

Đề: ①

Đề ôn tập kiểm tra cuối kỳ 2. Môn Toán Lớp 12
File word Full lời giải chi tiết

Câu 1. Mệnh đề nào sau đây đúng?

Ⓐ. $\int \sin x dx = \cos x + C$. Ⓑ. $\int \cos x dx = \sin x + C$.

Ⓒ. $\int a^x dx = a^x + C$ ($0 < a \neq 1$). Ⓓ. $\int \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{x^2} + C$ ($x \neq 0$).

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 2; -3)$ và $B(-3; -1; 1)$. Tọa độ của \overline{AB} là

Ⓐ. $\overline{AB} = (-2; -3; 4)$. Ⓑ. $\overline{AB} = (4; -3; 4)$. Ⓒ. $\overline{AB} = (-4; 1; -2)$. Ⓓ. $\overline{AB} = (2; 3; -4)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm $M(-2; 1; -1)$ thuộc mặt phẳng nào sau đây?

Ⓐ. $-2x + y - z = 0$. Ⓑ. $x + 2y - z - 1 = 0$.

Ⓒ. $2x - y - z + 6 = 0$. Ⓓ. $-2x + y - z - 4 = 0$.

Câu 4. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + 2x$.

Ⓐ. $\int f(x) dx = 12x^2 + x^2 + C$.

Ⓑ. $\int f(x) dx = \frac{4}{3}x^4 + x^2 + C$.

Ⓒ. $\int f(x) dx = 12x^2 + 2 + C$.

Ⓓ. $\int f(x) dx = x^4 + x^2 + C$.

Câu 5. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_1^3 f(x) dx = -2$. Tính $\int_0^3 f(x) dx$.

Ⓐ. 5. Ⓑ. 1. Ⓒ. -5. Ⓓ. -1.

Câu 6. Tìm môđun của số phức $z = 3 - 2i$.

Ⓐ. $|z| = 5$. Ⓑ. $|z| = \sqrt{5}$. Ⓒ. $|z| = 13$. Ⓓ. $|z| = \sqrt{13}$.

Câu 7. Tính tích phân $I = \int_1^2 (2x - 1) dx$.

Ⓐ. $I = \frac{5}{6}$. Ⓑ. $I = 3$. Ⓒ. $I = 1$. Ⓓ. $I = 2$.

Câu 8. Trong mặt phẳng phức Oxy , điểm M biểu diễn cho số phức $z = 3 - 5i$ có tọa độ

Ⓐ. $(-5; 3)$. Ⓑ. $(-5i; 3)$. Ⓒ. $(3; -5)$. Ⓓ. $(3; -5i)$.

Câu 9. Cho các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Tìm mệnh đề sai.

Ⓐ. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

Ⓑ. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$.

Ⓒ. $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx.$

Ⓓ. $\int_a^b f(x).g(x)dx = \int_a^b f(x)dx \int_a^b g(x)dx.$

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1-t \\ y = -2+3t \\ z = 3+t \end{cases}$. Tọa độ một véc tơ

chỉ phương của d là

Ⓐ. $(1; -2; 3).$ Ⓑ. $(-1; -2; 3).$ Ⓒ. $(-1; 3; 1).$ Ⓓ. $(-1; 3; 0).$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$ lần lượt là:

Ⓐ. $I(1; -3; 2), R = 4.$ Ⓑ. $I(1; -3; 2), R = 2\sqrt{3}.$

Ⓒ. $I(-1; 3; -2), R = 4.$ Ⓓ. $I(-1; 3; -2), R = 2\sqrt{3}.$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu có tâm $A(-1; 2; 3)$ và bán kính $R = 6$ có phương trình

Ⓐ. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 36.$ Ⓑ. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 36.$

Ⓒ. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 36.$ Ⓓ. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 6.$

Câu 13. Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên tập xác định. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

Ⓐ. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx.$ Ⓑ. $\int \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}.$

Ⓒ. $\int f'(x) dx = f(x) + C.$ Ⓓ. $\int k.f(x) dx = k \int f(x) dx, (k \neq 0).$

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $A(-1; 1; -2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; -2)$ là

Ⓐ. $x - 2y - 2z - 1 = 0.$ Ⓑ. $-x + y - 2z - 1 = 0.$ Ⓒ. $x - 2y - 2z + 7 = 0.$ Ⓓ.

$-x + y - 2z + 1 = 0.$

Câu 15. Số phức liên hợp của số phức $z = (3+i)(2-3i)$ là

Ⓐ. $\bar{z} = 9 - 7i.$ Ⓑ. $\bar{z} = 6 + 7i.$ Ⓒ. $\bar{z} = 6 - 7i.$ Ⓓ. $\bar{z} = 9 + 7i.$

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của \vec{a} là

Ⓐ. $\vec{a} = (-2; 3; 1).$ Ⓑ. $\vec{a} = (2; -3; -1).$ Ⓒ. $\vec{a} = (-2\vec{i}; 3\vec{j}; 1\vec{k}).$ Ⓓ. $\vec{a} = (-2; 3; 0).$

Câu 17. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 4 = 0$ và đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 3+t \\ y = 1+t \\ z = -1+t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$ Tìm khẳng định **đúng**.

A. d và (P) cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

B. d nằm trong (P) .

C. d và (P) song song nhau.

D. d và (P) vuông góc nhau.

Câu 18. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \frac{1}{2}x^2 - x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1, x = 4$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay hình D quanh trục hoành có thể tích bằng

A. $\frac{42\pi}{5}$.

B. 3π .

C. $\frac{128\pi}{25}$.

D. $\frac{4\pi}{15}$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; -1), B(1; -2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 9 = 0$. Mặt phẳng (α) chứa hai điểm A, B và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $x + y - z - 2 = 0$.

B. $x + y - z + 2 = 0$.

C. $x - 5y - 2z + 19 = 0$.

D. $3x - 2y + z + 13 = 0$.

Câu 20. Cho hàm số có $f'(x)$ và $f''(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $f'(2) = 4$ và $f'(-1) = -2$, tính

$$\int_{-1}^2 f''(x) dx$$

A. -6 .

B. 6 .

C. 2 .

D. -8 .

Câu 21. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - 2x, x = 1, x = 4$ và trục hoành.

A. $S = 6$

B. $S = \frac{22}{3}$

C. $S = \frac{16}{3}$

D. $S = \frac{20}{3}$

Câu 22. Tìm $a, (a > 0)$ biết $\int_0^a (2x - 3) dx = 4$

A. $a = 4$

B. $a = 1$

C. $a = -1$

D. $a = 2$

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$ có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2; 3; -1), N(-1; 2; 3)$ và $P(2; -1; 1)$. Phương trình đường thẳng d đi qua M và song song với NP là

Ⓐ. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$
 Ⓑ. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 - 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$
 Ⓒ. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 3t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$
 Ⓓ. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = -2 - t \end{cases}$

Câu 25. Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ trong đó z_2 có phần ảo âm. Tính $T = 2z_1 - 3z_2$.

Ⓐ. $-1 - 10i$.
 Ⓑ. $4 + 16i$.
 Ⓒ. $1 + 10i$.
 Ⓓ. 1 .

Câu 26. Số phức z thỏa mãn phương trình $\bar{z} + 3z = (3 - 2i)^2(2 + i)$ là

Ⓐ. $z = \frac{11}{2} + \frac{19}{2}i$.
 Ⓑ. $z = 11 - 19i$.
 Ⓒ. $z = \frac{11}{2} - \frac{19}{2}i$.
 Ⓓ. $z = 11 + 19i$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; -1)$ và $B(4; -1; 3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

Ⓐ. $2x + 2y + 4z - 3 = 0$.
 Ⓑ. $x + y + 2z + 3 = 0$.
 Ⓒ. $x + y + 2z - 9 = 0$.
 Ⓓ. $x + y + 2z - 3 = 0$.

Câu 28. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x+1}$

Ⓐ. $\int f(x) dx = 2e^{2x+1} + C$.
 Ⓑ. $\int f(x) dx = e^{x^2+x} + C$.
 Ⓒ. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}e^{2x+1} + C$.
 Ⓓ. $\int f(x) dx = e^{2x+1} + C$.

Câu 29. Cho tích phân $T = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1) \cos 2x dx$. Nếu đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ dv = \cos 2x dx \end{cases}$ thì ta được

Ⓐ. $T = (x+1) \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$.
 Ⓑ. $T = \frac{1}{2}(x+1) \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$.
 Ⓒ. $T = -(x+1) \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$.
 Ⓓ. $T = -2(x+1) \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -2; 3)$ và đi qua điểm $A(-1; 2; 1)$ có phương trình là

Ⓐ. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 10 = 0$.
 Ⓑ. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 18 = 0$.
 Ⓒ. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 10 = 0$.
 Ⓓ. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 18 = 0$.

