

PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A. Tóm tắt lý thuyết

1. Khái niệm phương trình bậc nhất hai ẩn

- Phương trình bậc nhất hai ẩn x, y là phương trình có dạng: $ax + by = c$ (trong đó a, b, c là các số cho trước $a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$)
- Nếu điểm $M(x_0; y_0)$ thỏa mãn: $ax_0 + by_0 = c$ thì $M(x_0; y_0)$ là 1 nghiệm của phương trình.
- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , mỗi nghiệm $(x_0; y_0)$ của phương trình $ax + by = c$ được biểu diễn bởi 1 điểm có tọa độ $(x_0; y_0)$.

x_0 : hoành độ và y_0 : Tung độ

2. Tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn

- phương trình: $ax_0 + by_0 = c$ luôn có vô số nghiệm. Tập nghiệm của phương trình được biểu diễn bởi đường thẳng $(d): ax + by = c$

- Nếu $a \neq 0; b = 0$ thì phương trình có nghiệm: $\begin{cases} x = \frac{c}{a} \\ y \in R \end{cases}$ và đường thẳng song song hoặc trùng

với Oy

- Nếu $a = 0; b \neq 0$ thì phương trình có nghiệm: $\begin{cases} x \in R \\ y = \frac{c}{b} \end{cases}$ và đường thẳng song song hoặc trùng

với Ox

- Nếu $a \neq 0; b \neq 0$ thì phương trình có nghiệm: $\begin{cases} x \in R \\ y = \frac{-a}{b}x + \frac{c}{b} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} y \in R \\ x = \frac{-b}{a}y + \frac{c}{a} \end{cases}$ khi đó đường

thẳng d cắt cả hai trục tọa độ. Đường thẳng d là đồ thị hàm số: $y = \frac{-a}{b}x + \frac{c}{b}$

B. Bài tập và các dạng toán

Dạng 1: Xét xem một cặp số có là nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn hay không?

Cách giải: Nếu cặp số thực $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $ax_0 + by_0 = c$ thì nó được gọi là nghiệm của phương trình $ax + by = c$

Bài 1:

Trong các cặp số sau $(12;1);(1;1);(2;-3);(1;-2)$ cặp số nào là nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $2x - 5y = 19$

Lời giải

Ta có các cặp số: $(12;1);(2;-3)$ là nghiệm của phương trình $2x - 5y = 19$

Còn các cặp số $(1;1);(1;-2)$ không là nghiệm của phương trình $2x - 5y = 19$

Bài 2:

Tìm các giá trị của tham số m để phương trình bậc nhất hai ẩn $\sqrt{m+1}x - 2y = m+1$ có một nghiệm là $(1;-1)$

Lời giải

Vì $(1;-1)$ là nghiệm của phương trình nên: $\sqrt{m+1} = m-1 \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \geq 0 \\ m+1 = (m-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow m=3$

Vậy $m=3$ là giá trị cần tìm.

Bài 3:

Tìm các giá trị của tham số m để cặp số $(2;-1)$ là nghiệm của phương trình $mx - 5y = 3m - 1$

Lời giải

Để cặp số $(2;-1)$ là nghiệm của phương trình $mx - 5y = 3m - 1$ ta phải có:

$$2m - 5(-1) = 3m - 1 \Leftrightarrow m = 6$$

Vậy $m=6$ là giá trị cần tìm.

Bài 4:

Cho biết $(2;0)$ và $(-1;-2)$ là hai nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn. Hãy tìm phương trình bậc nhất hai ẩn đó.

Lời giải

Gọi phương trình cần tìm có dạng: $ax + by = c$

Thay các nghiệm $(2;0)$ và $(-1;-2)$ vào $ax+by=c$ ta được:
$$\begin{cases} 2a+0b=c \\ -a-2b=c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{c}{2} \\ b=\frac{-3}{4}c \end{cases}$$

Chọn $c=4 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \end{cases} \Rightarrow 2x-3y=4$

+) Chú ý: Nếu chọn $c=0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases} \Rightarrow$ loại

+) Nếu $c \neq 0$, ta có thể chọn c tùy ý.

Dạng 2: Tìm điều kiện của tham số để đường thẳng $ax + by = c$ thỏa mãn điều kiện cho trước.

