

MỤC LỤC

I ĐẠI SỐ	1
CHƯƠNG 1. PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA CÁC ĐA THỨC	2
§1 – NHÂN ĐƠN THỨC VỚI ĐA THỨC	2
(A) Tóm tắt lí thuyết.....	2
(B) Bài tập và các dạng toán.....	2
Dạng 1. Làm phép tính nhân đơn thức với đa thức.....	2
Dạng 2. Sử dụng phép nhân đơn thức với đa thức, rút gọn biểu thức cho trước.....	3
Dạng 3. Tính giá trị của biểu thức cho trước.....	4
Dạng 4. Tìm x biết x thỏa mãn điều kiện cho trước.....	4
Dạng 5. Chứng tỏ giá trị biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của biến.....	5
(C) Bài tập về nhà.....	5
§2 – NHÂN ĐA THỨC VỚI ĐA THỨC	7
(A) Tóm tắt lí thuyết.....	7
(B) Bài tập và các dạng toán.....	7
Dạng 1. Làm phép tính nhân đa thức với đa thức.....	7
Dạng 2. Chứng tỏ giá trị của biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của biến.....	8
Dạng 3. Tìm x thỏa mãn điều kiện cho trước.....	8
(C) Bài tập về nhà.....	9
§3 – NHỮNG HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ (PHẦN 1)	10
(A) Tóm tắt lí thuyết.....	10
(B) Bài tập và các dạng toán.....	10
Dạng 1. Thực hiện phép tính.....	10
Dạng 2. Chứng minh các đẳng thức, rút gọn biểu thức.....	12
Dạng 3. Tính nhanh.....	13
Dạng 4. Chứng minh bất đẳng thức; tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của biểu thức.....	14
(C) Bài tập về nhà.....	16
§4 – NHỮNG HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ (PHẦN 2)	18
(A) Tóm tắt lí thuyết.....	18
(B) Bài tập và các dạng toán.....	18
Dạng 1. Khai triển biểu thức cho trước.....	18
Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức cho trước.....	19

	▢ Dạng 3. Rút gọn biểu thức.....	20
	▢ Dạng 4. Tính nhanh.....	20
	Ⓒ Bài tập về nhà.....	21
§5 –	NHỮNG HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ (PHẦN 3)	23
	Ⓐ Tóm tắt lí thuyết.....	23
	Ⓑ Bài tập và các dạng toán.....	23
	▢ Dạng 1. Sử dụng hằng đẳng thức để phân tích hoặc rút gọn biểu thức cho trước.....	23
	▢ Dạng 2. Tìm x	25
	▢ Dạng 3. Khai triển biểu thức cho trước.....	25
	Ⓒ Bài tập về nhà.....	26
§6 –	PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG	27
	Ⓐ Tóm tắt lí thuyết.....	27
	Ⓑ Bài tập và các dạng toán.....	27
	▢ Dạng 1. Khai triển biểu thức cho trước.....	27
	▢ Dạng 2. Khai triển biểu thức cho trước.....	28
	▢ Dạng 3. Tìm giá trị chưa biết trong một đẳng thức.....	29
	Ⓒ Bài tập về nhà.....	30
§7 –	PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PHƯƠNG PHÁP DÙNG HẰNG ĐẲNG THỨC	32
	Ⓐ Tóm tắt lí thuyết.....	32
	Ⓑ Bài tập và các dạng toán.....	32
	▢ Dạng 1. Phân tích đa thức thành nhân tử.....	32
	▢ Dạng 2. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách thêm bớt.....	35
	▢ Dạng 3. Tính nhanh biểu thức.....	36
	▢ Dạng 4. Tìm x thỏa mãn điều kiện cho trước.....	37
	Ⓒ Bài tập về nhà.....	38
§8 –	PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PHƯƠNG PHÁP NHÓM HẠNG TỬ	41
	Ⓐ Tóm tắt lí thuyết.....	41
	Ⓑ Bài tập và các dạng toán.....	41
	▢ Dạng 1. Phân tích đa thức thành nhân tử.....	41
	▢ Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức cho trước.....	43
	▢ Dạng 3. Tìm giá trị của ẩn thỏa mãn đẳng thức cho trước.....	43
	Ⓒ Bài tập về nhà.....	45
§9 –	PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG CÁCH PHỐI HỢP NHIỀU PHƯƠNG PHÁP	48
	Ⓐ Tóm tắt lí thuyết.....	48

ⓑ	Bài tập và các dạng toán.....	48
📁	Dạng 1. Phân tích đa thức thành nhân tử.....	48
📁	Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức cho trước.....	49
📁	Dạng 3. Tìm giá trị của ẩn thỏa mãn đẳng thức cho trước.....	50
ⓒ	Bài tập về nhà.....	51
§10 – CHIA ĐƠN THỨC CHO ĐƠN THỨC		53
Ⓐ	Tóm tắt lí thuyết.....	53
ⓑ	Bài tập và các dạng toán.....	53
📁	Dạng 1. Thu gọn biểu thức.....	53
📁	Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức.....	54
📁	Dạng 3. Tìm giá trị của ẩn thỏa mãn đẳng thức cho trước.....	55
ⓒ	Bài tập về nhà.....	56
§11 – CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC		58
Ⓐ	Tóm tắt lí thuyết.....	58
ⓑ	Bài tập và các dạng toán.....	58
📁	Dạng 1. Xét xem đa thức A có chia hết cho đơn thức B hay không.....	58
📁	Dạng 2. Thực hiện phép tính chia.....	59
ⓒ	Bài tập về nhà.....	60
§12 – CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN ĐÃ SẮP XẾP		62
Ⓐ	Tóm tắt lí thuyết.....	62
ⓑ	Bài tập và các dạng toán.....	62
📁	Dạng 1. Thực hiện phép tính chia.....	62
📁	Dạng 2. Tìm giá trị chưa biết thỏa mãn yêu cầu bài toán.....	66
ⓒ	Bài tập về nhà.....	70
§13 – ÔN TẬP CHƯƠNG I		73
Ⓐ	Bài tập và các dạng toán.....	73
ⓑ	Bài tập về nhà.....	78
CHƯƠNG 2. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ		86
§1 – PHÂN THỨC ĐẠI SỐ		86
Ⓐ	Tóm tắt lí thuyết.....	86
ⓑ	Bài tập và các dạng toán.....	86
📁	Dạng 1. Chứng minh đẳng thức.....	86
📁	Dạng 2. Tìm đa thức thỏa mãn đẳng thức cho trước.....	87
ⓒ	Bài tập về nhà.....	88
§2 – TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC		90
Ⓐ	Tóm tắt lí thuyết.....	90
ⓑ	Bài tập và các dạng toán.....	90

	▢ Dạng 1. Tính giá trị của phân thức.....	90
	▢ Dạng 2. Biến đổi phân thức theo yêu cầu.....	91
	▢ Dạng 3. Chứng minh cặp phân thức bằng nhau.....	93
	▢ Dạng 4. Tìm đa thức thỏa mãn đẳng thức cho trước.....	93
	Ⓒ Bài tập về nhà.....	95
§3 –	RÚT GỌN PHÂN THỨC ĐẠI SỐ	98
	Ⓐ Tóm tắt lí thuyết.....	98
	Ⓑ Bài tập và các dạng toán.....	98
	▢ Dạng 1. Rút gọn phân thức.....	98
	▢ Dạng 2. Chứng minh đẳng thức.....	100
	Ⓒ Bài tập về nhà.....	100
§4 –	QUY ĐỒNG MẪU THỨC NHIỀU PHÂN THỨC	102
	Ⓐ Tóm tắt lí thuyết.....	102
	Ⓑ Bài tập và các dạng toán.....	102
	Ⓒ Bài tập vận dụng.....	106
§5 –	PHÉP CỘNG CÁC PHÂN THỨC ĐẠI SỐ	107
	Ⓐ Tóm tắt lí thuyết.....	107
	Ⓑ Bài tập và các dạng toán.....	107
	▢ Dạng 1. Cộng các phân thức đại số thông thường.....	107
	▢ Dạng 2. Cộng các phân thức đại số kết hợp quy tắc đổi dấu.....	108
	▢ Dạng 3. Rút gọn phân thức và tính giá trị biểu thức đó.....	110
	Ⓒ Bài tập về nhà.....	111
§6 –	PHÉP TRỪ CÁC PHÂN THỨC ĐẠI SỐ	113
	Ⓐ Tóm tắt lí thuyết.....	113
	Ⓑ Bài tập và các dạng toán.....	113
	▢ Dạng 1. Áp dụng phép trừ hai phân thức để thực hiện phép tính.....	113
	▢ Dạng 2. Tìm phân thức thỏa mãn yêu cầu.....	114
	Ⓒ Bài tập về nhà.....	115
§7 –	PHÉP NHÂN CÁC PHÂN THỨC ĐẠI SỐ	117
	Ⓐ Tóm tắt lí thuyết.....	117
	Ⓑ Bài toán và các dạng toán.....	117
	▢ Dạng 1. Áp dụng phép nhân hai phân thức để thực hiện phép tính.....	117
	▢ Dạng 2. Rút gọn biểu thức kết hợp nhiều quy tắc đã học.....	118
	Ⓒ Bài tập về nhà.....	119
§8 –	PHÉP CHIA CÁC PHÂN THỨC ĐẠI SỐ	121
	Ⓐ Tóm tắt lí thuyết.....	121
	Ⓑ Bài toán và các dạng toán.....	121

§9 –	BIẾN ĐỔI BIỂU THỨC HỮU TỈ. GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC HỮU TỈ		124
§10 –	ÔN TẬP CHƯƠNG II (PHẦN I)		132
§11 –	ÔN TẬP CHƯƠNG II (PHẦN II)		138

II HÌNH HỌC 142

CHƯƠNG 1. TỨ GIÁC 143

§1 –	TỨ GIÁC		143
§2 –	HÌNH THANG		148
§3 –	HÌNH THANG CÂN		153

	Dạng 1. Tính số đo các góc, chứng minh các đoạn thẳng bằng nhau, các góc bằng nhau.	
	153	
	Dạng 2. Chứng minh hình thang cân	155
	C Bài tập về nhà.....	156
§4 –	ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC, CỦA HÌNH THANG	159
	A Tóm tắt lí thuyết.....	159
	B Bài tập và các dạng toán.....	159
	Dạng 1. Sử dụng định nghĩa và các định lí về đường trung bình trong tam giác chứng để chứng minh một tính chất hình học.	159
	Dạng 2. Sử dụng định nghĩa và các định lí về đường trung bình trong hình thang để chứng minh một tính chất hình học.	161
	C Bài tập về nhà.....	162
§5 –	ĐỐI XỨNG TRỤC	164
	A Tóm tắt lí thuyết.....	164
	B Bài tập và các dạng toán.....	165
	Dạng 1. Chứng minh hai điểm hoặc hai hình đối xứng nhau qua một đường thẳng.	165
	Dạng 2. Sử dụng tính chất đối xứng trục để giải toán.	166
	C Bài tập về nhà.....	167
§6 –	HÌNH BÌNH HÀNH	168
	A Tóm tắt lí thuyết.....	168
	B Bài tập và các dạng toán.....	168
	Dạng 1. Sử dụng tính chất của hình bình hành để chứng minh tính chất hình học.	168
	Dạng 2. Chứng minh tứ giác là hình bình hành.	169
	C Bài tập về nhà.....	170
§7 –	ĐỐI XỨNG TÂM	173
	A Tóm tắt lí thuyết.....	173
	B Bài tập và các dạng toán.....	173
	Dạng 1. Chứng minh hai điểm hoặc hai hình đối xứng với nhau qua một điểm.	173
	Dạng 2. Sử dụng tính chất đối xứng để giải toán.	174
	C Bài tập về nhà.....	175
§8 –	HÌNH CHỮ NHẬT	177
	A Tóm tắt lí thuyết.....	177
	B Bài tập và các dạng toán.....	177
	Dạng 1. Chứng minh tứ giác là hình chữ nhật.	177
	Dạng 2. Sử dụng định lí thuận và đảo của đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông.	178
	Dạng 3. Sử dụng tính chất hình chữ nhật để tính độ dài đoạn thẳng.	179
	Dạng 4. Tìm điều kiện để tứ giác là hình chữ nhật.	180
	C Bài tập về nhà.....	181



§9 – ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MỘT ĐƯỜNG THẲNG CHO TRƯỚC 184

- (A) Tóm tắt lí thuyết..... 184
- (B) Bài tập và các dạng toán..... 184
 - ▢ Dạng 1. Phát biểu cơ bản về tập hợp điểm..... 184*
 - ▢ Dạng 2. Sử dụng tập hợp các điểm để chứng minh các quan hệ hình học..... 185*
- (C) Bài tập về nhà..... 186

§10 – HÌNH THOI 187

- (A) Tóm tắt lí thuyết..... 187
- (B) Bài tập và các dạng toán..... 187
 - ▢ Dạng 1. Chứng minh tứ giác là hình thoi..... 187*
 - ▢ Dạng 2. Vận dụng tính chất của hình thoi để tính toán và chứng minh các tính chất hình học..... 188*
 - ▢ Dạng 3. Tìm điều kiện để tứ giác là hình thoi..... 189*
- (C) Bài tập về nhà..... 190

§11 – HÌNH VUÔNG 193

- (A) Tóm tắt lí thuyết..... 193
- (B) Bài tập và các dạng toán..... 193
 - ▢ Dạng 1. Chứng minh tứ giác là hình vuông..... 193*
 - ▢ Dạng 2. Vận dụng tính chất của hình vuông để chứng minh các tính chất hình học..... 194*
 - ▢ Dạng 3. Tìm điều kiện để tứ giác là hình vuông..... 195*
- (C) Bài tập về nhà..... 196

§12 – ÔN TẬP CHƯƠNG I 198

- (A) Bài tập luyện tập..... 198
- (B) Bài tập về nhà..... 202

CHƯƠNG 2. ĐA GIÁC. DIỆN TÍCH ĐA GIÁC 205

§1 – ĐA GIÁC. ĐA GIÁC ĐỀU 205

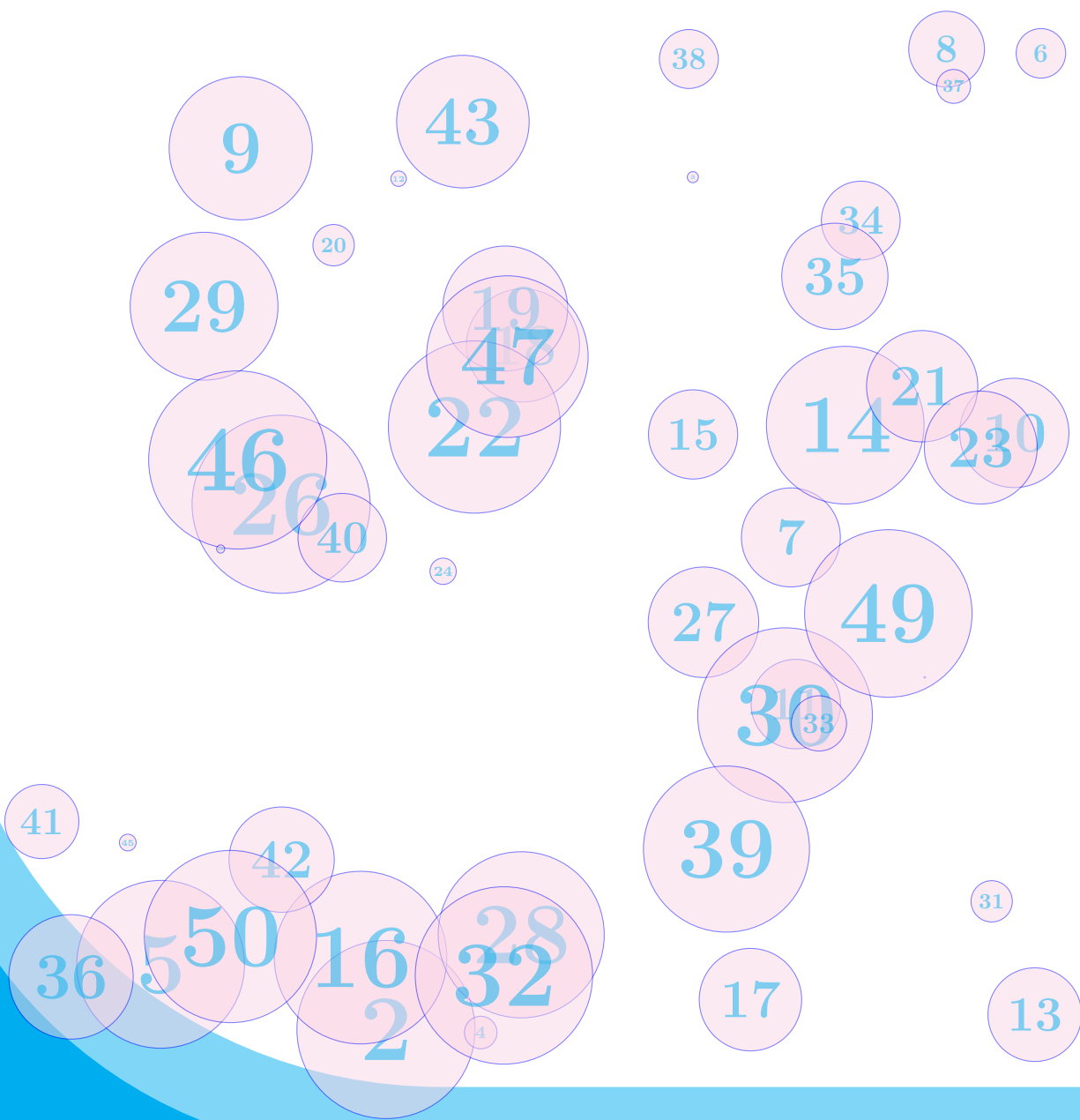
- (A) Tóm tắt lí thuyết..... 205
- (B) Bài tập và các dạng toán..... 205
- (C) Bài tập về nhà..... 208

§2 – DIỆN TÍCH HÌNH CHỮ NHẬT 210

- (A) Tóm tắt lí thuyết..... 210
- (B) Bài tập và các dạng toán..... 211
 - ▢ Dạng 1. Tính diện tích hình chữ nhật..... 211*
 - ▢ Dạng 2. Diện tích hình vuông, diện tích tam giác vuông..... 212*
- (C) Bài tập về nhà..... 213

§3 – DIỆN TÍCH TAM GIÁC	215
(A) Tóm tắt lí thuyết.....	215
(B) Bài tập và các dạng toán.....	215
📁 Dạng 1. Tính toán, chứng minh hệ thức về diện tích tam giác.....	215
📁 Dạng 2. Sử dụng công thức tính diện tích để tính độ dài đoạn thẳng. Chứng minh hệ thức hình học.....	216
(C) Bài tập về nhà.....	218
§4 – DIỆN TÍCH HÌNH THOI	220
(A) Tóm tắt lí thuyết.....	220
(B) Bài tập và các dạng toán.....	220
(C) Bài tập về nhà.....	222
§5 – DIỆN TÍCH ĐA GIÁC	223
(A) Tóm tắt lí thuyết.....	223
(B) Bài tập và các dạng toán.....	223
(C) Bài tập về nhà.....	224
§6 – ÔN TẬP CHƯƠNG II	225
(A) Bài tập và các dạng toán.....	225
(B) Bài tập về nhà.....	228

PHẦN ĐẠI SỐ



PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA CÁC ĐA THỨC

BÀI 1. NHÂN ĐƠN THỨC VỚI ĐA THỨC

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Định nghĩa 1 (Quy tắc nhân đơn thức với đa thức). Muốn nhân một đơn thức với một đa thức, ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các tích với nhau.

Ta có $A(B + C) = A \cdot B + A \cdot C$.

Ví dụ $3x \cdot (2x^3 - x + 1) = 3x \cdot 2x^3 + 3x \cdot (-x) + 3x \cdot 1 = 6x^4 - 3x^2 + 3x$.

Vậy $3x \cdot (2x^3 - x + 1) = 6x^4 - 3x^2 + 3x$.

⚠ Ta thường sử dụng các phép toán liên quan đến lũy thừa sau khi thực hiện phép nhân:

- $a^0 = 1$ với $a \neq 0$;
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$;
- $a^m : a^n = a^{m-n}$ với $m \geq n$;
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.

với m, n là số tự nhiên.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Làm phép tính nhân đơn thức với đa thức

Sử dụng quy tắc nhân đơn thức với đa thức và các phép toán liên quan đến lũy thừa.

🔗 Ví dụ 1. Thực hiện phép tính

a) $M = 2x^2(1 - 3x + 2x^2)$;

b) $N = (2x^2 - 3x + 4) \cdot \left(\frac{-1}{2}x\right)$;

c) $P = \frac{1}{2}xy(-x^3 + 2xy - 4y^2)$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

🔗 Ví dụ 2. Làm tính nhân

a) $M = 2x^3(x^2 - 2x + 1)$;

b) $N = (2x^3 - 4x - 8) \cdot \left(\frac{1}{2}x\right)$;

c) $P = x^2y \cdot \left(xy^2 - x^2 - \frac{1}{2}y^3\right)$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 3.** Nhân đơn thức A với đa thức B biết rằng $A = \left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^2$ và $B = 4x^2 + 4xy^2 - 3$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 4.** Nhân đa thức A với đơn thức B biết rằng $A = \frac{1}{4}x^3y + \frac{-1}{2}x^2 - y^3$ và $B = (-2xy)^2$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

📁 Dạng 2. Sử dụng phép nhân đơn thức với đa thức, rút gọn biểu thức cho trước

Thực hiện theo hai bước

- 🕒 Sử dụng quy tắc nhân đơn thức với đa thức để phá ngoặc;
- 🕒 Nhóm các đơn thức đồng dạng và rút gọn biểu thức đã cho.

🔗 **Ví dụ 5.** Rút gọn các biểu thức sau

a) $M = 2x(-3x + 2x^3) - x^2(3x^2 - 2) - (x^2 - 4)x^2$;

b) $N = x(y^2 - x) - y(yx - x^2) - x(xy - x - 1)$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 6.** Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = 3x^2(6x^2 + 1) - 9x(2x^3 - x)$;

b) $B = x^2(x - 2y) + 2xy(x - y) + \frac{1}{3}y^2(6x - 3y)$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

Dạng 3. Tính giá trị của biểu thức cho trước

Thực hiện theo hai bước

- ① Rút gọn biểu thức đã cho;
- ② Thay các giá trị của biến vào biểu thức sau khi đã rút gọn ở bước 1.

↔ **Ví dụ 7.** Tính giá trị của biểu thức

a) $P = 2x^3 - x(3 + x^2) - x(x^2 - x - 3)$ tại $x = 10$;

b) $Q = x^2(x - y + y^2) - x(xy^2 + x^2 - xy - y)$ tại $x = 5$ và $y = 20$.

 **Lời giải.**

↔ **Ví dụ 8.** Tính giá trị của biểu thức

a) $M = 2x^2(x^2 - 5) + x(-2x^3 + 4x) + (6 + x)x^2$ tại $x = -4$;

b) $N = x^3(y + 1) - xy(x^2 - 2x + 1) - x(x^2 + 2xy - 3y)$ tại $x = 8$ và $y = -5$.

 **Lời giải.**

Dạng 4. Tìm x biết x thỏa mãn điều kiện cho trước

Thực hiện theo hai bước

- B1. Sử dụng quy tắc nhân đơn thức với đa thức để phá ngoặc;
- B2. Nhóm các đơn thức đồng dạng và rút gọn biểu thức ở hai vế để tìm x .

↔ **Ví dụ 9.** Tìm x , biết $3x(1 - 4x) + 6x(2x - 1) = 9$.

 **Lời giải.**

↔ **Ví dụ 10.** Tìm x , biết $3x(2 - 8x) - 12x(1 - 2x) = 6$.

 **Lời giải.**

Dạng 5. Chứng tỏ giá trị biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của biến

Rút gọn biểu thức đã cho và chứng tỏ kết quả đó không phụ thuộc vào biến.

❖ **Ví dụ 11.** Chứng tỏ rằng giá trị của biểu thức $Q = 3x(x^3 - x + 4) - \frac{1}{2}x^2(6x^2 - 2) - 2x(6 - x) + 1$ không phụ thuộc vào giá trị của biến x .

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 12.** Cho biểu thức $P = x^2(1 - 2x^3) + 2x(x^4 - x + 2) + x(x - 4)$. Chứng tỏ giá trị của P không phụ thuộc vào giá trị của x .

🗨️ **Lời giải.**

C - BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Thực hiện phép tính

a) $A = 2x^2y^2 \left(x^3y^2 - x^2y^3 - \frac{1}{2}y^5 \right);$

b) $B = -\frac{1}{3}xy(3x^3y^2 - 6x^2 + y^2);$

c) $C = \left(-2xy^2 + \frac{2}{3}y^2 + 4xy^2 \right) \cdot \frac{3}{2}xy.$

🗨️ **Lời giải.**

Bài 2. Làm tính nhân

a) $M = 2x(-3x^3 + 2x - 1);$

b) $N = (x^2 - 3x + 2)(-x^2);$

c) $P = (-xy^2)^2 \cdot (x^2 - 2x + 1).$

🗨️ **Lời giải.**

Bài 3. Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = (-x)^2(x + 3) - x^2(2 - 3x) - 4x^3;$

$$b) B = x^2(x - y^2) - xy(1 - yx) - x^3;$$

$$c) C = x(x + 3y + 1) - 2y(x - 1) - (y + x + 1)x.$$

Bài 4. Rút gọn rồi tính giá trị biểu thức

$$a) P = x(x^2 - y) + y(x - y^2) \text{ tại } x = -\frac{1}{2} \text{ và } y = -\frac{1}{2};$$

$$b) Q = x^2(y^3 - xy^2) + (-y + x + 1)x^2y^2 \text{ tại } x = -10 \text{ và } y = -10.$$

 **Lời giải.**

Bài 5. Tìm x , biết

$$a) 2(3x - 2) - 3(x - 2) = -1;$$

$$b) 3(3 - 2x^2) + 3x(2x - 1) = 9;$$

$$c) (2x)^2(x - x^2) - 4x(-x^3 + x^2 - 5) = 20.$$

 **Lời giải.**

Bài 6. Chứng tỏ rằng giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến

$$a) P = x(3x + 2) - x(x^2 + 3x) + x^3 - 2x + 3;$$

$$b) Q = x(2x - 3) + 6x\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}x\right) + 1.$$

 **Lời giải.**

BÀI 2. NHÂN ĐA THỨC VỚI ĐA THỨC

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Định nghĩa 2 (Quy tắc nhân đa thức với đa thức). Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với mỗi hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích lại với nhau. Ta có

$$(A + B)(C + D) = A(C + D) + B(C + D) = A \cdot C + A \cdot D + B \cdot C + B \cdot D$$

với A, B, C, D là các đơn thức.

Ví dụ

$$(x + 2)(x - 1) = x(x - 1) + 2(x - 1) = x^2 - x + 2x - 2 = x^2 + x - 2.$$

Vậy $(x + 2)(x - 1) = x^2 + x - 2$.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Làm phép tính nhân đa thức với đa thức

Sử dụng quy tắc nhân đa thức với đa thức.

🔗 **Ví dụ 1.** Nhân các đa thức sau

a) $(x - 2)(3x + 5)$; b) $(-2x^2 + x - 1)(x + 2)$; c) $(x - y)(y^2 + xy + x^2)$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 2.** Thực hiện phép nhân

a) $(x + 1)(x^2 - x)$; b) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$; c) $(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 3.** Tính giá trị của biểu thức

a) $M = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$ tại $x = \frac{-1}{2}$;

b) $N = (2x - y^2)(4x^2 + 2xy^2 + y^4)$ tại $x = \frac{1}{2}$ và $y = 2$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 4.** Tính giá trị của biểu thức

a) $P = (4x - 3)(4x + 3)$ tại $x = \frac{1}{4}$;

b) $Q = (3y + x)(9y^2 - 3xy + x^2)$ tại $x = 3$ và $y = \frac{1}{3}$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

📁 **Dạng 2. Chứng tỏ giá trị của biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của biến**

Thực hiện theo hai bước

B1. Sử dụng quy tắc nhân đa thức với đa thức;

B2. Áp dụng các quy tắc rút gọn đa thức để thu được kết quả không còn chứa biến.