Câu 31. Tìm số phức z thỏa mãn $(2 - 3i)z - (9 - 2i) = (1 + i)z$.

Ⓐ. $\frac{13}{5} + \frac{16}{5}i$.
 Ⓑ. $-1 - 2i$.
 Ⓒ. $1 + 2i$.
 Ⓓ. $1 - 2i$.

Câu 32. Cho $I = \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^3} dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{1-x^3}$ thì ta được

Ⓐ. $I = -\frac{3}{2} \int_0^1 t^2 dt$.
 Ⓑ. $I = \frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt$.
 Ⓒ. $I = \frac{3}{2} \int_0^1 t^2 dt$.
 Ⓓ. $I = -\frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt$.

Câu 33. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2^x$, biết $F(0) = 2$.

A. $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 2 + \frac{1}{\ln 2}$.

B. $F(x) = 2^x + 2$.

C. $F(x) = 2^x + 1$.

D. $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 2 - \frac{1}{\ln 2}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$ là

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

D. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;1;2)$, $B(2;-1;1)$ và $C(3;2;-3)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(2; 4; -2)$.

B. $(0; -2; 6)$.

C. $(4; 2; -4)$.

D. $(4; 0; -4)$.

Câu 36. Tìm tất cả giá trị thực x, y sao cho $2x - (3 - y)i = y + 4 + (x + 2y - 2)i$, trong đó i là đơn vị ảo.

A. $x = 1, y = -2$.

B. $x = -1, y = 2$.

C. $x = \frac{17}{7}, y = \frac{6}{7}$.

D. $x = -\frac{17}{7}, y = -\frac{6}{7}$.

Câu 37. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 1, x = 2$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho D quay quanh Ox .

A. $\pi(e^2 - 3)$.

B. $\frac{\pi}{2}(e^4 - 1)$.

C. $\pi\left(\frac{1}{2}e^4 - 2e^2 + \frac{7}{2}\right)$.

D. $\frac{\pi}{2}e^4 - \frac{5\pi}{2}$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng

$(P): x - y + 2z + 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là giao điểm của d và (P) . Tính $S = a^2 + b^2 + c^2$.

A. 42.

B. 6.

C. 13.

D. 9.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và $(Q): x + 2y - z + 5 = 0$. Tìm phương trình đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $d: \begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 2t \\ z = 4 + t \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = -2t \\ z = 4 + t \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 2t \\ z = 4 - t \end{cases}$

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-4; 2; -1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 - t \\ z = t \end{cases}$.

Gọi $A'(a; b; c)$ là điểm đối xứng với A qua d . Tính $P = a + b + c$.

- (A). $P = 1$. (B). $P = 5$. (C). $P = -2$. (D). $P = -1$.

Câu 41. Cho $\int_{-2}^1 \frac{1}{2 + \sqrt{x+3}} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Tính $S = a + b + c$.

- (A). $S = 1$. (B). $S = 2$. (C). $S = -1$. (D). $S = -2$.

Câu 42. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $z_1 = a + (a^2 - 2a + 2)i$ (với a là số thực thay đổi) và N là điểm biểu diễn số phức z_2 biết $|z_2 - 2 - i| = |z_2 - 6 + i|$. Tìm độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng MN .

- (A). $\frac{6\sqrt{5}}{5}$. (B). $2\sqrt{5}$. (C). 1. (D). 5.

Câu 43. Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 2i| = |\bar{z} - 2 + i|$ là một đường thẳng có phương trình

- (A). $3x - y = 0$. (B). $x + y = 0$. (C). $x - y = 0$. (D). $x + 3y = 0$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(4) = 8$ và $\int_0^4 f(x) dx = 6$. Tính $I = \int_0^2 x f'(2x) dx$.

- (A). 5. (B). $\frac{13}{2}$. (C). 2. (D). 10.

Câu 45. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{\ln x}$, trục hoành và đường thẳng $x = 3$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích bằng bao nhiêu?

- (A). $(3 \ln 3 - 3)\pi$. (B). $(3 \ln 3 + 2)\pi$. (C). $\frac{2\pi}{3}$. (D). $(3 \ln 3 - 2)\pi$.

Câu 46. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - 2x - 2$ và $y = x + 2$.

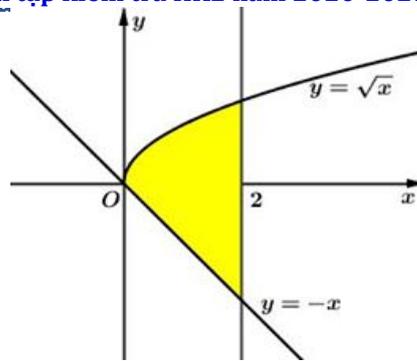
- (A). $S = \frac{265}{6}$. (B). $S = \frac{125}{6}$. (C). $S = \frac{145}{6}$. (D). $S = \frac{5}{6}$.

Câu 47. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau

$d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$ có phương trình

- (A). $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{4}$. (B). $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$.
 (C). $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$. (D). $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 48. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}, y = -x, x = 2$ (phần tô đậm trong hình). Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox có thể tích bằng bao nhiêu?



- Ⓐ. $\left(\frac{4\sqrt{2}+6}{3}\right)\pi$. Ⓑ. $\frac{2\pi}{3}$. Ⓒ. $\frac{17\pi}{6}$. Ⓓ. $\left(\frac{14}{3} + \frac{16\sqrt{2}}{5}\right)\pi$.

Câu 49. Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $\bar{z}(1+i) = 3-i$. Tính $a - 2b$.

- Ⓐ. 5. Ⓑ. -3. Ⓒ. -2. Ⓓ. 6.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1; -2; 3)$, $B(3; 2; -1)$, $C(0; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 6 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc (P) sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S = a + b + c$.

- Ⓐ. $S = 3$. Ⓑ. $S = 4$. Ⓒ. $S = -3$. Ⓓ. $S = 0$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	B	D	B	D	D	C	D	C	A	C	B	A	D	A	C	A	A	B	B	A	C	C	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	C	B	C	C	B	D	A	A	A	D	D	A	B	D	A	A	B	D	B	D	C	B	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int \sin x dx = \cos x + C$. B. $\int \cos x dx = \sin x + C$.
 C. $\int a^x dx = a^x + C$ ($0 < a \neq 1$). D. $\int \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{x^2} + C$ ($x \neq 0$).

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int \sin x dx = -\cos x + C$ suy ra đáp án A sai.

$\int \cos x dx = \sin x + C$ suy ra đáp án B đúng.

$\int a^x dx = a^x \cdot \ln a + C$ ($0 < a \neq 1$) suy ra đáp án C sai.

$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$ ($x \neq 0$) suy ra đáp án D sai.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $A(-1; 2; -3)$ và $B(-3; -1; 1)$. Tọa độ của \overline{AB} là

Lời giải

Chọn D

$$I = \int_1^2 (2x-1) dx = (x^2 - x) \Big|_1^2 = 2.$$

Câu 8. Trong mặt phẳng phức Oxy , điểm M biểu diễn cho số phức $z = 3 - 5i$ có tọa độ

- A. $(-5; 3)$. B. $(-5i; 3)$. C. $(3; -5)$. D. $(3; -5i)$.

Lời giải

Chọn C

Trong mặt phẳng phức Oxy , điểm M biểu diễn cho số phức $z = 3 - 5i$ có tọa độ $M(3; -5)$.

Câu 9. Cho các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Tìm mệnh đề sai.

- A. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$. B. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$.
- C. $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$. D. $\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \int_a^b g(x) dx$.

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất của tích phân ta có mệnh đề sai là $\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \int_a^b g(x) dx$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$. Tọa độ một véc tơ

chỉ phương của d là

- A. $(1; -2; 3)$. B. $(-1; -2; 3)$. C. $(-1; 3; 1)$. D. $(-1; 3; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$ suy ra tọa độ một véc tơ chỉ

phương của d là $(-1; 3; 1)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$ lần lượt là:

- A. $I(1; -3; 2), R = 4$. B. $I(1; -3; 2), R = 2\sqrt{3}$.
- C. $I(-1; 3; -2), R = 4$. D. $I(-1; 3; -2), R = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 4^2$.

