

MỤC LỤC

I ĐẠI SỐ 1

CHỦ ĐỀ 1. CĂN BẬC HAI, CĂN BẬC BA 2

§1 – CĂN BẬC HAI 2

- (A) Tóm tắt lí thuyết.....2
- (B) Bài tập và các dạng toán.....2
 -  Dạng 1. Tìm căn bậc hai, căn bậc hai số học của một số.....2
 -  Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức chứa căn bậc hai.....3
 -  Dạng 3. Tìm giá trị x thỏa mãn biểu thức cho trước.....5
 -  Dạng 4. So sánh các căn bậc hai số học.....7
- (C) Bài tập vận dụng.....9

§2 – CĂN THỨC BẬC HAI VÀ HẰNG ĐẲNG THỨC $\sqrt{A^2} = |A|$. 13

- (A) Tóm tắt lí thuyết.....13
- (B) Bài tập và các dạng toán.....13
 -  Dạng 1. Tìm giá trị của biểu thức chứa căn bậc hai.....13
 -  Dạng 2. Tìm điều kiện để biểu thức chứa căn bậc hai có nghĩa.....16
 -  Dạng 3. Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai.....17
 -  Dạng 4. Phân tích đa thức thành nhân tử.....19
 -  Dạng 5. Giải phương trình.....19
- (C) Bài tập về nhà.....22

§3 – LIÊN HỆ GIỮA PHÉP NHÂN VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG 27

- (A) Tóm tắt lí thuyết.....27
- (B) Bài tập và các dạng toán.....27
 -  Dạng 1. Thực hiện phép tính.....27
 -  Dạng 2. Rút gọn biểu thức.....29
 -  Dạng 3. Giải phương trình.....31
- (C) Bài tập về nhà.....33

§4 – LIÊN HỆ GIỮA PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG 36

- (A) Tóm tắt lí thuyết.....36
- (B) Bài tập và các dạng toán.....36
 -  Dạng 1. Thực hiện phép tính.....36
 -  Dạng 2. Rút gọn biểu thức.....38
 -  Dạng 3. Giải phương trình.....40

(C)	Bài tập về nhà.....	42
§5 –	BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI	45
(A)	Tóm tắt lí thuyết.....	45
(B)	Bài tập và các dạng toán.....	45
📁	Dạng 1. Đưa thừa số ra ngoài hoặc vào trong dấu căn.....	45
📁	Dạng 2. So sánh các căn bậc hai.....	47
📁	Dạng 3. Rút gọn biểu thức chứa căn thức bậc hai.....	47
(C)	Bài tập về nhà.....	49
§6 –	BIẾN ĐỔI BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI (tiếp theo)	51
(A)	Tóm tắt lí thuyết.....	51
(B)	Bài tập và các dạng toán.....	51
📁	Dạng 1. Khử mẫu của biểu thức lấy căn.....	51
📁	Dạng 2. Trục căn thức ở mẫu.....	53
📁	Dạng 3. Thực hiện phép tính.....	55
(C)	Bài tập về nhà.....	56
§7 –	RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI	59
(A)	Tóm tắt lí thuyết.....	59
(B)	Bài tập và các dạng toán.....	59
📁	Dạng 1. Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai.....	59
📁	Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức khi biết giá trị của biến.....	63
📁	Dạng 3. Tìm giá trị của biến để biểu thức đã cho thỏa mãn một điều kiện có dạng phương trình hoặc bất phương trình.....	64
📁	Dạng 4. So sánh biểu thức với một số.....	66
📁	Dạng 5. Tìm giá trị nguyên của biến để biểu thức nhận giá trị nguyên.....	67
📁	Dạng 6. Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai và câu hỏi phụ.....	69
(C)	Bài tập về nhà.....	72
§8 –	CĂN BẬC BA	76
(A)	Tóm tắt lí thuyết.....	76
(B)	Bài tập và các dạng toán.....	76
📁	Dạng 1. Rút gọn biểu thức chứa căn bậc ba.....	76
📁	Dạng 2. So sánh các căn bậc ba.....	78
📁	Dạng 3. Tìm điều kiện của biến để biểu thức thỏa mãn điều kiện có dạng phương trình hoặc bất phương trình.....	79
(C)	Bài tập vận dụng.....	81
§9 –	ÔN TẬP CHƯƠNG 1	83
CHỦ ĐỀ 2.	HÀM SỐ BẬC NHẤT	93
§1 –	NHẮC LẠI VÀ BỔ TÚC KHÁI NIỆM HÀM SỐ	93

(A)	Tóm tắt lí thuyết.....	93
(B)	Bài tập và các dạng toán.....	93
	<i>Dạng 1. Tính giá trị của hàm số tại một điểm</i>	93
	<i>Dạng 2. Tìm điều kiện xác định của hàm số</i>	95
	<i>Dạng 3. Biểu diễn các điểm trong mặt phẳng tọa độ Oxy</i>	95
(C)	Bài tập về nhà.....	98
§2 –	HÀM SỐ BẬC NHẤT	100
(A)	Tóm tắt lí thuyết.....	100
(B)	Bài tập và các dạng toán.....	100
	<i>Dạng 1. Nhận dạng hàm số bậc nhất</i>	100
	<i>Dạng 2. Tìm hàm số bậc nhất thỏa mãn yêu cầu cho trước</i>	102
	<i>Dạng 3. Biểu diễn tọa độ các điểm trong mặt phẳng tọa độ</i>	103
	<i>Dạng 4. Kiểm tra tính đồng biến, nghịch biến của hàm số</i>	104
(C)	Bài tập về nhà.....	105
§3 –	ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax + b$ ($a \neq 0$)	109
(A)	Tóm tắt lí thuyết.....	109
(B)	Bài tập và các dạng toán.....	109
	<i>Dạng 1. Vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$)</i>	109
	<i>Dạng 2. Tìm tham số m biết hàm số bậc nhất đi qua điểm cho trước</i>	111
	<i>Dạng 3. Xác định giao điểm của hai đường thẳng</i>	114
	<i>Dạng 4. Xét tính đồng quy của ba đường thẳng</i>	116
	<i>Dạng 5. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O tới một đường thẳng cho trước không đi qua O</i>	119
(C)	Bài tập về nhà.....	120
§4 –	ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU	125
(A)	Tóm tắt lí thuyết.....	125
(B)	Bài tập và các dạng toán.....	125
	<i>Dạng 1. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng</i>	125
	<i>Dạng 2. Xác phương trình đường thẳng</i>	129
(C)	Bài tập về nhà.....	132
§5 –	HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG $y = ax + b$ ($a \neq 0$)	136
(A)	Tóm tắt lí thuyết.....	136
(B)	Bài tập và các dạng toán.....	136
	<i>Dạng 1. Tìm hệ số góc của đường thẳng</i>	136
	<i>Dạng 2. Xác định góc tạo bởi đường thẳng và tia Ox</i>	139
	<i>Dạng 3. Xác định phương trình đường thẳng biết hệ số góc</i>	141
(C)	Bài tập về nhà.....	143
§6 –	ÔN TẬP CHƯƠNG II	147

II HÌNH HỌC**160****CHỦ ĐỀ 1. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG 161****§1 – HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC VUÔNG 161**

- (A) Tóm tắt lí thuyết..... 161
- (B) Bài tập và các dạng toán..... 161
- 📁 Dạng 1. Tính độ dài các đoạn thẳng trong tam giác vuông..... 161*
- 📁 Dạng 2. Chứng minh các hệ thức liên quan đến tam giác vuông..... 166*
- (C) Bài tập về nhà..... 167

§2 – TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN 171

- (A) Tóm tắt lí thuyết..... 171
- (B) Bài tập và các dạng toán..... 172
- 📁 Dạng 1. Tính tỉ số lượng giác của góc nhọn, tính cạnh, tính góc..... 172*
- 📁 Dạng 2. Sắp xếp dãy tỉ số lượng giác theo thứ tự..... 175*
- (C) Bài tập về nhà..... 176

§3 – MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ GÓC TRONG TAM GIÁC 178

- (A) Tóm tắt lí thuyết..... 178
- (B) Bài tập và các dạng toán..... 178
- 📁 Dạng 1. Giải tam giác vuông..... 178*
- 📁 Dạng 2. Tính cạnh và góc của tam giác..... 180*

§4 – ÔN TẬP CHƯƠNG 1 181**CHỦ ĐỀ 2. ĐƯỜNG TRÒN 196****§1 – SỰ XÁC ĐỊNH CỦA ĐƯỜNG TRÒN. TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN 196**

- (A) Tóm tắt lí thuyết..... 196
- (B) Bài tập và các dạng toán..... 197
- 📁 Dạng 1. Xác định tâm và bán kính của đường tròn đi qua nhiều điểm..... 197*
- 📁 Dạng 2. Xác định vị trí tương đối của điểm và đường tròn..... 197*
- 📁 Dạng 3. Dựng đường tròn thỏa mãn một yêu cầu cho trước..... 198*
- (C) Bài tập về nhà..... 198

§2 – ĐƯỜNG KÍNH VÀ DÂY CỦA ĐƯỜNG TRÒN 200

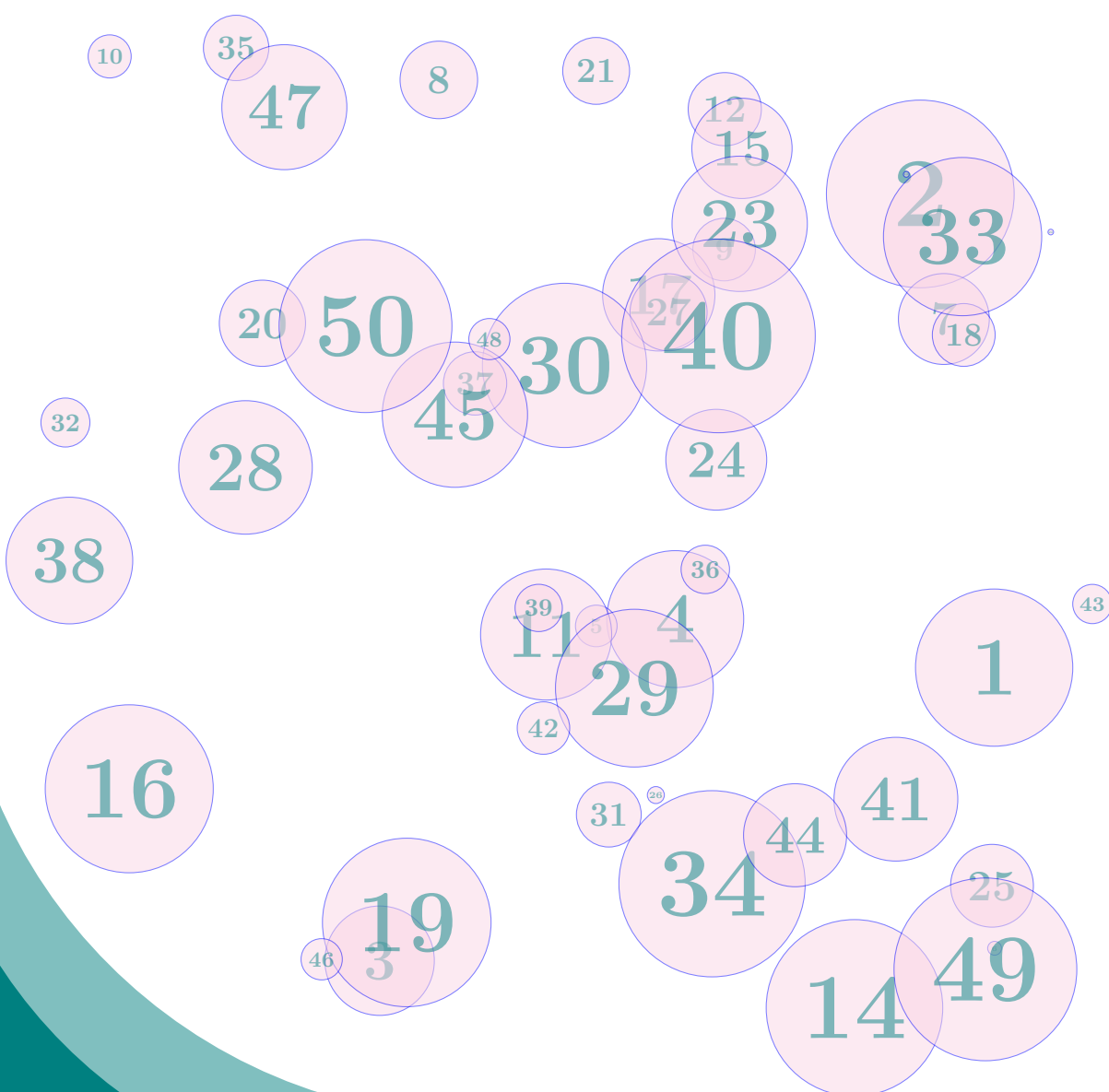
- (A) Tóm tắt lí thuyết..... 200
- (B) Bài tập và các dạng toán..... 200
- 📁 Dạng 1. So sánh các đoạn thẳng..... 200*
- 📁 Dạng 2. Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau..... 201*
- (C) Bài tập về nhà..... 202

§3 – LIÊN HỆ GIỮA DÂY VÀ KHOẢNG CÁCH TỪ TÂM ĐẾN DÂY	205
(A) Tóm tắt lí thuyết.....	205
(B) Bài tập và các dạng toán.....	205
Dạng 1. Tính độ dài đoạn thẳng, chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau.....	205
Dạng 2. So sánh độ dài các đoạn thẳng.....	207
(C) Bài tập về nhà.....	208
§4 – VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN	211
(A) Tóm tắt lí thuyết.....	211
(B) Bài tập và các dạng toán.....	211
Dạng 1. Cho biết d, R , xác định vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn hoặc ngược lại.....	211
Dạng 2. Bài toán liên quan đến tính độ dài.....	212
(C) Bài tập vận dụng.....	213
§5 – DẤU HIỆU NHẬN BIẾT TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN	216
(A) Tóm tắt lí thuyết.....	216
(B) Bài tập và các dạng toán.....	216
Dạng 1. Chứng minh một đường thẳng là tiếp tuyến của một đường tròn.....	216
Dạng 2. Bài toán liên quan đến tính độ dài.....	218
(C) Bài tập về nhà.....	220
§6 – TÍNH CHẤT HAI TIẾP TUYẾN CẮT NHAU	223
(A) Tóm tắt lí thuyết.....	223
(B) Bài tập và các dạng toán.....	223
Dạng 1. Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai đường thẳng song song, hai đường thẳng vuông góc.....	223
Dạng 2. Tính độ dài, tính số đo góc.....	225
(C) Bài tập về nhà.....	227
§7 – VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN (Phần 1)	229
(A) Tóm tắt lí thuyết.....	229
(B) Bài tập và các dạng toán.....	229
Dạng 1. Chứng minh song song, vuông góc, tính độ dài đoạn thẳng	229
(C) Bài tập về nhà.....	231
§8 – VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN (Phần 2)	233
(A) Tóm tắt lí thuyết.....	233
(B) Bài tập và các dạng toán.....	233
Dạng 1. Xác định vị trí tương đối của hai đường tròn.....	233
Dạng 2. Các bài toán liên quan đến hai đường tròn tiếp xúc nhau.....	234
(C) Bài tập về nhà.....	235

§9 – ÔN TẬP CHƯƠNG 2	238
§10 – ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG 2	245
A ĐỀ SỐ 1	245
B ĐỀ SỐ 2	248

PHẦN ĐẠI SỐ

I



CĂN BẬC HAI, CĂN BẬC BA

BÀI 1. CĂN BẬC HAI

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

a) Căn bậc hai

- ☑ Căn bậc hai của số thực a không âm là số x sao cho $x^2 = a$.
- ☑ Chú ý.
 - Số dương a có đúng hai căn bậc hai là hai số đối nhau:
 - + Số dương ký hiệu là $\sqrt{a}$;
 - + Số âm ký hiệu là $-\sqrt{a}$;
 - Số 0 có đúng một căn bậc hai là 0.
 - Số âm không có căn bậc hai.

Ví dụ 1: Số 4 có hai căn bậc hai là 2 và -2 ; số $\frac{9}{4}$ có hai căn bậc hai là $\frac{3}{2}$ và $-\frac{3}{2}$; Số -25 không có căn bậc hai.

b) Căn bậc hai số học

🔗 **Định nghĩa 1.1.** Với số dương a , số $\sqrt{a}$ được gọi là căn bậc hai số học của a . Số 0 được gọi là căn bậc hai số học của 0.

Ví dụ 2. Căn bậc hai số học của 9 là 3; căn bậc hai số học của $\frac{4}{9}$ là $\frac{2}{3}$.

⚠ Ta có $x = \sqrt{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0, \\ x^2 = a. \end{cases}$

c) So sánh các căn bậc hai số học

🔗 **Định lý 1.1.** Với $a, b \geq 0$: $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$.

Ví dụ 3. So sánh 3 và $\sqrt{5}$.

Ta có $9 > 5$ nên $\sqrt{9} > \sqrt{5}$. Vậy $3 > \sqrt{5}$.

Ví dụ 4. Tìm số x không âm, biết $\sqrt{x} > 3$.

Ta có $\sqrt{x} > 3 \Leftrightarrow x > 9$ (TMDK). Vậy với mọi $x > 9$ thì $\sqrt{x} > 3$.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tìm căn bậc hai, căn bậc hai số học của một số

Sử dụng kiến thức

- ☑ Số dương a có hai căn bậc $\sqrt{a}$ và $-\sqrt{a}$; có căn bậc hai số học là $\sqrt{a}$.

- ☑ Số 0 có căn bậc hai và căn bậc hai số học cùng bằng 0.
- ☑ Số âm không có căn bậc hai và cũng không có căn bậc hai số học.

🔗 **Ví dụ 1.** Tìm căn bậc hai số học của mỗi số sau rồi suy ra căn bậc hai của chúng.

- a) 0; b) 81; c) -196 ; d) 4,41;
- e) 0,25; f) $\frac{169}{49}$; g) $\frac{36}{121}$; h) $3\frac{6}{25}$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 2.** Tìm căn bậc hai số học của mỗi số sau rồi suy ra căn bậc hai của chúng.

- a) 1; b) 64; c) -144 ; d) 2,25;
- e) 0,16; f) $\frac{25}{36}$; g) $\frac{256}{225}$; h) $1\frac{15}{49}$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

📁 Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức chứa căn bậc hai

Sử dụng kiến thức

- ☑ Với số $a \geq 0$, ta có $\sqrt{a^2} = a$ và $(\sqrt{a})^2 = a$.

🔗 **Ví dụ 3.** Tính:

- a) $\sqrt{16}$; b) $\sqrt{0,81}$; c) $\sqrt{\frac{324}{289}}$; d) $\sqrt{\frac{-625}{-64}}$.

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 4. Tính:

a) $\sqrt{25}$;

b) $\sqrt{0,16}$;

c) $\sqrt{\frac{25}{81}}$;

d) $\sqrt{\frac{-64}{-49}}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 5. Tính:

a) $(\sqrt{75})^2$;

b) $(\sqrt{0,4})^2$;

c) $\left(\sqrt{\frac{4}{81}}\right)^2$;

d) $\left(\sqrt{\frac{-19}{-16}}\right)^2$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 6. Tính:

a) $(\sqrt{19})^2$;

b) $(\sqrt{0,16})^2$;

c) $\left(\sqrt{\frac{10}{9}}\right)^2$;

d) $\left(\sqrt{\frac{-27}{-4}}\right)^2$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 7. Thực hiện phép tính:

a) $3\sqrt{25} + 10\sqrt{9} - 19\sqrt{4}$;

b) $2 \cdot \sqrt{2\frac{1}{4}} + 5 \cdot \sqrt{0,64}$;

c) $\frac{2}{3}\sqrt{81} - \frac{3}{2}\sqrt{16} + 13$;

d) $3\sqrt{\frac{4}{9}} - 50\sqrt{\frac{-1}{-4}} + 1$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 8. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $0,5\sqrt{64} - 2\sqrt{25}$;

b) $10 \cdot \sqrt{1,69} + 5 \cdot \sqrt{1\frac{11}{25}}$;

c) $\frac{1}{3}\sqrt{9} - \frac{2}{5}\sqrt{25}$;

d) $9\sqrt{\frac{121}{9}} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{196}{9}} - 27$.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 3. Tìm giá trị x thỏa mãn biểu thức cho trước

Sử dụng kiến thức

❖ $x^2 = a^2 \Leftrightarrow x = a$ hoặc $x = -a$.

❖ Với $a \geq 0$, ta có $x^2 = a \Leftrightarrow x = \sqrt{a}$ hoặc $x = -\sqrt{a}$.

❖ Với $a \geq 0$, ta có $\sqrt{x} = a \Leftrightarrow x = a^2$.

❖ Ví dụ 9. Tìm x , biết:

a) $x^2 = 289$;

b) $25x^2 = 16$;

c) $0,49x^2 = 2,56$;

d) $9x^2 + 10 = 0$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 10. Tìm x , biết:

a) $x^2 = 324$;

b) $9x^2 = 16$;

c) $0,25x^2 = 1,96$;

d) $4x^2 + 19 = 0$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 11. Tìm x , biết:

a) $x^2 = 17$;

b) $x^2 - 31 = 0$;

c) $81x^2 = 23$;

d) $27x^2 - 6 = 0$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 12. Tìm x , biết:

a) $x^2 = 2$;

b) $x^2 - 15 = 0$;

c) $64x^2 = 13$;

d) $49x^2 - 26 = 0$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 13. Tìm x không âm, biết:

a) $\sqrt{x} = 21$;

b) $2\sqrt{x} = -1$;

c) $(\sqrt{x} + 1)^2 = 4$;

d) $|\sqrt{x} - 1| = 2$.

 Lời giải.

❖ Ví dụ 14. Tìm x không âm, biết:

a) $\sqrt{x} = 6$;

b) $\sqrt{x} + 2 = 1$;

c) $(\sqrt{x} - 1)^2 = 4$;

d) $|\sqrt{x} + 1| = 4$.

 Lời giải.

Dạng 4. So sánh các căn bậc hai số học

Sử dụng Định lý

☺ Với $a, b \geq 0$: $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$.

❖ Ví dụ 15. So sánh:

a) 6 và $\sqrt{37}$;

b) 4 và $\sqrt{37} - 2$;

c) $\sqrt{10} + 3$ và 6;

d) 4 và $\sqrt{26} - 1$.

 Lời giải.

❖ Ví dụ 16. So sánh:

a) 6 và $\sqrt{41}$;

b) $3\sqrt{2}$ và 5;

c) $\sqrt{5} + 1$ và 3;

d) 4 và $\sqrt{17} - 2$.

🗨️ Lời giải.

🔗 Ví dụ 17. Tìm x không âm, biết:

a) $\sqrt{x} < 5$;

b) $\sqrt{2x} \leq 0,4$;

c) $\sqrt{x} - 1 > 3$;

d) $1 - \sqrt{x} \geq \frac{1}{3}$.

🗨️ Lời giải.

🔗 Ví dụ 18. Tìm x không âm, biết:

a) $\sqrt{x} < 2$;

b) $\sqrt{3x} \leq 0,6$;

c) $\sqrt{x} + 1 > 3$;

d) $1 - \sqrt{2x} \geq \frac{2}{5}$.

🗨️ Lời giải.

🔗 Ví dụ 19. Chứng minh rằng với $x \geq 0$ thì

a) $\sqrt{x} - 3 \geq -3$;

b) $3 - \sqrt{x} \leq 3$;

c) $\frac{3}{\sqrt{x} + 1} \leq 3$;

d) $1 - \frac{5}{\sqrt{x} + 2} \geq -\frac{3}{2}$.

🗨️ Lời giải.

🔗 **Ví dụ 20.** Chứng minh rằng với $x \geq 0$ thì

$$\text{a) } \sqrt{x} - 2 \geq -2; \quad \text{b) } 2 - \sqrt{x} \leq 2; \quad \text{c) } \frac{4}{\sqrt{x} + 2} \leq 2; \quad \text{d) } 1 - \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \geq \frac{1}{2}.$$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Tìm căn bậc hai số học của mỗi số sau rồi suy ra căn bậc hai số học của chúng.

$$\text{a) } 0; \quad \text{b) } 64; \quad \text{c) } -289; \quad \text{d) } 2,56; \quad \text{e) } 0,36; \quad \text{f) } \frac{169}{324}; \quad \text{g) } \frac{49}{144}; \quad \text{h) } 2\frac{14}{25}.$$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Tính:

$$\text{a) } \sqrt{361}; \quad \text{b) } \sqrt{0,01}; \quad \text{c) } \sqrt{\frac{64}{25}}; \quad \text{d) } \sqrt{\frac{-25}{-9}}.$$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Tính:

$$\text{a) } (\sqrt{23})^2; \quad \text{b) } (\sqrt{1,2})^2; \quad \text{c) } \left(\sqrt{\frac{9}{16}}\right)^2; \quad \text{d) } \left(\sqrt{\frac{-25}{-4}}\right)^2.$$

💬 **Lời giải.**

Bài 4. Thực hiện phép tính:

a) $3\sqrt{4} + 8\sqrt{9} - 15\sqrt{16}$;

b) $5\sqrt{0,16} + 3\sqrt{0,04}$;

c) $\frac{2}{3}\sqrt{9} - \frac{3}{2}\sqrt{36} + 19$;

d) $11\sqrt{\frac{81}{121}} - 3\sqrt{\frac{-1}{-9}} + 1$.

 **Lời giải.**

Bài 5. Tìm x , biết

a) $x^2 = 400$;

b) $75x^2 = 48$;

c) $0,16x^2 = 0,09$;

d) $27x^2 + 10 = 0$.

 **Lời giải.**

Bài 6. Tìm x , biết:

a) $x^2 = 11$;

b) $x^2 - 7 = 0$;

c) $9x^2 = 17$;

d) $12x^2 - 21 = 0$.

 **Lời giải.**

Bài 7. Tìm x không âm, biết:

a) $\sqrt{x} = 5$;

b) $7\sqrt{x} = 3$;

c) $(1 - \sqrt{x})^2 = 9$;

d) $|1 - \sqrt{x}| = 3$.

🗨️ Lời giải.

Bài 8. So sánh:

a) 7 và $\sqrt{41}$;

b) $2\sqrt{5}$ và 4;

c) $\sqrt{15} + 4$ và 8;

d) 3 và $\sqrt{17} - 1$.

🗨️ Lời giải.

Bài 9. Tìm x không âm, biết:

a) $\sqrt{x} < 3$;

b) $\sqrt{4x} \leq 0,6$;

c) $\sqrt{3x} - 2 > 5$;

d) $2 - \sqrt{x} \geq \frac{3}{4}$.

🗨️ Lời giải.

Bài 10. Chứng minh rằng với $x \geq 0$ thì

a) $\sqrt{x} + 3 \geq 3$;

b) $2\sqrt{x} - 1 \geq -1$;

c) $1 - \frac{2}{\sqrt{x} + 1} \geq -1$;

d) $0 < \frac{7}{\sqrt{x} + 3} \leq \frac{7}{3}$.

🗨️ Lời giải.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI 2. CĂN THỨC BẬC HAI VÀ HẰNG ĐẲNG THỨC

$$\sqrt{A^2} = |A|.$$

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

a) Căn thức bậc hai

Tổng quát

- ☑ Với A là một biểu thức đại số, ta gọi $\sqrt{A}$ là căn thức bậc hai của A , A là biểu thức lấy căn.
- ☑ $\sqrt{A}$ xác định khi $A \geq 0$.

Ví dụ 1. $\sqrt{x+1}$ là căn thức bậc hai của $x+1$, $\sqrt{x+1}$ xác định khi $x+1 \geq 0$, tức là $x \geq -1$.

b) Hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$

🔗 **Định lí 2.1.** Với mọi số a , ta có: $\sqrt{a^2} = |a|$.