❖ **Ví dụ 5.** Chứng minh giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến

$$A = (x - 2)(2x - 1) - (2x - 3)(x - 1) - 2.$$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 6.** Chứng minh giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến

$$B = (3 - 2x)(3 + 2x) + (2x - 1)(2x + 1).$$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

📁 **Dạng 3. Tìm x thỏa mãn điều kiện cho trước**

Thực hiện theo hai bước

B1. Sử dụng quy tắc nhân đa thức với đa thức để khai triển;

B2. Nhóm các đơn thức đồng dạng và rút gọn biểu thức ở hai vế để tìm x .

❖ **Ví dụ 7.** Tìm x , biết $(2x + 1)(2x - 3) - (4x + 1)(x + 2) = 8$.

💬 **Lời giải.**

↔ Ví dụ 8. Tìm x , biết $(1 - 2x)(3x + 1) + 3x(2x - 1) = 9$.

🗨️ Lời giải.

C - BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Nhân các đa thức sau

a) $(2x + 3)(x - 2)$;

b) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$;

c) $4\left(x^2 - \frac{1}{2}y\right)\left(x^2 + \frac{1}{2}y\right)$.

🗨️ Lời giải.

Bài 2. Cho biểu thức $P = (x - 1)(x^2 + x + 1) + 2(x - 2)(x + 2) - x^2(2 + x)$. Chứng minh giá trị của P không phụ thuộc vào x .

🗨️ Lời giải.

Bài 3. Tìm x biết

a) $(x^2 - 2x + 4)(x + 2) - x(x - 1)(x + 1) + 3 = 0$;

b) $(x - 1)(3 - 2x) + (2x - 1)(x + 3) = 4$.

🗨️ Lời giải.

Bài 4. Tìm ba số tự nhiên liên tiếp, biết tích hai số sau lớn hơn hai số trước là 30.

🗨️ Lời giải.

BÀI 3. NHỮNG HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ (PHẦN 1)

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Bình phương của một tổng

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2.$$

Ví dụ $(x + 2)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 4 = x^2 + 4x + 4.$

2. Bình phương của một hiệu

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2.$$

Ví dụ $(x - 3)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 9 = x^2 - 6x + 9.$

3. Hiệu hai bình phương

$$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B).$$

Ví dụ $x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x - 2)(x + 2).$

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Thực hiện phép tính

Sử dụng trực tiếp các hằng đẳng thức đã học để khai triển các biểu thức.

❖ Ví dụ 1. Thực hiện phép tính

- a) $(x + 3)^2;$
- b) $(3x - 1)^2;$
- c) $\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2} - x\right);$
- d) $\left(x^2 - \frac{1}{3}\right)^2.$

 Lời giải.

.....

.....

❖ Ví dụ 2. Thực hiện phép tính

- a) $(x + 1)^2;$
- b) $(2x - 1)^2;$
- c) $(x - 3)(3 + x);$
- d) $(x^2 + 2)^2.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 3. Khai triển các biểu thức sau

- a) $(2x + 3y)^2;$
- b) $(xy - 3)^2;$
- c) $(2xy - 1)(2xy + 1);$
- d) $2\left(\frac{1}{2}x^2 + y\right)(x^2 - 2y).$

 Lời giải.

⇨ **Ví dụ 4.** Khai triển các biểu thức sau

a) $(2x + y)^2$; b) $(2 - xy)^2$; c) $(3x - 2y)(3x + 2y)$; d) $2\left(x^2 + \frac{1}{2}y\right)(2x^2 - y)$.

🗨️ **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 5.** Viết các biểu thức dưới dạng bình phương của một tổng hoặc hiệu

a) $x^2 + 4x + 4$; b) $4x^2 - 4x + 1$; c) $x^2 - x + \frac{1}{4}$; d) $4(x+y)^2 - 4(x+y) + 1$.

🗨️ **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 6.** Viết các biểu thức dưới dạng bình phương của một tổng hoặc hiệu

a) $x^2 + 6x + 9$; b) $9x^2 - 6x + 1$; c) $x^2y^2 + xy + \frac{1}{4}$; d) $(x-y)^2 + 6(x-y) + 9$.

🗨️ **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 7.** Điền các đơn thức vào chỗ “...” để hoàn thành các hằng đẳng thức sau

a) $x^2 + 6x + \dots = (x + \dots)^2$; b) $4x^2 - 4x + \dots = (2x - \dots)^2$;
 c) $9x^2 - \dots + \dots = (3x - 2y)^2$; d) $(x - \dots)\left(\dots + \frac{y}{3}\right) = \dots - \frac{y^2}{9}$.

🗨️ **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 8.** Hoàn thiện các hằng đẳng thức sau

a) $\dots - 10x + 25 = (x - \dots)^2$; b) $\dots - 4x^2 + x^4 = (\dots - x^2)^2$;
 c) $x^2 - \dots + 9y^2 = (x - \dots)^2$; d) $(2x + \dots)(\dots - y^2) = 4x^2 - y^4$.

🗨️ **Lời giải.**

Dạng 2. Chứng minh các đẳng thức, rút gọn biểu thức

Áp dụng các hằng đẳng thức một cách linh hoạt trong các phép biến đổi.

🔗 **Ví dụ 9.** Chứng minh các đẳng thức sau

a) $(a^2 - 1)^2 + 4a^2 = (a^2 + 1)^2$.

b) $(x - y)^2 + (x + y)^2 + 2(x^2 - y^2) = 4x^2$.

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 10.** Chứng minh các đẳng thức sau

a) $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$;

b) $(x + y)^2 + (x - y)^2 = 2(x^2 + y^2)$.

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 11.** Rút gọn các biểu thức sau

a) $M = (x + 3y)^2 - (x - 3y)^2$;

b) $Q = (x - y)^2 - 4(x - y)(x + 2y) + 4(x + 2y)^2$.

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 12.** Rút gọn các biểu thức

a) $A = (2x + y)^2 - (2x - y)^2$;

b) $B = (x - 2y)^2 - 4(x - 2y)y + 4y^2$.

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 13.** Khai triển các biểu thức sau

a) $A = (x + y + z)^2$;

b) $B = (a - b - c)^2$.

 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 14. Khai triển các biểu thức sau

a) $C = (x + y - z)^2$;

b) $D = (a + 1 - b)^2$.

🗨️ Lời giải.

📁 Dạng 3. Tính nhanh

Áp dụng linh hoạt các hằng đẳng thức cho các số tự nhiên.

❖ Ví dụ 15. Tính nhanh

a) 501^2 ;

b) $88^2 + 24 \cdot 88 + 12^2$;

c) $52 \cdot 48$.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 16. Tính nhanh

a) 101^2 ;

b) $75^2 - 50 \cdot 75 + 25^2$;

c) $103 \cdot 97$.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 17. Tính giá trị của biểu thức $P = 9x^2 - 12x + 4$ trong mỗi trường hợp sau

a) $x = 34$;

b) $x = \frac{2}{3}$;

c) $x = \frac{-8}{3}$.

🗨️ Lời giải.

⇨ **Ví dụ 18.** Tính giá trị của biểu thức $Q = 9x^2 + 6x + 1$ trong mỗi trường hợp sau

a) $x = 33$; b) $x = \frac{-1}{3}$; c) $x = \frac{-11}{3}$.

🗨️ **Lời giải.**

📁 **Dạng 4. Chứng minh bất đẳng thức; tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của biểu thức**

Sử dụng các hằng đẳng thức và chú ý rằng $A^2 \geq 0$ và $-A^2 \leq 0$ với A là một biểu thức bất kỳ

⇨ **Ví dụ 19.** Chứng minh

- a) Biểu thức $4x^2 - 4x + 3$ luôn dương với mọi x .
b) Biểu thức $y - y^2 - 1$ luôn âm với mọi y .

🗨️ **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 20.** Chứng tỏ

a) $x^2 - 6x + 10 > 0$ với mọi x ; b) $4y - y^2 - 5 < 0$ với mọi y .

🗨️ **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 21.** Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau

a) $M = x^2 - 4x + 5;$

b) $N = y^2 - y - 3;$

c) $P = x^2 + y^2 - 4x + y + 7.$

 **Lời giải.**

.....

.....


.....

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 22.** Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau

a) $P = x^2 - 6x + 11;$

b) $Q = y^2 + y;$

c) $K = x^2 + y^2 - 6x + y + 10.$

 **Lời giải.**

.....

.....


.....

.....

.....

.....

.....


 **Ví dụ 23.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = -x^2 - 6x + 1.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

 **Ví dụ 24.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $B = 4x - x^2 + 5.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ**Bài 1.** Khai triển biểu thức sau

a) $(x + 3)^2$;

b) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2$;

c) $(3x - y)^2$;

d) $\left(x - \frac{1}{2}x^2y\right)^2$;

e) $(2xy^2 - 1)(1 + 2xy^2)$;

f) $(x - y + 2)^2$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Viết các biểu thức dưới dạng bình phương của một tổng hoặc hiệu

a) $x^2 + 8x + 16$;

b) $9x^2 - 24x + 16$;

c) $x^2 - 3x + \frac{9}{4}$;

d) $4x^2y^4 - 4xy^3 + y^2$;

e) $(x - 2y)^2 - 4(x - 2y) + 4$;

f) $(x + 3y)^2 - 12xy$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Tính nhanh

a) 103^2 ;

b) $96^2 + 8 \cdot 96 + 4^2$;

c) $99 \cdot 101$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Rút gọn biểu thức

a) $A = (2x - 3)^2 - (2x + 3)^2$;

b) $B = (x + 1)^2 - 2(2x - 1)(1 + x) + 4x^2 - 4x + 1$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Tính giá trị của biểu thức

a) $N = x^2 - 10x + 25$ tại $x = 55$;

b) $P = \frac{x^4}{4} - x^2y + y^2$ tại $x = 4; y = \frac{1}{2}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau

a) $A = x^2 - 4x + 6$;

b) $B = y^2 - y + 1$;

c) $C = x^2 - 4x + y^2 - y + 5$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 7. Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau

a) $A = -x^2 + 4x + 2$;

b) $B = x - x^2 + 2$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

BÀI 4. NHỮNG HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ (PHẦN 2)

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Lập phương của một tổng

$$(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$

Ví dụ: $(x + 1)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 3 \cdot x \cdot 1^2 + 1^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1.$

2. Lập phương của một hiệu

$$(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

Ví dụ: $(x - 1)^3 = x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 3 \cdot x \cdot 1^2 - 1^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1.$

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Khai triển biểu thức cho trước

Áp dụng trực tiếp các hằng đẳng thức đã học để khai triển biểu thức.

❖ Ví dụ 1. Thực hiện phép tính:

a) $(x + 2)^3$; b) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^3$; c) $(x - 2y)^3$; d) $\left(x + \frac{y^2}{2}\right)^3.$

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 2. Thực hiện phép tính:

a) $(x + 3)^3$; b) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^3$; c) $(x - 3y)^3$; d) $\left(x + \frac{y^2}{3}\right)^3.$

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 3. Viết các biểu thức sau dưới dạng lập phương của một tổng hoặc hiệu:

a) $-x^3 + 3x^2 - 3x + 1$;

b) $x^3 + x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{27}$;

c) $x^6 - 3x^4y + 3x^2y^2 - y^3$;

d) $(x - y)^3 + (x - y)^2 + \frac{1}{3}(x - y) + \frac{1}{27}$.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 4.** Viết các biểu thức sau dưới dạng lập phương của một tổng hoặc hiệu:

a) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$;

b) $-8x^3 + 12x^2 - 6x + 1$;

c) $x^3 - \frac{3}{2}x^2y + \frac{3}{4}xy^2 - \frac{1}{8}y^3$;

d) $(x - y)^3 + 6(x - y)^2 + 12(x - y) + 8$.

 **Lời giải.**

Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức cho trước

Áp dụng các hằng đẳng thức để rút gọn biểu thức trước, sau đó thay số và tính toán hợp lí.

❖ **Ví dụ 5.** Tính giá trị biểu thức:

a) $A = -x^3 + 6x^2 - 12x + 8$ tại $x = -28$;

b) $B = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$ tại $x = \frac{1}{2}$;

c) $C = (x + 2y)^3 - 6(x + 2y)^2 + 12(x + 2y) - 8$ tại $x = 20, y = 1$.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 6.** Tính giá trị biểu thức:

a) $M = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ tại $x = 99$;

b) $P = 27x^3 - 27x^2 + 9x - 1$ tại $x = -\frac{1}{3}$;

c) $N = (x - y)^3 + 3(x - y)^2 + 3(x - y) + 1$ tại $x = 10, y = 1$.

a) 199^3 ;

b) $199^3 + 3 \cdot 199^2 + 3 \cdot 199 + 1$;

c) 103^3 ;

d) $103^3 - 9 \cdot 103^2 + 27 \cdot 103 - 27$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C - BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Tính:

a) $(x - 2)^3$;

b) $(2x - 3y)^3$;

c) $\left(x + \frac{y}{x}\right)^3$;

d) $(2x^2 + 3y)^3$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

Bài 2. Viết các biểu thức sau dưới dạng lập phương của một tổng hoặc một hiệu:

a) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$;

b) $-\frac{x^3}{8} + \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + 1$;

c) $x^6 - \frac{3}{2}x^4y + \frac{3}{4}x^2y^2 - \frac{1}{8}y^3$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Rút gọn biểu thức:

a) $A = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$;

b) $B = 1 - \frac{3x}{2} + \frac{3x^2}{4} - \frac{x^3}{8}$;

c) $C = (2x + y)^3 - 6(2x + y)^2 \cdot x + 12(2x + y)x^2 - 8x^3$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Tính giá trị biểu thức:

a) $M = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$ tại $x = 25, 5$;

b) $N = 1 - x + \frac{x^2}{3} - \frac{x^3}{27}$ tại $x = -27$;

c) $Q = \frac{x^3}{y^3} + 6\frac{x^2}{y^2} + 12\frac{x}{y} + 8$ tại $x = 36, y = 2$.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài 5. Tính nhanh:

a) 51^3 ;

b) $89^3 + 33 \cdot 89^2 + 3 \cdot 121 \cdot 89 + 11^3$;

c) $23^3 - 9 \cdot 23^2 + 27 \cdot 23 - 27$.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

BÀI 5. NHỮNG HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ (PHẦN 3)

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tổng hai lập phương

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

Ví dụ: $x^3 + 2^3 = (x + 2)(x^2 - 2x + 2^2) = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$.

⚠ Chú ý: $A^2 - AB + B^2$ được gọi là bình phương thiếu của hiệu.

2. Hiệu hai lập phương

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

Ví dụ: $x^3 - 3^2 = (x - 3)(x^2 + 3x + 3^2) = (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$.

⚠ Chú ý: $A^2 + AB + B^2$ được gọi là bình phương thiếu của tổng.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Sử dụng hằng đẳng thức để phân tích hoặc rút gọn biểu thức cho trước

Áp dụng trực tiếp các hằng đẳng thức đã học để khai triển các biểu thức đã cho.

🔗 Ví dụ 1. Viết các biểu thức sau dưới dạng tích:

- a) $x^3 + 27$; b) $x^3 - \frac{1}{8}$; c) $8x^3 + y^3$; d) $8x^3 - 27y^3$.

💬 Lời giải.

🔗 Ví dụ 2. Viết các biểu thức sau dưới dạng tích:

- a) $x^3 + 1$; b) $x^3 - \frac{1}{27}$; c) $x^3 - 27y^3$; d) $27x^3 + 8y^3$.

💬 Lời giải.

🔗 Ví dụ 3. Viết các biểu thức sau dưới dạng tổng hoặc hiệu các lập phương:

a) $(x - 2)(x^2 + 2x + 4);$

b) $(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1);$

c) $\left(1 - \frac{x}{2}\right)\left(1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4}\right);$

d) $\left(y - \frac{x}{y}\right)\left(y^2 + x + \frac{x^2}{y^2}\right).$

Lời giải.**Ví dụ 4.** Viết các biểu thức sau dưới dạng tổng hoặc hiệu các lập phương:

a) $M = (x + 3)(x^2 - 3x + 9);$

b) $N = (1 - 3x)(1 + 3x + 9x^2);$

c) $P = \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x^2 + \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right);$

d) $Q = (2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2).$

Lời giải.**Ví dụ 5.** Rút gọn các biểu thức:

a) $A = (x - 3)(x^2 + 3x + 9) - (x^3 + 3);$

b) $B = (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) - 8\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right);$

c) $C = (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2) - (2y - 3x)(4y^2 + 6xy + 9x^2).$

Lời giải.**Ví dụ 6.** Rút gọn các biểu thức:

a) $A = (x + 2)(x^2 - 2x + 4) - x^3 + 2;$

b) $B = (x - 1)(x^2 + x + 1) - (x + 1)(x^2 - x + 1);$

c) $C = (2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2) + (y - 3x)(y^2 + 3xy + 9x^2).$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Tìm x

Áp dụng các hằng đẳng thức đã học để rút gọn biểu thức từ đó tìm được x .

🔗 Ví dụ 7. Tìm x biết:

a) $(1 - x)(1 + x + x^2) + x(x^2 - 5) = 11;$

b) $8\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right) - x(1 + 8x^2) + 2 = 0.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

🔗 Ví dụ 8. Tìm x biết:

a) $(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) - 8x(x^2 - 1) = 15;$

b) $(x - 1)(x^2 + x + 1) - (2 + x)(4 - 2x + x^2) = 3x.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

Dạng 3. Khai triển biểu thức cho trước

Áp dụng các hằng đẳng thức đã học để rút gọn các biểu thức đã cho, sau đó thay số và tính giá trị các biểu thức.

🔗 Ví dụ 9.

a) Chứng minh $A^3 + B^3 = (A + B)^3 - 3AB(A + B)$ và $A^3 - B^3 = (A - B)^3 + 3AB(A - B)$.

b) Áp dụng để tính $101^3 - 1$.

c) Tính giá trị biểu thức $x^3 + y^3$ biết $x + y = 2$ và $x \cdot y = -3$.

 Lời giải.

◊ Ví dụ 10. Tính bằng cách hợp lí:

a) Tính $11^3 - 1$;

b) Tính giá trị biểu thức $x^3 - y^3$ biết $x - y = 6$ và $x \cdot y = 9$.

🗨️ Lời giải.

C - BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Đơn giản biểu thức:

a) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$;

b) $(3x - 1)(9x^2 + 3x + 1)$;

c) $\left(1 - \frac{x}{2}\right)\left(1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4}\right)$;

d) $\left(\frac{x}{3} - y\right)\left(\frac{x^2}{9} + \frac{xy}{3} + y^2\right)$.

🗨️ Lời giải.

Bài 2. Rút gọn biểu thức:

a) $P = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) + (x + 1)(x^2 - x + 1)$;

b) $Q = (x - y)(x^2 + xy + y^2) - (x + y)(x^2 - xy + y^2) + 2y^3$.

🗨️ Lời giải.

Bài 3. Chứng minh giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của x

a) $A = 6(x + 2)(x^2 - 2x + 4) - 6x^3 - 2$;

b) $B = 2(3x + 1)(9x^2 - 3x + 1) - 54x^3$.

🗨️ Lời giải.

BÀI 6. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Phân tích đa thức thành nhân tử

Phân tích đa thức thành nhân tử (hay thừa số) là biến đổi đa thức đó thành một tích của những đa thức.

2. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp đặt nhân tử chung

Khi các số hạng của đa thức có một thừa số chung, ta đặt thừa số chung đó ra ngoài dấu ngoặc có được bằng cách lấy số hạng của đa thức chia cho nhân tử chung.

Ví dụ: Hãy viết $x^2 + 2x$ thành tích của những đa thức.

Ta có $x^2 + 2x = x(x + 2)$.

Cách làm này gọi là phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp đặt nhân tử chung.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Khai triển biểu thức cho trước

Đặt các nhân tử chung của biểu thức cho trước và đưa biểu thức về dạng tích.

⚠ *Chú ý: Một số trường hợp để làm xuất hiện nhân tử chung ta cần đổi dấu các hạng tử. Tức là $A = -(-A)$.*

🔗 **Ví dụ 1.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x - 6y$;

b) $\frac{1}{2}x^3 - 5x^2y + x$;

c) $3x^3y - 6xy + 8x^2y^2$;

d) $2x(y - 2) - 2y(y - 2)$;

e) $x^2(x - y) - xy(x - y)$;

f) $3x(y - x) + 6y(y - x)$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 2.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $2x + 4y$;

b) $\frac{1}{4}x^2 + xy + x$;

c) $x^3y + 2xy + xy^2$;

d) $x(y + 1) - 2y(y + 1)$;

e) $x^2(x + y) - y(x + y)$;

f) $x(y - x) + 2y(y - x)$.

 Lời giải.

.....

.....


.....

.....

.....

Dạng 2. Khai triển biểu thức cho trước

Sử dụng phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử, thay giá trị của biến (nếu cần) để tính nhanh giá trị biểu thức.

 **Ví dụ 3.** Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $15 \cdot 80,5 + 15 \cdot 19,5;$

b) $46 \cdot 101,5 - 46 \cdot 1,5;$

c) $28 \cdot 92,5 + 280 \cdot 0,75;$

d) $110 \cdot 102,9 - 1100 \cdot 0,29.$

 Lời giải.


.....

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 4.** Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $10 \cdot 81,5 + 10 \cdot 18,5;$

b) $25 \cdot 11,5 - 25 \cdot 1,5;$

c) $13 \cdot 91,5 + 130 \cdot 0,85;$

d) $10 \cdot 105,9 - 100 \cdot 0,59.$

 Lời giải.


.....

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 5.** Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $y(x - 2) + x(x - 2)$ tại $x = 102, y = 8;$

b) $x(x - 1) + y(1 - x)$ tại $x = 101, y = 1.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 6.** Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $y(x + 1) + x(x + 1)$ tại $x = 99, y = 1$;

b) $x(x - 2) + y(2 - x)$ tại $x = 102, y = 2$.

🗨️ **Lời giải.**

📁 Dạng 3. Tìm giá trị chưa biết trong một đẳng thức

- 🕒 **Bước 1.** Chuyển tất cả các hạng tử về vế trái (nếu cần), vế phải bằng 0; Ví dụ số đó có ba chữ số thì tập giá trị là $\{100; 101; \dots; 999\}$;
- 🕒 **Bước 2.** Phân tích vế trái thành tích các nhân tử dạng $A \cdot B = 0$;
- 🕒 **Bước 3.** Lần lượt tìm x sao cho $A = 0$ hoặc $B = 0$ và kết luận.

🔗 **Ví dụ 7.** Tìm x , biết:

a) $x^3 + 4x = 0$;

b) $x(x - 2) + 3(x - 2) = 0$;

c) $3x(2x - 1) - 2x + 1 = 0$;

d) $3(x - 1) = (x - 1)^2$.

🗨️ **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 8.** Tìm x , biết:

a) $x^3 + 2x = 0$;

b) $x(x + 1) + 2(x + 1) = 0$;

c) $x(x + 1) - x - 1 = 0$;

d) $2x + 1 = (2x + 1)^2$.

🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C - BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $2x + 10y$;

b) $x^2 + xy + x$;

c) $3x^2y - 6xy + 12xy^2$;

d) $y(x - 2) - 2x(x - 2)$;

e) $2x^2(x - 2y) + xy(x - 2y)$;

f) $x(y - x) - 2y(y - x)$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

Bài 2. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $3 \cdot 80,5 + 3 \cdot 19,5$;

b) $78 \cdot 101,5 - 78 \cdot 1,5$;

c) $103 \cdot 93,5 + 1030 \cdot 0,65$;

d) $11 \cdot 10,9 - 110 \cdot 0,09$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $y(3x + 1) + x(3x + 1)$ tại $x = 33, y = 7$;

b) $2x(x - 1) + y(x - 1)$ tại $x = 101, y = 2$.

 **Lời giải.**

.....
.....
.....

Bài 4. Tìm x , biết:

a) $x^3 + 5x = 0$;

b) $2x(x - 3) + (x - 3) = 0$;

c) $(x + 2)(x - 1) - x + 1 = 0$;

d) $x + 3 = (x + 3)^2$.

 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

BÀI 7. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PHƯƠNG PHÁP DÙNG HẰNG ĐẲNG THỨC

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- a) Phân tích đa thức thành nhân tử (hay thừa số) là biến đổi đa thức đó thành một tích của những đa thức.
- b) Để phân tích một đa thức thành nhân tử, bên cạnh *Phương pháp đặt nhân tử chung* đã học ở *Bài 6*, ta còn có phương pháp dùng các hằng đẳng thức sau đây:

$$\text{a) } A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2;$$

$$\text{b) } A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2;$$

$$\text{c) } A^2 - B^2 = (A + B)(A - B);$$

$$\text{d) } A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 = (A + B)^3;$$

$$\text{e) } A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 = (A - B)^3;$$

$$\text{f) } A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2);$$

$$\text{g) } A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2).$$

- c) Ví dụ minh họa:

(a) Để phân tích đa thức $x^2 - 4$ ta làm như sau: $x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x - 2)(x + 2)$.

- (b) Để phân tích đa thức $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ ta làm như sau

$$x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = x^3 - 3x^2 \cdot 2 + 3x \cdot 2^2 - 2^3 = (x - 2)^3.$$

- (c) Để phân tích đa thức $x^3 - 6x^2 + 12x - 9$ ta làm như sau

$$\begin{aligned} x^3 - 6x^2 + 12x - 9 &= (x^3 - 6x^2 + 12x - 8) - 1 \\ &= (x - 2)^3 - 1 \\ &= (x - 2 - 1) [(x - 2)^2 + (x - 2) + 1] \\ &= (x - 3)(x^2 - 3x + 3). \end{aligned}$$

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Phân tích đa thức thành nhân tử

Biến đổi đa thức đã cho về đúng dạng hằng đẳng thức cần sử dụng, từ đó phân tích đa thức thành nhân tử.

↔ **Ví dụ 1.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 + 4x + 4$.

b) $4x^2 - 4x + 1$.

c) $2x - 1 - x^2$.

d) $x^2 + x + \frac{1}{4}$.

 **Lời giải.**



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ Ví dụ 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 + 6x + 9$.

b) $9x^2 - 6x + 1$.

c) $4x - 4 - x^2$.

d) $x^2 - x + \frac{1}{4}$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ Ví dụ 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $3 - x^2$.

b) $3 - (x + 1)^2$.

c) $(x + 5)^2 - 4x^2$.

d) $(x + 1)^2 - (2x - 1)^2$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ Ví dụ 4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - 9$.

b) $(x + 1)^2 - 9$.

c) $(4x - 1)^2 - 9x^2$.

d) $(x + 2)^2 - (3x - 1)^2$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



⇨ **Ví dụ 5.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - 6xy + 9y^2$.

b) $x^2 - 9y^2$.

c) $x^2y^2 - 4xy + 4$.

d) $y^2 - (x^2 - 2x + 1)$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 6.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - 4xy + 4y^2$.

b) $9x^2 - y^2$.

c) $9x^2y^2 - 6xy + 1$.

d) $x^2 - (y^2 - 4y + 4)$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 7.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $8x^3 - 1$.

b) $8(x + 2)^3 - 1$.

c) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$.

d) $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 8.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^3 - 8$.

b) $x^3 - (x + 3)^3$.

c) $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$.

d) $x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....

📁 Dạng 2. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách thêm bớt

Sử dụng các phép phân tách hoặc thêm bớt hợp lý để đưa biểu thức đã cho về dạng hằng đẳng thức cần sử dụng và phân tích thành nhân tử.

🔗 **Ví dụ 9.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x^2 - 4x + 1$.

b) $4x^2 - 4x - 3$.

c) $4x^2 + 4x - 1$.

d) $x^2 - 4xy - 5y^2$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....

🔗 **Ví dụ 10.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 + 2x + 1$.

b) $x^2 + 2x - 3$.

c) $x^2 - 2x - 2$.

d) $4x^2 - 4xy - y^2$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....

