

CĂN BẬC BA

A. Tóm tắt lý thuyết

I. Căn bậc ba

1. Định nghĩa: Căn bậc ba của một số a là số x sao cho $x^3 = a$. Tức là $x = \sqrt[3]{a} \Leftrightarrow x^3 = a$

Minh họa: $\sqrt[3]{8} = 2$ vì $2^3 = 8$; $\sqrt[3]{-27} = -3$ vì $(-3)^3 = -27$

2. Tính chất

a. Mỗi số a có duy nhất một căn bậc ba: $\sqrt[3]{a^3} = a$

b. Nếu $a > 0$ thì: $\sqrt[3]{a} > 0$

- Nếu $a < 0$ thì: $\sqrt[3]{a} < 0$

- Nếu $a = 0$ thì: $\sqrt[3]{a} = 0$

3. Hằng đẳng thức $\sqrt[3]{A^3} = A$

4. So sánh các căn bậc ba $A < B \Leftrightarrow \sqrt[3]{A} < \sqrt[3]{B}$; $A = B \Leftrightarrow \sqrt[3]{A} = \sqrt[3]{B}$

5. Các phép biến đổi

- Khai căn bậc ba một tích số: $\sqrt[3]{ABC} = \sqrt[3]{A} \cdot \sqrt[3]{B} \cdot \sqrt[3]{C}$

- Phép nhân các căn bậc ba: $\sqrt[3]{A} \cdot \sqrt[3]{B} \cdot \sqrt[3]{C} = \sqrt[3]{ABC}$

- Khai căn bậc ba của một thương số: $\sqrt[3]{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt[3]{A}}{\sqrt[3]{B}} (B \neq 0)$

- Chia hai căn bậc ba: $\frac{\sqrt[3]{A}}{\sqrt[3]{B}} = \sqrt[3]{\frac{A}{B}} (B \neq 0)$

- Đưa một thừa số ra ngoài dấu căn: $\sqrt[3]{A^3 B} = A \sqrt[3]{B}$

- Đưa một thừa số vào trong dấu căn: $A \sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{A^3 B}$

- Khử mẫu trong căn: $\sqrt[3]{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt[3]{AB^2}}{B} (B \neq 0)$; $\sqrt[3]{\frac{A}{B^2}} = \frac{\sqrt[3]{AB}}{B} (B \neq 0)$

- Trục căn thức ở mẫu: $\frac{1}{\sqrt[3]{A}} = \frac{\sqrt[3]{A^2}}{A} (A \neq 0)$; $\frac{1}{\sqrt[3]{A^2}} = \frac{\sqrt[3]{A}}{A} (A \neq 0)$

II. Căn bậc n

Căn bậc $n, n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 2$, của một số A là một số x mà lũy thừa bậc n của nó bằng A

Ký hiệu: $x = \sqrt[n]{A}; x^n = A \Rightarrow x = \sqrt[n]{A}; (\sqrt[n]{A})^n = A$

+) Căn bậc lẻ: Bất kỳ số thực nào cũng có một căn bậc lẻ và chỉ một mà thôi

Với mọi số tự nhiên $m, n, k > 0$, ta có: $\sqrt[2n+1]{A^{2n+1}} = A$

+) Khai căn bậc $2n+1$ của một tích số: $\sqrt[2n+1]{A \cdot B} = \sqrt[2n+1]{A} \cdot \sqrt[2n+1]{B}$

+) Phép nhân các căn bậc $2n+1$: $\sqrt[2n+1]{A} \cdot \sqrt[2n+1]{B} = \sqrt[2n+1]{A \cdot B}$

+) Khai căn bậc $2n+1$ của một thương số: $\sqrt[2n+1]{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt[2n+1]{A}}{\sqrt[2n+1]{B}} (B \neq 0)$

+) Phép chia hai căn thức bậc $2n+1$: $\frac{\sqrt[2n+1]{A}}{\sqrt[2n+1]{B}} = \sqrt[2n+1]{\frac{A}{B}} (B \neq 0)$

+) Đưa một thừa số ra ngoài dấu căn: $\sqrt[2n+1]{A^{2n+1} \cdot B} = A \cdot \sqrt[2n+1]{B}$

+) Đưa một thừa số vào trong dấu căn: $A \cdot \sqrt[2n+1]{B} = \sqrt[2n+1]{A^{2n+1} \cdot B}$

+) Lũy thừa một căn thức: $(\sqrt[2n+1]{A^m})^k = \sqrt[2n+1]{A^{m \cdot k}}$

+) Hạ bậc một căn thức hoặc nâng bậc một căn thức: $(\sqrt[2n+1]{A^m})^k = \sqrt[2n+1]{A^{m \cdot k}}$

+) Khai căn một căn thức: $\sqrt[m]{\sqrt[2n+1]{A}} = \sqrt[m(2n+1)]{A}$

*) **Lưu ý:** Khi m chẵn thì $A \geq 0$

+) Khử căn trong mẫu: $\sqrt[2n+1]{\frac{A}{B}} = \sqrt[2n+1]{\frac{A \cdot B^{(2n+1)-1}}{B^{2n+1}}} = \frac{\sqrt[2n+1]{A \cdot B^{(2n+1)-1}}}{B}$

B. Bài tập và các dạng toán

Dạng 1: Thực hiện phép tính có chứa căn bậc ba

Cách giải: Áp dụng công thức: $\sqrt[3]{a^3} = a; (\sqrt[3]{a})^3 = a$

- Các hằng đẳng thức liên quan đến bậc ba

$$+) (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$+) (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$+) a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$+) a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