Ví dụ 2.

a) $\sqrt{13^2} = |13| = 13.$

b) $\sqrt{(-8)^2} = |-8| = 8.$

c) $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = |\sqrt{3}-2| = 2-\sqrt{3}.$



Với A là một biểu thức, ta có $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0. \end{cases}$

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tìm giá trị của biểu thức chứa căn bậc hai

Sử dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0. \end{cases}$

🔗 **Ví dụ 1.** Tính:

a) $\sqrt{25};$

b) $\sqrt{(2,5)^2};$

c) $\sqrt{\frac{81}{100}};$

d) $\sqrt{-\left(\frac{121}{-49}\right)}.$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 2. Tính:

a) $\sqrt{13^2}$;

b) $\sqrt{(-2)^2}$;

c) $\sqrt{\frac{64}{25}}$;

d) $\sqrt{-\left(\frac{-36}{169}\right)}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 3. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{(3 - \sqrt{2})^2}$;

b) $\sqrt{(\sqrt{11} + 3)^2}$;

c) $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$;

d) $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 4. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{(2 + \sqrt{3})^2}$;

b) $\sqrt{(\sqrt{7} + 3)^2}$;

c) $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$;

d) $\sqrt{8 + 2\sqrt{7}}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 5. Thực hiện các phép tính:

a) $\sqrt{196} \cdot \sqrt{25} - 5\sqrt{81}$;

b) $(32 : \sqrt{16} + \sqrt{289}) \cdot \sqrt{49}$;

c) $\sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2} - \sqrt{10}$;

d) $\sqrt{(5 + \sqrt{7})^2} - \sqrt{(8 - 2\sqrt{7})}$.

💬 Lời giải.

💡 Ví dụ 6. Thực hiện các phép tính:

a) $\sqrt{64} \cdot \sqrt{25} + 10\sqrt{36}$;

b) $(81 : \sqrt{9} + \sqrt{169}) \cdot \sqrt{225}$;

c) $\sqrt{(\sqrt{7} - 1)^2} - \sqrt{7}$;

d) $\sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$.

💬 Lời giải.

💡 Ví dụ 7. Chứng minh:

a) $(3 - \sqrt{7})^2 = 16 - 6\sqrt{7}$;

b) $\sqrt{11} - \sqrt{20 - 6\sqrt{11}} = 3$;

c) $\sqrt{41 + 12\sqrt{5}} - \sqrt{41 - 12\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 8. Chứng minh:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } (1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}; & \text{b) } \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{5} = -1; & \text{c) } \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} - \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} = -2\sqrt{3}. \end{array}$$

💬 Lời giải.

📁 Dạng 2. Tìm điều kiện để biểu thức chứa căn bậc hai có nghĩa

Chú ý rằng $\sqrt{A}$ có nghĩa khi và chỉ khi $A \geq 0$.

❖ Ví dụ 9. Với giá trị nào của a thì mỗi căn thức sau có nghĩa:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{72a}; & \text{b) } \sqrt{\frac{-13}{3a}}; \\ \text{c) } \sqrt{19 + 4a}; & \text{d) } \sqrt{27 - 6a}. \end{array}$$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 10. Với giá trị nào của a thì mỗi căn thức sau có nghĩa:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{86a}; & \text{b) } \sqrt{\frac{-10}{9}a}; \\ \text{c) } \sqrt{24 + 10a}; & \text{d) } \sqrt{17 - 5a}. \end{array}$$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 11. Với giá trị nào của x thì mỗi căn thức sau có nghĩa:

a) $\sqrt{\frac{15}{x-2}}$;

b) $\sqrt{\frac{-17}{12-x}}$;

c) $\sqrt{\frac{10-30x}{3x^2+1}}$;

d) $\sqrt{\frac{4x+2}{x^2+4x+5}}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 12. Với giá trị nào của x thì mỗi căn thức sau có nghĩa:

a) $\sqrt{\frac{1}{x+3}}$;

b) $\sqrt{\frac{-22}{5-x}}$;

c) $\sqrt{\frac{22-5x}{x^2+1}}$;

d) $\sqrt{\frac{x-2}{x^2+2x+3}}$.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 3. Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai

Sử dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0. \end{cases}$

❖ Ví dụ 13. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $3\sqrt{a^2}$ với $a \geq 0$;

b) $\sqrt{81a^2} + 9a$ với $a \leq 0$;

c) $\sqrt{25a^4} - 3a^2$;

d) $\sqrt{9a^6} - 2a^3$ với $a < 0$.

 **Lời giải.**

✧ **Ví dụ 14.** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $-2\sqrt{a^2}$ với $a \geq 0$;

b) $\sqrt{16a^2} + 4a$ với $a < 0$;

c) $\sqrt{a^4} - 4a^2$;

d) $\sqrt{a^6} + a^3$ với $a < 0$.

 **Lời giải.**

✧ **Ví dụ 15.** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{(a-4)^2}$ với $a \geq 4$;

b) $\sqrt{(5-a)^2} + 4a$ với $a < 5$;

c) $\sqrt{a^2 + 6a + 9}$ với $a \geq -3$;

d) $\sqrt{4a^2 - 4a + 1} + 2a$ với $a < \frac{1}{2}$.

 **Lời giải.**

✧ **Ví dụ 16.** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{(a-1)^2}$ với $a \geq 1$;

b) $\sqrt{(2-a)^2} + a$ với $a < 2$;

c) $\sqrt{a^2 + 2a + 1}$ với $a \geq -1$;

d) $\sqrt{9a^2 - 6a + 1} + 3a$ với $a < \frac{1}{3}$.

🗨️ Lời giải.

📁 Dạng 4. Phân tích đa thức thành nhân tử

Dùng kết quả Với $a \geq 0$ thì $a = (\sqrt{a})^2$.

🔗 Ví dụ 17. Phân tích đa thức thành nhân tử

- a) $x^2 - 7$; b) $4x^2 - 3$; c) $x^2 + 2\sqrt{7}x + 7$; d) $9x^2 + 6\sqrt{2}x + 2$.

🗨️ Lời giải.

🔗 Ví dụ 18. Phân tích đa thức thành nhân tử

- a) $x^2 - 3$; b) $9x^2 - 5$; c) $x^2 + 2\sqrt{2}x + 2$; d) $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3$.

🗨️ Lời giải.

📁 Dạng 5. Giải phương trình

B1. Tìm ĐKXD;

B2. Biến đổi về các phương trình đã biết cách giải;

B3. Kiểm tra điều kiện (nếu có) rồi kết luận.

Chú ý một số phép biến đổi sau:

$$\text{a) } A^2 = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = \pm B \end{cases};$$

$$\text{b) } \sqrt{A^2} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ |A| = B \end{cases};$$

$$\text{c) } \sqrt{A^2} = \sqrt{B^2} \Leftrightarrow |A| = |B| \Leftrightarrow A = \pm B.$$

❖ Ví dụ 19. Giải các phương trình sau:

$$\text{a) } x^2 - 5 = 0;$$

$$\text{b) } 4x^2 - 2 = 0;$$

$$\text{c) } x^2 + 2\sqrt{5}x + 5 = 0;$$

$$\text{d) } 4x^2 - 4\sqrt{2}x + 2 = 0.$$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 20. Giải các phương trình sau:

$$\text{a) } x^2 - 2 = 0;$$

$$\text{b) } 4x^2 - 3 = 0;$$

$$\text{c) } x^2 + 2\sqrt{3}x + 3 = 0;$$

$$\text{d) } x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0.$$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 21. Giải các phương trình sau:

$$\text{a) } \sqrt{x^2} = 8;$$

$$\text{b) } \sqrt{9x^2} = 10;$$

$$\text{c) } \sqrt{4x^2} - 19 = 0;$$

$$\text{d) } \sqrt{49x^2} = |-14|.$$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 22. Giải các phương trình sau:

- a) $\sqrt{x^2} = 3$;

c) $\sqrt{25x^2} - 125 = 0$;

b) $\sqrt{16x^2} = 1$;

d) $\sqrt{36x^2} = |-12|$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 23. Giải các phương trình sau:

- a) $\sqrt{(x-2)^2} = 3$;

c) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 1 - x$;

e) $x - 2\sqrt{x} + 1 = 0$;

b) $\sqrt{25 - 10x + x^2} = 1$;

d) $\sqrt{9x^2 - 6x + 1} = -x$;

f) $x - 2\sqrt{x} - 3 = 0$.

💬 Lời giải.

🔗 **Ví dụ 24.** Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{(x+1)^2} = 4;$

b) $\sqrt{9 - 6x + x^2} = 1$;

c) $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 2 - x$;

d) $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = x + 1$;

e) $x - 4\sqrt{x} + 4 = 0$;

f) $x - 4\sqrt{x} - 5 = 0$.

 Lời giải.

C-BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Tính

a) $\sqrt{225}$;

b) $\sqrt{(3,7)^2}$;

c) $\sqrt{\frac{324}{169}}$;

d) $\sqrt{-\left(\frac{-25}{361}\right)}$.

 **Lời giải.**

Bài 2. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{(3 + \sqrt{5})^2};$

b) $\sqrt{(\sqrt{7} - 3)^2};$

c) $\sqrt{14 - 2\sqrt{13}};$

d) $\sqrt{12 + 2\sqrt{11}}.$

 **Lời giải.**

Bài 3. Thực hiện phép tính:

a) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{625} - 5\sqrt{81};$

b) $(-35 : \sqrt{25} + \sqrt{4}) \cdot \sqrt{100};$

c) $\sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2} - \sqrt{5};$

d) $\sqrt{(5 + \sqrt{6})^2} - \sqrt{7 - 2\sqrt{6}}.$

 **Lời giải.**

Bài 4. Chứng minh

a) $(3 - \sqrt{11})^2 = 20 - 6\sqrt{11};$

b) $\sqrt{7} - \sqrt{11 - 4\sqrt{7}} = 2;$

c) $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = -2.$

 **Lời giải.**

Bài 5. Với giá trị nào của a thì mỗi căn thức sau có nghĩa:

a) $\sqrt{-2a}$;

b) $\sqrt{5a}$;

c) $\sqrt{9-2a}$;

d) $\sqrt{7+3a}$.

 **Lời giải.**

Bài 6. Với giá trị nào của x thì mỗi căn thức sau có nghĩa:

a) $\sqrt{\frac{1}{x+2}}$;

b) $\sqrt{\frac{7}{7-x}}$;

c) $\sqrt{\frac{1+3x}{x^2+2}}$;

d) $\sqrt{\frac{x-2}{x^2-2x+3}}$.

 **Lời giải.**

Bài 7. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $2\sqrt{a^2}$ với $a \geq 0$;

b) $\sqrt{9a^2} + 3a$ với $a < 0$;

c) $\sqrt{a^4} - a^2$;

d) $\sqrt{16a^6} - 4a^3$ với $a < 0$.

 **Lời giải.**

Bài 8. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{(a-2)^2}$ với $a \geq 2$;

b) $\sqrt{(1-a)^2} + a$ với $a < 1$;

c) $\sqrt{a^2 + 4a + 4}$ với $a \geq -2$;

d) $\sqrt{16a^2 - 8a + 1} + 4a$ với $a < \frac{1}{4}$.

 **Lời giải.**

Bài 9. Phân tích đa thức thành nhân tử:

a) $x^2 - 13$;

b) $4x^2 - 2$;

c) $x^2 + 2\sqrt{5}x + 5$;

d) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2$.

 **Lời giải.**

Bài 10. Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 2 = 0$;

b) $16x^2 - 7 = 0$;

c) $x^2 + 2\sqrt{13}x + 13 = 0$;

d) $4x^2 - 4\sqrt{3}x + 3 = 0$.

 **Lời giải.**

Bài 11. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2} = 3$;

b) $\sqrt{9x^2} = 5$;

c) $\sqrt{4x^2} - 5 = 0$;

d) $\sqrt{169x^2} = |-4|$;

 **Lời giải.**

Bài 12. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{(x+2)^2} = 2$;

b) $\sqrt{4-4x+x^2} = 3$;

c) $\sqrt{x^2-4x+4} = 3+x$;

d) $\sqrt{9x^2+6x+1} = x-1$.

 **Lời giải.**

BÀI 3. LIÊN HỆ GIỮA PHÉP NHÂN VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. **Định lý 3.1.** Với $a \geq 0, b \geq 0$, ta có: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

Ví dụ 1. $\sqrt{100 \cdot 49} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{49} = 10 \cdot 7 = 70$.

! Với $a_1 \geq 0, a_2 \geq 0, \dots, a_n \geq 0$, ta có: $\sqrt{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} = \sqrt{a_1} \cdot \sqrt{a_2} \cdot \dots \cdot \sqrt{a_n}$.

2. Áp dụng

2.1 Quy tắc khai phương một tích

Muốn khai phương một tích các số không âm, ta có thể khai phương từng thừa số rồi nhân các kết quả với nhau.

Ví dụ 2.

$$\sqrt{4 \cdot 9 \cdot 0,25} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{0,25} = 2 \cdot 3 \cdot 0,5 = 3.$$

$$\sqrt{27 \cdot 6 \cdot 2} = \sqrt{27 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} = \sqrt{81 \cdot 4} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{4} = 9 \cdot 2 = 18.$$

2.2 Quy tắc nhân các căn bậc hai

Muốn nhân các căn bậc hai của các số không âm, ta có thể nhân các số dưới dấu căn với nhau rồi khai phương kết quả đó

Ví dụ 3.

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{50} = \sqrt{2 \cdot 50} = \sqrt{100} = 10.$$

$$\sqrt{8,1} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{8,1 \cdot 10} = \sqrt{81} = 9.$$

! Với $A \geq 0, B \geq 0$, ta có $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$.

Với $A \geq 0$, ta có $(\sqrt{A})^2 = \sqrt{A^2} = A$.

Ví dụ 4.

$$\sqrt{0,25 \cdot a^2} = \sqrt{0,25} \sqrt{a^2} = 0,5 \cdot |a|.$$

$$\sqrt{2a} \cdot \sqrt{8a} = \sqrt{16a^2} = \sqrt{(4a)^2} = |2a| = 2a \text{ với } a \geq 0.$$

$$\sqrt{\frac{4}{9}a^4} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}a^2\right)^2} = \left|\frac{2}{3}a^2\right| = \frac{2}{3}a^2.$$

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Thực hiện phép tính

Áp dụng quy tắc khai phương một tích và quy tắc nhân các căn bậc hai để tính

Ví dụ 5. Áp dụng quy tắc khai phương một tích, hãy tính:

a) $\sqrt{36 \cdot 0,81}$;

b) $\sqrt{49 \cdot \frac{64}{625}}$;

c) $\sqrt{8 \cdot 11 \cdot 22}$;

d) $\sqrt{5^4 \cdot (-13)^2}$.

Lời giải.

❖ Ví dụ 6. Áp dụng quy tắc khai phương một tích, hãy tính:

a) $\sqrt{0,04 \cdot 256}$;

b) $\sqrt{4 \cdot \frac{144}{81}}$;

c) $\sqrt{7 \cdot 63}$;

d) $\sqrt{3^4 \cdot (-4)^2}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 7. Biến đổi biểu thức dưới dấu căn rồi tính:

a) $\sqrt{65^2 - 16^2}$;

b) $\sqrt{29^2 - 20^2}$;

c) $\sqrt{20^2 - 16^2}$;

d) $\sqrt{50^2 - 14^2}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 8. Biến đổi biểu thức dưới dấu căn rồi tính:

a) $\sqrt{10^2 - 6^2}$;

b) $\sqrt{26^2 - 10^2}$;

c) $\sqrt{17^2 - 8^2}$;

d) $\sqrt{25^2 - 24^2}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 9. Áp dụng quy tắc nhân các căn thức bậc hai, hãy tính:

a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{80}$;

b) $\sqrt{0,9} \cdot \sqrt{20} \cdot \sqrt{32}$;

c) $\sqrt{3,6} \cdot \sqrt{8,1}$;

d) $\sqrt{2,7} \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{0,5}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 10. Áp dụng quy tắc nhân các căn thức bậc hai, hãy tính:

a) $\sqrt{17} \cdot \sqrt{68}$;

b) $\sqrt{1,6} \cdot \sqrt{20} \cdot \sqrt{18}$;

c) $\sqrt{0,9} \cdot \sqrt{2,5}$;

d) $\sqrt{2,7} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{1,8}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 11. Tính giá trị biểu thức:

a) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{169} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{75}$;

b) $(\sqrt{27} - \sqrt{243} - \sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 12. Tính giá trị biểu thức:

a) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{49} + \sqrt{7} \cdot \sqrt{28}$;

b) $(\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32}) \cdot \sqrt{2}$.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 2. Rút gọn biểu thức

Áp dụng quy tắc khai phương một tích và quy tắc nhân các căn bậc hai để rút gọn.

❖ Ví dụ 13. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{0,81a^2}$ với $a \geq 0$;

b) $\sqrt{32 \cdot 50(3-a)^2}$ với $a \leq 3$;

c) $\sqrt{\frac{4}{9}a^4(a-5)^2}$ với $a < 5$;

d) $\frac{1}{a-3}\sqrt{4a^4(a-3)^2}$ với $a > 3$;

e) $\sqrt{2,25(9-6a+a^2)}$ với $a < 3$.

💬 Lời giải.

🔗 Ví dụ 14. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{1,44a^2}$ với $a < 0$;

b) $\sqrt{\frac{9}{25}a^4(a-1)^2}$ với $a < 1$;

c) $\sqrt{48 \cdot 27(2-a)^2}$ với $a \leq 2$;

d) $\frac{1}{a+1}\sqrt{4a^4(a+1)^2}$ với $a > -1$;

e) $\sqrt{a^2 + 2a + 1}$ với $a \geq -1$.

💬 Lời giải.

🔗 Ví dụ 15. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{3,6a} \cdot \sqrt{10a}$ với $a \geq 0$;

b) $\sqrt{-63a} \cdot \sqrt{-28a}$ với $a < 0$;

c) $\sqrt{14a} \cdot \sqrt{56a} - 19a$ với $a \geq 0$;

d) $\sqrt{7a} \cdot \sqrt{\frac{9}{28a}}$ với $a > 0$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 16. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{0,4a} \cdot \sqrt{40a}$ với $a \geq 0$;

b) $\sqrt{-27a} \cdot \sqrt{-3a}$ với $a < 0$;

c) $\sqrt{27a} \cdot \sqrt{75a} - 10a$ với $a \geq 0$;

d) $\sqrt{13a} \cdot \sqrt{\frac{1}{52a}}$ với $a > 0$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 17. Rút gọn rồi tìm giá trị của các căn thức sau:

a) $A = \sqrt{(4x^2 + 4x + 1)^2}$ tại $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$;

b) $B = \sqrt{\frac{4}{9}(x^2 - 4x + 4)^2}$ tại $x = -\sqrt{3}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 18. Rút gọn rồi tìm giá trị của các căn thức sau:

a) $C = \sqrt{(x^2 + 2x + 1)^2}$ tại $x = \sqrt{2}$;

b) $D = \sqrt{\frac{1}{16}(x^2 - 2x + 1)^2}$ tại $x = -\sqrt{3}$.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 3. Giải phương trình

- 🕒 Tìm Điều kiện xác định;
- 🕒 Áp dụng quy tắc khai phương một tích;
- 🕒 Chú ý một số biến đổi sau:

$$1) \sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases};$$

$$2) \sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} A \geq 0 \\ A = B \end{cases}.$$

❖ Ví dụ 19. Tìm x , biết:

a) $\sqrt{25x} = 10$;

b) $\sqrt{-6x} = \sqrt{5}$;

c) $\sqrt{16(x-5)} = 28$;

d) $\sqrt{9(3-x)^2} - 6 = 0$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 20. Tìm x , biết:

a) $\sqrt{4x} = 2$;

b) $\sqrt{-9x} = \sqrt{33}$;

c) $\sqrt{25(x-5)} = 5$;

d) $\sqrt{(2-x)^2} - 3 = 0$.

💬 Lời giải.

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ**Bài 1.** Áp dụng quy tắc khai phương một tích, hãy tính:

a) $\sqrt{121 \cdot 0,64}$;

b) $\sqrt{144 \cdot \frac{16}{169}}$;

c) $\sqrt{13 \cdot 52}$;

d) $\sqrt{7^4 \cdot (-12)^2}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Biến đổi các biểu thức dưới căn rồi tính:

a) $\sqrt{104^2 - 40^2}$;

b) $\sqrt{40^2 - 24^2}$;

c) $\sqrt{53^2 - 28^2}$;

d) $\sqrt{45^2 - 36^2}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Bài 3. Áp dụng quy tắc khai phương một tích, hãy tính:

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{75}$;

b) $\sqrt{3,6} \cdot \sqrt{50} \cdot \sqrt{5}$;

c) $\sqrt{4,9} \cdot \sqrt{3,6}$;

d) $\sqrt{4,8} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2,5}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Bài 4. Tính giá trị biểu thức:

a) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{49} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{125}$;

b) $(\sqrt{6} + \sqrt{96} - \sqrt{24}) \cdot \sqrt{6}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Bài 5. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{2,25a^2}$ với $a < 0$;

b) $\sqrt{a^4(a-2)^2}$ với $a < 2$;

c) $\sqrt{8 \cdot 32(2-a)^2}$ với $a \leq 2$

d) $\frac{1}{a+2}\sqrt{a^4(a+2)^2}$ với $a > -2$;

e) $\sqrt{6,25(a^2-4a+4)}$ với $a < 2$.

 **Lời giải.**

Bài 6. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{4,9a} \cdot \sqrt{10a}$ với $a \geq 0$;

b) $\sqrt{-2a} \cdot \sqrt{-8a}$ với $a < 0$;

c) $\sqrt{12a} \cdot \sqrt{27a} - 18a$ với $a \geq 0$;

d) $\sqrt{6a} \cdot \sqrt{\frac{25}{24a}}$ với $a > 0$.

 **Lời giải.**

Bài 7. Rút gọn rồi tìm giá trị các căn thức sau:

a) $\sqrt{(9x^2 + 6x + 1)^2}$ tại $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$;

b) $\sqrt{\frac{4}{25}(x^2 - 6x + 9)^2}$ tại $x = -\sqrt{5}$.

 **Lời giải.**

Bài 8. Tìm x , biết:

a) $\sqrt{81x} = 18$;

b) $\sqrt{-3x} = 27$;

c) $\sqrt{36(x-5)} = 24;$

d) $\sqrt{64(1-x)^2} - 8 = 0$.

 **Lời giải.**

Bài 9.

a) $\sqrt{x^2 - 4x + 7} = 5 - x;$

b) $\sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{2 - 2x}$.

 **Lời giải.**

BÀI 4. LIÊN HỆ GIỮA PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. **Định lý 4.1.** Với $a \geq 0, b > 0$, ta có: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Ví dụ 1. $\sqrt{\frac{100}{49}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{49}} = \frac{10}{7}$.

2. Áp dụng

2.1 Quy tắc khai phương một thương

Muốn khai phương một thương $\frac{a}{b}$, trong đó số a không âm và số b dương, ta có thể lần lượt khai phương số a và số b , rồi lấy kết quả thứ nhất chia cho kết quả thứ hai.

Ví dụ 2.

$$\sqrt{\frac{36}{121}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{121}} = \frac{6}{11};$$

$$\sqrt{\frac{16}{25} : \frac{4}{81}} = \sqrt{\frac{16}{25} : \frac{4}{81}} = \frac{4}{5} : \frac{2}{9} = \frac{18}{5};$$

$$\sqrt{0,0144} = \sqrt{\frac{144}{10000}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{10000}} = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}.$$

2.2 Quy tắc chia căn bậc 2

Muốn chia căn bậc hai của số a không âm cho số b dương, ta có thể chia số a cho số b rồi khai phương kết quả đó.

Ví dụ 3.

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{50}} = \sqrt{\frac{2}{50}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5};$$

$$\sqrt{1\frac{9}{16}} : \sqrt{\frac{81}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16} : \frac{81}{16}} = \sqrt{\frac{25}{81}} = \frac{5}{9}$$

$$\sqrt{8,1a} : \sqrt{10a} = \sqrt{(8,1a) : (10a)} = \sqrt{0,81} = 0,9 \text{ với } a > 0$$

! Với $A \geq 0, B > 0$, ta có $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Thực hiện phép tính

Áp dụng quy tắc khai phương một thương và quy tắc chia căn bậc hai để tính.

Ví dụ 4. Áp dụng quy tắc khai phương một thương, hãy tính:

a) $\sqrt{0,81 : 0,36}$;

b) $\sqrt{49 : \frac{64}{25}}$;

c) $\sqrt{\frac{49}{81}}$;

d) $\sqrt{1\frac{23}{121}}$.

🗨️ Lời giải.

🔗 Ví dụ 5. Áp dụng quy tắc khai phương một thương, hãy tính:

a) $\sqrt{0,04 : 2,56};$

b) $\sqrt{4 : \frac{64}{81}};$

c) $\sqrt{\frac{16}{25}};$

d) $\sqrt{1\frac{15}{49}}.$

🗨️ Lời giải.

🔗 Ví dụ 6. Biến đổi các biểu thức dưới dấu căn rồi tính:

a) $\sqrt{\frac{26^2 - 17^2}{688}};$

b) $\sqrt{\frac{7^2 - 3^2}{32}}.$

🗨️ Lời giải.

🔗 Ví dụ 7. Biến đổi các biểu thức dưới dấu căn rồi tính:

a) $\sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}};$

b) $\sqrt{\frac{125^2 - 61^2}{101^2 - 85^2}}.$

🗨️ Lời giải.

🔗 Ví dụ 8. Áp dụng quy tắc chia hai căn bậc hai, hãy tính:

a) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{150}};$

b) $\frac{\sqrt{12,1}}{\sqrt{22,5}};$

c) $\frac{\sqrt{170}}{\sqrt{1,7}};$

d) $\frac{\sqrt{12^3}}{\sqrt{3^3 \cdot 2^2}}.$

💬 Lời giải.

🔗 Ví dụ 9. Áp dụng quy tắc chia hai căn bậc hai, hãy tính:

a) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{80}};$

b) $\frac{\sqrt{0,03}}{\sqrt{0,27}};$

c) $\frac{\sqrt{470}}{\sqrt{4,7}};$

d) $\frac{\sqrt{10^5}}{\sqrt{2^3 \cdot 5}}.$

💬 Lời giải.

🔗 Ví dụ 10. Tính giá trị biểu thức

a) $\frac{\sqrt{16,9}}{\sqrt{2,5}} - \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}};$

b) $\left(\frac{1}{3}\sqrt{27} - \sqrt{18} - \sqrt{3}\right) : \sqrt{3}.$

💬 Lời giải.

🔗 Ví dụ 11. Tính giá trị biểu thức

a) $\sqrt{\frac{49}{16}} + \frac{\sqrt{2,8}}{\sqrt{0,7}};$

b) $(\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32}) : \sqrt{2}.$

💬 Lời giải.

📁 Dạng 2. Rút gọn biểu thức

Áp dụng quy tắc khai phương một thương và quy tắc chia hai căn thức bậc hai để rút gọn.

🔗 Ví dụ 12. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{\frac{9a^2}{16}}$ với $a \leq 0$;

b) $\sqrt{\frac{(a-5)^2}{a^4}}$ với $a \geq 5$;

c) $\frac{\sqrt{243a}}{\sqrt{3a}}$ với $a > 0$;

d) $\frac{\sqrt{32(3-a)^4}}{\sqrt{50(a-3)^2}}$ với $a < 3$.

 **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 13.** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{\frac{25a^2}{49}}$ với $a \leq 0$;

b) $\sqrt{\frac{(a+3)^2}{a^4}}$ với $a \leq -3$;

c) $\frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{50a}}$ với $a > 0$;

d) $\frac{\sqrt{27(1-a)^2}}{\sqrt{48(a-1)^4}}$ với $a < 1$.

 **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 14.** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{\frac{81}{a^2}}$ với $a > 0$;

b) $\sqrt{\frac{16}{49(a-3)^2}}$ với $a < 3$;

c) $\sqrt{\frac{16a^2}{(a-1)^2}}$ với $a > 1$;

d) $\sqrt{\frac{52a^2}{117(2-a)^4}}$ với $a < 0$;

e) $\sqrt{\frac{16}{9-6a+a^2}}$ với $a < 3$;

f) $\sqrt{\frac{4a^2-4a+1}{a^2+2a+1}}$ với $a \geq \frac{1}{2}$.

 **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 15.** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{\frac{49}{a^2}}$ với $a > 0$;

b) $\sqrt{\frac{9}{4(a+2)^2}}$ với $a < -2$;

c) $\sqrt{\frac{4a^2}{25(a+1)^2}}$ với $a > 0$;

d) $\sqrt{\frac{27a^2}{12(1-a)^4}}$ với $a < 0$;

e) $\sqrt{\frac{25}{4-4a+a^2}}$ với $a < 2$;

f) $\sqrt{\frac{a^2-2a+1}{a^2+2a+1}}$ với $a \geq 1$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Giải phương trình

Áp dụng quy tắc khai phương một thương.

