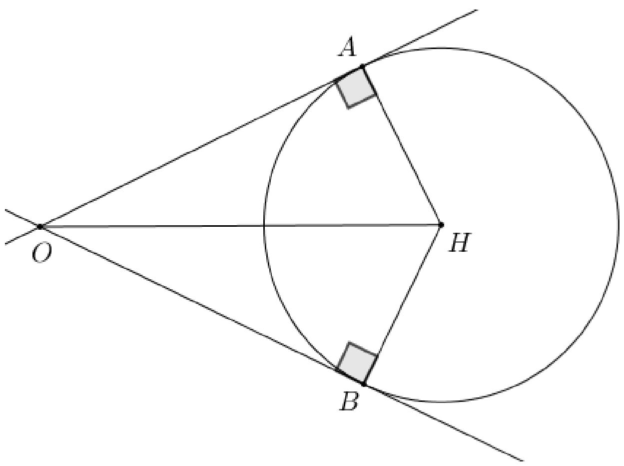
Câu 90: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 49] Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(4;8;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn $60°$?

A. 6. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D





Giả sử 2 tiếp tuyến OA,OB, theo giả thiết suy ra $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)\geq 60°$. Suy ra

$30°\leq AOH\leq 60°$

Gọi H là hình chiếu của I trên (Oyz), suy ra $H(0;8;12)$, suy ra $OH=4\sqrt{13}$

Xét tam giác OAH có: $HA=OH\sin AOH\geq 4\sqrt{13}\sin 30°=2\sqrt{13}$

Ta có $2\sqrt{13}\leq HA<2\sqrt{39}\ \Rightarrow 52\leq AH^2\leq 156$

$\Rightarrow 52+16\leq AH^2+IH^2\leq 156+16$

$\Rightarrow 68\leq IA^2\leq 172\Rightarrow 68\leq R^2\leq 172$ hay $8,24\leq R\leq 13,11$.

$\Rightarrow R \in \{9;10;...;13\}$.

Vậy có tất cả 5 giá trị của R.

Câu 91: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 45] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$, nhận $\vec{u}=(1;a;1-a)$ **(với** $a\in\mathbb{R}$ **)** làm vectơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};2\right)$. **C.** $\left(7;\frac{15}{2}\right)$. **D.** $\left(0;\frac{1}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$, bán kính $R=2$

Gọi B,C là giao điểm giữa d và (S), và O là hình chiếu vuông góc của I trên giao tuyến hai mặt tiếp diện.

Theo đề d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau, nghĩa là tứ giác $OBIC$ là hình vuông, từ đó suy ra $BC=2\sqrt{2}$

Gọi H là trung điểm BC suy ra $BH=\frac{BC}{2}=\sqrt{2}$

Kẻ $IH\perp BC$, ta có $IH=\sqrt{IB^2-BH^2}=\sqrt{2}$

Từ đó ta có $d(I;d)=\sqrt{2}$

Ta có $\overrightarrow{AI}=(0;-2;1)$, $\vec{u}=(1;a;1-a)$ suy ra $\left[\overrightarrow{AI};\vec{u}\right]=(a-2;1;2)$

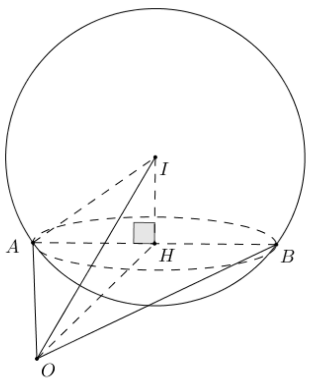
Từ đó $\mathrm{d}(I;d)=\sqrt{2}\Leftrightarrow \frac{\left|\left[\overrightarrow{AI};\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\sqrt{2}\Leftrightarrow \frac{\sqrt{(a-2)^2+1^2+2^2}}{\sqrt{1+a^2+(1-a)^2}}=\sqrt{2}\Leftrightarrow a^2=\frac{5}{3}\in\left(\frac{3}{2};2\right)$.

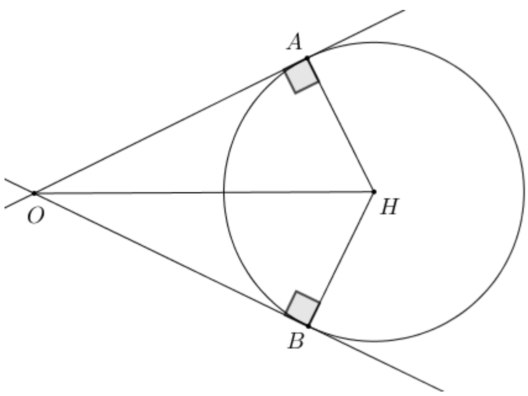
Câu 92: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 49] Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(4;8;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn $60°$?

A. 6. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D





Giả sử 2 tiếp tuyến OA,OB, theo giả thiết suy ra $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)\geq 60°$. Suy ra

$30°\leq AOH\leq 60°$

Gọi H là hình chiếu của I trên (Oyz), suy ra $H(0;8;12)$, suy ra $OH = 4\sqrt{13}$

Xét tam giác OAH có: $HA = OH\sin AOH \ge 4\sqrt{13}\sin 30^\circ = 2\sqrt{13}$

Ta có $2\sqrt{13} \le HA < 2\sqrt{39} \Rightarrow 52 \le AH^2 \le 156$

$\Rightarrow 52+16 \le AH^2 + IH^2 \le 156+16$

$\Rightarrow 68 \le IA^2 \le 172 \Rightarrow 68 \le R^2 \le 172$ hay $8,24 \le R \le 13,11$.

$\Rightarrow R \in \{9;10;...;13\}$.

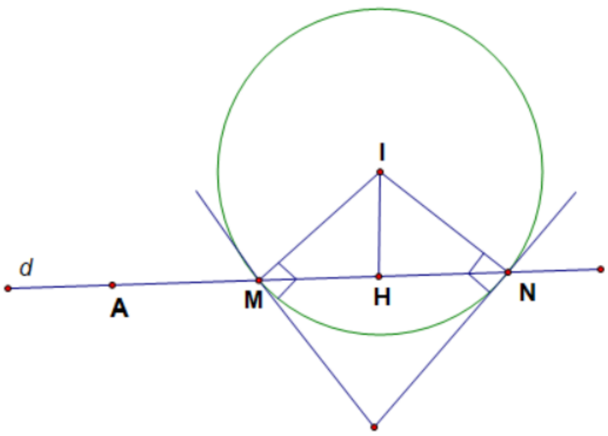
Vậy có tất cả 5 giá trị của R.

Câu 93: [MD 103-TN BGD 2023-CÂU 43] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$ nhận vectơ $\vec{u}=(1;a;2-a)$ (với $a\in\mathbb{R}$) làm vectơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{2}{5};\frac{2}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{19}{2};10\right)$. **C.** $\left(2;\frac{5}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{7}{2};4\right)$.

Lời giải

Chọn D



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$, bán kính $R=2$. Suy ra $\overrightarrow{IA}=(0;2;-1)$, $\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}\right]=(4-a;-1;-2)$.

Ta có $IM\perp IN$ và $IM=IN=2\Rightarrow MN=2\sqrt{2}$; $IH=\sqrt{2}$

$$\Rightarrow d(I;d)=\sqrt{2}\Leftrightarrow \frac{\left|\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\sqrt{2}\Leftrightarrow \frac{\sqrt{(4-a)^2+1+4}}{\sqrt{1+a^2+(2-a)^2}}=\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow a^2-8a+21=2(2a^2-4a+5)\Leftrightarrow 3a^2=11\Leftrightarrow a^2=\frac{11}{3}\approx 3,67\in\left(\frac{7}{2};4\right).$$

Câu 94: [MD 103-TN BGD 2023-CÂU 50] Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(5;6;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60°?

A. 9. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

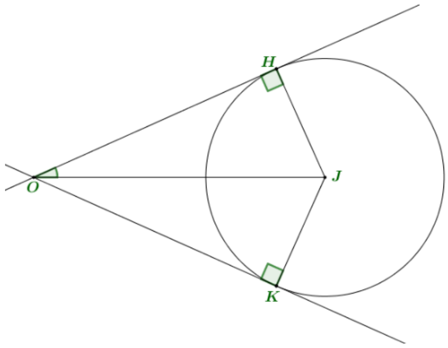
Lời giải

Chọn B

Gọi J là hình chiếu của I lên mặt phẳng (Oyz) ta có $J(0;6;12)$ và $IJ = 5$; $OJ = 6\sqrt{5}$.

Đường tròn giao tuyến của (S) với (Oyz) là (C) có tâm J và có bán kính r tính theo công thức $r^2 + 25 = R^2$.

Xét hai tiếp tuyến đi qua O và tiếp xúc với (C) tại K, H như hình vẽ.



Từ đề bài ta có $60° \le KOH \le 120° \Leftrightarrow 30° \le JOH \le 60°$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \le \sin JOH \le \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{4} \le \frac{r^2}{OJ^2} \le \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{4} \le \frac{R^2 - 25}{180} \le \frac{3}{4}$

$\Leftrightarrow 70 \le R^2 \le 160 \Leftrightarrow \sqrt{70} \le R \le 4\sqrt{10}$.

Do $R \in \mathbb{Z} \Rightarrow R \in \{9;10;11;12\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của R thỏa mãn yêu cầu bài toán.

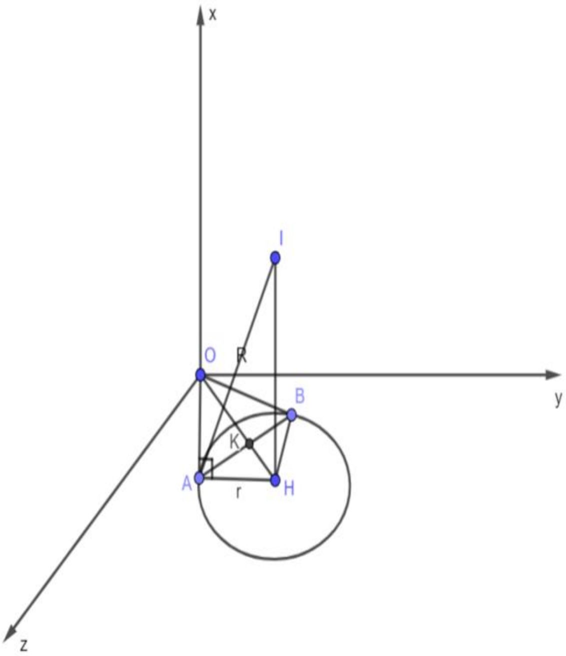
Câu 95: [MD 104-TN BGD 2023-CÂU 49] Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(3;5;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60°?

A. 4. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Cách 1.



TH1: Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) tại $O \Rightarrow R = OI = \sqrt{178} \notin \mathbb{Z}$ (loại)

TH2: Mặt cầu (S) cắt (Oyz) theo giao tuyến là một đường tròn (C) có bán kính là r.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (Oyz) ta có $H(0;5;12) \Rightarrow$ $OH^2 = 169$.

Ta có $r^2 = R^2 - 9$.

Mặt khác, $AB^2 = 4AK^2 = 4\cdot\left(\dfrac{OA\cdot r}{OH}\right)^2 = \dfrac{4OA^2\cdot r^2}{169} \Rightarrow \dfrac{AB^2}{OA^2} = \dfrac{4r^2}{169} = \dfrac{4\left(R^2-9\right)}{169}$

Từ đó suy ra: $\cos AOB = \dfrac{OA^2+OB^2-AB^2}{2OA.OB} = \dfrac{2OA^2-AB^2}{2OA^2} = 1 - \dfrac{AB^2}{2OA^2} = \dfrac{187-2R^2}{169}$

Góc giữa hai đường thẳng $(OA,OB) \in \left[60^\circ;90^\circ\right]$

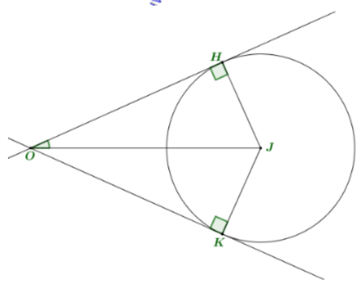
$\Leftrightarrow 60^\circ \le AOB \le 120^\circ \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} \le \dfrac{187-2R^2}{169} \le \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow -\dfrac{169}{2} \le 187-2R^2 \le \dfrac{169}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{205}{4} \le R^2 \le \dfrac{543}{4} \Rightarrow R \in \{8;9;10;11\}$.

Cách 2. Để tồn tại tiếp tuyến thì mặt cầu (S) phải cắt hoặc tiếp xúc mặt phẳng (Oyz) nên $R \ge 3$.

Gọi J là hình chiếu của I lên mặt phẳng (Oyz) ta có $J(0;5;12)$ và $IJ = 3$ và $OJ = 13$.

Xét 2 tiếp tuyến đi qua O và tiếp xúc với (C) tại K, H như hình vẽ.



Từ đề bài ta có $OJ.\sin 60^0 \ge r \ge OJ.\sin 30^0 \Leftrightarrow \dfrac{13}{2} \le r \le \dfrac{13\sqrt{3}}{2}$, với $r = JK = JH$.

Mà $d\left(I,(Oyz)\right) = IJ = 3$ nên:

$\dfrac{169}{4} + d^2\left(I,(Oyz)\right) \le r^2 + d^2\left(I,(Oyz)\right) < \dfrac{507}{4} + d^2\left(I,(Oyz)\right)$

$\Leftrightarrow \dfrac{169}{4} + 9 \le R^2 \le \dfrac{507}{4} + 9 \Leftrightarrow \dfrac{205}{4} \le R^2 \le \dfrac{543}{4}$

$\Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{205}{4}} \le R \le \sqrt{\dfrac{543}{4}}$, do $R \in \mathbb{Z} \Rightarrow R \in \{8;9;10;11\}$.

Vậy, có 4 giá trị nguyên thỏa yêu cầu

Ghi Chú!

§2- PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

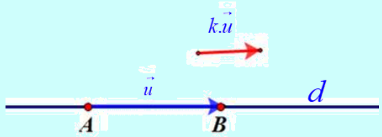
Ⓐ Tóm tắt lý thuyết cơ bản

Ghi nhớ!

❶. Định nghĩa VTCP *của đường thẳng*:

☑ Cho đường thẳng Δ. Vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ nếu giá của nó song song hoặc trùng với Δ.

☑ Cho đường thẳng Δ đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$.



Chú ý:

- *Nếu* $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của Δ thì $k.\vec{u}\,(k \neq 0)$ cũng là vectơ chỉ phương của Δ.
- *Nếu đường thẳng Δ đi qua hai điểm A, B thì $\overrightarrow{AB}$ là một vectơ chỉ phương.*
- *Cho đường thẳng Δ có phương trình (1) thì*
- $\vec{u} = (a; b; c)$ *là một vectơ chỉ phương của Δ.*
- *Với điểm $M \in \Delta$ thì $M(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct)$ trong đó t là một giá trị cụ thể tương ứng với từng điểm*

❷. *Định nghĩa PTTS của đường thẳng*

Định nghĩa PTTS của đường thẳng

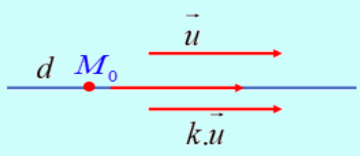
☑ Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{a} \neq \vec{0}$:

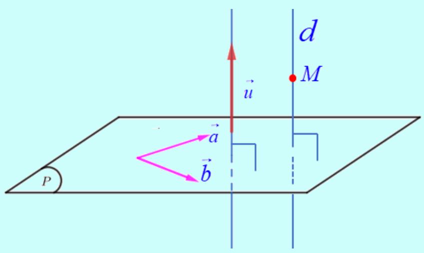
$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \quad (t \in R) \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

☑ Nếu a_1, a_2 , a_3 đều khác không .Phương trình đường thẳng Δ viết dưới ***dạng chính tắc*** như sau:

$$\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}$$

☑ ***Chú ý***: Cần xác định 1 điểm và 1 VTCP để viết PTTS của đường thẳng.





Ghi Chú!

3. Vị trí tương đối của hai đường thẳng :

Chương trình chuẩn

- Trong Kg Oxyz cho hai đường thẳng

$$d:\begin{cases}x=x_o+a_1t\\ y=y_o+a_2t\\ z=z_0+a_3t\end{cases}\qquad d':\begin{cases}x=x_o'+a_1't'\\ y=y_o'+a_2't'\\ z=z_o'+a_3't'\end{cases}$$

vtcp $\vec{u}$ đi qua M_o và d'có vtcp $\vec{u'}$ đi qua M_o'

- $\vec{u},\vec{u'}$ **cùng phương**

❖ d // d'$\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{u}=k\vec{u'}\\ M_0\notin d'\end{cases}$

❖ d ≡ d'$\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{u}=k\vec{u'}\\ M_0\in d'\end{cases}$

- $\vec{u},\vec{u'}$ **Không cùng phương**

$$\begin{cases}x_o+a_1t=x_o'+a_1't'\\ y_o+a_2t=y_o'+a_2't'\\ z_0+a_3t=z_o'+a_3't'\end{cases}\qquad (I)$$

- d chéo d'⇔Hệ Ptrình (I) vô nghiệm
- d cắt d'⇔ Hệ Ptrình (I) có một nghiệm

Chương trình nâng cao

- Trong Kg Oxyz cho hai đường thẳng

$$d:\begin{cases}x=x_o+a_1t\\ y=y_o+a_2t\\ z=z_0+a_3t\end{cases}\qquad d':\begin{cases}x=x_o'+a_1't'\\ y=y_o'+a_2't'\\ z=z_o'+a_3't'\end{cases}$$

vtcp $\vec{u}$ đi qua M_o và d'có vtcp $\vec{u'}$ đi qua M_o'

- (d) // (d') $\Leftrightarrow\begin{cases}[\vec{u},\vec{u'}]=\vec{0}\\ M_o\notin d'\end{cases}$
- (d) ≡ (d') $\Leftrightarrow\begin{cases}[\vec{u},\vec{u'}]=\vec{0}\\ M_0\in d'\end{cases}$
- (d) cắt (d') $\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\vec{u},\vec{u'}\right]\neq 0\\ \left[\vec{u},\vec{u'}\right].\overrightarrow{M_oM_0'}=0\end{cases}$
- (d) chéo (d') $\Leftrightarrow\left[\vec{u},\vec{u'}\right].\overrightarrow{M_0M_0'}\neq 0$

4. Vị Trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng :

Cách 1

❍ Trong Kg Oxyz cho $(\alpha):Ax+By+Cz+D=0$

và $d:\begin{cases}x=x_o+a_1t\\ y=y_o+a_2t\\ z=z_0+a_3t\end{cases}$

❍ *Phương trình* $A(x_0+a_1t)+B(y_0+a_2t)+C(z_0+a_3t)+D=0$ (1)

- P.trình (1) vô nghiệm thì d // (α)
- P.trình (1) có một nghiệm thì d cắt (α)
- P. trình (1) cóvô số nghiệm thì d thuộc(α)

❍ *Đặc biệt :* $(d)\perp(\alpha)\Leftrightarrow\vec{a},\vec{n}$ cùng phương.

Cách 2

❍ Trong không gian Oxyz cho đường thẳng d qua M(x_0;y_0;z_0) có vtcp $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ và $(\alpha):Ax+By+Cz+D=0$ có vtpt $\vec{n}=(A;B;C)$

- (d) cắt (α) ⇔ $\vec{a}.\vec{n}\neq 0$
- (d) // (α) ⇔ $\begin{cases}\vec{a}.\vec{n}=0\\ M\notin(\alpha)\end{cases}$

❍ (d) nằm trên mp(α) ⇔ $\begin{cases}\vec{a}.\vec{n}=0\\ M\in(\alpha)\end{cases}$

5. *Khoảng cách*

Ghi Chú!