🔗 **Ví dụ 11.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $(x + 2)^3 + 1$.

b) $x^3 + 6x^2 + 12x + 9$.

c) $x^3 + 6x^2 + 12x + 7$.

d) $2x^3 + 6x^2 + 12x + 8$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 12.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $(x - 1)^3 - 1$.

b) $x^3 - 3x^2 + 3x - 2$.

c) $x^3 - 3x^2 + 3x + 7$.

d) $2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Tính nhanh biểu thức

Sử dụng hằng đẳng thức một cách hợp lý để phân tích các biểu thức đã cho thành tích rồi tính.

❖ **Ví dụ 13.** Tính nhanh:

a) $65^2 - 35^2$.

b) $65^2 - 35^2 + 83^2 - 17^2$.

c) $35^2 + 40.35 + 20^2 - 45^2$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 14.** Tính nhanh:

a) $85^2 - 15^2$.

b) $85^2 - 15^2 + 77^2 - 23^2$.

c) $30^2 + 60.45 + 45^2 - 25^2$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

 **Dạng 4. Tìm x thỏa mãn điều kiện cho trước**

Thực hiện theo 3 bước:

- a) *Bước 1.* Chuyển tất cả các hạng tử về vế trái, vế phải bằng 0.
- b) *Bước 2.* Phân tích vế trái thành nhân tử để được dạng tích, chẳng hạn $A.B = 0$. Từ đó suy ra $A = 0$ hoặc $B = 0$.
- c) *Bước 3.* Lần lượt tìm x để $A = 0$ hoặc $B = 0$ rồi kết luận.

 **Ví dụ 15.** Tìm x , biết:

- a) $x^2 + 4 = 4x$.
- b) $4x^2 - 1 = 0$.
- c) $x^3 - 3x^2 + 3x = 1$.
- d) $(x + 1)^2 - (2x - 1)^2 = 0$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....


.....

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 16.** Tìm x , biết:

- a) $x^2 + 6x = -9$.
- b) $2x^2 - 9 = 0$.
- c) $8x^3 - 12x^2 + 6x = 1$.
- d) $(2x + 1)^2 - (3x + 2)^2 = 0$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ**Bài 1.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 + 8x + 16$.

b) $9x^2 - 6x + 1$.

c) $10x - 25 - x^2$.

d) $x^2 + 5x + \frac{25}{4}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $16 - x^2$.

b) $16 - (3x + 1)^2$.

c) $(2x + 5)^2 - 9x^2$.

d) $(2x - 1)^2 - (3x - 1)^2$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x^2 - 4xy + y^2$.

b) $(x + 1)^2 - 9y^2$.

c) $x^4y^4 + 4x^2y^2 + 4$.

d) $y^2 - 4y + 4 - x^2$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $1 - 27x^3$.

b) $(x - 3)^3 + 27$.

c) $27x^3 + 27x^2 + 9x + 1$.

d) $\frac{x^6}{27} - \frac{x^4y}{3} + x^2y - y^3$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $(2x - 1)^3 + 8.$

b) $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1.$

c) $8x^3 - 12x^2 + 6x - 2.$

d) $9x^3 - 12x^2 + 6x - 1.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Tìm x , biết:

a) $4x^2 = 4x - 1.$

b) $4x^2 - 27 = 0.$

c) $8x^3 + 6x - 1 = 12x^2.$

d) $(2x + 1)^2 - (x - 3)^2 = 0.$

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 7. Tính nhanh:

a) $75^2 - 25^2.$

b) $86^2 - 14^2 + 87^2 - 13^2.$

c) $33^2 - 52.33 + 26^2 - 17^2.$

 Lời giải.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI 8. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PHƯƠNG PHÁP NHÓM HẠNG TỬ

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

a) Để phân tích một đa thức thành nhân tử, ta thường sử dụng các phương pháp cơ bản:

a) Đặt nhân tử chung.

b) Dùng các hằng đẳng thức.

b) Tuy nhiên, một số trường hợp không thể áp dụng ngay hai phương pháp này, mà cần nhóm các hạng tử một cách thích hợp để xuất hiện dạng hằng đẳng thức hoặc xuất hiện nhân tử chung mới.

c) *Ví dụ:* Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^2 - 2x + xy - 2y$.

Thực hiện biến đổi như sau

$$x^2 - 2x + xy - 2y = (x^2 - 2x) + (xy - 2y) = x(x - 2) + y(x - 2) = (x - 2)(x + y).$$

d) Với phương pháp này để tìm cách nhóm hạng tử một cách thích hợp, cần thay đổi vị trí các hạng tử (nếu cần) sao cho khi nhóm thì từng nhóm đa thức có thể phân tích được thành nhân tử bằng hai phương pháp đã nêu ở trên. Khi đó, đa thức đã cho mới xuất hiện nhân tử chung.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Phân tích đa thức thành nhân tử

Nhóm các hạng tử để tạo nhân tử chung của biểu thức cho trước và đưa biểu thức về dạng tích.

⚠ *Chú ý:* Một số trường hợp để làm xuất hiện nhân tử chung, ta cần thay đổi vị trí các hạng tử (nếu cần) hoặc đổi dấu các hạng tử, tức là: $A = -(-A)$.

🔗 **Ví dụ 1.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x$.

b) $x^4 + x^3 - 8x - 8$.

c) $x^2 + xy - x - y$.

d) $xy + 1 - x^2 + y$.

e) $xy + 2y - 3(x + 2)$.

f) $3(x - y) + ay - ax$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 2.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^4 + x^3 + x^2 + x.$

b) $x^3 + 2x^2 - x - 2.$

c) $x^2 - xy - x + y.$

d) $xy + 4 - x^2 + 2y.$

e) $xy + y - 2(x + 1).$

f) $2(x + y) + ay + ax.$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 3.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - 2x + 1 - y^2.$

b) $x^2 - 2xy + y^2 - 9z^2.$

c) $x^2 - 4xy + 4y^2 - z^2 + 4zt - 4t^2.$

d) $a^4 - ax^3 - ay + xy.$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 4.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 + 2x + 1 - y^2.$

b) $x^2 + 2xy + y^2 - 4z^2.$

c) $x^2 - 2xy + y^2 - z^2 + 2zt - t^2.$

d) $a^3 - ax^2 - ay + xy.$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức cho trước

Sử dụng phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử, thay giá trị của biến (nếu cần) để tính nhanh giá trị các biểu thức.

🔗 **Ví dụ 5.** Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $11.81,5 + 11.18,5 - 10.28,5 - 10.71,5$. b) $40^2 - 28^2 + 32^2 + 80.32$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

🔗 **Ví dụ 6.** Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $13 \cdot 65,5 + 13 \cdot 34,5 - 3 \cdot 9,5 - 3 \cdot 90,5$. b) $39^2 - 35^2 + 26^2 + 52 \cdot 39$.

💬 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 3. Tìm giá trị của ẩn thỏa mãn đẳng thức cho trước

- a) *Bước 1.* Chuyển tất cả các hạng tử về về trái (nếu cần), về phải bằng 0;
- b) *Bước 2.* Phân tích về trái thành tích các nhân tử dạng $A.B = 0$;
- c) *Bước 3.* Lần lượt tìm x sao cho $A = 0$ và $B = 0$ và kết luận.

🔗 **Ví dụ 7.** Tìm x , biết:

a) $x(x + 2) + x + 2 = 0$. b) $4x(x - 1) - x + 1 = 0$.

c) $x^3 - 4x + x - 2 = 0$. d) $x^2(x - 6) - x^2 + 36 = 0$.

e) $x^3 + x - x^2 - 1 = 0$. f) $a^3 - x - x^3 + a = 0$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....


.....

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 8.** Tìm x , biết:

- a) $x(x - 1) + x - 1 = 0.$
- b) $x(x + 2) - x - 2 = 0.$
- c) $x^3 - x^2 + x - 1 = 0.$
- d) $x^2(2x - 1) - 1 + 4x^2 = 0.$
- e) $x^3 - x^2 - x + 1 = 0.$
- f) $a^2 + x - x^2 - a = 0.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Phân tích các đa thức thành nhân tử:

a) $x^4 + 3x^3 + x^2 + 3x.$

b) $x^4 + x^2 - 27x - 9.$

c) $x^2 - xy - x + y.$

d) $xy + 4 - x^2 + 2y.$

e) $xy + y - 2(x + 1).$

f) $5(x - y) + ax - ay.$

 **Lời giải.**

Bài 2. Phân tích các đa thức thành nhân tử:

a) $x^2 + 4x + 4 - 4y^2.$

b) $x^2 + 6xy + 9y^2 - 4z^2.$

c) $x^2 + 2xy + y^2 - z^2 + 4zt - 4t^2.$

d) $a^2 - x^2 - ay + xy.$

e) $x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y).$

 **Lời giải.**

Bài 3. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $10 \cdot 80,5 + 10 \cdot 19,5 - 8 \cdot 20,5 - 8 \cdot 79,5$. b) $50^2 - 18^2 + 32^2 + 100 \cdot 32$.

 **Lời giải.**

Bài 4. Tìm x , biết:

a) $2x(x - 3) + x - 3 = 0$.

b) $x(x + 1) - x - 1 = 0$.

c) $x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0$.

d) $3x^2(2x - 1) + 1 - 4x^2 = 0$.

e) $x^3 + 2x - x^2 - 2 = 0$.

f) $4a^2 + x - x^2 - 2a = 0$.

 **Lời giải.**



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





BÀI 9. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG CÁCH PHỐI HỢP NHIỀU PHƯƠNG PHÁP

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

a) Ngoại trừ một số trường hợp đơn giản có thể sử dụng một trong các phương pháp như đặt nhân tử chung, dùng hằng đẳng thức hay nhóm hạng tử thì trong nhiều bài toán, ta phải phối hợp nhiều phương pháp ấy mới giải quyết được bài toán.

b) Ví dụ: Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^2 + 4x + 3$.
Biểu diễn đa thức đã cho dưới dạng:

$$x^2 + 4x + 3 = (x^2 + 4x + 4) - 1 = (x + 2)^2 - 1 = (x + 1)(x + 3).$$

Cách làm này gọi là phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách phối hợp nhiều phương pháp.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Phân tích đa thức thành nhân tử

Đối với loại toán phân tích đa thức thành nhân tử, cần làm nhiều bài tập để qua đó có thể rút ra kinh nghiệm, tạo được thói quen có thể thêm bớt, ghép hạng tử, ... sao cho phù hợp.

⇨ Ví dụ 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | |
|----------------------------|------------------------|
| a) $x(x - 1) + x(x + 3)$. | b) $x^2 + 3x + 2$. |
| c) $2x^2 - 5x + 3$. | d) $-4x^2 + 8x - 4$. |
| e) $4x^4 + 1$. | f) $xy + 2x + y + 2$. |
| g) $3xy^2 - 6xy + 3x$. | |

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ Ví dụ 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:



a) $5^3 + 2 \cdot 5^2 \cdot 15 + 5 \cdot 15^2$.

b) $11^3 - 2 \cdot 11^2 \cdot 9 + 11 \cdot 9^2$.

c) $10^3 \cdot 3^2 + 24000 + 10^3 \cdot 4$.

d) $89^2 - 11^2 + 13^2 - 87^2$.

e) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$ tại $x = 9$.

f) $x^2 - y^2 + 10y - 25$ tại $x = 4, y = 6$.

Lời giải.

Handwriting practice area consisting of multiple horizontal dotted lines.

Dạng 3. Tìm giá trị của ẩn thỏa mãn đẳng thức cho trước

- a) *Bước 1.* Chuyển tất cả các hạng tử về về trái (nếu cần), về phải bằng 0;
- b) *Bước 2.* Phân tích về trái thành tích các nhân tử dạng $A \cdot B = 0$;
- c) *Bước 3.* Lần lượt tìm x sao cho $A = 0$ và $B = 0$ và kết luận.

Ví dụ 5. Tìm x , biết:

a) $2x(x - 2) + x(x + 5) = 0$.

b) $x(3x^2 + 3) - x(2x^2 + 3) = 0$.

c) $4 - 5x + x^2 = 0$.

d) $3x^3 - 48x = 0$.

Lời giải.

Handwriting practice area consisting of multiple horizontal dotted lines.

↔ Ví dụ 6. Tìm x , biết:

a) $x(x - 5) + x(x + 15) = 0$.

b) $x(2x^2 + 5) - x(x^2 + 5) = 0$.

c) $x(x - 2)^2 - x(x + 2)^2 = 0$.

d) $5 - 6x + x^2 = 0$.

e) $2x^3 - 16x = 0$.

💬 Lời giải.

C - BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x(x - 3) + x(x + 5)$.

b) $x^2 + 4x + 3$.

c) $x^2 - 7x + 6$.

d) $-3x^2 + 6x - 3$.

e) $x^4 - 81$.

f) $xy - 7x + y - 7$.

g) $8xy^2 - 16xy + 8x$.

💬 Lời giải.

Bài 2. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $13^3 - 2 \cdot 13^2 \cdot 3 + 13 \cdot 3^2$.

b) $23^3 - 2 \cdot 23^2 \cdot 3 + 23 \cdot 3^2$.

c) $10^3 \cdot 5^2 + 110000 + 10^3 \cdot 11$.

d) $73^2 - 27^2 + 21^2 - 79^2$.

e) $x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}$ tại $x = 16$.

f) $9x^2 - y^2 + 4y - 4$ tại $x = 1, y = 5$.

Lời giải.

Bài 3. Tìm x , biết:

a) $5x(x - 1) + x(x + 17) = 0$.

b) $x(5x^2 + 6) - x(4x^2 + 6) = 0$.

c) $7 - 9x + 2x^2 = 0$.

d) $4x^3 - 4x = 0$.

Lời giải.

BÀI 10. CHIA ĐƠN THỨC CHO ĐƠN THỨC

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Chia đơn thức cho đơn thức

Cho A và B là hai đơn thức, $B \neq 0$.

Đơn thức A chia hết cho đơn thức B khi mỗi biến của B đều là biến của A với số mũ của B không lớn hơn số mũ của A .

2. Quy tắc

Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B (trường hợp A chia hết cho B) ta làm như sau:

- ☑ Chia hệ số của A cho hệ số của B .
- ☑ Chia lũy thừa của từng biến trong A cho lũy thừa của từng biến đó trong B .
- ☑ Nhân các kết quả vừa tìm được với nhau.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Thu gọn biểu thức

- ☑ Sử dụng kiến thức chia hai lũy thừa cùng cơ số: $a^m : a^n = a^{m-n}$ ($m \geq n, m, n \in \mathbb{N}$).
- ☑ Một số trường hợp cần phân tích đa thức bị chia thành nhân tử để rút gọn các nhân tử.

🔗 Ví dụ 1. Làm phép tính

- | | |
|--|--|
| a) $9(x - 1)^3 : [3(x - 1)^2]$; | b) $(-5x + 2)^3 : (5x - 2)$; |
| c) $27^2 : (-3)^3$; | d) $(x^3 - 3x + 2)^3 : (x^3 - 3x + 2)^2$; |
| e) $\frac{(-17)^4}{15^4} : \left(\frac{17}{15}\right)^2$; | f) $18(-x)^5y^2 : (9x^2y)$. |

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 Ví dụ 2. Làm phép tính

a) $3(x+1)^2 : (x+1)^2$;

b) $6(3x+2)^3 : (3x+2)^2$;

c) $17^7 : (-17)^3$;

d) $(x^2+3x+4)^4 : (x^2+3x+4)^3$;


e) $\frac{(7)^4}{13^4} : \left(\frac{7}{13}\right)^2$;

f) $16x^5y^2 : (4x^3y)$.

 **Lời giải.**

Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức

Sử dụng chia đơn thức cho đơn thức để rút gọn biểu thức, thay giá trị của biến (nếu cần) để tính nhanh giá trị các biểu thức

 **Ví dụ 3.** Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $15(x+2)^3 : [3(x+2)^2]$ tại $x = -102$;


b) $(x^2-3x+2)^3 : [(x-1)^2 \cdot (x-2)^3]$ tại $x = 101$;

c) $27x^5y^3 : (9x^3y^2)$ tại $x = -3, y = 2$;

d) $x^2(x+y)^3 : [x^2(x+y)^2]$ tại $x = -7, y = 3$;

e) $(x+y)^2z^3 : (z^3x + z^3y)$ tại $x = 102, y = -2, z = 100$.

 **Lời giải.**

 **Ví dụ 4.** Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $21(x+3)^3 : (3x+9)^2$ tại $x = -6$;

b) $(2x^2-5x+3)^4 : [(2x-3)^3 \cdot (x-1)^2]$ tại $x = 2, y = 3$;

c) $36x^4y^3 : (-6x^3y^2)$ tại $x = 10, y = 7$;

d) $y^2(x-y)^3 : [y^2(x-y)^2]$ tại $x = 13, y = 3$;

e) $(x-y)^2z^2 : (z^2x - z^2y)$ tại $x = 54, y = 4, z = 10$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Tìm giá trị của ẩn thỏa mãn đẳng thức cho trước

Thực hiện phép chia đơn thức cho đơn thức để rút gọn và tìm x .

↔ Ví dụ 5. Tìm x , biết:

- a) $(x - 2)^2 = x - 2$ với $x \neq 2$;
- b) $(7x - 28)^3 : (7x - 28)^2 = 1$ với $x \neq 4$;
- c) $18(x - 1)^4 = 3(x - 1)^3$ với $x \neq 1$;
- d) $2 - 15x + 13x^2 = (x - 1)^2$ với $x \neq 1$;
- e) $27x^3 - 3x = 2(3x)^2 - 2$ với $x \neq \pm \frac{1}{3}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ Ví dụ 6. Tìm x , biết:

- a) $(x - 3)^2 = x - 3$ với $x \neq 3$;
- b) $(5x - 15)^3 : (5x - 15)^2 = 1$ với $x \neq 3$;
- c) $8(x - 2)^4 = 4(x - 2)^3$ với $x \neq 2$;
- d) $1 - 12x + 11x^2 = (x - 1)^2$ với $x \neq 1$;
- e) $8x^3 - 2x = 3(2x)^2 - 3$ với $x \neq \pm \frac{1}{2}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C - BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Làm phép tính

a) $64(x + 2)^3 : [32(x + 2)^2]$;

b) $(13x + 1)^4 : (13x + 1)^2$;

c) $8^7 : (-2)^3$;

d) $(2x^3 + 7)^7 : (-2x^3 - 7)^2$;

e) $\frac{(-115)^4}{19^2} : \left(\frac{115}{19}\right)^3$;

f) $18(-xy)^4 : (4x^2y)^2$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $(x + 11)^3 : (2x + 22)^2$ tại $x = -12$;

b) $(7x^2 - 11x + 4)^3 : [(7x - 4)^3 \cdot (x - 1)^2]$ tại $x = \frac{1}{7}$;

c) $125x^4y^4 : (-5x^2y^2)$ tại $x = 8, y = -2$;

d) $xy(5x^2 + y^2) : [xy(4x^2 + 2y^2)]$ tại $x = 22, y = -2$;

e) $(x + y)^2z^3 : (z^3x + z^3y)$ tại $x = 5, y = 5, z = 12$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Tìm x , biết:

a) $(x - 4)^2 = x - 4$ với $x \neq 4$;

b) $(3x - 6)^3 : (3x - 6)^2 = 1$ với $x \neq 2$;

c) $9(x - 5)^4 = 3(x - 5)^3$ với $x \neq 5$;

d) $4 - 11x + 7x^2 = x - 1$ với $x \neq 1$;

e) $x^3 - x = 2x^2 - 2$ với $x \neq \pm 1$.

 **Lời giải.**

BÀI 11. CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Quy tắc

Muốn chia đa thức A cho đơn thức B (trường hợp các hạng tử của đa thức A đều chia hết cho đơn thức B) ta chia mỗi hạng tử của A cho B rồi cộng các kết quả với nhau.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Xét xem đa thức A có chia hết cho đơn thức B hay không

Xét xem tất cả các hạng tử của đa thức A có thể chia hết cho đơn thức B hay không (hay đa thức A có thể có nhân tử chung là phần biến của đơn thức B hay không).

❖ **Ví dụ 1.** Không làm phép tính chia, hãy xét xem đa thức A có chia hết cho đơn thức B hay không:

a) $A = 4x^2y^3 - 6xy^2 + 2y^5, B = 5y^2;$

b) $A = \frac{12}{5}x^6y^3 + 5,1x^4y^7 - \frac{2}{3}xy^2, B = 3xy^2;$

c) $A = 2x^3y + 3x^2y^2 + 5xy^2, B = y^2.$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 2.** Không làm phép tính chia, hãy xét xem đa thức A có chia hết cho đơn thức B hay không:

a) $A = x^2y^4 + 2x^2y^2 + 5x^4, B = 7x^2;$

b) $A = \frac{5}{6}x^6y^5 - 3,3x^3y^3 + \frac{7}{2}x^6y^2, B = \frac{1}{2}x^2y^2;$

c) $A = 5xy^2 + 4x^3y^4 + 3x^5y^6, B = x^2.$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Thực hiện phép tính chia

Sử dụng quy tắc chia đa thức cho đơn thức.

❖ Ví dụ 3. Thực hiện phép chia

a) $(15 \cdot 2^4 + 7 \cdot 4^3 - 2^6) : 2^3$;

b) $(3^8 + 4 \cdot 9^5 - 5 \cdot 27^3) : 3^7$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 4. Thực hiện phép chia

a) $(7 \cdot 4^4 - 6 \cdot 4^3 - 5 \cdot 4^5) : 4^3$;

b) $(2 \cdot 5^7 + 3 \cdot 25^2 + 5^6) : 5^4$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 5. Làm tính chia:

a) $(2x^4 + 4x^3 - x^6) : 2x^3$;

b) $(x^8y^8 + 2x^5y^5 + 7x^3y^3) : (-x^2y^2)$;

c) $\left(2x^5y^3 - 5x^3y^5 + \frac{3}{4}x^3y^3\right) : \frac{2}{3}xy$;

d) $(9x^2y^4z - 12x^3y^2z^4 - 4xy^3z^2) : xyz$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 6. Làm tính chia:

- a) $(3y^5 + 2y^7 - 4y^4) : 6y^3;$
 b) $(2x^2y^4 + 3x^5y^6 - 5x^7y^2) : (-xy);$
 c) $\left(\frac{2}{5}x^4y^6 + 2x^2y^4 - \frac{1}{5}x^4y^2\right) : \frac{4}{5}x^2y^2;$
 d) $(3x^3y^2z^2 + 5x^4y^5z^3 + 6x^6y^4z^7) : x^3yz^2.$

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Không làm phép tính chia, hãy xét xem đa thức A có chia hết cho đơn thức B hay không:

- a) $A = 2x^3y^2 - 3yx^2 + xy^5, B = 3xy;$
 b) $A = \frac{3}{5}x^3y^2 - 6, 3x^2y^3 + 2x^4y^2, B = 2x^2;$
 c) $A = x^3y^4 + x^4y^6 + 3x^2y^3, B = 2x^3.$

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Thực hiện phép chia

- a) $(6 \cdot 2^7 + 8^4 - 4^3) : 2^5;$ b) $(2 \cdot 3^9 + 5 \cdot 9^3 - 2 \cdot 27^2) : 3^5.$

🗨️ Lời giải.

Bài 3. Làm tính chia:

- a) $(3x^5 - 5x^6 - 7x^3) : 5x^2$;
- b) $(5x^6y^7 + 4x^5y^6 + 3x^4y^5) : (-x^3y^2)$;
- c) $\left(\frac{5}{8}x^5y^8 - 5x^4y^2 + \frac{7}{9}x^7y^9\right) : \frac{5}{3}x^3y$;
- d) $(x^3y^4z^2 - 2x^4y^2z^4 + 7x^5y^2z^3) : x^2y^2z^2$.

 **Lời giải.**

BÀI 12. CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN ĐÃ SẮP XẾP

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Phép chia hết

Phép chia có số dư bằng 0 là phép chia hết.

Muốn chia đa thức A cho đa thức B (A và B đều là các đa thức một biến đã sắp xếp), ta làm như sau:

- ☑ Đặt phép chia.
- ☑ Chia hạng tử bậc cao nhất của đa thức bị chia cho hạng tử bậc cao nhất của đa thức chia.
- ☑ Nhân thương vừa tìm được với đa thức chia rồi lấy đa thức bị chia trừ đi tích đó nhận được một hiệu. Hiệu vừa tìm được gọi là dư thứ nhất.
- ☑ Chia hạng tử bậc cao nhất của dư thứ nhất cho hạng tử bậc cao nhất của đa thức chia.
- ☑ Nhân thương vừa tìm được với đa thức chia rồi lấy dư thứ nhất trừ đi tích đó nhận được dư thứ hai.
- ☑ Cứ tiếp tục như vậy đến khi được dư bằng 0, ta được thương cần tìm.

2. Phép chia có dư

Khác với phép chia hết, phép chia có dư khác 0 là phép chia có dư.

Chia hai đa thức một biến đã sắp xếp với phép chia có dư ta thực hiện tương tự như phép chia hết, đến khi đa thức dư có bậc nhỏ hơn đa thức chia thì dừng lại. Đa thức đó gọi là dư.

! Đối với hai đa thức tùy ý A và B của cùng một biến ($B \neq 0$), tồn tại duy nhất một cặp đa thức Q và R sao cho $A = B \cdot Q + R$, trong đó R bằng 0 hoặc bậc của R nhỏ hơn bậc của B (R được gọi là dư trong phép chia A cho B).

Khi $R = 0$, phép chia A cho B là phép chia hết.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Thực hiện phép tính chia

Nội dung phương pháp: Xem phần Tóm tắt lý thuyết.

🔗 **Ví dụ 1.** Sắp xếp các đa thức sau theo lũy thừa giảm dần của biến rồi thực hiện phép chia:

a) $(6x + x^3 + 4 + 4x^2) : (x + 2)$;

b) $(x^2 + x^4 + 1) : (x^2 - x + 1)$;

c) $(x + x^3 - 3x^2 - 3) : (x - 3)$;

d) $(2x - 5x^3 + 2x^4 + 2x^2 - 1) : (x^2 - x - 1)$;

e) $(x^4 - 14 - x) : (x - 2)$;

f) $(x^3 + 2x^2 + 1) : (x^2 + 1)$.

🗨️ **Lời giải.**

A large area of the page is filled with horizontal dotted lines, intended for students to write their solutions or notes.

❖ **Ví dụ 2.** Sắp xếp các đa thức sau theo lũy thừa giảm dần của biến rồi thực hiện phép chia:

a) $(-2x + 2x^3 - 3 - 5x^2) : (x - 3);$

b) $(-x^3 + 3x + x^4 + x^2) : (x^2 - 2x + 3);$

c) $(2 + x + 8x^3 - 2x^2) : (2x + 1);$

d) $(22x^2 + 5x^3 + 10 - 13x) : (5x^2 - 3x + 2);$

e) $(-x^2 + 6x^3 - 26x + 21) : (x - 1);$

f) $(8x - 5 - 3x^3 - 3x^2 + x^4) : (x - 1).$

🗨️ **Lời giải.**

⇔ **Ví dụ 3.** Cho hai đa thức $A = x^4 + 3x^3 + 2x^2 - x - 4$ và $B = x^2 - 2x + 3$. Tìm thương Q và dư R sao cho $A = B \cdot Q + R$.

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 4. Cho hai đa thức $A = x^3 + x + 1$ và $B = x^2 + x + 1$. Tìm thương Q và dư R sao cho $A = B \cdot Q + R$.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 5. Áp dụng hằng đẳng thức đáng nhớ để thực hiện phép chia:

a) $(4x^2 + 4xy + y^2) : (2x + y)$;

b) $(27x^3 + 8) : (3x + 2)$;

c) $(x^4 - 2x^2y + y^2) : (y - x^2)$.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 6. Áp dụng hằng đẳng thức đáng nhớ để thực hiện phép chia:

a) $(x^2 + 6xy + 9y^2) : (x + 3y)$;

b) $(64y^3 - 27) : (4y - 3)$;

c) $(x^2 - 2xy^2 + y^4) : (x - y^2)$.

🗨️ Lời giải.

📁 Dạng 2. Tìm giá trị chưa biết thỏa mãn yêu cầu bài toán

Nội dung phương pháp: Dựa vào tính chia hết, chia có dư của đa thức để thực hiện.