Suy ra tâm $I(1; -3; 2)$, bán kính $R = 4$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu có tâm $A(-1; 2; 3)$ và bán kính $R = 6$ có phương trình

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 36$. **B.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 36$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 36$. **D.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 6$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu có tâm $A(-1; 2; 3)$ và bán kính $R = 6$ có phương trình:

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 6^2 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 36.$$

Câu 13. Cho các hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên tập xác định. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$. **B.** $\int \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}$.

C. $\int f'(x) dx = f(x) + C$. **D.** $\int k \cdot f(x) dx = k \int f(x) dx, (k \neq 0)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $A(-1; 1; -2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; -2)$ là

A. $x - 2y - 2z - 1 = 0$. **B.** $-x + y - 2z - 1 = 0$. **C.** $x - 2y - 2z + 7 = 0$. **D.** $-x + y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua $A(-1; 1; -2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; -2)$ nên có phương trình

$$(x+1) - 2(y-1) - 2(z+2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 2z - 1 = 0.$$

Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình: $x - 2y - 2z - 1 = 0$.

Câu 15. Số phức liên hợp của số phức $z = (3+i)(2-3i)$ là

A. $\bar{z} = 9 - 7i$. **B.** $\bar{z} = 6 + 7i$. **C.** $\bar{z} = 6 - 7i$. **D.** $\bar{z} = 9 + 7i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = (3+i)(2-3i) = (3 \cdot 2 + 1 \cdot 3) + (3 \cdot (-3) + 2 \cdot 1)i = 9 - 7i$. Vậy $\bar{z} = 9 + 7i$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của \vec{a} là

A. $\vec{a} = (-2; 3; 1)$. **B.** $\vec{a} = (2; -3; -1)$. **C.** $\vec{a} = (-2\vec{i}; 3\vec{j}; 1\vec{k})$. **D.** $\vec{a} = (-2; 3; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa tọa độ vectơ trong không gian thì $\vec{a} = (-2; 3; 1)$.

Câu 17. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 4 = 0$ và đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}). \text{ Tìm khẳng định } \underline{\text{đúng}}.$$

- A. d và (P) cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.
- B. d nằm trong (P) .
- C. d và (P) song song nhau.
- D. d và (P) vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn C

Ta thay $\{x = 3 + t, y = 1 + t, z = -1 + t\}$ của đường thẳng d vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $(3 + t) + (1 + t) - 2(-1 + t) + 4 = 0 \Leftrightarrow 10 + 0t = 0$ (vô lý).

Suy ra đường thẳng và mặt phẳng không có điểm chung.

Suy ra đáp án A, B và đáp án D sai (vì cả 3 trường hợp này đường thẳng và mặt phẳng đều có điểm chung). Vậy đáp án C đúng.

Câu 18. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \frac{1}{2}x^2 - x$, trục hoành và các đường thẳng

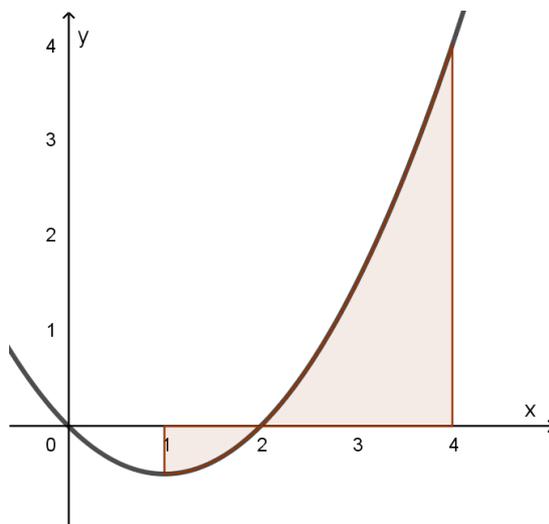
$x = 1, x = 4$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay hình D quanh trục hoành có thể tích bằng

- A. $\frac{42\pi}{5}$.
- B. 3π .
- C. $\frac{128\pi}{25}$.
- D. $\frac{4\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có hình vẽ như sau:



Do đó, thể tích khối tròn xoay tạo thành là $V = \pi \int_1^4 \left(\frac{1}{2}x^2 - x \right)^2 dx = \frac{42}{5} \pi$ (Casio).

$$\text{Ta có: } \int_0^a (2x-3)dx = 4 \Leftrightarrow (x^2 - 3x)\Big|_0^a = 4 \Leftrightarrow a^2 - 3a - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1(L) \\ a = 4(TM) \end{cases}$$

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$ có phương trình là

- A.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3.$ **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9.$
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9.$ **D.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3.$

Lời giải

Chọn C

Vì mặt cầu tâm $I(-1;2;1)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$ nên bán kính

$$R = d(I, (P)) = \frac{|-1 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3 \Rightarrow (S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9.$$

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2;3;-1)$, $N(-1;2;3)$ và $P(2;-1;1)$. Phương trình đường thẳng d đi qua M và song song với NP là

- A.** $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 - 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 3t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = -2 - t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường thẳng d đi qua M và song song với NP nên có vectơ chỉ phương là: $\overline{NP} = (3; -3; -2)$.

$$\text{Vậy phương trình đường thẳng } d \text{ là: } \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 3t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$$

Câu 25. Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ trong đó z_2 có phần ảo âm. Tính $T = 2z_1 - 3z_2$.

- A.** $-1 - 10i.$ **B.** $4 + 16i.$ **C.** $1 + 10i.$ **D.** $1.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Xét phương trình } z^2 + 2z + 5 = 0. \text{ Ta có } \Delta = -16 < 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 2i \\ z_2 = -1 - 2i \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = 2z_1 - 3z_2 = 1 + 10i.$$

Câu 26. Số phức z thỏa mãn phương trình $\bar{z} + 3z = (3 - 2i)^2(2 + i)$ là

- A.** $z = \frac{11}{2} + \frac{19}{2}i.$ **B.** $z = 11 - 19i.$ **C.** $z = \frac{11}{2} - \frac{19}{2}i.$ **D.** $z = 11 + 19i.$

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

$$\text{Ta có } \bar{z} + 3z = (3 - 2i)^2(2 + i) \Leftrightarrow 4a + 2bi = 22 - 19i \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{11}{2} \\ b = -\frac{19}{2} \end{cases}$$

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; -1)$ và $B(4; -1; 3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $2x + 2y + 4z - 3 = 0$. **B.** $x + y + 2z + 3 = 0$.

C. $x + y + 2z - 9 = 0$.

D. $x + y + 2z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khi đó $I(3; -2; 1)$

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua $I(3; -2; 1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{AB} = (2; 2; 4)$ là $2(x - 3) + 2(y + 2) + 4(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + 4z - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow x + y + 2z - 3 = 0$$

Câu 28. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x+1}$

A. $\int f(x) dx = 2e^{2x+1} + C$.

B. $\int f(x) dx = e^{x^2+x} + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}e^{2x+1} + C$.

D. $\int f(x) dx = e^{2x+1} + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x) dx = \int e^{2x+1} dx = \frac{1}{2}e^{2x+1} + C$

Câu 29. Cho tích phân $T = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1) \cos 2x dx$. Nếu đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ dv = \cos 2x dx \end{cases}$ thì ta được

A. $T = (x+1) \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$.

B. $T = \frac{1}{2}(x+1) \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$.

C. $T = -(x+1) \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$.

D. $T = -2(x+1) \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ dv = \cos 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} \sin 2x \end{cases}$, ta có: $T = \frac{1}{2}(x+1) \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -2; 3)$ và đi qua điểm $A(-1; 2; 1)$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 10 = 0.$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 18 = 0.$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 10 = 0.$

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 18 = 0.$

Lời giải

Chọn C

Bán kính của mặt cầu là $R = IA = \sqrt{(-2)^2 + 4^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{6}.$

Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 24$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 10 = 0.$

Câu 31. Tìm số phức z thỏa mãn $(2-3i)z - (9-2i) = (1+i)z.$

A. $\frac{13}{5} + \frac{16}{5}i.$

B. $-1-2i.$

C. $1+2i.$

D. $1-2i.$

Lời giải

Chọn C

$(2-3i)z - (9-2i) = (1+i)z \Leftrightarrow [(2-3i) - (1+i)]z = 9-2i \Leftrightarrow z = \frac{9-2i}{1-4i} = 1+2i.$

Câu 32. Cho $I = \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^3} dx.$ Nếu đặt $t = \sqrt{1-x^3}$ thì ta được

A. $I = -\frac{3}{2} \int_0^1 t^2 dt.$

B. $I = \frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt.$

C. $I = \frac{3}{2} \int_0^1 t^2 dt.$

D. $I = -\frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt.$

Lời giải

Chọn B

$t = \sqrt{1-x^3} \Rightarrow t^2 = 1-x^3 \Rightarrow 2t dt = -3x^2 dx \Rightarrow x^2 dx = -\frac{2}{3} t dt.$

Đổi cận:

x	0	1
t	1	0

$I = \int_1^0 -\frac{2}{3} t^2 dt = \frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt.$

Câu 33. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2^x$, biết $F(0) = 2.$

A. $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 2 + \frac{1}{\ln 2}.$

B. $F(x) = 2^x + 2.$

C. $F(x) = 2^x + 1.$

D. $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 2 - \frac{1}{\ln 2}.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $F(x) = \int f(x) dx = \int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C.$

$$\text{Do } F(0) = 2 \Rightarrow \frac{1}{\ln 2} + C = 2 \Rightarrow C = 2 - \frac{1}{\ln 2}.$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 2 - \frac{1}{\ln 2}.$$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$ là

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{3}.$

B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{3}.$

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}.$

D. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{1}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; 3)$.