①. Khoảng cách từ $M_0(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng (α): Ax+By+Cz+D=0 cho bởi côngthức

$$d(M_0,\alpha)=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

②. Khoảng cách từ M đến đường thẳng (d)

❖ ***Phương pháp 1 :***

- Lập ptmp(α) đi qua M và vuông góc với d.
- Tìm tọa độ giao điểm H của mp(α) và d
- d(M, d) =MH

❖ ***Phương pháp 2*** :

(d đi qua M_0 có vtcp $\vec{u}$)

$$d(M,\Delta)=\frac{\left|[\overrightarrow{M_0M},\vec{u}]\right|}{|\vec{u}|}$$

③. Khoảng cách giữa hai đường chéo nhau

❖ ***Phương pháp 1***:

- d đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$; cóvtcp $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$
- d'qua $M'(x'_0;y'_0;z'_0)$; vtcp $\vec{a'}=(a'_1;a'_2;a'_3)$
- Lập pt mp(α) chứa d và song song với d'
- d(d,d')= d(M',(α))

❖ ***Phương pháp 2:***

- d đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$; cóvtcp $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$
- d'qua $M'(x'_0;y'_0;z'_0)$; vtcp $\vec{a'}=(a'_1;a'_2;a'_3)$

$$d(\Delta,\Delta')=\frac{\left|[\vec{a},\vec{a'}].\overrightarrow{MM'}\right|}{\left|[\vec{a},\vec{a'}]\right|}$$

6. Xác định góc:

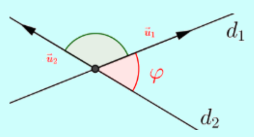
①. Góc giữa hai đường thẳng

❖ ***Phương pháp***

☑ (Δ) đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ có VTCP $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$

☑ (Δ') đi qua $M'(x'_0;y'_0;z'_0)$ có VTCP $\vec{a'}=(a'_1;a'_2;a'_3)$

$$\cos\varphi=\left|\cos(\vec{a},\vec{a'})\right|=\frac{\left|\vec{a}.\vec{a'}\right|}{|\vec{a}|.|\vec{a'}|}=\frac{|a_1.a'_1+a_2.a'_2+a_3.a'_3|}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}.\sqrt{a'^2_1+a'^2_2+a'^2_3}}$$



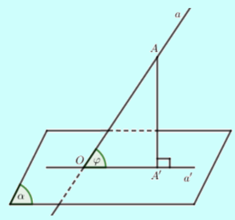
②. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

❖ ***Phương pháp***

☑ (Δ) đi qua M_0 có VTCP $\vec{a}$, mp(α) có VTPT $\vec{n}=(A;B;C)$

☑ Gọi φ là góc hợp bởi (Δ) và mp(α)

$$\sin\varphi=\left|\cos(\vec{a},\vec{n})\right|=\frac{|Aa_1+Ba_2+Ca_3|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}.\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}}$$



B. Dạng toán cơ bản

Ghi Chú!

➽Dạng ①: Viết phương trình đường thẳng biết yếu tố điểm, vectơ, song song hay vuông góc(với đường thẳng, mặt phẳng)

Câu 1: (ĐTK 2017-Câu 9) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3t\\z=-2+t\end{cases}$?

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{1}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$ **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{1}$

Lời giải

Chọn D

Do đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3t\\z=-2+t\end{cases}$ đi qua điểm $M(1;0;-2)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(2;3;1)$ nên có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{1}$.

Câu 2: (THPTQG 2021-L1-MĐ101-Câu 4) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases}x=-2+3t\\y=4-t\\z=5+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=3-2t\\y=1+4t\\z=4+5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua $M(3;-1;4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$ là:

$\begin{cases}x=3-2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$.

Câu 3: (THPTQG 2021-L1-MĐ102-Câu 7) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=-1-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=5+2t\\y=2+2t\\z=-3+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 4: (THPTQG 2021-L1-MĐ103-Câu 5) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;1;2)$ và có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(2;4;-1)$. Phương trình của d là

Ghi Chú!

A. $\begin{cases}x=3+2t\\y=1+4t\\z=2-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-3+2t\\y=1+4t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-3+2t\\y=1+4t\\z=2-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2-3t\\y=4+t\\z=-1+2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết phương trình tham số của d là $\begin{cases}x=-3+2t\\y=1+4t\\z=2-t\end{cases}$.

Câu 5: (THPTQG 2021-L1-MĐ103-Câu 29) Trong không gian $Oxyz$, Cho điểm $M(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$.

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-3}$.

C. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{-3}$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua $M(1;2;-1)$ và vuông góc với $(P):2x+y-3z+1=0$ nhận vectơ pháp

tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_P}=(2;1;-3)$ làm vectơ chỉ phương, nên có phương trình chính

tắc là: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-3}$.

Câu 6: (THPTQG 2021-L1-MĐ104-Câu 20) Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;5;-2)$ và có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(3;-6;1)$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=-6+5t\\z=1-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5+6t\\z=-2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=-2+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $M(1;5;-2)$ và nhận $\vec{u}=(3;-6;1)$ làm vecto chỉ phương là: $(d):\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=-2+t\end{cases}$.

Câu 7: (THPTQG 2021-L1-MĐ104-Câu 29) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x+2y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-1}$. **B.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Vecto chỉ phương của đường thẳng d là: $\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(3;2;-1)$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua M và vuông góc với (P) là: $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-1}$.

Câu 8: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 27] Trong không gia $Oxyz$ phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$ là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{-1}$.
B. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{3}$.
C. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{-1}$.
D. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$ là

là: $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{3}$.

Câu 9: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 27] Trong không gia $Oxyz$ phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$ là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{-1}$.
B. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{3}$.
C. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{-1}$.
D. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$ là: $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{3}$.

Câu 10: [MD 103-TN BGD 2023-CÂU 9] Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;-1;2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(4;3;-2)$ là

A. $\frac{x-3}{4}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+2}{-2}$.
B. $\frac{x+3}{4}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{-2}$.
C. $\frac{x-4}{-3}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+2}{2}$.
D. $\frac{x+4}{-3}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-2}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;-1;2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(4;3;-2)$ có phương trình chính tắc là: $\frac{x+3}{4}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{-2}$.

Câu 11: [MD 104-TN BGD 2023-CÂU 20] Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$ là

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{-1}$.
B. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{3}$.
C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{-1}$.
D. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ghi Chú!

Phương trình đường thẳng d là $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{3}$.

Câu 12: (THPTQG 2017-MĐ101-Câu 20) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+3y-z+5=0$?

A. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=3t \\ z=1-t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3t \\ z=1-t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+3t \\ z=1-t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=3t \\ z=1+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Vectơ chỉ phương của đường thẳng là $\vec{u}=(1;3;-1)$ nên suy ra chỉ đáp án **B** hoặc **C** đúng. Thử tọa độ điểm $A(2;3;0)$ vào ta thấy đáp án **B** thỏa mãn.

Câu 13: (THPTQG 2017-MĐ102-Câu 23) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A. $\begin{cases} x=-2t \\ y=-1+t \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $x-2y+z=0$.

C. $\frac{x}{-2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua A và song song BC nhận $\overrightarrow{BC}=(-2;1;1)$ làm vecto chỉ phương

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng cần tìm: $\frac{x}{-2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{1}$.

Chú ý: *Đáp án A không nhận được, vì đó là phương trình tham số của đường thẳng cần tìm, chứ không phải phương trình chính tắc.*

Câu 14: (THPTQG 2017-MĐ102-Câu 34) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$, $(Q): x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=-3-t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3-2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2 \\ z=3+2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_{(P)}=(1;1;1) \\ \vec{n}_{(Q)}=(1;-1;1) \end{cases}$ và $\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(2;0;-2)=2(1;0;-1)$. Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng, nên nhận véc tơ $(1;0;-1)$ làm véc tơ chỉ phương.

Ghi Chú!

Câu 15: (THPTQG 2017-MĐ103-Câu 19) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3), B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB và song song với d?

A. $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. **B.** $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$.

C. $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của AB khi đó ta có $I(0;1;-1)$

Ta có $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$ suy ra $\vec{u}(1;-1;2)$ là một vecto chỉ phương của đường thẳng d. Vậy đương thẳng đi qua điểm I và song sog với d sẽ nhận $\vec{u}(1;-1;2)$ là một vecto chỉ phương. Vậy phương trình của đường thẳng đó là: $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Câu 16: (THPTQG 2019-MĐ101-Câu 33) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-2-4t\\y=-2-3t\\z=2-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=-1+3t\\z=3-t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-4+3t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=3-t\\z=1+3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-2;2)$, $\overrightarrow{AD}=(0;-1;3)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]=(-4;-3;-1)$.

Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

$\begin{cases}x=-2+4t\\y=-4+3t\\z=2+t\end{cases}$.

Câu 17: (THPTQG 2019-MĐ102-Câu 32) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A\ 1;0;2\ ,B\ 1;2;1\ ,C\ 3;2;0$ và $D\ 1;1;3$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng BCD có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-t\\y=4t\\z=2+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=4\\z=2+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=4+4t\\z=4+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2-4t\\z=2-2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng BCD nhận vectơ pháp tuyến của BCD là vectơ chỉ phương.

Ta có $\overrightarrow{BC} = \;2;0;-1\;, \overrightarrow{BD} = \;0;-1;2\;$.

$\Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{n_{BCD}} = \left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right] = \;-1;-4;-2\;$.

Khi đó ta loại đáp án A và **B**

Thay điểm $A\;1;0;2\;$ vào phương trình ở phương án C ta có $\begin{cases}1=2+t\\0=4+4t\\2=4+2t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=-1\\t=-1\\t=-1\end{cases}$

Suy ra đường thẳng có phương trình tham số ở phương án C đi qua điểm A nên C là phương án đúng.

Câu 18: (THPTQG 2019-MĐ103-Câu 31) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;2)$, $B(2;1;0)$, $C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3+3t\\y=-2+2t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3\\y=2\\z=-1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=2+2t\\z=1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;1;-1)$, $\overrightarrow{BD}=(0;-1;-2)$.

$\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]=(-3;-2;1)$.

Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có một vectơ chỉ phương $\vec{u}$.

$d\perp(BCD)$ nên $\begin{cases}d\perp BC\\d\perp BD\end{cases}$ do đó $\vec{u}$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]$. Chọn $\vec{u}=(3;2;-1)$.

Xét $E(3;2;1)$, ta có $\overrightarrow{AE}=(3;2;-1)=\vec{u}$ nên $E\in d$.

Đường thẳng d đi qua $E(3;2;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;2;-1)$ có phương trình

là: $\begin{cases}x=3+3t\\y=2+2t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 19: (THPTQG 2019-MĐ104-Câu 33) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(3;-2;0)$, $D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=-1-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=1-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-3+2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;3;1)$; $\overrightarrow{AC}=(1;-1;0)$; $\vec{n}_{(ABC)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;1;-2)$.

Ghi Chú!

Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có véc tơ chỉ phương là $\vec{n}_{(ABC)} = (1;1;-2)$, phương trình tham số là: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -3-2t \end{cases}$ đường thẳng này cũng chính là $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -1-2t \end{cases}$

Câu 20: (ĐTK 2020-L2-Câu 38) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2t \\ z = 1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = t \\ z = 1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1-t \\ y = t \\ z = 1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2t \\ z = 1-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2;2;-2)$.

Đường thẳng MN đi qua $M(1;0;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MN} = (1;1;-1)$.

Suy ra $MN: \begin{cases} x = 1+t \\ y = t \\ z = 1-t \end{cases}$.

Câu 21: (THPTQG 2020-L1-MĐ101-Câu 32) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$ và $C(3;4;-1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{-1}$. **B.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{BC} = (2;3;-1)$.

Đường thẳng đi qua $A(1;0;1)$ và song song BC với có phương trình là $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-1}$.

Câu 22: (THPTQG 2020-L1-MĐ102-Câu 35) Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(1;2;3), B(1;1;1), C(3;4;0)$ đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là?

A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+3}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{BC} = (2;3;-1)$.

Ghi Chú!

Phương trình đường thẳng đi qua $A(1;2;3)$ nhận $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{-1}$.

Câu 23: (THPTQG 2020-L1-MĐ103-Câu 34) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;1;2)$ và $C(2;3;1)$. Đường thẳng đi qua $A(1;2;0)$ và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{4}=\frac{z}{3}$.

C. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{4}=\frac{z}{3}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{BC}=(1;2;-1)$.

Đường thẳng đi qua $A(1;2;0)$ và song song với BC nhận $\overrightarrow{BC}=(1;2;-1)$ làm vecto chỉ phương có phương trình chính tắc là: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-1}$.

Câu 24: (THPTQG 2020-L1-MĐ104-Câu 35) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;0)$; $B(1;0;1)$; $C(3;1;0)$. Đường thẳng đi qua $A(1;1;0)$ và song song với BC có phương trình

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x+1}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{1}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng cần tìm đi qua $A(1;1;0)$ và có một véc tơ chỉ phương là

$\vec{u}=\overrightarrow{BC}=(2;1;-1)$

Phương trình đường thẳng cần tìm là: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1}$.

Câu 25: (THPTQG 2020-L2-MĐ101-Câu 35) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z+1=0$. Phương trình đường thẳng qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=3+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-t\\z=-3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=3+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=-2-t\\z=3-3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) suy ra đường thẳng d nhận vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;-1;3)$ của mặt phẳng (P) làm một vectơ chỉ phương.

Phương trình tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=3+3t\end{cases}$.

Ghi Chú!

Câu 26: (THPTQG 2020-L2-MĐ102-Câu 38) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-1=0$. Phương trình đường thẳng qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1+2t \\ z=3-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2-t \\ z=3+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-3+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2-t \\ z=-3-3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d qua $M(1;2;-3)$ và vuông góc với $(P): 2x-y+3z-1=0$ nên d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(2;-1;3)$. Khi đó phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-3+3t \end{cases}$

Câu 27: (THPTQG 2020-L2-MĐ103-Câu 34) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-3z+1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-2t \\ z=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=-3+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đường thẳng đi qua $M(1;-2;2)$ nhận VTPT của mặt phẳng (P) làm VTCP $\vec{u}=(2;1;-3)$ có dạng: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$.

Câu 28: (THPTQG 2020-L2-MĐ104-Câu 37) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-3z=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=-3-2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;-2)$ đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P).

Mặt phẳng (P) có một véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;1;-3)$.

Vì $\Delta \perp (P)$ nên đường thẳng Δ nhận $\vec{n}=(2;1;-3)$ làm véctơ chỉ phương.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;-2)$ và nhận $\vec{n}=(2;1;-3)$ làm véctơ chỉ phương nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$.

Ghi Chú!

Câu 29: (ĐTK 2021-Câu 38) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=1+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3+2t \\ z=2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-3;2)$.

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ có vec tơ chỉ phương

$\overrightarrow{AB}=(1;-3;2)$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

Câu 30: (THPTQG 2021-L1-MĐ101-Câu 32) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P):x-2y+4z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z+2}{4}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua $M(-1;3;2)$ và vuông góc với (P) có một véc tơ chỉ phương là

$\vec{u}=\overrightarrow{n_P}=(1;-2;4)$. Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là: $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{4}$.

Câu 31: (THPTQG 2021-L1-MĐ102-Câu 34) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-1)$ và mặt phẳng $(P):x-3y+2z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{2}$.

C. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d đi qua M và vuông góc với (P) có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\vec{n}_P=(1;-3;2)$

.

Phương trình chính tắc đường thẳng d là $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{2}$.

Câu 32: (DE TN BGD 2022-MD 103) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

Ghi Chú!

A. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=2-3t \\ z=1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2+3t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3-2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P).

Do d vuông góc với (P) nên d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-3;-1)$.

Vậy phương trình của đường thẳng d là: $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 33: (DE TN BGD 2022-MD 104) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2+3t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=2-3t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3-2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) có véc tơ chỉ phương là

$\vec{u}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;-3;-1)$.

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

$\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 34: (DE MH BGD 2023 - Câu 36) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-1;-1)$ và $N(5;5;1)$. Đường thẳng MN có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=5+2t \\ y=5+3t \\ z=-1+t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=5+t \\ y=5+2t \\ z=1+3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=-1+t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=-1+3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{MN}=(4;6;2)=2(2;3;1)$.

Đường thẳng MN qua $M(1;-1;-1)$ nhận $\overrightarrow{MN}=(2;3;1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình

$\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Câu 35: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 31] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(P): x+2y+z=0$ nên nhận vecGTr pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;1)$ của (P) là vecGTr chỉ phương.

Mặt khác đường thẳng đi qua $A(1;2;-1)$ nên ta có phương trình $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Chọn đáp án

Câu 36: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 31] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(P): x+2y+z=0$ nên nhận vecGTr pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;1)$ của (P) là vecGTr chỉ phương.

Mặt khác đường thẳng đi qua $A(1;2;-1)$ nên ta có phương trình $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Chọn đáp án

Câu 37: [MD 103-TN BGD 2023-CÂU 35] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-5=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-3t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=3-t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Do đường thẳng cần tìm vuông góc với (P) nên nhận vectơ pháp tuyến $\vec{u}=\overrightarrow{n_P}=(2;3;1)$ làm vectơ chỉ phương.

Đường thẳng đi qua $A(1;-1;1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;1)$ có dạng: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 38: [MD 104-TN BGD 2023-CÂU 31] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

Ghi Chú!

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi d là đường thẳng đi qua $A(1;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng (P).

Khi đó: $d\perp(P): x+2y+z=0 \Rightarrow$ Đường thẳng d nhận véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) làm một véc tơ chỉ phương, hay $\overrightarrow{u_d}(1;2;1) \Rightarrow$ Phương trình đường thẳng d là

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$$

Câu 39: (ĐTK 2017-Câu 37) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+5}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương hình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

A. $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5-t \\ z=-3+4t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5+t \\ z=3+4t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5+2t \\ z=3-t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-6-t \\ z=7+4t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Đường thẳng d đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có VTCP $\vec{u}_d=(2;-1;4)$

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với $(P): x+3=0$.

Suy ra mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có VTPT là $[\vec{n}_P;\vec{u}_d]=(0;4;1)$

$\Rightarrow (Q): 4y+z+17=0$.

Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là

$\begin{cases} 4y+z+17=0 \\ x+3=0 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x=-3 \\ y=-6-t \\ z=7+4t \end{cases}$.

Cách 2: Ta có $M\in d \Rightarrow M(1+2t;-5-t;3+4t)$. Gọi M' là hình chiếu của M trên $(P): x+3=0$. Suy ra $M'(-3;-5-t;3+4t)$. Suy ra $d':\begin{cases} x=-3 \\ y=-5-t \\ z=3+4t \end{cases}$

So sánh với các phương án, ta chọn D là đáp án đúng.

Câu 40: (THPTQG 2017-MĐ101-Câu 34) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta':\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ và Δ'.

A. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=1+3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$

Lời giải

Ghi Chú!

Chọn D

+) VTCP của Δ, Δ' lần lượt là $\vec{u}=(3;2;1)$ và $\vec{v}=(1;3;-2)$; $[\vec{u},\vec{v}]=(-7;7;7)$

+) Vì d vuông góc với Δ và Δ' nên $\vec{u}_d=(-1;1;1)$.

+) d đi qua $M(-1;1;3)$ nên $d:\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$.

Câu 41: (ĐTK 2018-Câu 44) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;1), B(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3})$. Đường thẳng qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$ **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-8}{-2}=\frac{z-4}{2}$

C. $\frac{x+\frac{1}{3}}{1}=\frac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\frac{z-\frac{11}{6}}{2}$ **D.** $\frac{x+\frac{2}{9}}{1}=\frac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\frac{z+\frac{5}{9}}{2}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left[\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right]=(4;-8;8)$

Gọi d là đường thẳng thỏa mãn khi đó d có VTCP $\vec{u}=(1;-2;2)$

Ta có $OA=3, OB=4, AB=5$. Gọi $I(x;y;z)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB

Áp dụng hệ thức $OB.\overrightarrow{IA}+OA.\overrightarrow{IB}+AB.\overrightarrow{IO}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 4.(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OI})+3.(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OI})+5.\overrightarrow{IO}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OI}=\frac{1}{12}\left(4\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}\right) \Rightarrow I(0;1;1)$

Suy ra $d:\begin{cases}x=t\\y=1-2t\\z=1+2t\end{cases}$ cho $t=-1 \Rightarrow d$ đi qua điểm $M(-1;3;-1)$

Do đó d đi qua $M(-1;3;-1)$ có VTCP $\vec{u}=(1;-2;2)$ nên đường thẳng có phương trình $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$.

Câu 42: (ĐTK 2019-Câu 35) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z+1}{5}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+4}{1}=\frac{z+5}{1}$

Lời giải

Chọn C

Cách 1: phương pháp tự luận

Đường thẳng d đi qua điểm $M_0(0;-1;2)$ và có VTCP $\vec{u}_d=(1;2;-1)$

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P).

Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M_0(0;-1;2)$ và có VTPT là $[\vec{n}_P,\vec{u}_d]=(-3;2;1)=-(3;-2;-1)$

Ghi Chú!

$\Rightarrow (Q): 3x-2y-z=0$.

Gọi Δ là hình chiếu của d trên (P), nên tập hợp các điểm thuộc Δ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x-2y-z=0 \\ x+y+z-3=0 \end{cases}$

Cho $x=0 \Rightarrow M(1;1;1)$.

Cho $y=0 \Rightarrow N\left(\dfrac{3}{4};0;\dfrac{9}{4}\right)$.

Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là đường thẳng qua $M(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\overrightarrow{MN}=\left(-\dfrac{1}{4};-1;\dfrac{5}{4}\right)=-\dfrac{1}{4}(1;4;-5)$ là

$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$.

Câu 43: (THPTQG 2021-L1-MĐ101-Câu 45) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+2}{-4}$. **B.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-4}$. **D.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ giao điểm A của d và (P) thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1} \\ x+2y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow A(0;1;2).$$

Lấy điểm $B(1;2;1)\in d$. Gọi H là hình chiếu của B trên (P).

$\Rightarrow$Phương trình BH: $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$

Do $H=BH\cap(P)$ nên tọa độ điểm H thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \\ x+2y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-\dfrac{1}{3} \\ x=\dfrac{2}{3} \\ y=\dfrac{4}{3} \\ z=\dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow H\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{2}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AH}=\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3}\right).$$

Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên $(P) \Rightarrow d'$ đi qua A và H

$\Rightarrow d'$ có một vector chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-4)$.

Vậy phương trình đường thẳng d' là: $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-4}$.

Ghi Chú!

Câu 44: (THPTQG 2021-L1-MĐ102-Câu 46) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-z+3=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{13}$. **B.** $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{-5}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{13}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Đường thẳng d đi qua $A(-1;0;1)$ có 1 VTCP là: $\vec{u}=(1;1;2)$.

Mặt phẳng (P) có 1 VTPT là: $\vec{n}=(2;1;-1)$.

Ta có $\vec{v}=[\vec{u},\vec{n}]=(-3;5;-1)$; $\vec{a}=[\vec{n},\vec{v}]=(4;5;13)$.

Δ là hình chiếu của d trên $(P)\Rightarrow\Delta$ đi qua $A(-1;0;1)$ và có 1 VTCP $\vec{a}=[\vec{n},\vec{v}]=(4;5;13)$.

Suy ra phương trình $\Delta:\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{13}$.

Câu 45: (THPTQG 2021-L1-MĐ103-Câu 43) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z-6=0$ hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{7}$. **D.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{4}=\frac{z+1}{7}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có d đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và $A(1;2;-1)$ thuộc (P)

Vậy $A(1;2;-1)$ là giao điểm của d và (P)

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với (P). Khi đó (Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)}=[\vec{u}_d,\vec{n}_{(P)}]=(3;-1;1)$.

Đường thẳng d' là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) nên có một vecto chỉ phương là

$\vec{u}_{d'}=[\vec{n}_Q,\vec{n}_P]=(-1;4;7)$.

Vậy đường thẳng d' có $\vec{u}_{d'}=(-1;4;7)$ và đi qua điểm $A(1;2;-1)$ có phương trình chính tắc là

$\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{4}=\frac{z+1}{7}$.

Câu 46: (THPTQG 2021-L1-MĐ104-Câu 43) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+2=0$. Hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (P) là đường thẳng có phương trình:

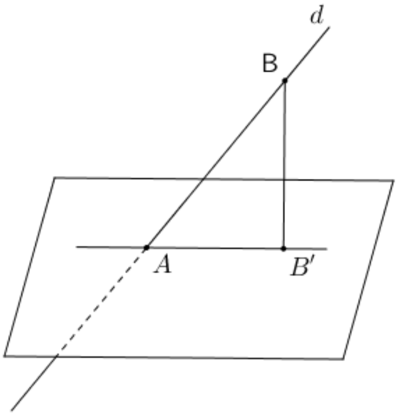
Ghi Chú!

A. $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z-1}{3}$. **B.** $\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{8}$.

C. $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z+1}{3}$. **D.** $\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{8}$.

Lời giải

Chọn D



Cách 1

• Tọa độ $A=d\cap(P)$ thỏa $\begin{cases}x+2y-2z+2=0\\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}=\dfrac{x+2y-2z+2}{1-2-4}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=0\Rightarrow A(0;0;1).\\ z=1\end{cases}$

• Lấy điểm $B(1;-1;3)\in d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

Gọi B' là hình chiếu của điểm B lên mặt phẳng (P) $\Rightarrow BB':\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{-2}$

• Tọa độ $B'=BB'\cap(P)$ thỏa

$$\begin{cases}x+2y-2z+2=0\\ \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{-2}=\dfrac{x+2y-2z+2+5}{1+4+4}=\dfrac{5}{9}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1+\dfrac{5}{9}=\dfrac{14}{9}\\ y=-1+2.\dfrac{5}{9}=\dfrac{1}{9}\Rightarrow B'\left(\dfrac{14}{9};\dfrac{1}{9};\dfrac{17}{9}\right).\\ z=3-2.\dfrac{5}{9}=\dfrac{17}{9}\end{cases}$$

• $\overrightarrow{AB'}=\left(\dfrac{14}{9};\dfrac{1}{9};\dfrac{8}{9}\right)=\dfrac{1}{9}\vec{u}\Rightarrow\vec{u}=(14;1;8)$ là vectơ chỉ phương của AB'.

• Vậy $AB':\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{8}$ là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên (P).

Cách 2

• Tọa độ $A=d\cap(P)$ thỏa $\begin{cases}x+2y-2z+2=0\\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}=\dfrac{x+2y-2z+2}{1-2-4}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=0\Rightarrow A(0;0;1).\\ z=1\end{cases}$

• Gọi d' là hình chiếu của d lên (P);

+ Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$.

+ Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;-2)$.

+ $\vec{a}=\left[\vec{u},\vec{n}\right]=(-2;4;3)$.

+ $\left[\vec{n},\vec{a}\right]=(14;1;8)$ là vectơ chỉ phương của (d').

Ghi Chú!

• Vậy $d':\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{8}$.

Dạng ②: Viết phương trình đường thẳng liên quan đến tương giao

Câu 47: (ĐMH 2017-Câu 49) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;2)$

Gọi (P) là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d, nên nhận véc tơ chỉ phương của d là vecto pháp tuyến

$(P):1(x-1)+y+2(z-2)=0\Leftrightarrow x+y+2z-5=0$

Gọi B là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng $d\Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

Vì $B\in(P)\Leftrightarrow(1+t)+t+2(-1+2t)-5=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow B(2;1;1)$

Ta có đường thẳng Δ đi qua A và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Cách 2:

Gọi $d\cap\Delta=B\Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

$\overrightarrow{AB}=(t;t;-3+2t)$, Đường thẳng d có VTCP là $\overrightarrow{u_d}=(1;1;2)$

Vì $d\perp\Delta$ nên $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_d}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow t+t+2(-3+2t)=0\Leftrightarrow t=1$

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$.Ta có đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$ và nhận véc tơ $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Câu 48: (ĐTK 2018-Câu 29) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$; $d_2:\dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$ **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$ **D.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$

Lời giải

Chọn A

Ghi Chú!

Phương trình $d_1:\begin{cases}x=3-t_1\\y=3-2t_1\\z=-2+t_1\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=5-3t_2\\y=-1+2t_2\\z=2+t_2\end{cases}$.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ.

Giả sử đường thẳng Δ cắt đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại A, B.

Gọi $A(3-t_1;3-2t_1;-2+t_1)$, $B(5-3t_2;-1+2t_2;2+t_2)$.

$\overrightarrow{AB}=(2-3t_2+t_1;-4+2t_2+2t_1;4+t_2-t_1)$.

Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;2;3)$.

Do $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}$ cùng phương nên $\dfrac{2-3t_2+t_1}{1}=\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}=\dfrac{4+t_2-t_1}{3}$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{2-3t_2+t_1}{1}=\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}\\\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}=\dfrac{4+t_2-t_1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=2\\t_2=1\end{cases}$. Do đó $A(1;-1;0)$, $B(2;-1;3)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;-1;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{n}=(1;2;3)$ là

$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Câu 49: (THPTQG 2018-MĐ101-Câu 33) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+2t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2t\\z=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $B=\Delta\cap Ox\Rightarrow B(b;0;0)$ và $\overrightarrow{BA}=(1-b;2;3)$.

Do $\Delta\perp d$, Δ qua A nên $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow 2(1-b)+2-6=0\Leftrightarrow b=-1$.

Từ đó Δ qua $B(-1;0;0)$, có một véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{BA}=(2;2;3)$ nên có phương trình

$\Delta:\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=3t\end{cases}$.

Câu 50: (THPTQG 2018-MĐ102-Câu 29) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases}x=2t\\y=-3+4t\\z=3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+t\\z=3+3t\end{cases}$.

Ghi Chú!

C. $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = 1+3t \\ z = 3+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3+3t \\ z = 2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ

$d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$ có VTCP $\vec{u} = (1;-2;2)$. Gọi $M(0;m;0) \in Oy$, ta có

$\overrightarrow{AM} = (-2;m-1;-3)$

Do $\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow -2-2(m-1)-6=0 \Leftrightarrow m=-3$

Ta có Δ có VTCP $\overrightarrow{AM} = (-2;-4;-3)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3+4t \\ z = 3t \end{cases}$.

Câu 51: (THPTQG 2018-MĐ103-Câu 35) Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+y-z+1=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = -4t \\ z = -3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3+t \\ y = -2+4t \\ z = 2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3+t \\ y = -2-4t \\ z = 2-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = -2+6t \\ z = 2+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

$d: \begin{cases} x = -1+2t \\ y = -t \\ z = -2+2t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d.

$\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_P}\right] = (-1;4;3)$ Gọi A là iao điểm của d và (P). Tọa độ A là nghiệm của phương trình:

$(-1+2t)+(-t)-(-2+2t)+1=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow A(3;-2;2)$

Phương trình Δ qua $A(3;-2;2)$ có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta} = (-1;4;3)$ có dạng: $\begin{cases} x = 3+t \\ y = -2-4t \\ z = 2-3t \end{cases}$

Câu 52: (THPTQG 2018-MĐ104-Câu 35) Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1-t \\ z = 2+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -3 \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-2t \\ z = 2+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1-t \\ z = 2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{1} \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -1+2t \\ z = 1+t \end{cases}$

Gọi $M = \Delta \cap (P) \Rightarrow M \in \Delta \Rightarrow M(t;2t-1;t+1)$

$M\in(P)\Rightarrow t-2(2t-1)-(t+1)+3=0 \Leftrightarrow 4-4t=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow M(1;1;2)$

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;-2;-1)$

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=(1;2;1)$

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ

$\Rightarrow$ Đường thẳng d nhận $\frac{1}{2}\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(0;-1;2)$ làm véc tơ chỉ phương và $M(1;1;2)\in d$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$

Câu 53: (ĐTK 2019-Câu 45) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases}x=2+9t\\y=1+9t\\z=3+8t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2-5t\\y=1+3t\\z=3\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=3\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=1+3t\\z=3-3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;5)$ và bán kính $R=6$.

$IE=\sqrt{1^2+1^2+2^2}=\sqrt{6}<R\Rightarrow$ điểm E nằm trong mặt cầu (S).

Gọi H là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P), A và B là hai giao điểm của Δ với (S).

Khi đó, AB nhỏ nhất $\Leftrightarrow AB\perp OE$, mà $AB\perp IH$ nên $AB\perp(HIE)\Rightarrow AB\perp IE$.

Suy ra: $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{EI}\right]=(5;-5;0)=5(1;-1;0)$.

Vậy phương trình của Δ là $\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=3\end{cases}$.

Câu 54: (ĐTK 2021-Câu 45) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$, $d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với (P), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+2}{-1}$. **B.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-2}=\frac{z+1}{-1}$. **D.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi M, N lần lượt là giao điểm của đường thẳng Δ cần tìm với d_1, d_2.

Ta có: $M(1+2t;t;-1-2t)$ và $N(2+k;2k;-1-k)\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(1+k-2t;2k-t;-k+2t)$.

Vì $\Delta\perp(P)$ nên $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_P}=(2;2;-1)$, điều này tương đương với

$\frac{1+k-2t}{2}=\frac{2k-t}{2}=\frac{-k+2t}{-1}\Leftrightarrow\begin{cases}2k+2t=2\\3t=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\k=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{MN}=(2;2;-1)\\N(3;2;-2)\end{cases}$.

Vậy $\Delta:\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+2}{-1}$.

Dạng ③: Viết phương trình đường thẳng liên quan đến góc, khoảng cách, diện tích,…

Câu 55: (THPTQG 2017-MĐ103-Câu 36) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-3+t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\frac{x-4}{3}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d', đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\frac{x-3}{3}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-2}{-2}$. **B.** $\frac{x+3}{3}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+2}{-2}$.

C. $\frac{x+3}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{-2}$. **D.** $\frac{x-3}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{-2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta nhận thấy đường thẳng Δ cần tìm và d, d'cùng thuộc mặt phẳng.

Ta có: Δ cách đều d,d' nên Δ nằm giữa d,d'.

Do đó: Gọi $A(2;-3;4)\in d; B(4;-1;0)\in d'$.

$\Rightarrow$ Trung điểm AB là $I(3;-2;2)$ sẽ thuộc đường thẳng Δ cần tìm.

Ta thế $I(3;-2;2)$ lần lượt vào các đáp án nhận thấy đáp án A thỏa.

Câu 56: (THPTQG 2018-MĐ101-Câu 49) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=1+4t\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+7t\\y=1+t\\z=1+5t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-10+11t\\z=-6-5t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-10+11t\\z=6-5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=1+4t\\z=1-5t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t'\\y=1-2t'\\z=1+2t'\end{cases}$.

Chọn điểm $B(2;-1;3)\in\Delta$, $AB=3$.

Điểm $C\left(\frac{14}{5};\frac{17}{5};1\right)$ hoặc $C\left(-\frac{4}{5};-\frac{7}{5};1\right)$ nằm trên d thỏa mãn $AC=AB$.

Kiểm tra được điểm $C\left(-\frac{4}{5};-\frac{7}{5};1\right)$ thỏa mãn BAC nhọn.

Ghi Chú!

Trung điểm của BC là $I\left(\frac{3}{5};-\frac{6}{5};2\right)$. Đường phân giác cần tìm là AI có vectơ chỉ phương

$\vec{u}=(2;11;-5)$ và có phương trình $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-10+11t\\z=6-5t\end{cases}$,

Câu 57: (THPTQG 2018-MĐ102-Câu 44) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-3\\z=5+4t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=6+11t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=-6+11t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+7t\\y=-3+5t\\z=5+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=-3\\z=5+7t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có điểm $A(1;-3;5)$ thuộc đường thẳng d, nên $A(1;-3;5)$ là giao điểm của d và Δ.

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{v}(-3;0;-4)$. Ta xét:

$\overrightarrow{u_1}=\frac{1}{|\vec{u}|}.\vec{u}=\frac{1}{3}(1;2;-2)=\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};-\frac{2}{3}\right)$; $\overrightarrow{v_1}=\frac{1}{|\vec{v}|}.\vec{v}=\frac{1}{5}(-3;0;-4)=\left(-\frac{3}{5};0;-\frac{4}{5}\right)$.

Nhận thấy $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{v_1}>0$, nên góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{v_1}$ là góc nhọn tạo bởi d và Δ.

Ta có $\vec{w}=\overrightarrow{u_1}+\overrightarrow{v_1}=\left(-\frac{4}{15};\frac{10}{15};-\frac{22}{15}\right)=-\frac{15}{2}(2;-5;11)$ là vectơ chỉ phương của đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ hay đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{w_1}=(2;-5;11)$. Do đó có phương trình: $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=-6+11t\end{cases}$.

Câu 58: (THPTQG 2018-MĐ103-Câu 39) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(0;-7;-1)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+6t\\y=2+11t\\z=3+8t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=-2+t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=1+5t\\y=2-2t\\z=3-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d đi qua $A(1;2;3)$ và có VTCP $\vec{a}=(1;1;0)$.

Ghi Chú!

Ta có $\vec{a}.\vec{u}=1.0+1.(-7)+0.(-1)=-7<0\Rightarrow(\vec{a},\vec{u})>90^{\circ}$.

Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có VTCP:

$\vec{b}=-\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}+\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\frac{1}{5\sqrt{2}}(5;12;1)//(5;12;1)$.

Phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=2+t\end{cases}$.

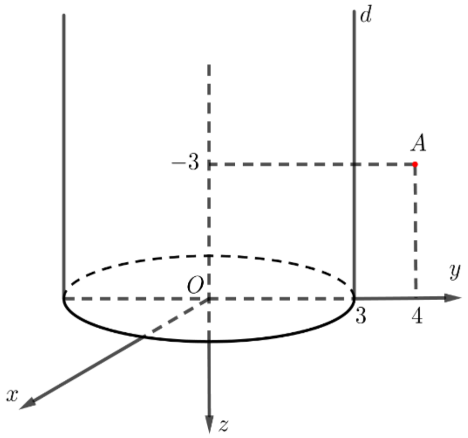
Câu 59: (THPTQG 2019-MĐ101-Câu 42) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $M(0;-3;-5)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $Q(0;5;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mô hình minh họa cho bài toán sau:



Ta có $d(A;d)_{\min}=|d(A;Oz)-d(d;Oz)|=1$.

Khi đó đường thẳng d đi qua điểm cố định $(0;3;0)$ và do $d//Oz\Rightarrow\overrightarrow{u_d}=\vec{k}=(0;0;1)$ làm vectơ chỉ phương của $d\Rightarrow d\begin{cases}x=0\\y=3\\z=t\end{cases}$. Dựa vào 4 phương án ta chọn đáp án

C. $N(0;3;-5)$.

Câu 60: (THPTQG 2019-MĐ102-Câu 45) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $Q(0;11;-3)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $M(0;-3;-5)$.

Lời giải

Chọn D

Vì d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3 nên d là đường sinh của hình trụ có trục là Oz và có bán kính đáy $r=3$.

Gọi A' là hình chiếu của A lên trục Oz $\Rightarrow A'(0;0;-3)$ và $AA'=4$.

Gọi $H(x;y;z)$ là hình chiếu của A lên d.

AH lớn nhất khi A, A', H thẳng hàng và $AH=AA'+A'H=AA'+r=4+3=7$.

Khi đó $\overrightarrow{AH}=\frac{7}{4}\overrightarrow{AA'} \Leftrightarrow (x;y-4;z+3)=\frac{7}{4}(0;-4;0) \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\ y=-3\\ z=-3\end{cases} \Rightarrow H(0;-3;-3)$.

Vậy d qua $H(0;-3;-3)$ có vectơ chỉ phương $\vec{k}=(0;0;1)$ nên có phương trình $\begin{cases}x=0\\ y=-3\\ z=-3+t\end{cases}$ suy ra d đi qua điểm $M(0;-3;-5)$.

Câu 61: (THPTQG 2018-MĐ104-Câu 38) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\ y=1+4t\\ z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;1;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là.

A. $\begin{cases}x=1+27t\\ y=1+t\\ z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-18+19t\\ y=-6+7t\\ z=11-10t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-18+19t\\ y=-6+7t\\ z=-11-10t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\ y=1+17t\\ z=1+10t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

$A=d\cap\Delta$

Phương trình tham số của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\ y=1+1t\\ z=1+2t\end{cases}$. Chọn điểm

$B(-1;2;3)\in\Delta, AB=3$.

Gọi $C\in d$ thỏa mãn $AC=AB\Rightarrow C\left(\frac{14}{5};\frac{17}{5};1\right)$ hoặc $C\left(-\frac{4}{5};-\frac{7}{5};1\right)$

Kiểm tra được điểm $C\left(-\frac{4}{5};-\frac{7}{5};1\right)$ thỏa mãn BAC là góc nhọn.

