

## CĂN BẬC HAI

### A. Tóm tắt lý thuyết

#### 1. Khái niệm căn bậc hai

a) Định nghĩa: Căn bậc hai của số thực  $a$  không âm là số  $x$  sao cho  $x^2 = a$

b) Chú ý:

- Mỗi số thực dương  $a (a \geq 0)$  có đúng hai căn bậc hai là hai số đối nhau

+ Số dương kí hiệu là:  $\sqrt{a}$

+ Số âm kí hiệu là:  $-\sqrt{a}$

- Số 0 có đúng 1 căn bậc hai là chính nó, ta viết  $\sqrt{0} = 0$

- Số âm không có căn bậc hai

#### 2. Khái niệm về căn bậc hai số học

**a. Định nghĩa:** Căn bậc hai số học của số thực  $a$  không âm ( $a \geq 0$ ) là số không âm  $x$  mà  $x^2 = a$

Ví dụ: Căn bậc hai số học của 9 là:  $\sqrt{9} = 3$

- Với số thực  $a$  dương, người ta gọi số  $\sqrt{a}$  là căn bậc hai số học của  $a$

- Số 0 cũng được gọi là căn bậc hai số học của 0

**b. Chú ý:** Phép khai phương là phép toán tìm căn bậc hai số học của số không âm

Công thức: 
$$\begin{cases} a \geq 0 \\ x^2 = a \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{a}; a \geq 0 \Rightarrow \sqrt{a} \geq 0 \text{ và } a \geq 0 \Rightarrow (\pm\sqrt{a})^2 = a$$

Phương trình  $x^2 = a$  với  $a > 0$  có hai nghiệm đối nhau là  $x_1 = -\sqrt{a}; x_2 = \sqrt{a}$

#### 3. So sánh các căn bậc hai số học

\*) Định lý (tính chất): Với  $a, b \geq 0$ , ta có:  $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$

Ví dụ: So sánh 2 và  $\sqrt{5}$

Lời giải: Ta có:  $4 < 5 \Rightarrow \sqrt{4} < \sqrt{5} \Rightarrow 2 < \sqrt{5}$

## B. Bài tập áp dụng và các dạng toán

### Dạng 1: Tìm căn bậc hai và căn bậc hai số học của một số

**Cách giải:** Ta sử dụng các kiến thức sau

- Nếu  $a > 0$  thì các căn bậc hai của  $a$  là  $\pm\sqrt{a}$

Căn bậc hai số học của  $a$  là  $\sqrt{a}$

- Nếu  $a = 0$  thì căn bậc hai của  $a$  và căn bậc hai số học của  $a$  cùng bằng 0

- Nếu  $a < 0$  thì  $a$  không có căn bậc hai và do đó không có căn bậc hai số học.

### Bài 1: Tìm căn bậc hai số học của các số sau

- |         |                     |                  |
|---------|---------------------|------------------|
| a) 12   | b) 121              | c) $\frac{4}{9}$ |
| d) 0,09 | e) $1\frac{40}{81}$ | f) 0             |

#### Lời giải

a) 12 có căn bậc hai số học là:  $\sqrt{12}$

b) 121 có căn bậc hai số học là:  $\sqrt{121}$

c)  $\frac{4}{9}$  có căn bậc hai số học là:  $\sqrt{\frac{4}{9}}$

d) 0,09 có căn bậc hai số học là: 0,3

e)  $1\frac{40}{81}$  có căn bậc hai số học là:  $\frac{11}{9}$

f) 0 có căn bậc hai số học là 0

### Bài 2: Tìm căn bậc hai số học của các số sau

- |                   |         |
|-------------------|---------|
| a) 64             | b) -81  |
| c) $\frac{9}{16}$ | d) 0,04 |

#### Lời giải

a) 64 có căn bậc hai số học là: 8

b) -81 không có căn bậc hai số học

c)  $\frac{9}{16}$  có căn bậc hai số học là:  $\frac{3}{4}$

d) 0,04 có căn bậc hai số học là: 0,2

## Dạng 2: Tìm số có căn bậc hai số học là một số cho trước

### Cách giải:

Với số thực  $a \geq 0$  cho trước, ta có  $a^2$  chính là số có căn bậc hai số học bằng  $a$