Bài 1: Hãy tính

a) $\sqrt[3]{27}$

b) $\sqrt[3]{\frac{1}{125}}$

c) $\sqrt[3]{64a^3}$

d) $\sqrt[3]{-8a^3b^6}$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

b) Ta có: $\sqrt[3]{\frac{1}{125}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{5}\right)^3} = \frac{1}{5}$

c) Ta có: $\sqrt[3]{64a^3} = \sqrt[3]{(4a)^3} = 4a$

d) Ta có: $\sqrt[3]{-8a^3b^6} = \sqrt[3]{(-2ab^2)^3} = -2ab^2$

Bài 2: Làm phép tính

a) $\sqrt[3]{729}$

b) $\sqrt[3]{\frac{1}{216}}$

c) $\sqrt[3]{343a^3}$

d) $\sqrt[3]{-512a^3b^6}$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt[3]{729} = 9$

b) Ta có: $\sqrt[3]{\frac{1}{216}} = \frac{1}{6}$

c) Ta có: $\sqrt[3]{343a^3} = 7a$

d) Ta có: $\sqrt[3]{-512a^3b^6} = -8ab^2$

Bài 3: Thực hiện các phép tính

a) $\frac{\sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}} + \frac{\sqrt[3]{7,2}}{\sqrt[3]{0,9}}$

b) $2\sqrt[3]{24} - 5\sqrt[3]{81} + 4\sqrt[3]{192}$

c) $\frac{\sqrt[3]{750}}{\sqrt[3]{250}} - \sqrt[3]{160} \cdot \sqrt[3]{1,2}$

d) $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}-1} - \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2}$

Lời giải

a) Ta có: $\frac{\sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}} + \frac{\sqrt[3]{7,2}}{\sqrt[3]{0,9}} = \sqrt[3]{\frac{108}{4}} + \sqrt[3]{\frac{7,2}{0,9}} = \sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{8} = 5$

b) Ta có: $2\sqrt[3]{24} - 5\sqrt[3]{81} + 4\sqrt[3]{192} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{3} - 5 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{3} + 4 \cdot 4 \cdot \sqrt[3]{3} = 5\sqrt[3]{3}$

c) Ta có: $\frac{\sqrt[3]{750}}{\sqrt[3]{250}} - \sqrt[3]{160} \cdot \sqrt[3]{1,2} = \sqrt[3]{3} - 4\sqrt[3]{3} = -3\sqrt[3]{3}$

d) Ta có: $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}-1} - \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} = \frac{\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{2^2} + \sqrt[3]{2} + 1)}{(\sqrt[3]{2}-1)(\sqrt[3]{2^2} + \sqrt[3]{2} + 1)} - \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} = 2 + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} = 2$

Bài 4: Thực hiện các phép tính

a) $\frac{\sqrt[3]{384}}{\sqrt[3]{3}} + 3\sqrt[3]{-54} + \sqrt[3]{432}$

b) $\sqrt[3]{\frac{-27}{512}} + \frac{1}{8}\sqrt[3]{64} + \frac{5}{8}\sqrt[3]{-0,064}$

c) $\sqrt[3]{-343} \cdot \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{81} - 2\sqrt[3]{24}$

d) $\frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}}{3} - \frac{1}{\sqrt[3]{2} + 1}$

Lời giải

a) Ta có: $\frac{\sqrt[3]{384}}{\sqrt[3]{3}} + 3\sqrt[3]{-54} + \sqrt[3]{432} = 4\sqrt[3]{2} - 3 \cdot 3\sqrt[3]{2} + 6\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2}$

b) Ta có: $\sqrt[3]{\frac{-27}{512}} + \frac{1}{8}\sqrt[3]{64} + \frac{5}{8}\sqrt[3]{-0,064} = \frac{-3}{8} + \frac{1}{2} + \frac{5}{8} \cdot \frac{-2}{5} = \frac{-1}{8}$

c) Ta có: $\sqrt[3]{-343} \cdot \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{81} - 2\sqrt[3]{24} = -7\sqrt[3]{3} + 3 \cdot 3\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{3} = 0$

d) Ta có: $\frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}}{3} - \frac{1}{\sqrt[3]{2} + 1} = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}}{3} - \left(\frac{\sqrt[3]{2^2} - \sqrt[3]{2} + 1}{(\sqrt[3]{2})^3 - 1} \right) = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}}{3} - \frac{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1}{3} = \frac{-1 + 2\sqrt[3]{2}}{3}$

Bài 5: Thực hiện phép tính

a. $\sqrt[3]{(\sqrt{2} + 1)(3 + 2\sqrt{2})}$

b. $(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})$

c. $(\frac{1}{2}\sqrt[3]{9} - 2\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{\frac{1}{3}}) : 2\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$

d. $2\sqrt[3]{24} - 3\sqrt[3]{81} + 4\sqrt[3]{192} - 2\sqrt[3]{375}$

e. $\sqrt[3]{\frac{-27}{512}} + \frac{1}{8}\sqrt[3]{64} + \frac{5}{8}\sqrt[3]{-0,064}$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt[3]{(\sqrt{2} + 1)(3 + 2\sqrt{2})} = \sqrt[3]{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} + 1)^2} = \sqrt[3]{(\sqrt{2} + 1)^3} = \sqrt{2} + 1$