Trung điểm của BC là $I\left(-\frac{9}{10};\frac{3}{10};2\right)$.Đường phân giác cần tìm là AI có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(19;7;-10)$ có phương trình là $\begin{cases}x=1+19t\\ y=1+7t\\ z=1-10t\end{cases}$. Tọa độ điểm của đáp án B thuộc AI.

Câu 62: (THPTQG 2019-MĐ103-Câu 42) Trong không gian Oxyz, cho điểm $A\ 0;3;-2$. Xét đường thẳng d thay đổi song song với Oz và cách Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất. d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P\ -2;0;-2$. **B.** $N\ 0;-2;-5$. **C.** $Q\ 0;2;-5$. **D.** $M\ 0;4;-2$.

Lời giải

Chọn C

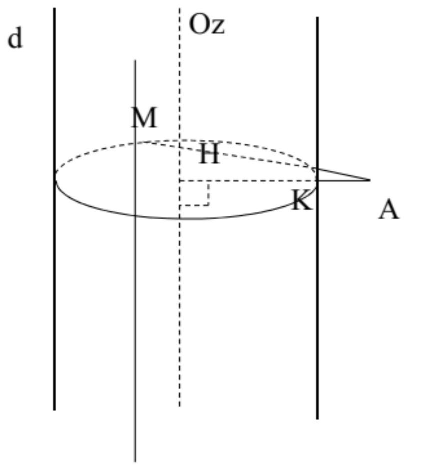
Vì d song song với Oz và cách Oz một khoảng bằng 2 nên d thuộc mặt trụ trục Oz và bán kính bằng 2. Có $H\ 0;0;-2$ là hình chiếu vuông góc của $A\ 0;3;-2$ trên Oz.

Có $\overrightarrow{HA}\ 0;3;0 \Rightarrow HA=3$ nên A nằm ngoài mặt trụ.

Ghi Chú!

Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với Oz. M là hình chiếu vuông góc của A trên d

Gọi K là giao điểm của AH và mặt trụ (K nằm giữa A và H).



Dễ thấy $d\ \ A;d\ \ = AM \geq AK;\ AK = AH - d\ \ A;d\ \ = 1$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv K$.

Khi đó ta có: $\overrightarrow{HK} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{HA} \Rightarrow K\ \ 0;2;-2\ \ \Rightarrow d:\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases} \quad (t \in R)$

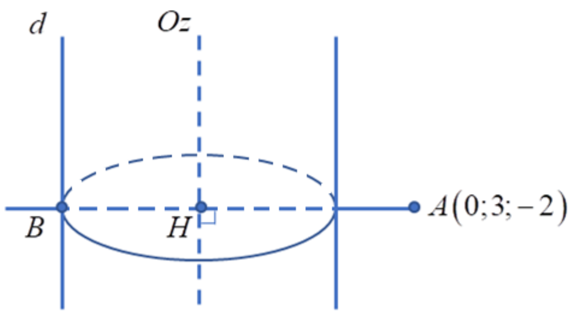
Với $t = -3$ ta thấy d đi qua điểm Q.

Câu 63: (THPTQG 2019-MĐ104-Câu 45) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(0;3;-2\right)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q\left(-2;0;-3\right)$. **B.** $M\left(0;8;-5\right)$. **C.** $N\left(0;2;-5\right)$. **D.** $P\left(0;-2;-5\right)$.

Lời giải

Chọn D



Do đường thẳng $d\,//\,Oz$ nên d nằm trên mặt trụ có trục là Oz và bán kính trụ là $R = 2$.

Gọi H là hình chiếu của A trên trục Oz, suy ra tọa độ $H\left(0;0;-2\right)$.

Do đó $d_{(A,Oz)} = AH = 3$.

Gọi B là điểm thuộc đường thẳng AH sao cho $\overrightarrow{AH} = \dfrac{3}{5}\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow B\left(0;-2;-2\right)$.

Vậy $d\left(A,d\right)_{\max} = 5 \Leftrightarrow d$ là đường thẳng đi qua B và song song với Oz.

Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=0\\y=-2\\z=-2+t\end{cases}$.

Kết luận: d đi qua điểm $P(0;-2;-5)$.

Dạng ④: Tọa độ điểm liên quan đến đường thẳng và bài toán liên quan

Câu 64: (THPTQG 2018-MĐ104-Câu 10) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$?

A. $P(1;2;5)$. **B.** $N(1;5;2)$. **C.** $Q(-1;1;3)$. **D.** $M(1;1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1. Dựa vào lý thuyết: Nếu d qua $M(x_0;y_0;z_0)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(a;b;c)$ thì phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}$, ta chọn đáp án **B.**

Cách 2. Thay tọa độ các điểm M vào phương trình đường thẳng d, ta có:

$\begin{cases}1=1-t\\2=5+t\\5=2+3t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\t=-3\\t=1\end{cases}$ (Vô lý). Loại đáp án **A.**

Thay tọa độ các điểm N vào phương trình đường thẳng d, ta có:

$\begin{cases}1=1-t\\5=5+t\\2=2+3t\end{cases}\Leftrightarrow t=0$. Nhận đáp án **B.**

Câu 65: (ĐTK 2019-Câu 11) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q(2;-1;2)$. **B.** $M(-1;-2;-3)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $N(-2;1;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm P vào phương trình d ta được: $\dfrac{1-1}{2}=\dfrac{2-2}{-1}=\dfrac{3-3}{2}$ (đúng).

Vậy đường thẳng d đi qua điểm $P(1;2;3)$.

Câu 66: (ĐTK 2020-L2-Câu 25) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d?

A. $P(1;2;-1)$. **B.** $M(-1;-2;1)$. **C.** $N(2;3;-1)$. **D.** $Q(-2;-3;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ghi Chú!

Ta có $\frac{1-1}{2}=\frac{2-2}{3}=\frac{-1+1}{-1}$ nên $P(1;2;-1)$ là một điểm thuộc đường thẳng d.

Câu 67: (THPTQG 2020-L2-MĐ101-Câu 12) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{4}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $Q(4;-2;1)$. **B.** $N(4;2;1)$. **C.** $P(2;1;-3)$. **D.** $M(2;1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Thay lần lượt tọa độ các điểm Q,N,P,M vào phương trình đường thẳng d ta thấy tọa độ điểm P thỏa mãn. Vậy điểm P thuộc đường thẳng d.

Câu 68: (THPTQG 2020-L2-MĐ102-Câu 5) Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d:\frac{x-4}{2}=\frac{y-2}{-5}=\frac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A. $N(4;2;-1)$. **B.** $Q(2;5;1)$. **C.** $M(4;2;1)$. **D.** $P(2;-5;1)$.

Lời giải

Chọn A

Thế điểm $N(4;2;-1)$ vào d ta thấy thỏa mãn nên **Chọn A**

Câu 69: (THPTQG 2020-L2-MĐ103-Câu 21) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{4}=\frac{z+2}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $N(3;-1;-2)$ **B.** $Q(2;4;1)$ **C.** $P(2;4;-1)$ **D.** $M(3;1;2)$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\frac{3-3}{2}=\frac{-1+1}{4}=\frac{-2+2}{-1}=0$. Vậy $N(3;-1;-2)$ thuộc d.

Câu 70: (THPTQG 2020-L2-MĐ104-Câu 11) Trong không gian cho $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+5}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $M(3;1;5)$. **B.** $N(3;1;-5)$. **C.** $P(2;2;-1)$. **D.** $M(2;2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ $N(3;1;-5)$ vào phương trình đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+5}{-1}$, ta được:

$\frac{3-3}{2}=\frac{1-1}{2}=\frac{-5+5}{-1}$ (thỏa mãn). Vậy $N(3;1;-5)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 71: (DE TN BGD 2022-MD 103) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $Q(2;1;1)$. **B.** $M(1;2;3)$. **C.** $P(2;1;-1)$. **D.** $N(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Cho $\begin{cases}x-2=0\\y-1=0\\z+1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\\z=-1\end{cases}$ vậy $P(2;1;-1)\in d$.

Ghi Chú!

Câu 72: (DE TN BGD 2022-MD 104) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $P(2;1;-1)$. **B.** $M(1;2;3)$. **C.** $Q(2;1;1)$. **D.** $N(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm $P(2;1;-1)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có:

$\frac{2-2}{1}=\frac{1-1}{-2}=\frac{-1+1}{3}\Leftrightarrow\frac{0}{1}=\frac{0}{-2}=\frac{0}{3}=0$ (thỏa mãn).

Thay tọa độ điểm $M(1;2;3)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có:

$\frac{1-2}{1}=\frac{2-1}{-2}=\frac{3+1}{3}\Leftrightarrow\frac{-1}{1}=\frac{1}{-2}=\frac{4}{3}$ (vô lí).

Thay tọa độ điểm $Q(2;1;1)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có:

$\frac{2-2}{1}=\frac{1-1}{-2}=\frac{1+1}{3}\Leftrightarrow\frac{0}{1}=\frac{0}{-2}=\frac{2}{3}$ (vô lí).

Thay tọa độ điểm $N(1;-2;3)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có:

$\frac{1-2}{1}=\frac{-2-1}{-2}=\frac{3+1}{3}\Leftrightarrow\frac{-1}{1}=\frac{-3}{-2}=\frac{4}{3}$ (vô lí).

Vậy điểm $P(2;1;-1)$ thuộc đường thẳng (d).

Câu 73: (DE MH BGD 2023 – Câu 18) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $P(1;2;3)$. **B.** $Q(1;2;-3)$. **C.** $N(2;1;2)$. **D.** $M(2;-1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Lần lượt thay tọa độ của 4 điểm đã cho vào phương trình đường thẳng d, ta thấy tọa độ của điểm $Q(1;2;-3)$ thỏa mãn. Vậy điểm $Q(1;2;-3)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 74: (THPTQG 2017-MĐ104-Câu 33) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ -1;\ 2)$, $B(-1;\ 2;\ 3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a;\ b;\ c)$ thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=28$, biết $c<0$.

A. $M(-1;\ 0;\ -3)$ **B.** $M(2;\ 3;\ 3)$

C. $M\left(\frac{1}{6};\ \frac{7}{6};\ -\frac{2}{3}\right)$ **D.** $M\left(-\frac{1}{6};\ -\frac{7}{6};\ -\frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $M\in d$ nên $\exists t\in\mathbb{R}: M(1+t;\ 2+t;\ 1+2t)$.Đk : $1+2t<0\Rightarrow t<\frac{-1}{2}$ (*)

$MA^2+MB^2=28\Leftrightarrow(-t)^2+(-3-t)^2+(1-2t)^2+(-2-t)^2+(-t)^2+(2-2t)^2=28$

$\Leftrightarrow 12t^2-2t-10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1(L)\\ t=-\frac{5}{6}(T/m)\end{array}\right.$. Với $t=-\frac{5}{6}$, ta có $M\left(\frac{1}{6};\frac{7}{6};-\frac{2}{3}\right)$.

Câu 75: (THPTQG 2018-MĐ103-Câu 15) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{2}$.

Ghi Chú!

A. $P(1;1;2)$. **B.** $N(2;-1;2)$. **C.** $Q(-2;1;-2)$. **D.** $M(-2;-2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{2}$ đi qua điểm $(-2;1;-2)$.

Câu 76: (ĐTK 2020-L1-Câu 16) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-1}{3}$?

A. $P(-1;2;1)$. **B.** $Q(1;-2;-1)$. **C.** $N(-1;3;2)$. **D.** $P(1;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng ta thấy điểm $P(-1;2;1)$ thỏa $\dfrac{-1+1}{-1}=\dfrac{2-2}{3}=\dfrac{1-1}{3}=0$. Vậy điểm $P(-1;2;1)$ thuộc đường thẳng yêu cầu.

Dạng ⑤: Phương trình mặt phẳng liên quan đến đường thẳng

Câu 77: (ĐTK 2020-L1-Câu 34) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ có phương trình là

A. $2x+2y+z+3=0$. **B.** $x-2y-z=0$.

C. $2x+2y+z-3=0$. **D.** $x-2y-z-2=0$.

Lời giải

Chọn C

$\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ thì Δ có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;2;1)$.

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm.

Có $\Delta\perp(\alpha)$, nên $\vec{u}=(2;2;1)$ là một vec-tơ pháp tuyến của (α).

Mặt phẳng (α) qua điểm $M(1;1;-1)$ và có một vec-tơ pháp tuyến $\vec{u}=(2;2;1)$.

Nên phương trình (α) là $2x+2y+z-3=0$.

Câu 78: (THPTQG 2020-L1-MĐ101-Câu 30) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $3x+2y-z+1=0$. **B.** $2x-2y+3z-17=0$.

C. $3x+2y-z-1=0$. **D.** $2x-2y+3z+17=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;2;-1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với d nên (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{u}=(3;2;-1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là

$3(x-2)+2(y+2)-(z-3)=0 \Leftrightarrow 3x+2y-z+1=0$.

Câu 79: (THPTQG 2020-L1-MĐ102-Câu 29) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;-2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x+2y-3z-9=0$. **B.** $x+y-2z-6=0$.
C. $x+2y-3z+9=0$ **D.** $x+y-2z+6=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d nên nhận một vecto pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(1;2;-3)$.

Và mặt phẳng đi qua điểm M nên có phương trình là

$1(x-1)+2(y-1)-3(z+2)=0$

$\Leftrightarrow x+2y-3z-9=0$.

Câu 80: (THPTQG 2020-L1-MĐ103-Câu 31) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$. Mặt phẳng đi qua điểm qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $2x+3y+z-3=0$. **B.** $2x-y+2z-9=0$.
C. $2x+3y+z+3=0$. **D.** $2x-y+2z+9=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(P)\perp d \Rightarrow$ .vectơ pháp tuyến của mp(P) là $\vec{n}=\vec{u}=(2;3;1)$

Khi đó mặt phẳng (P) có phương trình $2x+3y+z-3=0$.

Câu 81: (THPTQG 2020-L1-MĐ104-Câu 28) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-2;2)$, đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x+2y-2z+5=0$. **B.** $3x-2y+2z-17=0$.
C. $3x-2y+2z+17=0$. **D.** $x+2y-2z-5=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(3;-2;2)$ và vuông góc với $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-2}$.

Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(1;2;-2)$.

$(\alpha)\perp d$ nên vectơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}=(1;2;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là:

$1(x-3)+2(y+2)-2(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y-2z+5=0$.

Dạng ⑥: Bài toán về khoảng cách liên quan đến đường thẳng

Ghi Chú!

Câu 82: (ĐTK 2017-Câu 30) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P).

A. $d=\frac{1}{3}$. **B.** $d=\frac{5}{3}$. **C.** $d=\frac{2}{3}$. **D.** $d=2$.

Lời giải

Chọn D

(P) có vecto pháp tuyến $\vec{n}(2;-2;-1)$ và đường thẳng Δ có vecto chỉ phương $\vec{u}(2;1;2)$ thỏa mãn $\vec{n}.\vec{u}=0$ nên $\Delta//(P)$ hoặc $\Delta\subset(P)$

Do đó: lấy $A(1;-2;1)\in\Delta$ ta có: $d(\Delta(P))=d(A;(P))=\frac{|2.1-2.(-2)-1+1|}{\sqrt{4+4+1}}=2$

.

Dạng ⑦: Câu hỏi về VTTĐ liên quan đến đường thẳng(song song, nằm trên,…)

Câu 83: (ĐTN 2017-Câu 47) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d cắt và không vuông góc với (P)

B. d vuông góc với (P)

C. d song song với (P)

D. d nằm trong (P)

Lời giải

Chọn A

Ta có đường thẳng d đi qua $M(-1;0;5)$ có vtcp $\vec{u}=(1;-3;-1)$ và mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}=(3;-3;2)$

$M\notin(P)\Rightarrow$ loại đáp án D

$\vec{n},\vec{u}$ không cùng phương $\Rightarrow$loại đáp án B

$\vec{n}.\vec{u}=10\Rightarrow\vec{n},\vec{u}$ không vuông góc $\Rightarrow$loại đáp án C

Dạng ⑧: Hình chiếu của điểm lên đường thẳng và bài toán liên quan

Câu 84: (THPTQG 2019-MĐ101-Câu 10) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(2;1;0)$. **B.** $(0;0;-1)$. **C.** $(2;0;0)$. **D.** $(0;1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0;0;-1)$.

Câu 85: (THPTQG 2019-MĐ102-Câu 6) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(3;0;0)$. **B.** $(3;-1;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;-1;0)$.

Lời giải

Ghi Chú!

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0;0;1)$.

Câu 86: (THPTQG 2019-MĐ103-Câu 10) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(0;0;-1)$. **B.** $(2;0;-1)$. **C.** $(0;1;0)$. **D.** $(2;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;1;0)$.

Câu 87: (THPTQG 2019-MĐ104-Câu 6) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(3;0;0)$. **C.** $(0;0;-1)$. **D.** $(3;0;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;1;0)$.

Câu 88: (THPTQG 2017-MĐ102-Câu 47) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;6;2)$ và $B(2;-2;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B, gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d. Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

A. $R=\sqrt{6}$ **B.** $R=2$ **C.** $R=1$ **D.** $R=\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(3;2;1)$

$$d(I;(P))=\frac{|3+2+1|}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$$

Gọi (S) là mặt cầu có tâm $I(3;2;1)$ và bán kính $R'=\frac{AB}{2}=3\sqrt{2}$

Ta có $H\in(S)$. Mặt khác $H\in(P)$ nên $H\in(C)=(S)\cap(P)$

Bán kính của đường tròn (C) là

$$R=\sqrt{R'^2-d^2(I;(P))}=\sqrt{\left(3\sqrt{2}\right)^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{6}.$$

Ghi Chú!

§3- PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

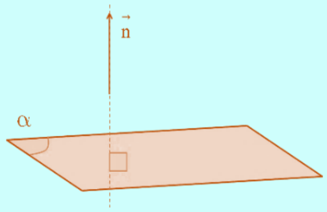
Ⓐ Tóm tắt lý thuyết cơ bản

Ghi nhớ!

❶. *Hệ tọa độ trong không gian Oxyz*

Định nghĩa:

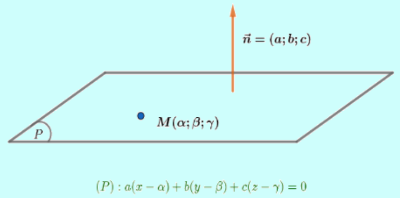
- Cho mặt phẳng (α). Nếu vectơ $\vec{n}$ khác $\vec{0}$ và có giá vuông góc với mặt phẳng (α) thì $\vec{n}$ được gọi là vectơ pháp tuyến của (α).
- ***Chú ý.*** Nếu $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến của một mặt phẳng thì $k\vec{n}$ với $k \neq 0$, cũng là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đó.



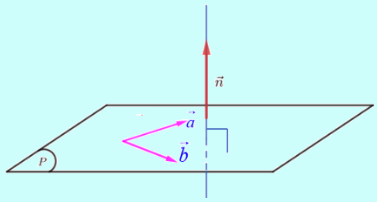
❷. *Phương trình tổng quát của mặt phẳng.*

Định nghĩa:

- Phương trình có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ trong đó A, B, C không đồng thời bằng 0 được gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng.
- ***Chú ý.***
  - Nếu mặt phẳng (α) có phương trình tổng quát là $Ax + By + Cz + D = 0$ thì nó có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A;B;C)$.
  - Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ nhận vectơ $\vec{n} = (A;B;C)$ khác $\vec{0}$ làm vectơ pháp tuyến là $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.



- Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương là cặp vectơ chỉ phương của (α) nếu các giá của chúng song song hoặc nằm trên (α).
- ***Chú ý:***
  - Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của (α) thì $k\vec{n}\,(k \neq 0)$ cũng là vectơ pháp tuyến của (α).
  - Nếu $\vec{a}, \vec{b}$ là một cặp vectơ chỉ phương của (α) thì $\vec{n} = \left[\vec{a}, \vec{b}\right]$ là một vectơ pháp tuyến của (α).



❸. *Các trường hợp đặc biệt*

Các hệ số	Phương trình mặt phẳng (α)	Tính chất mặt phẳng (α)

Ghi Chú!