Gọi (d) là đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) .

$\Rightarrow (d)$ nhận $\vec{n} = (2; -1; 3)$ làm vector chỉ phương.

$\Rightarrow (d)$ có phương trình chính tắc là: $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{3}.$

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 1; 2)$, $B(2; -1; 1)$ và $C(3; 2; -3)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(2; 4; -2).$

B. $(0; -2; 6).$

C. $(4; 2; -4).$

D. $(4; 0; -4).$

Lời giải

Chọn A

Giả sử $D(x; y; z)$ ta có $\vec{AD} = (x-1; y-1; z-2)$, $\vec{BC} = (1; 3; -4)$.

$$\text{Tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \vec{AD} = \vec{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y-1=3 \\ z-2=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \\ z=-2 \end{cases}.$$

Vậy $D(2; 4; -2)$.

Câu 36. Tìm tất cả giá trị thực x, y sao cho $2x - (3 - y)i = y + 4 + (x + 2y - 2)i$, trong đó i là đơn vị ảo.

A. $x = 1, y = -2.$

B. $x = -1, y = 2.$

C. $x = \frac{17}{7}, y = \frac{6}{7}.$

D. $x = -\frac{17}{7}, y = -\frac{6}{7}.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 2x - (3 - y)i = y + 4 + (x + 2y - 2)i \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = y + 4 \\ -(3 - y) = x + 2y - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Vậy $x = 1, y = -2$.

Câu 37. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 1$, $x = 2$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho D quay quanh Ox .

- A. $\pi(e^2 - 3)$. B. $\frac{\pi}{2}(e^4 - 1)$. C. $\pi\left(\frac{1}{2}e^4 - 2e^2 + \frac{7}{2}\right)$. D. $\frac{\pi}{2}e^4 - \frac{5\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho D quay quanh Ox là:

$$V = \pi \left| \int_0^2 (e^{2x} - 1) dx \right| = \pi \left| \left(\frac{1}{2}e^{2x} - x \right) \Big|_0^2 \right| = \frac{\pi}{2}e^4 - \frac{5\pi}{2}.$$

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng

$(P): x - y + 2z + 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là giao điểm của d và (P) . Tính $S = a^2 + b^2 + c^2$.

- A. 42. B. 6. C. 13. D. 9.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2t \end{cases}$

Gọi $M(a; b; c)$ là giao điểm của d và (P) .

Do $M \in d$ nên $M(1 + 2t; -1 + t; 2t)$.

Mà $M \in (P)$ nên: $1 + 2t - (-1 + t) + 2 \cdot 2t + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow M(-1; -2; -2)$.

Vậy $S = a^2 + b^2 + c^2 = 9$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và $(Q): x + 2y - z + 5 = 0$. Tìm phương trình đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

- A. $d: \begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 2t \\ z = 4 + t \end{cases}$. B. $d: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $d: \begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = -2t \\ z = 4 + t \end{cases}$. D. $d: \begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 2t \\ z = 4 - t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{n}_1 = (1; 1; 1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

$\vec{n}_2 = (1; 2; -1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

Gọi \vec{u} là vectơ chỉ phương của đường thẳng d .

Vì d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) nên $\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{n}_1 \\ \vec{u} \perp \vec{n}_2 \end{cases}$.

Do đó, chọn $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-3; 2; 1)$.

Chọn điểm $M(-1; 0; 4) \in (P) \cap (Q) \Rightarrow M \in d$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng d là:
$$\begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 2t \\ z = 4 + t \end{cases}$$

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-4; 2; -1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 - t \\ z = t \end{cases}$.

Gọi $A'(a; b; c)$ là điểm đối xứng với A qua d . Tính $P = a + b + c$.

A. $P = 1$.

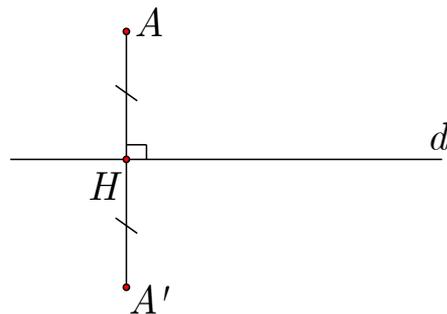
B. $P = 5$.

C. $P = -2$.

D. $P = -1$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng d .

Ta có $H \in d \Rightarrow H(-1+t; 3-t; t)$. Suy ra $\overrightarrow{AH} = (t+3; -t+1; t+1)$.

Ta có $\vec{u} = (1; -1; 1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng d .

Vì $\overrightarrow{AH} \perp \vec{u}$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t+3+t-1+t+1=0 \Leftrightarrow 3t+3=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Suy ra $H(-2; 4; -1)$.

Vì A' đối xứng với A qua d nên H là trung điểm của đoạn thẳng AA' . Do đó $A'(0; 6; -1)$.

Suy ra $a = 0; b = 6; c = -1$. Vậy $P = a + b + c = 0 + 6 - 1 = 5$.

Câu 41. Cho $\int_{-2}^1 \frac{1}{2 + \sqrt{x+3}} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Tính $S = a + b + c$.

A. $S = 1$.

B. $S = 2$.

C. $S = -1$.

D. $S = -2$.

Lời giải

Chọn D

Đặt: $t = 2 + \sqrt{x+3} \Rightarrow (t-2)^2 = x+3 \Rightarrow 2tdt = dx$

$$\Rightarrow \int_{-2}^1 \frac{1}{2 + \sqrt{x+3}} dx = \int_3^4 \frac{2(t-2)}{t} dt = (2t - 4 \ln |t|) \Big|_3^4 = 2 - 8 \ln 2 + 4 \ln 3$$

$\Rightarrow a = 2, b = -8, c = 4$

$\Rightarrow S = a + b + c = -2$

Câu 42. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $z_1 = a + (a^2 - 2a + 2)i$ (với a là số thực thay đổi) và N là điểm biểu diễn số phức z_2 biết $|z_2 - 2 - i| = |z_2 - 6 + i|$. Tìm độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng MN .

A. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. 1.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

• M là điểm biểu diễn số phức $z_1 = a + (a^2 - 2a + 2)i$

$$\Rightarrow M(a; a^2 - 2a + 2) \Rightarrow M \in (P): y = x^2 - 2x + 2$$

• N là điểm biểu diễn số phức z_2 thỏa mãn:

$$|z_2 - 2 - i| = |z_2 - 6 + i| \Leftrightarrow |x - 2 + (y - 1)i| = |x - 6 + (y + 1)i|$$

$$\Leftrightarrow 2x - y - 8 = 0$$

$$\Rightarrow N \in \Delta: 2x - y - 8 = 0$$

Ta có: $d(M; \Delta) = \frac{|-a^2 + 4a - 10|}{\sqrt{5}} = \frac{|-(a - 2)^2 - 6|}{\sqrt{5}} \leq \frac{6\sqrt{5}}{5}$

• MN nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(M; \Delta) = \frac{|-a^2 + 4a - 10|}{\sqrt{5}}$ nhỏ nhất.

$$\Rightarrow \text{Độ dài ngắn nhất của } MN \text{ bằng } \frac{6\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 43. Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 2i| = |\bar{z} - 2 + i|$ là một đường thẳng có phương trình

A. $3x - y = 0$.

B. $x + y = 0$.

C. $x - y = 0$.

D. $x + 3y = 0$.

Lời giải

Chọn A

+ Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z = x + yi$; ($x; y \in \mathbb{R}$).

$$\Rightarrow \bar{z} = x - yi.$$

$$+ |z + 1 - 2i| = |\bar{z} - 2 + i|$$

$$\Rightarrow |x + yi + 1 - 2i| = |x - yi - 2 + i|$$

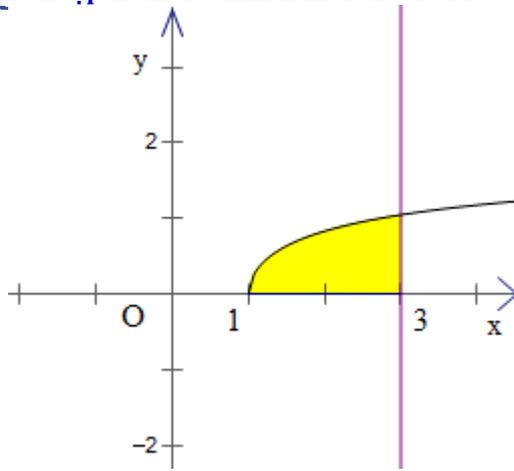
$$\Leftrightarrow |x + 1 + (y - 2)i| = |x - 2 + (1 - y)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x + 1)^2 + (y - 2)^2} = \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 1)^2}$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 - 4y + 4 = -4x + 4 - 2y + 1$$

$$\Leftrightarrow 6x - 2y = 0 \Leftrightarrow 3x - y = 0.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 2i| = |\bar{z} - 2 + i|$ là đường thẳng $3x - y = 0$.