### Bài 3: Mỗi số sau là căn bậc hai số học của số nào?

a) 12

b)  $-0,49$

c)  $2\sqrt{\frac{2}{7}}$

d)  $\frac{0,2}{\sqrt{3}}$

### Lời giải

a) Số có căn bậc hai số học bằng 12 là số 144

b) Không tồn tại số nào có căn bậc hai số học là  $-0,49$

c) Số có căn bậc hai số học bằng  $2\sqrt{\frac{2}{7}}$  là  $\frac{8}{7}$

d) Số có căn bậc hai số học bằng  $\frac{0,2}{\sqrt{3}}$  là  $\frac{0,04}{3}$

### Bài 4: Mỗi số sau là căn bậc hai số học của số nào?

a. 13

b.  $\frac{-1}{7}$

c.  $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{7}}$

d.  $\frac{0,12}{\sqrt{0,7}}$

### Lời giải

a) Số có căn bậc hai số học bằng 13 là 169

b) Không tồn tại số nào có căn bậc hai số học bằng  $\frac{-1}{7}$

c) Số có căn bậc hai số học bằng  $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{7}}$  là  $\frac{1}{10}$

d) Số có căn bậc hai số học bằng  $\frac{0,12}{\sqrt{0,7}}$  là  $\frac{0,12}{7}$

### Dạng 3: Tính giá trị của biểu thức chứa căn bậc hai

#### Cách giải:

Ta sử dụng kiến thức: Với số  $a \geq 0$ , ta có  $\sqrt{a^2} = a; (\sqrt{a})^2 = a$

#### Bài 5: Tính

a.  $A = \sqrt{9}$

b.  $B = \sqrt{\frac{4}{49}}$

c.  $C = -\sqrt{(-8)^2}$

d.  $D = \left(-\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2$

#### Lời giải

a) Ta có:  $A = \sqrt{9} \Rightarrow A = 3$

b) Ta có:  $B = \sqrt{\frac{4}{49}} \Rightarrow B = \frac{2}{7}$

c) Ta có:  $C = -\sqrt{(-8)^2} \Rightarrow C = -\sqrt{64} \Rightarrow C = -8$

d) Ta có:  $D = \left(-\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 \Rightarrow D = \frac{3}{4}$

#### Bài 6: Tính

a.  $A = \sqrt{121}$

b.  $B = \sqrt{\frac{121}{169}}$

c.  $C = (-\sqrt{2})^2$

d.  $D = \sqrt{\left(\frac{-3}{5}\right)^2}$

#### Lời giải

a)  $A = \sqrt{121} \Rightarrow A = 11$

b)  $B = \sqrt{\frac{121}{169}} \Rightarrow B = \frac{11}{13}$

c)  $C = (-\sqrt{2})^2 \Rightarrow C = 2$

d)  $D = \sqrt{\left(\frac{-3}{5}\right)^2} \Rightarrow D = \frac{3}{5}$

#### Bài 7: Tính giá trị của các biểu thức sau

a.  $A = 0,5\sqrt{0,04} + 5\sqrt{0,36}$

b.  $B = -4\sqrt{\frac{-25}{-16}} + 5\sqrt{\frac{-9}{25}}$

$$c) C = \frac{2}{3}\sqrt{81} - \frac{1}{2}\sqrt{16}$$

$$d) D = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{9}} - \frac{2}{5}\sqrt{\frac{25}{16}}$$

### Lời giải

$$a) A = 0,5\sqrt{0,04} + 5\sqrt{0,36} \Rightarrow A = 0,5 \cdot 0,2 + 5 \cdot 0,6 \Rightarrow A = 3,1$$

$$b) B = -4\sqrt{\frac{-25}{-16}} + 5\sqrt{\frac{-9}{25}} \Rightarrow B = -4 \cdot \frac{5}{4} + 5 \cdot \frac{3}{5} \Rightarrow B = -2$$

$$c) C = \frac{2}{3}\sqrt{81} - \frac{1}{2}\sqrt{16} \Rightarrow C = \frac{2}{3} \cdot 9 - \frac{1}{2} \cdot 4 \Rightarrow C = 6 - 2 \Rightarrow C = 4$$

$$d) D = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{9}} - \frac{2}{5}\sqrt{\frac{25}{16}} \Rightarrow D = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{4} \Rightarrow D = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \Rightarrow D = -\frac{1}{6}$$