❖ Ví dụ 16. Tìm x , biết:

a) $\sqrt{3} \cdot x - \sqrt{27} = 0$;

b) $x\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{27} - \sqrt{12}$;

c) $\sqrt{5} \cdot x^2 - \sqrt{45} = 0$;

d) $\frac{x^2}{\sqrt{11}} - \sqrt{99} = 0$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 17. Tìm x , biết:

a) $\sqrt{2} \cdot x - \sqrt{8} = 0$;

b) $x\sqrt{5} - \sqrt{5} = \sqrt{80} - \sqrt{125}$;

c) $\sqrt{7} \cdot x^2 - \sqrt{28} = 0$;

d) $\frac{x^2}{\sqrt{3}} - \sqrt{12} = 0$.

 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 18. Giải phương trình:

$$\text{a) } \sqrt{\frac{3x-1}{x+3}} = 3;$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt{x+3}} = 3;$$

$$\text{c) } \sqrt{16x^2 - 25} = \sqrt{4x - 5};$$

$$\text{d) } \sqrt{16x^2 - 25} = \sqrt{4x + 5}.$$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 19. Giải phương trình:

$$\text{a) } \sqrt{\frac{2x-1}{2-x}} = 2;$$

$$\text{b) } \sqrt{x^2 - 9} = 2\sqrt{x - 3};$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt{2x-1}}{\sqrt{2-x}} = 2;$$

$$\text{d) } \sqrt{x^2 - 9} = 2\sqrt{x + 3}.$$

💬 Lời giải.

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Áp dụng quy tắc khai phương một thương, hãy tính:

a) $\sqrt{0,09 : 1,44}$;

b) $\sqrt{36 : \frac{225}{256}}$;

c) $\sqrt{\frac{9}{16}}$;

d) $\sqrt{3\frac{6}{25}}$.

 **Lời giải.**

Bài 2. Biến đổi các biểu thức dưới dấu căn rồi tính:

a) $\sqrt{\frac{27^2 - 9^2}{50}}$;

b) $\sqrt{\frac{143^2 - 53^2}{173^2 - 83^2}}$.

 **Lời giải.**

Bài 3. Áp dụng quy tắc chia căn bậc hai, hãy tính:

a) $\frac{\sqrt{63}}{\sqrt{448}}$;

b) $\frac{\sqrt{44,1}}{\sqrt{16,9}}$;

c) $\frac{\sqrt{190}}{\sqrt{1,9}}$;

d) $\frac{\sqrt{14^5}}{\sqrt{2 \cdot 7^3}}$.

 **Lời giải.**

Bài 4. Tính giá trị biểu thức:

a) $\sqrt{\frac{243}{75}} + \frac{\sqrt{52,9}}{\sqrt{28,9}};$

b) $(\sqrt{125} + \sqrt{5} - \sqrt{75}) : \sqrt{5}.$

 **Lời giải.**

Bài 5. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{\frac{64a^2}{25}}$ với $a < 0$;

b) $\sqrt{\frac{(a-2)^2}{4a^4}}$ với $a \geq 2$;

c) $\frac{\sqrt{15a}}{\sqrt{735a}}$ với $a > 0$;

d) $\frac{\sqrt{2(4-a)^2}}{\sqrt{18(a-4)^4}}$ với $a < 4$.

 **Lời giải.**

Bài 6. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{\frac{144}{a^2}}$ với $a > 0$;

b) $\sqrt{\frac{121}{81(a-1)^2}}$ với $a < 1$;

c) $\sqrt{\frac{49a^2}{(a-2)^2}}$ với $a > 2$;

d) $\sqrt{\frac{27a^2}{48(3-a)^4}}$ với $a < 0$;

e) $\sqrt{\frac{169}{1-2a+a^2}}$ với $a < 1$;

f) $\sqrt{\frac{a^2+4a+4}{a^2-2a+1}}$ với $a > 1$.

 **Lời giải.**

Bài 7. Tìm x , biết:

a) $\sqrt{13} \cdot x - \sqrt{52} = 0$;

b) $x \cdot \sqrt{7} - \sqrt{28} = \sqrt{63}$;

c) $\sqrt{6} \cdot x^2 - \sqrt{96} = 0$;

d) $\frac{x^2}{\sqrt{5}} - \sqrt{125} = 0$;

 **Lời giải.**

Bài 8. Giải phương trình

a) $\sqrt{\frac{x-1}{2x+1}} = 1;$

b) $\sqrt{4x^2 - 1} = \sqrt{2x - 1}$;

c) $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{2x+1}} = 1;$

d) $\sqrt{4x^2 - 1} = \sqrt{2x + 1}$.

 **Lời giải.**

BÀI 5. BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

Tổng quát: Với hai biểu thức A và B , ta có $\sqrt{A^2B} = |A|B = \begin{cases} A\sqrt{B} & \text{khi } A \geq 0, B \geq 0 \\ -A\sqrt{B} & \text{khi } A < 0, B \geq 0. \end{cases}$

🔗 Ví dụ 1.

$$\begin{aligned}\sqrt{7^2 \cdot 5} &= 7\sqrt{5}; \\ \sqrt{16 \cdot 3} &= \sqrt{4^2 \cdot 3} = 4\sqrt{3}; \\ \sqrt{75} &= \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = 5\sqrt{3}; \\ \sqrt{4x^2y} &= \sqrt{(2x)^2y} = |2x| \cdot \sqrt{y} \quad \text{v\u00f6i} \quad x \geq 0, y \geq 0.\end{aligned}$$

2. Đưa thừa số vào trong dấu căn

Tổng quát: Với hai biểu thức A và B , ta có $A\sqrt{B} = \begin{cases} \sqrt{A^2B} & \text{khi } A \geq 0, B \geq 0 \\ -\sqrt{A^2B} & \text{khi } A < 0, B \geq 0. \end{cases}$

🔗 Ví dụ 2.

$$\begin{aligned} 2\sqrt{3} &= \sqrt{2^2 \cdot 3} = \sqrt{12}; \\ -3\sqrt{13} &= -\sqrt{3^2 \cdot 13} = -\sqrt{117}; \\ a\sqrt{3a} &= \sqrt{a^2 \cdot 3a} = \sqrt{3a^2} \quad \text{với } a \geq 0; \\ -2a^2\sqrt{5} &= -\sqrt{(2a)^2 \cdot 5} = -\sqrt{20a^4}. \end{aligned}$$

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Đưa thừa số ra ngoài hoặc vào trong dấu căn

Sử dụng các kiến thức sau

- Cách đưa thừa số ra ngoài dấu căn $\sqrt{A^2B} = |A|B = \begin{cases} A\sqrt{B} & \text{khi } A \geq 0, B \geq 0 \\ -A\sqrt{B} & \text{khi } A < 0, B \geq 0. \end{cases}$

- Cách đưa thừa số vào trong dấu căn $A\sqrt{B} = \begin{cases} \sqrt{A^2B} & \text{khi } A \geq 0, B \geq 0 \\ -\sqrt{A^2B} & \text{khi } A < 0, B \geq 0. \end{cases}$

Bài 1. Viết các số hoặc biểu thức dưới dấu căn thành dạng tích rồi đưa thừa số ra ngoài dấu căn:

a) $\sqrt{148}$;

b) $-0,2\sqrt{125};$

c) $\sqrt{80a^2}$ với $a \geq 0$;

d) $\sqrt{15 \cdot 12a^2}$ với $a < 0$.

 **Lời giải.**

Bài 2. Viết các số hoặc biểu thức dưới dấu căn thành dạng tích rồi đưa thừa số ra ngoài dấu căn:

a) $\sqrt{175}$.

b) $-1,5\sqrt{125}$.

c) $\sqrt{80a^2}$ với $a \geq 0$.

d) $\sqrt{6,42a^2}$ với $a < 0$.

 **Lời giải.**

Bài 3. Đưa thừa số vào trong dấu căn:

a) $8\sqrt{7}$;

b) $-\frac{5}{3}\sqrt{\frac{27}{125}}$;

c) $a\sqrt{\frac{13}{a}}$ với $a > 0$;

d) $\frac{3}{a}\sqrt{\frac{-6a}{5}}$ với $a < 0$.

 **Lời giải.**

Bài 4. Đưa thừa số vào trong dấu căn:

a) $3\sqrt{5}$;

b) $-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{24}{49}}$;

c) $a^2\sqrt{\frac{11}{a}}$ với $a > 0$;

d) $\frac{1}{2a}\sqrt{\frac{a}{-8}}$ với $a < 0$.

 **Lời giải.**

Dạng 2. So sánh các căn bậc hai

Đưa thừa số ra ngoài hoặc vào trong dấu căn để đánh giá.

Bài 5.

a) $3\sqrt{5}$ và $2\sqrt{13}$;

b) $2\sqrt{3}$ và 4;

c) $\frac{6}{7}\sqrt{7}$ và $\frac{7}{6}\sqrt{6}$;

d) $\frac{1}{2}\sqrt{6}$ và $6\sqrt{\frac{1}{2}}$.

 Lời giải.

Bài 6.

a) $\sqrt{31}$ và $2\sqrt{8}$;

b) $3\sqrt{5}$ và 7;

c) $\frac{5}{2}\sqrt{4}$ và $\frac{4}{5}\sqrt{5}$;

d) $\frac{1}{3}\sqrt{5}$ và $5\sqrt{\frac{1}{3}}$.

 Lời giải.

Dạng 3. Rút gọn biểu thức chứa căn thức bậc hai

Đưa thừa số ra ngoài hoặc vào trong dấu căn rồi rút gọn.

Bài 7. Rút gọn các biểu thức sau với $x \geq 0$:

a) $A = \sqrt{\frac{x}{4}} + \sqrt{\frac{4x}{25}} + \sqrt{\frac{9x}{49}}$;

b) $B = \sqrt{2x} - 3\sqrt{32x} + \sqrt{8x}$.

 **Lời giải.**

Bài 8. Rút gọn các biểu thức sau với $x \geq 0$:

a) $C = \sqrt{\frac{25x}{3}} + \sqrt{\frac{x}{27}} - \sqrt{\frac{4x}{243}}$;

b) $D = 6\sqrt{5x} - \sqrt{125x} + \sqrt{3125x}$.

 **Lời giải.**

Bài 9. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $E = 2\sqrt{9x} - 3\sqrt{\frac{4x}{81}} - \frac{2}{x}\sqrt{\frac{x^3}{16}}$ với $x > 0$;

b) $F = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + 3x + 2$ với $x \geq 2$.

 **Lời giải.**

Bài 10. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $G = \sqrt{x} - 3\sqrt{\frac{4x}{9}} - \frac{8}{x}\sqrt{\frac{x^3}{4}}$ với $x > 0$;

b) $H = \sqrt{x^2 + 2x + 1} - x + 1$ với $x \geq -1$.

 **Lời giải.**

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 11. Viết các số hoặc biểu thức dưới dấu căn thành dạng tích rồi đưa thừa số ra ngoài dấu căn:

a) $\sqrt{72}$.

b) $-2,5\sqrt{112}$.

c) $\sqrt{72a^2}$ với $a \geq 0$.

d) $\sqrt{6 \cdot 30a^2}$ với $a < 0$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 12. Đưa thừa số vào trong dấu căn:

a) $4\sqrt{3}$;

b) $-\frac{1}{4}\sqrt{\frac{32}{25}}$;

c) $a\sqrt{\frac{1}{2a}}$ với $a \geq 0$;

d) $\frac{5}{3a} \cdot \sqrt{\frac{-12a}{125}}$ với $a < 0$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 13. Rút gọn các biểu thức sau với $x \geq 0$:

a) $2\sqrt{5}$ và $\sqrt{19}$;

b) $4\sqrt{5}$ và 9 ;

c) $\frac{1}{3}\sqrt{51}$ và $\frac{1}{5}\sqrt{50}$;

d) $\frac{23}{9}\sqrt{3}$ và $3\sqrt{\frac{23}{9}}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 14. Rút gọn các biểu thức sau với $x \geq 0$:

a) $A = \sqrt{x} + \sqrt{4x} - \sqrt{9x} - 3$;

b) $B = \sqrt{2x} - 3\sqrt{2x} + \sqrt{8x}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

Bài 15. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $G = \sqrt{\frac{x}{25}} - \frac{12}{3}\sqrt{\frac{81x}{144}} - \frac{1}{x^2}\sqrt{x^4}$ với $x > 0$;

b) $H = \sqrt{x^2 - 6x + 9} - x - 3$ với $x \geq 3$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI 6. BIẾN ĐỔI BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI (TIẾP THEO)

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Khử mẫu của biểu thức chứa căn

Với hai biểu thức A, B mà $A \cdot B \geq 0$ và $B \neq 0$, ta có $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A \cdot B}}{|B|}$.

❖ Ví dụ 1.

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{5}{7}} &= \sqrt{\frac{5 \cdot 7}{7 \cdot 7}} = \frac{\sqrt{35}}{7} = \frac{\sqrt{35}}{7}; \\ \sqrt{\frac{2a}{3b}} &= \frac{\sqrt{2a \cdot 3b}}{|3b|} = \frac{\sqrt{6ab}}{3|b|} \quad \text{với } ab \geq 0 \quad \text{và } b \neq 0; \\ \sqrt{\frac{2}{125a^3}} &= \frac{\sqrt{2 \cdot 125a^3}}{|125a^3|} = \frac{5a\sqrt{10a}}{125a^3} = \frac{\sqrt{10a}}{25a^2} \quad \text{với } a > 0.\end{aligned}$$

Trục căn thức ở mẫu

- Với các biểu thức A, B mà $B > 0$, ta có $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$.
- Với các biểu thức A, B, C mà $A \geq 0$ và $A \neq B^2$, ta có $\frac{C}{\sqrt{A} \pm B} = \frac{C(\sqrt{A} \mp B)}{A - B^2}$.
- Với các biểu thức A, B, C mà $A \geq 0, B \geq 0$ và $A \neq B$, ta có $\frac{C}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B}$.

❖ Ví dụ 2.

$$\begin{aligned}\frac{4}{\sqrt{3}} &= \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}; \\ \frac{5}{\sqrt{3} - 2} &= \frac{5(\sqrt{3} + 2)}{(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)} = \frac{5(\sqrt{3} + 2)}{-1} = -5(\sqrt{3} + 2); \\ \frac{6}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} &= \frac{6(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})} = 3(\sqrt{5} + \sqrt{3}).\end{aligned}$$

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Khử mẫu của biểu thức lấy căn

Cách khử mẫu của biểu thức lấy căn như sau: $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A \cdot B}}{|B|}$ với $A \cdot B \geq 0$ và $B \neq 0$.

Bài 1. Khử mẫu của biểu thức lấy căn:

a) $\sqrt{\frac{3}{125}};$

b) $-\sqrt{\frac{(\sqrt{3} - 2)^2}{27}};$

c) $\sqrt{\frac{x^3}{36y}}$ với $x \geq 0, y > 0$;

d) $-\frac{x}{y}\sqrt{\frac{y}{x^3}}$ với $xy > 0$.

 **Lời giải.**

Bài 2. Khử mẫu của biểu thức lấy căn:

a) $\sqrt{\frac{2}{27}}$;

b) $-\sqrt{\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{54}}$;

c) $\sqrt{\frac{4x^3}{49y}}$ với $x \geq 0, y > 0$;

d) $\frac{2x}{y}\sqrt{\frac{y^3}{x}}$ với $xy > 0$.

 **Lời giải.**

Bài 3. Khử mẫu của biểu thức lấy căn;

a) $xy\sqrt{\frac{-x}{y}}$ với $x < 0, y > 0$;

b) $\sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}}$ với $x > 0$;

c) $2xy\sqrt{\frac{-3}{xy}}$ với $xy < 0$;

d) $\frac{1}{2xy}\sqrt{\frac{xy}{7}}$ với $xy > 0$.

 **Lời giải.**

Bài 4. Khử mẫu của biểu thức lấy căn:

a) $\frac{1}{2}xy\sqrt{-\frac{x}{y}}$ với $x < 0, y > 0$;

b) $\sqrt{\frac{1}{x^4} + \frac{1}{x}}$ với $x > 0$;

c) $-2xy\sqrt{\frac{51}{9xy}}$ với $xy > 0$;

d) $\frac{1}{xy}\sqrt{\frac{6xy}{27}}$ với $xy > 0$.

 **Lời giải.**

Dạng 2. Trục căn thức ở mẫu

Cách trục căn thức ở mẫu như sau:

- Với các biểu thức A, B mà $B > 0$, ta có: $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$.

- Với các biểu thức A, B, C mà $A \geq 0$ và $A \neq B$, ta có: $\frac{C}{\sqrt{A} \pm B} = \frac{C(\sqrt{A} \mp B)}{A - B^2}$.

- Với các biểu thức A, B, C mà $A \geq 0, B \geq 0$ và $A \neq B$, ta có: $\frac{C}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B}$.

Bài 5. Trục căn thức ở mẫu:

a) $\frac{5}{\sqrt{75}}$;

b) $\frac{-3}{2 - \sqrt{10}}$;

c) $\frac{\sqrt{2} + 2}{3 + \sqrt{2}}$;

d) $\frac{5}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$.

🗨️ Lời giải.

Bài 6. Trục căn thức ở mẫu:

a) $\frac{3}{\sqrt{20}};$

b) $\frac{-5}{1 - \sqrt{6}};$

c) $\frac{\sqrt{11} - 2}{4 - \sqrt{11}};$

d) $\frac{-16}{\sqrt{19} - \sqrt{3}}.$

🗨️ Lời giải.

Bài 7. Trục căn thức ở mẫu (với giả thiết các biểu thức đều vô nghĩa)

a) $\frac{3}{2\sqrt{9a}};$

b) $\frac{2}{\sqrt{a} + \sqrt{2b}};$

c) $\frac{-2ab}{\sqrt{a} - \sqrt{b}};$

d) $\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}.$

🗨️ Lời giải.

Bài 8. Trục căn thức ở mẫu (với giả thiết các biểu thức đều có nghĩa)

a) $\frac{1}{2\sqrt{a}};$

b) $\frac{25}{\sqrt{a} - \sqrt{b}};$

c) $\frac{-ab}{\sqrt{a} - \sqrt{b}};$

d) $\frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{q} - 1}.$

 **Lời giải.**

Dạng 3. Thực hiện phép tính

Khử mẫu của biểu thức lấy căn hoặc trục căn thức ở mẫu để tính toán.

Bài 9. Rút gọn biểu thức sau:

a) $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{2} - 1};$

b) $\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3} - 1} - 2\sqrt{3}.$

 **Lời giải.**

Bài 10. Trục căn thức ở mẫu và thực hiện phép tính:

a) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+1} - \frac{1}{\sqrt{2}-1};$

b) $\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}+1} + \sqrt{3}.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 11. Khử mẫu của biểu thức lấy căn:

a) $\sqrt{\frac{5}{98}};$

b) $-\sqrt{\frac{(\sqrt{5}-2)^2}{50}};$

c) $\sqrt{\frac{x}{64y^3}}$ với $x \geq 0, y > 0;$

d) $\frac{x}{y}\sqrt{\frac{y}{x}}$ với $x > 0, y > 0.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 12. Khử mẫu của biểu thức lấy căn:

a) $xy\sqrt{\frac{-x}{y}}$ với $x < 0, y > 0;$

b) $\sqrt{\frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^2}}$ với $x \neq 0;$

c) $xy\sqrt{\frac{1}{-xy}}$ với $xy < 0;$

d) $\frac{1}{-2xy}\sqrt{\frac{xy}{9}}$ với $xy > 0.$

 **Lời giải.**

Bài 13. Trục căn thức ở mẫu:

a) $\frac{13}{\sqrt{18}};$

b) $\frac{-1}{2 - \sqrt{3}};$

c) $\frac{\sqrt{13} - 3}{3 - \sqrt{13}};$

d) $\frac{-7}{\sqrt{10} - \sqrt{3}}.$

 **Lời giải.**

Bài 14. Trục căn thức ở mẫu (với giả thiết các biểu thức đều có nghĩa)

a) $\frac{1}{\sqrt{8a}};$

b) $\frac{1}{\sqrt{3a} - \sqrt{b}};$

c) $\frac{-3ab}{\sqrt{4a} + \sqrt{b}};$

d) $\frac{a + \sqrt{a^3}}{\sqrt{a} - 1}.$

 **Lời giải.**

Bài 15. Trục căn thức ở mẫu và thực hiện phép tính:

a) $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{7}};$

$$\text{b) } \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}.$$

 **Lời giải.**

BÀI 7. RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Để rút gọn biểu thức có chứa căn thức bậc hai, ta cần vận dụng thích hợp các phép tính và các phép biến đổi đã biết.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai

Để rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai, ta thường sử dụng linh hoạt các phép biến đổi như:

- ✔ Đưa thừa số ra ngoài hoặc vào trong căn.
- ✔ Trục căn thức ở mẫu.
- ✔ Quy đồng mẫu thức.

🔗 **Ví dụ 1.** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = 4\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - \sqrt{5}.$

b) $B = \sqrt{80} + \sqrt{45} - \sqrt{5}$.

c) $C = \frac{5}{\sqrt{10}} + 3,5 \cdot \sqrt{40}.$

d) $D = \frac{1}{\sqrt{5}} + \sqrt{20}$.

e) $E = \sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{90}$.

f) $F = \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{18}$.

g) $G = \frac{2}{\sqrt{2}-1} + \sqrt{8}..$

$$\text{h) } H = \frac{1}{\sqrt{3}-2} + \frac{\sqrt{300}}{10} - \sqrt{12}.$$

 Lời giải.

❖ Ví dụ 2. Rút gọn biểu thức sau:

a) $A = 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - \sqrt{2}$.

b) $B = \sqrt{18} + \sqrt{32} - \sqrt{2}$.

c) $C = \frac{1}{\sqrt{2}} + 2\sqrt{18}$.

d) $D = \frac{2}{\sqrt{3}} - \sqrt{27}$.

e) $E = \sqrt{\frac{5}{3}} + \sqrt{60}$.

f) $F = \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{24}$.

g) $G = \frac{2}{(\sqrt{5} + 2)} + \sqrt{45}$.

h) $H = \frac{4}{2 - \sqrt{3}} - \sqrt{48}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 3. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = 4\sqrt{x} + 2\sqrt{x^2} - \sqrt{16x}$ với $x \geq 0$.

b) $B = \sqrt{25x + 25} - \sqrt{9x + 9} + \sqrt{4x + 4}$ với $x \geq -1$.

c) $C = \frac{x^2 - x}{x - 1}$ với $x \neq 1$.

d) $D = \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}$ với $a \geq 0$ và $a \neq 1$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 4. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = 2\sqrt{x} - 3\sqrt{x} - \sqrt{25x}$ với $x \geq 0$.

b) $B = \sqrt{25x - 25} - \sqrt{9x - 9} + \sqrt{4x - 4}$ với $x \geq 1$.

c) $C = \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$ với $x \neq 2$.

d) $D = \frac{a - 2\sqrt{a}}{\sqrt{a} - 2}$ với $a \geq 0$; $a \neq 4$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 5. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

b) $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1$.

c) $C = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$ với $x > 0; x \neq 1$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 6. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \frac{x-9}{2\sqrt{x}+6}$ với $x \geq 0$.

b) $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

c) $C = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \right) \cdot \left(\frac{x-9}{2\sqrt{x}+6} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 7. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x > 0$.

$$\text{b) } B = \left(\frac{\sqrt{x} + 2}{x + \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \text{ với } x > 0.$$

$$\text{c) } C = \frac{3\sqrt{x} - 1}{x - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \text{ với } x \geq 0, x \neq 1.$$

$$\text{d) } ! D = \left(\frac{3\sqrt{x} - 1}{x - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(\frac{1}{x + \sqrt{x}} \right) \text{ với } x > 0, x \neq 1.$$

 **Lời giải.**

◀▶ **Ví dụ 8.** Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 4} + \frac{4}{\sqrt{x} - 4} \text{ với } x \geq 0, x \neq 16.$$

$$\text{b) } B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 4} + \frac{4}{\sqrt{x} - 4} \right) : \frac{x + 16}{\sqrt{x} + 4} \text{ với } x \geq 0, x \neq 16.$$

$$\text{c) } C = \frac{2}{x - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \text{ với } x \geq 0, x \neq 1.$$

$$\text{d) } D = \left(\frac{2}{x - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \text{ với } x > 0, x \neq 1.$$

 **Lời giải.**

◀▶ **Ví dụ 9.** Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \frac{x}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} - 2x}{x - \sqrt{x}} \text{ với } x > 0, x \neq 1.$$

$$\text{b) } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5} \text{ với } x \geq 0, x \neq 25.$$

 **Lời giải.**

✧ **Ví dụ 10.** Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } C = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \text{ với } x > 0.$$

$$\text{b) } D = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{4-6\sqrt{x}}{1-x} \text{ với } x \geq 0, x \neq 1.$$

 **Lời giải.**

Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức khi biết giá trị của biến

Thực hiện theo bốn bước:

- ✔ Tìm điều kiện xác định của biểu thức (nếu cần);
- ✔ Rút gọn biểu thức (nếu cần);
- ✔ Rút gọn giá trị của biến (nếu cần);
- ✔ Kiểm tra điều kiện, thay giá trị của biến vào biểu thức đã thu gọn và tính kết quả.

✧ **Ví dụ 11.** Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$. Tính giá trị của biểu thức A khi

$$\text{a) } x = 4;$$

$$\text{b) } x = (1 - \sqrt{2})^2;$$

$$\text{c) } x = 3 - 2\sqrt{2}.$$

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 12.** Cho biểu thức $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$. Tính giá trị của biểu thức A khi

a) $x = 9$;

b) $x = (1 + \sqrt{3})^2$;

c) $x = 4 + 2\sqrt{3}$.

💬 **Lời giải.**

Dạng 3. Tìm giá trị của biến để biểu thức đã cho thỏa mãn một điều kiện có dạng phương trình hoặc bất phương trình

Thực hiện theo bốn bước:

- ✔ Tìm điều kiện của biểu thức (nếu cần);
- ✔ Rút gọn biểu thức (nếu cần);
- ✔ Sử dụng biểu thức (đã rút gọn), kết hợp với giả thiết để tìm ra kết quả;
- ✔ Kiểm tra điều kiện, kết luận.

❖ **Ví dụ 13.** Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$. Tìm x để $A = 2$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 14.** Cho biểu thức $B = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$. Tìm x để $B = 2$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 15.** Cho biểu thức $A = \frac{x + 2}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$. Tìm x để $A = 3$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 16.** Cho biểu thức $B = \frac{x + 4}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$. Tìm x để $B = 4$.

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 17. Giải các bất phương trình sau:

a) $\sqrt{x} + 1 > 3;$

b) $\frac{\sqrt{x} + 2}{2} > 2;$

c) $\frac{1}{\sqrt{x} - 1} < 0;$

d) $\frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} > 1.$

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 18. Giải các bất phương trình sau:

a) $\sqrt{x} + 2 > 3;$

b) $\frac{\sqrt{x} + 5}{2} > 3;$

c) $\frac{-1}{\sqrt{x} - 5} < 0;$

d) $\frac{2\sqrt{x} - 11}{\sqrt{x} - 5} < 2.$

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 19. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} + 2$. Tìm x để $A \geq 3$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

✎ **Ví dụ 20.** Cho biểu thức $B = \sqrt{x} + 5$. Tìm x để $B \geq 6$.

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 4. So sánh biểu thức với một số

Để so sánh một biểu thức A với một số a , thực hiện theo ba bước:

- 📌 Tìm điều kiện của biểu thức A (nếu cần);
- 📌 Rút gọn biểu thức A (nếu cần);
- 📌 Ta xét hiệu $A - a$, kết hợp với điều kiện của A để xét dấu của hiệu này, từ đó đi đến kết quả của phép so sánh.

✎ **Ví dụ 21.** Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}}$. Hãy so sánh A với 1.

💬 **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 22.** Cho biểu thức $B = \frac{2\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}}$. Hãy so sánh B với 2.

💬 **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 23.** Cho hai biểu thức $A = \frac{-2}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$. So sánh $\frac{B}{A}$ với 1.

💬 **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 24.** Cho hai biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{2\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$. So sánh $\frac{B}{A}$ với 1.

💬 **Lời giải.**

Dạng 5. Tìm giá trị nguyên của biến để biểu thức nhận giá trị nguyên

Thực hiện theo năm bước:

- ✔ Tìm điều kiện của biểu thức (nếu cần);
- ✔ Rút gọn biểu thức (nếu cần);
- ✔ Đưa biểu thức đã rút gọn về dạng biểu thức chỉ chứa ẩn ở mẫu;
- ✔ Lập luận biểu thức là số nguyên thì mẫu là số nguyên và là ước của tử, từ đó tìm các giá trị của biến;
- ✔ Kết hợp điều kiện để suy ra các giá trị cần tìm của ẩn.