	$Ax+By+Cz=0$	α đi qua gốc tọa độ O
$A=0$	$By+Cz+D=0$	$\alpha \parallel Ox$ hoặc $\alpha \supset Ox$
$B=0$	$Ax+Cz+D=0$	$\alpha \parallel Oy$ hoặc $\alpha \supset Oy$
$C=0$	$Ax+By+D=0$	$\alpha \parallel Oz$ hoặc $\alpha \supset Oz$
$A=B=0$	$Cz+D=0$	$\alpha \parallel Oxy$ hoặc $\alpha \equiv Oxy$
$A=C=0$	$By+D=0$	$\alpha \parallel Oxz$ hoặc $\alpha \equiv Oxz$
$B=C=0$	$Ax+D=0$	$\alpha \parallel Oyz$ hoặc $\alpha \equiv Oyz$

❍ ***Chú ý:*** Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn $\alpha : \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1.$

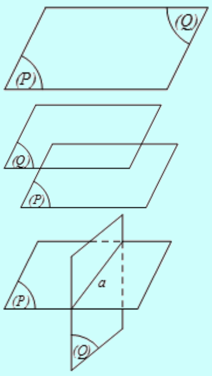
Ở đây α cắt các trục toạ độ tại các điểm $a;0;0$, $b;0;0$, $c;0;0$ với $abc \neq 0.$

4. *Các vị trí tương đối*

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng

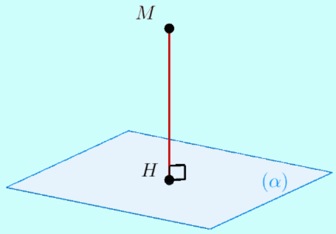
$\alpha : A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và

$\beta : A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0.$



- $\alpha \equiv \beta \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}=\frac{D_1}{D_2}.$
- $\alpha \parallel \beta \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}\neq\frac{D_1}{D_2}.$
- $\alpha \cap \beta \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2}\neq\frac{B_1}{B_2}$ hoặc $\frac{B_1}{B_2}\neq\frac{C_1}{C_2}.$
- $\alpha \perp \beta \Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0.$

5. *Định lý:*



☑ Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\alpha : Ax+By+Cz+D=0$ và điểm $M_0\ x_0;y_0;z_0$.

☑ Khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng α, được tính theo công thức:

$$d[M,\alpha]=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}.$$

B. Dạng toán cơ bản

Ghi Chú!

Dạng ①: Xác định VTPT

Câu 1: (ĐMH 2017-Câu 43) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-z+2=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n_4}=(-1;0;-1)$ **B.** $\vec{n_1}=(3;-1;2)$

C. $\vec{n_3}=(3;-1;0)$ **D.** $\vec{n_2}=(3;0;-1)$

Lời giải

Chọn D

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x-z+2=0$ là $\vec{n_2}=(3;0;-1)$.

Câu 2: (THPTQG 2017-MĐ101-Câu 10) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

A. $\vec{i}=(1;0;0)$ **B.** $\vec{k}=(0;0;1)$

C. $\vec{j}=(0;1;0)$ **D.** $\vec{m}=(1;1;1)$

Lời giải

Chọn B

Do mặt phẳng (Oxy) vuông góc với trục Oz nên nhận véctơ $\vec{k}=(0;0;1)$ làm một véc tơ pháp tuyến.

Câu 3: (THPTQG 2018-MĐ101-Câu 2) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1}=(3;2;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(-1;2;3)$.

C. $\overrightarrow{n_4}=(1;2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$ là $\overrightarrow{n_2}=(1;2;3)$.

Câu 4: (THPTQG 2018-MĐ102-Câu 15) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x+2y+z-4=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_3}=(-1;2;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(1;2;-3)$.

C. $\overrightarrow{n_2}=(3;2;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): 3x+2y+z-4=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(3;2;1)$.

Câu 5: (THPTQG 2018-MĐ103-Câu 12) Trong không giam $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;3;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(1;3;2)$.

C. $\overrightarrow{n_4}=(2;3;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(-1;3;2)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_4}=(2;3;1)$.

Câu 6: (THPTQG 2018-MĐ104-Câu 2) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+y+3z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_4}=(1;3;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(3;1;2)$.

Ghi Chú!

C. $\overrightarrow{n_3}=(2;1;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(-1;3;2)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P):2x+y+3z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $(2;1;3)$.

Câu 7: (THPTQG 2019-MĐ101-Câu 1) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+3z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_3}=(1;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(1;2;3)$.

C. $\overrightarrow{n_1}=(1;3;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(2;3;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình mặt phẳng $(P):x+2y+3z-1=0$ ta có vectơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_4}=(1;2;3)$.

Câu 8: (THPTQG 2019-MĐ102-Câu 2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+3z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;-3)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(2;1;3)$.

C. $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(2;3;1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P):2x-y+3z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;3)$.

Câu 9: (THPTQG 2019-MĐ103-Câu 1) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-3y+z-2=0$. Véctơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P)

A. $\vec{n}_3=(-3;1;-2)$. **B.** $\vec{n}_2=(2;-3;-2)$.

C. $\vec{n}_1=(2;-3;1)$. **D.** $\vec{n}_4=(2;1;-2)$.

Lời giải

Chọn C

$(P):2x-3y+z-2=0$. Véctơ $\vec{n}_1=(2;-3;1)$ là một véctơ pháp tuyến của (P).

Câu 10: (THPTQG 2019-MĐ104-Câu 2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):4x+3y+z-1=0$. Véctơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P)

A. $\vec{n}_4=(3;1;-1)$. **B.** $\vec{n}_3=(4;3;1)$.

C. $\vec{n}_2=(4;-1;1)$. **D.** $\vec{n}_1=(4;3;-1)$.

Lời giải

Chọn B

$(P):4x+3y+z-1=0$.

Véctơ $\vec{n}_3=(4;3;1)$ là một véctơ pháp tuyến của (P).

Câu 11: (ĐTK 2020-L1-Câu 15) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):3x+2y-4z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(3;2;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-4;1)$.

C. $\overrightarrow{n_1}=(3;-4;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;2;-4)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(\alpha): 3x+2y-4z+1=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;2;-4)$

Câu 12: (ĐTK 2020-L2-Câu 24) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+z+2=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\overrightarrow{n_3}=(2;3;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(2;3;0)$.

C. $\overrightarrow{n_2}=(2;3;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(2;0;3)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): 2x+3y+z+2=0$ sẽ nhận vectơ $\vec{n}=(2;3;1)$ làm một vectơ pháp tuyến.

Câu 13: (THPTQG 2020-L2-MĐ101-Câu 19) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+4y-z+3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α) ?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-4;1)$.

C. $\overrightarrow{n_4}=(-2;4;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(2;4;1)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(\alpha): 2x+4y-z+3=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;4;-1)$.

Câu 14: (THPTQG 2020-L2-MĐ102-Câu 15) Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+4z-1=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\vec{n}=(2;-3;4)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;-4)$.

C. $\vec{n}=(2;3;4)$. **D.** $\vec{n}=(-2;3;4)$.

Lời giải

Chọn A

Vector pháp tuyến của (α) là $\vec{n}=(2;-3;4)$

Câu 15: (THPTQG 2020-L2-MĐ103-Câu 12) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+3z+5=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α) ?

A. $\overrightarrow{n_3}=(-2;1;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(2;1;-3)$.

C. $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(2;1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;3)$.

Câu 16: (THPTQG 2020-L2-MĐ104-Câu 1) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-2y+4z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một Vectơ pháp tuyến của (α) ?

A. $\overrightarrow{n_3}=(1;-2;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-4)$.

C. $\overrightarrow{n_2}=(1;2;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;2;4)$.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa ta có Vectơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}=(1;-2;4)$.

Ghi Chú!

Câu 17: (THPTQG 2021-L1-MĐ101-Câu 23) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-y+2z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(-3;1;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(3;-1;2)$.

C. $\overrightarrow{n_3}=(3;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x-y+2z-1=0$ là $\overrightarrow{n_2}=(3;-1;2)$.

Câu 18: (THPTQG 2021-L1-MĐ102-Câu 13) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x+5y+z-3=0$. Vecto nào dưới đây là một vecto pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(-2;5;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(2;5;1)$.

C. $\overrightarrow{n_4}=(2;5;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-5;1)$.

Lời giải

Chọn A

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_2}=(-2;5;1)$.

Câu 19: (THPTQG 2021-L1-MĐ103-Câu 7) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\overrightarrow{n_3}=(1;2;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(1;-2;2)$.

C. $\overrightarrow{n_4}=(1;-2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(1;2;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ là $\overrightarrow{n_1}=(1;-2;2)$.

Câu 20: (THPTQG 2021-L1-MĐ104-Câu 15) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+4y-z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(2;-4;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(2;4;1)$.

C. $\overrightarrow{n_3}=(2;4;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;4;1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): 2x+4y-z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;4;-1)$.

Câu 21: (DE MH BGD 2023 – Câu 6) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1}=(-1;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(1;1;-1)$.

C. $\overrightarrow{n_3}=(1;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn C

$(P): x+y+z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_3}=(1;1;1)$.

Dạng ②: Viết phương trình mặt phẳng không dùng PT đường thẳng

Câu 22: (THPTQG 2017-MĐ102-Câu 10) Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

Ghi Chú!

A. $y=0$ **B.** $x=0$ **C.** $y-z=0$ **D.** $z=0$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Oyz) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{i}=(1;0;0)$ nên ta có phương trình mặt phẳng (Oyz) là $1(x-0)+0(y-0)+0(z-0)=0 \Leftrightarrow x=0$.

Câu 23: (ĐTK 2019-Câu 9) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. 5. **B.** $x+y+z=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn C

Câu 24: (TN BGD 2022-MD101) Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oyz) là:

A. $z=0$. **B.** $x=0$. **C.** $x+y+z=0$. **D.** $y=0$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình của mặt phẳng (Oyz) là: $x=0$.

Câu 25: (DE TN BGD 2022 - MD 102) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

A. $x=0$. **B.** $x+y+z=0$. **C.** $z=0$. **D.** $y=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng Oyz là: $\vec{n}(1;0;0)$.

Mặt phẳng đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$.

Phương trình mặt phẳng (Oyz) là: $1(x-0)+0(y-0)+0(z-0)=0$ hay $x=0$.

Ta chọn đáp án A

Câu 26: (DE TN BGD 2022-MD 103) Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là:

A. $z=0$. **B.** $x=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x+y=0$.

Lời giải

Chọn A

Câu 27: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 25] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là.

A. $x=0$. **B.** $z=0$.

C. $x+y+z=0$. **D.** $y=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình là: $y=0$.

Câu 28: [MD 101-TN BGD 2023 - CÂU 25] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là.

A. $x=0$. **B.** $z=0$.

C. $x+y+z=0$. **D.** $y=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình là: $y=0$.

Câu 29: [MD 104-TN BGD 2023-CÂU 10] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng Oxz có phương trình là

A. $z=0$. **B.** $y=0$.

C. $x+y+z=0$. **D.** $y=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng Oxz đi qua gốc O $0;0;0$, nhận $\vec{j}=$ $0;1;0$ làm VTPT nên có phương trình là $y=0$.

Câu 30: (ĐMH 2017-Câu 47) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$) và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x+y+2z-3=0$ **B.** $x+y+2z-6=0$

C. $x+3y+4z-7=0$ **D.** $x+3y+4z-26=0$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;1)$ và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;2)$ là vecto pháp tuyến

$(P):1(x-0)+1(y-1)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y+2z-3=0$.

Câu 31: (THPTQG 2017-MĐ101-Câu 19) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3;-1;1)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$?

A. $3x-2y+z+12=0$ **B.** $3x+2y+z-8=0$

C. $3x-2y+z-12=0$ **D.** $x-2y+3z+3=0$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng cần tìm đi qua $M(3;-1;1)$ và nhận VTCP của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta}=(3;-2;1)$ làm VTPT nên có phương trình: $3x-2y+z-12=0$.

Câu 32: (THPTQG 2017-MĐ102-Câu 26) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

A. $3x-y-z=0$ **B.** $3x+y+z-6=0$

C. $3x-y-z+1=0$ **D.** $6x-2y-2z-1=0$

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB

(α) đi qua $I(1;1;2)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$ làm một VTPT.

$\Rightarrow(\alpha):-6(x-1)+2(y-1)+2(z-2)=0 \Rightarrow(\alpha)$: $3x-y-z=0$.

Câu 33: (THPTQG 2017-MĐ103-Câu 20) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha):3x-y+2z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α)?

A. $(\alpha):3x+y-2z-14=0$. **B.** $(\alpha):3x-y+2z+6=0$.

C. $(\alpha):3x-y+2z-6=0$. **D.** $(\alpha):3x-y-2z+6=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(\alpha):3x-y+2z+4=0$ suy ra $\vec{n}(3;-1;2)$ là một vecto pháp tuyến của mặt phẳng (α). Vậy mặt phẳng đi qua điểm M và song song với (α) sẽ nhận $\vec{n}(3;-1;2)$là một vecto phanps tuyến. Vậy phương trình của mặt phẳng đó là: $(\beta):3(x-3)-1(y+1)+2(z+2)=0 \Leftrightarrow 3x-y+2z-6=0$.

Câu 34: (THPTQG 2017-MĐ104-Câu 22) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;3)$.

A. $x-2y+3z-12=0$ **B.** $x-2y-3z+6=0$

C. $x-2y+3z+12=0$ **D.** $x-2y-3z-6=0$

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;-3)$ là $1(x-1)-2(y-2)+3(z+3)=0 \Leftrightarrow x-2y+3z+12=0$

Câu 35: (ĐTK 2018-Câu 24) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x-y-z-6=0$ **B.** $3x-y-z+6=0$

C. $x+3y+z-5=0$ **D.** $x+3y+z-6=0$

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{AB}(3;-1;-1)$. Do mặt phẳng (α) cần tìm vuông góc với AB nên (α) nhận $\overrightarrow{AB}(3;-1;-1)$ làm vtpt. Suy ra, phương trình mặt phẳng

$(\alpha):3(x+1)-(y-2)-(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-y-z+6=0.$

Câu 36: (THPTQG 2018-MĐ101-Câu 20) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng (P): $2x-y+3z+2=0$ có phương trình là

A. $2x-y+3z-9=0$. **B.** $2x-y+3z+11=0$.

C. $2x-y-3z+11=0$. **D.** $2x-y+3z-11=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P), mặt phẳng (Q) có dạng $2x-y+3z+D=0$.

$A(2;-1;2)\in(Q) \Rightarrow D=-11$.

Vậy mặt phẳng cần tìm là $2x-y+3z-11=0$.

Câu 37: (THPTQG 2018-MĐ102-Câu 21) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A\ 1;2;-2$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{3}$ có phương trình là

A. $3x+2y+z-5=0$. **B.** $2x+y+3z+2=0$.

C. $x+2y+3z+1=0$. **D.** $2x+y+3z-2=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với Δ. Một vtpt của (P) là $\vec{n}_P = \vec{u}_\Delta = (2;1;3)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): 2(x-1)+(y-2)+3(z+2)=0 \Leftrightarrow 2x+y+3z+2=0$.

Câu 38: (THPTQG 2018-MĐ103-Câu 17) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$ $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $x+2y-2z+1=0$. **B.** $x+2y-2z-1=0$.
C. $3x+2z-1=0$. **D.** $3x+2z+1=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;-2;2)$ là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm.

$\vec{n}=-\overrightarrow{BC}=(1;2;-2)$ cũng là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x+2y-2z+1=0$.

Câu 39: (THPTQG 2018-MĐ104-Câu 23) Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $2x-3y-z+8=0$. **B.** $3x-y+3z-13=0$.
C. $2x-3y-z-20=0$. **D.** $3x-y+3z-25=0$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB}=(-4;6;2)=-2(2;-3;-1)$; (P) đi qua $A(5;-4;2)$ nhận $\vec{n}=(2;-3;-1)$ làm VTPT

(P): $2x-3y-z-20=0$

Câu 40: (THPTQG 2019-MĐ101-Câu 30) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x-y-z+5=0$. **B.** $2x-y-z-5=0$.
C. $x+y+2z-3=0$. **D.** $3x+2y-z-14=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có tọa độ trung điểm I của AB là $I(3;2;-1)$ và $\overrightarrow{AB}=(4;-2;-2)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua I và có vecto pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{AB}$ nên có phương trình là

$4(x-3)-2(y-2)-2(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x-y-z-5=0$.

Câu 41: (THPTQG 2019-MĐ102-Câu 27) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+y+z-4=0$. **B.** $2x-y+z-2=0$.
C. $x+y+z-3=0$. **D.** $2x-y+z+2=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Suy ra $I(1;1;1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-2;2)$.

Ghi Chú!

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm I của AB và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vtpt, nên có phương trình là $(\alpha): 2x-y+z-2=0$.

Câu 42: (THPTQG 2019-MĐ103-Câu 27) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(6;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+2y-3z-17=0$. **B.** $4x+3y-z-26=0$.

C. $2x+2y-3z+17=0$. **D.** $2x+2y+3z-11=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm của AB là $M(4;3;-1)$ và có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(4;4;-6)$ nên có phương trình là

$4(x-4)+4(y-3)-6(z+1)=0$

$\Leftrightarrow 2(x-4)+2(y-3)-3(z+1)=0$

$\Leftrightarrow 2x+2y-3z-17=0$

Câu 43: (THPTQG 2019-MĐ104-Câu 19) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $6x-2y-2z-1=0$. **B.** $3x+y+z-6=0$.

C. $x+y+2z-6=0$. **D.** $3x-y-z=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$ và đi qua trung điểm $I(1;1;2)$ của đoạn thẳng AB. Do đó, phương trình mặt phẳng đó là:

$-6(x-1)+2(y-1)+2(z-2)=0 \Leftrightarrow -6x+2y+2z=0 \Leftrightarrow 3x-y-z=0.$

Câu 44: (ĐTK 2020-L2-Câu 37) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $3x+y-z-7=0$. **B.** $x+4y-2z+6=0$.

C. $x+4y-2z-6=0$. **D.** $3x+y-z+7=0$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ có vecto chỉ phương $\vec{u}=(1;4;-2)$.

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm.

Ta có $(\alpha)\perp\Delta$ nên (α) nhận $\vec{u}$ làm vecto pháp tuyến.

Vậy $(\alpha): 1(x-2)+4(y-1)-2(z-0)=0 \Leftrightarrow x+4y-2z-6=0.$

Câu 45: (THPTQG 2020-L1-MĐ104-Câu 23) Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2;\,0;\,0)$, $B(0;-1;\,0)$, $C(0;\,0;\,3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{-3}=1$.

C. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{3}=1$.

Lời giải

Chọn D

Ghi Chú!

Với 3 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;3)$, theo phương trình đoạn chắn ta có phương trình mặt phẳng (ABC): $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 46: (THPTQG 2020-L2-MĐ101-Câu 37) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z+1=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

A. $2x-2y+4z-21=0$. **B.** $2x-2y+4z+21=0$

C. $3x-2y+z-12=0$. **D.** $3x-2y+z+12=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình của mặt phẳng đi qua $M(2;-1;4)$ và song song với mặt phẳng (P) là

$3(x-2)-2(y+1)+(z-4)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-12=0$.

Câu 47: (THPTQG 2020-L2-MĐ102-Câu 30) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $2x+y-2z+9=0$. **B.** $2x+y-2z-9=0$.

C. $3x-2y+z+2=0$. **D.** $3x-2y+z-2=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua M và song song với (P).

$(Q)//(P) \Rightarrow \vec{n}_{(Q)}=\vec{n}_{(P)}=(3;-2;1)$.

$(Q)\begin{cases}\text{qua } M(2;1;-2)\\ \text{VTPT } \vec{n}_{(Q)}=(3;-2;1)\end{cases} \Rightarrow (Q):3.(x-2)-2.(y-1)+1.(z+2)=0$.

$\Rightarrow (Q):3x-2y+z-2=0$.

Câu 48: (THPTQG 2020-L2-MĐ103-Câu 31) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $3x-2y+z+11=0$. **B.** $2x-y+3z-14=0$.

C. $3x-2y+z-11=0$. **D.** $2x-y+3z+14=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có, mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) có phương trình dạng

$(Q):3x-2y+z+m=0\ (m\neq 1)$.

Mà mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(2;-1;3)$ nên

$3.2-2.(-1)+3.1+m=0 \Leftrightarrow m=-11(t/m)$.

Vậy $(Q):3x-2y+z-11=0$. **Chọn C**

Câu 49: (THPTQG 2020-L2-MĐ104-Câu 30) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z-3=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $3x-2y+z+1=0$. **B.** $3x-2y+z-1=0$.