b) Ta có: $(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}) = (\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}) \left[(\sqrt[3]{3})^2 + \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2} + (\sqrt[3]{2})^2 \right] = (\sqrt[3]{3})^3 - (\sqrt[3]{2})^3 = 3 - 2 = 1$

c) Ta có:

$$\left(\frac{1}{2}\sqrt[3]{9} - 2\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right) : 2\sqrt[3]{\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{2}\sqrt[3]{9} : 2\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right) - \left(2\sqrt[3]{3} : 2\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right) + \left(3\sqrt[3]{\frac{1}{3}} : 2\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right) = \frac{3}{4} - \sqrt[3]{3^2} + \frac{3}{2} = \frac{9 - 4\sqrt[3]{9}}{4}$$

d) Ta có:

$$2\sqrt[3]{24} - 3\sqrt[3]{81} + 4\sqrt[3]{192} - 2\sqrt[3]{375} = 2\sqrt[3]{8 \cdot 3} - 3\sqrt[3]{27 \cdot 3} + 4\sqrt[3]{64 \cdot 3} - 2\sqrt[3]{125 \cdot 3} = \sqrt[3]{3}(4 - 9 + 16 - 10) = \sqrt[3]{3}$$

e) Ta có: $\sqrt[3]{\frac{-27}{512}} + \frac{1}{8}\sqrt[3]{64} + \frac{5}{8}\sqrt[3]{-0,064} = \frac{-3}{8} + 4 - \frac{2}{5} = \frac{-1}{8}$

Bài 6: Rút gọn biểu thức

a) $A = \sqrt[3]{125x^3 + 75x^2 + 15x + 1} - 5x$

b) $B = \sqrt[3]{x\sqrt{x} + 1} \cdot \sqrt[3]{x\sqrt{x} - 1} - \sqrt[3]{1 - x^3}$

Lời giải

a) Ta có: $A = \sqrt[3]{125x^3 + 75x^2 + 15x + 1} - 5x = \sqrt[3]{(5x + 1)^3} - 5x = 1$

b) Ta có: $B = \sqrt[3]{x\sqrt{x} + 1} \cdot \sqrt[3]{x\sqrt{x} - 1} - \sqrt[3]{1 - x^3} = \sqrt[3]{(x\sqrt{x} + 1)(x\sqrt{x} - 1)} - \sqrt[3]{1 - x^3} = 2\sqrt[3]{x^3 - 1}$

Bài 7: Rút gọn biểu thức

a) $A = \sqrt[3]{(x-1)^3} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{(1-2x)^3} + 3x$

b) $B = 2\sqrt[3]{1-3x^2+3x-x^3} - x$

Lời giải

a) Ta có $A = \sqrt[3]{(x-1)^3} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{(1-2x)^3} + 3x = x - 1 - \frac{1}{2}(1-2x) + 3x$
 $= x - 1 - \frac{1}{2} + x + 3x = 5x - \frac{3}{2}$

b) Ta có $B = 2\sqrt[3]{1-3x^2+3x-x^3} - x = 2\sqrt[3]{(1-x)^3} - x = 2(1-x) - 2 = 2 - 3x$

Bài 8: Chứng minh các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến x

a) $A = \sqrt[3]{x\sqrt{x} + 3x + 3\sqrt{x} + 1} - (\sqrt{x} + 2)$

b) $B = (\sqrt[3]{x} + 1)^3 - (\sqrt[3]{x} - 1)^3 + 6(\sqrt[3]{x} - 1)(\sqrt[3]{x} + 1)$

Lời giải

a) Ta có: $A = \sqrt[3]{x\sqrt{x} + 3x + 3\sqrt{x} + 1} - (\sqrt{x} + 2) = \sqrt[3]{(\sqrt{x} + 1)^3} - (\sqrt{x} + 2) = -1 \Rightarrow \text{đpcm.}$

b) Ta có: $B = (\sqrt[3]{x} + 1)^3 - (\sqrt[3]{x} - 1)^3 + 6(\sqrt[3]{x} - 1)(\sqrt[3]{x} + 1) = 8 \Rightarrow \text{đpcm.}$

Bài 9: Tính

a. $A = \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$

b. $B = \sqrt[3]{3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}} - \sqrt[3]{-3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}}$

Lời giải

a) Ta có: $A = \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$

Cách 1: $2A = \sqrt[3]{16+8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16-8\sqrt{5}} = \sqrt[3]{(\sqrt{5}+1)^3} + \sqrt[3]{(1-\sqrt{5})^3} = 2 \Rightarrow A = 1$

Cách 2:

$$A^3 = \left(\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\right)^3 = 2+\sqrt{5} + 2-\sqrt{5} + 3\sqrt[3]{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})} \cdot \left(\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\right) = 4 + 3\sqrt[3]{-1} \cdot A$$

$$\Leftrightarrow A^3 + 3A = 4 = 0 \Leftrightarrow (A-1)(A^2 + A + 4) = 0 \Leftrightarrow A = 1$$

b. $B = \sqrt[3]{3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}} - \sqrt[3]{-3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}}$

Đặt

$$a = \sqrt[3]{3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}}; b = \sqrt[3]{-3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}} \Rightarrow a^3 - b^3 = 6 \Rightarrow ab = \frac{5}{3} \Rightarrow B^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b) \Leftrightarrow B^3 = 6 - 5B$$

$$\Leftrightarrow B$$

$$\Leftrightarrow B^3 + 5B - 6 = 0 \Leftrightarrow (B-1)(B^2 + B + 6) = 0 \Leftrightarrow B = 1$$

Vậy $B = 1$.