❖ Ví dụ 25. Tìm x nguyên để các biểu thức sau có giá trị nguyên:

a) $A = \frac{4}{x+1}$;

b) $B = \frac{4}{\sqrt{x} + 1}$;

c) $C = 1 + \frac{-4}{\sqrt{x} + 1};$

d) $D = \frac{x+2}{x+1}$;

e) $E = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1};$

f) $F = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$.

 **Lời giải.**

✧ Ví dụ 26. Tìm x nguyên để các biểu thức sau có giá trị nguyên:

a) $A = \frac{1}{x};$

b) $B = \frac{1}{\sqrt{x}};$

c) $C = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}};$

d) $D = \frac{x+3}{x+1};$

e) $E = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}};$

f) $F = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}.$

💬 Lời giải.

Dạng 6. Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai và câu hỏi phụ

Tổng hợp các kiến thức ở trên.

✧ Ví dụ 27. Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3}{\sqrt{x}+3} \right) : \left(\frac{x+9}{2\sqrt{x}+6} \right)$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

- Rút gọn biểu thức A .
- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.
- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 11 + 6\sqrt{2}$.
- Tìm x để $A = 2$.

 Lời giải.

✧ Ví dụ 28. Cho biểu thức $B = \frac{x - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$.

- Rút gọn biểu thức B .

- b) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 1$.
- c) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 3 + 2\sqrt{2}$.
- d) Tìm x để $B = 1$.

 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 29.** Cho hai biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$ và $B = \frac{1}{x-1}$ ($x > 0; x \neq 1$)

- a) Rút gọn biểu thức A .
- b) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.
- c) Tìm x để $A = 0$.
- d) Tìm x nguyên để $C = A \cdot B$ có giá trị nguyên.

 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 30.** Cho hai biểu thức $A = \frac{7}{\sqrt{x}+8}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

- a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.
- b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.
- c) Tìm x nguyên để biểu thức $P = AB$ nguyên.

 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 31.** Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(\frac{2}{x - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \right)$ với $x > 0; x \neq 1$.

- Rút gọn biểu thức A .
- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.
- Tìm x để $A = 2$.
- So sánh biểu thức A với 2.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 32.** Cho biểu thức $A = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}}$ với $x > 0$.

- Tính giá trị của A khi $x = 64$.
- Rút gọn biểu thức B .
- Tìm x để $\frac{A}{B} > 1$.

💬 **Lời giải.**

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ**Bài 1.** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = 6\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - \sqrt{5}.$

b) $B = \sqrt{180} - \sqrt{20} - \sqrt{5}.$

c) $C = \frac{3}{\sqrt{10}} + \sqrt{40}.$

d) $D = \frac{2}{\sqrt{5}} - \sqrt{20}.$

e) $E = \sqrt{\frac{5}{4}} + \sqrt{20}.$

f) $F = \sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{27}.$

g) $G = \frac{1}{\sqrt{2}-1} + 2\sqrt{8}.$

h) $H = \frac{3}{\sqrt{5}-2} + \frac{\sqrt{500}}{10} - \sqrt{20}.$

Lời giải.**Bài 2.** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = 2\sqrt{x} + 3\sqrt{x^2} - \sqrt{16x}$ với $x \geq 0.$

b) $B = \sqrt{25x-25} - \sqrt{9x-9} + \sqrt{4x-4}$ với $x \geq 1.$

c) $C = \frac{x^2+x}{x+1}$ với $x \geq 1.$

d) $D = \frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}$ với $a \geq 0.$

Lời giải.

Bài 3. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \frac{3}{\sqrt{x}+1} + \frac{6}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

b) $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{x+\sqrt{x}}$ với $x > 0$.

c) $C = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{x+\sqrt{x}} \right) \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{x}+1} + \frac{6}{x-1} \right)$ với $x > 0; x \neq 1$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \frac{x}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+2x}{x+\sqrt{x}}$ với $x > 0$.

b) $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} + \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5}$ với $x \geq 0; x \neq 25$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$ với $x > 0$. Tính giá trị của biểu thức A khi

a) $x = 4$;

b) $x = (3 - \sqrt{2})^2$;

c) $x = 11 - 6\sqrt{2}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$. Tìm x để $A = 1$.

 **Lời giải.**

Bài 7. Giải các bất phương trình sau:

a) $\sqrt{x} + 1 > 4;$

b) $\frac{\sqrt{x} + 3}{2} > 3;$

c) $\frac{1}{\sqrt{x} - 2} < 0;$

d) $\frac{2\sqrt{x} - 3}{2\sqrt{x} - 4} > 1.$

 **Lời giải.**

Bài 8. Tìm x nguyên để các biểu thức sau có giá trị nguyên:

a) $A = \frac{4}{x + 1};$

b) $B = \frac{2}{\sqrt{x} + 1};$

c) $C = 1 + \frac{2}{\sqrt{x} + 1}.$

 **Lời giải.**

Bài 9. Cho biểu thức $A = \frac{x}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 2x}{x + \sqrt{x}}$ với $x > 0$.

- a) Tính giá trị của A khi $x = 4$.
- b) Tính giá trị của A khi $x = (2 - \sqrt{3})^2$.
- c) Tính giá trị của A khi $x = 7 - 2\sqrt{3}$.
- d) Tìm x để $A = 2$.
- e) Tìm x để $A > 1$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI 8. CĂN BẬC BA

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- ☑ Căn bậc ba của số thực a là số thực x sao cho $x^3 = a$, ký hiệu là $\sqrt[3]{a}$.
 - ⚠ Mọi số thực a đều có duy nhất một căn bậc ba.
 - Căn bậc ba của số dương là số dương, của số âm là số âm, của 0 là 0.
- ☑ Các công thức liên quan đến căn bậc ba
 - a) $A < B \Leftrightarrow \sqrt[3]{A} < \sqrt[3]{B}$;
 - b) $\sqrt[3]{A} = \sqrt[3]{B} \Leftrightarrow A = B$;
 - c) $\sqrt[3]{AB} = \sqrt[3]{A} \cdot \sqrt[3]{B}$;
 - d) $\sqrt[3]{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt[3]{A}}{\sqrt[3]{B}}$ với $B \neq 0$.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

 **Dạng 1. Rút gọn biểu thức chứa căn bậc ba**

Áp dụng công thức $\sqrt[3]{a^3} = a$ và kết hợp với các hằng đẳng thức.
Một số lập phương của các số đơn giản:

a	2	3	4	5	6	7	8	9
a^3	8	27	64	125	216	343	512	729

🔗 **Ví dụ 1.** Hãy tính:

- a) $\sqrt[3]{3^3}$;
- b) $\sqrt[3]{27}$;
- c) $\sqrt[3]{\frac{1}{5^3}}$;
- d) $\sqrt[3]{\frac{1}{125}}$;
- e) $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{625}}$;
- f) $\frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{27}}$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 2.** Hãy tính:

- a) $\sqrt[3]{5^3}$;
- b) $\sqrt[3]{125}$;
- c) $\sqrt[3]{\frac{3^3}{5^3}}$;
- d) $\sqrt[3]{\frac{27}{125}}$;
- e) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$;
- f) $\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{125}}$.

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 3. Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } A = 2\sqrt[3]{2^3} + \sqrt[3]{4^3} + 3\sqrt[3]{3^3};$$

$$\text{b) } B = \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{27};$$

$$\text{c) } C = \frac{1}{\sqrt[3]{5^3}} + \frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{3^3}};$$

$$\text{d) } D = \sqrt[3]{\frac{1}{125}} + \sqrt[3]{\frac{8}{27}};$$

$$\text{e) } E = \sqrt[3]{4^3} \cdot \sqrt[3]{3^3} - \frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{5^3}};$$

$$\text{f) } F = \sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{27} - \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{125}}.$$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 4. Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } A = \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{-125} + \sqrt[3]{-27};$$

$$\text{b) } B = 3\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{\frac{1}{343}} + 3\sqrt[3]{-8};$$

$$\text{c) } C = 2\sqrt[3]{-3^3} \cdot \sqrt[3]{6^3} - \frac{1}{\sqrt[3]{4^3}};$$

$$\text{d) } D = 2\sqrt[3]{-27} \cdot \sqrt[3]{216} - \frac{1}{\sqrt[3]{64}}.$$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 5. Rút gọn biểu thức:

$$\text{a) } A = \sqrt[3]{8a^3};$$

$$\text{b) } B = \sqrt[3]{-64a^3};$$

$$\text{c) } C = \frac{\sqrt[3]{a^3}}{\sqrt[3]{27}};$$

$$\text{d) } D = \sqrt[3]{-27a^3};$$

$$\text{e) } E = \sqrt[3]{-\frac{a^3}{64}};$$

$$\text{f) } F = -2\sqrt[3]{27a^3}.$$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 6. Rút gọn biểu thức:

a) $A = \sqrt[3]{64a^3};$

b) $B = \sqrt[3]{27a^3};$

c) $C = \frac{\sqrt[3]{a^3}}{\sqrt[3]{8}};$

d) $D = \sqrt[3]{125a^3};$

e) $E = \sqrt[3]{-\frac{a^3}{125}};$

f) $F = 2\sqrt[3]{27a^3}.$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 7. Rút gọn biểu thức:

a) $A = \sqrt[3]{(x-1)^3};$

b) $B = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 3x - 1};$

c) $C = \sqrt[3]{(2x-1)^3};$

d) $D = \sqrt[3]{8x^3 - 12x^2 + 6x - 1}.$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 8. Rút gọn biểu thức:

a) $A = \sqrt[3]{(x+1)^3};$

b) $B = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 3x + 1};$

c) $C = \sqrt[3]{(2x+1)^3};$

d) $D = \sqrt[3]{8x^3 + 12x^2 + 6x + 1}.$

💬 Lời giải.

📁 Dạng 2. So sánh các căn bậc ba

Để so sánh các căn bậc ba ta chú ý:

a) $\sqrt[3]{A} < \sqrt[3]{B} \Leftrightarrow A < B;$

b) $\sqrt[3]{A} > \sqrt[3]{B} \Leftrightarrow A > B;$

c) $\sqrt[3]{A} \leq \sqrt[3]{B} \Leftrightarrow A \leq B$

d) $\sqrt[3]{A} \geq \sqrt[3]{B} \Leftrightarrow A \geq B$

❖ Ví dụ 9. So sánh các cặp số sau:

a) $\sqrt[3]{27}$ và $\sqrt[3]{216};$

b) 4 và $\sqrt[3]{27};$

c) $2\sqrt[3]{3}$ và $\sqrt[3]{23};$

d) 5 và $\sqrt[3]{125};$

💬 Lời giải.

⇨ **Ví dụ 10.** So sánh các cặp số sau:

a) $\sqrt[3]{343}$ và $\sqrt[3]{512}$;

b) $\sqrt[3]{-343}$ và $\sqrt[3]{-125}$;

c) 7 và $2\sqrt[3]{43}$;

d) $2\sqrt[3]{3}$ và $3\sqrt[3]{2}$;

💬 **Lời giải.**

Dạng 3. Tìm điều kiện của biến để biểu thức thỏa mãn điều kiện có dạng phương trình hoặc bất phương trình

Áp dụng:

a) $\sqrt[3]{A} < \sqrt[3]{B} \Leftrightarrow A < B$;

b) $\sqrt[3]{A} > \sqrt[3]{B} \Leftrightarrow A > B$;

c) $\sqrt[3]{A} \leq \sqrt[3]{B} \Leftrightarrow A \leq B$

d) $\sqrt[3]{A} \geq \sqrt[3]{B} \Leftrightarrow A \geq B$

e) $\sqrt[3]{A} = \sqrt[3]{B} \Leftrightarrow A = B$

⇨ **Ví dụ 11.** Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt[3]{(x-1)^3} = 2$;

b) $\sqrt[3]{(2x-1)^3} = 5$;

c) $\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} = 2$;

d) $\sqrt[3]{8x^3 - 12x^2 + 6x - 1} - 5 = 0$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 12.** Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt[3]{(x+1)^3} = 2$;

b) $\sqrt[3]{(2x+1)^3} = 5$;

c) $\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} = 2$;

d) $\sqrt[3]{8x^3 + 12x^2 + 6x + 1} - 5 = 0$.

💬 **Lời giải.**

◀ Ví dụ 13. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt[3]{x-1} = 2;$

b) $\sqrt[3]{x+1} = x+1.$

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 14. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt[3]{x-1} = 1;$

b) $\sqrt[3]{x-1} = x-1.$

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 15. Giải các bất phương trình sau:

a) $\sqrt[3]{(x+1)^3} > 2;$

b) $\sqrt[3]{2x+1} > \sqrt[3]{x+2};$

c) $\sqrt[3]{1-x} \geq 3;$

d) $\sqrt[3]{x^3+3x^2+3x+1} < 2.$

💬 Lời giải.

🔹 Ví dụ 16. Giải các bất phương trình sau:

a) $\sqrt[3]{(x+1)^3} > 1$;

b) $\sqrt[3]{2x+3} > \sqrt[3]{x+2}$;

c) $\sqrt[3]{x-1} \geq 3$;

d) $\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} < 2$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Hãy tính:

a) $\sqrt[3]{6^3}$;

b) $\sqrt[3]{216}$;

c) $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{16}}$;

d) $\sqrt[3]{\frac{1}{343}}$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Thực hiện các phép tính sau:

a) $A = -\sqrt[3]{27} + 2\sqrt[3]{8} - 3\sqrt[3]{64}$;

b) $B = -\sqrt[3]{\frac{1}{8}} - \sqrt[3]{\frac{1}{27}} - \sqrt[3]{\frac{1}{64}}$.

💬 Lời giải.

.....

.....

Bài 3. So sánh các cặp số sau:

a) $\sqrt[3]{-8}$ và $\sqrt[3]{-27}$;

b) $\sqrt[3]{\frac{1}{64}}$ và $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$;

c) $\sqrt[3]{343}$ và 7;

d) $\sqrt[3]{23}$ và 6.

💬 Lời giải.

Bài 4. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt[3]{-8a^3};$

b) $\sqrt[3]{64a^3};$

c) $\frac{\sqrt[3]{a^3}}{\sqrt[3]{-27}};$

d) $\sqrt[3]{27a^3};$

e) $\sqrt[3]{\frac{a^3}{64}};$

f) $-3\sqrt[3]{27a^3}.$

 **Lời giải.**

Bài 5. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt[3]{(2x-3)^3};$

b) $B = \sqrt[3]{(3x+1)^3};$

 **Lời giải.**

Bài 6. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt[3]{(x-3)^3} = 2;$

b) $\sqrt[3]{x^3 - 6x^2 + 12x - 8} = 2.$

 **Lời giải.**

Bài 7. Giải các bất phương trình sau:

a) $\sqrt[3]{(x+1)^3} < 2;$

b) $\sqrt[3]{2x+1} < \sqrt[3]{x+2};$

c) $\sqrt[3]{1-x} < 2;$

d) $\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} < 2x - 3.$

 **Lời giải.**

BÀI 9. ÔN TẬP CHƯƠNG 1

Bài 1. Tính giá trị của các biểu thức sau

a) $3\sqrt{16} + 10\sqrt{9} - 19\sqrt{4}$.

b) $2 \cdot \sqrt{0,25} + 5 \cdot \sqrt{0,36}$.

c) $\frac{2}{3}\sqrt{9} - \frac{3}{2}\sqrt{16} + 13$.

d) $27\sqrt{\frac{4}{9}} - 50 \cdot \sqrt{\frac{-1}{-4}} + \sqrt{36}$.

 **Lời giải.**

Bài 2. Tính giá trị của các biểu thức sau

a) $0,5\sqrt{36} - 2\sqrt{81}$.

b) $10 \cdot \sqrt{1,21} + 5 \cdot \sqrt{1,44}$.

c) $\frac{1}{4}\sqrt{16} - \frac{2}{5}\sqrt{25}$.

d) $9 \cdot \sqrt{\frac{25}{9}} - \frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{16}{9}} - 19$.

 **Lời giải.**

Bài 3. Rút gọn các biểu thức sau

a) $27\sqrt{a^2} - 6a$ với $a \geq 0$.

b) $5\sqrt{36a^2} - 2\sqrt{81a^2}$ với $a \geq 0$.

c) $19\sqrt{(a-2)^2} - 19a$ với $a \geq 2$.

d) $\sqrt{1-8a+16a^2}$ với $a \leq \frac{1}{4}$.

 **Lời giải.**

Bài 4. Rút gọn các biểu thức sau

a) $3\sqrt{a^2} - 3a$ với $a \geq 0$.

b) $5\sqrt{16a^2} - 2\sqrt{9a^2}$ với $a \geq 0$.

c) $\sqrt{(a+1)^2}$ với $a \geq -1$.

d) $\sqrt{a^2 - 10a + 25}$ với $a < 5$.

 **Lời giải.**

Bài 5. Cho biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}-1}$, $B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}$ và $P = \frac{A}{B}$ với $x > 0$, $x \neq 1$, $x \neq \frac{1}{4}$.

a) Rút gọn và tính giá trị của P khi $x = 4$.

b) So sánh P với 0.

c) Tìm x nguyên để P nhận giá trị nguyên.

 **Lời giải.**

Bài 6. Cho biểu thức $M = \left(\frac{1}{x-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{x-2\sqrt{x}+1}$ với $x > 0$, $x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức M .

b) So sánh M với 1.

c) Tìm x nguyên để M nhận giá trị nguyên.

🗨️ Lời giải.

Bài 7. Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 5}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x} + 5} + \frac{20 - 2\sqrt{x}}{x - 25}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 25$.

a) Tính giá trị của A khi $x = 9$.

b) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x} - 5}$.

🗨️ Lời giải.

Bài 8. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$ khi $x = 9$.

🗨️ Lời giải.

Bài 9. Cho biểu thức $P = \left(\frac{x+1}{x+\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0$, $x \neq 1$.

a) Chứng minh $P = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$.

b) Tìm giá trị của x để $2P = 1$.

🗨️ Lời giải.

Bài 10. Cho hai biểu thức $A = \frac{7}{\sqrt{x}+8}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.
- Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.
- Tìm x nguyên để biểu thức $P = A \cdot B$ nhận giá trị là số nguyên.
- Tìm các số thực x để biểu thức $P = A \cdot B$ nhận giá trị là số nguyên.

 **Lời giải.**

Bài 11. Cho biểu thức $P = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-2}{x+\sqrt{x}+1}$.

- Rút gọn P .
- Tìm các giá trị nguyên của x để P là một số nguyên.

 Lời giải.

Bài 12. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} + 2}$ và $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 4} + \frac{4}{\sqrt{x} - 4} \right) : \frac{x + 16}{\sqrt{x} + 2}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 16$.

- Tính giá trị biểu thức A khi $x = 36$.
- Rút gọn biểu thức B .
- Với các biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức $B(A - 1)$ là số nguyên.

 Lời giải.

Bài 13. Cho biểu thức $M = \left(\frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 1$.

- Rút gọn M .
- Tìm các giá trị nguyên của x để M nhận giá trị nguyên.

 **Lời giải.**

Bài 14. Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} - 1)^2}$.

- Rút gọn A .
- Tìm x để $A < 0$.

 **Lời giải.**

Bài 15. Cho biểu thức $M = \frac{1}{\sqrt{x}-3} - \frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \frac{x+9}{x-9}$.

- a) Tìm điều kiện của x để biểu thức M có nghĩa. Rút gọn biểu thức M .

b) Tìm các giá trị của x để $M > 0$.

 **Lời giải.**

Bài 16. Cho hai biểu thức $A = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}}$ với $x > 0$.

a) Tính giá trị của A khi $x = 64$.

b) Rút gọn biểu thức B .

c) Tìm x để $\frac{A}{B} > \frac{3}{2}$.

 **Lời giải.**

Bài 17. Cho biểu thức $Q = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{5\sqrt{x} - 2}{x - 4}$ với $x > 0, x \neq 4$.

a) Rút gọn biểu thức Q .

b) Tính giá trị của biểu thức Q khi $x = 9$.

 **Lời giải.**

Bài 18. Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right)$.

a) Tìm a để biểu thức P có nghĩa.

b) Rút gọn P .

c) Tìm a để $P > \frac{1}{6}$.

 **Lời giải.**

Bài 19. Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{x-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{x-2\sqrt{x}+1}$ với $x > 0, x \neq 1$.

a) Rút gọn A .

b) Tìm x để A bằng -1 .

c) So sánh A với 1 .

d) Tìm x để $A < 0$.

 Lời giải.

Bài 20. Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} + \frac{2 + 5\sqrt{x}}{4 - x}$.

- Tìm điều kiện của x để P có nghĩa.
- Rút gọn P .
- Tìm giá trị của x để $P = 2$.
- Tìm x để P nhận giá trị nguyên.

 Lời giải.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

HÀM SỐ BẬC NHẤT

BÀI 1. NHẮC LẠI VÀ BỔ TÚC KHÁI NIỆM HÀM SỐ

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

a) Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x , ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của x , và x được gọi là biến số.

❖ Ví dụ 1. Ta có $y = 2x + 1$ là hàm số của y theo biến x .

b) Hàm số có thể được cho bằng bảng hoặc công thức,...

c) Khi hàm số được cho bằng công thức $y = f(x)$ cần hiểu rằng biến số x chỉ lấy những giá trị mà tại đó $f(x)$ xác định.

d) Khi y là hàm số của x , ta có thể viết $y = f(x)$, $y = g(x)$,...

e) Khi x thay đổi mà y luôn nhận một giá trị không đổi thì hàm số y được gọi là hàm hằng.

f) Đồ thị của hàm số $y = f(x)$:

(a) Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng $(x; f(x))$ trong mặt phẳng tọa độ được gọi là đồ thị của hàm số $y = f(x)$.

(b) Tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(x)$: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi giá trị x thuộc $\mathbb{R}$.

i. Nếu giá trị của biến x tăng lên mà giá trị tương ứng $f(x)$ cũng tăng lên thì hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Tức là: Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) < f(x_2)$ với mọi x_1, x_2 thuộc $\mathbb{R}$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

ii. Nếu giá trị của biến x tăng lên mà giá trị tương ứng $f(x)$ giảm đi thì hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Tức là: Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) > f(x_2)$ với mọi x_1, x_2 thuộc $\mathbb{R}$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính giá trị của hàm số tại một điểm

Thay mỗi giá trị của x vào hàm số $y = f(x)$ ta tìm được giá trị y tương ứng.

❖ Ví dụ 2. Cho hàm số $y = f(x) = 2x$. Tính: $f(-2)$; $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$; $f(2)$..

💬 Lời giải.

◀▶ **Ví dụ 3.** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x}{x+1}$. Tính: $f(-5)$; $f(-4)$; $f(0)$; $f(1)$; $f(4)$..

💬 **Lời giải.**

◀▶ **Ví dụ 4.** Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{x+1} - 1$. Tính: $f(0)$; $f\left(\frac{1}{2}\right)$; $f(1)$; $f\left(\frac{3}{2}\right)$; $f(2)$; $f\left(\frac{5}{2}\right)$.

💬 **Lời giải.**

◀▶ **Ví dụ 5.**

- Cho hàm số $y = f(x) = 2x$. Tính: $f(-2)$; $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$; $f(2)$; $f(a)$; $f(a+1)$..
- Cho hàm số $y = g(x) = 2x + 1$. Tính: $g(-2)$; $g(-1)$; $g(0)$; $g(1)$; $g(2)$; $g(a)$; $g(a+1)$..
- Có nhận xét gì về giá trị của hai hàm số ở trên khi biến x lấy cùng một giá trị?.

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 2. Tìm điều kiện xác định của hàm số

- a) Hàm số dạng phân thức $y = \frac{A(x)}{B(x)}$ xác định (hoặc có nghĩa) khi và chỉ khi $B(x) \neq 0$.
- b) Hàm số dạng căn thức $y = \sqrt{A(x)}$ xác định (hoặc có nghĩa) khi và chỉ khi $A(x) \geq 0$. Tổng quát: Các hàm số chứa căn bậc chẵn thì điều kiện xác định hay điều kiện có nghĩa của hàm số là biểu thức trong căn bậc chẵn phải không âm.

🔗 **Ví dụ 6.** Tìm điều kiện xác định của mỗi hàm số sau:

a) $y = 2x + 1$;

b) $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$;

c) $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$;

d) $y = \frac{1}{x-1} + \sqrt{x-2}$.

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 7.** Tìm điều kiện xác định của mỗi hàm số sau:

a) $y = 2x - 1$;

$$\text{b) } y = \frac{x+1}{x-1};$$

c) $y = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$;

d) $y = \frac{1}{x-1} + \sqrt{2x-4}$.

 **Lời giải.**

Dạng 3. Biểu diễn các điểm trong mặt phẳng tọa độ Oxy

❖ **Ví dụ 8.** Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = 2x + 1$.

$$A(1; 3), B(0; 1), C(4; 9), D(1; 2), E\left(\frac{1}{3}; 6\right).$$

💬 Lời giải.

💠 Ví dụ 9. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = 2x$.

$$A(1; 2), B(0; 1), C(4; 2), D(-1; 2), E\left(4; \frac{1}{2}\right).$$

💬 Lời giải.

💠 Ví dụ 10. Cho các điểm $A(0; 1)$, $B(2; -1)$, $C(-2; 4)$, $D(1; 3)$.

- Biểu diễn các điểm A , B , C , D trên mặt phẳng tọa độ Oxy .
- Trong các điểm A , B , C , D điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = 2x + 1$.

💬 Lời giải.

💠 Ví dụ 11. Cho các điểm $M(0; 1)$, $N(2; 2)$, $P(-2; 3)$, $Q(1; 4)$.

- Biểu diễn các điểm M , N , P , Q trên mặt phẳng tọa độ Oxy .
- Trong các điểm M , N , P , Q điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x}{2} + 1$.

💬 Lời giải.

❖ **Ví dụ 12.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ với tọa độ các đỉnh $A(-2; 2)$, $B(-2; 0)$, $C(3; 0)$, $D(1; 2)$.

- Vẽ hình thang $ABCD$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy .
- Tính diện tích hình thang $ABCD$.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 13.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với tọa độ các đỉnh $A(-2; 2)$, $B(-3; 0)$, $C(3; 0)$.

- Vẽ tam giác ABC trong mặt phẳng tọa độ Oxy .
- Tính diện tích tam giác ABC .

 **Lời giải.**

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho hàm số $y = f(x) = 2x + 5$. Tính $f(-2)$; $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$; $f(2)$.

 **Lời giải.**

Bài 2. Tìm điều kiện xác định của mỗi hàm số sau:

a) $y = 5x + 6$;

b) $y = \frac{2x + 1}{2x - 1}$;

c) $y = \frac{\sqrt{2x + 1}}{2x - 1}$;

d) $y = \frac{1}{x - 3} + \sqrt{x - 1}$.

 **Lời giải.**

Bài 3. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = x + 1$.

$$A(1; 0), B(0; 1), C(4; -3), D(-1; 2), E\left(\frac{1}{2}; 6\right).$$

 **Lời giải.**

Bài 4. Cho các điểm $A(0; -1)$, $B(2; 3)$, $C(-2; 4)$, $D(1; -1)$.

a) Biểu diễn các điểm A , B , C , D trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

b) Trong các điểm A , B , C , D điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = 2x - 1$.

 Lời giải.

Bài 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với tọa độ các đỉnh $A(2; 2)$, $B(3; 0)$, $C(7; 0)$.

- Vẽ tam giác ABC trong mặt phẳng tọa độ Oxy .
- Tính diện tích tam giác ABC .

 Lời giải.

BÀI 2. HÀM SỐ BẬC NHẤT

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

↻ **Định nghĩa 2.1.** Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức $y = ax + b$ trong đó a, b là các hằng số cho trước và $a \neq 0$.

⚠ Khi $b = 0$, hàm số có dạng $y = ax$ là hàm số biểu thị sự tương quan tỉ lệ thuận.

2. Tính chất

Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ xác định với mọi giá trị của x thuộc $\mathbb{R}$ và có chất sau:

- ✔ Đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 0$.
- ✔ Nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $a < 0$.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

📁 Dạng 1. Nhận dạng hàm số bậc nhất

Hàm số $y = ax + b$ là hàm số bậc nhất hi và chỉ khi $a \neq 0$.

↻ **Ví dụ 1.** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số bậc nhất? Hãy chỉ rõ các hệ số a và b trong trường hợp đó là hàm số bậc nhất.

- a) $y = 5x - 1$;
- b) $y = -2,5x$;
- c) $y = 3(x - 2) + 1$;
- d) $y = 2x^2 - 5$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↻ **Ví dụ 2.** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số bậc nhất? Hãy chỉ rõ các hệ số a và b trong trường hợp đó là hàm số bậc nhất.