❖ Ví dụ 7. Tìm a, b để đa thức $f(x)$ chia hết cho đa thức $g(x)$ với:

❖ Ví dụ 10. Tìm các số nguyên x để mỗi phép chia sau là phép chia hết:

a) $x^3 + 4x^2 - 2x + 4$ chia hết cho $x - 1$;

b) $x^5 - 3x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 3x + 10$ chia hết cho $x^2 + 1$.

💬 Lời giải.

Bài 2. Cho hai đa thức $A = 3x^4 - 8x^3 - 11x^2 + 8x - 5$ và $B = 3x^2 - 2x + 3$. Tìm thương Q và dư R sao cho $A = B \cdot Q + R$.

 **Lời giải.**

.....
.....
.....

Bài 3. Áp dụng hằng đẳng thức đáng nhớ để thực hiện phép chia:

a) $(4x^2 + 12xy + 9y^2) : (2x + 3y);$

b) $(125x^3 + 27) : (5x + 3);$

c) $(9x^4 - 12x^2y + 4y^2) : (2y - 3x^2).$

 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....

BÀI 13. ÔN TẬP CHƯƠNG I

A – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

❖ Ví dụ 1. Rút gọn biểu thức

- a) $A = (x + 3)(x + 2) - (x + 1)(x + 4);$
- b) $B = (x + 2)(x^2 - 2x + 4) - x^2(x - 1);$
- c) $C = (x + y)^2 - 2(x - y)(x + y) + (x - y)^2.$

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 2. Rút gọn biểu thức

- a) $M = (x + 5)(x - 7) - (x - 5)(x + 3);$
- b) $N = (x + 1)^3 - (x - 1)^3 - 6x^2;$
- c) $P = (x + 2y)(x - 6y) - (x - 2y)^2.$

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 3. Tính nhanh giá trị của biểu thức sau

- a) $A = x^2 + 16y^2 - 8xy$ tại $x = 16$ và $y = 3;$
- b) $B = x^3 + 8y^3 + 6x^2y + 12xy^2$ tại $x = -12$ và $y = 8.$

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 4. Tính nhanh giá trị của biểu thức sau

- a) $A = x^2 + 9y^2 - 6xy$ tại $x = 8$ và $y = -2.$
- b) $B = x^3 + 27y^3 + 9x^2y + 27xy^2$ tại $x = -18$ và $y = 5.$

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 5. Tính giá trị của biểu thức

a) $M = (3x - 1)^2 + (2x - 3)^2 - (6x - 2)(2x - 3)$ tại $x = 18$;

b) $N = 4(x - y)^2 + 4(x - y)(y - 1) + y^2 - 2y + 1$ tại $x = 3$ và $y = 5$.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 6. Tính giá trị của biểu thức

a) $A = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) - x(8x^2 - x)$ tại $x = 10$;

b) $B = (2x - y^2)(2x + y^2) - (y^2 - 2x)^2 - 4xy^2$ tại $x = \frac{1}{2}$ và $y = 2$.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 7. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến x

$$A = (x - 1)^3 + (x + 1)^3 + 2(2 - x)(x^2 + 2x + 4) - 6x.$$

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 8. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến x

$$B = (x + 1)^3 + x \cdot (2 - x)(x + 2) - (3x + 4)(x + 1).$$

🗨️ Lời giải.



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

❖ Ví dụ 9. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $4x^2 + 1 - 4x$;

b) $x^2 - y^2 + 2x - 2y$;

c) $x^2 - y^2 + 4y - 4$;

d) $(x^2 - 2xy)^2 + 2(x^2 - 2xy)y^2 + y^4$.

💬 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

❖ Ví dụ 10. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $x^3 - 2x^2 - 2x + 4$;

b) $x^2 - 4y^2 + 3x - 6y$;

c) $4x^2 + 4x + 1 - y^2$;

d) $x^3 - y^3 - x^2 + y^2$.

💬 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

❖ Ví dụ 11. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $x^2 - 4x - 5$;

b) $x^2 + 3x + 2$;

c) $x^4 + 4y^4$;

d) $(x^2 - 1)^2 - 2y(x + 1)(x - 1) + y^2$.

💬 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....

◊ Ví dụ 12. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $x^2 - 3x - 4$;

b) $x^2 - x - 6$;

c) $x^4 + 4$;

d) $x^3 + 8y^3 - 3x^2y - 6xy^2$.

🗨️ Lời giải.

◊ Ví dụ 13. Tìm x , biết

a) $3x(4x^2 - 1) = 0$;

b) $(x + 5)^2 - (x + 5)(x - 2) = 0$;

c) $x^3 + 7x^2 + 6x = 0$;

d) $(x + 1)^2 - (2x + 3)^2 = 0$.

🗨️ Lời giải.

◊ Ví dụ 14. Tìm x , biết

a) $4x(9x^2 - 1) = 0$;

b) $(x + 2)^2 - (x + 2)(x - 3) = 0$;

c) $2x^3 - 4x^2 + 2x = 0$;

d) $(x - 1)^2 - (2x + 1)^2 = 0$.

🗨️ Lời giải.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 15. Làm tính chia

- a) $(x^2 - 11x + 10) : (x - 1)$;
- b) $(2x^3 - 2x^2 + x - 1) : (2x^2 + 1)$;
- c) $(x^2 - 4y^2 + 6x + 9) : (x + 2y + 3)$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 16. Làm tính chia

- a) $(x^2 + 5x + 4) : (x + 1)$;
- b) $(3x^3 - 3x^2 + x - 1) : (3x^2 + 1)$;
- c) $(x^2 - 9y^2 + 10x + 25) : (x + 3y + 5)$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 17. Chứng minh rằng

- a) $4x^2 - 4xy + y^2 + 1 > 0$ với mọi số thực x và y ;
- b) $-9x^2 + 3x - 1 < 0$ với mọi số thực x .

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 18. Chứng minh rằng

- a) $x^2 - 6xy + 9y^2 + 1 > 0$ với mọi số thực x và y ;

b) $-25x^2 + 5x - 1 < 0$ với mọi số thực x .

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

B – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Thực hiện phép tính

a) $\frac{1}{2}x^2(2x^3 - 4x^2 + 3)$;

b) $2y(xy - 1)(xy + 1)$;

c) $(x + 2)(x^2 - x + 1)$;

d) $(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Tính nhanh giá trị của biểu thức

a) $A = (x - 1)(x^2 + x + 1) - x(x^2 - 1)$ tại $x = 7$;

b) $B = x^2 + 25y^2 + 10xy$ tại $x = -20$ và $y = 2$;

c) $C = x^3 - 64y^3 - 12x^2y + 48xy^2$ tại $x = 25$ và $y = 6$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $(x - 7)^2 + x^2 - 49$;

b) $y + x^2y + 3x^2 + 3$;

c) $2y^3 - 6y^2 + 12y - 8$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Tìm x , biết

a) $7x(16x^2 - 1) = 0;$

b) $(x + 4)^2 - (x + 4)(x - 5) = 0;$

c) $x^3 + 3x^2 + 2x = 0.$

 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài 5. Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2 + 5x + 6;$

b) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1;$

c) $2x^3 - 3x^2 + 3x - 1;$

d) $4x^2 - 4xy + y^2 - 8x + 4y.$

 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài 6. Làm tính chia

a) $(x^2 - 8x + 7) : (x - 7);$

b) $(7x^3 - 7x^2 + x - 1) : (7x^2 + 1);$

c) $(x^2 - 16y^2 + 2x + 1) : (x + 4y + 1).$

 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....

Bài 7. Chứng minh rằng

a) $16x^2 - 8xy + y^2 + 1 > 0$ với mọi x và $y;$

b) $-4x^2 + 2x - 1 < 0$ với mọi $x.$

🗨️ Lời giải.

ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG I - ĐỀ 01

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM. Khoanh tròn vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng

Câu 1. Cho hai đa thức $P = -2x^2y^2 + \frac{1}{2}x^2y - 3x^3y^2$ và $Q = 2x^2y$. Kết quả của biểu thức $P \cdot Q$ là

A $4x^4y^3 + x^4y^2 - 6x^5y^3$.

B $-4x^4y^3 + x^4y^2 - 6x^5y^3$.

C $4x^4y^2 + x^4y - 6x^5y^3$.

D $-4x^4y^3 + 4x^4y - 6x^5y^3$.

🗨️ Lời giải.

Câu 2. Cho hai đa thức $P = -2x^2y^2 + \frac{1}{2}x^2y - 3x^3y^2$ và $Q = 2x^2y$. Kết quả của phép chia đa thức P cho đơn thức Q là

A $y + \frac{1}{4} - \frac{3}{2}xy$.

B $y + 1 - \frac{3}{2}xy$.

C $-y + \frac{1}{4} - \frac{3}{2}xy$.

D $-y + 1 - \frac{3}{2}xy$.

🗨️ Lời giải.

Câu 3. Khai triển của hằng đẳng thức $(x - 3)^2$ là

A $x^2 - 3^2$.

B $3 + 6x + x^2$.

C $9 - 6x + x^2$.

D $9 + 6x + x^2$.

🗨️ Lời giải.

Câu 4. Giá trị của biểu thức $x^2 + 4x + 4$ tại $x = -2$ là

A 0.

B -2.

C -9.

D 4.

🗨️ Lời giải.

Câu 5. Đẳng thức nào sau đây sai?

A $(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$.

B $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$.

C $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$.

D $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 - xy + y^2)$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Giá trị của a để đa thức $x^3 + 2x + 2 - a$ chia hết cho đa thức $x - 1$ là

A $a = 1$. **B** $a = 5$. **C** $a = 2$. **D** $a = -3$.

 Lời giải.

.....

.....

PHẦN II. TỰ LUẬN

Bài 1. Thu gọn biểu thức: $M = (x + y)^2 + (x - y)^2 - 2 \cdot (x + y)(x - y) - 4x^2$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

Bài 2. Tìm x , biết

a) $x^2 - 5x = 0$; b) $3(x - 1)^2 - 3x(x - 5) = 1$; c) $x^4 + 2x^3 - 6x - 9 = 0$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $x^3 - x^2y + 5x - 5y$; b) $x^3 - 2x^2 - 4xy^2 + x$;
c) $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 8$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Làm tính chia: $(x^4 - x^3 - 3x^2 + x + 2) : (x^2 - 1)$.

 **Lời giải.**

ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG I - ĐỀ 02

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM Khoanh tròn vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng

Câu 1. Kết quả của phép nhân $2x^2y(x^2 - y^2 + 3xy)$ là

A $2x^4y + 2x^2y^3 - 6x^3y^2$.

B $2x^4y - 2x^2y^3 + 6x^3y^2$.

C $x^4y - x^2y^3 + x^3y^2$.

D $x^4y - x^2y^3 + x^3y^2$.

 **Lời giải.**

Câu 2. Dạng thức nào sau đây **sai**?

A $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$.

B $(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$.

C $(3 - x)(x + 3) = -x^2 + 9$.

D $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 + xy + y^2)$.

 **Lời giải.**

Câu 3. Giá trị của biểu thức $x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$ tại $x = 1, y = \frac{1}{2}$ là

A 2.

B 8.

C 0.

D -1.

 **Lời giải.**

Câu 4. Kết quả phân tích đa thức $x^3 - y^2x$ thành nhân tử là

- A** $(x + y)(x - y)$.
- B** $x(x^2 + y^2)$.
- C** $x(x - y)(x + y)$.
- D** $x(x - y)^2$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 5. Các giá trị của x thỏa mãn $x^2 - 2x - 3 = 0$ là

- A** $-1; 3$.
- B** $1; -3$.
- C** $-1; -3$.
- D** $1; 3$.

Lời giải.

.....

.....

Câu 6. Kết quả phép chia đa thức $2x^3 + x^2 - 3x + 1$ cho đa thức $2x - 1$ là

- A** $x^2 - x - 1$.
- B** $x^2 - 1$.
- C** $x^2 - x + 1$.
- D** $x^2 + x - 1$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Giá trị n để biểu thức $A = 2x^n y^5 z$ chia hết cho biểu thức $B = 3x^2 y^{3+n}$ là

- A** 0 .
- B** 1 .
- C** 2 .
- D** 3 .

Lời giải.

.....

.....

Câu 8. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x^2 - 4x + 3$ là

- A** 1 .
- B** -1 .
- C** 2 .
- D** 3 .

Lời giải.

.....

.....

PHẦN II. TỰ LUẬN

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

- a) $x^2 - 6x + 9$;
- b) $x^3 - 3xy^2 + 3x^2y - y^3 + 1$;
- c) $x^2 + 4x - 5$;
- d) $x^2 - 2x + 1 - 4y^2$.

Lời giải.

.....

.....

Bài 2. Tìm x , biết

a) $(x - 1)^2 + (3 - x)(x + 3) = 0;$

b) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) + (1 - x)^3 = 9;$

c) $(x - 2)^2 - (2x + 1)^2 = 0.$

Lời giải.

Bài 3.

a) Chứng minh rằng giá trị của biểu thức A không phụ thuộc vào giá trị của biến x :

$$A = (x + 1)^2 - 4(x - 1)(x + 1) + x(3x - 2).$$

b) Tính giá trị của biểu thức $M = (x^2 - 2xy)^2 + 2(x^2 - 2xy)y^2 + y^4$ biết $x = 24$ và $y = 4$.

Lời giải.

Bài 4. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = -x^2 - 3x + 2$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

BÀI 1. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Một phân thức đại số (hay gọi là phân thức) là một biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$ với A và B là các đa thức, B khác đa thức 0. A được gọi là tử thức (hay tử), B được gọi là mẫu thức (hay mẫu).

Hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ được gọi là bằng nhau nếu $A \cdot D = B \cdot C$.

Ta viết $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ nếu $A \cdot D = B \cdot C$.

⚠ *Chú ý*

- ✔ Các tính chất về tỉ lệ thức và dãy tỉ số bằng nhau của phân số cũng đúng cho phân thức.
- ✔ Các giá trị của biến làm cho mẫu nhận giá trị bằng 0 gọi là giá trị hàm phân thức vô nghĩa hay không xác định.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh đẳng thức

Thực hiện theo ba bước

a) *Bước 1.* Lựa chọn 1 trong 3 cách biến đổi thường dùng sau

- ✔ Biến đổi về trái thành về phải.
- ✔ Biến đổi về phải thành về trái.
- ✔ Biến đổi đồng thời hai vế.

b) *Bước 2.* Phân tích tử thức và mẫu thức thành nhân tử.

c) *Bước 3.* Rút gọn bằng cách triệt tiêu nhân tử chung và sử dụng định nghĩa hai phân thức bằng nhau nếu cần, từ đó suy ra điều phải chứng minh.

🔗 Ví dụ 1. Chứng minh các đẳng thức sau

a) $\frac{3x + 6}{x + 2} = 3$ với $x \neq -2$.

b) $\frac{x^2 + 2x}{3x + 6} = \frac{x}{3}$ với $x \neq -2$.

c) $\frac{x - 1}{x^2 - 1} = \frac{1}{x + 1}$ với $x \neq \pm 1$.

d) $\frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1} = x + 4$ với $x \neq 1$.

 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 2.** Chứng minh các đẳng thức sau

$$\text{a) } \frac{2x+4}{x+2} = 2 \text{ với } x \neq -2.$$

$$\text{b) } \frac{x^2+x}{2(x+1)} = \frac{x}{2} \text{ với } x \neq -1.$$

$$\text{c) } \frac{x-2}{x^2-4} = \frac{1}{x+2} \text{ với } x \neq \pm 2.$$

$$\text{d) } \frac{x^2+4x-5}{x-1} = x+5 \text{ với } x \neq 1.$$

🗨️ **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 3.** Ba phân thức sau có bằng nhau không? Tại sao?

$$\frac{x^3-1}{x(x-1)}; \frac{x^2+x+1}{x}; \frac{x^3+x^2+x}{x^2}.$$

🗨️ **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 4.** Ba phân thức sau có bằng nhau không?

$$\frac{x^2-2x+1}{x(x-1)}; \frac{x-1}{x}; \frac{2x-2}{2x}.$$

🗨️ **Lời giải.**

📁 Dạng 2. Tìm đa thức thỏa mãn đẳng thức cho trước

Thực hiện theo hai bước

- Bước 1.* Phân tích tử thức và mẫu thức thành nhân tử ở hai vế.
- Bước 2.* Triệt tiêu các nhân tử chung và rút ra đa thức cần tìm.


⇨ **Ví dụ 5.** Tìm đa thức A trong mỗi đẳng thức sau

a) $\frac{A}{x} = \frac{x}{2}$ với $x \neq 0$.

b) $\frac{x^2 + x}{2x + 2} = \frac{A}{2}$ với $x \neq -1$.

c) $\frac{2x - 1}{(x - 3)A} = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$ với $x \neq \frac{1}{2}; x \neq 1; x \neq 3$.

 **Lời giải.**

 **Ví dụ 6.** Tìm đa thức B trong mỗi đẳng thức sau

a) $\frac{B}{x + 1} = \frac{x - 1}{2}$ với $x \neq -1$.

b) $\frac{x - 2}{x^2 - 4} = \frac{B}{x + 2}$ với $x \neq \pm 2$.

c) $\frac{x - 3}{(x - 1)B} = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$ với $x \neq 1; x \neq 3$.

 **Lời giải.**

C - BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Chứng minh các đẳng thức sau

a) $\frac{4x - 8}{x - 2} = 4$ với $x \neq 2$.

b) $\frac{x + 3}{x^2 + 3x} = \frac{1}{x}$ với $x \neq 0; x \neq -3$.

c) $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} = \frac{x - 1}{x + 1}$ với $x \neq \pm 1$.

d) $\frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1} = x - 4$ với $x \neq -1$.

 **Lời giải.**

Bài 2. Ba phân thức sau có bằng nhau không? Tại sao?

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x(x + 1)}; \frac{x + 1}{x}; \frac{2x + 2}{2x}.$$

 Lời giải.

.....
.....
.....

Bài 3. Tìm đa thức A trong mỗi đẳng thức sau

a) $\frac{A}{x + 5} = \frac{x - 5}{2}$ với $x \neq -5$.

b) $\frac{2x^2 + 4x}{x + 2} = \frac{A}{2}$ với $x \neq -2$.

c) $\frac{x - 1}{(x - 4)A} = \frac{1}{x^2 - 16}$ với $x \neq \pm 4$.

 Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

BÀI 2. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tính chất cơ bản của phân thức

Nếu nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì được một phân thức mới bằng phân thức đã cho. Ta có $\frac{A}{B} = \frac{A \cdot M}{B \cdot M}$.

Nếu chia cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì được một phân thức mới bằng phân thức đã cho. Ta có $\frac{A}{B} = \frac{A : N}{B : N}$ với N là một nhân tử chung của A và B .

2. Quy tắc đổi dấu

Nếu đổi dấu cả tử và mẫu của một phân thức thì được một phân thức bằng phân thức đã cho. Ta có $\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}$.

Nếu đổi dấu tử hoặc mẫu đồng thời đổi dấu của phân thức được một phân thức bằng phân thức đã cho. Ta có $\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B} = -\frac{-A}{B} = -\frac{A}{-B}$.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính giá trị của phân thức

Thực hiện theo ba bước

- Bước 1.* Phân tích tử thức và mẫu thức của mỗi phân thức thành nhân tử.
- Bước 2.* Rút gọn từng phân thức.
- Bước 3.* Thay giá trị của biến vào phân thức và tính.

🔗 **Ví dụ 1.** Tính giá trị của phân thức

a) $A(x) = \frac{x+1}{x-1}$ với $x \neq 1$ tại $x = 2$.

b) $B(x) = \frac{x+1}{x-1}$ với $x \neq 1$ tại $2x - 4 = 0$.

c) $C(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}$ với $x \neq -1$ tại $x^2 = 4$.

d) $D(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$ với $x \neq \pm 2$ tại $|x| = 3$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 2. Tính giá trị của phân thức

a) $A(x) = \frac{x+1}{3x+3}$ với $x \neq -1$ tại $x = 2$.

b) $B(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ với $x \neq 1$ tại $3x - 6 = 0$.

c) $C(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x+1}$ với $x \neq -1$ tại $x^2 = 9$.

d) $D(x) = \frac{-2x}{x-3}$ với $x \neq 3$ tại $|x| = 1$.

🗨️ Lời giải.

📁 Dạng 2. Biến đổi phân thức theo yêu cầu

Thực hiện theo hai bước

- Bước 1.* Phân tích tử thức và mẫu thức thành nhân tử hoặc lựa chọn tử thức (hay mẫu thức) thích hợp tùy theo yêu cầu đề bài.
- Bước 2.* Sử dụng tính chất cơ bản của phân thức (xem phân Tóm tắt lý thuyết) để đưa về phân thức mới thỏa mãn yêu cầu.

❖ Ví dụ 3. Cho phân thức $\frac{x^2 - 1}{(x+1)(x-3)}$ với $x \neq -1; x \neq 3$. Biến đổi phân thức đã cho thành một phân thức bằng nó và có tử thức là đa thức $A = x - 1$.

🗨️ Lời giải.

↔ **Ví dụ 4.** Cho phân thức $\frac{x^2 - 4}{(x - 2)(x - 3)}$ với $x \neq 2; x \neq 3$. Biến đổi phân thức đã cho thành một phân thức bằng nó và có tử thức là đa thức $A = x + 2$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

↔ **Ví dụ 5.** Cho phân thức $\frac{x - 1}{x + 1}$ với $x \neq -1$. Biến đổi phân thức đã cho thành một phân thức bằng nó và có tử thức là đa thức $A = x^2 - 1$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

↔ **Ví dụ 6.** Cho phân thức $\frac{x - 2}{x + 2}$ với $x \neq -2$. Biến đổi phân thức đã cho thành một phân thức bằng nó và có tử thức là đa thức $A = x^2 - 4$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

↔ **Ví dụ 7.** Cho hai phân thức $\frac{x + 3}{2x}$ và $\frac{x^2 - 9}{x + 1}$ với $x \neq 0; x \neq -1$ và $x \neq 3$, biến đổi hai phân thức này thành cặp phân thức bằng nó và có cùng tử thức.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

↔ **Ví dụ 8.** Cho hai phân thức $\frac{x + 2}{2x}$ và $\frac{x^2 - 4}{x + 1}$ với $x \neq 0; x \neq -1$ và $x \neq 2$, biến đổi hai phân thức này thành cặp phân thức bằng nó và có cùng tử thức.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

↔ **Ví dụ 9.** Cho hai phân thức $\frac{x + 3}{2x}$ và $\frac{x - 3}{x + 1}$ với $x \neq 0; x \neq -1$, biến đổi hai phân thức này thành cặp phân thức bằng nó và có cùng mẫu thức.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 10.** Cho hai phân thức $\frac{x + 1}{x}$ và $\frac{x + 1}{x - 1}$ với $x \neq 0$ và $x \neq 1$, biến đổi hai phân thức này thành cặp phân thức bằng nó và có cùng mẫu thức.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

Dạng 3. Chứng minh cặp phân thức bằng nhau

Thực hiện theo hai bước

- Bước 1.* Phân tích tử thức và mẫu thức của mỗi phân thức thành nhân tử.
- Bước 2.* Rút gọn từng phân thức, từ đó suy ra điều phải chứng minh.

⚠ *Chú ý:* Trong nhiều trường hợp, có thể sử dụng định nghĩa hai phân thức bằng nhau $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ nếu $A \cdot D = B \cdot C$.

🔗 **Ví dụ 11.** Cho cặp phân thức $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$ và $\frac{x^2 - 1}{x - 1}$ với $x \neq \pm 1$. Chứng tỏ cặp phân thức trên bằng nhau.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 12.** Cho cặp phân thức $\frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$ và $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$ với $x \neq \pm 1$. Cặp phân thức trên có bằng nhau không?

💬 **Lời giải.**

Dạng 4. Tìm đa thức thỏa mãn đẳng thức cho trước

Thực hiện theo hai bước

- Bước 1.* Phân tích tử thức và mẫu thức thành nhân tử ở hai vế.
- Bước 2.* Triệt tiêu các nhân tử chung và rút ra đa thức cần tìm.

🔗 **Ví dụ 13.** Hãy điền một đa thức thích hợp vào các chỗ trống trong mỗi đẳng thức sau

a) $\frac{x^2 - x}{x^2 - 1} = \frac{\dots}{x + 1}$ với $x \neq \pm 1$.

b) $\frac{x^2 + 2x}{3x + 6} = \frac{\dots}{3}$ với $x \neq -2$.

c) $\frac{x - 1}{x^2 - 1} = \frac{\dots}{x + 1}$ với $x \neq \pm 1$.

d) $\frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1} = \frac{x + 4}{\dots}$ với $x \neq 1$.

💬 **Lời giải.**

◀ Ví dụ 14. Hãy điền một đa thức thích hợp vào các chỗ trống trong mỗi đẳng thức sau

a) $\frac{2x + 4}{x + 2} = \frac{2}{\dots}$ với $x \neq -2$.

b) $\frac{x^2 + x}{2(x + 1)} = \frac{\dots}{2}$ với $x \neq -1$.

c) $\frac{x - 2}{x^2 - 4} = \frac{1}{\dots}$ với $x \neq \pm 2$.

d) $\frac{x^2 + 4x - 5}{x - 1} = \frac{x + 5}{\dots}$ với $x \neq 1$.

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 15. Tìm đa thức A thỏa mãn đẳng thức sau

a) $\frac{A}{x^2 - 1} = \frac{1}{x - 1}$ với $x \neq \pm 1$.

b) $\frac{x^2 + 2x}{A} = \frac{x}{3}$ với $x \neq 0$.

c) $\frac{x - 3}{x^2 - 9} = \frac{A}{x + 3}$ với $x \neq \pm 3$.

d) $\frac{x^2 + 3x - 4}{A} = x + 4$.

e) $\frac{2x^2 - 2y^2}{A} = \frac{2(x + y)}{3}$.

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 16. Tìm đa thức A thỏa mãn đẳng thức sau

a) $\frac{-2x + 4}{x - 2} = \frac{2}{A}$ với $x \neq -2$.

b) $\frac{2x^2 + 4x}{x + 2} = \frac{A}{2}$ với $x \neq -2$.

c) $\frac{x - 4}{x^2 - 16} = \frac{1}{A}$ với $x \neq \pm 4$.

d) $\frac{x^3 + 8}{x + 2} = \frac{A}{2}$ với $x \neq 2$.

e) $\frac{x^2 - y^2}{A} = \frac{x + y}{3}$.

🗨️ Lời giải.

🔗 Ví dụ 17. Hoàn thành chuỗi đẳng thức sau: $\frac{x+1}{x+2} = \frac{\dots}{x^2-4} = \frac{\dots}{x^2+x-2}$, với $x \neq \pm 2; x \neq 1$.

🗨️ Lời giải.

🔗 Ví dụ 18. Hoàn thành chuỗi đẳng thức sau: $\frac{1}{x+1} = \frac{\dots}{x^2-1} = \frac{\dots}{x^2+3x+2}$, với $x \neq \pm 1; x \neq -2$.

🗨️ Lời giải.

C - BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Tính giá trị của phân thức

a) $A(x) = \frac{x+2}{x-4}$ với $x \neq 4$ tại $x = 5$.

b) $B(x) = \frac{x^2+1}{x+1}$ với $x \neq -1$ tại $2x-2=0$.

c) $C(x) = \frac{x^2-5x+6}{x+1}$ với $x \neq -1$ tại $x^2=1$.

d) $D(x) = \frac{x+3}{x^2-1}$ với $x \neq \pm 1$ tại $|x+1|=3$.

🗨️ Lời giải.

Bài 2. Cho phân thức $\frac{x^2 - 25}{(x + 5)(x - 3)}$ với $x \neq -5; x \neq 3$. Biến đổi phân thức đã cho thành một phân thức bằng nó và có tử thức là đa thức $A = x - 5$.

 **Lời giải.**

Bài 3. Cho phân thức $\frac{x + 3}{x - 3}$ với $x \neq 3$. Biến đổi phân thức đã cho thành một phân thức bằng nó và có tử thức là đa thức $A = x^2 - 9$.