Ta có: $\sqrt{\ln x} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Thể tích của khối tròn xoay là $V = \pi \int_1^3 \ln x \, dx$.

Đặt $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx$.

$dv = dx$ chọn $v = x$.

$$V = \pi \int_1^3 \ln x \, dx = \pi \left(x \ln x \Big|_1^3 - \int_1^3 dx \right) = \pi \left(3 \ln 3 - x \Big|_1^3 \right) = (3 \ln 3 - 2) \pi.$$

Câu 46. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - 2x - 2$ và $y = x + 2$.

A. $S = \frac{265}{6}$.

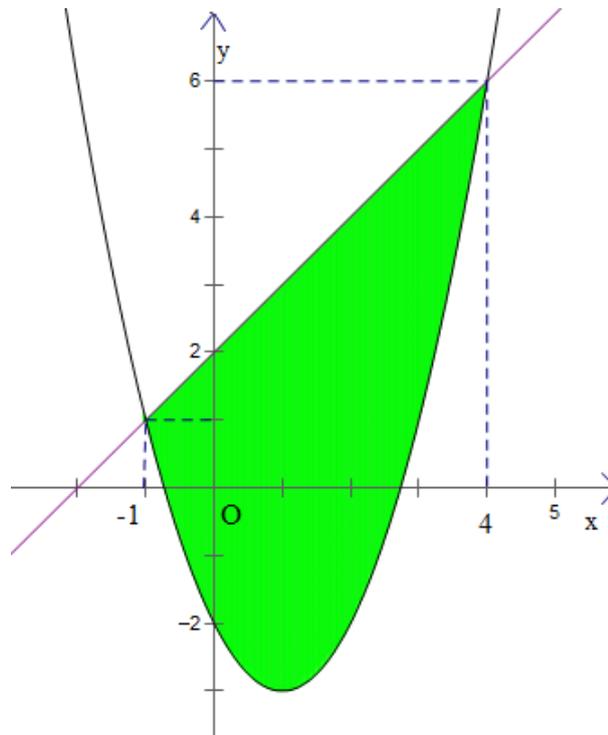
B. $S = \frac{125}{6}$.

C. $S = \frac{145}{6}$.

D. $S = \frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 2x - 2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng $S = \int_{-1}^4 |x^2 - 3x - 4| \, dx = \int_{-1}^4 (-x^2 + 3x + 4) \, dx$.

$$= \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + 4x \right) \Big|_{-1}^4 = \frac{125}{6}.$$

Câu 47. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau

$$d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5} \text{ và } d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1} \text{ có phương trình}$$

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{4}.$

B. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}.$

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}.$

D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}.$

Lời giải

Chọn D

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

$$\text{Gọi } A = \Delta \cap d_1; B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow A(2+2t; 3+3t; -4-5t), B(-1+3t'; 4-2t'; 4-t')$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (3t' - 2t - 3; -2t' - 3t + 1; -t' + 5t + 8).$$

Gọi $\vec{u}_\Delta, \vec{u}_{d_1} = (2; 3; -5), \vec{u}_{d_2} = (3; -2; -1)$ lần lượt là véc tơ chỉ phương của Δ, d_1, d_2 ta có:

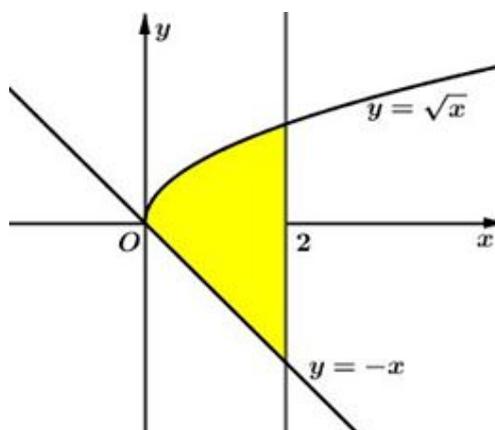
$$\begin{cases} \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_{d_1} \\ \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_{d_2} \end{cases}. \text{Chọn } \vec{u}_\Delta = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] = (-13; -13; -13) = -13(1; 1; 1) = -13\vec{u}.$$

Vì $\overrightarrow{AB}, \vec{u}$ đều là véc tơ chỉ phương của Δ nên ta có:

$$\overrightarrow{AB} = k\vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} 3t' - 2t - 3 = k \\ -2t' - 3t + 1 = k \\ -t' + 5t + 8 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3t' - 2t - k = 3 \\ -2t' - 3t - k = -1 \\ -t' + 5t - k = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 1 \\ t = -1 \\ k = 2 \end{cases} \Rightarrow A(0; 0; 1).$$

$$\Rightarrow \Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}.$$

Câu 48. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}, y = -x, x = 2$ (phần tô đậm trong hình). Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox có thể tích bằng bao nhiêu?



A. $\left(\frac{4\sqrt{2} + 6}{3} \right) \pi.$

B. $\frac{2\pi}{3}.$

C. $\frac{17\pi}{6}.$

D. $\left(\frac{14}{3} + \frac{16\sqrt{2}}{5} \right) \pi.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1-2t \end{cases} \Rightarrow (1+t)+(1+t)-2.(1-2t)-6=0 \Rightarrow t=1$$

Vậy $M(2; 2; -1)$. Do đó $S = a+b+c = 2+2+(-1) = 3$

Đề: 2

Đề ôn tập kiểm tra cuối kỳ 2. Môn Toán Lớp 12
File word Full lời giải chi tiết

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, các vectơ đơn vị trên các trục Ox , Oy , Oz lần lượt là \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} , cho điểm $M(3; -4; 12)$? Mệnh đề nào sau đây đúng?
- Ⓐ. $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}$. Ⓑ. $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 12\vec{k}$.
 Ⓒ. $\overrightarrow{OM} = -3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}$. Ⓓ. $\overrightarrow{OM} = -3\vec{i} + 4\vec{j} - 12\vec{k}$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3; 1; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $x + y + 3z + 5 = 0$ có phương trình là
- Ⓐ. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$. Ⓑ. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{2}$.
 Ⓒ. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{2}$. Ⓓ. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{3}$.
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-5} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$ là
- Ⓐ. $\vec{n} = (-2; -10; 20)$. Ⓑ. $\vec{n} = (-5; 1; -2)$. Ⓒ. $\vec{n} = (2; -10; 5)$. Ⓓ. $\vec{n} = \left(-\frac{1}{5}; -1; -\frac{1}{2}\right)$.
- Câu 4:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 2x + 3$ là
- Ⓐ. $x^3 - x^2 + C$. Ⓑ. $x^3 - x^2 + 3x + C$. Ⓒ. $6x - 2 + C$. Ⓓ. $3x^3 - 2x^2 + 3x + C$.
- Câu 5:** $\int e^{-2x+1} dx$ bằng
- Ⓐ. $-2e^{-2x+1} + C$. Ⓑ. $\frac{1}{2}e^{-2x+1} + C$. Ⓒ. $-\frac{1}{2}e^{-2x+1} + C$. Ⓓ. $e^{-2x+1} + C$.
- Câu 6:** Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $x = 0$, $x = \pi$, $y = 0$ và $y = -\cos x$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox được tính theo công thức:
- Ⓐ. $V = \pi \int_0^{\pi} \cos^2 x dx$. Ⓑ. $V = \pi \left| \int_0^{\pi} (-\cos x) dx \right|$.
 Ⓒ. $V = \pi \int_0^{\pi} |\cos x| dx$. Ⓓ. $V = \int_0^{\pi} \cos^2 x dx$.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; -2)$.
- Ⓐ. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3}$. Ⓑ. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$.
 Ⓒ. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$. Ⓓ. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.
- Câu 8:** Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ là:
- Ⓐ. $1 + 2i$. Ⓑ. $-1 + 2i$. Ⓒ. $-1 - 2i$. Ⓓ. $1 - 2i$.
- Câu 9:** Cho các số phức $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 5 - 2i$. Tìm số phức liên hợp \bar{z} của số phức $z = 2z_1 + 3z_2$
- Ⓐ. $\bar{z} = 8 - 2i$. Ⓑ. $\bar{z} = 8 + 2i$. Ⓒ. $\bar{z} = 21 - 2i$. Ⓓ. $\bar{z} = 21 + 2i$.