Cách giải

- Nếu $a \neq 0; b = 0$ thì phương trình có nghiệm: $\begin{cases} x = \frac{c}{a} \\ y \in R \end{cases}$ và đường thẳng song song hoặc trùng

với Oy

- Nếu $a = 0; b \neq 0$ thì phương trình có nghiệm: $\begin{cases} x \in R \\ y = \frac{c}{b} \end{cases}$ và đường thẳng song song hoặc trùng

với Ox

+) Đường thẳng $(d): ax + by = c$ đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ khi và chỉ khi $ax_0 + by_0 = c$

Bài 1:

Cho đường thẳng (d) có phương trình: $(m-2)x + (3m-1)y = 6m-2$. Tìm các giá trị của tham số m để

a) d song song với trục hoành

b) d song song với trục tung

c) d đi qua gốc tọa độ

d) d đi qua điểm $A(1; -1)$

Lời giải

a. (d) song song với $Ox \Leftrightarrow \begin{cases} m-2=0 \\ 3m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m=2 \\ 6m-2 \neq 0 \end{cases}$

b. (d) song song với $Oy \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \neq 0 \\ 3m-1=0 \Leftrightarrow m \in \emptyset \\ 6m-2 \neq 0 \end{cases}$

c. (d) đi qua $O(0;0) \Leftrightarrow O \in d \Leftrightarrow 6m-2=0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$

d. (d) đi qua $A(1; -1) \Leftrightarrow (m-2) - (3m-1) = 6m-2 \Leftrightarrow m = \frac{1}{8}$.

Bài 2:

Cho đường thẳng (d) có phương trình: $(2m-1)x + 3(m-1)y = 4m-2$. Tìm các giá trị của tham số m để

a) d song song với trục hoành

b) d song song với trục tung

c) d đi qua gốc tọa độ

d) d đi qua điểm $A(2;1)$

Lời giải

a. (d) song song với $Ox \Leftrightarrow m \in \emptyset$

b. (d) song song với $Oy \Leftrightarrow m = 1$

c. (d) đi qua $O(0;0) \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$

d. (d) đi qua $A(1;-1) \Leftrightarrow m = 1$

Dạng 3*: Tìm các nghiệm nguyên của phương trình bậc nhất hai ẩn

Cách giải: Để tìm các nghiệm nguyên của phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c$, ta làm như sau:

Bước 1: Tìm một nghiệm nguyên $(x_0; y_0)$ của phương trình

Bước 2: Đưa phương trình về dạng $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$ từ đó dễ dàng tìm được các nghiệm nguyên của phương trình.

Bài 1:

Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình: $3x - 2y = 5$

Lời giải

Cách 1: Vì $(1; -1)$ là nghiệm của $3x - 2y = 5$ nên ta có:

$$3(x-1) = 2(y+1) \Leftrightarrow \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = t \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{Z})$$

Cách 2: Ta có: $3x - 2y = 5 \Rightarrow y = \frac{3x-5}{2} = x + \frac{x-5}{2}$,

$$\text{đặt } \frac{x-5}{2} = t \Rightarrow \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 5 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{Z})$$

Bài 2:

Cho phương trình: $11x + 18y = 120$

a) Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình

b) Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình.

Lời giải

a) Ta tìm được: $\begin{cases} x = 6 + 18t \\ y = 3 - 11t \end{cases} (t \in \mathbb{Z})$

b. Vì x, y nguyên dương nên ta có: $\frac{-6}{18} = \frac{-1}{3} < t < \frac{3}{11} \Rightarrow t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases}$

Bài 3:

Cho phương trình: $11x + 8y = 73$

- a) Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình
- b) Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình.