 **Lời giải.**

Bài 4. Cho hai phân thức $\frac{x - 6}{x}$ và $\frac{x + 6}{x + 1}$ với $x \neq 0$ và $x \neq -1$. Biến đổi hai phân thức này thành cặp phân thức bằng nó và có cùng tử thức.

 **Lời giải.**

Bài 5. Cho hai phân thức $\frac{x + 3}{x - 1}$ và $\frac{x - 9}{x + 1}$ với $x \neq \pm 1$. Biến đổi hai phân thức này thành cặp phân thức bằng nó và có cùng mẫu thức.

 **Lời giải.**

Bài 6. Cho cặp phân thức $\frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$ và $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$ với $x \neq \pm 1$. Chứng tỏ cặp phân thức trên bằng nhau.

 **Lời giải.**

Bài 7. Hãy điền một đa thức thích hợp vào các chỗ trống trong mỗi đẳng thức sau

a) $\frac{-2x + 4}{x^2 - 4} = \frac{\dots}{x + 2}$ với $x \neq \pm 2$.

b) $\frac{x^2 + 3x}{3x + 9} = \frac{\dots}{3}$ với $x \neq -3$.

c) $\frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{\dots}{x + 1}$ với $x \neq \pm 1$.

d) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} = \frac{x - 2}{\dots}$ với $x \neq 3$.

 **Lời giải.**

Bài 8. Tìm đa thức A thỏa mãn mỗi đẳng thức sau

a) $\frac{A}{x^2 - 25} = \frac{1}{x - 5}$ với $x \neq \pm 5$.

b) $\frac{x^2 - 2x}{A} = x$ với $x \neq 0$.

c) $\frac{x^3 - 1}{x - 1} = \frac{A}{x + 3}$ với $x \neq -3$ và $x \neq 1$.

d) $\frac{x^2 - 5x + 6}{A} = x - 2$ với $x \neq 2$ và $x \neq 3$.

 **Lời giải.**

Bài 9. Hoàn thành chuỗi đẳng thức sau: $\frac{x + 1}{x + 3} = \frac{\dots}{x^2 - 9} = \frac{\dots}{x^2 + 5x + 6}$ với $x \neq \pm 3; x \neq 2$.

 **Lời giải.**

BÀI 3. RÚT GỌN PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT



Để rút gọn phân thức cho trước ta làm như sau


- Bước 1.* Sử dụng các phương pháp phân tích thức thành nhân tử để biến đổi cả tử và mẫu của phân thức.
- Bước 2.* Sử dụng các tính chất cơ bản của phân thức đã học để rút gọn phân thức đã cho.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Rút gọn phân thức

Thực hiện theo hai bước sau

-  *Bước 1.* Phân tích tử thức và mẫu thức thành nhân tử.
-  *Bước 2.* Rút gọn bằng cách triệt tiêu nhân tử chung.

 $A = -(-A)$.

 **Ví dụ 1.** Rút gọn các phân thức sau

a) $\frac{2(x+1)^2}{4x(x+1)}$.

b) $\frac{2x^2 + 4x + 2}{4x(x+1)}$.

c) $\frac{(8-x)(-x-2)}{(x+2)^2}$.

d) $\frac{2(x-y)}{y-x}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 2.** Rút gọn các phân thức sau

a) $\frac{(x+2)^2}{2x+4}$.

b) $\frac{x^2 + 4x + 4}{2x + 4}$.

c) $\frac{(1-x)(-x-2)}{x+2}$.

d) $\frac{x^2 - y^2}{x + y}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 3.** Rút gọn các phân thức sau

a)
$$\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^2 + x}$$

b)
$$\frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{2x - 2}$$

 **Lời giải.**

.....

.....

 **Ví dụ 4.** Rút gọn các phân thức sau

a)
$$\frac{3x - 6}{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}$$


b)
$$\frac{x^3 + 2x^2}{x^3 + 6x^2 + 12x + 8}$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

 **Ví dụ 5.** Cho phân thức $A = \frac{2x^3 + 2x^2}{x^3 + x^2 + x + 1}$.

- Rút gọn phân thức.
- Tính giá trị của phân thức tại $x = 2$.
- Chứng minh A không âm với mọi giá trị của $x \neq -1$.

 **Lời giải.**


.....

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 6.** Cho phân thức $A = \frac{3 - 6x}{2x^3 - x^2 + 2x - 1}$.

- Rút gọn phân thức.
- Tính giá trị của phân thức tại $x = 3$.
- Chứng minh A luôn âm với mọi giá trị của $x \neq \frac{1}{2}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Chứng minh đẳng thức

Thực hiện tương tự các bước chứng minh đẳng thức đã học trong bài 1 và bài 2.

⇨ **Ví dụ 7.** Chứng minh đẳng thức $\frac{x^2 + 2x + 1}{2x^2 + x - 1} = \frac{x + 1}{2x - 1}$.

🗨️ **Lời giải.**

.....

⇨ **Ví dụ 8.** Chứng minh đẳng thức $\frac{2x^2 - 12x + 18}{x^2 - 7x + 12} = \frac{2x - 6}{x - 4}$.

🗨️ **Lời giải.**

.....

⇨ **Ví dụ 9.** Chứng tỏ rằng hai phân thức $\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 + xy}$ và $\frac{x^2 - y^2}{x(x - y)}$ bằng nhau.

🗨️ **Lời giải.**

.....

⇨ **Ví dụ 10.** Chứng tỏ rằng hai phân thức $\frac{x^2 + 4xy + 4y^2}{x + 2y}$ và $x + 2y$ bằng nhau.

🗨️ **Lời giải.**

.....

C - BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Rút gọn các phân thức sau

a) $\frac{2x - 6}{(x - 3)^2}$.

b) $\frac{x^3 - 3x^2}{x^2 - 6x + 9}$.

c) $\frac{2x^2 - 8}{x^2 + 4x + 4}$.

d) $\frac{x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$.

🗨️ **Lời giải.**

.....

Bài 2. Rút gọn các phân thức sau

a) $\frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^2 - 1}$.

b) $\frac{x^3 + x^2 + x + 1}{2x^3 + 3x^2 + 2x + 3}$.

 Lời giải.

Bài 3. Cho phân thức $A = \frac{2x - 6}{x^3 - 3x^2 + x - 3}$.

- Rút gọn biểu thức.
- Tính giá trị của phân thức tại $x = -2$.
- Chứng minh A luôn dương với mọi giá trị $x \neq 3$.

 Lời giải.

Bài 4. Chứng minh đẳng thức $\frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2} = \frac{x + 1}{x + 2}$.

 Lời giải.

Bài 5. Chứng tỏ rằng hai phân thức $\frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - xy}$ và $\frac{x - y}{x}$ bằng nhau.

 Lời giải.

BÀI 4. QUY ĐỒNG MẪU THỨC NHIỀU PHÂN THỨC

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tìm mẫu thức chung

Tìm mẫu thức chung ta làm như sau:

- Bước 1. Phân tích mẫu thức của các phân thức đã cho thành nhân tử;
- Bước 2. Mẫu thức chung cần tìm là một tích mà các nhân tử được chọn theo quy tắc sau:
 - ☑ Nhân tử bằng số của mẫu thức chung là tích các nhân tử bằng số ở các mẫu thức của phân thức đã cho. (Nếu các nhân tử bằng số ở các mẫu thức là những số nguyên dương thì nhân tử bằng số của mẫu thức chung là BCNN của chúng);
 - ☑ Với mỗi lũy thừa của cùng một biểu thức có mặt trong các mẫu thức, ta chọn lũy thừa với số mũ cao nhất.

2. Quy đồng mẫu thức nhiều phân thức

Để quy đồng mẫu thức nhiều phân thức ta thực hiện các bước sau đây:

- Bước 1. Phân tích các mẫu thức thành nhân tử rồi tìm mẫu thức chung;
- Bước 2. Tìm nhân tử phụ của mỗi mẫu thức;
- Bước 3. Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân thức với nhân tử phụ tương ứng.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

🔗 Ví dụ 1. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\frac{5}{xy}$ và $\frac{1}{xy^2}$.

b) $\frac{1}{x^2 - x}$ và $\frac{2}{x - 1}$.

c) $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x}$ và $\frac{x}{x - 2}$.

d) $\frac{2}{x^2 - 5x + 6}$ và $\frac{3}{x - 3}$.

e) $\frac{4}{x^2 - 3x + 2}$ và $\frac{1}{x^2 - x}$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Ví dụ 2.** Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\frac{1}{xy^3}$ và $\frac{2}{x^2y}$.

b) $\frac{1}{x^2 - 2x}$ và $\frac{2}{x}$.

c) $\frac{x}{x^2 - 9}$ và $\frac{x}{x - 3}$.

d) $\frac{2}{x^2 - x - 6}$ và $\frac{3}{x + 2}$.

e) $\frac{4x}{x^2 - x - 6}$ và $\frac{1}{x^2 + 2x}$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 3.** Đưa các phân thức sau về cùng mẫu thức:

a) $\frac{x}{x^2 + x}$ và $\frac{x + 1}{x^2 - 1}$.

b) $\frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$ và $\frac{3}{x + 1}$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 4.** Đưa các phân thức sau về cùng mẫu thức:

a) $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x}$ và $\frac{x + 1}{x^2 - 1}$.

b) $\frac{x^3 - 2^3}{x^2 - 4}$ và $\frac{3}{x + 2}$.

🗨️ **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 5.** Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\frac{2}{5x^3y^2}$ và $\frac{3}{4xy}$.

b) $\frac{x}{x^2 - 2xy + y^2}$ và $\frac{x}{x^2 - xy}$.

🗨️ **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 6.** Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\frac{1}{x^2y}$ và $\frac{3}{xy}$.

b) $\frac{x}{x^2 + 2xy + y^2}$ và $\frac{2x}{x^2 + xy}$.

🗨️ **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 7.** Đưa các phân thức sau về cùng mẫu thức:

a) $\frac{1}{x + 2}$; $\frac{2}{2x + 4}$ và $\frac{3}{3x + 6}$.

b) $\frac{1}{x+3}$; $\frac{2}{2x-6}$ và $\frac{3}{3x-9}$.

c) $\frac{1}{x^2-4}$; $\frac{2}{x+2}$ và $\frac{3}{x-2}$.

d) $\frac{1}{x}$; $\frac{2}{x+2}$ và $\frac{3}{x(x+2)}$.

 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

🔗 **Ví dụ 8.** Đưa các phân thức sau về cùng mẫu thức:

a) $\frac{1}{x-2}$; $\frac{2}{2x-4}$ và $\frac{3}{3x-6}$.

b) $\frac{1}{x+4}$; $\frac{1}{2x+8}$ và $\frac{3}{x-4}$.

c) $\frac{1}{x^2-1}$; $\frac{2}{x-1}$ và $\frac{2}{x+1}$.

d) $\frac{1}{2x}$; $\frac{2}{x-2}$ và $\frac{3}{2x(x-2)}$.

 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

C – BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\frac{-1}{x^2 - 2x}$ và $\frac{x}{x - 2}$.

b) $\frac{2}{x^2 - 6x + 8}$ và $\frac{3}{x - 4}$.

c) $\frac{x - 1}{x^2 - 5x + 4}$ và $\frac{1}{x^2 - 4x}$.

 **Lời giải.**

Bài 2. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\frac{25}{14x^2y}$ và $\frac{14}{21xy^5}$.

b) $\frac{x - y}{8y^2 - 2x^2}$ và $\frac{4}{x - 2y}$.

 **Lời giải.**

Bài 3. Đưa các phân thức sau về cùng mẫu thức:

a) $\frac{1}{x - 3}$; $\frac{-1}{2x - 6}$ và $\frac{3}{3x - 9}$.

b) $\frac{1}{x^2 - 2x}$; $\frac{2}{2x - 4}$ và $\frac{x}{x - 2}$.

c) $\frac{1}{x^2 - 1}$; $\frac{2}{x + 1}$ và $\frac{1}{x - 1}$.

 **Lời giải.**

BÀI 5. PHÉP CỘNG CÁC PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- a) **Quy tắc cộng hai phân thức cùng mẫu thức:** Muốn cộng hai phân thức cùng mẫu thức, ta cộng các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức.
- b) **Quy tắc cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau:** Muốn cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau, ta quy đồng mẫu thức, đưa về quy tắc cộng hai phân thức cùng mẫu thức.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Cộng các phân thức đại số thông thường

Áp dụng hai quy tắc đã nêu trong phần *Tóm tắt lý thuyết*.

⇨ **Ví dụ 1.** Thực hiện các phép tính sau:

$$a) \frac{2x - 4}{5} + \frac{3x + 14}{5}.$$

$$b) \frac{x + 1}{x - 5} + \frac{x - 18}{x - 5} + \frac{x + 2}{x - 5}.$$

🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

⇨ **Ví dụ 2.** Thực hiện các phép tính sau:

$$a) \frac{x - 4}{7} + \frac{6x + 4}{7}.$$

$$b) \frac{x + 1}{x - 2} + \frac{x - 10}{x - 2} + \frac{x + 3}{x - 2}.$$

🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

⇨ **Ví dụ 3.** Thực hiện các phép tính sau:

$$a) \frac{x + 1}{2x - 2} + \frac{-2x}{x^2 - 1}.$$

$$b) \frac{2x}{x^2 + 4x + 4} + \frac{x + 1}{x + 2} + \frac{2 - x}{(x + 2)^2}.$$

🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 4.** Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } \frac{6}{x^2 + 4x} + \frac{3}{2x + 8}.$$

$$\text{b) } \frac{x + 1}{x - 2} + \frac{x - 2}{x + 2} + \frac{x - 14}{x^2 - 4}.$$

💬 **Lời giải.**

📁 **Dạng 2. Cộng các phân thức đại số kết hợp quy tắc đổi dấu**

$$\text{a) } \textit{Bước 1.} \text{ Áp dụng quy tắc đổi dấu phân thức: } \frac{-A}{-B} = \frac{A}{B}; \frac{A}{-B} = \frac{-A}{B};$$

$\text{b) } \textit{Bước 2.}$ Thực hiện quy tắc cộng theo *Dạng 1*.

↔ **Ví dụ 5.** Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } \frac{4 - x^2}{x - 3} + \frac{2x - 2x^2}{3 - x} + \frac{5 - 4x}{x - 3}.$$

$$\text{b) } \frac{2}{x + 2} + \frac{-4}{2 - x} + \frac{5x + 2}{4 - x^2}.$$

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 6. Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } \frac{2x^2 - x}{x - 1} + \frac{x + 1}{1 - x} + \frac{2 - x^2}{x - 1}.$$

$$\text{b) } \frac{2}{x + 1} + \frac{-4}{1 - x} + \frac{5x + 1}{1 - x^2}.$$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 7. Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } \frac{y}{2x^2 - xy} + \frac{4x}{y^2 - 2xy}.$$

$$\text{b) } \frac{x}{x^2 + xy} + \frac{x - 3y}{y^2 - x^2} + \frac{x}{xy - x^2}.$$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 8. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{y}{x^2 - xy} + \frac{x}{y^2 - xy}$.

b) $\frac{1}{x^2 + xy} + \frac{2}{y^2 - x^2} + \frac{1}{xy - x^2}$.

💬 Lời giải.

Handwriting practice area with horizontal dotted lines.

Dạng 3. Rút gọn phân thức và tính giá trị biểu thức đó

a) Bước 1. Rút gọn biểu thức theo Dạng 1 hoặc Dạng 2;

b) Bước 2. Tính giá trị biểu thức sau khi rút gọn.

❖ Ví dụ 9. Cho biểu thức: $P = \frac{2}{x^2 - x} + \frac{2}{x^2 + x + 1} + \frac{4x}{1 - x^3}$ với $x \neq 0; x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị biểu thức P tại $x = 2$.

💬 Lời giải.

Handwriting practice area with horizontal dotted lines.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇔ **Ví dụ 10.** Cho biểu thức: $P = \frac{x^2}{x+1} + \frac{2(x-1)}{x} + \frac{x+2}{x^2+x}$ với $x \neq 0; x \neq -1$.

- a) Rút gọn biểu thức P .
- b) Tính giá trị biểu thức P tại $x = 1$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C-BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau:

- a) $\frac{11x-4}{x-1} + \frac{10x+4}{2-2x}$.
- b) $\frac{1}{x+2} + \frac{5}{2x^2+3x-2}$.
- c) $\frac{-3x^2}{x^3+1} + \frac{1}{x^2-x+1} + \frac{1}{x+1}$.
- d) $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } \frac{x + 4y}{x^2 - 2xy} + \frac{x + y}{2y^2 - xy}.$$

$$\text{b) } \frac{1}{(x - y)(y - z)} + \frac{1}{(y - z)(z - x)} + \frac{1}{(z - x)(x - y)}.$$

 **Lời giải.**

Bài 3. Cho biểu thức: $P = \frac{x^2 + x}{x^3 + x^2 + x + 1} + \frac{1}{x^2 + 1}$

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tính giá trị của biểu thức P tại $x = 1$.

 **Lời giải.**

BÀI 6. PHÉP TRỪ CÁC PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Phân thức đối

☑ Phân thức đối của $\frac{A}{B}$ là $-\frac{A}{B}$.

☑ Hai phân thức gọi là đối nhau nếu tổng của chúng bằng 0.

2. Quy tắc trừ hai phân thức đại số

Muốn trừ phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$, ta cộng phân thức $\frac{A}{B}$ với phân thức đối của phân thức $\frac{C}{D}$, tức là

$$\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{A}{B} + \left(-\frac{C}{D}\right)$$

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Áp dụng phép trừ hai phân thức để thực hiện phép tính

Sử dụng phân thức đối trong phép trừ để chuyển thành phép cộng các phân thức đại số.

☞ Ví dụ 1. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{2x-1}{x-1} - \frac{x-2}{x-1}$.

b) $\frac{2(2xy-1)}{3x^2y^2} - \frac{xy-2}{3x^2y^2}$.

c) $\frac{x^3-1}{x^2-x} - \frac{x^3+1}{x^2+x}$.

d) $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \frac{y^2}{xy-y^2} - \frac{x^2}{x^2-xy}$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 2. Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } \frac{3x - 2}{x + 1} - \frac{2x - 1}{x + 1}.$$

$$\text{b) } \frac{2(xy - 1)}{x^2y^2} - \frac{xy - 2}{x^2y^2}.$$

$$\text{c) } \frac{x}{x - 1} - \frac{1}{x^2 - x}.$$

$$\text{d) } \frac{1}{xy - y^2} - \frac{1}{x^2 - xy}.$$

💬 Lời giải.

📁 Dạng 2. Tìm phân thức thỏa mãn yêu cầu

- 🕒 Đưa phân thức cần tìm về riêng một vế.
- 🕒 Sử dụng quy tắc cộng và quy tắc trừ để rút gọn lại biểu thức. Từ đó suy ra phân thức cần tìm.

❖ Ví dụ 3. Tìm phân thức $P(x)$ thỏa mãn điều kiện: $\frac{x + 1}{x - 3} - \frac{1 - x}{x + 3} - P(x) = \frac{2x(1 - x)}{9 - x^2}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 4. Tìm phân thức $Q(x)$ thỏa mãn đẳng thức sau: $Q(x) + \frac{x - 3}{x - 2} - \frac{x - 2}{x - 3} = \frac{x - 1}{x^2 - 5x + 6}$.

Lời giải.

.....

C - BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{3x + 4}{x^3y^2} - \frac{4 - x}{x^3y^2}$.

b) $\frac{x^2 + 2}{x^3 + 1} - \frac{1}{x + 1}$.

c) $\frac{1}{x - 1} - \frac{5x - 4}{x^2 - x}$.

d) $\frac{x}{xy - y^2} - \frac{y - 2x}{xy - x^2}$.

Lời giải.

.....

Bài 2. Tìm phân thức P(x) thỏa mãn đẳng thức sau:

a) $\frac{x}{x - 1} + \frac{3}{x + 1} - P(x) = \frac{6x - 4}{x^2 - 1}$.

BÀI 7. PHÉP NHÂN CÁC PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Muốn nhân hai phân thức, ta nhân các tử thức với nhau, các mẫu thức với nhau:

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$$

B – BÀI TOÁN VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Áp dụng phép nhân hai phân thức để thực hiện phép tính

Vận dụng quy tắc đã nêu trong phần *Tóm tắt lý thuyết* để thực hiện yêu cầu của bài toán.

❖ Ví dụ 1. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{6x}{15y^3} \cdot \left(-\frac{5y^2}{3x^2}\right)$.

b) $\frac{x+1}{x-2} \cdot \frac{x^2-4}{(x+1)^2}$.

c) $\frac{3-3x}{x^2-9} \cdot \frac{x-3}{x-1}$.

d) $\frac{6x+4}{x^2-4} \cdot \frac{x^2-2x}{3x+2}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 2. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\frac{4x^2}{9y^4} \cdot \left(-\frac{3y^3}{2x}\right)$.



b) $\frac{x^2}{x-2} \cdot \frac{x^2-4}{x^3}$.

c) $\frac{2x-2}{x^2-4} \cdot \frac{2-x}{x-1}$.

d) $\frac{6x-4}{x^2-4} \cdot \frac{x^2-3x+2}{3x-2}$.

💬 Lời giải.

Dạng 2. Rút gọn biểu thức kết hợp nhiều quy tắc đã học

-  Phân tích đa thức thành nhân tử.
-  Ưu tiên tối giản phân thức (nếu có thể) ngay từ đầu.

 **Ví dụ 3.** Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } \frac{x-2}{x+1} \cdot \frac{2x^2-5x-3}{x^2-5x+6}.$$

$$\text{b) } \frac{2x-4}{x^2-1} \cdot \frac{x^3-3x^2+3x-1}{x-2}.$$

$$\text{c) } \frac{x^2}{x+1} \cdot \frac{2x-5}{x-1} + \frac{x^2}{x+1} \cdot \frac{6-x}{x-1}.$$

$$\text{d) } \frac{x^2-3x+2}{x^2-5x+6} \cdot \frac{x^2-x-6}{x^2-2x+1}.$$

 **Lời giải.**

 **Ví dụ 4.** Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } \frac{x-3}{x-1} \cdot \frac{x^2-3x+2}{x^2+x-12}.$$

$$\text{b) } \frac{2-x}{x^2-1} \cdot \frac{x^3+1}{x-2}.$$

$$\text{c) } \frac{x^2}{x-1} \cdot \frac{5-x}{x+1} + \frac{x^2}{x-1} \cdot \frac{2x-6}{x+1}.$$

$$\text{d) } \frac{x^2-3x+2}{x^2-x-2} \cdot \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}.$$

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 5.** Rút gọn biểu thức:

$$a) \frac{x^4 + 2x^2 + 1}{x^2 - 2} \cdot \frac{x - 1}{2x + 2} \cdot \frac{2x^2 - 4}{(x^2 + 1)^2}.$$

$$b) \frac{1 - x}{x^3} \cdot \left(x^2 + x + 1 - \frac{x^3}{x - 1} \right).$$

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 6.** Thực hiện các phép tính sau:

$$a) \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^2 - 2} \cdot \frac{x + 1}{2x - 2} \cdot \frac{2x^2 - 4}{(x^2 - 1)^2}.$$

$$b) \frac{x + 1}{x^3} \cdot \left(x^2 - x + 1 - \frac{x^3}{x + 1} \right).$$

💬 **Lời giải.**

C - BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau:

$$a) \frac{x^2 - 1}{x + 2} \cdot \frac{1}{1 - x}.$$

$$b) \frac{x + 2}{x - 1} \cdot \frac{1 - x^3}{x^3 + 8}.$$

$$c) \frac{x + 4}{x - 3} \cdot \frac{x^2 + x - 12}{x^2 + 5x + 4}.$$

$$d) \frac{x^2}{x^2 - 4x} \cdot (8 - 2x).$$

💬 **Lời giải.**

Bài 2. Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } \frac{x^3 - 1}{x^2 - 4} \cdot \left(\frac{1}{x - 1} - \frac{x + 1}{x^2 + x + 1} \right).$$

$$\text{b) } \frac{x^3 + 8}{x - 1} \cdot \frac{10 - 2x}{x + 2} + \frac{x^3 + 8}{x - 1} \cdot \frac{x - 9}{x + 2}.$$

$$\text{c) } \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x - 2} \cdot \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 2}.$$

$$\text{d) } \frac{x - 1}{2 - x} \cdot \left(\frac{x^3}{1 - x} + x^2 + x + 1 \right).$$

 **Lời giải.**

BÀI 8. PHÉP CHIA CÁC PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Phân thức nghịch đảo của phân thức $\frac{A}{B}$ là $\frac{B}{A}$. Tích của hai phân thức nghịch đảo bằng 1.
- Muốn chia phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D} \neq 0$, ta nhân phân thức $\frac{A}{B}$ với phân thức nghịch đảo của phân thức $\frac{C}{D}$, tức là: $\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$ với $\frac{C}{D} \neq 0$.

B – BÀI TOÁN VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Sử dụng quy tắc chia để thực hiện phép tính

- Vận dụng quy tắc đã nêu trong phần *Tóm tắt lý thuyết* để thực hiện yêu cầu bài toán.
- Bài toán có nhiều phép chia phân thức $\frac{A}{B} : \frac{C}{D} : \frac{E}{F} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} \cdot \frac{F}{E}$.
- Ưu tiên thực hiện các phép tính trong ngoặc đơn trước (nếu có).

🔗 **Ví dụ 1.** Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{1-x^2}{x^2+2x} : \frac{2-2x}{3x}$.

b) $\frac{x^3+1}{x-1} : (x^2-x+1)$.

c) $\frac{x^2-x-2}{x^2+3x+2} : \frac{x^2-4x+4}{x^2+2x}$.

d) $\frac{x-2y}{x^2-xy+y^2} : \frac{x^2-4xy+4y^2}{x^3+y^3}$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 2.** Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{1-x^2}{x^2-2x} : \frac{x+1}{x}$.

b) $\frac{x^3-1}{x+2} : (x^2+x+1)$.

c) $\frac{x^2-1}{x^2+x-2} : \frac{x^2-2x+1}{x^2+3x+2}$.

d) $\frac{x+2y}{x^2+xy+y^2} : \frac{x^2+4xy+4y^2}{x^3-y^3}$.

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 3. Rút gọn biểu thức:

$$\text{a) } A = \frac{x^2}{(y+1)^2} : \frac{2x}{y+1} : \frac{2x}{y+1}.$$

$$\text{b) } B = \frac{x^2}{(y+1)^2} : \left(\frac{2x}{y+1} : \frac{2x}{y+1} \right).$$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 4. Rút gọn biểu thức:

$$\text{a) } A = \frac{x^2}{4y^2} : \frac{3x}{2y} : \frac{3x}{2y}.$$

$$\text{b) } B = \frac{x^2}{4y^2} : \left(\frac{3x}{2y} : \frac{3x}{2y} \right).$$

💬 Lời giải.

📁 Dạng 2. Tìm phân thức thỏa mãn đẳng thức cho trước

Đưa phân thức cần tìm về riêng một vế. Bài toán đưa về Dạng 1.

❖ Ví dụ 5. Tìm biểu thức A , biết: $\frac{2x+3y}{x^3-y^3} \cdot A = \frac{2x^2+3xy}{x^2+xy+y^2}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 6. Cho đẳng thức $\frac{x-2y}{x^3+y^3} \cdot B = \frac{x^2-2xy}{x^2-xy+y^2}$. Tìm biểu thức B .

💬 Lời giải.