- a) $y = 1 - 5x$;
- b) $y = 0,5x$;
- c) $y = -\frac{1}{2}(x - 6) + 1$;
- d) $y = x^2 + \sqrt{5}$.

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 3. Tìm các giá trị của tham số m để các hàm số sau là hàm số bậc nhất:

a) $y = mx + 1$;

b) $y = mx + \sqrt{m+1}$;

c) $y = m(x-1) + 3$;

d) $y = (m^2 - m)x^2 + mx + 8$.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 4. Tìm các giá trị của tham số m để các hàm số sau là hàm số bậc nhất:

a) $y = mx$;

b) $y = \frac{m}{2}x + \sqrt{m+1}$;

c) $y = m(x-1) + 3 + m$;

d) $y = (m^2 + m)x^2 + mx + 8$.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 5. Chứng minh rằng các hàm số sau là hàm số bậc nhất với mọi giá trị của tham số m :

a) $y = (m^2 + 1)x + 1$;

b) $y = \sqrt{m^2 + 1}(x-1)$.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 6. Chứng minh rằng các hàm số sau là hàm số bậc nhất với mọi giá trị của tham số m :

a) $y = 2(m^2 + 1)x + 1;$

b) $y = \sqrt{m^2 + 1}(x - 2).$

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

Dạng 2. Tìm hàm số bậc nhất thỏa mãn yêu cầu cho trước

💡 Ví dụ 7. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + 1$. Tìm hệ số a , biết rằng khi $x = 1$ thì $y = 2$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

💡 Ví dụ 8. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + 1$. Tìm hệ số a , biết rằng khi $x = 1$ thì $y = 3$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

💡 Ví dụ 9. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Tìm hệ số a, b biết rằng khi $x = 1$ thì $y = 2$; khi $x = 2$ thì $y = 5$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

💡 Ví dụ 10. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Tìm hệ số a, b biết rằng khi $x = 1$ thì $y = 2$; khi $x = -2$ thì $y = -1$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

💡 Ví dụ 11. Cho hàm số $y = (m - 1)x + 1 - 4m^2$.

- Tìm m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất.
- Tìm m để đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 12.** Cho hàm số $y = (m + 1)x + 9m^2 - 1$.

- Tìm m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất.
- Tìm m để đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 3. Biểu diễn tọa độ các điểm trong mặt phẳng tọa độ

Để biểu diễn tọa độ điểm $M(x_0; y_0)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ta làm như sau:

- 🕒 Vẽ đường thẳng song song với trục Oy tại điểm có hoành độ $x = x_0$;
- 🕒 Vẽ đường thẳng song song với trục Ox tại điểm có tung độ $y = y_0$;
- 🕒 Giao điểm của hai đường thẳng vẽ ở trên chính là tọa độ của điểm $M(x_0; y_0)$.

❖ **Ví dụ 13.** Tìm trên mặt phẳng tọa độ tất cả các điểm

- Có tung độ bằng 0;
- Có hoành độ bằng 0;
- Có hoành độ bằng 3;
- Có hoành độ bằng 2;
- Có tung độ bằng hai lần hoành độ;
- Có hoành độ bằng hai lần tung độ.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 14.** Tìm trên mặt phẳng tọa độ tất cả các điểm:

- Có tung độ bằng 2.
- Có hoành độ bằng 1.
- Có hoành độ và tung độ bằng nhau.
- Có hoành độ và tung độ đối nhau.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 Ví dụ 15. Tìm khoảng cách giữa hai điểm trong mặt phẳng tọa độ, biết rằng:

- a) $A(1; 1)$ và $B(6; 4)$.
- b) $M(-1; 1)$ và $N(-2; 2)$.
- c) $P(x_1; y_1)$ và $Q(x_2; y_2)$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 Ví dụ 16. Tìm khoảng cách giữa hai điểm trong mặt phẳng tọa độ, biết rằng:

- a) $A(2; 2)$ và $B(6; 4)$.
- b) $M(-1; 1)$ và $N(3; 2)$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

📁 Dạng 4. Kiểm tra tính đồng biến, nghịch biến của hàm số

Xét hàm số bậc nhất $y = ax + b(a \neq 0)$

- ✔ Khi $a > 0$, hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- ✔ Khi $a < 0$, hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

🔗 Ví dụ 17. Các hàm số bậc nhất dưới đây đồng biến hay nghịch biến? Vì sao?

- a) $y = 1 - 5x$
- b) $y = 2x + 1$
- c) $y = (\sqrt{3} - 1)x + 1$
- d) $y = (1 - \sqrt{2})x + \sqrt{3}$

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 18. Các hàm số bậc nhất dưới đây đồng biến hay nghịch biến? Vì sao?

a) $y = -2x + 1$

b) $y = x + 1$

c) $y = (\sqrt{3} + 1)x + 1$

d) $y = (1 - \sqrt{2})x$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 19. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số:

a) $y = (m - 1)x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

b) $y = (1 - m)x + 1 + m$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 20. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số:

a) $y = (m + 1)x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

b) $y = (2 - m)x + 1 + m$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

💬 Lời giải.

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào làm hàm số bậc nhất? Hãy chỉ rõ các hệ số a và b trong trường hợp đó là hàm số bậc nhất.

a) $y = x - 1$

b) $y = 2,5x$

c) $y = 2(x - 1) + 1$

d) $y = x^2 - x - 4$

💬 Lời giải.

Bài 2. Tìm các giá trị của tham số m để các hàm số sau là hàm số bậc nhất:

a) $y = mx - 1$

b) $y = mx - \sqrt{m+2}$

c) $y = m(x - 2)$

d) $y = (m^2 - 2m)x^2 + mx + 1$

 **Lời giải.**

Bài 3. Chứng minh rằng các hàm số sau là hàm số bậc nhất với mọi giá trị của tham số m .

a) $y = (3m^2 + 1)x$

b) $y = \sqrt{2m^2 + 1}(x - 2)$

 **Lời giải.**

Bài 4. Cho hàm số bậc nhất $y = 2ax + 1$. Tìm hệ số a , biết rằng khi $x = 1$ thì $y = 2$

 **Lời giải.**

Bài 5. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Tìm hệ số a, b biết rằng khi $x = 1$ thì $y = 2$; khi $x = 2$ thì $y = 6$.

 **Lời giải.**

Bài 6. Cho hàm số $y = (m + 1)x + m^2 - 16$

- Tìm m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất.
- Tìm m để hàm số đi qua gốc tọa độ.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

Bài 7. Tìm khoảng cách giữa hai điểm trong mặt phẳng tọa độ, biết rằng:

- $A(1; 1)$ và $B(1; 4)$
- $M(1; 2)$ và $N(4; 2)$
- $P(a; b)$ và $Q(c; d)$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 8. Tìm khoảng cách giữa hai điểm trong mặt phẳng tọa độ, biết rằng:

- $A(-2; 1)$ và $B(6; 2)$
- $M(2; 1)$ và $N(4; 2)$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

Bài 9. Các hàm số bậc nhất dưới đây đồng biến hay nghịch biến? Vì sao?

- $y = 2x - 1$
- $y = -x + 10$
- $y = (\sqrt{3} - \frac{1}{2})x + 1$
- $y = (1 - \sqrt{3})x + \sqrt{3}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 10. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số:

- a) $y = (2m - 1)x + 10$ đồng biến trên $\mathbb{R}$
- b) $(1 + m)x + 1 + m$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

BÀI 3. ĐỒ THỊ HÀM SỐ $Y = AX + B$ ($A \neq 0$)

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

a) Đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng

- ☑ Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b ;
- ☑ Song song với đường thẳng $y = ax$ nếu $b \neq 0$; trùng với đường thẳng $y = ax$ nếu $b = 0$.

b) Cách vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$):

- ☑ *Bước 1.* Cho $x = 0$ thì $y = b$, ta có điểm $A(0; b)$ thuộc trục tung Oy . Cho $y = 0$ thì $x = -\frac{b}{a}$, ta có điểm $B\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$ thuộc trục hoành Ox ;
- ☑ *Bước 2.* Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm A và B ta được đồ thị hàm số $y = ax + b$.

c) Cho hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$):

- ☑ *Trường hợp 1.* $a > 0$.
 - Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 - Đồ thị hàm số là một đường thẳng đi từ trái qua phải và có hướng từ dưới lên trên.
- ☑ *Trường hợp 2.* $a < 0$.
 - Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 - Đồ thị hàm số là một đường thẳng đi từ trái qua phải và có hướng từ trên xuống dưới.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

Xét đường thẳng $d: y = ax + b$ ($a \neq 0$)

- ☑ Nếu $b = 0$ ta có đường thẳng $d: y = ax$ đi qua hai điểm $O(0; 0)$; $A(1; a)$.
- ☑ Nếu $b \neq 0$ đường thẳng đi qua hai điểm $O(0; b)$; $B\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$.

🔗 **Ví dụ 1.** Vẽ đồ thị của các hàm số sau:

- a) $y = 2x$; b) $y = 2x + 1$; c) $y = -x - 2$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

Tài Liệu Học Tập Lớp 9

🔗 **Ví dụ 2.** Vẽ đồ thị các hàm số sau trong cùng một hệ trục tọa độ: $y = 2x - 4$; $y = 3x + 3$; $y = -x$.

 **Lời giải.**

🔗 Ví dụ 3.

- a) Vẽ đồ thị của các hàm số $d_1: y = \frac{2}{3}x + 2$ và $d_2: y = 2x + 2$ trong cùng một mặt phẳng tọa độ;
- b) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng d_1, d_2 với trục hoành và giao điểm của hai đường thẳng là C . Tìm tọa độ giao điểm A, B, C ;
- c) Tính diện tích tam giác ABC .

 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 4.

- Vẽ đồ thị của các hàm số $d_1: y = -x + 4$ và $d_2: y = x - 4$ trong cùng một mặt phẳng tọa độ;
- Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng d_1, d_2 với trục tung và giao điểm của hai đường thẳng là C . Tìm tọa độ giao điểm A, B, C ;
- Tính diện tích tam giác ABC .

💬 Lời giải.

📁 Dạng 2. Tìm tham số m biết hàm số bậc nhất đi qua điểm cho trước

- Bước 1.* Thay tọa độ điểm thuộc đồ thị vào phương trình đường thẳng.
- Bước 2.* Giải phương trình ẩn m .

❖ Ví dụ 5. Cho hàm số $y = (m - 1)x + 1$.

- Tìm m để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(1; 2)$;
- Tìm m để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $B(3; -2)$;
- Vẽ đồ thị hàm số tìm được ứng với giá trị của m tìm được ở câu a) và b).

💬 Lời giải.

3. ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 6.** Cho hàm số $y = (m + 1)x - 1$.

- a) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(1; 3)$;
- b) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $B(3; 1)$;
- c) Vẽ đồ thị hàm số tìm được ứng với giá trị của m tìm được ở câu a) và b).

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 7.** Cho hàm số $y = (m - 2)x + m - 1$

- a) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2;
- b) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 8.** Cho hàm số $y = (m - 1)x + m$

- a) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2;
b) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 9.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(0; 3)$, $B(-2; 0)$ và $C(2; 0)$.

- Hãy viết phương trình đường thẳng AB , BC , CA ;
- Tính chu vi và diện tích tam giác ABC nếu coi độ dài mỗi đơn vị trên các trục Ox , Oy là 1 cm.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 10.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(0; -3)$, $B(3; 0)$ và $C(2; 0)$.

- Hãy viết phương trình đường thẳng AB , BC , CA ;
- Tính chu vi và diện tích tam giác ABC nếu coi độ dài mỗi đơn vị trên các trục Ox , Oy là 1 cm.

 **Lời giải.**

Dạng 3. Xác định giao điểm của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng $d: ax + b$ và $d' : y = a'x + b'$; ($a \neq a'$). Để xác định giao điểm của hai đường thẳng d và d' , ta thường làm như sau:

- ❖ *Cách 1:* Phương pháp đồ thị.
 - *Bước 1.* Vẽ hai đường thẳng d và d' trong cùng một hệ tọa độ;
 - *Bước 2.* Xác định tọa độ giao điểm trên hình vẽ;
 - *Bước 3.* Kiểm tra tọa độ giao điểm đó có thuộc hai đường thẳng d và d' .
- ❖ *Cách 2:* Phương pháp đại số.

- *Bước 1.* Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và d' : $ax + b = a'x + b'$, tìm nghiệm x_0 ;
- *Bước 2.* Tính $y_0 = ax_0 + b$ từ đó suy ra giao điểm có tọa độ $(x_0; y_0)$.

❖ **Ví dụ 11.** Cho hai đường thẳng $d_1: y = x - 3$ và $d_2: y = 3 - x$.

- Vẽ các đường thẳng d_1, d_2 trong cùng một hệ trục tọa độ;
- Dựa vào đồ thị, hãy tìm tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 .

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 12.** Cho hai đường thẳng $d_1: y = x - 2$ và $d_2: y = 2 - x$.

- Vẽ các đường thẳng d_1, d_2 trong cùng một hệ trục tọa độ;
- Dựa vào đồ thị, hãy tìm tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 .

 Lời giải.

❖ Ví dụ 13. Cho các đường thẳng $d_1: y = 2x + 1$; $d_2: y = 3x - 4$; $d_3: y = \frac{1}{2}x - 3$; $d_4: y = -x$.
Tìm giao điểm của các đường thẳng:

a) d_1 và d_2 ;

b) d_3 và d_4 .

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 14. Cho các đường thẳng $d_1: y = x + 1$; $d_2: y = 2x - 3$; $d_3: y = \frac{1}{2}x$; $d_4: y = -x + 1$. Tìm giao điểm của các đường thẳng:

a) d_1 và d_2 ;

b) d_3 và d_4 .

💬 Lời giải.

📁 Dạng 4. Xét tính đồng quy của ba đường thẳng

- ✔ Ba đường thẳng đồng quy là ba đường thẳng phân biệt cùng đi qua một điểm.
- ✔ Để xét tính đồng quy của ba đường thẳng (phân biệt) cho trước ta làm như sau:
 - Bước 1. Tìm tọa độ giao điểm hai trong ba đường thẳng đã cho;
 - Bước 2. Kiểm tra tọa độ giao điểm vừa tìm được thuộc đường thẳng còn lại thì ba đường thẳng đó đồng quy và ngược lại.

❖ Ví dụ 15. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x - 2$, $d_2: y = 2x - 3$ và $d_3: y = -x$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 ;

b) Chứng minh rằng ba đường thẳng d_1 , d_2 , d_3 đồng quy.

💬 Lời giải.

✎ Ví dụ 16. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x - 2$, $d_2: y = 2 - x$ và $d_3: y = 2x - 4$.

- Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 ;
- Chứng minh rằng ba đường thẳng d_1 , d_2 , d_3 đồng quy.

💬 Lời giải.

✎ Ví dụ 17. Cho ba đường thẳng $d_1: y = 2x + 1$, $d_2: y = 1 - x$ và $d_3: y = 4x + 1$. Chứng minh rằng d_1 , d_2 và d_3 đồng quy.

💬 Lời giải.

✎ Ví dụ 18. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x + 1$, $d_2: y = 1 - 3x$ và $d_3: y = \frac{1}{3}x + 1$. Chứng minh rằng d_1 , d_2 và d_3 đồng quy.

💬 Lời giải.

✎ Ví dụ 19. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x + 2$, $d_2: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ và $d_3: y = (2 - m)x + 1$.

- Tìm giao điểm A của hai đường thẳng d_1 và d_2 ;
- Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng d_3 đi qua điểm A ;
- Tìm giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho đồng quy.

💬 Lời giải.

3. ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 20. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x - 2$, $d_2: y = 2 - x$ và $d_3: y = (2 - m)x + 1$.

- a) Tìm giao điểm A của hai đường thẳng d_1 và d_2 ;
- b) Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng d_3 đi qua điểm A ;
- c) Tìm giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho đồng quy.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 21. Cho ba đường thẳng $d_1: y = -x + 1$, $d_2: y = x - 1$ và $d_3: y = -4ax + 2a - 1$. Tìm giá trị của a để hai đường thẳng d_1 cắt d_2 tại một điểm thuộc đường thẳng d_3 .

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 22. Cho ba đường thẳng $d_1: y = -x + 1$, $d_2: y = x$ và $d_3: y = -ax + 2a + 1$. Tìm giá trị của a để hai đường thẳng d_1 cắt d_2 tại một điểm thuộc đường thẳng d_3 .

💬 Lời giải.

Dạng 5. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O tới một đường thẳng cho trước không đi qua O

Để tính khoảng cách từ gốc tọa độ O tới đường thẳng d không đi qua O , ta làm như sau:

- ☑ **Bước 1.** Tìm lần lượt tọa độ giao điểm A, B của đường thẳng d với hai trục tọa độ Ox, Oy ;
- ☑ **Bước 2.** Gọi H là hình chiếu của O lên đường thẳng d . Xét tam giác vuông OAB có hệ thức $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$.

Từ đó tính được độ dài OH chính là khoảng cách từ O đến đường thẳng d .

🔗 **Ví dụ 23.** Cho đường thẳng $d: y = x + 1$. Tính khoảng cách:

- a) Từ gốc tọa độ O tới đường thẳng d ; b) Từ điểm $M(-1; 1)$ tới đường thẳng d .

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 24.** Cho đường thẳng $d: y = x - 1$. Tính khoảng cách:

- a) Từ gốc tọa độ O tới đường thẳng d ; b) Từ điểm $M(1; 1)$ tới đường thẳng d .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Vẽ đồ thị của các hàm số sau:

- a) $y = 3x$;
- b) $y = 3x - 1$;
- c) $y = -3x - 2$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2.

- a) Vẽ đồ thị của các hàm số $d_1: y = 3x - 6$ và $d_2: y = 2x + 2$ trong cùng một mặt phẳng tọa độ;
- b) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của các đường thẳng d_1, d_2 với trục hoành và giao điểm của hai đường thẳng là C . Tìm tọa độ giao điểm A, B, C ;
- c) Tìm diện tích tam giác ABC .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Cho hàm số $y = (2m - 1)x + 1$ với m là tham số.

- a) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; 2)$;
- b) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $B(3; -2)$;
- c) Vẽ đồ thị hàm số tìm được ứng với giá trị của m tìm được ở câu a) và b).

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Cho hàm số $y = (m + 2)x + m$ với m là tham số.

- a) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2,
- b) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2

 **Lời giải.**

Bài 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(0; 4)$, $B(-2; 0)$ và $C(4; 0)$.

- Hãy viết phương trình các đường thẳng AB , BC , CA ;
- Tính chu vi và diện tích tam giác ABC nếu coi độ dài mỗi đơn vị trên các trục Ox , Oy là 1 cm.

 **Lời giải.**

Bài 6. Cho hai đường thẳng $d_1: y = 2x - 3$ và $d_2: y = -3 - x$.

- Vẽ các đường thẳng d_1 , d_2 trong cùng một hệ trục tọa độ;
- Dựa vào đồ thị, hãy tìm tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 7. Cho các đường thẳng $d_1: y = 2x + 1$; $d_2: y = 3x + 4$; $d_3: y = \frac{1}{2}x - 3$; $d_4: y = -x + 2$. Tìm giao điểm của các đường thẳng:

- a) d_1 và d_2 ;
- b) d_3 và d_4 .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 8. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x - 2$, $d_2: y = 2x + 3$ và $d_3: y = 3x + 8$.

- a) Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 ;
- b) Chứng minh rằng ba đường thẳng d_1 , d_2 , d_3 đồng quy.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 9. Cho ba đường thẳng $d_1: y = 2x + 1$, $d_2: y = -2x + 3$ và $d_3: y = x + 1$. Chứng minh rằng d_1 , d_2 và d_3 đồng quy.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 10. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x + 2$, $d_2: y = 3x + 2$ và $d_3: y = (4 - m)x + 1 + m$.

- a) Tìm giao điểm A của hai đường thẳng d_1 và d_2 ;

3. ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

- b) Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng d_3 đi qua điểm A ;
- c) Tìm giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho đồng quy.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 11. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x - 1$, $d_2: y = -x + 1$ và $d_3: y = -3ax + 2a - 1$. Tìm giá trị của a để hai đường thẳng d_1 cắt d_2 tại một điểm thuộc đường thẳng d_3 .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

Bài 12. Cho đường thẳng $d: y = x - 1$. Tính khoảng cách:

- a) Từ gốc tọa độ O tới đường thẳng d ;
- b) Từ điểm $M(2; 2)$ tới đường thẳng d .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI 4. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- ☑ Hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) song song khi và chỉ khi $a = a'$, $b \neq b'$ và trùng nhau khi và chỉ khi $a = a'$, $b = b'$.
- ☑ Hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) cắt khi và chỉ khi $a \neq a'$. Đặc biệt, hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) vuông góc với nhau khi và chỉ khi $a \cdot a' = -1$.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng: $d: y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $d': y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$). Khi đó:

a) d và d' song song $\Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$.

b) d và d' trùng nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$.

c) d và d' cắt nhau $\Leftrightarrow a \neq a'$. Đặc biệt d và d' vuông góc với nhau $\Leftrightarrow a \cdot a' = -1$.

🔗 **Ví dụ 1.** Hãy nhận xét về vị trí tương đối của hai đường thẳng d và d' trong các trường hợp sau:

- a) $d: y = 3x + 5$ và $d': y = 3x - 2$;
 b) $d: y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{2}$ và $d': y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$;
 c) $d: y = 2x + 1$ và $d': y = -\frac{1}{2}x + 1$;
 d) $d: 2y = 2x + 1$ và $d': y = x + \frac{1}{2}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 2.** Hãy nhận xét về vị trí tương đối của hai đường thẳng d và d' trong các trường hợp sau:

Tài Liệu Học Tập Lớp 9

d) $d: 4y = -3x - 4$ và $d': y = -\frac{3}{4}x - 1$.

 Võ Hoàng Nghĩa - Nguyễn Thị Hồng Loan - 0986453782

- a) Δ song song với đường thẳng $d_1: y = 4x + 3$;
 b) Δ cắt đường thẳng $d_2: y = x + 2$ tại điểm có hoành độ bằng 1;
 c) Δ vuông góc với đường thẳng $d_3: y = \frac{3}{5}x - \frac{1}{2}$.

 **Lời giải.**

✧ **Ví dụ 6.** Cho đường thẳng $\Delta: y = (m^2 - 3)x - m + 1$ với m là tham số. Tìm m để:

- a) Δ song song với đường thẳng $d_1: y = x - 3$;
 b) Δ trùng với đường thẳng $d_2: y = -2x + 2$;
 c) Δ cắt đường thẳng $d_3: y = -2x$ tại điểm có hoành độ bằng 2;
 d) Δ vuông góc với đường thẳng $d_4: y = \frac{4}{11}x + \frac{1}{2}$.

 **Lời giải.**

✧ **Ví dụ 7.** Cho các đường thẳng:

$$d: y = (m - 2)x + m + 7;$$

$$d_1: y = -mx - 3 + 2m;$$

$$d_2: y = -m^2x - 2m + 1;$$

$$d_3: y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3};$$

$$d_4: y = -\frac{1}{6}(m + 3)x + 4.$$

Tìm m để:

a) $d \parallel d_1$;

b) $d \equiv d_2$;

c) $d \perp d_4$.

d) d cắt d_3 tại điểm có tung độ $y = \frac{1}{3}$;

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

◀ Ví dụ 8. Cho các đường thẳng:

$$d: y = (3 - m)x - m + 1;$$

$$d_1: y = 2mx - 2 + 3m;$$

$$d_2: y = 2m^2x - 3m - 2;$$

$$d_3: y = -\frac{1}{2}x + \frac{2}{3};$$

$$d_4: y = -\frac{1}{4}(m + 2)x + 6.$$

Tìm m để:

a) $d \parallel d_1$;

b) $d \equiv d_2$;

c) $d \perp d_4$.

d) d cắt d_3 tại điểm có hoành độ $x = -\frac{2}{3}$;

 Lời giải.

Dạng 2. Xác phương trình đường thẳng

Để xác định phương trình đường thẳng, ta thường làm như sau:

Bước 1. Gọi $d: y = ax + b$ là phương trình đường thẳng cần tìm (a, b là hằng số, $a \neq 0$);

Bước 2. Từ giả thiết của đề bài, tìm được a, b từ đó đi đến kết luận.

 *Chú ý:* Mọi đường thẳng song song với đường thẳng $y = ax + m$ luôn có phương trình $y = ax + b$. Khi đó, để xác định phương trình đường thẳng chúng ta cần xác định b .

💡 **Ví dụ 9.** Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

- a) d đi qua hai điểm A, B với $A(1; 3)$ và $B(2; 4)$;
- b) d đi qua hai điểm C, D với $C(-3; 2)$ và $D(2; 3)$.

 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 10.** Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

- a) d đi qua hai điểm A, B với $A(-1; -3)$ và $B(-4; -2)$;
- b) d đi qua hai điểm C, D với $C(1; -2)$ và $D(-1; 6)$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 11. Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

- a) d đi qua $M(2; -3)$ và song song với $d_1: y = -2x + 5$;
- b) d đi qua $N(-1; -2)$ và vuông góc với $d_2: y = -x - 8$;
- c) d song song với $d_3: y = 3x - 4$ và đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_4: y = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}$; $d_5: 2x - 3$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 12. Cho đường thẳng $d: y = ax + b$ với a, b là hằng số. Tìm a và b biết:

- a) d đi qua điểm A nằm trên Ox có hoành độ bằng -3 và song song với đường thẳng $d_1: y = -5x + 4$;
- b) d vuông góc với đường thẳng $d_2: y = -\frac{1}{2}x + 2018$ và đi qua giao điểm của $y = -x + 3$ với trục tung.



- a) d cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 4;
b) d đi qua hai điểm A, B với $A(-2; 1)$ và $B(1; 4)$.



- Cắt $d_1: y = x + 4$ tại một điểm nằm trên trục Ox và cắt $d_2: y = 5x - 3$ tại một điểm nằm trên trục Oy .
- Đi qua điểm $M(1; 2)$ và chắn trên hai trục tọa độ những đoạn bằng nhau.
- Song song với $d_3: y = x + 6$ và khoảng cách từ O đến d bằng $2\sqrt{2}$.

Bài 2. Cho các đường thẳng $d_1: y = (2m - 1)x - (2m - 5)$ và $d_2: y = (m + 1)x + m - 1$. Tìm m để:

- a) d_1 cắt d_2 ; b) d_1 song song d_2 ;
c) d_1 trùng d_2 ; d) d_1 vuông góc d_2 ;

 **Lời giải.**

Bài 3. Cho đường thẳng $\Delta : y = (m^2 - m)x - 2m + 1$ với m là tham số. Tìm m để:

- Δ song song với đường thẳng $d_1: y = (m + 3)x - 7$;
- Δ trùng với đường thẳng $d_2: y = 2x + m + 4$;
- Δ vuông góc với đường thẳng $d_3: y = -\frac{1}{6}x - 2$;
- Δ đi qua giao điểm của các đường thẳng $d_4: y = 2x - 5$ và $d_5: y = -x + 1$.

 **Lời giải.**

Bài 4. Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

- a) d đi qua $M(1; 5)$ và song song với $d_1: 2x - y = 5$;
- b) d cắt đường thẳng $d_2: x - y + 1 = 0$ tại điểm có tung độ bằng 3 và vuông góc với $d_3: y = \frac{1}{2}x - 3$;
- c) d đi qua gốc tọa độ và đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_4: y = 2x + 4$ và $d_5: y = -x - 5$;
- d) d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -1 và đi qua điểm $N(-2; 3)$.

 **Lời giải.**

Bài 5. Cho đường thẳng $d: y = ax + b$ với a, b là hằng số. Tìm a và b biết:

- a) d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -1 và đi qua giao điểm của đường thẳng $d': y = 2x + 3$ với trục tung.
- b) d vuông góc với đường thẳng có hệ số góc bằng $\frac{1}{3}$ và đi qua $A(3; -1)$.

 **Lời giải.**

Bài 6. Cho các đường thẳng: $d_1: y = mx + m - 2$ và $d_2: y = (1 - 2n)x - n$.