Ⓒ. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$.

Ⓓ. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 20: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{2x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ được biểu diễn bởi $\frac{e^a - b}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $P = a + 3b - c$.

Ⓐ. $P = -1$.

Ⓑ. $P = 3$.

Ⓒ. $P = 5$.

Ⓓ. $P = 6$.

Câu 21: Số phức liên hợp \bar{z} của số phức $z = \frac{4+6i}{1-i}$ là

Ⓐ. $\bar{z} = -1 - 5i$.

Ⓑ. $\bar{z} = -2 + 10i$.

Ⓒ. $\bar{z} = -1 + 5i$.

Ⓓ. $\bar{z} = -2 - 10i$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 7 = 0$ theo một đường tròn có đường kính bằng 8. Phương trình mặt cầu là

Ⓐ. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 81$.

Ⓑ. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Ⓒ. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Ⓓ. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 25$.

Câu 23: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = \tan^2 x$ biết phương trình $F(x) = 0$ có một nghiệm $\frac{\pi}{4}$.

Ⓐ. $F(x) = \tan x - x + \frac{\pi}{4} - 1$.

Ⓑ. $F(x) = \tan x - 1$.

Ⓒ. $F(x) = \tan x + x - \frac{\pi}{4} - 1$.

Ⓓ. $F(x) = 2 \frac{\tan x}{\cos^2 x} - 4$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z}{-2}$ và $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$. Gọi M là trung điểm của đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên. Tính độ dài đoạn thẳng OM .

Ⓐ. $OM = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

Ⓑ. $OM = \sqrt{5}$.

Ⓒ. $OM = 2\sqrt{35}$.

Ⓓ. $OM = \sqrt{35}$.

Câu 25: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng

Ⓐ. $S = \int_0^4 (-3^x) dx$

Ⓑ. $S = \pi \int_0^4 3^x dx$.

Ⓒ. $S = \int_0^4 3^x dx$.

Ⓓ. $S = \pi \int_0^4 3^{2x} dx$.

Câu 26: Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = 1 + 2i$. Tính $T = |z_1|^2 + |z_2|^2$

Ⓐ. $2\sqrt{5}$.

Ⓑ. 10.

Ⓒ. $T = 4$.

Ⓓ. $T = 7$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 6y - 4z + 7 = 0$ và ba điểm $A(2; 4; -1)$, $B(1; 4; -1)$, $C(2; 4; 3)$. Gọi S là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $SA = SB = SC$. Tính $l = SA + SB$

Ⓐ. $l = \sqrt{117}$.

Ⓑ. $l = \sqrt{37}$.

Ⓒ. $l = \sqrt{53}$.

Ⓓ. $l = \sqrt{101}$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$ là

Ⓐ. $I(2; -1; -1)$ và $R = 9$.

Ⓑ. $I(-2; 1; 1)$ và $R = 3$.

Ⓒ. $I(2; -1; -1)$ và $R = 3$.

Ⓓ. $I(-2; 1; 1)$ và $R = 9$.

Câu 29: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4$ và các đường thẳng $y = 0$, $x = -1$, $x = 5$ bằng

Ⓐ. 36.

Ⓑ. 18.

Ⓒ. $\frac{65}{3}$.

Ⓓ. $\frac{49}{3}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 0; 1)$, $B(0; 2; 0)$, $C(3; 0; 0)$. Gọi $H(x; y; z)$ là trực tâm của tam giác ABC . Giá trị của $x + 2y + z$ bằng

Ⓐ. $\frac{66}{49}$.

Ⓑ. $\frac{36}{29}$.

Ⓒ. $\frac{74}{49}$.

Ⓓ. $\frac{12}{7}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y - 12z + 5 = 0$ và điểm $A(2; 4; -1)$. Trên mặt phẳng (P) lấy điểm M . Gọi B là điểm sao cho $\overline{AB} = 3\overline{AM}$. Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (P) .

Ⓐ. $d = 6$.

Ⓑ. $d = \frac{30}{13}$.

Ⓒ. $d = \frac{66}{13}$.

Ⓓ. $d = 9$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; 1; -1)$, $B(1; 1; 2)$, $C(1; -1; 0)$ và $D(0; 0; 1)$. Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (BCD) và chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện sao cho tỉ số thể tích của khối đa diện có chứa điểm A và khối tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{1}{27}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) .

Ⓐ. $y + z - 4 = 0$.

Ⓑ. $y - z - 1 = 0$.

Ⓒ. $-y + z - 4 = 0$.

Ⓓ. $3x - 3z - 4 = 0$.

Câu 33: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục hoành.

Ⓐ. $V = \pi \ln 3$.

Ⓑ. $V = \frac{1}{2} \ln 3$.

Ⓒ. $V = \pi \ln 2$.

Ⓓ. $V = \frac{\pi}{2} \ln 3$.

Câu 34: Biết $\int_0^1 \frac{x^2 e^x}{(x+2)^2} dx = \frac{a-be}{a}$ với a là số nguyên tố. Tính $S = 2a^2 + b$

Ⓐ. $S = 99$.

Ⓑ. $S = 19$.

Ⓒ. $S = 9$.

Ⓓ. $S = 241$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2z - 24 = 0$ và điểm $K(3; 0; 3)$. viết phương trình mặt phẳng chứa tất cả các tiếp tuyến vẽ từ K đến mặt cầu.

Ⓐ. $2x + 2y + z - 4 = 0$.

Ⓑ. $6x + 6y + 3z - 8 = 0$.

Ⓒ. $3x + 4z - 21 = 0$.

Ⓓ. $6x + 6y + 3z - 3 = 0$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$ biết vector $\vec{n} = (a; b; c)$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng đi qua điểm $A(2; 1; 5)$ và chứa trục Ox . Khi đó tính $k = \frac{b}{c}$.

Ⓐ. $k = 5$.

Ⓑ. $k = -\frac{1}{5}$.

Ⓒ. $k = -5$

Ⓓ. $k = \frac{1}{5}$.

Câu 37: Cho phương trình $x^2 - 4x + \frac{c}{d} = 0$ (với phân số $\frac{c}{d}$ tối giản) có hai nghiệm phức. Gọi A, B là hai điểm biểu diễn của hai nghiệm đó trên mặt phẳng Oxy . Biết tam giác OAB đều (với O là gốc tọa độ), tính $P = c + 2d$.

- (A). $P = 18$. (B). $P = -10$. (C). $P = -14$. (D). $P = 22$.

Câu 38: Cho z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$, biết $z_1 - z_2$ có phần ảo là số thực âm. Tìm phần ảo của số phức $w = 2z_1^2 - z_2^2$.

- (A). -12 . (B). -3 . (C). 3 . (D). 12 .

Câu 39: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan^2 x + 2 \tan^8 x) dx = \frac{-a}{b} + \frac{\pi}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{N}$, phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $T = a + b + c$.

- (A). $T = 167$. (B). $T = 62$. (C). $T = 156$. (D). $T = 159$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, tính diện tích S của tam giác ABC , biết $A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;4)$.

- (A). $S = \frac{\sqrt{61}}{3}$. (B). $S = \frac{\sqrt{61}}{2}$. (C). $S = 2\sqrt{61}$. (D). $S = \sqrt{61}$.

Câu 41: Gọi z là số phức có mô đun nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 8i| = \sqrt{17}$. Biết $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$, tính $m = 2a^2 - 3b$.

- (A). $m = -18$. (B). $m = 54$. (C). $m = -10$. (D). $m = 14$.

Câu 42: Trên tập số phức, phương trình $z^2 - 6z + 2019^{2020} + 9 = 0$ có một nghiệm là

- (A). $z = 3 - 2019^{2020}i$. (B). $z = 3 + 2019^{2020}$. (C). $z = 3 - 2019^{1010}i$. (D). $z = 3 + 2019^{1010}$.