Bài 10: Tính

a. $A = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 2}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 2}$

b. $B = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{\sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}}}$

Lời giải

a) Ta có $A = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 2}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 2} = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 2} = \frac{\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{2} + 1 + \sqrt[3]{4})}{\sqrt[3]{2} + 1 + \sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{2}$

b) Ta có $B = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{\sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}}} = \frac{(\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} + 1}{\sqrt[3]{(\sqrt{3})^2 + 3\sqrt{3} + 3(\sqrt{3})^2 \cdot 1 + 1}} = \frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{\sqrt[3]{(\sqrt{3} + 1)^2}} = \frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{(\sqrt{3} + 1)} = (\sqrt{3} + 1)$

Bài 11*:

Tính $A = \sqrt[3]{6\sqrt{3}+10} - \sqrt[3]{6\sqrt{3}-10}$

Lời giải

Cách 1: Biến đổi biểu thức dưới dấu căn ta được:

$$A = \sqrt[3]{6\sqrt{3}+10} - \sqrt[3]{6\sqrt{3}-10} = \sqrt[3]{(\sqrt{3}+1)^3} + \sqrt[3]{(\sqrt{3}-1)^3} = \sqrt{3}+1 + \sqrt{3}-1 = 2\sqrt{3}$$

Cách 2: Biến đổi A^3 dựa vào hằng đẳng thức $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

Ta có

$$A^3 = \left(\sqrt[3]{6\sqrt{3}+10} - \sqrt[3]{6\sqrt{3}-10}\right)^3 = 6\sqrt{3}+10 - (6\sqrt{3}-10) - 3\sqrt[3]{6\sqrt{3}+10} \cdot \sqrt[3]{6\sqrt{3}-10} \cdot \left(\sqrt[3]{6\sqrt{3}+10} - \sqrt[3]{6\sqrt{3}-10}\right)$$

$$= 20 - 3\sqrt[3]{(6\sqrt{3})^2 - 10^2} \cdot A = 20 - 3\sqrt[3]{8} \cdot A = 20 - 3 \cdot 2A = 20 - 6A \Rightarrow A^3 + 6A - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow A^2(A-2) + 2A(A-2) + 10(A-2) = 0 \Leftrightarrow (A-2)(A^2 + 2A + 10) = 0 \quad (1)$$

$$\text{Mà } A^2 + 2A + 10 = (A+1)^2 + 9 > 0 \text{ với mọi } A \quad (2)$$

$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow A-2 = 0 \Leftrightarrow A = 2$$

Vậy $A = 2$.

Bài 12* : Tính giá trị của các biểu thức sau

a. $A = x^3 + 15x$ tại $x = \sqrt[3]{5(\sqrt{6}+1)} - \sqrt[3]{5(\sqrt{6}-1)}$

b. $B = (x^3 + 12x - 9)^{2017}$, biết: $x = \sqrt[3]{4(\sqrt{5}+1)} - \sqrt[3]{4(\sqrt{5}-1)}$

c. $C = (3x^3 + 8x^2 + 2)^{1998}$, biết: $x = \frac{(\sqrt{5}+2)\sqrt[3]{17\sqrt{5}-38}}{\sqrt{5} + \sqrt{14-6\sqrt{5}}}$

Lời giải

a) Đặt $a_1 = \sqrt[3]{5(\sqrt{6}+1)}$; $a_2 = \sqrt[3]{5(\sqrt{6}-1)} \Rightarrow a_1 a_2 = \sqrt[3]{25(6-1)} = 5 \Rightarrow x = a_1 - a_2$

$$\Leftrightarrow x^3 = (a_1 - a_2)^3 = a_1^3 - a_2^3 - 3a_1 a_2 (a_1 - a_2) = 10 - 3 \cdot 5x = 10 - 15x \Leftrightarrow x^3 + 15x = 10 \Leftrightarrow A = 10$$

b) Áp dụng:

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b) \Leftrightarrow x^3 = 4(\sqrt{5}+1) - 4(\sqrt{5}-1) - 3\sqrt[3]{4(\sqrt{5}+1)} \cdot 4(\sqrt{5}-1) \cdot x \Leftrightarrow x^3 = 8 - 12x$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 12x = 8 \Rightarrow A = (8-9)^{2017} = -1$$

$$\text{c) Ta có: } x = \frac{(\sqrt{5}+2)\sqrt[3]{17\sqrt{5}-38}}{\sqrt{5}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt[3]{(\sqrt{5}-2)^3 \cdot (\sqrt{5}+2)}}{\sqrt{5}+\sqrt[3]{(3-\sqrt{5})^2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow A = 3^{1998}$$