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } (x^2 - 9) : \frac{2x + 6}{x - 3}.$$

$$\text{b) } \frac{xy}{2x - 3} : \frac{x^2y^2}{6 - 4x}.$$

$$\text{c) } \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 2x + 1} : \frac{x^2 - 4}{x^2 - x}.$$

$$\text{d) } \frac{2x + 3y}{2 - x} : \frac{4x^2 + 12xy + 9y^2}{x^3 - 8}.$$

 **Lời giải.**

Bài 2. Rút gọn biểu thức:

$$\text{a) } \frac{x + 4}{x + 5} : \frac{x + 5}{x + 6} : \frac{x + 6}{x + 4}.$$

$$\text{b) } \frac{x - 7}{x + 8} : \left(\frac{x - 7}{x - 9} : \frac{x + 8}{x - 9} \right).$$

 **Lời giải.**

Bài 3. Tìm phân thức thỏa mãn đẳng thức sau:

$$\text{a) } \frac{x^2 + 3x}{x - 4} : P = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4x}.$$

$$\text{b) } Q : \frac{x - 2}{2x + 3} = \frac{4x^2 + 12x + 9}{x^2 - 4}.$$

 **Lời giải.**

BÀI 9. BIẾN ĐỔI BIỂU THỨC HỮU TỈ. GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC HỮU TỈ

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Biến đổi các biểu thức hữu tỉ

- ☑ Biểu thức hữu tỉ là một phân thức hoặc biểu thị một dãy các phép toán: cộng, trừ, nhân, chia trên những phân thức.
- ☑ Biến đổi một biểu thức hữu tỉ thành một phân thức nhờ các quy tắc của các phép toán cộng, trừ, nhân, chia các phân thức đã học.

2. Giá trị của phân thức

- ☑ Giá trị của một phân thức chỉ được xác định với điều kiện giá trị của mẫu thức khác 0.
- ☑ *Chú ý:* Biểu thức hữu tỉ có hai biến x và y thì giá trị của biểu thức đó chỉ được xác định với các cặp $(x; y)$ làm cho giá trị của mẫu thức khác 0.

B – BÀI TOÁN VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Biến đổi biểu thức hữu tỉ thành phân thức

Thực hiện theo hai bước:

- ☑ *Bước 1:* Sử dụng kết hợp các quy tắc cộng, trừ, nhân, chia phân thức đại số đã học để biến đổi.
- ☑ *Bước 2:* Biến đổi cho tới khi được một phân thức có dạng $\frac{A}{B}$ với A, B là các đa thức và B khác đa thức 0.

🔗 **Ví dụ 1.** Đưa các biểu thức sau thành phân thức:

$$\text{a) } A = \frac{\frac{x}{4} - 2 + \frac{15}{4x}}{\frac{2}{2} + \frac{6}{x} - \frac{7}{2}}$$

$$\text{b) } B = \frac{1 - \frac{1}{x-1}}{1 - \frac{2x-3}{x^2-2x+1}}$$

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 2.** Biến đổi các biểu thức sau thành phân thức:


$$\text{a) } A = \frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{2}{x}}$$

$$\text{b) } B = \frac{1 + \frac{1}{x+1}}{1 + \frac{2x+3}{x^2+2x+1}}$$

 Lời giải.

Dạng 2. Tìm điều kiện xác định của phân thức

Ta xác định các giá trị của biến để mẫu thức khác 0.

 **Ví dụ 3.** Tìm x để giá trị của mỗi phân thức sau được xác định:


$$\text{a) } \frac{4x}{3x-8}$$

$$\text{b) } \frac{8}{x^2-1}$$

$$\text{c) } \frac{x+2}{x^3-8}$$

$$\text{d) } \frac{x^2}{x^3-3x+2}$$

 Lời giải.

 **Ví dụ 4.** Tìm điều kiện xác định của mỗi phân thức sau:

$$\text{a) } \frac{5x}{2x+6}$$

$$\text{b) } \frac{3}{x^2+1}$$

$$\text{c) } \frac{3x-6}{x^3+1}$$

$$\text{d) } \frac{2x+1}{x^2-x-2}$$

 Lời giải.

Dạng 3. Thực hiện phép tính với các biểu thức hữu tỉ

Sử dụng kết hợp các quy tắc cộng, trừ, nhân, chia phân thức đại số đã học để biến đổi.

⇨ **Ví dụ 5.** Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } A = \left(\frac{3}{x+3} - \frac{9}{x^2+6x+9} \right) : \left(\frac{3}{x^2-9} + \frac{1}{3-x} \right).$$

$$\text{b) } B = \left(\frac{4a+b}{a^2-4ab} + \frac{4a-b}{a^2+4ab} \right) \cdot \frac{a^2-16b^2}{a^2+b^2}.$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Ví dụ 6.** Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \left(\frac{x}{x+2} + 1 \right) : \left(1 - \frac{3x^2}{4-x^2} \right).$$

$$\text{b) } B = \left(\frac{2a^2}{b^2} - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(\frac{1}{2a-b} - \frac{1}{2a+b} \right).$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Ví dụ 7.** Cho biểu thức: $P = \frac{x^2+2x}{2x+12} + \frac{54-3x}{x^2+6x} - \frac{6}{x} + 1.$

a) Tìm điều kiện của x để giá trị của biểu thức được xác định.

b) Rút gọn phân thức.

c) Tìm giá trị của x để:

$$1) P = \frac{3}{2}.$$

$$2) P = -\frac{9}{2}.$$

$$3) P = 1.$$

 **Lời giải.**

⇔ **Ví dụ 8.** Cho phân thức $P = \frac{x^2 + 10x + 25}{x + 5}$.

a) Với điều kiện nào của x thì phân thức được xác định?

b) Rút gọn phân thức.

c) Tìm giá trị của x để:

1) $P = 1$.

2) $P = 0$.

 **Lời giải.**

📌 Dạng 4. Tìm x để giá trị của một phân thức đã cho thỏa mãn điều kiện cho trước

Ta sử dụng các kiến thức sau:

- ☑ Hằng đẳng thức đáng nhớ và $a^2 \geq 0$ với mọi giá trị của a .
- ☑ $\frac{A}{B} > 0 \Leftrightarrow A$ và B cùng dấu; $\frac{A}{B} < 0 \Leftrightarrow A$ và B trái dấu.
- ☑ Với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $b \neq 0$ ta có: $\frac{a}{b} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow b \in U(a)$.

🔗 **Ví dụ 9.** Cho phân thức $B = \frac{x^2 - x + 2}{x - 3}$ với $x \neq 3$.

- a) Tìm x để $B < 0$.
- b) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $B \in \mathbb{Z}$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 10.** Cho phân thức $A = \frac{x + 2}{x - 1}$ với $x \neq 1$.

- a) Tìm x để $A > 1$.
- b) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A \in \mathbb{Z}$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 11.**

- a) Tìm x để phân thức $M = \frac{3}{x^2 - 4x + 7}$ đạt giá trị lớn nhất.
- b) Tìm x để phân thức $N = \frac{-3}{x^2 + 4x + 7}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

💬 **Lời giải.**

⇨ Ví dụ 12.

a) Tìm x để phân thức $M = \frac{4}{x^2 - 2x + 5}$ đạt giá trị lớn nhất.

b) Tìm x để phân thức $M = \frac{-2}{x^2 + 2x + 7}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

💬 Lời giải.

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Đưa các biểu thức sau thành phân thức:

$$\text{a) } A = \frac{\frac{2a}{a-3} + 1}{a^2 - 9}$$

$$\text{b) } B = \frac{1 - \frac{6}{a+3}}{1 - \frac{a^2 - 10}{a^2 - 9}}$$

$$\text{c) } C = \frac{4 - \frac{4b}{a} + \frac{b^2}{a^2}}{\frac{1}{a} - \frac{2}{b}}$$

💬 Lời giải.

Bài 2. Tìm giá trị của a để mỗi phân thức sau được xác định:

a) $\frac{a^2 - 1}{9a^2 - 16}$.

b) $\frac{2a + 1}{a^2 - 6a + 9}$.

c) $\frac{a + 1}{a^3 - 4a^2 + 3a}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Tìm điều kiện xác định của mỗi phân thức sau:

a) $\frac{x - 2y}{x^2 + 2y^2 + 3}$.

b) $\frac{x + y}{(x - 1)^2 + (y + 1)^2}$.

c) $\frac{2x - y}{x^2 + y^2 + 2y + 2}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Cho biểu thức $A = \frac{x^2 + 2x}{x + 5} + \frac{50 - 5x}{2x^2 + 10x} + \frac{x - 5}{x}$.

a) Tìm điều kiện xác định của biểu thức A.

b) Rút gọn biểu thức A.

c) Tính giá trị của biểu thức A tại $x = -4$.

d) Tìm giá trị của x để $A = -\frac{3}{2}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Cho biểu thức $B = \left(1 - \frac{x^2}{x+2}\right) \cdot \frac{(x+2)^2}{x} - \frac{x^2+6x+4}{x}$.

- Tìm điều kiện xác định của biểu thức B .
- Rút gọn biểu thức B .
- Tìm giá trị của x để biểu thức B đạt giá trị lớn nhất.

 **Lời giải.**

Bài 6. Cho biểu thức $C = \frac{3}{x^2 - 2x + 2}$.

- Tìm x để biểu thức C đạt giá trị lớn nhất.
- Tìm x để biểu thức C có giá trị nguyên âm.

 **Lời giải.**

BÀI 10. ÔN TẬP CHƯƠNG II (PHẦN I)

A – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Bài 1. Tìm điều kiện của x để các phân thức sau xác định:

a) $\frac{x}{2x - 4}$.

b) $\frac{2x - 3}{x^2 + x + 1}$.

c) $\frac{2x - 3}{8x^3 - 12x^2 + 6x - 1}$.

 **Lời giải.**

Bài 2. Tìm điều kiện của x để các phân thức sau xác định:

a) $\frac{x}{2x - 1}$.

b) $\frac{2x - 3}{x^2 + x - 2}$.

c) $\frac{2x - 3}{x^3 + x}$.

 **Lời giải.**

Bài 3. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\frac{3x^2 - 2x}{9x^2 - 12x + 4}$ tại $x = \frac{1}{2}$.

b) $\frac{x^2 + 7x + 6}{x^3 + 6x^2 - x - 6}$ tại $x = 10001$.

 **Lời giải.**

Bài 4. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\frac{2x^2 - 6x}{x^2 - 6x + 9}$ tại $x = 4$.

b) $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$ tại $x = 10001$.

 **Lời giải.**

Bài 5. Tìm x biết $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{x}}} = \frac{43}{30}$.

 **Lời giải.**

Bài 6. Tìm x biết $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{x}}} = \frac{53}{37}$.

 **Lời giải.**



Bài 7. Tìm x biết $\frac{3}{x-2} + \frac{x}{x+2} - \frac{4x}{4-x^2} = 0$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài 8. Tìm x biết $\frac{2x+1}{x^2-4x+4} - \frac{2x+5}{x^2-4} = 0$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài 9. Tìm giá trị nguyên của biến x để tại đó giá trị của biểu thức $A = \frac{3x^2 - 2x + 1}{3x + 1}$ với $x \neq -\frac{1}{3}$ nhận giá trị nguyên.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài 10. Tìm giá trị nguyên của biến x để tại đó giá trị của biểu thức $B = \frac{x^2 - 3x + 5}{x - 2}$ với $x \neq 2$ nhận giá trị nguyên.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

B – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 11. Tìm điều kiện của x để giá trị của biểu thức được xác định:

a) $\frac{3x^3}{(x-1)(x^2+4)}$.

b) $\frac{-4x^2}{25-20x+4x^2}$.

c) $\frac{x^2-9}{x^2+6x+9} \cdot \frac{x-3}{x-3}$.

 **Lời giải.**

Bài 12. Tìm x biết:

a) $\frac{x}{x^2-9} + \frac{2}{x^2+6x+9} = 0$.

b) $\frac{8}{x^2+2x+4} = 2-x$.

 **Lời giải.**

Bài 13. Cho biểu thức $A = \frac{9x^2 - 9x^3 + x^4}{x^3 - 3x^2}$. Tìm giá trị của x để:

a) $A = -3$.

b) $A = 5$.

 **Lời giải.**

Bài 14. Tìm giá trị của x để giá trị tương ứng của biểu thức bằng 1:

$$\text{a) } M = \frac{1 + x^2 + \frac{4}{x}}{2 + \frac{4}{x}}.$$

$$\text{b) } N = \frac{1 + x^2 - \frac{7}{x+1}}{2 - \frac{7}{x+1}}.$$

 **Lời giải.**

Bài 15. Tìm x nguyên để tại đó giá trị của mỗi biểu thức sau là một số nguyên:

$$\text{a) } \frac{2}{x+3}.$$

$$\text{b) } \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 4}.$$

 **Lời giải.**



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



BÀI 11. ÔN TẬP CHƯƠNG II (PHẦN II)

A – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau

$$A = \left(\frac{4}{x^3 - 4x} + \frac{1}{x + 2} \right) : \left(\frac{x - 2}{x^2 + 2x} - \frac{x}{2x + 4} \right) \text{ với } x \neq 0 \text{ và } x \neq \pm 2.$$

 **Lời giải.**

Bài 2. Thực hiện các phép tính sau

$$B = \left(\frac{1}{x - 1} - \frac{1}{x + 1} \right) \cdot \frac{x^2 + 2x + 1}{4} \text{ với } x \neq \pm 1.$$

 **Lời giải.**

Bài 3. Giả thiết biểu thức có nghĩa, chứng minh đẳng thức sau

$$\left[\frac{2}{5a} - \frac{2}{a + 1} \cdot \left(\frac{a + 1}{5a} - \frac{3a + 3}{5} \right) \right] : \frac{a - 1}{a} = \frac{6a}{5(a - 1)}.$$

 **Lời giải.**

Bài 4. Giả thiết biểu thức có nghĩa, chứng minh đẳng thức sau:

$$\left(\frac{3}{a^2 + 6a + 9} - \frac{1}{a + 3} \right) : \left(\frac{3}{a^2 - 9} - \frac{1}{a - 3} \right) = \frac{a - 3}{a + 3}.$$

 **Lời giải.**

Bài 5. Cho biểu thức $M = \frac{a^2 - 1}{15} \cdot \left(\frac{a + 1}{2a - 2} + \frac{3}{a^2 - 1} - \frac{a + 3}{2a + 2} \right)$.

- a) Hãy tìm điều kiện của a để giá trị biểu thức được xác định;
 b) Chứng minh biểu thức M được xác định thì giá trị của nó không phụ thuộc vào giá trị của biến a .

 Lời giải.

Bài 6. Cho biểu thức $M = \frac{2}{a-1} - \frac{2a^3-2a}{a^2+1} \cdot \left(\frac{a}{a^2-2a+1} + \frac{1}{1-a^2} \right)$.

- a) Hãy tìm điều kiện của a để giá trị biểu thức được xác định;
 b) Chứng minh biểu thức M được xác định thì giá trị của nó không phụ thuộc vào giá trị của biến a .

 Lời giải.

Bài 7. Tìm x biết biểu thức $M = \frac{3x^2-4x-15}{x+2} \in \mathbb{Z}$

 Lời giải.

Bài 8. Tìm x biết biểu thức $N = \frac{x^2-x}{x-3} \in \mathbb{Z}$

 Lời giải.

Bài 9. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \left(x - 16 + \frac{64}{x} \right) \cdot \frac{x^2}{x-8} + 17$

 Lời giải.

Bài 10. Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = \left(x - 12 + \frac{36}{x}\right) \cdot \frac{x^2}{x-6} + 10$

Lời giải.

B – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 11. Rút gọn biểu thức sau:

$$A = \frac{8}{x^2+1} + \frac{4x-4x^3}{x^2+1} \cdot \left[\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{1-x^2} \right]$$

Lời giải.

Bài 12. Chứng minh giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến

a) $B = \frac{x}{7-x} + \left(\frac{x}{x^2-49} - \frac{x-7}{x^2+7x} \right) : \frac{2x-7}{x^2+7x}$.

b) $C = \frac{3x}{x-3} - \frac{x^2+3x}{2x+3} \cdot \left(\frac{3x+9}{x^2-3x} - \frac{3x}{x^2-9} \right)$.

Lời giải.

Bài 13. Chứng minh đẳng thức sau với $x \neq 0; x \neq \pm 1$: $\left[\frac{x^2+1}{x^3+2x^2+x} + \frac{2}{(x+1)^2} \right] : \frac{x-1}{x^2} = \frac{x}{x-1}$.

Lời giải.

Bài 14. Cho biểu thức $P = \left(\frac{x+2}{2-x} + \frac{x-2}{x+2} + \frac{4x^2}{4-x^2} \right) : \left(\frac{x+3}{x^2-2x} + \frac{2}{2-x} \right)$.

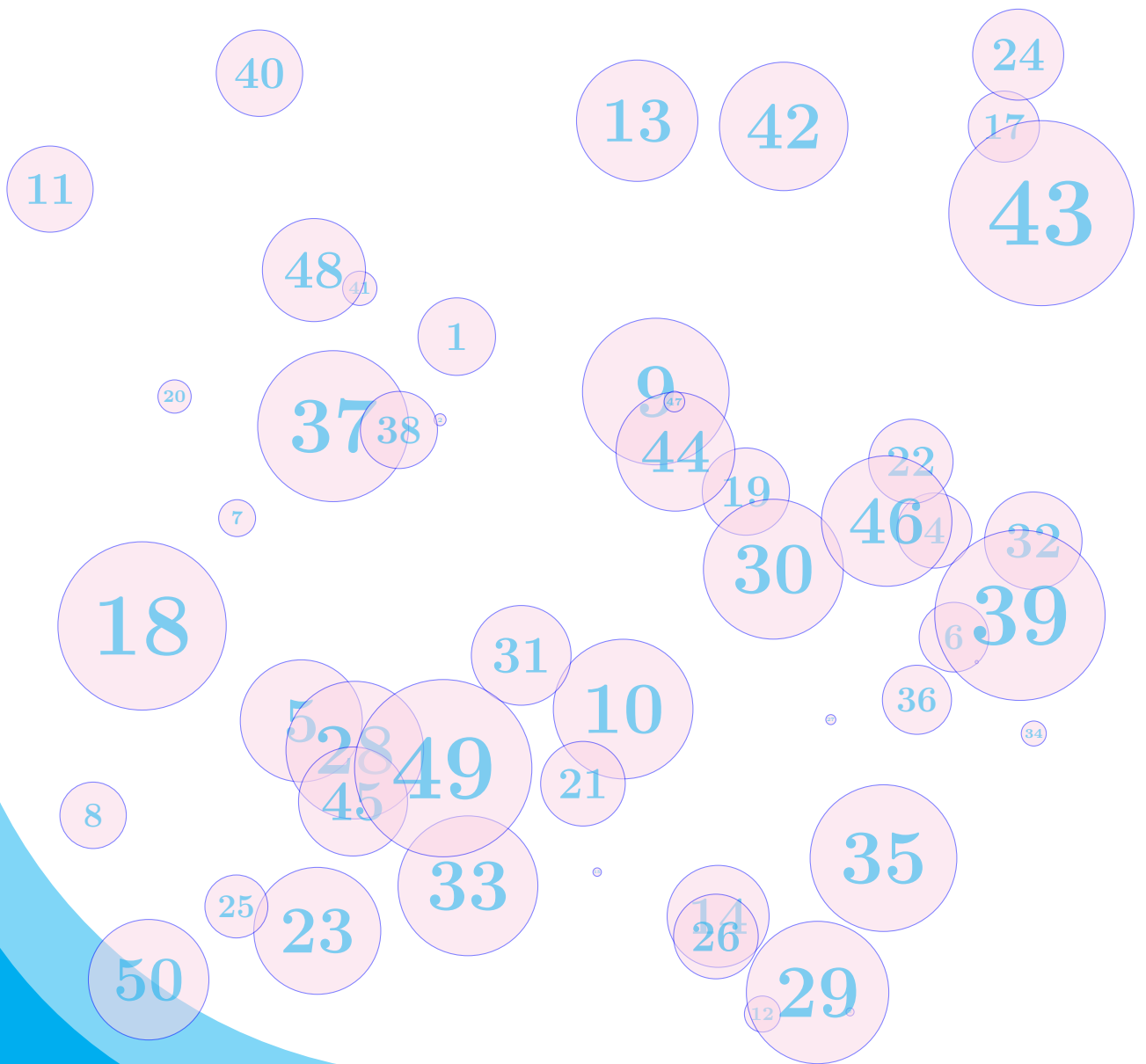
- a) Rút gọn và tìm điều kiện của x để biểu thức P xác định.
 b) Tìm các giá trị nguyên dương của x để $P < 0$.

 **Lời giải.**

Bài 15. Tìm giá trị lớn nhất của $Q = \frac{(x+2)^2}{x} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{x+2} \right) - \left(x + 10 + \frac{4}{x} \right)$

 **Lời giải.**

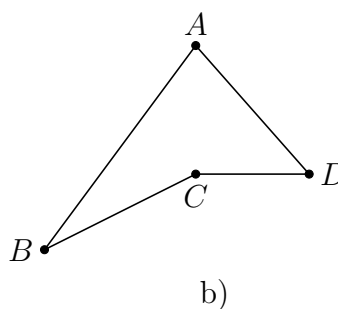
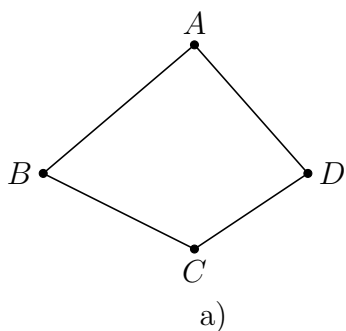
PHẦN HÌNH HỌC



BÀI 1. TỨ GIÁC

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Định nghĩa 3. Tứ giác $ABCD$ là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD, DA trong đó, bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên cùng một đường thẳng.



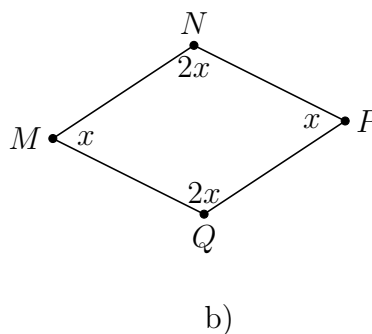
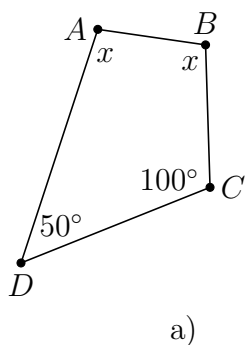
- *Tứ giác lồi:* Tứ giác lồi là tứ giác luôn nằm về một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kì một cạnh nào của tứ giác (hình b không phải tứ giác lồi).
- *Tổng các góc trong một tứ giác:* Tổng các góc trong một tứ giác bằng 360° .
- *Góc ngoài của tứ giác:* Góc kề bù với một góc của tứ giác gọi là góc ngoài của tứ giác.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính số đo góc

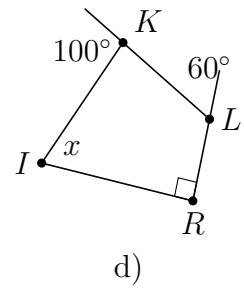
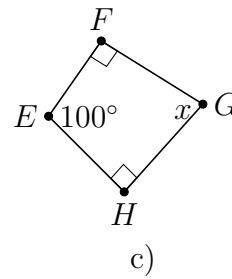
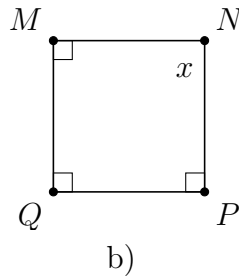
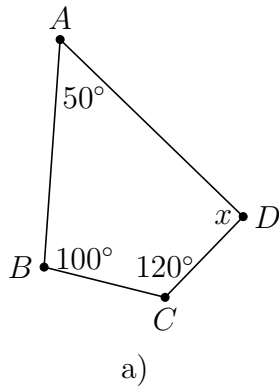
Dựa vào tính chất tổng các góc trong một tứ giác.

⇒ Ví dụ 1. Tìm x trong hình vẽ.



Lời giải.

❖ Ví dụ 2. Tìm x trong hình vẽ.



💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 3. Tứ giác $MNPQ$ có $\widehat{M} = 65^\circ$, $\widehat{N} = 117^\circ$, $\widehat{P} = 71^\circ$. Tính số đo góc ngoài tại đỉnh Q .

💬 Lời giải.

⇨ **Ví dụ 4.** Cho tứ giác $ABCD$ biết $\widehat{A} = 75^\circ$, $\widehat{B} = 90^\circ$, $\widehat{C} = 120^\circ$. Tính số đo các góc ngoài của tứ giác $ABCD$.

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 2. Dạng toán chứng minh hình học

Vận dụng các kiến thức đã được học như bất đẳng thức tam giác, chu vi, đường trung trực của đoạn thẳng,...

⇨ **Ví dụ 5.** Cho tứ giác $ABCD$, O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Chứng minh:

- $AC + BD > AB + CD$;
- $AC + BD > AD + BC$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 6.** Cho tứ giác $ABCD$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Gọi chu vi của tứ giác $ABCD$ là P_{ABCD} . Chứng minh:

- $AC + BD > \frac{P_{ABCD}}{2}$;

Bài 3. Cho tứ giác $MNPQ$ có $\widehat{N} = \widehat{M} + 10^\circ$, $\widehat{P} = \widehat{N} + 10^\circ$, $\widehat{Q} = \widehat{P} + 10^\circ$. Hãy tính các góc của tứ giác $MNPQ$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Tứ giác $ABCD$ có $\widehat{C} = 60^\circ$, $\widehat{D} = 80^\circ$, $\widehat{A} - \widehat{B} = 10^\circ$. Tính số đo của \widehat{A} và \widehat{B} .

Lời giải.

.....

.....

.....

Bài 5. Cho tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau tại O .

- a) Chứng minh $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$;
- b) Cho $AD = 5$ cm, $AB = 2$ cm, $BC = 10$ cm. Tính độ dài CD .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

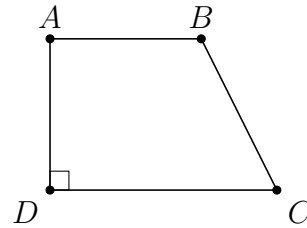
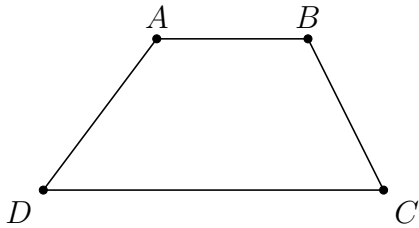
.....

BÀI 2. HÌNH THANG

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

- Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song (gọi là hai đáy).
- Trong hình thang, hai góc kề một cạnh bên bù nhau.
- Hình thang vuông là hình thang có một góc vuông.



2. Tính chất

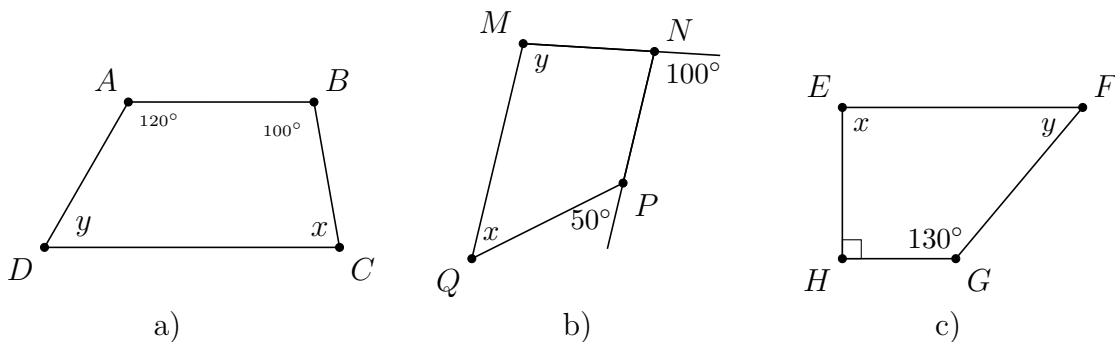
- Nếu một hình thang có hai cạnh bên song song thì hai cạnh bên bằng nhau, hai cạnh đáy bằng nhau.
- Nếu một hình thang có hai cạnh đáy bằng nhau thì hai cạnh bên song song và bằng nhau.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính số đo góc của hình thang

Vận dụng tính chất hai góc kề một cạnh bên của hình thang thì bù nhau, hai góc so le trong, hai góc đồng vị, hai góc kề bù, tổng các góc trong một tứ giác...

◀ Ví dụ 1. Tìm x và y ở hình vẽ dưới biết các hình thang $ABCD$; $MNPQ$ và $EFGH$ có đáy lần lượt là AB và CD ; NP và MQ ; EF và GH .



🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....