### Bài 8: Thực hiện phép tính

$$a. \sqrt{5^2 - 4^2}$$

$$b. \sqrt{26^2 - 24^2}$$

$$c. \sqrt{85^2 - 84^2}$$

### Lời giải

$$a) \text{Ta có: } \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{(5-4)(5+4)} = \sqrt{9} = 3$$

$$b) \text{Ta có: } \sqrt{26^2 - 24^2} = \sqrt{100} = 10$$

$$c) \text{Ta có: } \sqrt{85^2 - 84^2} = \sqrt{169} = 13$$

### Bài 9: Tính giá trị của các biểu thức sau

$$a. A = \sqrt{49} + \sqrt{25} + 4\sqrt{0,25}$$

$$b. B = (\sqrt{169} - \sqrt{121} - \sqrt{81}) : \sqrt{0,49}$$

$$c. C = \sqrt{\left(\sqrt{1\frac{9}{16}} - \sqrt{\frac{9}{16}}\right) \cdot 18}$$

$$d. D = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{9}} - \frac{2}{5}\sqrt{\frac{25}{16}}$$

### Lời giải

$$a) \text{Ta có: } A = \sqrt{49} + \sqrt{25} + 4\sqrt{0,25} = 7 + 5 + 4 \cdot 0,5 = 14$$

$$b) \text{Ta có: } B = (\sqrt{169} - \sqrt{121} - \sqrt{81}) : \sqrt{0,49} = (13 - 11 - 9) : 0,7 = -10$$

$$c) \text{Ta có: } C = \sqrt{\left(\sqrt{1\frac{9}{16}} - \sqrt{\frac{9}{16}}\right) \cdot 18} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{25}{16}} - \frac{3}{4}\right) \cdot 18} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 18} = \sqrt{9} = 3$$

d) Ta có:  $D = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{9}} - \frac{2}{5}\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{-1}{6}$

#### Dạng 4: So sánh các căn bậc hai số học

##### **Cách giải:**

Với:  $a \geq 0, b \geq 0 \Rightarrow a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$

#### Bài 10: So sánh

a. 3 và  $2\sqrt{2}$

b. 5 và  $\sqrt{17} + 1$

c. 3 và  $\sqrt{15} - 1$

d.  $1 - \sqrt{3}$  và  $\sqrt{0,2}$

##### **Lời giải**

a) Ta có:  $3^2 = 9; (2\sqrt{2})^2 = 8 \Rightarrow 3 > 2\sqrt{2}$

b) Ta có:  $5 = 4 + 1 = \sqrt{16} + 1 < \sqrt{17} + 1$

c) Ta có:  $3 = 4 - 1 = \sqrt{16} - 1 > \sqrt{15} - 1$

d) Ta có:  $1 - \sqrt{3} = \sqrt{1} - \sqrt{3} < 0; 0 < \sqrt{0,2} \Rightarrow 1 - \sqrt{3} < \sqrt{0,2}$

#### Bài 11: So sánh

a.  $\sqrt{120}$  và  $\sqrt{97}$

b.  $\sqrt{81}$  và 19

c. 2 và  $1 + \sqrt{2}$

d. 1 và  $\sqrt{3} - 1$

##### **Lời giải**

a) Ta có:  $120 > 97 \Rightarrow \sqrt{120} > \sqrt{97}$

b) Ta có:  $\sqrt{81} = 9 < 19$

c) Ta có:  $2 = 1 + 1 < 1 + \sqrt{2} \Rightarrow 2 < 1 + \sqrt{2}$

d) Ta có:  $1 = 2 - 1 = \sqrt{4} - 1 > \sqrt{3} - 1 \Rightarrow 1 > \sqrt{3} - 1$