- a) Tìm điểm cố định mà d_1 luôn đi qua với mọi m ;

- b) Gọi I là điểm cố định mà d_1 luôn đi qua. Tìm n để d_2 đi qua I ;
- c) Tìm m để d_2 đi qua điểm cố định của d_2 ;
- d) Tìm m và n để d_1 và d_2 trùng nhau.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI 5. HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

$Y = AX + B$ ($A \neq 0$)

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- ☑ Góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và trục Ox : trong mặt phẳng tọa độ Oxy , khi nói góc α tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox (hoặc nói rằng đường thẳng $y = ax + b$ tạo với trục Ox một góc α), ta cần hiểu rằng đó là góc tạo bởi tia Ax và tia AT , trong đó A là giao điểm của đường thẳng $y = ax + b$ với trục Ox , T là điểm thuộc đường thẳng $y = ax + b$ và có tung độ dương.
- ☑ Cho đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$). Khi đó, hệ số góc của đường thẳng đã cho là $k = a$.
- ☑ Cho đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$):
 - Nếu $a > 0$ thì góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox là góc nhọn. Hệ số a càng lớn thì góc càng lớn nhưng vẫn nhỏ hơn 90° .
 - Nếu $a < 0$ thì góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox là góc tù. Hệ số a càng lớn thì góc càng lớn nhưng vẫn nhỏ hơn 180° .

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tìm hệ số góc của đường thẳng

Sử dụng các kiến thức liên quan đến vị trí tương đối giữa hai đường thẳng và hệ số góc của hai đường thẳng.

🔗 **Ví dụ 1.** Xác định hệ số góc của các đường thẳng sau:

- a) $d_1: y = 2x + 1;$
- b) $d_2: y = -3x - 4;$
- c) $d_3: y = \frac{1}{2}x - 3;$
- d) $d_4: 3y = -x + 2.$

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 2.** Xác định hệ số góc của các đường thẳng sau:

- a) $d_1: y = -5x - 4;$
- b) $d_2: y = x + 1;$
- c) $d_3: y = \frac{\sqrt{3}}{5}x + 2;$
- d) $d_4: 2y = x.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 3. Cho đường thẳng $d: y = ax + b$. Xác định hệ số góc của d biết:

- a) d song song với đường thẳng $d_1: 3x - y = 2$;
- b) d tạo với tia Ox một góc $\alpha = 60^\circ$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 4. Cho đường thẳng $d: y = ax + b$. Xác định hệ số góc của d biết:

- a) d vuông góc với đường thẳng $d_1: 4x - y - 3 = 0$;
- b) d tạo với tia Ox một góc $\alpha = 150^\circ$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 5. Cho đường thẳng $d: y = (2m - 5)x - 3m + 2$ với m là tham số. Tìm hệ số góc của d biết

- a) d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2;
- b) d cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5;
- c) d đi qua điểm $A(-2; -2)$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 6.** Cho đường thẳng $d: y = (2m^2 - 5m)x + m + 4$ với m là tham số. Tìm hệ số góc của d biết rằng

- a) d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3;
- b) d cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 ;
- c) d đi qua điểm $A(2; 2)$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 7.** Cho đường thẳng $d: y = (m^2 - 2m - 2)x + 5m + 7$ với m là tham số. Tìm m để d có hệ số góc nhỏ nhất.

 Lời giải.

.....

◀ Ví dụ 8. Tìm m để đường thẳng $d: y = (-m^2 - 4m - 2)x - 2m + 1$ với m là tham số có hệ số góc lớn nhất.

 Lời giải.

.....

Dạng 2. Xác định góc tạo bởi đường thẳng và tia Ox

Để xác định góc giữa đường thẳng d và tia Ox , ta làm như sau

Cách 1. Vẽ d trên mặt phẳng tọa độ và sử dụng tỉ số lượng giác của tam giác vuông một cách hợp lý.

Cách 2. Gọi α là góc tạo bởi tia Ox và d . Ta có

- Nếu $\alpha < 90^\circ$ thì $a > 0$ và $a = \tan \alpha$;
- Nếu $\alpha > 90^\circ$ thì $a < 0$ và $a = -\tan(180^\circ - \alpha)$

◀ Ví dụ 9. Tìm góc tạo bởi tia Ox và đường thẳng d (làm tròn đến độ) biết:

- | | |
|---------------------------------|-------------------------|
| a) $d: y = 2x - 1$; | b) $d: y = -x + 4$; |
| c) $d: \sqrt{3}x - y + 1 = 0$; | d) $d: x - y - 1 = 0$. |

 Lời giải.

.....

◀ Ví dụ 10. Tìm góc tạo bởi tia Ox và đường thẳng d (làm tròn đến độ) biết:

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| a) $d_1: y = -3x + 1$; | b) $d_2: y = x - \frac{1}{2}$; |
| c) $d_3: \sqrt{3}y = x - 2$; | d) $d_4: x + y = 0$. |

 Lời giải.

5. HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 11. Tìm góc tạo bởi tia Ox và đường thẳng d biết:

- a) d có phương trình là $y = -\sqrt{3}x - 2$;
- b) d cắt Oy tại điểm có tung độ bằng -1 và cắt Ox tại điểm có hoành độ bằng 1 .

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 12. Tìm góc tạo bởi tia Ox và đường thẳng d biết:

- a) d có phương trình là $y = 2x + 5$;
- b) d đi qua hai điểm $A(-1; 0)$ và $B(0; \sqrt{3})$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 13. Cho các đường thẳng $d_1: y = x + 2$ và $d_2: x + y = 3$.

- a) Vẽ d_1 và d_2 trên cùng một mặt phẳng tọa độ;
- b) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của d_1 và d_2 với trục hoành. Gọi C là giao điểm của d_1 và d_2 . Tính số đo các góc của tam giác ABC ;
- c) Tính diện tích tam giác ABC .

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

✧ Ví dụ 14. Cho các đường thẳng $d_1: y = 2x + 4$ và $d_2: y = -\frac{1}{9}x - \frac{2}{9}$.

- Vẽ các đường thẳng d_1 và d_2 trên cùng một mặt phẳng tọa độ và chứng minh chúng cắt nhau tại điểm A nằm trên trục hoành;
- Gọi giao điểm của d_1 và d_2 với trục hoành lần lượt là B và C . Tính các góc của tam giác ABC ;
- Tính chu vi và diện tích của tam giác ABC .

💬 Lời giải.

📁 Dạng 3. Xác định phương trình đường thẳng biết hệ số góc

Gọi $d: y = ax + b$ là phương trình đường thẳng cần tìm (a, b là các hằng số). Ta cần xác định a, b dựa vào các kiến thức về góc và hệ số góc.

✧ Ví dụ 15. Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

- d đi qua $M(-3; 1)$ và có hệ số góc bằng $\frac{2}{5}$;
- d đi qua $N(1; 2)$ và tạo với tia Ox một góc 60° ;
- d đi qua điểm $P(0; -2)$ và tạo với tia Ox một góc 135° .

💬 Lời giải.

❖ **Ví dụ 16.** Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

- d đi qua điểm $A\left(\frac{1}{2}; -1\right)$ và có hệ số góc bằng -3 ;
- d đi qua điểm $B(0; 1)$ và tạo với tia Ox một góc 150° ;
- d đi qua điểm $C(-1; 0)$ và tạo với tia Ox một góc 30° .

 **Lời giải.**

a) d có hệ số góc bằng $-\frac{3}{2}$ và chắn trên hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 12;

b) d có hệ số góc bằng $-\frac{4}{3}$ và khoảng cách từ O đến d bằng $\frac{3}{5}$.

 **Lời giải.**

d) $d_4: 3y = -2x + 2$.

 **Lời giải.**

 Võ Hoàng Nghĩa - Nguyễn Thị Hồng Loan – 0986453782

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Tìm góc tạo bởi tia Ox và đường thẳng d biết:

- a) d có phương trình là $y = 3x - 1$;
- b) d cắt tia Oy tại điểm có tung độ bằng 4 và cắt Ox tại điểm có hoành độ bằng -3 .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Bài 7. Cho các đường thẳng $d_1: y = 2x - 3$ và $d_2: y = \frac{1}{2}x$.

- a) Vẽ d_1 và d_2 trên cùng một mặt phẳng tọa độ;
- b) Gọi A là giao điểm của d_1 với trục tung, B là giao điểm của d_1 và d_2 . Tính số đo các góc của tam giác OAB ;
- c) Tính diện tích tam giác OAB .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Bài 8. Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

- a) d đi qua $M(4; 3)$ và có hệ số góc bằng $\frac{1}{4}$;
- b) d đi qua $N(-\sqrt{3}; 4)$ và tạo với tia Ox một góc 30° ;
- c) d đi qua $P(0; 4)$ và tạo với tia Ox một góc 45° .

Lời giải.

Bài 9. Xác định đường thẳng d , biết d đi qua điểm $A(7; -3)$ sao cho d tạo với tia Ox một góc α có $\tan \alpha = \frac{5}{7}$.

 Lời giải.

BÀI 6. ÔN TẬP CHƯƠNG II

Bài 1. Tìm tất cả các giá trị của x để hàm số sau được xác định

a) $y = x + 1$;

b) $y = \frac{x+1}{x-4}$;

c) $y = \sqrt{2x+1} - 1$;

d) $y = \frac{5}{x+3} + \sqrt{x-2}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Tìm x để các hàm số sau có nghĩa

a) $y = x - 1$;

b) $y = \frac{x-1}{x-3}$;

c) $y = \sqrt{3x-2} + 1$;

d) $y = \frac{3\sqrt{x-1}}{2} + \frac{1}{x-3}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Tìm các giá trị của tham số m để các hàm số sau đây là hàm số bậc nhất

a) $y = (m-3)x - 2$;

b) $y = (m^2 + 1)x - 1$;

c) $y = \frac{x}{m-3}$;

d) $y = (4m^2 - 1)x^2 + (1+m)x$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Tìm các giá trị của tham số m để các hàm số sau đây là hàm số bậc nhất

- a) $y = (m + 5)x + m;$
- b) $y = (4m^2 - 3)x + \frac{3}{7};$
- c) $y = \frac{2}{m - 2}x;$
- d) $y = (m^2 - 16)x^2 + (m + 4)x.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Cho hàm số $y = f(x) = (k^2 - 2k + 2)x + 3k - 1$ với k là tham số

- a) Chứng minh $y = f(x)$ luôn là hàm số bậc nhất và đồng biến với mọi k ;
- b) Không cần tính, hãy so sánh $f(-2)$ và $f(3)$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Cho hàm số $y = f(x) = (-k^2 - 4k - 5)x - 2k + 1$ với k là tham số

- a) Chứng minh $y = f(x)$ luôn là hàm số bậc nhất và nghịch biến với mọi k ;

 Lời giải.

 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

Bài 9. Xác định phương trình đường thẳng d biết

- a) d đi qua điểm $A(-4; 1)$ và $B(-2; -3)$;
- b) d đi qua $C(-2; 2)$ và có hệ số góc bằng -2 ;
- c) d đi qua $D(-1; 2)$ và cắt đường thẳng $d_1: y = 2x - 2$ tại một điểm trên trục tung;
- d) d đi qua $E(4; -5)$ và đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_2: y = 4x + 3$ và $d_3: y = 3x + 4$.

 **Lời giải.**

Bài 10. Cho đường thẳng $d: y = (4m + 5)x - 2m + 7$ với m là tham số.

- a) Tìm các giá trị của m để d cùng với hai đường thẳng $d_1: y = 3x - 1$ và $d_2: y = 2x + 1$ đồng quy;
- b) Tìm m để d song song với đường thẳng $d_3: y = -3x + 2$.

 **Lời giải.**

Bài 11. Cho đường thẳng $d: y = (m + 2)x + m - 1$ với m là tham số.

- a) Tìm các giá trị của m để d cùng với hai đường thẳng $d_1: y = 2x + 1$ và $d_2: y = -x + 4$ đồng quy;
- b) Tìm m để d vuông góc với đường thẳng $d_3: y = -\frac{2}{5}x - \frac{1}{2}$.

 **Lời giải.**

Bài 12. Tìm điều kiện của x để hàm số sau được xác định

- a) $y = 3x + 8$;
b) $y = \frac{x}{x-2}$;
c) $y = x - \sqrt{3x}$;
d) $y = \frac{3}{x-1} + \sqrt{x-4}$.

 **Lời giải.**

Bài 13. Tìm các giá trị của tham số m để các hàm số sau đây là hàm số bậc nhất

a) $y = (m - 2)x - 3;$

b) $y = \frac{m - 1}{m^2 + 1}x + 1;$

c) $y = 12 - \frac{\sqrt{m + 3}}{2m - 7}x;$

d) $y = (m^2 - 1)x^2 + (1 + m)x.$

 **Lời giải.**

Bài 14. Cho hàm số $y = f(x) = (m^2 + m + 1)x + 3$ với m là tham số

a) Chứng minh $y = f(x)$ luôn là hàm số bậc nhất và đồng biến với mọi m ;

b) Không cần tính, hãy so sánh $f(4)$ và $f(9)$.

 **Lời giải.**

Bài 15. Cho hai hàm số $y = 4x + 2$ và $y = -2x + 1$ có đồ thị lần lượt là hai đường thẳng d_1 và d_2 .

a) Vẽ d_1 và d_2 trên cùng một hệ trục tọa độ;

b) Tìm tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 .

 **Lời giải.**

Bài 16. Xác định đường thẳng d trong các trường hợp sau

- d cắt đường thẳng $d_1: 2x + y - 4 = 0$ tại một điểm thuộc trục hoành và cắt đường thẳng $d_2: y = x + 2$ tại một điểm thuộc trục tung;
- d đi qua điểm $A\left(\frac{1}{2}; -5\right)$ và song song với đường thẳng $d_3: y = -2x + 4$;
- d đi qua điểm $B\left(-\sqrt{3}; \frac{3}{5}\right)$ và tạo với tia Ox một góc 60° .

 **Lời giải.**

Bài 17. Cho đường thẳng $d: y = (m + 4)x - m + 2$ với m là tham số.

- Tìm m để d cùng với các đường thẳng $d_1: y = 4x + 6$ và $d_2: y = -2x$ đồng quy;
- Tìm m để d vuông góc với đường thẳng $d_3: x + 2y - 1 = 0$.

 **Lời giải.**

ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG II - ĐỀ 01

1. Trắc nghiệm

Câu 1. Trong các hàm số sau, hàm số bậc nhất là

☐ A $y = \frac{2}{x} + 5.$

☐ B $y = \frac{2}{3} - 2x^2.$

☐ C $x + 3y = 2.$

☐ D $y = -3\sqrt{x} + 1.$

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 2. Hàm số $y = (4 - m^2)x^2 + (2 - m)x + 3$ là hàm số bậc nhất khi và chỉ khi

☐ A $m = 3.$

☐ B $m = 0.$

☐ C $m = 2.$

☐ D $m = -2.$

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Điểm thuộc đồ thị hàm số $y = 2x - 3$ là

☐ A $(0; 3).$

☐ B $(3; 0).$

☐ C $(0; -3).$

☐ D $(-3; 0).$

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 4. Cho đường thẳng $d: y = 3x - 4$. Đường thẳng d' nào sau đây song song với đường thẳng d ?

☐ A $d' : y = 2x - 4.$

☐ B $d' : y = -4x + 3.$

☐ C $d' : y = 3x - 2.$

☐ D $d' : y = -3x + 1.$

🗨️ Lời giải.

.....

.....

Câu 5. Đường thẳng nào sau đây có hệ số góc là $\frac{1}{2}$?

☐ A $y = 2x + 3.$

☐ B $y = \frac{x+3}{2}.$

☐ C $x + 2y = 0.$

☐ D $y = -\frac{1}{2}x + 2.$

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 6. Góc tạo bởi đường thẳng $y = \sqrt{3}x - 2$ và tia Ox là

☐ A $60^\circ.$

☐ B $30^\circ.$

☐ C $120^\circ.$

☐ D $150^\circ.$

🗨️ Lời giải.

Câu 7. Đường thẳng $y = (m - 1)x - 3$ đi qua $A(2; 3)$ thì giá trị của m là

(A) $m = 2$.

(B) $m = 4$.

(C) $m = 6$.

(D) $m = 0$.

Lời giải.

Câu 8. Đồ thị trong hình vẽ sau đây là của hàm số nào?

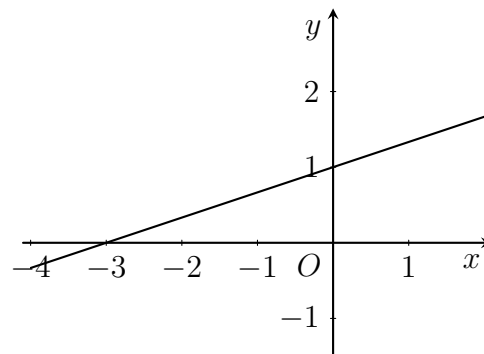
(A) $y = 2x - 1$.

(B) $y = -4x + 1$.

(C) $y = \frac{1}{3}x + 1$.

(D) $3y = -x + 1$.

Lời giải.



2. Tự luận

Bài 1. Gọi d_1 , d_2 lần lượt là đồ thị của các hàm số $y = 4x + 3$ và $y = -x - 2$.

- Vẽ d_1 và d_2 trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm M của d_1 và d_2 .
- Tính góc tạo bởi d_2 và tia Ox .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Viết phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$ biết

- a) d có hệ số góc là -3 và đi qua điểm $A(-1; 4)$.
- b) d song song với đường thẳng $y = x - 3$ và đi qua một điểm trên trục hoành có hoành độ bằng 5 .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Tìm m để đường thẳng $d: y = (2m^2 + 1)x + 2$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{2}{19}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG II - ĐỀ 02

1. Trắc nghiệm

Câu 1. Trong các hàm số sau, hàm số bậc nhất là

- ☐ A $y = x^2 + 2x - 1$.
 ☐ B $y = -2x + 1$.
 ☐ C $y = -\sqrt{3x} - 2$.
 ☐ D $y = -3$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 2. Tìm m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^2 + (m - 1)x - 100$ là hàm số bậc nhất?

- ☐ A $m = 3$.
 ☐ B $m = -1$.
 ☐ C $m = 1$.
 ☐ D $m = 0$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = -\frac{x}{2} + 3$. Câu nào sau đây **sai**?

- ☐ A $f(-2) = 4$.
 ☐ B $f(1) = \frac{5}{2}$.
 ☐ C $f(4) = 1$.
 ☐ D $f(-4) = -1$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Góc tạo bởi đường thẳng $d: y = -3x + 1$ với tia Ox là

- ☐ A Góc nhọn.
 ☐ B Góc vuông.
 ☐ C Góc tù.
 ☐ D Góc bẹt.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

Câu 5. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$?

- ☐ A $y = 2x + 1$.
 ☐ B $y = \frac{x+3}{2}$.
 ☐ C $2x + y + 1 = 0$.
 ☐ D $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 6. Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{\frac{x-2}{x+1} - 3}{\sqrt{x-1}}$ là

(A) $x \neq 1$.

(B) $x \in \mathbb{R}$.

(C) $x \neq -1$.

(D) $x > 1$.

Lời giải.

Câu 7. Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = (m-1)x + 1$ và $y = (3-m)x - 5$ song song với nhau?

(A) $m = 0$.

(B) $m = 2$.

(C) $m = 4$.

(D) $m = 6$.

Lời giải.

Câu 8.

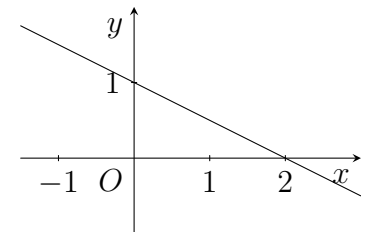
Đồ thị trong hình vẽ sau đây là của hàm số nào?

(A) $y = 2x - 1$.

(B) $2y = -x + 2$.

(C) $y = \frac{1}{2}x + 1$.

(D) $y = -2x + 1$.



Lời giải.

2. Tự luận

Bài 1. Cho đường thẳng $d: y = x + 3$.

- Biểu diễn d trên mặt phẳng tọa độ;
- Gọi A, B là giao điểm của d với hai trục Ox, Oy . Tìm tọa độ của A và B .
- Tính diện tích tam giác OAB .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Cho đường thẳng $d: y = (a - 2)x + a - 3$ với a là tham số.

- a) Tìm a để d đi qua điểm $A(1; -3)$;
- b) Tìm a để d song song với đường thẳng $y = -2x + 3$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng $d: y = (m - 2)x - 1$ bằng $\frac{4}{5}$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

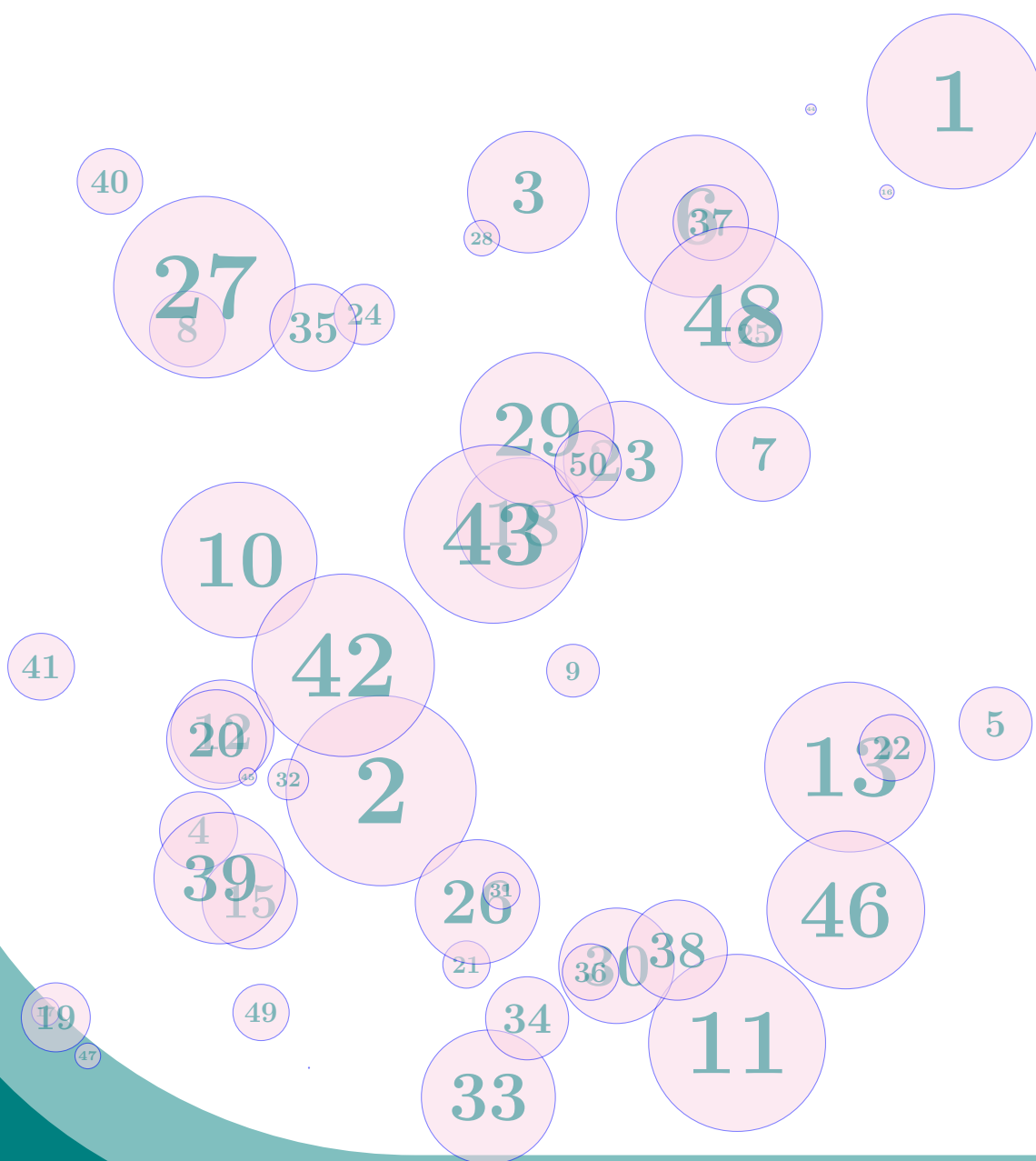
.....

.....

.....

.....

PHẦN HÌNH HỌC



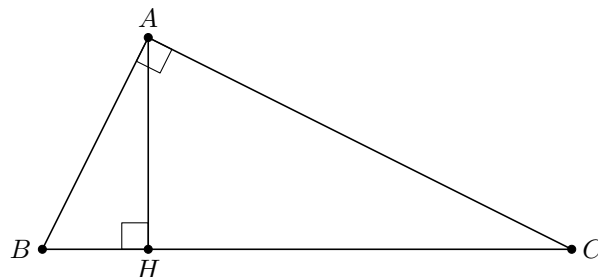
HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

BÀI 1. HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC VUÔNG

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Khi đó ta có các hệ thức sau:

- ☑ $AB^2 = BH \cdot BC$
- ☑ $AC^2 = CH \cdot BC$
- ☑ $AB \cdot AC = BC \cdot AH$
- ☑ $AH^2 = HB \cdot HC$
- ☑ $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$
- ☑ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (Định lý Pitago).

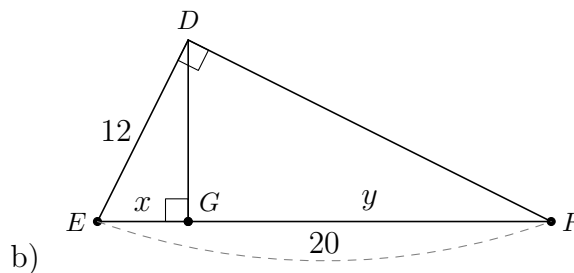
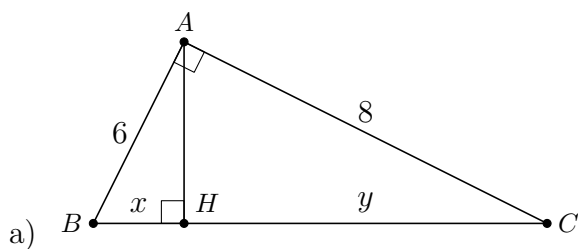


B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính độ dài các đoạn thẳng trong tam giác vuông

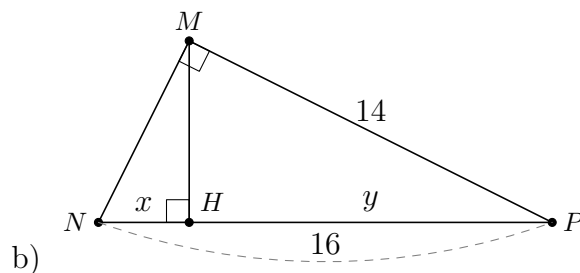
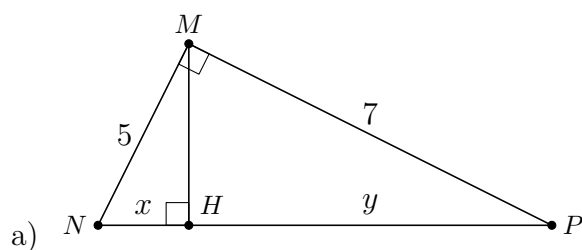
Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Nếu biết độ dài của hai trong 6 đoạn thẳng AB, AC, BC, HA, HB, HC thì ta luôn tính được độ dài của 4 đoạn thẳng còn lại.

🔗 Ví dụ 1. Tính x, y trong mỗi hình vẽ sau



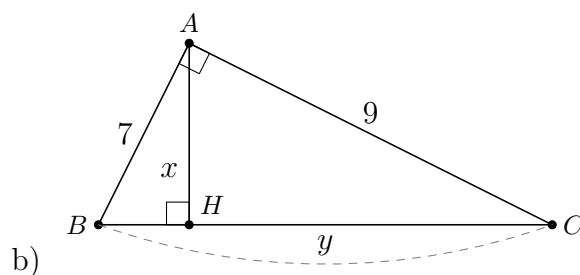
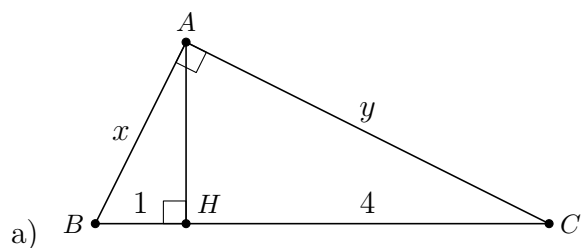
🗨️ Lời giải.