.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 2. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD . Biết $\widehat{B} - \widehat{C} = 30^\circ$ và $\widehat{A} = 3\widehat{D}$. Tính các góc của hình thang.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Chứng minh tứ giác là hình thang

Dựa vào định nghĩa của hình thang, tính chất tam giác cân, phân giác của một góc, tam giác bằng nhau...

❖ Ví dụ 3. Tứ giác $ABCD$ có $BC = CD$ và DB là phân giác của góc D . Chứng minh $ABCD$ là hình thang.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 4. Cho tam giác ABC có $AB < AC$, đường phân giác AD . Đường vuông góc với AD tại D cắt AB và AC lần lượt tại F và E . Trên cạnh DC lấy điểm I sao cho $DI = DB$. Chứng minh $AEIB$ là hình thang.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Dạng 3. Chứng minh các tính chất hình học

Vận dụng linh hoạt các kiến thức đã được học như tính chất của hình thang, tia phân giác của một góc, tam giác cân, bất đẳng thức tam giác,...

❖ **Ví dụ 5.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$), biết Ax, Dy lần lượt là phân giác của \widehat{A}, \widehat{D} của hình thang. Chứng minh $Ax \perp Dy$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 6.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD, AB < CD$). Qua B kẻ đường thẳng song song với AD cắt CD tại E . Chứng minh

- a) $AD = BE, AB = DE$;
- b) $CD - AB = CE$;
- c) $BC + AD > CD - AB$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 7.** Cho tam giác ABC . Các tia phân giác của B và C cắt nhau ở I . Qua I kẻ đường thẳng song song với BC , cắt các cạnh AB và AC ở D và E .

- a) Tìm các hình thang trong hình vẽ.
- b) Chứng minh $\triangle BDI$ và $\triangle IEC$ là các tam giác cân.
- c) Chứng minh $DE = BD + CE$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

⇔ **Ví dụ 8.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $AB < CD$). Hai tia phân giác của góc C và D cắt nhau tại K thuộc đáy AB . Chứng minh

- a) $\triangle ADK$ cân ở A , $\triangle BKC$ cân ở B ;
 b) $AB = AD + BC$.

 **Lời giải.**

C - BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $\widehat{A} - \widehat{D} = 20^\circ$, $\widehat{B} = 2\widehat{C}$. Tính các góc của hình thang.

 **Lời giải.**

Bài 2. Cho hình thang $ABCD$ ($BC \parallel AD$) có $\widehat{C} = 3\widehat{D}$. Tính số đo \widehat{C} và \widehat{D} .

 **Lời giải.**

Bài 3. Cho hình thang $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$, $AB = AD = 2$ cm, $DC = 4$ cm. Tính các góc của hình thang.

 **Lời giải.**

Bài 4. Tứ giác $ABCD$ có $AB = BC$ và AC là phân giác của \widehat{A} . Chứng minh $ABCD$ là hình thang.

 **Lời giải.**

Bài 5. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $CD = AD + BC$. Gọi K là điểm thuộc đáy CD sao cho $KD = AD$. Chứng minh

- AK là phân giác của \widehat{A} ;
- $KC = BC$;
- BK là phân giác của \widehat{B} .

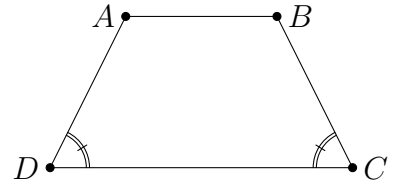
 **Lời giải.**

BÀI 3. HÌNH THANG CÂN

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Định nghĩa 4. Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau. Cạnh đáy có độ dài lớn hơn được gọi là đáy lớn.



2. Tính chất

- Định lí 1.** Trong hình thang cân, hai cạnh bên bằng nhau.
- Định lí 2.** Trong hình thang cân, hai đường chéo bằng nhau.
- Định lí 3.** Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

3. Dấu hiệu nhận biết

- ☑ Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau là hình thang cân.
- ☑ Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.
- ⚠ Lưu ý: Hình thang có hai cạnh bên bằng nhau không sử dụng làm dấu hiệu nhận biết hình thang cân.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính số đo các góc, chứng minh các đoạn thẳng bằng nhau, các góc bằng nhau.

Sử dụng các tính chất của hình thang cân về cạnh, góc và đường chéo để tính toán và chứng minh.

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC cân tại A . Trên các cạnh bên AB, AC lấy theo thứ tự các điểm D và E sao cho $AD = AE$.

- a) Chứng minh $BDEC$ là hình thang cân;
- b) Tính góc của hình thang cân đó, biết rằng $\hat{A} = 50^\circ$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 2.** Tính các góc của hình thang cân, biết một góc bằng 40° .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 3.** Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Chứng minh $OA = OB$, $OC = OD$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 4.** Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD$ ($AB < CD$). Kẻ các đường cao AH , BK . Chứng minh $DH = CK$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 5.** Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD$, đường chéo DB vuông góc với cạnh bên BC , DB là tia phân giác góc D . Tính chu vi của hình thang, biết $BC = 3$ cm.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 6.** Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD$, $C = 60^\circ$. DB là tia phân giác của góc D . Tính các cạnh của hình thang biết chu vi hình thang bằng 20 cm.

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 2. Chứng minh hình thang cân

Sử dụng dấu hiệu nhận biết hình thang cân.

❖ **Ví dụ 7.** Cho hình thang $MNPQ$, ($MN \parallel PQ$), có $MP = NQ$. Qua N kẻ đường thẳng song song với MP , cắt đường thẳng PQ tại K . Chứng minh

- a) $\triangle NKQ$ là tam giác cân; b) $\triangle MPQ = \triangle NQP$; c) $MNPQ$ là hình thang cân.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 8.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$), có $AC = BD$. Chứng minh $ABCD$ là hình thang cân.

💬 **Lời giải.**



Dotted lines for writing.

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho tam giác ABC cân tại A , các đường phân giác BD, CE ($D \in AC, E \in AB$).

- a) Chứng minh $BEDC$ là hình thang cân;
- b) Tính các góc của hình thang cân $BEDC$, biết $\widehat{C} = 50^\circ$.

Lời giải.

Dotted lines for writing the solution to Bài 1.

Bài 2. Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD$, O là giao điểm của hai đường chéo, E là giao điểm của hai đường thẳng chứa cạnh bên AD và BC . Chứng minh

- a) $OA = OB, OC = OD$;
- b) EO là đường trung trực của hai đáy hình thang $ABCD$.

Lời giải.

Dotted lines for writing the solution to Bài 2.

Bài 3. Cho hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$, $AD > BC$) có đường chéo AC vuông góc với cạnh bên CD , AC là tia phân giác góc \widehat{BAD} và $\widehat{D} = 60^\circ$.

- Chứng minh $ABCD$ là hình thang cân;
- Tính độ dài cạnh AD , biết chu vi hình thang bằng 20 cm.

 **Lời giải.**

Bài 4. Cho tam giác ABC cân tại A . Lấy điểm D trên cạnh AB , điểm E trên cạnh AC sao cho $AD = AE$.

- Tứ giác $BDEC$ là hình gì? Vì sao?
- Các điểm D, E ở vị trí nào thì $BD = DE = EC$?

 **Lời giải.**



.....

.....

.....

.....

.....



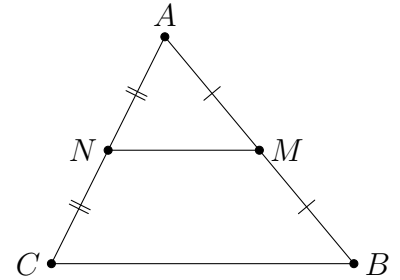
BÀI 4. ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC, CỦA HÌNH THANG

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đường trung bình của tam giác

Định nghĩa 5. Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác

Định lý 4. Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm cạnh thứ ba.

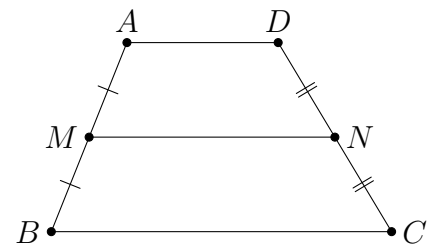


Định lý 5. Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh ấy.

2. Đường trung bình của hình thang

Định nghĩa 6. Đường trung bình của hình thang là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh bên của hình thang.

Định lý 6. Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh bên của hình thang và song song với hai đáy thì đi qua trung điểm cạnh bên thứ hai.



Định lý 7. Đường trung bình của hình thang thì song song với hai đáy và bằng nửa tổng hai đáy.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Sử dụng định nghĩa và các định lý về đường trung bình trong tam giác chứng để chứng minh một tính chất hình học.

Sử dụng *Định nghĩa* về đường trung bình của tam giác và các *Định lý 1, Định lý 2* để suy ra điều cần chứng minh.

↻ **Ví dụ 1.** Cho tam giác ABC , các đường trung tuyến BD, CE . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BE và CD . Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của MN với BD và CE . Chứng minh $MI = IK = KN$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Sử dụng định nghĩa và các định lí về đường trung bình trong hình thang để chứng minh một tính chất hình học

Sử dụng *Định nghĩa* về đường trung bình của tam giác và các *Định lí 3*, *Định lí 4* để suy ra điều cần chứng minh.

🔗 **Ví dụ 5.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AD và BC . Đường thẳng EF cắt BD tại I , cắt AC tại K .

- Chứng minh $AK = KC, BI = ID$;
- Cho $AB = 6$ cm, $CD = 10$ cm. Tính EI, KF, IK .

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 6.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$), M là trung điểm của AD , N là trung điểm của BC . Gọi I, K theo thứ tự là giao của MN với BD, AC . Biết $AB = 8$ cm, $CD = 16$ cm. Tính độ dài các đoạn MI, IK, KN .

 **Lời giải.**

✧ **Ví dụ 7.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Gọi M, N, Q, P lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AD, BC, BD, AC .

- Chứng minh M, N, P, Q nằm trên một đường thẳng;
- Tính MP, PQ biết $AB = a, CD = b$ ($a > b$).

💬 **Lời giải.**

✧ **Ví dụ 8.** Cho hình thang $ABCD$ có đáy AB, CD . Gọi E, F, I theo thứ tự là trung điểm của AD, BC, AC . Chứng minh ba điểm E, I, F thẳng hàng.

💬 **Lời giải.**

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho tam giác MNP , K là trung điểm NP , Q là một điểm nằm trên cạnh MN sao cho $NQ = 2QM$. Gọi I là giao điểm của PQ và MK . Chứng minh I là trung điểm của MK .

💬 **Lời giải.**

Bài 2. Cho tam giác ABC , trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm AM , D là giao điểm của BI và AC .

- a) Chứng minh $AD = \frac{1}{2}DC$;
- b) So sánh độ dài BD và ID .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD, AB < CD$). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, CB . Gọi E, F là giao điểm của MN với BD và AC . Chứng minh $EF = \frac{1}{2}(CD - AB)$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

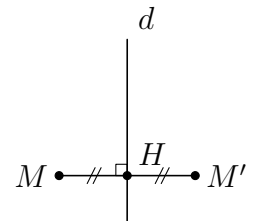
.....

BÀI 5. ĐỐI XỨNG TRỰC

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

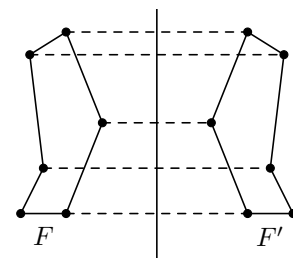
1. Hai điểm đối xứng nhau qua một đường thẳng

Hai điểm M và M' được gọi là đối xứng với nhau qua đường thẳng d nếu d là trung trực của MM' .



2. Hai hình đối xứng nhau qua một đường thẳng:

- ☑ Hai điểm F và F' đối xứng với nhau qua đường thẳng d nếu: Mỗi điểm thuộc hình F đều có điểm đối xứng với nó qua d thuộc hình F' và ngược lại.
- ☑ Đường thẳng d được gọi là trục đối xứng của hai hình F và F' .



3. Hình có trục đối xứng

- ☑ Đường thẳng d được gọi là trục đối xứng của hình F nếu mỗi điểm thuộc hình F đều có điểm đối xứng với nó qua d cũng thuộc hình F .
- ☑ Đường thẳng đi qua trung điểm hai đáy của hình thang cân là trục đối xứng của hình thang cân đó.

4. Định lý

- ☑ Nếu hai đoạn thẳng AB và $A'B'$ có các điểm A và A' , B và B' đối xứng với nhau qua đường thẳng d thì:
 - $AB = A'B'$.
 - $AB, A'B'$ đối xứng nhau qua d .
- ☑ Nếu các đỉnh của $\triangle ABC$ lần lượt đối xứng qua trục d với các đỉnh của tam giác $\triangle A'B'C'$ thì:
 - $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$.
 - Hai tam giác đối xứng với nhau qua d .
- ☑ Đường thẳng đi qua trung điểm hai đáy của hình thang cân là trục đối xứng của hình thang cân đó.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh hai điểm hoặc hai hình đối xứng nhau qua một đường thẳng

Sử dụng định nghĩa hai điểm hoặc hai hình đối xứng nhau qua một đường thẳng.

⇨ **Ví dụ 1.** Cho tam giác ABC cân tại A đường cao AH . Trên cạnh AB lấy điểm D , trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AD = AE$.

Chứng minh:

- D đối xứng với E qua AH ;
- Tam giác ADC đối xứng với tam giác AEB qua AH .

 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 2.** Cho tam giác ABC cân tại A đường cao AH . Trên cạnh AB lấy điểm I , trên cạnh AC lấy điểm K sao cho $BI = CK$. Đoạn thẳng AH cắt IK tại M . Chứng minh:

- I đối xứng với K qua AH ;
- Tam giác ABM đối xứng với tam giác ACM qua AH .

 **Lời giải.**

Dạng 2. Sử dụng tính chất đối xứng trục để giải toán

Vận dụng các tính chất đối xứng trục: Hai đoạn thẳng, góc, tam giác đối xứng với nhau qua một đường thẳng thì bằng nhau.

↔ **Ví dụ 3.** Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 70^\circ$, trực tâm H . Gọi M là điểm đối xứng với H qua BC .

- a) Chứng minh $\triangle BHC = \triangle BMC$; b) Tính góc \widehat{BMC} .

 **Lời giải.**

↔ **Ví dụ 4.** Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 40^\circ$, điểm M thuộc BC . Điểm D đối xứng với M qua AB , điểm E đối xứng với M qua AC .

- a) Chứng minh $AD = AE$; b) Tính góc \widehat{DAE} .

 **Lời giải.**



C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Tứ giác $ABCD$ có $AB = BC, CD = DA$. Chứng minh điểm A đối xứng với điểm C qua đường thẳng BD .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Cho hình thang vuông $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$. Gọi H là điểm đối xứng với B qua AD . Điểm I là giao điểm của CH và AD . Chứng minh $\widehat{AIB} = \widehat{DIC}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

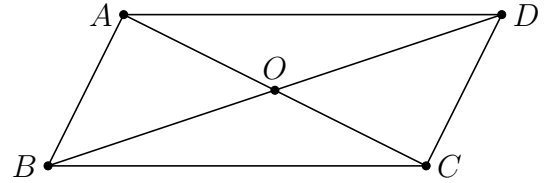
BÀI 6. HÌNH BÌNH HÀNH

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Định nghĩa 7. Hình bình hành là tứ giác có các cặp cạnh đối song song.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AD \parallel BC \end{cases}$



2. Tính chất

Trong hình bình hành:

- ☑ Các cạnh đối bằng nhau.
- ☑ Các góc đối bằng nhau.
- ☑ Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

3. Dấu hiệu nhận biết

- ☑ Tứ giác có các cặp cạnh đối song song là hình bình hành.
- ☑ Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành.
- ☑ Tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau là hình bình hành.
- ☑ Tứ giác có các góc đối bằng nhau là hình bình hành.
- ☑ Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình bình hành.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Sử dụng tính chất của hình bình hành để chứng minh tính chất hình học

Sử dụng định nghĩa hình bình hành và các tính chất về cạnh, góc và đường chéo của hình bình hành để chứng minh các tính chất hình học.

🔗 **Ví dụ 1.** Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E là trung điểm của AD , F là trung điểm của BC . Chứng minh:

- a) $BE = DF$ và $\widehat{ABE} = \widehat{CDF}$; b) $BE \parallel FD$.

💬 **Lời giải.**



.....

⇔ **Ví dụ 2.** Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi K, I lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD . Chứng minh:

- a) $AI = CK$ và $\widehat{IAC} = \widehat{KCA}$;
- b) $AI \parallel CK$.

Lời giải.

.....

Dạng 2. Chứng minh tứ giác là hình bình hành

Vận dụng các dấu hiệu nhận biết để chứng minh một tứ giác là hình bình hành.

⇔ **Ví dụ 3.** Cho hình bình hành $ABCD$, đường chéo BD . Kẻ AH và CK vuông góc với BD tại H và K . Chứng minh tứ giác $AHCK$ là hình bình hành.

Lời giải.

.....



.....
.....
.....

↔ **Ví dụ 4.** Cho tam giác ABC có H là trực tâm. Các đường thẳng vuông góc với AB tại B , vuông góc với AC tại C cắt nhau ở D . Chứng minh tứ giác $BDCH$ là hình bình hành.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho hình bình hành $ABCD$ ($AB > BC$). Tia phân giác của góc D cắt AB ở E , tia phân giác của góc B cắt CD ở F .

- a) Chứng minh $DE \parallel BF$;
- b) Tứ giác $DEBF$ là hình gì?

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài 2. Cho tam giác ABC . Từ một điểm E trên cạnh AC vẽ đường thẳng song song với BC cắt AB tại F và đường thẳng song song với AB cắt BC tại D . Giả sử $AE = BF$. Chứng minh:

- a) Tam giác AED cân;
- b) AD là phân giác của góc A .



 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA . Chứng minh tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là giao điểm hai đường thẳng AC và BD . Qua điểm O vẽ đường thẳng song song với AB cắt hai cạnh AD, BC lần lượt tại M, N . Trên AB, CD lần lượt lấy các điểm P, Q sao cho $AP = CQ$. Gọi I là giao điểm của AC và PQ . Chứng minh:

- Các tứ giác $AMNB, APCQ$ là hình bình hành;
- Ba điểm M, N, I thẳng hàng;
- Ba đường thẳng AC, MN, PQ đồng quy.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



.....
.....
.....
.....
.....

Bài 5. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là giao điểm hai đường thẳng AC và BD . Qua điểm O , vẽ đường thẳng a cắt hai đường thẳng AD, BC lần lượt tại E, F . Qua O vẽ đường thẳng b cắt hai cạnh AB, CD lần lượt tại K, H . Chứng minh tứ giác $EKFH$ là hình bình hành.

 **Lời giải.**

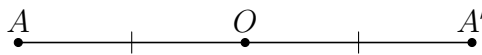
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



BÀI 7. ĐỐI XỨNG TÂM

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

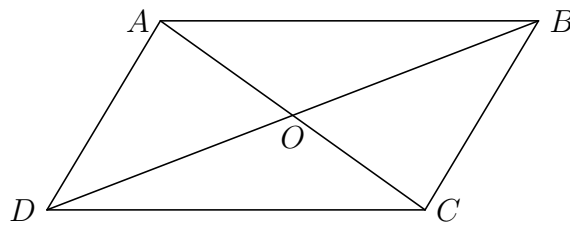
Định nghĩa 8. Hai điểm đối xứng qua một điểm: Hai điểm được gọi là đối xứng với nhau qua điểm O nếu O là trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm ấy.



A đối xứng với A' qua $O \Leftrightarrow O$ là trung điểm của AA' .

- ☑ Quy ước: Điểm đối xứng với điểm O qua điểm O chính là điểm O .
- ☑ Hai hình đối xứng qua một điểm: Hai hình gọi là đối xứng với nhau qua điểm O nếu một điểm bất kì thuộc hình này đối xứng với một điểm thuộc hình kia qua điểm O và ngược lại.
- ☑ Hình có tâm đối xứng: Điểm O gọi là tâm đối xứng của hình H nếu điểm đối xứng với mỗi điểm thuộc hình H qua điểm O cũng thuộc hình H .

Định lý 8. Giao điểm hai đường chéo của hình bình hành là tâm đối xứng của hình bình hành đó.



O là tâm đối xứng của hình bình hành $ABCD$.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh hai điểm hoặc hai hình đối xứng với nhau qua một điểm

Sử dụng định nghĩa hai điểm đối xứng hoặc hai hình đối xứng với nhau qua một điểm.

🔗 **Ví dụ 1.** Cho tam giác ABC . Trên các cạnh AB , AC , BC lần lượt lấy các điểm E , D , M sao cho $MD \parallel AB$ và $ME \parallel AC$. Gọi I là trung điểm của ED .

- a) Tứ giác $AEMD$ là hình gì?
- b) Chứng minh rằng điểm A đối xứng với điểm M qua điểm I .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 Ví dụ 2. Cho tam giác ABC . Gọi các điểm D, E theo thứ tự là trung điểm của AB và AC . Lấy P đối xứng với B qua điểm E và Q đối xứng với C qua điểm D .

- a) Các tứ giác $BAPC, CAQB$ là hình gì?
- b) Chứng minh rằng hai điểm P, Q đối xứng với nhau qua điểm A .

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

📁 Dạng 2. Sử dụng tính chất đối xứng để giải toán

Hai đoạn thẳng (góc, tam giác) đối xứng với nhau qua một đường thẳng thì bằng nhau.

🔗 Ví dụ 3. Cho tam giác ABC . Vẽ điểm D đối xứng với B qua A , vẽ điểm E đối xứng với C qua A . Gọi M là điểm nằm giữa B và C . Tia MA cắt DE tại N . Chứng minh:

- a) Tứ giác $BEDC$ là hình bình hành;
- b) $NE = MC$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 Ví dụ 4. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Một đường thẳng đi qua O cắt các cạnh AD, BC ở E và F . Chứng minh:

- a) $OE = OF$;
- b) $AECF$ là hình bình hành.



.....

.....

.....

Bài 3. Cho hình bình hành $ABCD$. Trên cạnh AD lấy điểm E và trên cạnh CB lấy điểm F sao cho $AE = CF$. Chứng minh rằng hai điểm E, F đối xứng với nhau qua giao điểm O của các đường chéo AC, BD .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI 8. HÌNH CHỮ NHẬT

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

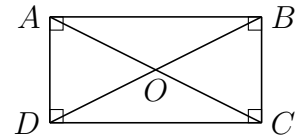
1. Định nghĩa

Định nghĩa 9.

Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.

Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật.

$$\Leftrightarrow \widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90^\circ$$



! Nhận xét: Hình chữ nhật cũng là một hình bình hành, cũng là một hình thang cân.

2. Tính chất

⊞ **Tính chất 8.1.** Hình chữ nhật có tất cả các tính chất của hình bình hành.

⊞ **Tính chất 8.2.** Hình chữ nhật có tất cả các tính chất của hình thang cân.

⊞ **Tính chất 8.3.** Tính chất đặc trưng: Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

3. Dấu hiệu nhận biết

- ⊙ Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.
- ⊙ Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.
- ⊙ Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.
- ⊙ Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

4. Áp dụng vào tam giác vuông

- ⊙ Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền.
- ⊙ Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh tứ giác là hình chữ nhật

Vận dụng các dấu hiệu nhận biết để chứng minh một tứ giác là hình chữ nhật.

⊞ **Ví dụ 1.** Cho tam giác ABC , đường cao AH . Gọi I là trung điểm của AC . Lấy D là điểm đối xứng với H qua I . Chứng minh tứ giác $AHCD$ là hình chữ nhật.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

✎ **Ví dụ 2.** Cho tam giác ABC vuông cân tại C . Trên các cạnh AC , BC lấy lần lượt các điểm P , Q sao cho $AP = CQ$. Từ điểm P vẽ PM song song với BC ($M \in AB$). Chứng minh tứ giác $PCQM$ là hình chữ nhật.

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 2. Sử dụng định lý thuận và đảo của đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông

Sử dụng định lý về tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông để chứng minh các hình bằng nhau hoặc chứng minh vuông góc ...

✎ **Ví dụ 3.** Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Gọi I , K theo thứ tự là trung điểm của AB , AC . Chứng minh:

a) $\widehat{IHK} = 90^\circ$;

b) Chu vi $\triangle IHK$ bằng nửa chu vi $\triangle ABC$.

💬 **Lời giải.**

✦ **Ví dụ 4.** Cho tam giác ABC có đường cao AI . Từ A kẻ tia Ax vuông góc với AC , từ B kẻ tia By song song với AC . Gọi M là giao điểm của tia Ax và tia By . Nối M với trung điểm P của AB , đường MP cắt AC tại Q và BQ cắt AI tại H .

a) Tứ giác $AMBQ$ là hình gì?

b) Chứng minh tam giác PIQ cân.

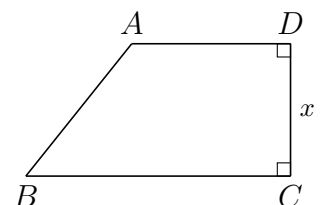
💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 3. Sử dụng tính chất hình chữ nhật để tính độ dài đoạn thẳng

Sử dụng tính chất vuông góc và định lý Pytago trong tam giác vuông để tính toán.

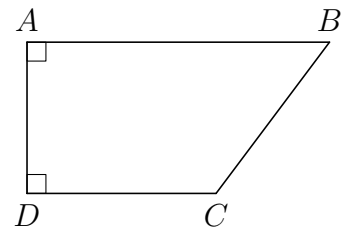
✦ **Ví dụ 5.**

Tìm x trong hình vẽ bên. Biết $AB = 13$ cm, $BC = 15$ cm, $AD = 10$ cm.



Bài 2.

Tìm độ dài CD trong hình vẽ bên, biết $AB = 9$ cm, $AD = 4$ cm, $BC = 5$ cm.



Lời giải.

Bài 3. Cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $AB < CD$). Gọi M , N , P , Q lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AD , BD , AC , BC .

- Chứng minh bốn điểm M , N , P , Q thẳng hàng;
- Chứng minh tứ giác $ABPN$ là hình thang cân;
- Tìm một hệ thức liên hệ giữa AB và CD để $ABPN$ là hình chữ nhật.

Lời giải.

BÀI 9. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MỘT ĐƯỜNG THẲNG CHO TRƯỚC

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Định nghĩa 10 (Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song). Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm tùy ý trên đường thẳng này đến đường thẳng kia. Khoảng cách giữa a và b là độ dài đoạn AH hoặc độ dài đoạn BK .

🔗 **Tính chất 9.1.** Các điểm cách đường thẳng b một khoảng bằng h nằm trên hai đường thẳng song song với b và cách b một khoảng bằng h .

⚠ **Nhận xét:** Tập hợp các điểm cách một đường thẳng cố định một khoảng bằng h không đối là hai đường thẳng song song với đường thẳng đó và cách đường thẳng đó một khoảng bằng h .

- Nếu các đường thẳng song song cách đều cắt một đường thẳng thì chúng chắn trên đường thẳng đó các đoạn thẳng liên tiếp bằng nhau.
- Nếu các đường thẳng song song cắt một đường thẳng và chúng chắn trên đường thẳng đó các đoạn thẳng liên tiếp bằng nhau thì chúng song song cách đều.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Phát biểu cơ bản về tập hợp điểm

Vận dụng các tính chất để chỉ ra hình dạng của tập hợp các điểm cùng thỏa mãn một điều kiện nào đó.

🔗 **Ví dụ 1.** Cho tam giác ABC . Lấy M là một điểm bất kì thuộc cạnh BC . Từ M kẻ các đường thẳng lần lượt song song với AB, AC cắt AB, AC theo thứ tự tại E, F . Gọi I là trung điểm của EF . Điểm I di chuyển trên đường nào nếu M di chuyển trên BC và M không trùng với B, C .

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 2.** Cho tam giác ABC và một điểm M nằm trên cạnh BC . Khi điểm M di chuyển trên cạnh BC thì trung điểm I của đoạn thẳng AM di chuyển trên đường nào?

💬 Lời giải.

.....

.....



Dotted lines for writing.

Dạng 2. Sử dụng tập hợp các điểm để chứng minh các quan hệ hình học

Vận dụng các nhận xét về tập hợp điểm để chứng minh các quan hệ bằng nhau, song song, vuông góc,...