C. $2x+y-3z+14=0$. **D.** $2x+y-3z-14=0$.

Ghi Chú!

Lời giải

Chọn B

Vì mặt phẳng cần tìm song song với (P) nên phương trình của nó có dạng $3x-2y+z+d=0$ với $d\neq -3$.

Vì mặt phẳng cần tìm đi qua $M(2;1;-3)$ nên $3.2-2.1-3+d=0\Leftrightarrow d=-1$ (Thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $3x-2y+z-1=0$.

Câu 50: (THPTQG 2021-L1-MĐ101-Câu 34) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(4;1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x+y+2z-17=0$. **B.** $3x+y+2z-3=0$.
C. $5x+y+2z-5=0$. **D.** $5x+y+2z-25=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;1;2)\Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}=(3;1;2)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB là $3(x-1)+y+2z=0\Leftrightarrow 3x+y+2z-3=0$.

Câu 51: (THPTQG 2021-L1-MĐ102-Câu 30) Trong không gian, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x+y+2z-11=0$. **B.** $2x+y+2z-2=0$.
C. $2x+y+4z-4=0$. **D.** $2x+y+4z-17=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng đi qua $A(0;0;1)$ và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(2;1;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là:

$2(x-0)+(y-0)+2(z-1)=0\Leftrightarrow 2x+y+2z-2=0$

Câu 52: (THPTQG 2021-L1-MĐ103-Câu 35) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x+2y+2z-11=0$. **B.** $x+2y+2z-2=0$.
C. $x+2y+4z-4=0$. **D.** $x+2y+4z-17=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB là (P). Suy ra một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{AB}$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

$x+2y+2(z-1)=0\Leftrightarrow x+2y+2z-2=0.$

Câu 53: (THPTQG 2021-L1-MĐ104-Câu 38) Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x+2y+z-2=0$. **B.** $4x+2y+z-17=0$.
C. $4x+2y+z-4=0$. **D.** $2x+2y+z-11=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB nên nhận $\overrightarrow{AB}=(2;2;1)$ làm VTPT.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là:
$2(x-1)+2y+z=0 \Leftrightarrow 2x+2y+z-2=0$.

Câu 54: (TN BGD 2022-MD101) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$ và $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{3}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB}(2;-2;2)$; $\overrightarrow{AC}(1;0;-1)$.

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có véc-tơ chỉ phương là $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(2;4;2)\nearrow\nearrow(1;2;1)$ nên có phương trình:

$\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.

Câu 55: (TN BGD 2022-MD101) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+3z+5=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

A. $2x-y+3x+9=0$. **B.** $2x+y+3x-3=0$.

C. $2x+y+3x+3=0$. **D.** $2x-y+3x-9=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

$2x-(y+3)+3(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x-y+3z-9=0$.

Câu 56: (DE TN BGD 2022 - MD 102) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+3z+5=0$. Mặt thẳng đi qua A và và song song với (P) có phương trình là

A. $2x-y+3z+9=0$. **B.** $2x+y+3z-3=0$.

C. $2x+y+3z+3=0$. **D.** $2x-y+3z-9=0$.

Lời giải

Chọn D

Vì đường thẳng cần tìm song song với mặt phẳng $(P): 2x-y+3z+5=0$.

Nên đường thẳng cần tìm có có VTPT $\vec{n}=\vec{n}_P=(2;-1;3)$ và đi qua $A(1;2;-1)$ suy ra có phương trình

$2(x-0)-(y+3)+3(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x-y+3z-9=0$.

Câu 57: (DE TN BGD 2022 - MD 102) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{3}$.

Ghi Chú!

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$. D. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB}=(2;-2;2)$, $\overrightarrow{AC}=(1;0;-1)$.

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;4;2)=2(1;2;1)$

Vì đường thẳng cần tìm vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên đường thẳng cần tìm có véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;1)$ và đi qua $A(1;2;-1)$. Suy ra phương trình đường thẳng cần tìm là: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.

Câu 58: (THPTQG 2017-MĐ101-Câu 37) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\\z=2\end{cases}$, $d_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-3z=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với d_2?

A. $2x-y+2z+22=0$ B. $2x-y+2z+13=0$

C. $2x-y+2z-13=0$ D. $2x+y+2z-22=0$

Lời giải

Chọn C

Tọa độ giao điểm của d_1 và (P) là $A(4;-1;2)$

Mặt phẳng cần tìm đi qua A và nhận $\vec{u}_2(2;-1;2)$ làm VTCP có phương trình $2x-y+2z-13=0$.

Câu 59: (THPTQG 2018-MĐ101-Câu 39) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình

A. $6x+8y+11=0$. B. $3x+4y+2=0$.

C. $3x+4y-2=0$. D. $6x+8y-11=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-1;-1)$ và bán kính $R=3$.

* Ta tính được $AI=5, AM=\sqrt{AI^2-R^2}=4$.

* Phương trình mặt cầu (S') tâm $A(2;3;-1)$, bán kính $AM=4$ là:

$(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$.

* M luôn thuộc mặt phẳng $(P)=(S)\cap(S')$ có phương trình: $3x+4y-2=0$.

Câu 60: (THPTQG 2018-MĐ103-Câu 46) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$ và điểm $A(2;3;4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $2x+2y+2z-15=0$. B. $x+y+z-7=0$.

C. $2x+2y+2z+15=0$. D. $x+y+z+7=0$.

Ghi Chú!

Lời giải

Chọn B

Dễ thấy A nằm ngoài mặt cầu (S). Tâm mặt cầu là $I(1;2;3)$.

Đường thẳng AM tiếp xúc với $(S) \Leftrightarrow AM \perp IM \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{IM}=0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x-1)+(y-3)(y-2)+(z-4)(z-3)=0$

$\Leftrightarrow (x-1-1)(x-1)+(y-2-1)(y-2)+(z-3-1)(z-3)=0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2-(x+y+z-7)=0$

$\Leftrightarrow x+y+z-7=0$ (Do $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=0$).

Câu 61: (THPTQG 2018-MĐ102-Câu 42) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=2$ và điểm $A(1;2;3)$. Xét điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $2x+2y+2z+15=0$. **B.** $2x+2y+2z-15=0$.

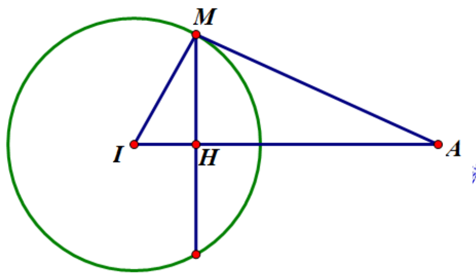
C. $x+y+z+7=0$. **D.** $x+y+z-7=0$.

Lời giải

Chọn D

(S) có tâm $I(2;3;4)$; bán kính $R=\sqrt{2}$

$A(1;2;3) \Rightarrow \overrightarrow{IA}=(-1;-1;-1)$, tính được $IA=\sqrt{3}$.



Mặt phẳng cố định đi qua điểm H là hình chiếu của M xuống IA và nhận $\overrightarrow{IA}=(-1;-1;-1)$ làm vecto pháp tuyến.

Do hai tam giác MHI và AMI đồng dạng nên tính được

$IM^2=IH.IA \Rightarrow IH=\dfrac{IM^2}{IA}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$, từ đó tính được $\overrightarrow{IH}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{IA}$ tìm được $H\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{7}{3};\dfrac{10}{3}\right)$

Mặt phẳng cần tìm có phương trình là: $-\left(x-\dfrac{4}{3}\right)-\left(y-\dfrac{7}{3}\right)-\left(z-\dfrac{10}{3}\right)=0$

$\Leftrightarrow x+y+z-7=0$.

Câu 62: (THPTQG 2018-MĐ104-Câu 49) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$ và điểm $A(-1;-1;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S). M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

A. $3x+4y-2=0$. **B.** $3x+4y+2=0$.

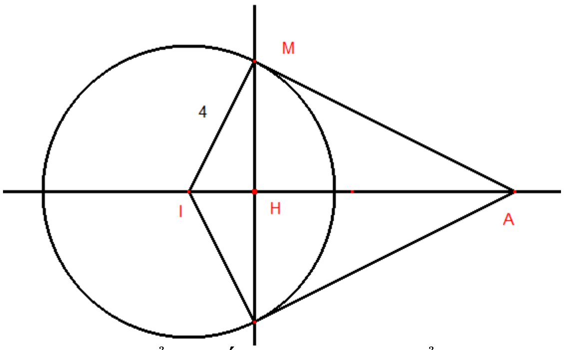
C. $6x+8y+11=0$. **D.** $6x+8y-11=0$.

Lời giải

Chọn A

(S) có tâm $I(2;3;-1)$; bán kính $R=4$

$A(-1;-1;-1) \Rightarrow \overrightarrow{IA} = (-3;-4;0)$, tính được $IA = 5$.



Mặt phẳng cố định đi qua điểm H là hình chiếu của M xuống IA và nhận $\overrightarrow{IA} = (-3;-4;0)$ làm vecto pháp tuyến.

Do hai tam giác MHI và AMI đồng dạng nên tính được

$IM^2 = IH.IA \Rightarrow IH = \dfrac{IM^2}{IA} = \dfrac{16}{5}$, từ đó tính được $\overrightarrow{IH} = \dfrac{16}{25}\overrightarrow{IA}$ tìm được $H\left(\dfrac{2}{25};\dfrac{11}{25};-1\right)$

Mặt phẳng cần tìm có phương trình là:

$-3\left(x-\dfrac{2}{25}\right)-4\left(y-\dfrac{11}{25}\right)=0 \Leftrightarrow 3x+4y-2=0.$

Dạng ③: Vị trí tương đối liên quan mặt phẳng – điểm

Câu 63: (THPTQG 2017-MĐ101-Câu 9) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $Q(2;-1;5)$ **B.** $P(0;0;-5)$ **C.** $N(-5;0;0)$ **D.** $M(1;1;6)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $1-2.1+6-5=0$ nên $M(1;1;6)$ thuộc mặt phẳng (P).

Câu 64: (THPTQG 2017-MĐ103-Câu 2) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α): $x+y+z-6=0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc (α).

A. $N(2;2;2)$. **B.** $Q(3;3;0)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $M(1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Dễ thấy $1-1+1-6=-5\neq 0 \Rightarrow$ điểm M không thuộc (α).

Câu 65: (ĐTK 2021-Câu 27) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây qua $M(1;-2;1)$.

A. $(P_1): x+y+z=0$. **B.** $(P_2): x+y+z-1=0$.

C. $(P_3): x-2y+z=0$. **D.** $(P_4): x+2y+z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta thay tọa độ $M(1;-2;1)$ vào phương trình mặt phẳng (P_1) thấy thỏa mãn do $1-2+1=0$ nên điểm $M(1;-2;1)\in(P_1)$.

Câu 66: (ĐMH 2017-Câu 50) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(0;-1;1)$, $C(2;1;-1)$ và $D(3;1;4)$. Hỏi tất cả có bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

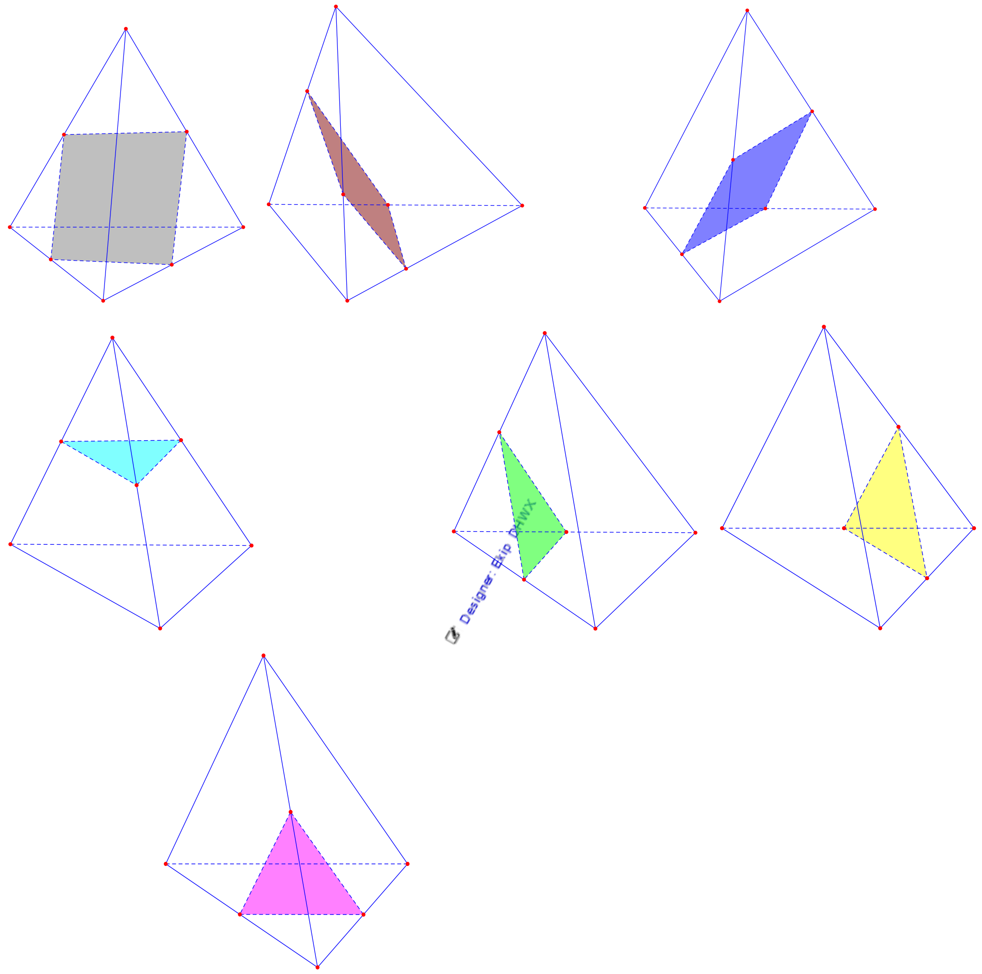
A. 1 mặt phẳng **B.** 4 mặt phẳng **C.** 7 mặt phẳng **D.** có vô số

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-1;1;1),\overrightarrow{AC}=(1;3;-1),\overrightarrow{AD}=(2;3;4)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=-24\neq 0$

Suy ra A, B, C và D là 4 đỉnh của một tứ diện. Các mặt phẳng cách đều 4 đỉnh của tứ diện $ABCD$ gồm có 7 trường hợp sau:



Dạng ④: Tìm tọa độ điểm liên quan đến mặt phẳng

Câu 67: [MD 103-TN BGD 2023-CÂU 8] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):\frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{2}=1$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

A. $(0;-1;0)$. **B.** $(0;3;0)$. **C.** $(0;2;0)$. **D.** $(0;5;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình trục Oy: $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$.

Xét phương trình: $\frac{0}{3}+\frac{t}{5}+\frac{0}{2}=1 \Rightarrow t=5$.

$\Rightarrow$ Giao điểm của mặt phẳng (P) và trục Oy là $(0;5;0)$.

Câu 68: (ĐTN 2017-Câu 48) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;-6;-2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M. Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

A. $\frac{AM}{BM}=\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{AM}{BM}=2$ **C.** $\frac{AM}{BM}=\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{AM}{BM}=3$

Lời giải

Chọn A

Cách 1: $M\in(Oxz) \Rightarrow M(x;0;z)$; $\overrightarrow{AB}=(7;-9;-3)$; $\overrightarrow{AM}=(x+2;-3;z-1)$ và

A,B,M thẳng hàng $\Rightarrow \overrightarrow{AM}=k.\overrightarrow{AB}$ $(k\in\mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=7k \\ -3=-9k \\ z-1=-3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1/3 \\ 1/3=k \\ z=0 \end{cases}$

$\Rightarrow M(1/3;0;0)$.

$\overrightarrow{BM}=(-14/3;6;2) \Rightarrow BM=\frac{2\sqrt{139}}{3}$; $\overrightarrow{AM}=(7/3;-3;-1) \Rightarrow AM=\frac{\sqrt{139}}{3}$

$\Rightarrow BM=2AM$.

Cách 2: Ta có: $\frac{AM}{BM}=\frac{d(A,(Oxz))}{d(B,(Oxz))}=\left|\frac{y_A}{y_B}\right|=\left|\frac{3}{-6}\right|=\frac{1}{2}$.

Câu 69: (ĐTK 2017-Câu 42) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P), tính OA'.

A. $OA'=3\sqrt{26}$ **B.** $OA'=5\sqrt{3}$ **C.** $OA'=\sqrt{46}$ **D.** $OA'=\sqrt{186}$

Lời giải

Chọn D

+ A' đối xứng với A qua (P) nên AA' vuông góc với (P)

+Suy ra phương trình đường thẳng AA': $\begin{cases} x=-1+6t \\ y=3-2t \\ z=6+t \end{cases}$

+Gọi H là giao điểm của AA' và mặt phẳng $(P) \Rightarrow H(-1+6t;3-2t;6+t)$

+ Do H thuộc $(P) \Rightarrow 6(-1+6t)-2(3-2t)+1(6+t)-35=0$

$\Leftrightarrow 41t-41=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow H(5;1;7)$

+ A' đối xứng với A qua (P) nên H là trung điểm của AA'

$\Rightarrow A'(11;-1;8) \Rightarrow OA'=\sqrt{11^2+(-1)^2+8^2}=\sqrt{186}$.

Ghi Chú!

Dạng ⑤: Viết phương trình mặt cầu liên quan đến mặt phẳng

Câu 70: (ĐMH 2017-Câu 48) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z+2=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S)

A. $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=8$

B. $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=10$

C. $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=8$

D. $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$

Lời giải

Chọn D

Gọi R, r lần lượt là bán kính của mặt cầu (S) và đường tròn giao tuyến

Ta có $R^2=r^2+\left(d\left(I,(P)\right)\right)^2=1+\left(\dfrac{|2.2+1.1+2.1+2|}{\sqrt{2^2+1+2^2}}\right)^2=10$

Mặt cầu (S) tâm $I(2;1;1)$ bán kính $R=\sqrt{10}$ là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$.

Câu 71: (ĐTN 2017-Câu 46) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$?

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$ **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$

Lời giải

Chọn C

Gọi mặt cầu cần tìm là (S).

Ta có (S) là mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính R.

Vì (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$ nên ta có

$R=d\left(I;(P)\right)=\dfrac{|1-2.2-2.(-1)-8|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Câu 72: (ĐTN 2017-Câu 50) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$, $D(1;1;1)$ với $m>0;\ n>0$ và $m+n=1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D. Tính bán kính R của mặt cầu đó?

A. $R=1$. **B.** $R=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $R=\dfrac{3}{2}$. **D.** $R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $I(1;1;0)$ là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng (Oxy)

Ta có: Phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}+z=1$

Suy ra phương trình tổng quát của (ABC) là $nx+my+mnz-mn=0$

Mặt khác $d\left(I;\left(ABC\right)\right)=\dfrac{\left|1-mn\right|}{\sqrt{m^2+n^2+m^2n^2}}=1$ (vì $m+n=1$) và

$ID=1=d\left(\left(I;\left(ABC\right)\right)\right)$.

Nên tồn tại mặt cầu tâm I (là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng Oxy) tiếp xúc với (ABC) và đi qua D. Khi đó $R=1$.

Câu 73: (THPTQG 2017-MĐ104-Câu 38) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M\left(2;3;3\right)$, $N\left(2;-1;-1\right)$, $P\left(-2;-1;3\right)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $\left(\alpha\right):2x+3y-z+2=0$.

A. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-10=0$

B. $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$

C. $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+2=0$

D. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-2=0$

Lời giải

Chọn B

Giả sử phương trình mặt cầu (S) có dạng

$x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.

Điều kiện: $a^2+b^2+c^2-d>0(*)$

Vì mặt cầu (S) đi qua 3 điểm $M\left(2;3;3\right)$, $N\left(2;-1;-1\right)$, $P\left(-2;-1;3\right)$ và có tâm I thuộc $mp(P)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}4a+6b+6c-d=22\\4a-2b-2c-d=6\\4a+2b-6c+d=-14\\2a+3b-c=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-1\\c=3\\d=-2\end{cases}:T/m(*)$$

Vậy phương trình mặt cầu là : $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$.