Câu 43: Tính mô đun $|z|$ của số phức $z = (2+i)(1+i)^2 + 1$

- (A). $|z| = 17$. (B). $|z| = 3$. (C). $|z| = \sqrt{17}$. (D). $|z| = \sqrt{15}$.

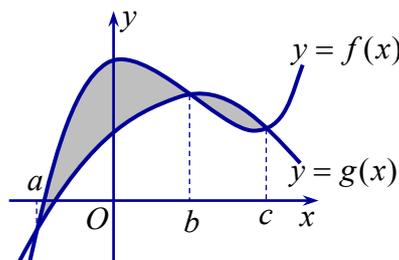
Câu 44: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$

- (A). $S = 13$. (B). $S = \frac{9}{4}$. (C). $S = \frac{81}{12}$. (D). $S = \frac{37}{12}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(1;4;4)$ và $B(-1;0;2)$

- (A). $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z+2}{-2}$. (B). $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$.
 (C). $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{-4} = \frac{z+2}{-2}$. (D). $\frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-4}{2}$.

Câu 46: Cho hai hàm số $y = g(x)$ và $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; c]$ có đồ thị như hình vẽ.



Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số trên được tính theo công thức:

- (A). $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx + \int_b^c [f(x) - g(x)] dx$. (B). $S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx$.
 (C). $S = \left| \int_a^c [f(x) - g(x)] dx \right|$. (D). $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx - \int_b^c [f(x) - g(x)] dx$

Câu 47: Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{2 \ln x + 3}{x} dx$. Nếu đặt $t = \ln x$ thì

- A. $I = \int_0^1 (2 \ln t + 3) dt$
 B. $I = \int_1^e (2t + 3) dt$.
 C. $I = \int_0^1 (2t) dt$.
 D. $I = \int_0^1 (2t + 3) dt$.

Câu 48: Biết $\int_0^4 x \ln(x^2 + 1) dx = \frac{a}{b} \ln a - c$, trong đó a, b là các số nguyên tố, c là số nguyên dương. Tính

$T = a + b + c$.

- A. $T = 11$.
 B. $T = 27$.
 C. $T = 35$.
 D. $T = 23$.

Câu 49: Biết $\int_1^2 \frac{2x-3}{x+1} dx = a \ln 2 + b$ với a, b là hai số hữu tỉ. Khi đó $b^2 - 2a$ bằng

- A. 17.
 B. 33.
 C. 6.
 D. 26.

Câu 50: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x \ln x$, trục hoành và đường thẳng $x = e$. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục hoành được viết dưới dạng

$\frac{\pi}{a}(b.e^3 - 2)$ với a, b là hai số nguyên. Tính giá trị biểu thức $T = a - b^2$.

- A. $T = -9$.
 B. $T = -1$.
 C. $T = 2$.
 D. $T = -12$

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	C	B	C	A	D	A	C	D	D	A	A	B	B	B	A	A	B	C	C	D	A	B	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	C	A	D	A	B	D	B	C	C	D	A	C	D	C	C	C	D	B	D	D	B	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, các vectơ đơn vị trên các trục Ox , Oy , Oz lần lượt là \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} , cho điểm $M(3; -4; 12)$? Mệnh đề nào sau đây đúng? .

A. $\vec{OM} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}$.

B. $\vec{OM} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 12\vec{k}$.

C. $\vec{OM} = -3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}$.

D. $\vec{OM} = -3\vec{i} + 4\vec{j} - 12\vec{k}$.

Lời giải

Chọn A.

Dựa trên lý thuyết SGK.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3; 1; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $x + y + 3z + 5 = 0$ có phương trình là

A. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$.

B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{2}$.

C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{2}$.

D. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt phẳng $x + y + 3z + 5 = 0$ có VTPT là $(1; 1; 3)$.

Đường thẳng đi qua điểm $A(3; 1; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $x + y + 3z + 5 = 0$ có VTCP là $(1; 1; 3)$ nên có phương trình là $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-5} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$ là

- A. $\vec{n} = (-2; -10; 20)$. B. $\vec{n} = (-5; 1; -2)$. **C. $\vec{n} = (2; -10; 5)$.** D. $\vec{n} = \left(-\frac{1}{5}; -1; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Mặt phẳng $\frac{x}{-5} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$ có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = \left(-\frac{1}{5}; 1; -\frac{1}{2}\right)$ nên có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = -10\vec{n}_1 = (2; -10; 5)$.

Câu 4: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 2x + 3$ là

- A. $x^3 - x^2 + C$. **B. $x^3 - x^2 + 3x + C$.** C. $6x - 2 + C$. D. $3x^3 - 2x^2 + 3x + C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int (3x^2 - 2x + 3) dx = x^3 - x^2 + 3x + C$.

Câu 5: $\int e^{-2x+1} dx$ bằng

- A. $-2e^{-2x+1} + C$. B. $\frac{1}{2}e^{-2x+1} + C$. **C. $-\frac{1}{2}e^{-2x+1} + C$.** D. $e^{-2x+1} + C$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int e^{-2x+1} dx = -\frac{1}{2}e^{-2x+1} + C$.

Câu 6: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $x = 0$, $x = \pi$, $y = 0$ và $y = -\cos x$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox được tính theo công thức:

- A. $V = \pi \int_0^{\pi} \cos^2 x dx$.** B. $V = \pi \left| \int_0^{\pi} (-\cos x) dx \right|$.
 C. $V = \pi \int_0^{\pi} |\cos x| dx$. D. $V = \int_0^{\pi} \cos^2 x dx$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox được tính

theo công thức $V = \pi \int_0^{\pi} \cos^2 x dx$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; -2)$.

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3}$.

B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 8: Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ là:

A. $1 + 2i$.

B. $-1 + 2i$.

C. $-1 - 2i$.

D. $1 - 2i$.

Lời giải

Chọn A.

$$z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + 2i \\ z = 1 - 2i \end{cases}$$

Nghiệm phức có phần ảo dương là: $z = 1 + 2i$.

Câu 9: Cho các số phức $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 5 - 2i$. Tìm số phức liên hợp \bar{z} của số phức $z = 2z_1 + 3z_2$

A. $\bar{z} = 8 - 2i$.

B. $\bar{z} = 8 + 2i$.

C. $\bar{z} = 21 - 2i$.

D. $\bar{z} = 21 + 2i$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $z = 2z_1 + 3z_2 = 2(3 + 4i) + 3(5 - 2i) = 21 + 2i$. Do đó: $\bar{z} = 21 - 2i$.

Câu 10: Phần thực của số phức $(2 - i)(1 + 2i)$ là:

A. 0.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $(2 - i)(1 + 2i) = 4 + 3i$. Vậy phần thực của z là: 4.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là:

A. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

D. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 12: Số phức $z = \frac{5+15i}{3+4i}$ có phần thực là:

A. 3.

B. 1.

C. -3.

D. -1.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } z = \frac{5+15i}{3+4i} = \frac{(5+15i)(3-4i)}{3^2+4^2} = \frac{75+25i}{25} = 3+i.$$

Vậy phần thực của z là: 3.

Câu 13: Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn hai đồ thị của hai hàm số trên và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ là:

A. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

B. $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$.

C. $\int_a^b |f(x)| dx - \int_a^b |g(x)| dx$.

D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

Lời giải

Chọn A.

Diện tích hình phẳng giới hạn hai đồ thị của hai hàm số trên $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ là: $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[1; 9]$, thỏa mãn $\int_1^9 f(x) dx = 7$ và $\int_4^5 f(x) dx = 3$. Tính giá trị

biểu thức $P = \int_1^4 f(x) dx + \int_5^9 f(x) dx$.

A. $P = 3$.

B. $P = 4$.

C. $P = 10$.

D. $P = 2$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } 7 = \int_1^9 f(x) dx = \int_1^4 f(x) dx + \int_4^5 f(x) dx + \int_5^9 f(x) dx, \text{ mà } \int_4^5 f(x) dx = 3.$$

$$\text{Do đó } P = \int_1^4 f(x) dx + \int_5^9 f(x) dx = 7 - 3 = 4.$$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 3; 5)$. Tìm tọa độ điểm A' là hình chiếu vuông góc của A lên trục Oy .

A. $A'(2; 0; 0)$.

B. $A'(0; 3; 0)$.

C. $A'(2; 0; 5)$.

D. $A'(0; 3; 5)$.

Lời giải

Chọn B.

Hình chiếu vuông góc của $A(2;3;5)$ lên trục Oy là điểm $A'(0;3;0)$.