Dạng 2: Khử mẫu thức chứa căn bậc ba

Cách giải: Cần chú ý

+) $a+b$ có biểu thức liên hợp là: $a^2 - ab + b^2$ và ngược lại

+) $a-b$ có biểu thức liên hợp là: $a^2 - ab + b^2$ và ngược lại

Bài 1: Khử căn thức ở mẫu

a. $\frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}}$

b. $\frac{6}{\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{5}+1}$

c. $\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3}-1}$

d. $\frac{1}{2+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}$

Lời giải

a) Ta có: $\frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}{(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})} = \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}$

b) Ta có: $\frac{6}{\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{5}+1} = \frac{6(\sqrt[3]{5}+1)}{(\sqrt[3]{5}+1)(\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{5}+1)} = \frac{6(\sqrt[3]{5}+1)}{5+1} = \sqrt[3]{5}+1$

c) Ta có: $\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3}-1} = \frac{\sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1)}{(\sqrt[3]{3}-1)(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1)} = \frac{\sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1)}{(\sqrt[3]{3})^3 - 1^3} = \frac{\sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3}}{2} = \frac{3 + \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3}}{2}$

d) Ta có: $\frac{1}{2+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1)} = \frac{\sqrt[3]{4}(\sqrt[3]{2}-1)}{2(2-1)} = \frac{\sqrt[3]{4}(\sqrt[3]{2}-1)}{2}$

Bài 2: Trục căn thức ở mẫu các biểu thức sau

a. $\frac{1}{2+\sqrt[3]{3}}$

b. $\frac{1}{\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}-\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}}$

Lời giải

a) Ta có: $\frac{1}{2+\sqrt[3]{3}} = \frac{2^2 - 2\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{3^2}}{2^3 + (\sqrt[3]{3})^3} = \frac{4 - 2\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9}}{11}$

b) Ta có: $\frac{1}{\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}-\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt[3]{(2+\sqrt{5})^2} + \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{2-\sqrt{5}} + \sqrt[3]{(2-\sqrt{5})^2}}{(2+\sqrt{5}) - (2-\sqrt{5})} = \frac{\sqrt[3]{9+4\sqrt{5}} - 1 + \sqrt[3]{9+4\sqrt{5}}}{2\sqrt{5}}$

Dạng 3: So sánh các căn bậc ba

Cách giải: Để so sánh các căn bậc ba, ta chú ý:

$$+) A\sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{A^3B} \text{ (đưa thừa số vào trong căn)}$$

$$+) A < B \Leftrightarrow \sqrt[3]{A} < \sqrt[3]{B}$$

Bài 1: So sánh cặp số sau

a) $2\sqrt[3]{3}$ và $\sqrt[3]{23}$

b) 15 và $3\sqrt[3]{126}$

Lời giải

a) Ta có: $2\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{24} > \sqrt[3]{23}$

b) Ta có: $15 = 3.5 = 3\sqrt[3]{125} \rightarrow 125 < 3\sqrt[3]{126}$

Bài 2: So sánh cặp số sau

a) 7 và $2\sqrt[3]{43}$

b) $5\sqrt[3]{6}$ và $6\sqrt[3]{5}$

Lời giải

a) Ta có: $7 < 2\sqrt[3]{43}$

b) Ta có: $5\sqrt[3]{6} < 6\sqrt[3]{5}$

Bài 3: Hãy so sánh

a. 33 và $3\sqrt[3]{133}$

b. $2\sqrt[3]{3}$ và $3\sqrt[3]{2}$

c. $4\sqrt[3]{1730}$ và 48

d. $\frac{2}{3}\sqrt[3]{18}$ và $\frac{3}{4}\sqrt[3]{12}$

Lời giải

a. Ta có:
$$\begin{cases} 3\sqrt[3]{133} = \sqrt[3]{3591} \\ 33 = \sqrt[3]{35937} \end{cases} \Rightarrow 33 > 3\sqrt[3]{133}$$

b. Ta có:
$$\begin{cases} 2\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{8 \cdot 3} = \sqrt[3]{24} \\ 3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{54} \end{cases} \Rightarrow 2\sqrt[3]{3} < 3\sqrt[3]{2}$$

c. Ta có: $12 = \sqrt[3]{12^3} = \sqrt[3]{1728} < \sqrt[3]{1730} \Rightarrow 48 < 4\sqrt[3]{1730}$

$$d) \text{ Ta có: } \begin{cases} \frac{2}{3} \sqrt[3]{18} = \sqrt[3]{\frac{8}{27} \cdot 18} = \sqrt[3]{5 \frac{1}{3}} \\ \frac{3}{4} \sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{\frac{27}{64} \cdot 12} = \sqrt[3]{5 \frac{1}{16}} \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{3} \sqrt[3]{18} > \frac{3}{4} \sqrt[3]{12}$$

Bài 4: So sánh

a. $A = \sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$ và $B = 2\sqrt{5}$ hoặc $B = 2\sqrt[3]{9}$

b. $A = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}$ và $B = \sqrt{3}$ hoặc $B = \frac{4}{\sqrt[3]{9}}$

Lời giải

a) Ta có: $A = \sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}} = \sqrt[3]{(2+\sqrt{2})^3} + \sqrt[3]{(2-\sqrt{2})^3} = 4 = 2\sqrt[3]{8} \Rightarrow A < B$

b) Ta có: $A = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}} = 2 = \frac{4}{2} = \frac{4}{\sqrt[3]{8}} > \frac{4}{\sqrt[3]{9}} \Rightarrow A > B$

Dạng 4: Giải phương trình chứa căn bậc ba

Cách giải: Áp dụng $\sqrt[3]{A} = B \Leftrightarrow A = B^3$

Bài 1: Giải các phương trình sau

a. $\sqrt[3]{2x+1} = 3$

b. $\sqrt[3]{5+x} - x = 5$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt[3]{2x+1} = 3 \Leftrightarrow 2x+1 = 27 \Leftrightarrow x = 13$

b) Ta có: $\sqrt[3]{5+x} - x = 5 \Rightarrow \sqrt[3]{5+x} = x+5 \Rightarrow x+5 = (x+5)^3 \Rightarrow x \in \{-6; -5; -4\}$