#### Bài 12 : So sánh các số sau

a.  $\sqrt{7} + \sqrt{15}$  và 7

b.  $3\sqrt{26}$  và 15

c.  $\sqrt{2} + \sqrt{11}$  và  $\sqrt{3} + 5$

d. -30 và  $-5\sqrt{35}$

e.  $\frac{30 - 2\sqrt{45}}{4}$  và  $\sqrt{17}$

##### **Lời giải**



+) Với số  $a \geq 0$ , ta có:  $\sqrt{x} = a \Leftrightarrow x = a^2$

### Bài 14: Tìm x không âm biết

a)  $9x^2 - 16 = 0$

b)  $4x^2 = 13$

c)  $-\frac{\sqrt{2x+1}}{3} + 2 = 0$

d)  $\sqrt{2x + \frac{1}{3}} = 3$

e)  $\sqrt{2x+1} + 3 = 0$

f)  $\sqrt{x^2 - 4x + 13} = 3$

### Lời giải

a) Ta có:  $9x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{4}{3}$

b) Ta có:  $4x^2 = 13 \Leftrightarrow x^2 = \frac{13}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{13}}{2}$

c) Ta có:  $-\frac{\sqrt{2x+1}}{3} + 2 = 0 \Rightarrow \sqrt{2x+1} = 6 \Leftrightarrow 2x+1 = 36 \Leftrightarrow x = \frac{35}{2}$

d) Ta có:  $\sqrt{2x + \frac{1}{3}} = 3 \Leftrightarrow x = \frac{13}{3}$

e) Ta có:  $\sqrt{2x+1} + 3 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x+1} = -3 \Leftrightarrow x \in \emptyset$

f) Ta có:  $\sqrt{x^2 - 4x + 13} = 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 13 = 9 \Leftrightarrow x = 2$ .

### Bài 15: Tìm x không âm biết

a.  $\sqrt{x} = 5$

b.  $\sqrt{x} = \sqrt{2}$

c.  $\sqrt{x} = -2$

d.  $\sqrt{x} < 3$

e.  $\sqrt{3x} < 9$

### Lời giải

a) Ta có:  $\sqrt{x} = 5 \Rightarrow x = 5^2 = 25$

b) Ta có:  $\sqrt{x} = \sqrt{2} \Rightarrow x = (\sqrt{2})^2 = 2$

c) Ta có:  $\sqrt{x} = -2 \Rightarrow$  không tồn tại  $x$

d) Ta có:  $\sqrt{x} < 3 \Rightarrow \sqrt{x} < \sqrt{9} \Rightarrow 0 \leq x < 9$

e) Ta có:  $\sqrt{3x} < 9 \Leftrightarrow \sqrt{3x} < \sqrt{81} \Leftrightarrow 3x < 81 \Leftrightarrow x < 27$

**Bài 16: Giải các phương trình sau**

a.  $\sqrt{x} - 1 = 3(x \geq 0)$

b.  $\sqrt{x^2 + 1} = \sqrt{2}$

c.  $\sqrt{x^2 + 5x + 20} = 4$

**Lời giải**

a) Ta có:  $\sqrt{x} - 1 = 3(x \geq 0) \Leftrightarrow \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16$  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \{16\}$

b) Ta có:  $\sqrt{x^2 + 1} = \sqrt{2} \Leftrightarrow x^2 + 1 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \{\pm 1\}$

c) Ta có:  $\sqrt{x^2 + 5x + 20} = 4 \Rightarrow x^2 + 5x + 20 = 16 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -4 \end{cases}$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \{-1; -4\}$