◀ Ví dụ 2. Tính x, y trong mỗi hình vẽ sau



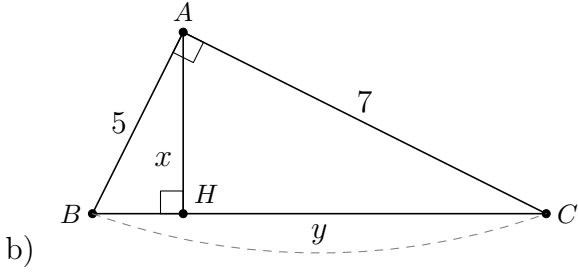
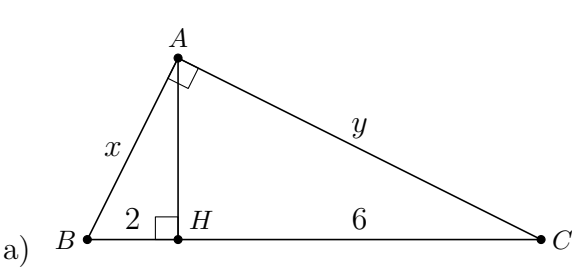
💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 3. Tính x, y trong mỗi hình vẽ sau



💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 4. Tính x, y trong mỗi hình vẽ sau



Lời giải.

.....

.....

.....

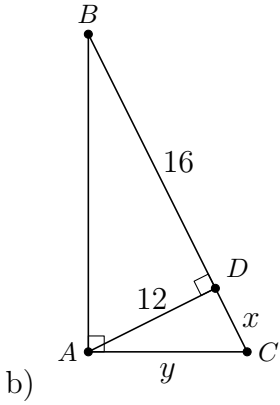
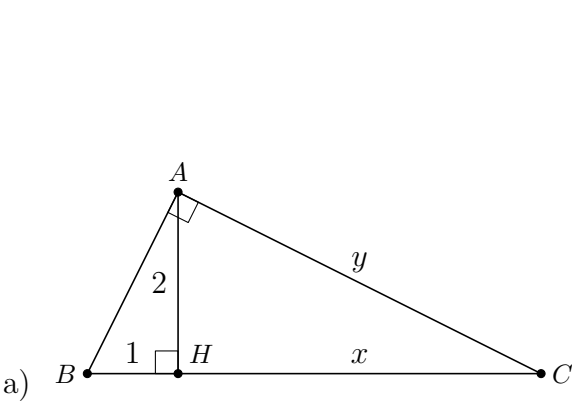
.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 5.** Tính x, y trong mỗi hình vẽ sau



Lời giải.

.....

.....

.....

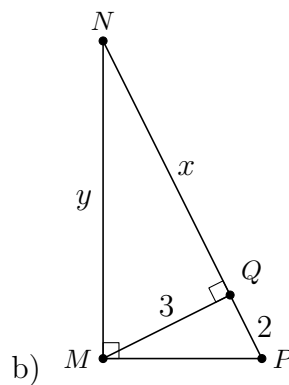
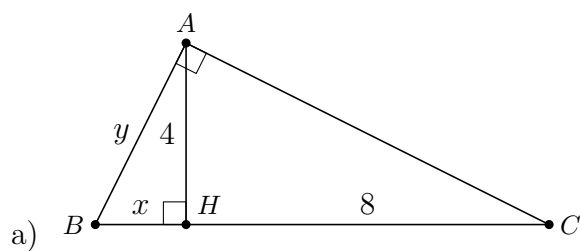
.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 6.** Tính x, y trong mỗi hình vẽ sau



 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 7.** Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH .

- a) Cho biết $AB = 3$ cm, $BC = 5$ cm. Tính độ dài các đoạn thẳng BH , CH , AH và AC .
- b) Cho biết $AH = 16$ cm, $BH = 25$ cm. Tính độ dài các đoạn thẳng AB , AC , BC và CH .

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 8.** Cho tam giác ABC vuông tại A và có đường cao AH .

- a) Cho biết $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm. Tính độ dài các đoạn thẳng BH , CH , AH và BC .
- b) Cho biết $AH = 60$ cm, $CH = 144$ cm. Tính độ dài các đoạn thẳng AB , AC , BC và BH .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 9.** Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Cho biết $AB : AC = 3 : 4$ và $BC = 15$ cm. Tính độ dài các đoạn thẳng BH và HC .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 10.** Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Cho biết $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$ và $BC = 125$ cm. Tính độ dài các đoạn thẳng BH và HC .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

 Võ Hoàng Nghĩa - Nguyễn Thị Hồng Loan – 0986453782

C-BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH .

- a) Với $AB = 15$ cm, $BC = 25$ cm, tính độ dài các đoạn thẳng AC , AH , BH và CH .
- b) Với $AH = 6$ cm, $BH = 4,5$ cm, tính độ dài các đoạn thẳng AB , AC , BC và CH .
- c) Với $BH = 9$ cm, $CH = 16$ cm, tính độ dài các đoạn thẳng AH , AB , AC và BC .
- d) Với $BC = 26$ cm, $\frac{AB}{AC} = \frac{5}{12}$, tính độ dài các đoạn thẳng AB , AC , AH , BH và CH .

 **Lời giải.**

b) Diện tích tam giác ABC .

b) Diện tích tam giác ABC .

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Cho biết $HC = 3HB$ và $AH = 12$ cm. Tính độ dài các đoạn thẳng HB và HC .

 Lời giải.

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $\frac{AB}{AC} = \frac{5}{6}$ và $AH = 30$ cm. Tính độ dài các đoạn thẳng BH và CH .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D . Đường chéo BD vuông góc với BC . Biết $AD = 12$ cm, $DC = 25$ cm, tính độ dài AB , BC và BD .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 7. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8$ cm và $BC = 15$ cm.

- a) Tính độ dài đoạn thẳng BD ;
- b) Kẻ $AH \perp BD$ tại H . Tính độ dài đoạn thẳng AH ;
- c) Đường thẳng AH cắt BC , DC lần lượt tại I và K . Chứng minh $AH^2 = HI \cdot HK$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



.....

.....

.....

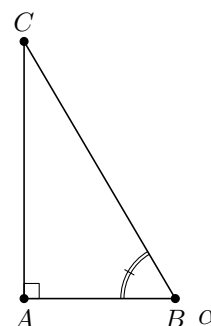
BÀI 2. TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Cho góc nhọn α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Dựng tam giác ABC vuông tại A sao cho $\widehat{ABC} = \alpha$. Từ đó ta có

$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC}; \quad \cos \alpha = \frac{AB}{BC}; \quad \tan \alpha = \frac{AC}{AB}; \quad \cot \alpha = \frac{AB}{AC}.$$



2. Tính chất

☑ Nếu $\alpha + \beta = 90^\circ$ thì ta có

$$\sin \alpha = \cos \beta; \quad \cos \alpha = \sin \beta; \quad \tan \alpha = \cot \beta; \quad \cot \alpha = \tan \beta.$$

☑ Cho góc nhọn α bất kì, ta có

$$0 < \sin \alpha < 1; \quad 0 < \cos \alpha < 1;$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1;$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha};$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha};$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha};$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1;$$

☑ Khi góc nhọn α tăng từ 0° đến 90° thì

$\sin \alpha$ và $\tan \alpha$ tăng.

$\cos \alpha$ và $\cot \alpha$ giảm.

3. Bảng tỉ số lượng giác của một số góc đặc biệt

	30°	45°	60°
$\sin$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính tỉ số lượng giác của góc nhọn, tính cạnh, tính góc.

Sử dụng các công thức về tỉ số lượng giác.

❖ Ví dụ 1. Cho tam giác ABC vuông tại C , có $BC = 12\text{cm}$, $AC = 9\text{cm}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B . Từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc A .

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 2. Cho tam giác MNP vuông tại M , có $MN = 16\text{cm}$, $MP = 12\text{cm}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc N . Từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc P .

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 3. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AC = \sqrt{3}AB$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B và góc C . Từ đó suy ra số đo của góc B và góc C .

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 4. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , có $BC = 12\text{cm}$, $AC = 9\text{cm}$. Tính tỉ số lượng giác của góc B .

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 5. Cho tam giác ABC có $AB = 5\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$, $AC = 13\text{cm}$.

- Chứng minh tam giác ABC vuông.
- Tính các tỉ số lượng giác của góc A và góc C .
- Kẻ đường cao BH . Tính AH , BH và CH .

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 6.** Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , $AB = 12\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$.

- a) Tính AC, AH, BH và CH .
- b) Tính tỉ số lượng giác của các góc $\widehat{ABC}, \widehat{ACB}, \widehat{BAH}$ và $\widehat{CAH}$.

 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

 Lời giải.

b) $\cot \alpha = \frac{3}{4}$.

 **Lời giải.**

 Lời giải.

❖ **Ví dụ 11.** Cho tam giác ABC vuông tại A , có $\widehat{B} = 30^\circ$, $AC = 3$ cm. Tính độ dài các cạnh BC và AB .

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 12.** Cho tam giác ABC vuông tại A , có $\widehat{B} = 30^\circ$, $AC = \sqrt{3}$ cm. Tính độ dài các cạnh BC và AB .

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 2. Sắp xếp dãy tỉ số lượng giác theo thứ tự

Thực hiện theo hai bước sau

- ☑ Đưa các tỉ số lượng giác về cùng một loại dựa vào tính chất của hai góc phụ nhau.
- ☑ Với hai góc nhọn α, β bất kì, ta có
 - $\sin \alpha < \sin \beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$
 - $\cos \alpha < \cos \beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$
 - $\tan \alpha < \tan \beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$
 - $\cot \alpha < \cot \beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$

❖ **Ví dụ 13.** Không dùng máy tính và bảng số, hãy so sánh

a) $\sin 20^\circ$ và $\sin 70^\circ$.

b) $\cos 52^\circ$ và $\cos 73^\circ$.

c) $\tan 57^\circ$ và $\tan 62^\circ$.

d) $\cot 34^\circ$ và $\cot 56^\circ$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 14.** Không dùng máy tính và bảng số, hãy so sánh

a) $\sin 60^\circ$ và $\sin 72^\circ$.

b) $\cos 72^\circ$ và $\cos 53^\circ$.

c) $\tan 79^\circ$ và $\tan 61^\circ$.

d) $\cot 74^\circ$ và $\cot 46^\circ$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 15. Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự từ bé đến lớn:

- a) $\sin 25^\circ, \cos 42^\circ, \sin 47^\circ, \cos 25^\circ, \sin 38^\circ$.
- b) $\tan 42^\circ, \cot 61^\circ, \tan 28^\circ, \cot 79^\circ 1', \tan 35^\circ$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 16. Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự từ lớn đến bé:

- a) $\sin 35^\circ, \cos 52^\circ, \sin 57^\circ, \cos 25^\circ, \sin 48^\circ$.
- b) $\tan 48^\circ, \cot 21^\circ, \tan 68^\circ, \cot 72^\circ 8', \tan 75^\circ$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 8$ cm, $AC = 15$ cm. Tính các tỉ số lượng giác của góc C . Từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc B .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) $AC = 3$ cm, $AB = 4$ cm.

BÀI 3. MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ GÓC TRONG TAM GIÁC

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Cho tam giác ABC vuông tại A , có $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Khi đó

☑ $b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C$.

☑ $b = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C$.

☑ $c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B$.

☑ $c = b \cdot \tan C = b \cdot \cot B$.

⚠ *Giải tam giác là tính độ dài các cạnh và số đo các góc của tam giác dựa trên các dữ kiện cho trước của bài toán.*

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Giải tam giác vuông

Để giải tam giác vuông, ta dùng hệ thức giữa cạnh và các góc của một tam giác vuông và sử dụng bảng lượng giác hoặc máy tính cầm tay để tính các yếu tố còn lại.

⚠ *Các dạng về giải tam giác vuông bao gồm:*

☑ *Giải tam giác vuông khi biết độ dài một cạnh và số đo một góc nhọn.*

☑ *Giải tam giác vuông khi biết độ dài hai cạnh.*

🔗 **Ví dụ 1.** Cho tam giác ABC với các cạnh góc vuông $AB = 5$, $AC = 8$. Hãy giải tam giác vuông ABC .

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 2.** Cho tam giác OPQ vuông tại O có $\widehat{P} = 36^\circ$, $PQ = 7$. Hãy giải tam giác vuông OPQ .

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 3.** Cho tam giác ABC vuông tại A , giải tam giác ABC biết:

- a) $\widehat{B} = 35^\circ$ và $BC = 40$ cm;
- b) $AB = 70$ cm và $AC = 60$ cm.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 4.** Cho tam giác ABC vuông tại A , giải tam giác ABC biết

- a) $AB = 6$ cm và $\widehat{B} = 60^\circ$;
- b) $AB = 6$ cm và $BC = 7$ cm.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 5.** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 12$ cm, $\widehat{C} = 40^\circ$. Hãy tính độ dài

- a) AC .
- b) BC .
- c) Phân giác BD .

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 6.** Cho $\triangle ABC$ vuông tại A đường cao AH , biết $BH = 4$ cm, $CH = 1$ cm. Hãy giải $\triangle ABC$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Tính cạnh và góc của tam giác

Kẻ thêm đường cao để xuất hiện tam giác vuông; áp dụng các hệ thức lượng trong tam giác vuông.

✎ **Ví dụ 7.** Cho tam giác ABC , trong đó $BC = 11\text{ cm}$, $\widehat{ABC} = 38^\circ$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Gọi điểm N là chân của đường vuông góc kẻ từ A đến cạnh BC . Hãy tính độ dài đoạn thẳng AN .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

✎ **Ví dụ 8.** Một cái thang khi dựa vào tường thì góc α giữa thang và mặt đất trong khoảng từ 60° đến 65° thì an toàn. Hỏi một cái thang AB dài 3 m dựng vào tường thì chân thang A cách chân tường C trong khoảng nào thì an toàn? (làm tròn đến hai chữ số thập phân).

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

 Võ Hoàng Nghĩa - Nguyễn Thị Hồng Loan – 0986453782

 Lời giải.

Bài 6. Cho tam giác DEF vuông tại D , phân giác DM , đường cao DK . Biết $DE = 30$ cm, $DF = 40$ cm. Tính độ dài DM .

 Lời giải.

 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

Bài 9. Cho tứ giác $ABCD$. Từ điểm O bất kì trong tứ giác kẻ OH, OK, OI, OL lần lượt vuông góc với các cạnh AB, BC, CD, DA . Chứng minh

$$HB^2 + KC^2 + ID^2 + LA^2 = AH^2 + BK^2 + CI^2 + DL^2.$$

 **Lời giải.**

Bài 10. Cho hình thang $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$ và hai đường chéo vuông góc tại O .

- Chứng minh rằng $AD^2 = AB \cdot DC$.
- Cho $AB = 9; CD = 16$. Tính diện tích hình thang $ABCD$.
- Tính độ dài các đoạn thẳng OA, OB, OC, OD .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 11. Cho biết chu vi của một tam giác bằng 120 cm. Độ dài các cạnh tỉ lệ với 8, 15, 17.

- a) Chứng minh rằng tam giác đó là một tam giác vuông.
- b) Tính khoảng cách từ giao điểm của ba đường phân giác đến mỗi cạnh.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 12. Cho góc nhọn x thỏa mãn $\sin x = 0,8$. Tính $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

 Lời giải.

 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 20. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có BM là đường trung tuyến. Biết $\widehat{BCA} = 30^\circ$ và $CM = 4,5$. Tính độ dài BM .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 21. Cho hình bình hành $ABCD$ có $\widehat{A} = 45^\circ$, $AB = BD = 18$ cm.

- a) Tính độ dài cạnh AD .
- b) Tính diện tích hình bình hành $ABCD$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 22. Cho tam giác ABC có $AB = 18$; $BC = 24$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh AC .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 23. Cho $\triangle ABC$ đều có cạnh 60. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $BD = 20$. Đường trung trực của AD cắt AB tại E . Tính độ dài DE .

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 24. Cho ABC là tam giác đều cạnh 6. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $BD = 2$.

- a) Tính độ dài đoạn thẳng AD .
- b) Kẻ CK vuông góc với AD , ($K \in AD$). Tính độ dài đoạn thẳng CK .

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

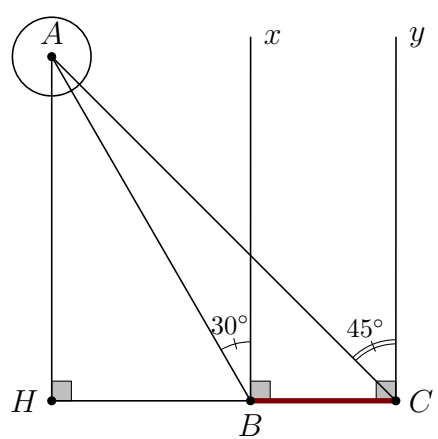
 **Lời giải.**

Bài 29. Cho tam giác ABC có $AB = \sqrt{5}$, $AC = 3$ và $\widehat{B} + 2\widehat{C} = 90^\circ$. Tính độ dài đoạn BC .

 **Lời giải.**

Bài 30.

Flycam là từ viết tắt của Fly Camera - Thiết bị dùng cho quay phim chụp ảnh trên không. Đây là một loại thiết bị bay không người lái có lắp camera hay máy ảnh để quay phim hoặc chụp ảnh từ trên cao. Một chiếc Flycam đang ở vị trí A cách chiếc cầu BC (theo phương thẳng đứng) một khoảng $AH = 120$ m. Biết góc tạo bởi AB , AC với các phương vuông góc với mặt cầu tại B , C theo thứ tự là $\widehat{ABx} = 30^\circ$, $\widehat{ACy} = 45^\circ$ (hình bên). Tính chiều dài BC của cây cầu. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



 **Lời giải.**

Bài 31. Một chiếc thang dài 3 m. Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bằng bao nhiêu để nó tạo với mặt đất một góc 65° để thang không bị đổ khi sử dụng? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 32. Tính chiều cao của cây AC trong hình vẽ, biết rằng người đo đứng cách cây $AE = 2,5$ m và khoảng cách từ mắt người đo đến mặt đất là $DE = 1,5$ m. (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 33. Một người đang đi thuyền giữa biển cách ngọn hải đăng 150 m và nhìn thấy ngọn hải đăng với góc nâng 15° . Hỏi chiều cao của ngọn hải đăng là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải.

.....

.....

.....

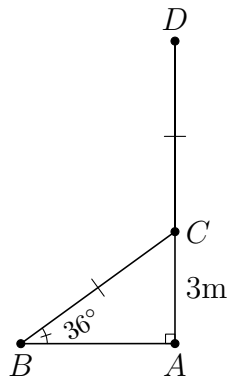
.....

.....

.....

Bài 34.

Một cây tre AD bị gió thổi gãy gấp tại một điểm C trên thân cây cách gốc 3 mét (như hình vẽ). Tính chiều dài của cây tre biết ngọn tre chạm đất tại điểm B và tạo với mặt đất một góc $\widehat{CBA} = 36^\circ$ (kết quả làm tròn đến 1 chữ số thập phân)





 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Bài 35. Cho tam giác ABC có $AB = 3,6$ cm, $AC = 4,8$ cm, $BC = 6$ cm. Tính các góc B, C (viết kết quả dạng độ, phút, giây) và đường cao AH của tam giác ABC .

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI 1. SỰ XÁC ĐỊNH CỦA ĐƯỜNG TRÒN. TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khái niệm

Đường tròn tâm O bán kính R ($R > 0$) là hình gồm các điểm cách điểm O một khoảng bằng R .

2. Vị trí tương đối của giữa điểm và đường tròn

- ☑ Điểm M nằm trong đường tròn $(O; R)$ khi $OM < R$.
- ☑ Điểm M nằm trên đường tròn $(O; R)$ khi $OM = R$.
- ☑ Điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ khi $OM > R$.

3. Các xác định đường tròn

Một đường tròn xác định khi:

- ☑ Biết tâm và bán kính đường tròn.
- ☑ Biết một đoạn thẳng là đường kính của đường tròn.
- ☑ Qua ba điểm không thẳng hàng, ta vẽ được một và chỉ một đường tròn.
- ☑ Đường tròn ngoại tiếp tam giác là đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác. Khi đó tam giác được gọi là tam giác nội tiếp đường tròn.
- ☑ Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là giao điểm của ba đường trung trực trong tam giác.
- ☑ Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền.
- ☑ Nếu tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp thì tam giác đó là tam giác vuông.

4. Tâm đối xứng

Đường tròn là hình có tâm đối xứng. Tâm của đường tròn là tâm đối xứng của hình tròn đó.

5. Trục đối xứng

Đường tròn là hình có trục đối xứng. Bất kì đường kính nào cũng là trục đối xứng của đường tròn.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

 Dạng 1. Xác định tâm và bán kính của đường tròn đi qua nhiều điểm

Dựa trên định nghĩa đường tròn. Ta sẽ tìm một điểm cách đều các điểm còn lại thì điểm đó chính là tâm đường tròn.

❖ **Ví dụ 1.** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4 cm. Chứng minh rằng bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

 **Lời giải.**

.....

.....

❖ **Ví dụ 2.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 12$ cm, $BC = 5$ cm. Tìm tâm và bán kính của đường tròn đi qua 4 điểm A, B, C, D .

 **Lời giải.**

.....

.....

❖ **Ví dụ 3.** Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 6 cm. Xác định tâm và bán kính của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 4.** Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Tìm tâm và bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

 **Lời giải.**

.....

.....

 Dạng 2. Xác định vị trí tương đối của điểm và đường tròn

Dựa trên lý thuyết về vị trí tương đối của điểm và đường tròn.

❖ **Ví dụ 5.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , hãy xác định vị trí tương đối của điểm $M(1;1)$, $N(2;0)$, $P(2;3)$ đối với $(O;2)$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 6.** Cho hình vuông $ABCD$, O là giao điểm của hai đường chéo, $OA = 2\sqrt{2}$ cm. Vẽ đường tròn $(A; 4\text{cm})$. Xác định vị trí tương đối của các điểm A, B, C, D với đường tròn $(O; 4\text{ cm})$

💬 **Lời giải.**

 Dạng 3. Dựng đường tròn thỏa mãn một yêu cầu cho trước

Dựa trên phần lý thuyết về cách xác định một đường tròn.

🔗 **Ví dụ 7.** Cho góc xAy nhọn và hai điểm B, C thuộc tia Ay . Dựng đường tròn tâm O đi qua hai điểm B, C sao cho O nằm trên tia Ax .

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 8.** Một tấm bìa hình tròn không còn dấu vết của tâm. Hãy xác định lại tâm và bán kính của hình tròn đó.

💬 **Lời giải.**

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho nửa đường tròn (O) có đường kính AB . M là điểm nằm bên ngoài đường tròn sao cho MA, MB cắt nửa đường tròn lần lượt tại N, P .

- a) Chứng minh $BN \perp MA, AP \perp MB$;
- b) Gọi K là giao điểm của BN và AP . Chứng minh $MK \perp AB$.

 Lời giải.

Bài 2. Cho $\triangle MNP$ cân tại N , nội tiếp đường tròn (O) . Đường cao NH cắt đường tròn tại K .

- Chứng minh NK là đường kính của (O) ;
- Tính số đo $\widehat{NPK}$;
- Biết $MP = 24$ cm, $NP = 20$ cm. Tính NH và bán kính của đường tròn (O) .

 Lời giải.

Bài 3. Cho $\triangle ABC$ cân tại A , có $BC = 36$ cm, đường cao $AH = 12$ cm. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

 Lời giải.



BÀI 2. ĐƯỜNG KÍNH VÀ DÂY CỦA ĐƯỜNG TRÒN

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. So sánh độ dài của đường kính và dây

Trong các dây của đường tròn, dây lớn nhất là đường kính.

2. Quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây

- ✔ Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy.
- ✔ Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây ấy.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. So sánh các đoạn thẳng

Sử dụng kiến thức liên hệ giữa đường kính và dây.
Trong các dây của đường tròn, dây lớn nhất là đường kính.

🔗 **Ví dụ 1.** Cho tam giác nhọn ABC , các đường cao BD và CE cắt nhau tại H . Chứng minh

- a) Bốn điểm B, E, D, C cùng thuộc một đường tròn;
- b) $DE < BC$;
- c) $DE < AH$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 2.** Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{C} = 90^\circ$.

- a) Chứng minh bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn;
- b) So sánh độ dài AC và BD ;
- c) Nếu $AC = BD$ thì tứ giác $ABCD$ là hình gì?

Lời giải.

❖ Ví dụ 5. Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính MN , dây CD . Các đường vuông góc với CD tại C và D tương ứng cắt MN ở H và K . Chứng minh $MH = NK$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 6. Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính MN . Trên MN lấy điểm H, K sao cho $MH = NK$. Qua H, K kẻ các đường thẳng song song với nhau, chúng cắt nửa đường tròn lần lượt tại C và D . Chứng minh HC và KD vuông góc với CD .

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho đường tròn tâm O , có bán kính $OA = 4$ cm. Dây BC vuông góc với OA tại trung điểm của OA . Tính độ dài BC .

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm I nằm bên trong đường tròn.

- a) Hãy nêu cách dựng dây CD nhận I làm trung điểm;
- b) Tính độ dài dây CD khi $R = 5$ cm, $OI = 3$ cm.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

b) MC, MD .

c) Chứng minh $\triangle ACD$ là tam giác đều.



.....

.....

.....

.....

.....

BÀI 3. LIÊN HỆ GIỮA DÂY VÀ KHOẢNG CÁCH TỪ TÂM ĐẾN DÂY

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Trong một đường tròn:

- ☑ Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm.
- ☑ Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau.

Trong hai dây của một đường tròn:

- ✔ Dây nào lớn hơn thì dây đó gần tâm hơn.
- ✔ Dây nào gần tâm hơn thì dây đó lớn hơn.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính độ dài đoạn thẳng, chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau

Áp dụng liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây.

🔗 **Ví dụ 1.** Cho đường tròn $(O, 10 \text{ cm})$, dây $AB = 16 \text{ cm}$.

- a) Tính khoảng cách từ O đến dây AB ;
- b) Gọi I là điểm thuộc dây AB sao cho $AI = 2$ cm. Kẻ dây CD đi qua I và vuông góc với AB . Chứng minh $CD = AB$.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 2.** Cho đường tròn $(O, 10 \text{ cm})$, dây $AB = 16 \text{ cm}$. Vẽ dây CD song song với AB . Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD .

- a) Chứng minh ba điểm O , H , K thẳng hàng;
- b) Biết O nằm giữa H , K và khoảng cách giữa hai dây AB , CD bằng 14 cm. Tính độ dài dây CD .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

◀ Ví dụ 3. Cho đường tròn (O) có các dây AB và CD bằng nhau, các tia AB và CD cắt nhau tại điểm M nằm bên ngoài đường tròn. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD . Chứng minh

- a) $MH = MK$;
- b) $MA = MC$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

◀ Ví dụ 4. Cho đường tròn (O) , các dây AB và CD bằng nhau và cắt nhau tại điểm M nằm bên trong đường tròn. Chứng minh:

- a) MO là tia phân giác của một trong hai góc tạo bởi hai dây cung AB và CD ;
- b) $MA = MC$ và $MB = MD$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. So sánh độ dài các đoạn thẳng

Trong một đường tròn, dây nào gần tâm hơn thì dây đó lớn hơn và ngược lại, dây nào lớn hơn thì dây đó gần tâm hơn.

❖ **Ví dụ 5.** Cho đường tròn (O) và điểm M nằm bên trong đường tròn. Vẽ dây AB vuông góc với OM tại M . Vẽ dây HK bất kì qua M và không vuông góc với OM . Hãy so sánh độ dài dây AB và HK .

 Lời giải.

❖ **Ví dụ 6.** Cho hai đường tròn $(O; r)$ và $(O; R)$ với $R > r$. Hai dây AB, CD thuộc đường tròn $(O; r)$ sao cho $AB > CD$. Đường thẳng AB cắt $(O; R)$ tại M và N , đường thẳng CD cắt $(O; R)$ tại H và K . Kẻ $OI \perp AB$ ($I \in AB$), $OJ \perp CD$ ($J \in CD$). So sánh các độ dài:

- a) OI và OJ ; b) MN và HK .

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 7.** Cho AB và CD là hai dây của đường tròn $(O; R)$ sao cho AB và CD cắt nhau tại điểm I nằm trong đường tròn. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD . Biết $AB > CD$, chứng minh $IH > IK$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 8.** Cho $\triangle MNP$ có $\widehat{M} > \widehat{N} > \widehat{P}$ nội tiếp đường tròn (O) . Gọi OH, OI, OK theo thứ tự là khoảng cách từ O đến MN, NP, MP . So sánh các độ dài OH, OI và OK .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho đường tròn $(O; 25 \text{ cm})$. Hai dây AB, CD song song với nhau và có độ dài theo thứ tự bằng 40 cm, 48 cm. Tính khoảng cách giữa hai dây ấy.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Cho đường tròn $(O; R)$ và hai điểm A, B bất kì nằm trên $(O; R)$. Trên cung nhỏ AB lấy các điểm M, N sao cho $AM = BN$ và AM, BN cắt nhau tại điểm C nằm trong đường tròn. Chứng minh:

- a) OC là phân giác của $\widehat{AOB}$;
- b) $OC \perp AB$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Cho đường tròn $(O; 10\text{ cm})$, điểm M cách O là 8 cm .