Bài 2: Giải các phương trình sau

a. $\sqrt[3]{2-3x} = -2$

b. $\sqrt[3]{x-1} = x-1$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt[3]{2-3x} = -2 \Leftrightarrow 2-3x = -8 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$

b) Ta có: $\sqrt[3]{x-1} = x-1 \Leftrightarrow x-1 = (x-1)^3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ (x-1)^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=0 \\ x=2 \end{cases}$

Bài 3: Giải các phương trình sau

a. $\sqrt[3]{27x} - \sqrt[3]{216x} + x\sqrt[3]{\frac{1}{x^2}} = 4$

b. $\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} - 2x = 3$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt[3]{27x} - \sqrt[3]{216x} + x\sqrt[3]{\frac{1}{x^2}} = 4 \Leftrightarrow -2\sqrt[3]{x} = 4 \Leftrightarrow x = -8$

b) Ta có: $\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} - 2x = 3 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$

Bài 4: Giải các phương trình sau

a. $\sqrt[3]{1000x} - \sqrt[3]{64x} - \sqrt[3]{27x} = 15$

b. $3\sqrt[3]{x-3} + 4\sqrt[3]{8x-24} - \frac{1}{3}\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{9x-27} = 0$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt[3]{1000x} - \sqrt[3]{64x} - \sqrt[3]{27x} = 15 \Leftrightarrow 10\sqrt[3]{x} - 4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[3]{x} = 15 \Leftrightarrow 3\sqrt[3]{x} = 15 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x} = 5 \Leftrightarrow x = 125$

b) Ta có: $3\sqrt[3]{x-3} + 4\sqrt[3]{8x-24} - \frac{1}{3}\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{9x-27} = 0 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x-3} = -2 \Leftrightarrow x-3 = -8 \Leftrightarrow x = -5$

Bài 5: Giải các phương trình sau

a. $\sqrt[3]{1-9x+27x^2-27x^3} = 3x-5$

b. $\sqrt[3]{8x^2} + x\sqrt[3]{\frac{1}{x}} = 27$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt[3]{1-9x+27x^2-27x^3} = 3x-5 \Rightarrow 1-3x = 3x-5 \Rightarrow x = 1$

b) Ta có: $\sqrt[3]{8x^2} + x\sqrt[3]{\frac{1}{x}} = 27 \Rightarrow 2\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x^2} = 3\sqrt[3]{x^2} \Rightarrow x = \pm 27$

Bài 6: Tìm x, biết

a. $\sqrt[3]{2x+1} > -5$

b. $\sqrt[3]{x^3+3x^2+6x+4} \leq x+1$

c. $\sqrt[3]{4-2x} \geq 4$

d. $\sqrt[3]{-x^3-3x^2+6x-10} < -x-1$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt[3]{2x+1} > -5 \Rightarrow 2x+1 > -125 \Rightarrow 2x > -126 \Rightarrow x > -63$

b) Ta có: $\sqrt[3]{x^3+3x^2+6x+4} \leq x+1 \Rightarrow x^3+3x^2+6x+4 \leq x^3+3x^2+3x+1 \Rightarrow x \leq -1$

c) Ta có: $\sqrt[3]{4-2x} \geq 4 \Rightarrow 4-2x \geq 64 \Rightarrow -2x \geq 60 \Rightarrow x \leq -30$

d) Ta có: $\sqrt[3]{-x^3-3x^2+6x-10} < -x-1 \Rightarrow -x^3-3x^2+6x-10 < -(x+1)^3 \Rightarrow x < 1$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Kết quả đúng của phép tính $\frac{\sqrt[3]{1080}}{\sqrt[3]{-5}} + \sqrt[3]{-32} \cdot \sqrt[3]{-16}$ là số nào

a. 2

b. -2

c. 4

d. -4

Lời giải

Chọn đáp án A

Giải thích:

$$\text{Ta có: } \frac{\sqrt[3]{1080}}{\sqrt[3]{-5}} + \sqrt[3]{-32} \cdot \sqrt[3]{-16} = \frac{\sqrt[3]{1080}}{\sqrt[3]{-5}} + \sqrt[3]{-32 \cdot (-16)} = \sqrt[3]{-216} + \sqrt[3]{512} = -6 + 8 = 2$$

Câu 2: Phép tính $\sqrt[3]{48} \cdot \sqrt[3]{36} - \frac{\sqrt[3]{24696}}{\sqrt[3]{9}}$ ta được kết quả là số nào?

a. 2

b. -2

c. 4

d. -4

Lời giải

Chọn đáp án B

Giải thích:

$$\text{Ta có: } \sqrt[3]{48} \cdot \sqrt[3]{36} - \frac{\sqrt[3]{24696}}{\sqrt[3]{9}} = \sqrt[3]{48 \cdot 36} - \frac{\sqrt[3]{24696}}{\sqrt[3]{9}} = \sqrt[3]{1728} - \sqrt[3]{2744} = \sqrt[3]{12^3} - \sqrt[3]{14^3} = 12 - 14 = -2$$

Câu 3: Phép tính $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} - \sqrt[3]{\frac{27}{64}} + \sqrt[3]{\frac{125}{216}} - \sqrt[3]{\frac{27}{8}}$ ta được kết quả là số nào?