**Bài 17: Tìm giá trị của x, biết**

a.  $\sqrt{2x} < \frac{1}{3}$

b.  $\sqrt{-3x + \frac{1}{2}} \geq 5(1)$

c.  $\sqrt{-2x + 1} < 7(2)$

d.  $\sqrt{2x - 1} \leq \frac{3}{2}(3)$

**Lời giải**

a) Ta có:  $\sqrt{2x} < \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sqrt{2x} < \sqrt{\frac{1}{9}} \Leftrightarrow 0 \leq 2x < \frac{1}{9} \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{1}{18}$

b)  $\sqrt{-3x + \frac{1}{2}} \geq 5(1)$

Điều kiện:  $-3x + \frac{1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{6} \Rightarrow (1) \Leftrightarrow -3x + \frac{1}{2} \geq 25 \Leftrightarrow x \leq \frac{-49}{6}$  (thỏa mãn điều kiện)

c)  $\sqrt{-2x + 1} < 7(2)$

Điều kiện:  $x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow (2) \Leftrightarrow 2x - 1 \leq \frac{9}{4} \Leftrightarrow x < -24$  (thỏa mãn điều kiện)

d)  $\sqrt{2x - 1} \leq \frac{3}{2}(3)$

Điều kiện:  $x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow (3) \Leftrightarrow 2x - 1 \leq \frac{9}{4} \Leftrightarrow x \leq \frac{13}{8} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{13}{8}$

**Bài 18: Tìm giá trị của  $x$ , biết**

a)  $\sqrt{2x} < \frac{1}{3}$

b)  $\sqrt{-3x + \frac{1}{2}} \geq 5$

c)  $\sqrt{-2x + 1} > 7$

d)  $\sqrt{2x - 1} \leq \frac{3}{2}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $\sqrt{2x} < \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sqrt{2x} < \sqrt{\frac{1}{9}} \Leftrightarrow 0 \leq 2x < \frac{1}{9} \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{1}{18}$

b) Ta có:  $\sqrt{-3x + \frac{1}{2}} \geq 5 (x \leq \frac{1}{6}) \Leftrightarrow -3x + \frac{1}{2} \geq 25 \Leftrightarrow x \leq \frac{-49}{6}$  (thỏa mãn)

c) Ta có:  $\sqrt{-2x + 1} > 7 (x \leq \frac{1}{2}) \Leftrightarrow -2x + 1 > 49 \Leftrightarrow x < -24$  (thỏa mãn)

d) Ta có:  $\sqrt{2x - 1} \leq \frac{3}{2} \left( x \geq \frac{1}{2} \right) \Leftrightarrow 2x - 1 \leq \frac{9}{4} \Leftrightarrow x \leq \frac{13}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{13}{8}$

**Dạng 6: Chứng minh một số là số vô tỷ**

**Bài 19: Chứng minh các số sau là số vô tỷ**

a.  $\sqrt{3}$

b.  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

c.  $\sqrt{5}$

d.  $\sqrt{3} + \sqrt{5}$

**Lời giải**

a) Giả sử  $\sqrt{3} = \frac{m}{n}$  là số hữu tỷ với  $m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0; (m, n) = 1$

Từ  $\sqrt{3} = \frac{m}{n} \Rightarrow m^2 = 3n^2 \Rightarrow m^2 : 3 \Rightarrow m : 3 \Rightarrow m = 3k (k \in \mathbb{Z})$

Thay  $m = 3k \Rightarrow n^2 = 3k^2 \Rightarrow n^2 : 3 \Rightarrow n : 3$

Như vậy  $m$  và  $n$  có ước chung là 3, trái với giả thiết  $(m, n) = 1$

Vậy  $\sqrt{3}$  là số vô tỷ

b) Giả sử  $\sqrt{3} + \sqrt{2} = a$  là số hữu tỷ

Ta có:  $a^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 5 + 2\sqrt{6} \Rightarrow \sqrt{6} = \frac{a^2 - 5}{2}$  (1)

Tương tự ý a. Ta chứng minh được  $\sqrt{6}$  là số vô tỷ (2)

Vì a là số hữu tỷ nên  $\frac{a^2 - 5}{2}$  cũng là số hữu tỷ (3)

Từ (1)(2)(3) dẫn đến điều vô lý. Vậy  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$  là số vô tỷ

**Bài 20:** Chứng minh các số sau là số vô tỷ

a.  $\sqrt{7}$

b.  $\sqrt{7} + 3$

**Lời giải**

b) Giả sử  $\sqrt{7} + 3 = m$  là số hữu tỉ  $\Rightarrow \sqrt{7} = m - 3 \in \mathbb{Q}$

mà  $\sqrt{7}$  là số vô tỉ, trái với giả thiết nên  $\sqrt{7} + 3$  là số vô tỉ

## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:** Hãy chọn hệ thức đúng

a.  $\sqrt{9} = \pm 3$

b.  $\sqrt{1,44} = -1,2$

c.  $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$

d.  $\sqrt{5^2 - 4^2} = 5 - 4$

**Lời giải**

**Chọn đáp án C**

A) Sai, sửa lại là:  $\sqrt{9} = 3$

B) Sai, sửa lại là:  $\sqrt{1,44} = 1,2$

D) Sai, sửa lại là:  $\sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$ .