- a) Tính độ dài dây ngắn nhất đi qua M ;
- b) Tính độ dài dây dài nhất đi qua M .

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Cho đường tròn (O) , các dây $AB = 24$ cm, $AC = 20$ cm ($\widehat{BAC} < 90^\circ$ và điểm O nằm trong $\widehat{BAC}$). Gọi M là trung điểm của AC . Khoảng cách từ M đến AB bằng 8 cm.

- a) Chứng minh $\triangle ABC$ cân tại C ;
- b) Tính bán kính của đường tròn.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn

Cho đường tròn $(O; R)$ và một đường thẳng bất kì. Gọi d là khoảng cách từ tâm O của đường tròn đến đường thẳng đó. Ta có bảng vị trí tương đối của đường thẳng với đường tròn:

Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa d và R
Đường thẳng và đường tròn cắt nhau	2	$d < R$
Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau	1	$d = R$
Đường thẳng và đường tròn không giao nhau	0	$d > R$

2. Định lý

Nếu một đường thẳng là tiếp tuyến của một đường tròn thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Cho biết d, R , xác định vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn hoặc ngược lại

So sánh d và R dựa vào bảng vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn đã nêu trong phần Tóm tắt lý thuyết.

🔗 **Ví dụ 1.** Điền vào các chỗ trống (...) trong bảng sau (R là bán kính của đường tròn, d là khoảng cách từ tâm đến đường thẳng):

R	d	Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn
5 cm	3 cm	...
6 cm	...	Tiếp xúc nhau
4 cm	8 cm	...

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 2.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(3; 4)$. Hãy xác định vị trí tương đối của đường tròn $(A; 3)$ và các trục tọa độ.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 3. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $B(2; 4)$. Hãy xác định vị trí tương đối của đường tròn $(B; 3)$ và các trục tọa độ.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 4. Cho điểm A cách đường thẳng Δ là 3 cm. Vẽ đường tròn tâm A , bán kính 3 cm. Chứng minh đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn (A) .

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 5. Cho điểm B cách đường thẳng a là 5 cm. Vẽ đường tròn tâm B , bán kính 7 cm. Chứng minh đường thẳng a cắt đường tròn (B) tại hai điểm phân biệt.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

📁 Dạng 2. Bài toán liên quan đến tính độ dài

Nối tâm và tiếp điểm để vận dụng định lý về tính chất của tiếp tuyến và định lý Py-ta-go.

❖ Ví dụ 6. Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M nằm ngoài (O) sao cho $MO = 2R$. Kẻ tiếp tuyến MA với (O) (A là tiếp điểm). Tính độ dài đoạn thẳng MA theo R .

💬 Lời giải.

.....

.....

✧ Ví dụ 7. Cho đường tròn (O) bán kính 6 cm và điểm A cách O là 10 cm. Kẻ tiếp tuyến AB với (O) (B là tiếp điểm). Tính độ dài đoạn thẳng AB .

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

✧ Ví dụ 8. Cho đường tròn tâm O , đường kính $AB = 2R$. Từ A kẻ tiếp tuyến xy . Trên xy lấy điểm C sao cho $AC = R$. Tính độ dài đoạn thẳng BC theo R .

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

✧ Ví dụ 9. Cho đường tròn tâm O bán kính 3 cm và điểm M nằm trên đường tròn đó. Từ M vẽ tiếp tuyến xy . Trên xy lấy điểm P sao cho $MP = 4$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng PO .

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(a;b)$. Xác định điều kiện của a, b để đường tròn $(A; 5)$ thỏa mãn:

- a) Cắt trục Oy ;
- b) Cắt trục Ox ;
- c) Tiếp xúc với Ox .

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Cho hình thang vuông $ABCD$ ($\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$). Biết $AB = 4$ cm, $BC = 13$ cm và $CD = 9$ cm. Vẽ đường tròn tâm O , đường kính BC . Chứng minh AD tiếp xúc với (O) .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Cho đường tròn $(O; 15$ cm) có dây $AB = 24$ cm. Gọi H là trung điểm của AB , tia OH cắt (O) tại C , tiếp tuyến của (O) tại C cắt OA, OB lần lượt tại E, F . Tính độ dài OH và EF .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Cho điểm O cách đường thẳng xy là 5 cm.

- a) Chứng minh $(O; 13$ cm) cắt đường thẳng xy tại hai điểm phân biệt;
- b) Gọi hai giao điểm của (O) với xy là B, C . Tính độ dài đoạn thẳng BC .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



.....

.....

.....

.....

Bài 5. Cho đường tròn tâm O bán kính 6 cm. Điểm A nằm ngoài đường tròn và $OA = 10$ cm. Kẻ tiếp tuyến AB với (O) trong đó B là tiếp điểm. Tính chu vi tam giác ABO .

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

BÀI 5. DẤU HIỆU NHẬN BIẾT TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Dấu hiệu 1

Nếu một đường thẳng đi qua một điểm thuộc đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó thì đường thẳng ấy là một tiếp tuyến của đường tròn.

2. Dấu hiệu 2

Nếu khoảng cách từ tâm của một đường tròn đến đường thẳng bằng bán kính của đường tròn thì đường thẳng đó là tiếp tuyến của đường tròn.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh một đường thẳng là tiếp tuyến của một đường tròn

Để chứng minh đường thẳng a là tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$ tại tiếp điểm C , ta có thể làm theo một trong hai cách sau

- ☑ Cách 1. Chứng minh C nằm trên (O) và OC vuông góc với a tại C .
- ☑ Cách 2. Kẻ OH vuông góc với a tại H và chứng minh $OH = OC = R$.

💡 **Ví dụ 1.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, kẻ đường cao AH , vẽ đường tròn $(A; AH)$. Chứng minh BC là tiếp tuyến của đường tròn (A) .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

💡 **Ví dụ 2.** Cho tam giác ABC vuông tại A , vẽ đường tròn $(B; BA)$. Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn (B) .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

💡 **Ví dụ 3.** Cho tam giác ABC có $BC = 5\text{ cm}$, $CA = 4\text{ cm}$, $AB = 3\text{ cm}$. Vẽ đường tròn $(C; CA)$. Chứng minh BA là tiếp tuyến của đường tròn (C) .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 4. Cho hình chữ nhật $ABCD$, vẽ đường tròn tâm O , đường kính AB . Chứng minh DA , BC là các tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 5. Cho tam giác ABC , các đường phân giác trong $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ cắt nhau tại I . Gọi H là hình chiếu của I trên BC , vẽ đường tròn tâm I , bán kính IH . Chứng minh AB , AC tiếp xúc với (I) .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 6. Cho tam giác ABC vuông tại B , tia phân giác góc A cắt BC tại D . Vẽ đường tròn tâm D , bán kính DB . Chứng minh AC tiếp xúc với đường tròn (D) .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 7. Cho tam giác ABC cân tại A có các đường cao AH và BK cắt nhau tại I . Chứng minh

- a) Đường tròn tâm O đường kính AI đi qua K ;
- b) HK là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 8.** Cho tam giác ABC vuông tại A , kẻ đường cao AD . Gọi M là trung điểm của AB . Chứng minh

- a) Đường tròn tâm O đường kính AC đi qua D ;
- b) MD là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Bài toán liên quan đến tính độ dài

Nối tâm với tiếp điểm để vận dụng định lý về tính chất của tiếp tuyến và sử dụng các công thức về hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính độ dài đoạn thẳng.

🔗 **Ví dụ 9.** Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Vẽ dây AC sao cho $\widehat{CAB} = 30^\circ$. Trên tia đối của tia BA lấy điểm M sao cho $BM = R$. Chứng minh

- a) MC là tiếp tuyến của (O) ;
- b) $MC = R\sqrt{3}$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

a) Chứng minh CB là tiếp tuyến của (O) ;
b) Cho bán kính của (O) bằng 15 cm và dây $AB = 24$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng OC .

a) Tứ giác $OCAB$ là hình gì? Vì sao?

b) Kẻ tiếp tuyến với đường tròn tại B , cắt đường thẳng OA tại E . Tính độ dài BE theo R .

 Võ Hoàng Nghĩa - Nguyễn Thị Hồng Loan – 0986453782

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 12.** Cho đường tròn tâm O có bán kính $OA = R$, vẽ dây AB sao cho $AB = R$. Gọi K là điểm đối xứng với O qua A .

- a) Chứng minh KB là tiếp tuyến của (O) ;
- b) Tính độ dài đoạn thẳng KB theo R .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho hình vuông $ABCD$. Vẽ đường tròn tâm A , bán kính AB . Chứng minh

- a) CB là tiếp tuyến của đường tròn (A) ;
- b) CD là tiếp tuyến của đường tròn (A) .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Cho tam giác ABC cân tại A . Gọi M là trung điểm của BC và H là hình chiếu vuông góc của M trên AB . Vẽ đường tròn $(M; MH)$. Chứng minh AC tiếp xúc với (M) .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A . Vẽ đường tròn $(B; BA)$ và đường tròn $(C; CA)$, chúng cắt nhau tại điểm D (D khác A). Chứng minh CD là tiếp tuyến của đường tròn (B) .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài (O) . Kẻ tiếp tuyến AB với (O) (B là tiếp điểm). Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với OA , cắt (O) tại C . Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Cho đường tròn tâm (O) , đường kính $AB = 2R$ và d là tiếp tuyến tại B của (O) . Trên (O) lấy điểm C sao cho $BC = R$, tia AC cắt d tại E .

- a) Tính số đo các góc của tam giác ABC ;
- b) Tính độ dài BE theo R ;
- c) Gọi M là trung điểm của BE . Chứng minh MC là tiếp tuyến của (O) .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Cho đường tròn (O, R) và điểm A nằm ngoài (O) . Kẻ các tiếp tuyến AB, AC (B, C là các tiếp điểm) và đường kính BOD của (O) . Đường thẳng qua O và vuông góc với OA cắt AC tại E . Chứng minh

- a) $\triangle ABO = \triangle ACO$;
- b) OE là tia phân giác của $\widehat{COD}$;
- c) ED là tiếp tuyến của (O) .

 **Lời giải.**



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



BÀI 6. TÍNH CHẤT HAI TIẾP TUYẾN CẮT NHAU

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

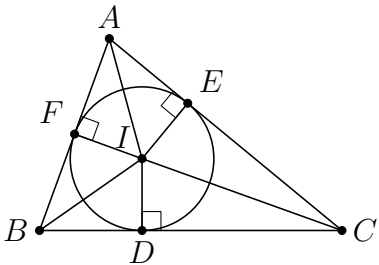
1. Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau

Nếu hai tiếp tuyến của đường tròn cắt nhau tại một điểm thì

- ✔ Điểm đó cách đều hai tiếp điểm.
- ✔ Tia kẻ từ điểm đó đi qua tâm là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến.
- ✔ Tia kẻ từ tâm đi qua điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua tiếp điểm.

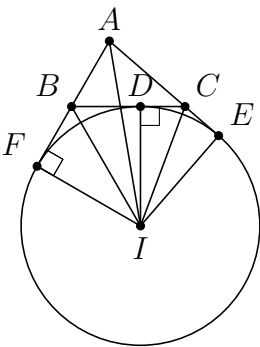
2. Đường tròn nội tiếp tam giác

- ✔ Đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của một tam giác gọi là *đường tròn nội tiếp* tam giác, còn tam giác gọi là *ngoại tiếp* đường tròn.
- ✔ Tâm của đường tròn nội tiếp tam giác là giao điểm ba đường phân giác của tam giác.
- ✔ Tia kẻ từ tâm đi qua điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua tiếp điểm.



3. Đường tròn bàng tiếp tam giác

- ✔ Đường tròn tiếp xúc với một cạnh của tam giác và tiếp xúc với phần kéo dài của hai cạnh còn lại gọi là *đường tròn bàng tiếp* tam giác.
- ✔ Với mỗi tam giác, có ba đường tròn bàng tiếp.
- ✔ Tâm của đường tròn bàng tiếp góc A là giao điểm của hai đường phân giác các góc ngoài tại B và C hoặc là giao điểm của đường phân giác góc A và đường phân giác ngoài tại B (hoặc C).



B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai đường thẳng song song, hai đường thẳng vuông góc

Dùng tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau.

⇒ **Ví dụ 1.** Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài (O). Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với (O) (B, C là các tiếp điểm).

- a) Chứng minh AO là trung trực của đoạn thẳng BC;
- b) Vẽ đường kính CD của (O). Chứng minh $BD \parallel OA$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 2. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn vẽ tiếp tuyến Ax . Điểm M nằm trên (O) sao cho tiếp tuyến tại M cắt Ax tại C .

- a) Chứng minh OC là trung trực của đoạn thẳng AM ;
- b) Chứng minh $BM \parallel OC$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 3. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn vẽ các tiếp tuyến Ax và By . Điểm M thuộc (O) sao cho tiếp tuyến tại M cắt Ax, By lần lượt tại C, D .

- a) Chứng minh $CD = AC + BD$;
- b) Chứng minh $OC \perp AM$;
- c) Gọi E là giao điểm của AM và OC , F là giao điểm của BM và OD . Tứ giác $MEOF$ là hình gì? Tại sao?

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 4. Cho đường tròn (O) , các điểm B, C thuộc (O) sao cho $\widehat{BOC} = 90^\circ$. Hai tiếp tuyến tại B và C thuộc (O) cắt nhau ở A .

- a) Tứ giác $ABOC$ là hình gì? Tại sao?

- b) Lấy điểm M thuộc cung nhỏ BC của (O) . Tiếp tuyến tại M của (O) cắt AB, AC lần lượt tại D, E . Chứng minh $DE = BD + CE$;
- c) Biết bán kính đường tròn (O) bằng 5 cm. Tính chu vi của tam giác ADE .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

 Dạng 2. Tính độ dài, tính số đo góc

Vận dụng các kiến thức sau

- ✔ Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau.
- ✔ Khái niệm đường tròn nội tiếp, đường tròn bàng tiếp.
- ✔ Hệ thức lượng về cạnh và góc trong tam giác vuông.

🔗 **Ví dụ 5.** Cho đường tròn (O, R) và điểm A nằm ngoài đường tròn (O) sao cho $OA = 2R$. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với (O) (B, C là các tiếp điểm).

- a) Chứng minh tam giác ABC đều;
- b) Tính chu vi và diện tích tam giác ABC theo R .

Lời giải.

.....

.....

🔗 **Ví dụ 6.** Cho đường tròn (O) . Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , vẽ hai tiếp tuyến ME, MF (E, F là các tiếp điểm). Biết $OE = 3$ cm, $OM = 5$ cm.

- a) Tính độ dài EF ;
- b) Tính chu vi và diện tích tam giác MEF .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C-BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Hai tiếp tuyến tại A và B của đường tròn (O) cắt nhau tại điểm M . Qua O kẻ đường thẳng song song với AM cắt BM tại C .

- a) Chứng minh $CM = CO$;
- b) Kẻ $OD \parallel BM$ với D thuộc AM . Tứ giác $OCMD$ là hình gì? Vì sao?

 **Lời giải.**

Bài 2. Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài (O) . Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với (O) trong đó B, C là các tiếp điểm.

- a) Chứng minh OA là trung trực của đoạn thẳng BC ;
b) OA cắt BC ở H . Biết $OB = 4$ cm, $OH = 2$ cm. Tính
- i) Chu vi và diện tích tam giác ABC .
ii) Diện tích tứ giác $ABOC$.

 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

- $BC = BM + CN$.
- $\widehat{MBC} + \widehat{NCB} = 180^\circ$, từ đó suy ra $BM \parallel CN$.
- M, A, N thẳng hàng.

 **Lời giải.**

BÀI 7. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN (PHẦN 1)

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Ba vị trí tương đối của hai đường tròn

- ☑ Hai đường tròn có hai điểm chung được gọi là hai đường tròn *cắt nhau*.
- ☑ Hai đường tròn chỉ có một điểm chung được gọi là hai đường tròn *tiếp xúc nhau*. Điểm chung đó gọi là *tiếp điểm*.
- ☑ Hai đường tròn không có điểm chung được gọi là hai đường tròn *không giao nhau*.

2. Tính chất đường nối tâm

- ☑ Nếu hai đường tròn cắt nhau thì hai giao điểm đối xứng với nhau qua đường nối tâm, tức là đường nối tâm là đường trung trực của dây cung.
- ☑ Nếu hai đường tròn tiếp xúc nhau thì tiếp điểm nằm trên đường nối tâm.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

 **Dạng 1. Chứng minh song song, vuông góc, tính độ dài đoạn thẳng ...**

Vận dụng tính chất đường nối tâm, các dấu hiệu chứng minh song song, định lí Py-ta-go, tính chất của hình thang, tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau...

🔗 **Ví dụ 1.** Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ tiếp xúc nhau tại A (A nằm giữa O và O'). Một đường thẳng đi qua A cắt $(O; R)$ tại B và cắt $(O'; r)$ tại C . Chứng minh $OB \parallel O'C$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 2.** Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc nhau tại A (A nằm giữa O và O'). Một đường thẳng đi qua A cắt (O) tại B , cắt (O') tại C . Vẽ tiếp tuyến Bx tại B của (O) , vẽ tiếp tuyến Cy tại C của (O') . Chứng minh $Bx \parallel Cy$.

💬 **Lời giải.**

c) $OO' \parallel CD$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A và B . Gọi I là trung điểm của OO' , gọi C là điểm đối xứng với A qua I . Chứng minh:

- a) $BC \perp AB$. b) $AOCO'$ là hình bình hành. c) $OO'BC$ là hình thang cân.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI 8. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN

(PHẦN 2)

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Vị trí tương đối của hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ ($R > r$)	Số điểm chung	Hệ thức giữa OO' với R và r	Số tiếp tuyến chung
Hai đường tròn cắt nhau	2	$R - r < OO' < R + r$	2
Hai đường tròn tiếp xúc nhau ✔ Tiếp xúc ngoài. ✔ Tiếp xúc trong.	1	$OO' = R + r$ $OO' = R - r$	1
Hai đường tròn không giao nhau ✔ Ngoài nhau ✔ Đụng nhau ✔ Đồng tâm	0	$OO' > R + r$ $OO' < R - r$ $OO' = 0$	4 0 0

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Xác định vị trí tương đối của hai đường tròn

Áp dụng phần lý thuyết về vị trí tương đối của hai đường tròn.

🔗 **Ví dụ 1.** Điền vào ô trống trong bảng, biết rằng hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ có $OO' = d$, $R > r$.

Vị trí tương đối của hai đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức liên hệ giữa d, R, r	Số tiếp tuyến chung
Đụng nhau			
		$d = R + r$	

💬 **Lời giải.**

- Tâm của đường tròn có bán kính bằng 2 cm tiếp xúc ngoài với đường tròn $(O; 3 \text{ cm})$ nằm trên ...
- Tâm của đường tròn có bán kính bằng 5 cm tiếp xúc trong với đường tròn $(O; 8 \text{ cm})$ nằm trên ...

 Lời giải.

Dạng 2. Các bài toán liên qua đến hai đường tròn tiếp xúc nhau.

Dựa trên tính chất đường nối tâm, tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, hệ thức lượng trong tam giác vuông ...

❖ **Ví dụ 3.** Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A . Gọi MN là tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn với $M \in (O)$ và $N \in (O')$.

- a) Tính số đo $\widehat{MAN}$.
- b) Tính độ dài MN biết $OA = 9$ cm; $O'A = 4$ cm.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 4.** Cho đường tròn $(O; OA)$ và đường tròn tâm I có đường kính OA .

- Xác định vị trí tương đối của hai đường tròn.
- Dây AD của đường tròn lớn cắt đường tròn nhỏ ở M . Chứng minh $AM = MD$.

- Tính số đo của $\widehat{DAE}$.
- Tứ giác $ADME$ là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh MA là tiếp tuyến chung của hai đường tròn.

Bài 2. Cho đường tròn $(O; 9\text{ cm})$ và $(O'; 3\text{ cm})$ tiếp xúc ngoài tại A . Vẽ hai bán kính OB và $O'C$ song song với nhau và thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ OO' .

- a) Tính số đo của $\widehat{BAC}$.
- b) Gọi I là giao điểm của BC và OO' . Tính độ dài OI .

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M nằm bên ngoài đường tròn $(R < OM < 3R)$. Vẽ đường tròn $(M; 2R)$.

- a) Hai đường tròn (O) và (M) có vị trí tương đối như thế nào với nhau?
- b) Gọi K là một giao điểm của hai đường tròn trên. Vẽ đường kính KOH của đường tròn (O) . Chứng minh $NH = NM$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH . Gọi D là hình chiếu của H trên AB , E là hình chiếu của H trên AC . Gọi (O) là tâm đường tròn kính HB , (O') là tâm đường tròn đường kính HC . Chứng minh:

- a) Điểm D thuộc đường tròn (O) , điểm E thuộc đường tròn (O') ;

-  **Lời giải.**

BÀI 9. ÔN TẬP CHƯƠNG 2

Bài 1. Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn vẽ các tiếp tuyến Ax, By . Lấy điểm M thuộc nửa đường tròn (M khác A, B). Tiếp tuyến tại M của (O) cắt Ax, By lần lượt tại C, D .

- Chứng minh $CD = AC + BD$.
- Tính số đo góc $\widehat{COD}$.
- Chứng minh $AC \cdot BD = R^2$.
- Vẽ đường tròn tâm I , đường kính CD . Chứng minh AB là tiếp tuyến của (I) .

 Lời giải.

Bài 2. Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn (O) . Từ A kẻ các tiếp tuyến AB, AC với (O) (B, C là các tiếp điểm).

-  **Lời giải.**

a) Chứng minh $MA = MB = MC$ và $\widehat{BAC} = 90^\circ$.

- b) Tính số đo của $\widehat{OMO'}$.
- c) Chứng minh OO' tiếp xúc với đường tròn đường kính BC .
- d) Biết $R = 9\text{ cm}$, $R' = 4\text{ cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng BC .

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Cho đường tròn tâm O , đường kính $AB = 2R$. Điểm C nằm trên đường tròn (C khác A, B). Gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên AB . Vẽ đường tròn tâm I đường kính HA và đường tròn tâm K đường kính HB . CA cắt (I) tại M (khác A), CB cắt (K) tại N (khác B).

- a) Tứ giác $CMHN$ là hình gì? Vì sao?
- b) Chứng minh MN là tiếp tuyến chung của (I) và (K) .
- c) Chứng minh AB tiếp xúc với đường tròn đường kính MN .
- d) Biết $HA = \frac{R}{2}$. Tính diện tích tứ giác $IMNK$ theo R .

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- Tính số đo các góc của tam giác ABC .
- Tiếp tuyến tại C của (O) cắt Ax tại D . Chứng minh OD song song với BC .
- Tia BC cắt Ax tại E . Chứng minh $DE = DA$.

 **Lời giải.**

- Chứng minh $OM = OP$ và tam giác MNP cân.
- Gọi I là hình chiếu vuông góc của O lên MN . Chứng minh $OI = R$ và MN là tiếp tuyến của đường tròn (O) .
- Chứng minh $MN = AM + BN$.
- Chứng minh $AM \cdot BN$ không đổi khi đường thẳng Δ quay quanh O .

 **Lời giải.**

a) Chứng minh tam giác ABD cân.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI 10. ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG 2

A – ĐỀ SỐ 1

1. Trắc nghiệm (3 điểm)

- Câu 1.** Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là giao điểm của
- ☐ A

 Ba đường trung trực của tam giác.
- ☐ B

 Ba đường cao của tam giác.
- ☐ C

 Ba đường phân giác trong của tam giác.
- ☐ D

 Ba đường trung tuyến của tam giác.

Lời giải.

.....

.....

.....

- Câu 2.** Cho hai đường tròn $(O; 13\text{ cm})$, $(O'; 5\text{ cm})$ và $OO' = 8\text{ cm}$. Vị trí tương đối của hai đường tròn đó là
- ☐ A

 Tiếp xúc trong.
- ☐ B

 Tiếp xúc ngoài.
- ☐ C

 Đồng tâm.
- ☐ D

 Ngoài nhau.

Lời giải.

.....

.....

.....

- Câu 3.** Cho đường tròn $(O; 5\text{ cm})$ có dây AB không đi qua tâm O . Gọi H là trung điểm của AB . Biết $OH = 4\text{ cm}$, khi đó độ dài của dây AB bằng
- ☐ A

 4 cm.
- ☐ B

 5 cm.
- ☐ C

 6 cm.
- ☐ D

 8 cm.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 10$ cm. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

☐ A 3 cm. ☐ B 5 cm. ☐ C 7 cm. ☐ D 9 cm.

 **Lời giải.**

Câu 5. Đường tròn là hình

- | | |
|---|---|
| ☐ A Không có trục đối xứng. | ☐ B Có một trục đối xứng. |
| ☐ C Có hai trục đối xứng. | ☐ D Có vô số trục đối xứng. |

 **Lời giải.**

Câu 6. Cho đường tròn $(O; 3\text{ cm})$ và điểm M nằm ngoài (O) sao cho $OM = 6$ cm. Kẻ tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là các tiếp điểm). Khi đó số đo của $\widehat{AMB}$ bằng

☐ A 50° . ☐ B 60° . ☐ C 70° . ☐ D 90° .

 **Lời giải.**

2. Phần tự luận (7 điểm)

Bài 1. (3 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A , nội tiếp đường tròn (O) . Kẻ đường cao AH , gọi D là giao điểm của AH với (O) (D khác A).

- a) Chứng minh AD là đường kính của (O) .
- b) Biết $BC = 6$ cm, $AH = 9$ cm. Tính bán kính của (O) .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. (4 điểm) Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Điểm C thuộc nửa đường tròn (O) (C khác A, B). Tia BC cắt tiếp tuyến tại A của (O) tại D .

- a) Tính số đo của $\widehat{ACB}$.
- b) Chứng minh $BC \cdot BD = 4R^2$.
- c) Gọi I là trung điểm của AD . Chứng minh IC là tiếp tuyến của (O) .
- d) Gọi H là hình chiếu của C trên AB và J là trung điểm của CH . Chứng minh ba điểm B, J, I thẳng hàng.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

B – ĐỀ SỐ 2

1. Phần trắc nghiệm (3 điểm)

Câu 1. Tâm đường tròn nội tiếp tam giác là giao điểm của

- ☐ **A** Ba đường trung trực của tam giác.
 ☐ **B** Ba đường cao của tam giác.
- ☐ **C** Ba đường phân giác trong của tam giác.
 ☐ **D** Ba đường trung tuyến của tam giác.

 **Lời giải.**

Câu 2. Cho hai đường tròn $(O; 4 \text{ cm})$, $(O'; 5 \text{ cm})$ và $OO' = 6 \text{ cm}$. Vị trí tương đối của hai đường tròn đó là

- A** Cắt nhau. **B** Đứng nhau. **C** Tiếp xúc nhau. **D** Ngoài nhau.

 **Lời giải.**

Câu 3. Cho đường tròn $(O; 11\text{ cm})$. Khi đó độ dài dây dài nhất của đường tròn là

- A** 20 cm. **B** 22 cm. **C** 24 cm. **D** 25 cm.

 **Lời giải.**

Câu 4. Cho đường tròn $(O; 10 \text{ cm})$, dây CD có độ dài 12 cm . Khoảng cách từ tâm đường tròn đến dây CD là

- Ⓐ 6 cm. Ⓑ 8 cm. Ⓒ 10 cm. Ⓓ 12 cm.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 5. Cho hình vuông $PQRS$ có độ dài cạnh bằng 24 cm. Bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông đó bằng

- ☐ A 12 cm.
- ☐ B 13 cm.
- ☐ C $12\sqrt{2}$ cm.
- ☐ D $13\sqrt{2}$ cm.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Cho tam giác ABC có $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm, $BC = 5$ cm. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó bằng

- ☐ A 1 cm.
- ☐ B 2 cm.
- ☐ C 2,5 cm.
- ☐ D 3 cm.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Tự luận (7 điểm)

Bài 1. (3 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, các đường cao BD, CE .

- a) Chứng minh bốn điểm B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn.
- b) So sánh độ dài DE và BC .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....



.....

.....

.....

.....

.....

.....