a. $\frac{-9}{2}$

b. $\frac{-11}{2}$

c. $\frac{-13}{12}$

d. $\frac{-15}{2}$

Lời giải

Chọn đáp án C

Giải thích:

$$\text{Ta có: } \sqrt[3]{\frac{1}{27}} - \sqrt[3]{\frac{27}{64}} + \sqrt[3]{\frac{125}{216}} - \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)^3} - \sqrt[3]{\left(\frac{3}{4}\right)^3} + \sqrt[3]{\left(\frac{5}{6}\right)^3} - \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^3} = \frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{3}{2} = \frac{-13}{12}$$

Câu 4: Rút gọn $\sqrt{\left(\sqrt{5}-\frac{5}{2}\right)^2} - \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}-\sqrt{5}\right)^3}$ ta được kết quả là số nào?

a. 1

b. -1

c. $2\sqrt{5}$

d. $-2\sqrt{5}$

Lời giải

Chọn đáp án A

Giải thích:

$$\text{Ta có: } \sqrt{\left(\sqrt{5}-\frac{5}{2}\right)^2} - \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}-\sqrt{5}\right)^3} = \left|\sqrt{5}-\frac{5}{2}\right| - \left(\frac{3}{2}-\sqrt{5}\right) = \frac{5}{2} - \sqrt{5} - \frac{3}{2} + \sqrt{5} = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1$$

Câu 5: Rút gọn $\left[\sqrt{\left(\sqrt{2}-\frac{3}{2}\right)^2} - \sqrt[3]{(1-\sqrt{2})^3}\right]^2$ ta được kết quả là số nào?

a. $\frac{1}{2}$

b. $\frac{1}{4}$

c. $\frac{3}{4}$

d. 1

Lời giải

Chọn đáp án B

Giải thích:

$$\text{Ta có: } \left[\sqrt{\left(\sqrt{2}-\frac{3}{2}\right)^2} - \sqrt[3]{(1-\sqrt{2})^3}\right]^2 = \left[\left|\sqrt{2}-\frac{3}{2}\right| - (1-\sqrt{2})\right]^2 = \left(\frac{3}{2} - \sqrt{2} - 1 + \sqrt{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2} - 1\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

Câu 6: Phép tính $\left[\sqrt[3]{(3-2\sqrt{3})^3} - \sqrt{(5-2\sqrt{3})^2}\right]^3$ cho kết quả nào

a. -4

b. -6

c. -8

d. -12

Lời giải

Chọn đáp án C

Giải thích:

Ta có: $\left[\sqrt[3]{(3-2\sqrt{3})^3} - \sqrt{(5-2\sqrt{3})^2} \right]^3 = [3-2\sqrt{3} - |5-2\sqrt{3}|]^3 = (3-2\sqrt{3}-5+2\sqrt{3})^3 = (-2)^3 = -8$

Câu 7: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{-3x} = -1$ là:

- a. $S = \{-1\}$ b. $S = \left\{ \frac{-1}{3} \right\}$
 c. $S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$ d. $S = \emptyset$

Lời giải

Chọn đáp án C

Giải thích:

Ta có: $\sqrt[3]{-3x} = -1 \Leftrightarrow \sqrt[3]{(-3x)^3} = (-1)^3 \Leftrightarrow -3x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \Rightarrow S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$

Câu 8: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} = 1$ là:

- a. $S = \{0\}$ b. $S = \{-2\}$
 c. $S = \{2\}$ d. $S = \emptyset$

Lời giải

Chọn đáp án A

Giải thích:

Ta có: $\sqrt{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^3} = 1 \Leftrightarrow x+1 = 1 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow S = \{0\}$

Câu 9: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{(x-2)(x^2+2x+4)} = 0$ là:

- a. $S = \{-1\}$ b. $S = \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$
 c. $S = \{-4\}$ d. $S = \{2\}$

Lời giải

Chọn đáp án D

Giải thích:

Ta có: $\sqrt[3]{(x-2)(x^2+2x+4)} = 0 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x^3-8} = 0 \Leftrightarrow x^3-8 = 0 \Leftrightarrow x^3 = 8 \Leftrightarrow x = 2$

Câu 10: $\sqrt[3]{3}+1$ là nghiệm của phương trình nào dưới đây

a. $x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0$

b. $x^3 - 3x^2 + 3x - 4 = 0$

c. $x^3 + 6x^2 - 3x + 1 = 0$

d. $x^3 - 6x^2 + 3x - 4 = 0$

Lời giải

Chọn đáp án B

Giải thích:

Đặt $x = \sqrt[3]{3} + 1 \Leftrightarrow x - 1 = \sqrt[3]{3} \Leftrightarrow (x - 1)^3 = 3 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 3 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 4 = 0$

Vậy $\sqrt[3]{3} + 1$ là nghiệm của phương trình: $x^3 - 3x^2 + 3x - 4 = 0$

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1: Hãy tính

a) $\sqrt[3]{512}$

b) $\sqrt[3]{\frac{-1}{125}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{343a^3b^6}{-216}}$

b) $\sqrt[3]{-64a^9b^9}$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt[3]{512} = 8$

b) Ta có: $\sqrt[3]{\frac{-1}{125}} = \frac{-1}{5}$

c) Ta có: $\sqrt[3]{\frac{343a^3b^6}{-216}} = \frac{-7}{6}ab^2$

d) Ta có: $\sqrt[3]{-64a^9b^9} = -4a^3b^3$

Bài 2: Thực hiện phép tính

a) $A = \frac{\sqrt[3]{135}}{\sqrt[3]{5}} - \sqrt[3]{54} \cdot \sqrt[3]{4}$

b) $B = (\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{2})$

Lời giải

a) Ta có: $A = \frac{\sqrt[3]{135}}{\sqrt[3]{5}} - \sqrt[3]{54} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{\frac{135}{5}} - \sqrt[3]{54 \cdot 4} = -3$

b) Ta có: $B = (\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{2}) = (\sqrt[3]{5})^3 + (\sqrt[3]{2})^3 = 7$