✎ Ví dụ 3. Cho tam giác ABC . Trên tia đối của tia BC lấy điểm D , trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = BC = CE$. Qua D kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC ở H , qua E kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB ở K , DH cắt EK ở P . Tia PA cắt BC ở Q . Chứng minh:

- a) Tứ giác $BHCK$ là hình bình hành; b) Q là trung điểm của BC .

Lời giải.

Dotted lines for writing the solution.

✎ Ví dụ 4. Cho đoạn thẳng AB . Kẻ tia Ax bất kì, lấy các điểm C, D, E sao cho $AC = CD = DE$. Qua C và D kẻ các đường thẳng song song với BE . Chứng minh đoạn thẳng AB bị chia thành ba phần bằng nhau.

Lời giải.

Dotted lines for writing the solution.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho tam giác ABC cân tại A , đường cao AH . Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Hỏi điểm G di chuyển trên đường nào biết $AH = 3$ cm.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

Bài 2. Cho đoạn thẳng AB , điểm M chuyển động trên đoạn thẳng AB . Vẽ về cùng một phía của nửa mặt phẳng bờ AB các tam giác đều AMC và BMD . Trung điểm I của đoạn CD di chuyển trên đường nào?

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

◊ Ví dụ 2. Cho hình bình hành $ABCD$ có AC vuông góc với AD . Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, CD . Chứng minh tứ giác $AECF$ là hình thoi.

🗨️ Lời giải.

Dotted lines for writing the solution to Example 2.

📁 Dạng 2. Vận dụng tính chất của hình thoi để tính toán và chứng minh các tính chất hình học

Vận dụng định nghĩa và các tính chất về cạnh, góc và đường chéo của hình thoi.

◊ Ví dụ 3. Cho hình thoi $ABCD$ tâm O . Độ dài $AC = 8$ cm, $BD = 10$ cm. Tính độ dài cạnh hình thoi.

🗨️ Lời giải.

Dotted lines for writing the solution to Example 3.

◊ Ví dụ 4. Cho hình thoi $ABCD$ tâm O . Độ dài $OA = 8$ cm, $OB = 6$ cm. Tính độ dài cạnh hình thoi.

🗨️ Lời giải.

Dotted lines for writing the solution to Example 4.

◊ Ví dụ 5. Cho hình thoi $ABCD$ có $\widehat{B} = 60^\circ$. Kẻ $AE \perp DC, AF \perp BC$. Chứng minh:

- a) $AE = AF$;
- b) Tam giác AEF đều.

🗨️ Lời giải.

Dotted lines for writing the solution to Example 5.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2.

- a) Cạnh của một hình thoi bằng 25, một đường chéo bằng 14. Tính độ dài đường chéo còn lại.
- b) Cho hình thoi $DEFG$ như hình vẽ bên. Tính x .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Chứng minh:

- a) $EFGH$ là hình thoi.
- b) AC, BD, EG, FH đồng quy.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



10. HÌNH THOI

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

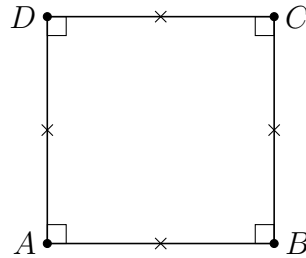
.....



BÀI 11. HÌNH VUÔNG

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Định nghĩa 12 (Hình vuông). Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau.



$$\text{Tứ giác } ABCD \text{ là hình vuông} \Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90^\circ \\ AB = BC = CD = DA \end{cases}$$

⚠ Nhận xét:

- Hình vuông là một hình chữ nhật có bốn cạnh bằng nhau.
- Hình vuông là hình thoi có bốn góc bằng nhau.

Như vậy, hình vuông vừa là hình chữ nhật, vừa là hình thoi.

🔗 Tính chất 11.1.

- Hình vuông có tất cả các tính chất của hình chữ nhật và hình thoi.
- Tính chất đặc trưng: Trong hình vuông hai đường chéo bằng nhau và vuông góc với nhau tại trung điểm mỗi đường.

Hệ quả (Dấu hiệu nhận biết). a) Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.

- Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông.
- Hình chữ nhật có một đường chéo là phân giác của một góc là hình vuông.
- Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.
- Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.

⚠ Nhận xét: Một tứ giác vừa là hình chữ nhật, vừa là hình thoi thì tứ giác đó là hình vuông.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

📁 Dạng 1. Chứng minh tứ giác là hình vuông

Vận dụng các dấu hiệu nhận biết để chứng minh một tứ giác là hình vuông.

🔗 Ví dụ 1. Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Gọi M, N là trung điểm AB, AC . Qua M kẻ đường thẳng song song AC và cắt BC tại P . Chứng minh rằng $AMPN$ là hình vuông.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 2.** Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi AD là đường phân giác của góc A (D thuộc BC), từ D kẻ DE và DF lần lượt vuông góc với AB và AC . Chứng minh rằng $AEDF$ là hình vuông.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Vận dụng tính chất của hình vuông để chứng minh các tính chất hình học

Sử dụng định nghĩa và các tính chất về cạnh, góc và đường chéo của hình vuông.

❖ **Ví dụ 3.** Cho hình vuông $ABCD$. Trên các cạnh AD , DC lần lượt lấy các điểm E , F sao cho $AE = DF$. Chứng minh:

- a) Các tam giác ADF và BAE bằng nhau.
- b) $BE \perp AF$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

◀ Ví dụ 4. Cho hình vuông $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, AD . Chứng minh:

- a) $DE = CF$.
- b) $DE \perp CF$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

📁 Dạng 3. Tìm điều kiện để tứ giác là hình vuông

Sử dụng định nghĩa, các tính chất và dấu hiệu nhận biết của hình vuông.

◀ Ví dụ 5. Cho tam giác ABC vuông tại A , M là một điểm thuộc cạnh BC . Qua M vẽ các đường thẳng song song với AB và AC , chúng cắt các cạnh AC, AB theo thứ tự tại E và F .

- a) Tứ giác $AFME$ là hình gì?
- b) Xác định vị trí điểm M trên cạnh BC để tứ giác $AFME$ là hình vuông.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

◀ Ví dụ 6. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi E, F, G, H theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA . Tìm điều kiện của tứ giác $ABCD$ để tứ giác $EFGH$ là:

- a) Hình chữ nhật.
- b) Hình thoi.
- c) Hình vuông.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C - BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho hình vuông $ABCD$, trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt lấy M, N, P, Q sao cho $AM = BN = CP = DQ$. Chứng minh $MNPQ$ là hình vuông.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Cho hình vuông $ABCD$. Lấy điểm M bất kì trên cạnh DC . Tia phân giác \widehat{MAD} cắt CD tại I . Kẻ IH vuông góc với AM tại H . Tia IH cắt BC tại K . Chứng minh:

- a) $\triangle ABK = \triangle AHK$.
- b) $\widehat{IAK} = 45^\circ$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ về phía ngoài hình bình hành, hai hình vuông $ABEF$ và $ADGH$. Chứng minh:

- a) $AC = FH$.
- b) $AC \perp FH$.
- c) CEG là tam giác vuông cân.

Lời giải.

Bài 3. Cho hình bình hành $ABCD$ có $BC = 2AB$, $\widehat{A} = 60^\circ$. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của BC, AD . Vẽ I đối xứng với A qua B .

- Tứ giác $ABEF$ là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh tứ giác $AIEF$ là hình thang cân.
- Chứng minh $BICD$ là hình chữ nhật.
- Tính góc \widehat{AED} .

 **Lời giải.**

Bài 4. Cho hình bình hành $MNPQ$ có $MN = 2MQ$ và $\widehat{M} = 120^\circ$. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của MN, PQ và A là điểm đối xứng của Q qua M .

- Tứ giác $MIKQ$ là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh tam giác AMI đều.
- Chứng minh tứ giác $AMPN$ là hình chữ nhật.

 **Lời giải.**

b) Tứ giác $ABCD$ cần thêm điều kiện gì để tứ giác $EFGH$ là hình chữ nhật.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 7. Cho tam giác ABC vuông tại B . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AC, BC . Kẻ Ex song song với BC cắt AB tại M .

- a) Chứng minh tứ giác $BMEF$ là hình chữ nhật.
- b) Gọi K đối xứng với B qua E . Tứ giác $BACK$ là hình gì? Vì sao?
- c) Gọi G đối xứng với E qua F . Tứ giác $BGCE$ là hình gì? Vì sao?
- d) Tam giác ABC cần thêm điều kiện gì để tứ giác $BGCE$ là hình vuông?

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 8. Cho tam giác ABC vuông ở A . Gọi E, G, F lần lượt là trung điểm của AB, BC, AC . Từ E kẻ đường thẳng song song với BF , đường thẳng này cắt GF tại I .

- a) Tứ giác $AEGF$ là hình gì? Vì sao?
- b) Chứng minh tứ giác $BEIF$ là hình bình hành.
- c) Chứng minh tứ giác $AGCI$ là hình thoi.
- d) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác $AGCI$ là hình vuông.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

B – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 9. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC , kẻ MD vuông góc với AB tại D , ME vuông góc với AC tại E .

- a) Chứng minh $AM = DE$.
- b) Chứng minh tứ giác $DMCE$ là hình bình hành.
- c) Gọi AH là đường cao của tam giác ABC ($H \in BC$). Chứng minh tứ giác $DHME$ là hình thang cân và A đối xứng với H qua DE .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 10. Cho hình thang vuông $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$ và $AB = AD = \frac{1}{2}CD$, kẻ BH vuông góc với CD .

- a) Chứng minh rằng tứ giác $ABHD$ là hình vuông.
- b) Gọi M là trung điểm của BH . Chứng minh A đối xứng với C qua M .
- c) Kẻ DI vuông góc với AC . AH cắt DI , DM tại P và Q . Chứng minh tứ giác $DPBQ$ là hình thoi.

Lời giải.

Bài 11. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BD . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của các đoạn AH và DH .

- Chứng minh $MN \parallel AD$.
- Gọi I là trung điểm của cạnh BC . Chứng minh tứ giác $BMNI$ là hình bình hành.
- Chứng minh tam giác ANI vuông.

 **Lời giải.**

Bài 12. Cho hình vuông $ABCD$. E là điểm trên cạnh DC , F là điểm trên tia đối của tia BC sao cho $BF = DE$.

- Chứng minh tam giác AEF vuông cân.
- Gọi I là trung điểm của EF . Chứng minh I thuộc BD .
- Lấy điểm K đối xứng với A qua I . Chứng minh tứ giác $AEKF$ là hình vuông.

 **Lời giải.**



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



ĐA GIÁC, DIỆN TÍCH ĐA GIÁC

BÀI 1. ĐA GIÁC. ĐA GIÁC ĐỀU

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khái niệm về đa giác

Định nghĩa 13 (Đa giác lồi). Đa giác lồi là đa giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của đa giác đó.

Định nghĩa 14. Đa giác có n đỉnh ($n \geq 3$) được gọi là *hình n -giác* hay *hình n cạnh*.

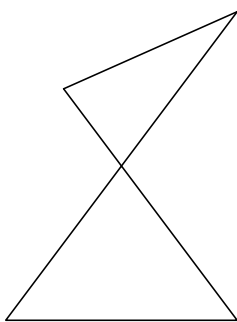
- ☑ Với $n = 3, 4, 5, 6, 8$ ta quen gọi là tam giác, tứ giác, ngũ giác, lục giác, bát giác.
- ☑ Với $n = 7, 8, 10, \dots$ ta gọi là hình 7 cạnh, hình 9 cạnh, hình 10 cạnh, ...
- ☑ Tổng độ lớn của các góc trong đa giác là $(p - 2) \cdot 180^\circ$ (với p số đỉnh của đa giác).

2. Đa giác đều

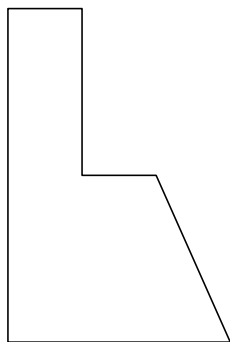
Định nghĩa 15. Đa giác đều là đa giác có tất cả các cạnh bằng nhau và tất cả các góc bằng nhau.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

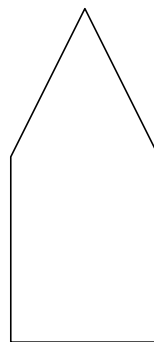
🔗 **Ví dụ 1.** Trong các hình dưới đây, hình nào là đa giác lồi? Vì sao?



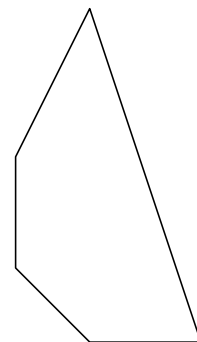
Hình a)



Hình b)



Hình c)



Hình d)

🗨️ **Lời giải.**

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 2.** Vẽ các hình tứ giác lồi, ngũ giác lồi, lục giác lồi.

🗨️ **Lời giải.**

1. ĐA GIÁC, ĐA GIÁC ĐỀU

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 3. Tìm một đa giác không đều có tất cả các cạnh bằng nhau.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 4. Tìm một đa giác không đều có tất cả các góc bằng nhau.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 5. Vẽ hình và tính tổng số đo các góc của hình lục giác.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

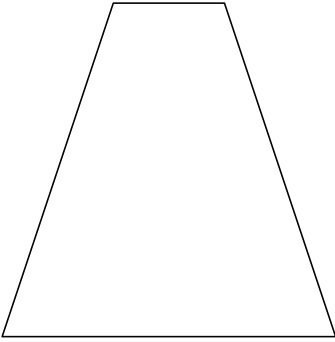
.....

❖ Ví dụ 6. Tính số đo mỗi góc của hình lục giác đều.

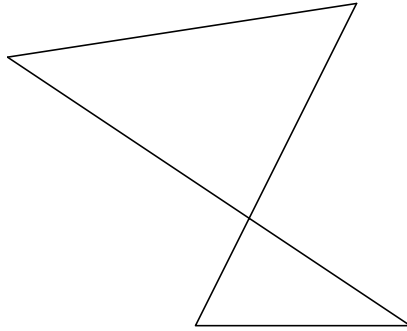
💬 Lời giải.

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

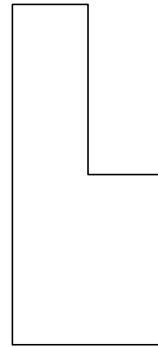
Bài 1. Tìm hình là đa giác lồi trong các hình dưới đây?



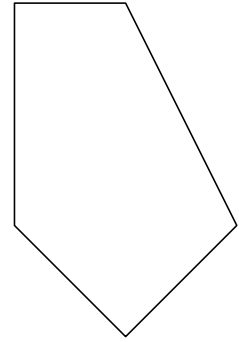
Hình a)



Hình b)



Hình c)



Hình d)

Lời giải.

.....
.....
.....

Bài 2. Vẽ hình và tính số đường chéo của ngũ giác, lục giác.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài 3 (*). Chứng minh hình n -giác có tất cả $\frac{n(n-3)}{2}$ đường chéo.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....

Bài 4. Cho tam giác đều ABC . Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Chứng minh DEF là tam giác đều.

Lời giải.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI 2. DIỆN TÍCH HÌNH CHỮ NHẬT

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

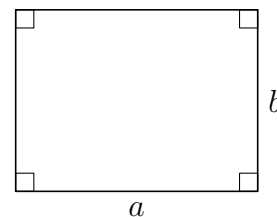
1. Khái niệm diện tích tam đa giác

- ☑ Số đo của phần mặt phẳng giới hạn bởi một đa giác được gọi là *diện tích đa giác* đó.
- ☑ Mỗi đa giác có một diện tích xác định. Diện tích đa giác là một *số dương*.
- ☑ Diện tích đa giác có các tính chất sau:
 - Hai tam giác bằng nhau có diện tích bằng nhau.
 - Nếu một đa giác được chia thành những đa giác không có điểm trong chung thì diện tích của nó bằng tổng diện tích của những đa giác đó.
 - Nếu chọn hình vuông có cạnh bằng 1 cm, 1 dm, 1 m, ... làm đơn vị đo diện tích thì đơn vị diện tích tương ứng là 1 cm^2 , 1 dm^2 , 1 m^2 , ...
- ☑ Diện tích đa giác $ABCDE$ thường được kí hiệu là S_{ABCDE} .

2. Công thức tính diện tích hình chữ nhật

- ☑ Diện tích hình chữ nhật bằng “*tích hai kích thước của nó*”.

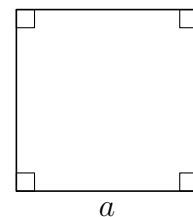
$$S = ab$$



3. Công thức tính diện tích hình vuông, tam giác vuông

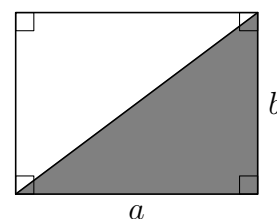
- ☑ Diện tích hình vuông bằng “*bình phương cạnh của nó*”.

$$S = a^2$$



- ☑ Diện tích tam giác vuông bằng “*nửa tích hai cạnh góc vuông*”.

$$S = \frac{1}{2}ab$$





B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính diện tích hình chữ nhật

Sử dụng công thức tính diện tích hình chữ nhật.

↔ **Ví dụ 1.** Diện tích hình chữ nhật thay đổi như thế nào nếu:

- a) Chiều dài tăng ba lần, chiều rộng không đổi?
- b) Chiều dài và chiều rộng tăng hai lần?
- c) Chiều dài tăng ba lần, chiều rộng giảm ba lần?

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 2.** Một hình chữ nhật có chiều dài là 8 m và chiều rộng là 5 m.

- a) Tính diện tích hình chữ nhật đã cho.
- b) Nếu chiều dài tăng 2 m, chiều rộng không đổi thì diện tích hình chữ nhật thay đổi như thế nào?
- c) Nếu chiều dài tăng 2 m, chiều rộng giảm 2 m thì diện tích hình chữ nhật thay đổi như thế nào?

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 3.** Tính độ dài các cạnh của một hình chữ nhật biết tỉ số các cạnh là 4 : 9 và diện tích của nó là 144 cm².

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 4.** Bình phương độ dài một cạnh và diện tích của một hình chữ nhật lần lượt là 9 cm và 12 cm². Tính độ dài các cạnh của hình chữ nhật đó.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 5.** Cho hình chữ nhật $ABCD$. Qua E là một điểm bất kì thuộc đường chéo AC , kẻ hai đường thẳng $FG \parallel AD$ và $HK \parallel AB$ ($F \in AB$, $G \in DC$, $H \in AD$, $K \in BC$). Chứng minh hai hình chữ nhật $EFBK$ và $EGDH$ có cùng diện tích.

🗨️ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 6.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích là 100 cm². Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Gọi M , N lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên AD , AB . Tính diện tích hình chữ nhật $AMON$.

🗨️ **Lời giải.**

📁 Dạng 2. Diện tích hình vuông, diện tích tam giác vuông

Sử dụng công thức diện tích hình vuông, diện tích tam giác vuông.

❖ **Ví dụ 7.** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 4 cm, lấy điểm E thuộc cạnh AB . Biết diện tích $\triangle ADE$ bằng $\frac{1}{4}$ diện tích hình vuông $ABCD$. Tính độ dài AE .

🗨️ **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 8.** Tính diện tích $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 3$ cm, $BC = 5$ cm.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Diện tích hình chữ nhật thay đổi như thế nào nếu:

- a) Chiều dài tăng 6 lần, chiều rộng giảm 3 lần?
- b) Chiều dài giảm 25%, chiều rộng tăng 15%?

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Tính diện tích của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng 10 cm, một cạnh góc vuông bằng 6 cm.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Tính các cạnh của hình chữ nhật biết:

- a) Tỷ số các cạnh là 3 : 4 và diện tích của nó là 1 200 cm².
- b) Bình phương độ dài một cạnh là 9 cm² và diện tích của nó là 18 cm².

💬 **Lời giải.**



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài 4. Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 4$ cm, $BD = 6$ cm. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA .

- a) Tứ giác $MNPQ$ là hình gì? Tại sao?
- b) Tính diện tích tứ giác $MNPQ$.

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

BÀI 3. DIỆN TÍCH TAM GIÁC

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Công thức tính diện tích tam giác

Diện tích tam giác bằng nửa tích của một cạnh với chiều cao ứng với cạnh đó

$$S = \frac{1}{2}ah$$

2. Hệ quả

- ☑ Hai tam giác có cạnh đáy bằng nhau và chiều cao bằng nhau thì chúng có diện tích bằng nhau.
- ☑ Hai tam giác có một cạnh bằng nhau thì tỉ số diện tích của hai tam giác đó bằng tỉ số của hai chiều cao tương ứng.
- ☑ Hai tam giác có một đường cao bằng nhau thì tỉ số diện tích của hai tam giác đó bằng tỉ số của hai cạnh tương ứng.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính toán, chứng minh hệ thức về diện tích tam giác

- ☑ Áp dụng công thức và các hệ quả thu được từ công thức tính diện tích.
- ☑ Sử dụng định nghĩa khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm tùy ý trên đường thẳng này đến đường thẳng kia.
- ☑ Áp dụng tính chất cộng diện tích.

🔗 Ví dụ 1. Tam giác DEF có đáy EF = 12 cm, đường cao tương ứng 4 cm. Tính diện tích tam giác DEF.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

🔗 Ví dụ 2. Cho tam giác ABC cân tại A, kẻ đường cao AH. Tính diện tích tam giác ABC nếu biết AH = 8 cm, AB = 10 cm.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

◀ Ví dụ 3. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$), AC cắt BD tại O . Chứng minh

a) $S_{DAC} = S_{DBC}$.

b) $S_{AOD} = S_{BOC}$.

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 4. Cho tam giác ABC , kẻ đường trung tuyến AM .

a) Chứng minh $S_{ABM} = S_{ACM}$.

b) Tính diện tích tam giác ABC biết $S_{ABM} = 15 \text{ cm}^2$.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 2. Sử dụng công thức tính diện tích để tính độ dài đoạn thẳng. Chứng minh hệ thức hình học

- ✔ Tính diện tích tam giác bằng hai cách.
- ✔ So sánh hai kết quả, từ đó thu được một hệ thức liên hệ giữa các yếu tố trong tam giác.
- ✔ Áp dụng các tính chất về diện tích, các hệ quả thu được từ công thức tính diện tích tam giác.

◀ Ví dụ 5. Cho tam giác ABC cân tại A có cạnh $BC = 6 \text{ cm}$, đường cao $AH = 4 \text{ cm}$.

a) Tính diện tích tam giác ABC .

b) Tính độ dài đường cao tương ứng với cạnh AC .

💬 Lời giải.

◊ Ví dụ 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có cạnh $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm.

- Tính diện tích tam giác ABC .
- Kẻ đường cao AH . Tính độ dài AH .

🗨️ Lời giải.

◊ Ví dụ 7. Cho tam giác MNP vuông tại M , kẻ đường cao MQ . Chứng minh

$$MQ \cdot NP = MN \cdot MP$$

🗨️ Lời giải.

◊ Ví dụ 8. Cho tam giác nhọn ABC , kẻ các đường cao BD và CE . Chứng minh

$$BD \cdot AC = CE \cdot AB$$

🗨️ Lời giải.



C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho $\triangle ABC$, đường cao AH . Biết $AB = 15$ cm, $AC = 41$ cm và $HB = 12$ cm. Tính diện tích tam giác ABC .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Chứng minh

$$S_{AMN} = \frac{1}{2}S_{AMC} = \frac{1}{4}S_{ABC}$$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Cho tam giác ABC cân tại A , đường cao AH . Biết $BC = 6$ cm và $AB = 5$ cm.

- a) Tính diện tích tam giác ABC .
- b) Tính độ dài đường cao ứng với cạnh AB .

Lời giải.



Lời giải.

Dotted lines for writing the solution to the previous problem.

Ví dụ 6. Tính diện tích của hình vuông có độ dài đường chéo bằng 2 cm.

Lời giải.

Dotted lines for writing the solution to Ví dụ 6.

C - BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho tam giác ABC nhọn, đường cao AH. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC, biết BC = 4 cm, AH = 3 cm. Tính diện tích tứ giác AMHN.

Lời giải.

Dotted lines for writing the solution to Bài 1.

Bài 2. Tính diện tích hình thoi ABCD biết AB = 13 cm, AC = 10 cm.

Lời giải.

Dotted lines for writing the solution to Bài 2.

Bài 3. Tính diện tích hình thoi ABCD có AB = 4 cm và A = 120°.

Lời giải.

Dotted lines for writing the solution to Bài 3.

BÀI 5. DIỆN TÍCH ĐA GIÁC

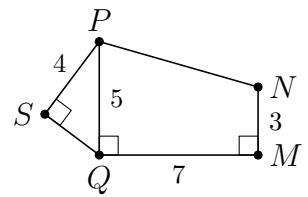
A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- ☑ Có thể chia đa giác thành các tam giác hoặc tạo ra một tam giác nào đó có chứa đa giác, do đó việc tính diện tích của một đa giác bất kì được quy về việc tính diện tích tam giác.
- ☑ Trong một số trường hợp, để việc tính toán thuận lợi ta có thể chia đa giác thành nhiều tam giác vuông và hình thang vuông.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

❖ Ví dụ 1.

Theo kích thước đã cho trên hình, tính diện tích đa giác $MNPSQ$ (đơn vị cm^2).



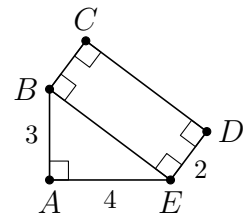
🗨️ Lời giải.

.....

.....

❖ Ví dụ 2.

Theo kích thước đã cho trên hình, tính diện tích đa giác $ABCDE$ (đơn vị cm^2).



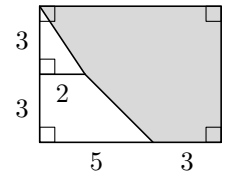
🗨️ Lời giải.

.....

.....

❖ Ví dụ 3.

Theo kích thước đã cho như hình (đơn vị m). Tính diện tích phần tô đậm.



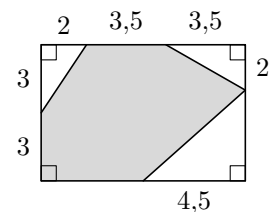
🗨️ Lời giải.

.....

.....

❖ Ví dụ 4.

Theo kích thước đã cho như hình (đơn vị m). Tính diện tích phần tô đậm.



Lời giải.

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 5. Cho tam giác ABC có diện tích 30 cm^2 , các đường trung tuyến BM, CN cắt nhau tại G . Tính diện tích tứ giác $AMGN$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 6. Cho tam giác ABC có diện tích 40 cm^2 . Gọi D, E lần lượt là trung điểm của AB, AC . Tính diện tích tứ giác $BDEC$.

Lời giải.

.....

.....

.....

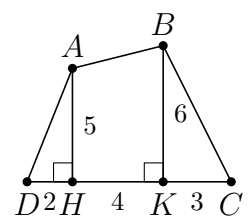
.....

.....

C - BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1.

Tính diện tích tứ giác $ABCD$ có các kích thước bằng cm như hình.



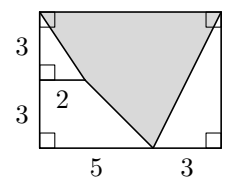
Lời giải.

.....

.....

Bài 2.

Tính diện tích phần tô đậm theo các kích thước bằng cm trên hình.



Lời giải.

.....

.....



.....
.....
.....

B – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 12$ cm, $BD = 16$ cm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CB, CD . Tính

- a) Diện tích hình thoi $ABCD$.
- b) Diện tích tứ giác $AMCN$.
- c) Diện tích tam giác AMN .

 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài 2. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $3CD = 7AB$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AD, BC . Tính tỉ số diện tích của hai tứ giác $ABFE$ và $DCFE$.

 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài 3. Cho hình bình hành $ABCD$, điểm O bất kỳ nằm trong hình bình hành. Chứng minh rằng $S_{\Delta OAB} + S_{\Delta COD} = S_{\Delta OAD} + S_{\Delta OBC}$.

 **Lời giải.**



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