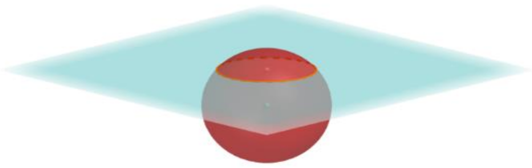
Dạng ⑥: Các bài toán cực trị liên quan điểm, mặt phẳng, mặt tròn xoay

Câu 74: (THPTQG 2017-MĐ103-Câu 49) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(3;-2;6\right),B\left(0;1;0\right)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$. Mặt phẳng $(P):ax+by+cz-2=0$ đi qua A,B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=3$. **B.** $T=5$. **C.** $T=2$. **D.** $T=4$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $A\in(P)\Rightarrow 3a-2b+6c-2=0$,

$B\in(P)\Rightarrow b-2=0\Rightarrow b=2\Rightarrow c=\dfrac{2-a}{2}$

Ghi Chú!

Gọi O là tâm đường tròn giao tuyến. Để đường tròn có bán kính nhỏ nhất thì IO lớn nhất.

$$IO = d\left(I;(P)\right) = \frac{|a+2b+3c-2|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{\left|5-\frac{a}{2}\right|}{\sqrt{a^2+\left(\frac{2-a}{2}\right)^2+4}}.$$

Khảo sát hàm được IO lớn nhất khi $a=0; c=1$.

Vậy $T=3$.

Câu 75: (ĐTK 2019-Câu 41) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-8=0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P), giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$ bằng

A. 135. **B.** 105. **C.** 108. **D.** 145.

Lời giải

Chọn A

Tìm tọa độ điểm I:

Cách 1: Gọi I là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(x_I-2)+3(x_I+3)=0 \\ 2(y_I+2)+3(y_I-3)=0 \\ 2(z_I-4)+3(z_I+1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_1+5=0 \\ 5y_1-5=0 \\ 5z_1-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=-1 \\ y_1=1 \\ z_1=1 \end{cases}$$. Vậy $I(-1;1;1)$ cố định.

Cách 2: Gọi I là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

Ta có

$$2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0} \Leftrightarrow 2\left(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OI}\right)+3\left(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OI}\right)=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OI}=\frac{1}{5}\left(2\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}\right) \Rightarrow I(1;1;1)$$

.

Tổng quát: Cho điểm I thỏa mãn $m\overrightarrow{IA}+n\overrightarrow{IB}$ với $m+n\neq 0$ thì

$$\overrightarrow{OI}=\frac{1}{m+n}\left(m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}\right).$$

Khi đó $2MA^2+3MB^2 = 2\overrightarrow{MA}^2+3\overrightarrow{MB}^2 = 2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2$

$$=5\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{MI}\left(2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}\right)+2\overrightarrow{IA}^2+3\overrightarrow{IB}^2 = 5MI^2+2IA^2+3IB^2.$$

Vậy $2MA^2+3MB^2$ nhỏ nhất thì $5MI^2+2IA^2+3IB^2$ nhỏ nhất hay M là hình chiếu của điểm I trên mặt phẳng $(P) \Rightarrow \overrightarrow{IM}=k\overrightarrow{n_{(P)}} \Rightarrow \begin{cases} x_M=2k-1 \\ y_M=-k+1 \\ z_M=2k+1 \end{cases}$.

Mà $M\in(P) \Rightarrow 2(2k-1)-(-k+1)+2(2k+1)-8=0 \Leftrightarrow 9k-9=0 \Leftrightarrow k=1$

$\Rightarrow M(1;0;3)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2=5MI^2+2IA^2+3IB^2=135$.

Câu 76: (DE TN BGD 2022-MD 103) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là:

A. $2y-z=0$. **B.** $2y+z=0$.

C. $y-z=0$. **D.** $y+z=0$.

Lời giải

Ghi Chú!

Chọn D

Gọi hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;2)$ lên trục Ox là $M(1;0;0)$.

Khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất nên mặt phẳng (P) có vecto pháp tuyến là $\overrightarrow{MA}=(0;2;2)$.

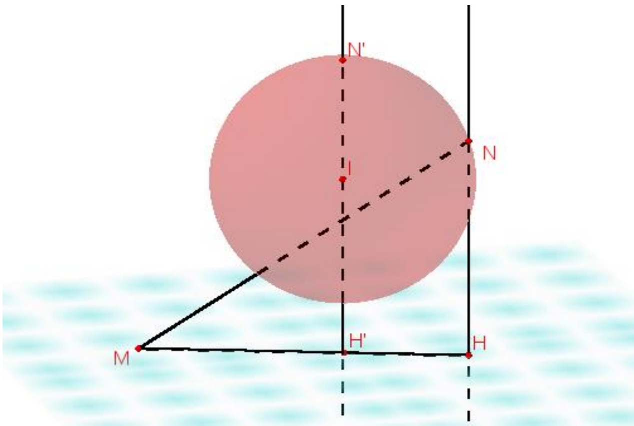
Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;0;0)$ và có vecto pháp tuyến là $\overrightarrow{MA}=(0;2;2)$ nên $0.(x-1)+2(y-0)+2(z-0)=0 \Leftrightarrow y+z=0$.

Câu 77: (ĐTK 2017-Câu 47) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Giả sử $M\in(P)$ và $N\in(S)$ sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với vecto $\vec{u}(1;0;1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN.

A. $MN=3$ **B.** $MN=1+2\sqrt{2}$ **C.** $MN=3\sqrt{2}$ **D.** $MN=14$

Lời giải

Chọn C



Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}=(1;-2;2)$. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;\,2;\,1)$ và bán kính $r=1$. Nhận thấy rằng góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{n}$ bằng 45°. Vì $d(I;(P))=2>1=r$ nên (P) không cắt (S).

Gọi H là hình chiếu của N lên (P) thì $NMH=45^\circ$ và $MN=\dfrac{NH}{\sin 45^\circ}=NH\sqrt{2}$ nên MN lớn nhất khi và chỉ khi NH lớn nhất. Điều này xảy ra khi $N\equiv N'$ và $H\equiv H'$ với N' là giao điểm của đường thẳng d qua I, vuông góc (P) và H' là hình chiếu của I lên (P).

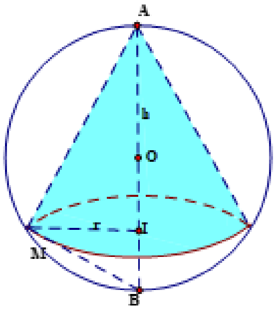
Lúc đó $NH_{\max}=N'H'=r+d(I;(P))=3$ và $MN_{\max}=\dfrac{NH_{\max}}{\sin 45^\circ}=3\sqrt{2}$.

Câu 78: (ĐTK 2021-Câu 50) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có dạng $2x+by+cz+d=0$. Giá trị của $b+c+d$ bằng

A. -21. **B.** -12. **C.** -18. **D.** -15.

Lời giải

Chọn C



Đặt tâm đường tròn đáy I ; tâm mặt cầu là O; R là bán kính của mặt cầu (S) đường kính AB. Mặt phẳng cần tìm là (P). Dễ thấy $AB \perp (P)$. Lấy M là điểm tùy ý thuộc đường tròn đáy của hình nón. Dễ thấy tam giác ABM vuông tại M và

$IM^2 = IA.IB \Leftrightarrow r^2 = h(AB-h)(0<h<AB)$.

Thể tích của khối nón là

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi h^2(AB-h) = \frac{1}{6}\pi h^2(2AB-2h) \le \frac{1}{6}\pi\frac{(h+h+2AB-2h)^3}{27} = \frac{8\pi AB^3}{162}$

.

Vậy: $maxV = \frac{8\pi AB^3}{162}$ khi $h = h = 2AB-2h \Leftrightarrow h = \frac{2}{3}AB \Rightarrow IA = \frac{2}{3}AB$

$\Rightarrow IA = 2IB \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{O} \Leftrightarrow I\left(\frac{14}{3};\frac{11}{3};\frac{13}{3}\right)$.

Lúc này (P) đi qua $I\left(\frac{14}{3};\frac{11}{3};\frac{13}{3}\right)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = (2;2;1)$

có phương trình

$(P): 2x+2y+z-21=0$.

Câu 79: (THPTQG 2021-L1-MĐ101-Câu 49) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;-4)$, $B(-2;1;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 2$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A. $3\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{53}$.

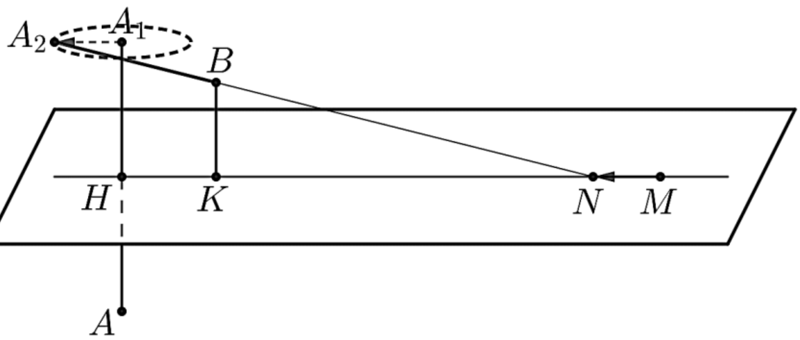
Lời giải

Chọn D

Vì $z_A.z_B < 0$ nên A, B nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy).

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên mặt phẳng (Oxy)

$\Rightarrow H(1;-3;0)$, $K(-2;1;0)$.



Gọi A_1 là điểm đối xứng của A qua $(Oxy) \Rightarrow A_1(1;-3;4)$.

Gọi A_2 thỏa $\overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{MN} \Rightarrow A_1A_2 = 2$

$\Rightarrow A_2 \in$ đường tròn (C) nằm trong mặt phẳng song song với (Oxy) và có tâm A_1, bán kính $R = 2$.

Ghi Chú!

Khi đó: $|AM-BN|=|A_1M-BN|=|A_2N-BN|\le A_2B$

Dấu "=" xảy ra và A_2B đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow \overrightarrow{A_1A_2}$ ngược hướng với $\overrightarrow{HK}$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{A_1A_2}=-\frac{\left|\overrightarrow{A_1A_2}\right|}{\left|\overrightarrow{HK}\right|}\overrightarrow{HK}=\left(\frac{6}{5};-\frac{8}{5};0\right)\Rightarrow A_2\left(\frac{11}{5};-\frac{23}{5};4\right)\Rightarrow A_2B=\sqrt{53}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng $\sqrt{53}$.

Câu 80: (THPTQG 2021-L1-MĐ102-Câu 50) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$, $B(-2;1;-3)$. Xét hai điểm M, N thay đổi trong mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=1$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{41}$.

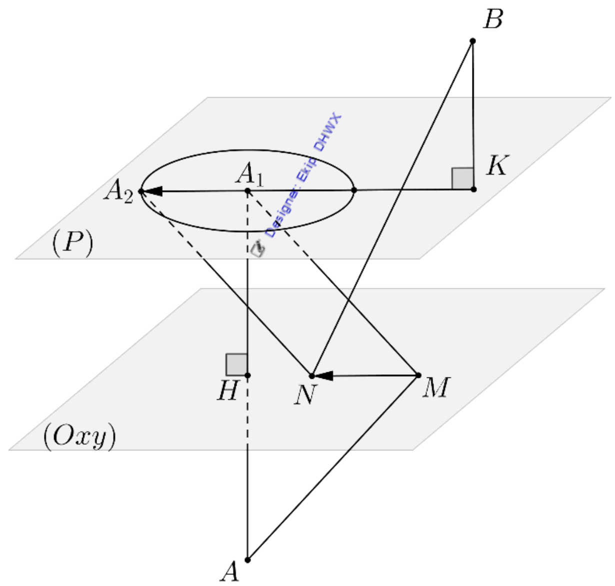
C. $\sqrt{37}$. **D.** $\sqrt{61}$.

Lời giải

Chọn C

Đề thấy hai điểm A, B nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy).

Gọi H lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy), khi đó ta có: $H\ 1;-3;0$.



Lấy điểm A_1 đối xứng với A qua mặt phẳng $(Oxy)\Rightarrow A_1=\ 1;-3;-2$.

Khi đó $A_1M=AM$.

Lấy điểm A_2 sao cho $\overrightarrow{A_1A_2}=\overrightarrow{MN}$. Tứ giác A_1A_2NM là hình bình hành nên $A_1M=A_2N$.

Khi đó ta dễ thấy hai điểm A_2 và B nằm cùng phía so với mặt phẳng (Oxy).

Do $MN=1$ nên điểm N thuộc đường tròn C tâm M bán kính $R=MN=1$ nằm trên mặt phẳng Oxy nên điểm A_2 thuộc vào đường tròn C' tâm A_1 và bán kính $R'=R=1$ và nằm trong mặt phẳng $z=-2$.

Ta có: $|AM-BN|=|A_1M-BN|=|A_2N-BN|\le A_2B$. Dấu bằng xảy ra khi $N=A_2B\cap\ Oxy$.

Để $|AM-BN|$ đạt giá trị lớn nhất thì A_2B phải đạt giá trị lớn nhất.

Gọi K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng $z=-2$, khi đó ta có: $K\ \ -2;1;-2$ và $BK=1,\ A_1K=5$.

Tam giác BKA_2 vuông tại K nên ta có: $A_2B=\sqrt{BK^2+KA_2{}^2}=\sqrt{1+KA_2{}^2}$.

Để A_2B phải đạt giá trị lớn nhất thì KA_2 phải lớn nhất.

Mà $KA_2\le A_1K+R'=5+1=6\Rightarrow A_2B\le\sqrt{1+6^2}=37$

Suy ra giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng $\sqrt{37}$, dấu bằng xảy ra khi

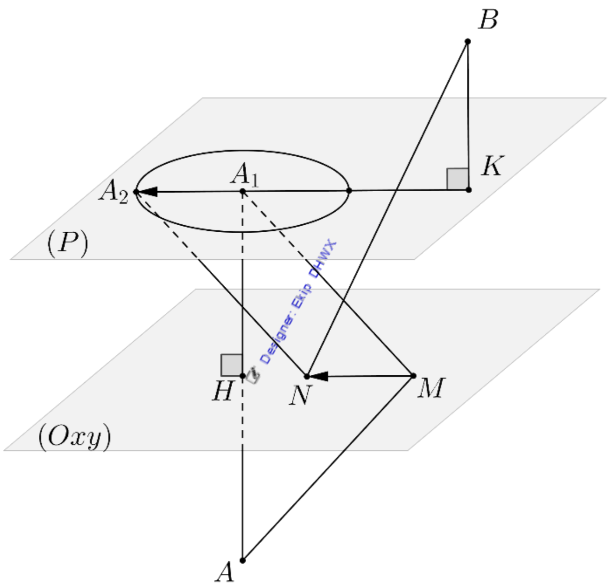
$N=A_2B\cap\ Oxy$.

Câu 81: (THPTQG 2021-L1-MĐ103-Câu 49) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(-2;1;-4)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=4$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{61}$. **D.** $\sqrt{85}$.

Lời giải

Chọn D



Dễ thấy hai điểm $A,\ B$ nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy).

Gọi A_1 là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oxy) suy ra $A_1(1;-3;-2)$.

Gọi mặt phẳng (P) chứa A_1 và song song mặt phẳng (Oxy) suy ra $(P): z=-2$.

Ta gọi $A_2:\overrightarrow{A_1A_2}=\overrightarrow{MN}$ và gọi K là hình chiếu của B lên $(P)\Rightarrow K(-2;1;-2)\Rightarrow BK=2, KA_1=5$

Khi đó: $|AM-BN|=|A_2N-BN|\le A_2B\le\sqrt{BK^2+(KA_1+4)^2}=\sqrt{85}$.

Suy ra giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng $\sqrt{85}$, dấu bằng xảy ra khi

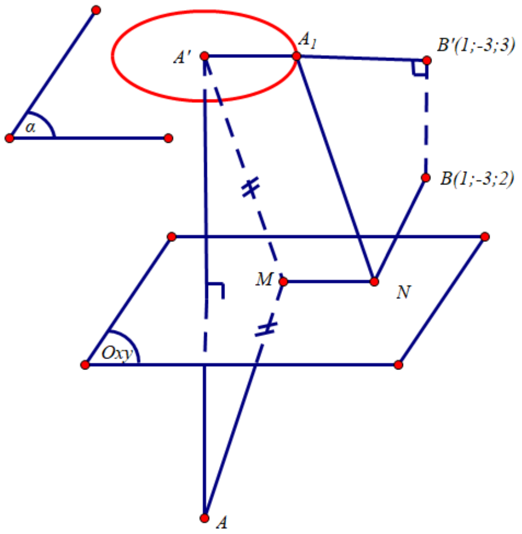
$N=A_2B\cap\ Oxy$.

Câu 82: (THPTQG 2021-L1-MĐ104-Câu 49) Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(-2;1;-3)$ và $B(1;-3;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=3$. Giá trị lớn nhất của $|AM-AN|$ bằng

A. $\sqrt{65}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{91}$.

Lời giải

Chọn A



Dễ thấy điểm A nằm phía dưới, điểm B nằm phía trên mặt phẳng (Oxy). Gọi A' là điểm đối xứng của điểm A qua mặt phẳng (Oxy), suy ra tọa độ điểm $A'(-2;1;3)$.

Gọi (α) là mặt phẳng qua A' và song song với mặt phẳng (Oxy), suy ra phương trình mặt phẳng $(\alpha): z-3=0$. Trên mặt phẳng (α) lấy điểm A_1 sao cho $A'A_1 = MN = 3$, suy ra A_1 thuộc đường tròn $(A',3)$ và tứ giác $A'A_1MN$ là hình bình hành nên ta có $A'M = A_1N$.

Nên $|AM - BN| = |A'M - BN| = |A_1M - BN| \le A_1B$. Gọi B' là hình chiếu của B lên mặt phẳng (α), suy ra tọa độ điểm $B'(1;-3;3)$.

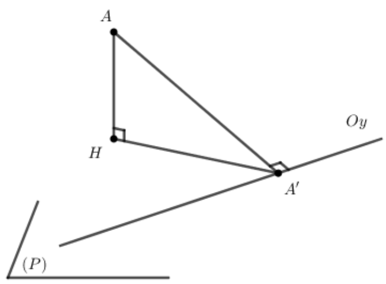
Ta có $A_1B = \sqrt{B'B^2 + B'A_1^2} \le \sqrt{1 + (B'A' + 3)^2} = \sqrt{65}$.

Câu 83: (DE TN BGD 2022 - MD 102) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất. Phương trình của (P) là:

A. $2x - z = 0$. **B.** $2x + z = 0$. **C.** $x - z = 0$. **D.** $x + z = 0$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (P), A' là hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Oy suy ra $A'(0;1;0)$. Khi đó khoảng cách từ A đến (P) là đoạn thẳng $AH \le AA'$. Độ dài đoạn thẳng AH dài nhất khi H và A' trùng nhau. Khi đó mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{A'A} = (2;0;-1)$ làm véc tơ pháp tuyến. Suy ra phương trình mặt phẳng (P) đi

Ghi Chú!

qua $A'(0;1;0)$ có VTPT: $\overrightarrow{A'A}=(2;0;-1)$ là:

$2(x-0)+0(y-1)+(-1)(z-0)=0\Leftrightarrow 2x-z=0$.

Dạng ⑦: PTMP theo đoạn chắn

Câu 84: (ĐTN 2017-Câu 45) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$; $B(0;-2;0)$; $C(0;0;3)$. Phương trình nào dưới dây là phương trình mặt phẳng (ABC)?

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{1}=1$. **B.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$.

C. $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua 3 điểm A, B, C là

$\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 85: (ĐTK 2018-Câu 15) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-1;0)$, $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là:

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1$.

C. $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $M(2;0;0), N(0;-1;0), P(0;0;2)\Rightarrow (MNP):\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 86: (THPTQG 2020-L1-MĐ101-Câu 20) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$.

C. $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **D.** $\frac{x}{-3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng phẳng qua 3 điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $abc\neq 0$, có dạng là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ nên phương trình mặt phẳng qua 3 điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$ là $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$.

Câu 87: (THPTQG 2020-L1-MĐ102-Câu 16) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0), B(0;3;0); C(0;0;4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là.

A. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$.

C. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{4}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-4}=1$.

Lời giải

Ghi Chú!

Chọn A

Ta có phương trình mặt phẳng đoạn chắn: $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$.

Câu 88: (THPTQG 2020-L1-MĐ103-Câu 9) Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-3}=1$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$.

C. $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Lời giải

Chọn C

Câu 89: (ĐTK 2018-Câu 41) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho $OA=OB=OC\neq 0$?

A. 3 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 8

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Theo bài mặt phẳng (P) đi qua $M(1;1;2)$ và $OA=OB=OC$ nên ta có hệ:

$\begin{cases}\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{c}=1 & (1)\\ |a|=|b|=|c| & (2)\end{cases}$. Ta có: $(2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b=c\\ a=b=-c\\ a=c=-b\\ b=c=-a\end{array}\right.$

- Với $a=b=c$ thay vào (1) được $a=b=c=4$
- Với $a=b=-c$ thay vào (1) được $0=1$ (loại).
- Với $a=c=-b$ thay vào (1) được $a=c=-b=2$.
- Với $b=c=-a$ thay vào (1) được $b=c=-a=2$.

Vậy có ba mặt phẳng thỏa mãn bài toán là:

$(P_1):\frac{x}{4}+\frac{y}{4}+\frac{z}{4}=1$; $(P_2):\frac{x}{2}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{2}=1$; $(P_3):\frac{x}{-2}+\frac{y}{2}+\frac{z}{2}=1$.

Dạng ⑧: Hình chiếu của điểm lên mặt phẳng và bài toán liên quan

Câu 90: (ĐTK 2018-Câu 10) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(3;0;0)$ **B.** $N(0;-1;1)$ **C.** $P(0;-1;0)$ **D.** $Q(0;0;1)$

Lời giải

Chọn B

Ghi Chú!

Khi chiếu vuông góc một điểm trong không gian lên mặt phẳng (Oyz), ta giữ lại các thành phần tung độ và cao độ nên hình chiếu của $A(3;-1;1)$ lên (Oyz) là điểm $N(0;-1;1)$.

Câu 91: (TN BGD 2022-MD101) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(0;2;-3)$. **B.** $(1;0;-3)$. **C.** $(1;2;0)$. **D.** $(1;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Do điểm $A(1;2;-3)$ nên hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(1;2;0)$.

Câu 92: [MD 103-TN BGD 2023-CÂU 24] Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có toạ độ là.

A. $(0;3;0)$. **B.** $(-2;0;0)$. **C.** $(0;3;1)$. **D.** $(0;0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Dễ thấy hình chiếu của M lên trục Ox là $M'(-2;0;0)$

Câu 93: (THPTQG 2017-MĐ103-Câu 33) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-4=0$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc mặt phẳng (P) tại điểm H. Tìm tọa độ điểm H.

A. $H(-1;4;4)$. **B.** $H(-3;0;-2)$. **C.** $H(3;0;2)$. **D.** $H(1;-1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm H cần tìm chính là hình chiếu vuông góc của tâm I lên mặt phẳng (P). Phương trình tham số đường thẳng IH là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-2y \\ z=3-t \end{cases}$.

Thay tọa độ H vào phương trình mặt phẳng (P) ta có:

$2(1+2t)-2(2-2t)-3+t-4=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow H(3;0;2).$

Câu 94: (DE MH BGD 2023 – Câu 37) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $(-1;-2;-3)$. **D.** $(-1;2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ hình chiếu của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxz) là $(1;0;3)$.

Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(1;-2;3)$

Dạng ⑨: PTMP liên quan đến góc, khoảng cách,không dùng PTĐT.

Ghi Chú!

Câu 95: (ĐTK 2017-Câu 29) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A?

A. $x+y-3z-8=0$ **B.** $x-y-3z+3=0$

C. $x+y+3z-9=0$ **D.** $x+y-3z+3=0$

Lời giải

Chọn D

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Khi đó, (P) tiếp xúc với (S) tại A khi chỉ khi (P) đi qua $A(2;1;2)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{IA}=(-1;-1;3)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) là $-x-y+3z-3=0 \Leftrightarrow x+y-3z+3=0$.

Câu 96: (ĐTN 2017-Câu 49) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$

A. $P: 2x-2z+1=0$ **B.** $P: 2y-2z+1=0$

C. $P: 2x-2y+1=0$ **D.** $P: 2y-2z-1=0$

Lời giải

Chọn B

Ta có: d_1 đi qua điểm $A(2;0;0)$ và có VTCP $\vec{u}_1=(-1;1;1)$

d_2 đi qua điểm $B(0;1;2)$ và có VTCP $\vec{u}_2=(2;-1;-1)$

Vì (P) song song với hai đường thẳng d_1 và d_2 nên VTPT của (P) là $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(0;1;-1)$

Khi đó (P) có dạng $y-z+D=0 \Rightarrow$ loại đáp án A và C

Lại có (P) cách đều d_1 và d_2 nên (P) đi qua trung điểm $M\left(0;\dfrac{1}{2};1\right)$ của AB

Do đó $(P): 2y-2z+1=0$.

Câu 97: (THPTQG 2017-MĐ102-Câu 33) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=2$ và hai đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$; $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với d và Δ.

A. $x+z+1=0$ **B.** $x+y+1=0$ **C.** $y+z+3=0$ **D.** $x+z-1=0$

Lời giải.

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1-2)$; $R=\sqrt{2}$.

Vecto chỉ phương của d: $\vec{u_d}=(1;2;-1)$. Vecto chỉ phương của Δ: $\vec{u_\Delta}=(1;1;-1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng cần viết phương trình.

Ta có $\left[\vec{u}_d,\vec{u}_\Delta\right]=(-1;0;-1)$ nên chọn một véc tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;0;1)$.

Mặt phẳng (P) có phương trình tổng quát dạng $x+z+D=0$.

Do (P) tiếp xúc với (S) nên $d\left(I;(P)\right)=R \Leftrightarrow \dfrac{|-1-2+D|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow |D-3|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=5 \\ D=1 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với d, Δ là $x+z+1=0$.

Câu 98: (DE TN BGD 2022-MD 104) Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x)=\ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	↘	$\ln 12$	↗	$\ln\dfrac{199}{16}$	↘	$\ln 4$	↗	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(7;8)$. **B.** $(6;7)$. **C.** $(8;9)$. **D.** $(10;11)$.

Lời giải

Chọn A

Từ BBT của $g(x)$ ta có $\ln f(x)\ge \ln 4 \Leftrightarrow f(x)\ge 4;\forall x\in R$.

Ta có $g'(x)=\dfrac{f'(x)}{f(x)}$.

Xét phương trình $f'(x)=g'(x)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0\ (*) \\ f(x)=1\ (**) \end{array}\right.$

Do $f(x)\ge 4;\forall x\in R$ suy ra phương trình $(**)$ vô nghiệm.

Từ đó suy ra $f'(x)=0\Leftrightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=x_2 \\ x=x_3 \end{array}\right.$.

Mặt khác $f'(x)-g'(x)=f'(x).\left[1-\dfrac{1}{f(x)}\right]$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$f'(x)-g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy $S=\int_{x_1}^{x_3}\left|f'(x)-g'(x)\right|dx=\int_{x_1}^{x_2}\left[f'(x)-g'(x)\right]dx-\int_{x_2}^{x_3}\left[f'(x)-g'(x)\right]dx$

$=\left[f(x)-g(x)\right]\Big|_{x_1}^{x_2}-\left[f(x)-g(x)\right]\Big|_{x_2}^{x_3}$

$=2f(x_2)-f(x_1)-f(x_3)-2\ln f(x_2)+\ln f(x_1)+\ln f(x_3)$

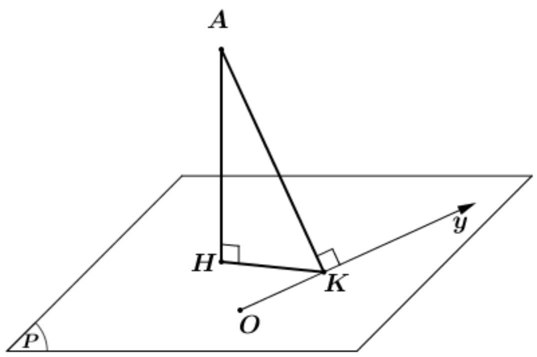
$=2\dfrac{199}{16}-12-4-2\ln\dfrac{199}{16}+\ln 12+\ln 4\approx 7,704\in(7;8)$.

Câu 99: (DE TN BGD 2022-MD 104) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là

A. $x+z=0$. **B.** $x-z=0$. **C.** $2x+z=0$. **D.** $2x-z=0$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A trên (P) và trục Oy.

Ta có $d(A,(P))=AH\le AK$. Do đó khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất khi $H\equiv K(0;1;0)$.

Khi đó (P) đi qua $K(0;1;0)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AK}=(-2;0;-1)=-(2;0;1)$ nên có phương trình là $2x+z=0$.

Câu 100: (DE MH BGD 2023 - Câu 46) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và chứa d. Khoảng cách từ điểm $M(5;-1;3)$ đến (P) bằng

A. 5. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{11}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Lấy $B(2;1;1)\in d$ ta có $\overrightarrow{AB}=(2;0;-1)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{u_d}\right]=(2;4;4)=2(1;2;2)$

Mặt phẳng (P) đi qua A và chứa d suy ra $\overrightarrow{n_P}=(1;2;2)$.

Phương trình mặt phẳng $(P):x+2y+2z-6=0$

Vậy $d(M,(P))=\dfrac{|x_M+2y_M+2z_M-6|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=1$.

Câu 101: (ĐTK 2018-Câu 48) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(3;-1;1)$ và $C(-1;-1;1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm A, bán kính bằng 2;

Ghi Chú!

(S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B, C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3).

A. 5 **B.** 7 **C.** 6 **D.** 8

Lời giải

Chọn B

Gọi phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với cả ba mặt cầu đã cho có phương trình là: $ax+by+cz+d=0$ (đk: $a^2+b^2+c^2>0$).

Khi đó ta có hệ điều kiện sau: $\begin{cases} d(A;(P))=2 \\ d(B;(P))=1 \\ d(C;(P))=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{|a+2b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=2 \\ \dfrac{|3a-b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=1 \\ \dfrac{|-a-b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} |a+2b+c+d|=2\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |3a-b+c+d|=\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |-a-b+c+d|=\sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases}$.

Khi đó ta có: $|3a-b+c+d|=|-a-b+c+d| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3a-b+c+d=-a-b+c+d \\ 3a-b+c+d=a+b-c-d \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a-b+c+d=0 \end{array}\right.$.

với $a=0$ thì ta có $\begin{cases} |2b+c+d|=2\sqrt{b^2+c^2} \\ |2b+c+d|=2|-b+c+d| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2b+c+d|=2\sqrt{b^2+c^2} \\ \left[\begin{array}{l} 4b-c-d=0 \\ c+d=0 \end{array}\right. \end{cases}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c+d=0 \Rightarrow c=d=0, b\neq 0 \\ c+d=4b, c=\pm 2\sqrt{2}b \end{array}\right.$ do đó có 3 mặt phẳng.

Với $a-b+c+d=0$ thì ta có $\Leftrightarrow \begin{cases} |3b|=2\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |2a|=\sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} |3b|=4|a| \\ |2a|=\sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |b|=\dfrac{4}{3}|a| \\ |c|=\dfrac{\sqrt{11}}{3}|a| \end{cases}$

do đó có 4 mặt phẳng thỏa mãn bài toán.Vậy có 7 mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

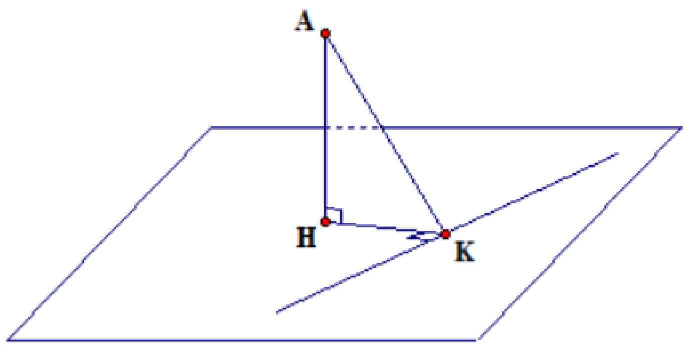
Câu 102: (TN BGD 2022-MD101) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là

A. $2y+z=0$. **B.** $2y-z=0$. **C.** $y+z=0$. **D.** $y-z=0$.

Lời giải

Chọn D

Ghi Chú!



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên mặt phẳng (P) và trục Ox.

Ta có: $d(A;(P)) = AH \le AK$.

Suy ra khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất khi $H \equiv K$, hay mặt phẳng (P) nhận véc-tơ $\overrightarrow{AK}$ làm véc-tơ pháp tuyến.

K là hình chiếu của A trên trục Ox suy ra: $K(1;0;0)$, $\overrightarrow{AK}(0;-2;2)$.

Mặt phẳng (P) đi qua K có phương trình: $-2(y-0)+2(z+0)=0$

$\Leftrightarrow y-z=0$.

Dạng ⑩: Câu hỏi liên quan đến VTCP của đường thẳng

Câu 103: (ĐTN 2017-Câu 44) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1 \\ y=2+3t; \\ z=5-t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. Véctơ nào dưới đây là véctơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_1=(0;3;-1)$ **B.** $\vec{u}_2=(1;3;-1)$ **C.** $\vec{u}_3=(1;-3;-1)$ **D.** $\vec{u}_4=(1;2;5)$

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d:\begin{cases} x=1 \\ y=2+3t \\ z=5-t \end{cases}$; $(t\in\mathbb{R})$ nhận véc tơ $\vec{u}=(0;3;-1)$ làm VTCP

Câu 104: (THPTQG 2017-MĐ104-Câu 3) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

A. $\vec{b}=(-1;0;2)$.**B.** $\vec{c}=(1;2;2)$. **C.** $\vec{d}=(-1;1;2)$. **D.** $\vec{a}=(-1;0;-2)$.

Lời giải.

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;0;2)$ suy ra đường thẳng AB có VTCP là $\vec{b}=(-1;0;2)$.

Câu 105: (ĐTK 2018-Câu 12) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u_1} = -1;2;1$ **B.** $\vec{u}_2 = 2;1;0$ **C.** $\vec{u_3} = 2;1;1$ **D.** $\vec{u_4} = -1;2;0$

Lời giải

Chọn A

Ghi Chú!

Câu 106: (THPTQG 2018-MĐ101-Câu 8) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=3+t\end{cases}$ có một véctơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3=(2;1;3)$. **B.** $\vec{u}_4=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{u}_2=(2;1;1)$. **D.** $\vec{u}_1=(-1;2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 107: (THPTQG 2018-MĐ102-Câu 14) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-5}{2}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(1;-1;2)$.

C. $\overrightarrow{u_2}=(-3;1;5)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d:\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-5}{2}$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_4}=(1;-1;2)$.

Câu 108: (THPTQG 2019-MĐ101-Câu 7) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(1;2;-3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-1;2;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 109: (THPTQG 2019-MĐ102-Câu 9) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-5}=\frac{z+2}{3}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d

A. $\vec{u}=(2;5;3)$. **B.** $\vec{u}=(2;-5;3)$. **C.** $\vec{u}=(1;3;2)$. **D.** $\vec{u}=(1;3;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào phương trình đường thẳng suy ra một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(2;-5;3)$.

Câu 110: (THPTQG 2019-MĐ103-Câu 13) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-3}{2}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;-3;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(-2;1;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(-2;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;3;2)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-3}{2}$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(1;-3;2)$.

Câu 111: (THPTQG 2019-MĐ104-Câu 11) Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-5}{3}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

Ghi Chú!

A. $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(2;6;-4)$.

C. $\overrightarrow{u_4}=(-2;-4;6)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;3)$

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đường thẳng d có một vectơ chỉ phương có tọa độ $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;3)$.

Câu 112: (THPTQG 2020-L1-MĐ101-Câu 19) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-4}{-5}=\dfrac{z+1}{3}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_2=(3;4;-1)$. **B.** $\vec{u}_1=(2;-5;3)$. **C.** $\vec{u}_3=(2;5;3)$. **D.** $\vec{u}_4=(3;4;1)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng có phương trình dạng $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ thì có chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ nên đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-4}{-5}=\dfrac{z+1}{3}$ có chỉ phương là $\vec{u}_1=(2;-5;3)$.

Câu 113: (THPTQG 2020-L1-MĐ102-Câu 19) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-2}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(3;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(2;-5;2)$.

C. $\overrightarrow{u_3}=(2;5;-2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;4;1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 114: (THPTQG 2020-L1-MĐ103-Câu 4) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{3}$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d

A. $\overrightarrow{u_3}=(3;-1;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(4;2;3)$.

C. $\overrightarrow{u_2}=(4;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(3;1;2)$.

Lời giải

Chọn C

d có một vecto chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(4;-2;3)$.

Câu 115: (THPTQG 2020-L1-MĐ104-Câu 3) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_2=(4;-2;3)$. **B.** $\vec{u}_4=(4;2;-3)$.

C. $\vec{u}_3=(3;-1;-2)$. **D.** $\vec{u}_1=(3;1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_3=(3;-1;-2)$.

Câu 116: (ĐTK 2021-Câu 28) Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$.

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(0;1;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;-2;1)$.

Ghi Chú!

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{OM}=(1;-2;1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$.

Câu 117: (TN BGD 2022-MD101) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\x=-1+3t\end{cases}$. Vec-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;3)$.

C. $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa phương trình đưởng thẳng. Ta có $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;3)$ là một véc-tơ chỉ phương của d.

Câu 118: (DE TN BGD 2022 - MD 102) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-1+3t\end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_4}=(2;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-1)$.

C. $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Một véctơ chỉ phương của đường thẳng d là $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;3)$.

Câu 119: (ĐMH 2017-Câu 46) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình: $\dfrac{x-10}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P):10x+2y+mz+11=0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ.

A. $m=-2$ **B.** $m=2$ **C.** $m=-52$ **D.** $m=52$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-10}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;1;1)$

Mặt phẳng $(P):10x+2y+mz+11=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(10;2;m)$

Để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ thì $\vec{u}$ phải cùng phương với $\vec{n}\Rightarrow\dfrac{5}{10}=\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{m}\Leftrightarrow m=2$.

Câu 120: (THPTQG 2017-MĐ104-Câu 15) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1,M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox,Oy. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;2;0)$ **B.** $\overrightarrow{u_3}=(1;0;0)$

C. $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$ **D.** $\overrightarrow{u_1}=(0;2;0)$

Ghi Chú!

Lời giải

Chọn C

M_1 là hình chiếu của M lên trục $Ox \Rightarrow M_1(1;0;0)$.

M_2 là hình chiếu của M lên trục $Oy \Rightarrow M_2(0;2;0)$.

Khi đó: $\overrightarrow{M_1M_2}=(-1;2;0)$ là một vecto chỉ phương của M_1M_2.

Câu 121: (ĐTK 2020-L1-Câu 35) Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;3;-1)$ và $N(4;5;3)$?

A. $\overrightarrow{u_4}=(1;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(1;1;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(3;4;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(3;4;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{MN}=(2;2;4)$, suy ra $\overrightarrow{MN}=2.\overrightarrow{u_3}$. Do đó $\overrightarrow{u_3}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng MN.

Câu 122: (THPTQG 2017-MĐ101-Câu 45) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=9$, điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, thuộc (P) và cắt (S) tại 2 điểm A,B sao cho AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(1;a;b)$, tính $T=a-b$.

A. $T=-2$ **B.** $T=1$ **C.** $T=-1$ **D.** $T=0$

Lời giải

Chọn C

Nhận thấy điểm M nằm bên trong mặt cầu (S). Để $AB=\sqrt{R^2-d^2(O,\Delta)}$ nhỏ nhất khi $d(O,\Delta)$ lớn nhất. Ta thấy $d(O,\Delta)\le OM=const$. Dấu '=' xảy ra khi $\Delta\perp OM$.

Suy ra $\vec{u}.\overrightarrow{OM}=0$ và $\vec{u}.\vec{n}_P=0$ nên $\begin{cases}1+a+b=0\\1+a+2b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=0\end{cases}$

Suy ra $T=a-b=-1$.