Lời giải

a) Ta tìm được:
$$\begin{cases} x = 3 - 8t \\ y = 5 + 11t \end{cases} (t \in \mathbb{Z})$$

b) Vì x, y nguyên dương nên ta có:
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$$

Bài 4:

Với mỗi phương trình sau, tìm nghiệm tổng quát của phương trình

a) $4x - y = 1$

b) $x + 3y = -2$

Lời giải

a) Giải phương trình: $4x - y = 1$ (1)

Ta có: (1) $\Leftrightarrow y = 4x - 1$

Nếu cho x một giá trị bất kỳ thì cặp số (x, y) trong đó $y = 4x - 1$, là một nghiệm của phương trình (1)

Như vậy ta có tập nghiệm của phương trình (1) là: $S = \{(x, 4x - 1) / x \in \mathbb{R}\}$

b) Ta có: $x + 3y = -2$ (2) $\Leftrightarrow y = -\frac{2}{3} - \frac{x}{3}$

Nếu cho x một giá trị bất kỳ thì cặp số (x, y) trong đó $y = -\frac{2}{3} - \frac{x}{3}$, là một nghiệm của phương trình (2)

Như vậy ta có tập nghiệm của phương trình (2) là: $S = \left\{ \left(x, -\frac{2}{3} - \frac{x}{3} \right) / x \in \mathbb{R} \right\}$

Bài 5:

Tìm tập nghiệm của những phương trình sau

a) $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$

b) $|x| - y = 1$

$$c) \frac{1}{x} + 2y = 3$$

Lời giải

$$a) \text{ Ta có: } \frac{x}{2} = \frac{y}{5} \Leftrightarrow y = \frac{5}{2}x \Leftrightarrow \begin{cases} x \in R \\ y = \frac{5}{2}x \end{cases}$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của phương trình là: } S = \left\{ x \in R / y = \frac{5x}{2} \right\}$$

$$b) \text{ Ta có: } |x| - y = 1$$

$$\text{- Nếu } x \geq 0 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow x - y = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in R, x > 0 \\ y = x - 1 \end{cases}$$

$$\text{- Nếu } x < 0 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow -x - y = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in R, x < 0 \\ y = -x - 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của phương trình là: } S = \{x \geq 0 / y = x - 1\} \cup \{x < 0 / y = -x - 1\}$$

$$c) \text{ Ta có: } \frac{1}{x} + 2y = 3 \quad (1) \text{ với điều kiện } x \neq 0$$

$$\text{Đặt } \frac{1}{x} = t \Rightarrow t \neq 0, \forall t \neq 0, \exists x = \frac{1}{t}$$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow t + 2y = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} y \in R \\ t = 3 - 2y \end{cases}$$

$$\text{Với } t \neq 0 \Leftrightarrow 3 - 2y \neq 0 \Leftrightarrow y \neq \frac{3}{2}$$

$$\text{Vậy khi đó phương trình (1) có nghiệm } (x, y) \text{ là: } \begin{cases} y \in R, y \neq \frac{3}{2} \\ x = \frac{1}{3 - 2y} \end{cases}$$

Bài 6:

Cho phương trình sau: $3x + 2y = 9 - m$ (1). Tìm $m \in N$ để phương trình (1) có nghiệm nguyên dương

Lời giải

$$\text{Ta có: } m \in N \Rightarrow 9 - m \leq 9$$

$$3x + 2y \leq 9 \Leftrightarrow x \leq \frac{9 - 2y}{3}$$

Lại có: $y \in N^* \Rightarrow y \geq 1 \Rightarrow x \leq \frac{9 - 2}{3} < 3 \Rightarrow x \in \{1; 2\}$

- Nếu $x = 1 \Rightarrow 2y = 6 - m \Leftrightarrow y = 3 - \frac{m}{2}$, mà $y \in N^* \Rightarrow m \in \{0; 2; 4\}$

- Nếu $x = 2 \Rightarrow 2y = 3 - m \Leftrightarrow y = 1 + \frac{1 - m}{2}$, mà $y \in N^* \Rightarrow m = 1$

Vậy điều kiện cần tìm của m là: $m \in \{0; 1; 2; 4\}$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}|x|$. Đúng ghi Đ và sai ghi S vào ô trống trong mỗi khẳng định sau

- a. Hàm số đã cho nghịch biến khi $x < 0$
- b. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất bằng 0 khi $x = 0$
- c. Nếu $x = -6$ thì $y = 2$
- d. Hàm số đã cho đồng biến khi $x > 0$