**Câu 2:** Chọn kết luận đúng

a) Căn bậc hai của 0,18 và 0,9

b) Căn bậc hai của 3,24 và -1,8

c) Căn bậc hai của -225 và -15

d) Căn bậc hai của 0,49 và  $\pm 0,7$

**Lời giải**

**Chọn đáp án D**

**Giải thích:** Số dương A có đúng hai căn bậc hai là hai số đối nhau đó là  $\sqrt{A}$  (số dương) và  $-\sqrt{A}$  (số âm)

Vì vậy các kết luận A, B, C đều sai

**Câu 3:** Trong các hệ thức sau đây, hệ thức nào đúng với mọi số dương a và b

a.  $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

b.  $\sqrt{a+b} > \sqrt{a} + \sqrt{b}$

c.  $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

d. Cả 3 hệ thức đều sai

**Lời giải**

**Chọn đáp án C**

**Giải thích:** Ta có  $(\sqrt{a+b})^2 = a+b$  (1)

Lại có:  $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + 2\sqrt{a}\sqrt{b} = a+b+2\sqrt{a}\sqrt{b}$  (2)

Từ (1)(2) suy ra đáp án A và B đều sai

- Do  $a+b < a+b+2\sqrt{a}\sqrt{b} \Leftrightarrow 0 < 2\sqrt{a}\sqrt{b}$ , do vậy C là hệ thức đúng.

**Câu 4:** Trong các so sánh say đây, so sánh nào sai

a.  $2 > \sqrt{15} - 2$

b.  $2 < 2\sqrt{2} - 1$

c.  $2 > 2\sqrt{6} - 2$

d.  $3 > 4\sqrt{2} - 3$

**Lời giải**

**Chọn đáp án B**

**Giải thích:**

-  $2 > \sqrt{15} - 2 \Leftrightarrow 2+2 > \sqrt{15} \Leftrightarrow 4 > \sqrt{15}$ , đúng vì  $4^2 = 16 > 15$

-  $2 < 2\sqrt{2} - 1 \Leftrightarrow 3 < 2\sqrt{2}$ , sai vì  $3^2 > (2\sqrt{2})^2$  ( $9 > 8$ )

-  $3 > 2\sqrt{6} - 1 \Leftrightarrow 5 > 2\sqrt{6}$ , đúng vì  $5^2 > (2\sqrt{6})^2$  ( $25 > 24$ )

-  $3 > 4\sqrt{2} - 3 \Leftrightarrow 6 > 4\sqrt{2} \Leftrightarrow 3 > 2\sqrt{2}$ , đúng vì  $3^2 > (2\sqrt{2})^2$

**Câu 5:** Nếu  $5\sqrt{x+1} - 10 = 35$  thì  $x$  là số nào

a.  $x = 15$

b.  $x = 35$

c.  $x = 48$

d.  $x = 80$

**Lời giải**

**Chọn đáp án D**

**Giải thích:**

Ta có:  $5\sqrt{x+1} - 10 = 35 \Leftrightarrow 5\sqrt{x+1} = 45 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 9 \Leftrightarrow (\sqrt{x+1})^2 = 9^2 \Leftrightarrow x+1 = 81 \Leftrightarrow x = 80$

**Câu 6:** Số nguyên  $a$  nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện  $6 < 2\sqrt{a+1} - 2$  là số nào

a.  $a = 13$

b.  $a = 14$

c.  $a = 16$

d.  $a = 17$

**Lời giải**

**Chọn đáp án C**

**Giải thích:**

Ta có:  $6 < \sqrt{a+1} - 2 \Leftrightarrow 6 + 2\sqrt{a+1} \Leftrightarrow 8 < 2\sqrt{a+1} \Leftrightarrow 4 < \sqrt{a+1} \Leftrightarrow 4^2 < (\sqrt{a+1})^2 \Leftrightarrow 16 < a+1 \Leftrightarrow 15 < a$

Số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn  $a > 15$  là số 16.