Bài 3: Thực hiện các phép tính sau

a) $B = \sqrt[3]{(4-2\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)}$

b) $C = \sqrt{3+\sqrt{3}} + \sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}$

Lời giải

a) Ta có: $B = \sqrt[3]{(4-2\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)} = \sqrt[3]{(\sqrt{3}-1)^2(\sqrt{3}-1)} = \sqrt{3}-1$

b) Ta có: $C = \sqrt{3+\sqrt{3}} + \sqrt[3]{10+6\sqrt{3}} = \sqrt{3+\sqrt{3}} + \sqrt[3]{(\sqrt{3}+1)^3} = \sqrt{3}+1$

Bài 4: Rút gọn các biểu thức sau

a) $E = (\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})$

b) $F = \frac{\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{54} + 2\sqrt[3]{16}}$

c) $G = \left(\sqrt[3]{\frac{9}{5}} - 3\sqrt[3]{\frac{-9}{5}} + 4\sqrt[3]{\frac{1}{3}} \right) : 2\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$

Lời giải

a) Ta có: $E = (\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}) = \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2}$

$$E = \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{18} - \sqrt[3]{18} - \sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{2^3} = 3 + 2 = 5$$

b) Ta có: $F = \frac{\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{54} + 2\sqrt[3]{16}} = \frac{\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2}}{3\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{2}} = \frac{-\sqrt[3]{2}}{7\sqrt[3]{2}} = \frac{-1}{7}$

c) Ta có: $G = \left(\sqrt[3]{\frac{9}{5}} - 3\sqrt[3]{\frac{-9}{5}} + 4\sqrt[3]{\frac{1}{3}} \right) : 2\sqrt[3]{\frac{1}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{9}{5}} - 3\sqrt[3]{\frac{-9}{5}} + 4\sqrt[3]{\frac{1}{3}} \right) \cdot \frac{\sqrt[3]{3}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{27}{5}} - \frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{-27}{5}} + 2\sqrt[3]{1}$

$$= \frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{1}{5}} + \frac{9}{2}\sqrt[3]{\frac{1}{5}} + 2 = 6\sqrt[3]{\frac{1}{5}} + 2$$

Bài 5: Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = 3x - \sqrt[3]{27x^3 + 27x^2 + 9x + 1}$

b) $B = \sqrt[3]{8x^3 + 12x^2 + 6x + 1} - \sqrt[3]{x^3}$

Lời giải

a) Ta có: $A = 3x - \sqrt[3]{27x^3 + 27x^2 + 9x + 1} = 3x - \sqrt[3]{(3x+1)^3} = -1$

b) Ta có: $B = \sqrt[3]{8x^3 + 12x^2 + 6x + 1} - \sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{(2x+1)^3} - x = x + 1$

Bài 6: So sánh

a. 6 và $2\sqrt[3]{26}$

b. $2\sqrt[3]{6}$ và $\sqrt[3]{47}$

c. $3\sqrt[3]{2}$ và $\sqrt[3]{53}$

d. 22 và $3\sqrt[3]{394}$

Lời giải

a) Ta có: $6 = 2\sqrt[3]{27} > 2\sqrt[3]{26}$

b) Ta có: $2\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{48} > \sqrt[3]{47}$

c) Ta có: $3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{54} > \sqrt[3]{53}$

d) Ta có: $22 > 3\sqrt[3]{394}$

Bài 7: Giải các phương trình sau

a) $\sqrt[3]{2x+1} = 1$

b) $\sqrt[3]{x^3 + 2x^2} = x + 2$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt[3]{2x+1} = 1 \Leftrightarrow x = 0$

b) Ta có: $\sqrt[3]{x^3 + 2x^2} = x + 2 \Leftrightarrow x \in \{-1; -2\}$

Bài 8: Giải các phương trình sau

a) $\sqrt[3]{x^3 + 9x^2} = x + 3$

b) $\sqrt[3]{x+5} - x = 5$

c) $\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} = 2x + 5$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt[3]{x^3 + 9x^2} = x + 3 \Leftrightarrow x^3 + 9x^2 = (x + 3)^3 \Leftrightarrow x^3 + 9x^2 = x^3 + 9x^2 + 27x + 27 \Leftrightarrow 27x + 27 = 0$

$\Leftrightarrow x = -1$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{-1\}$

b) Ta có: $\sqrt[3]{x+5} - x = 5 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x+5} = x + 5 \Leftrightarrow x + 5 = (x + 5)^3 \Leftrightarrow (x + 5)[1 - (x + 5)^2] = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 5 = 0 \\ (x + 5)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x + 5 = \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x \in \{-4, -6\} \end{cases} \Rightarrow S = \{-6, -5, -4\}$

c) Ta có: $\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} = 2x + 5 \Leftrightarrow \sqrt[3]{(x-1)^3} = 2x + 5 \Leftrightarrow x - 1 = 2x + 5 \Leftrightarrow x = -6$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{-6\}$