Lời giải

- A) Ta có $x < 0 \Rightarrow |x| = -x \Rightarrow y = \frac{1}{3}x \Rightarrow$ hàm số đồng biến $\Rightarrow A$ sai
- B) $x \geq 0, \forall x \Rightarrow y = -\frac{1}{3}|x| \leq 0, \forall x$, dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = 0 \Rightarrow B$ đúng
- C) Thay $x = -6$ vào $y = \frac{1}{3}|x| \Rightarrow y = \frac{1}{3}.6 = 2 \Rightarrow C$ sai
- D) Hàm số đồng biến khi $x > 0 \Rightarrow D$ sai

Câu 2: Tìm $m \in R$ để điểm $M(-1;3)$ thuộc đồ thị hàm số $mx + 2y = 4$

- a. $m = -1$
- b. $m = 0$
- c. $m = 2$
- d. Không tồn tại m thỏa mãn

Lời giải

Chọn đáp án C

Giải thích:

Điểm $M(-1;3)$ thuộc đồ thị hàm số $mx + 2y = 4$ khi $m \cdot (-1) + 2 \cdot 3 = 4 \Leftrightarrow m = 2$

Câu 3: Điểm $M(1;-3)$. Tọa độ điểm M là một nghiệm của phương trình nào dưới đây

- a. $2x - y = -1$
- b. $x + y = 0$
- c. $y = -3$
- d. $y = 2x - 5$

Lời giải

Chọn đáp án D

Giải thích:

Thay giá trị tọa độ điểm M vào từng phương trình, ta tìm được đáp án D thỏa mãn

Câu 4: Cho phương trình sau $2x + my = 8$ (1), những khẳng định nào sau đây đúng

- a) Phương trình (1) luôn có vô số nghiệm $(x; y), \forall m$
- b) Với $m = 0$ phương trình (1) có nghiệm duy nhất $(x; y)$
- c) Đường thẳng (d) có phương trình là phương trình (1). Khi đó với mọi m thì (d) luôn đi qua một điểm cố định nằm trên trục hoành

- A. Khẳng định a và b đúng
- B. Khẳng định b và c đúng
- C. Khẳng định a và c đúng
- D. Cả ba khẳng định đều đúng

Lời giải

Chọn đáp án C

Giải thích:

- Ta có: $(1) \Leftrightarrow 2x = -my + 8 \Leftrightarrow \begin{cases} y \in R \\ x = \frac{-my + 8}{2} \end{cases} \Rightarrow (1)$ vô số nghiệm hay a) là đúng

- Khi $m = 0 \Rightarrow 2x + 0y = 8 \Rightarrow$ nghiệm của phương trình là: $\begin{cases} x = 4 \\ y \in R \end{cases}$

Như vậy phương trình có vô số nghiệm hay khẳng định b) là sai

- Với đường thẳng (d) , gọi giao điểm của nó với trục hoành là $M(a; 0)$

Ta có: $2a + m \cdot 0 = 8 \Leftrightarrow a = 4 \Rightarrow M(4; 0)$, điều đó cũng có nghĩa là (d) luôn đi qua 1 điểm cố định trên trục hoành. Vậy c) là đúng

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1:

Cho đường thẳng d phương trình: $(2m-3)x + (3m-1)y = m+2$. Tìm các giá trị của tham số m để:

- a) $d // Ox$ b) $d // Oy$
c) d đi qua $O(0;0)$ d) d đi qua điểm $A(-3;-2)$

Hướng dẫn giải

- a) Ta tìm được: $m = \frac{3}{2}$ b) Ta tìm được: $m = \frac{1}{3}$
c) Ta tìm được: $m = -2$ d) Ta tìm được: $m = \frac{9}{13}$

Bài 2:

Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình:

- a) $2x - 3y = 7$ b) $2x + 5y = 15$
c) d đi qua $O(0;0)$ d) d đi qua điểm $A(-3;-2)$

Hướng dẫn giải

- a) Tìm được nghiệm của phương trình: $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases} (t \in Z)$
b) Tìm được nghiệm của phương trình: $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3 - 2t \end{cases} (t \in Z)$

Bài 3:

Cho phương trình: $5x + 7y = 112$

- a) Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình
b) Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình

Hướng dẫn giải

- a) Tìm được: $\begin{cases} x = 14 + 7t \\ y = 6 - 5t \end{cases} (t \in Z)$
b) Các cặp số thỏa mãn bài toán là: $(x; y) \in \{(7;11);(14;6);(21;1)\}$