**Câu 7:** Một hình vuông có diện tích bằng diện tích hình chữ nhật mà chiều dài gấp 9 lần chiều rộng và nửa chu vi là 30(m). Diện tích của hình vuông này là số nào?

a.  $49(m^2)$

b.  $39(m^2)$

c.  $64(m^2)$

d.  $81(m^2)$

**Lời giải**

**Chọn đáp án D**

**Giải thích:**

Gọi chiều rộng hình chữ nhật là  $x(m)$  thì chiều dài là  $9x(m)$ . Điều kiện  $x > 0$

Nửa chu vi là:  $x + 9x = 30 \Leftrightarrow 10x = 30 \Leftrightarrow x = 3$  (thỏa mãn điều kiện)

Khi đó chiều dài là:  $9.3 = 27(m)$

Diện tích hình vuông là:  $3.27 = 81(m^2)$

**Câu 8:** Khẳng định nào sau đây là đúng

Cho số dương  $a$  :

a. Nếu  $a > 1$  thì  $\sqrt{a} > 1$

b. Nếu  $a > 1$  thì  $a < \sqrt{a}$

c. A) đúng; B) sai

d. A, B đều sai

**Lời giải**

**Chọn đáp án C**

**Giải thích:**

Xét đáp án A

Do  $a > -1$  và  $1 > 0$  nên  $\sqrt{a}$  và  $\sqrt{1}$  đều xác định và đều là số dương

Từ  $a > 1(gt) \Rightarrow a - 1 > 0$ , ta có:  $a - 1 = (\sqrt{a})^2 - 1^2 = (\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} + 1)$

Vì  $a - 1 > 0$  và  $\sqrt{a} + 1 > 0$  nên  $\sqrt{a} - 1 > 0 \Rightarrow \sqrt{a} > 1$

- Xét đáp án B : Từ câu A, ta có  $\sqrt{a} > 1$ , nhân cả hai vế của bất đẳng thức với  $\sqrt{a} (\sqrt{a} > 0)$ , ta được:  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} > \sqrt{a} \Leftrightarrow \sqrt{a^2} > \sqrt{a} \Leftrightarrow a > \sqrt{a}$

**Câu 9:** Tìm  $x$ , biết  $x^2 = \sqrt{7}$  (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba)

a.  $x = 1,528$  và  $x = -1,528$

b.  $x = 1,627$  và  $x = -1,627$

c.  $x = 0,845$  và  $x = -0,845$

d.  $x = 0,947$  và  $x = -0,947$

**Lời giải**

**Chọn đáp án B**

**Giải thích:**

$$\text{Ta có: } x^2 = \sqrt{7} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{\sqrt{7}} = \sqrt{2,65} = 1,627 \\ x_2 = -\sqrt{\sqrt{7}} = -\sqrt{2,65} = -1,627 \end{cases}$$

**Câu 10:** Giải phương trình  $\sqrt{x} = -2$

a. Phương trình có nghiệm  $x = -4$

b. Phương trình có nghiệm  $x = 4$

c. Phương trình có nghiệm  $x = \pm 4$

d. Phương trình vô nghiệm.

**Lời giải**

**Chọn đáp án D**

**Giải thích:**

$$\text{Ta có: } \sqrt{x} \geq 0 \text{ và } -2 < 0 \Rightarrow \sqrt{x} \neq -2$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

## BÀI TẬP VỀ NHÀ

### Bài 1: Tính giá trị của các biểu thức sau

$$a. A = \frac{2}{5}\sqrt{25} - \frac{9}{2}\sqrt{\frac{16}{81}} + \sqrt{144}$$

$$b. B = 0,5\sqrt{0,09} - 2\sqrt{0,25} + \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$c. C = \sqrt{1\frac{9}{16}} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{64}{9}}$$

$$d. -\sqrt{\frac{-289}{-16}} + 10\sqrt{\frac{-0,09}{9}}$$

### Lời giải

$$a. A = \frac{2}{5}\sqrt{25} - \frac{9}{2}\sqrt{\frac{16}{81}} + \sqrt{144}$$

$$b. B = 0,5\sqrt{0,09} - 2\sqrt{0,25} + \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$c. C = \sqrt{1\frac{9}{16}} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{64}{9}}$$

$$d. -\sqrt{\frac{-289}{-16}} + 10\sqrt{\frac{-0,09}{9}}$$

### Bài 2: Giải các phương trình sau

$$a) -x^2 + 324 = 0$$

$$b) 16x^2 - 5 = 0$$

$$a. \frac{2}{\sqrt{x-3}} = 4$$

$$b. \sqrt{4x^2 - 4x + 1} = 3$$

### Lời giải

$$a) x = \pm 18$$

$$b) x = \pm \frac{\sqrt{5}}{4}$$

$$c) x = \frac{13}{4}$$

$$d) x \in \{-1; 2\}$$

### Bài 3: So sánh các cặp số sau

$$a) 4 \text{ và } 1 + 2\sqrt{2}$$

$$b) 4 \text{ và } 2\sqrt{6} - 1$$

$$c) \sqrt{0,5} \text{ và } \sqrt{3} - 2$$

$$d) -3\sqrt{3} \text{ và } -2\sqrt{7}$$

### Lời giải

$$a. 4 > 1 + 2\sqrt{2}$$

$$b. 4 > 2\sqrt{6} - 1$$

$$c. \sqrt{0,5} > \sqrt{3} - 2$$

$$d. -3\sqrt{3} > -2\sqrt{7}$$

#### Bài 4\*: So sánh

$$A = \sqrt{2015} + \sqrt{2018}; B = \sqrt{2016} + \sqrt{2017}$$

#### Lời giải

$$\text{Ta có: } A^2 = 2015 + 2018 + 2\sqrt{2015 \cdot 2018} = 4033 + 2\sqrt{2015 \cdot 2018}; B^2 = 4033 + 2\sqrt{2016 \cdot 2017}$$

$$2015 \cdot 2018 = (2016 - 1)(2017 + 1) = 2016 \cdot 2017 - 2 < 2016 \cdot 2017 \Rightarrow A^2 < B^2 \Rightarrow A < B$$

#### Bài 5\*: So sánh

$$\text{a. } A = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}}; B = 10$$

$$\text{b. } A = \sqrt{4 + \sqrt{4 + \sqrt{4 + \dots + \sqrt{4}}}}; B = 3$$

#### Lời giải

$$\text{a. Ta có: } \frac{1}{\sqrt{1}} > \frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{3}} > \dots > \frac{1}{\sqrt{100}} \Rightarrow A > 100 \cdot \frac{1}{\sqrt{100}} = 10$$

$$\text{b. Ta có: } \sqrt{4} < 3 \Rightarrow \sqrt{4 + \sqrt{4}} < \sqrt{4 + 3} < 3 \Rightarrow \sqrt{4 + \sqrt{4 + \sqrt{4}}} < \sqrt{4 + 3} < 3 \Rightarrow A < \sqrt{4 + 3} < 3$$

#### Bài 6: Tìm x thỏa mãn

$$\text{a. } \sqrt{x+3} \geq 5$$

$$\text{b) } \sqrt{3x-1} < 2$$

$$\text{c. } \sqrt{2x-1} \geq \sqrt{x+1}$$

$$\text{d) } \sqrt{2x} \leq \sqrt{x^2}$$

#### Lời giải

$$\text{b) Điều kiện: } x \leq \frac{1}{2}, \text{ bình phương hai vế ta được: } x \geq 2 \text{ ( thỏa mãn )}$$

$$\text{d) Điều kiện } x \geq 0, \text{ bình phương hai vế ta có: } 2x \leq x^2 \Leftrightarrow x(x-2) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$$