- Câu 16:** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + 10z + 13 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Số phức $2z_1 + 4z_2$ bằng
- A. $1-15i$. **B. $-15-i$.** C. $-15+i$. D. $-1-15i$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } 2z^2 + 10z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2}i \\ z_2 = -\frac{5}{2} - \frac{1}{2}i \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } 2z_1 + 4z_2 = -5 + i - 10 - 2i = -15 - i.$$

- Câu 17:** Trong không gian $oxyz$, cho điểm $A(1;-4;-3)$ và $\vec{n} = (-2;5;2)$ Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và nhận $\vec{n} = (-2;5;2)$ làm vector pháp tuyến là:
- A. $-2x + 5y + 2z + 28 = 0$.** B. $-2x + 5y + 2z + 28 = 0$.
C. $x - 4y - 3z + 28 = 0$. D. $x - 4y - 3z - 28 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;-4;-3)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (-2;5;2)$ có phương trình là: $-2(x-1) + 5(y+4) + 2(z+3) = 0 \Leftrightarrow -2x + 5y + 2z + 28 = 0$.

- Câu 18:** Tính tích phân $I = \int_2^7 \sqrt{x+2} dx$ bằng
- A. $I = \frac{38}{3}$.** B. $I = \frac{670}{3}$. C. $I = 19$. D. $I = 38$.

Lời giải

Chọn A.

$$I = \int_2^7 \sqrt{x+2} dx = \frac{2}{3} \sqrt{(x+2)^3} \Big|_2^7 = \frac{38}{3}.$$

- Câu 19:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là
- A. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$. **B. $\frac{x}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+3}{1}$.**
C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Dễ thấy chỉ có đáp án A, B có thể thỏa đề bài.

Mặt khác, tọa độ điểm $M(2;1;-1)$ thỏa phương trình $\frac{x}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+3}{1}$.

Câu 20: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{2x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ được biểu diễn bởi $\frac{e^a - b}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $P = a + 3b - c$.

A. $P = -1$.

B. $P = 3$.

C. $P = 5$.

D. $P = 6$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Có: } S = \left| \int_0^2 e^{2x} dx \right| = \frac{1}{2} e^{2x} \Big|_0^2 = \frac{e^4 - 1}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \\ c = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } P = a + 3b - c = 9.$$

Câu 21: Số phức liên hợp \bar{z} của số phức $z = \frac{4+6i}{1-i}$ là

A. $\bar{z} = -1 - 5i$.

B. $\bar{z} = -2 + 10i$.

C. $\bar{z} = -1 + 5i$.

D. $\bar{z} = -2 - 10i$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Có } z = \frac{4+6i}{1-i} = \frac{(4+6i)(1+i)}{2} = -1 + 5i.$$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 7 = 0$ theo một đường tròn có đường kính bằng 8. Phương trình mặt cầu là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 81$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 5$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 25$.

Lời giải

Chọn D.

Khoảng cách từ tâm I đến (P) là $d = d(I; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 7|}{3} = 3$, bán kính của đường

tròn giao tuyến là $r = \frac{8}{2} = 4$.

$$R = \sqrt{d^2 + r^2} = 5, \text{ suy ra } (S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 25$$

Câu 23: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = \tan^2 x$ biết phương trình $F(x) = 0$ có một nghiệm $\frac{\pi}{4}$.

A. $F(x) = \tan x - x + \frac{\pi}{4} - 1$.

B. $F(x) = \tan x - 1$.

C. $F(x) = \tan x + x - \frac{\pi}{4} - 1.$

D. $F(x) = 2 \frac{\tan x}{\cos^2 x} - 4.$

Lời giải

Chọn A.

$$F(x) = \int f(x)dx = \int \tan^2 x dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = \tan x - x + C$$

$$F(x) = 0 \Leftrightarrow \tan x - x + C = 0 \text{ có nghiệm } \frac{\pi}{4} \text{ nên suy ra } 1 - \frac{\pi}{4} + C = 0 \Leftrightarrow C = \frac{\pi}{4} - 1$$

$$\text{Do đó } F(x) = \tan x - x + \frac{\pi}{4} - 1$$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z}{-2}$ và $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$. Gọi M là trung điểm của đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên. Tính độ dài đoạn thẳng OM .

A. $OM = \frac{\sqrt{14}}{2}.$

B. $OM = \sqrt{5}.$

C. $OM = 2\sqrt{35}.$

D. $OM = \sqrt{35}.$

Lời giải

Chọn B.

Kí hiệu $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z}{-2}$ có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 1; -2)$ và $d_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$ có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (2; -1; -1)$.

Gọi AB là độ dài đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 với $A \in d_1, B \in d_2$.

$$A \in d_1 \Rightarrow A(2+t; 4+t; -2t), B \in d_2 \Rightarrow B(3+2s; -1-s; -2-s);$$

$$\vec{AB} = (2s-t+1; -s-t-5; -s+2t-2).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \vec{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \vec{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3s-6t=0 \\ 6s-3t=-9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=-1 \\ s=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(1; 3; 2) \\ B(-1; 1; 0) \end{cases} \Rightarrow M(0; 2; 1) \Rightarrow OM = \sqrt{5}.$$

Câu 25: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -3^x, y = 0, x = 0, x = 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng

A. $S = \int_0^4 (-3^x) dx$

B. $S = \pi \int_0^4 3^x dx.$

C. $S = \int_0^4 3^x dx.$

D. $S = \pi \int_0^4 3^{2x} dx.$

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } S = \int_0^4 |-3^x| dx = \int_0^4 3^x dx$$

Câu 26: Cho hai số phức $z_1 = -1+2i, z_2 = 1+2i$. Tính $T = |z_1|^2 + |z_2|^2$

A. $2\sqrt{5}.$

B. 10.

C. $T = 4.$

D. $T = 7.$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $|z_1|^2 = 5, |z_2|^2 = 5$

$\Rightarrow T = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 10$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 6y - 4z + 7 = 0$ và ba điểm $A(2; 4; -1), B(1; 4; -1), C(2; 4; 3)$. Gọi S là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $SA = SB = SC$.

Tính $l = SA + SB$

A. $l = \sqrt{117}$.

B. $l = \sqrt{37}$

C. $l = \sqrt{53}$.

D. $l = \sqrt{101}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $S(x; y; z)$

Vì $S \in (P)$ nên có phương trình $2x - 6y - 4z + 7 = 0$

Có $SA = \sqrt{(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2}$

$SB = \sqrt{(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2}$

$SC = \sqrt{(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2}$

Vì $SA = SB = SC$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = (x-1)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 \\ (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 \\ 2x - 6y - 4z + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Suy ra $SA = \frac{\sqrt{53}}{2}; SB = \frac{\sqrt{53}}{2}$. Suy ra $l = \sqrt{53}$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$ là

A. $I(2; -1; -1)$ và $R = 9$.

B. $I(-2; 1; 1)$ và $R = 3$.

C. $I(2; -1; -1)$ và $R = 3$.

D. $I(-2; 1; 1)$ và $R = 9$.

Lời giải

Chọn C.

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Vậy (S) có tâm $I(2; -1; -1)$ và bán kính $R = 3$.

Câu 29: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4$ và các đường thẳng $y = 0, x = -1, x = 5$ bằng

A. 36.

B. 18.

C. $\frac{65}{3}$.

D. $\frac{49}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Diện tích hình phẳng cần tính bằng

$$S = \int_{-1}^5 |x^2 - 4| dx = \int_{-1}^2 |x^2 - 4| dx + \int_2^5 |x^2 - 4| dx = \int_{-1}^2 (4 - x^2) dx + \int_2^5 (x^2 - 4) dx$$

$$= \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 + \left(\frac{x^3}{3} - 4x \right) \Big|_2^5 = 36.$$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;1)$, $B(0;2;0)$, $C(3;0;0)$. Gọi $H(x;y;z)$ là trực tâm của tam giác ABC . Giá trị của $x+2y+z$ bằng

- A. $\frac{66}{49}$. B. $\frac{36}{29}$. C. $\frac{74}{49}$. **D. $\frac{12}{7}$.**

Lời giải

Chọn D.

Do $OABC$ là tam diện vuông đỉnh O nên trực tâm H của tam giác ABC là hình chiếu của O trên (ABC) .

Ta có: $(ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Đường thẳng OH có phương trình: $\frac{x}{6} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2}$.

Gọi $H(6t;3t;2t)$. Do $H \in (ABC)$ nên $36t + 9t + 4t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{6}{49}$. Vậy $H\left(\frac{36}{49}; \frac{18}{49}; \frac{12}{49}\right)$.

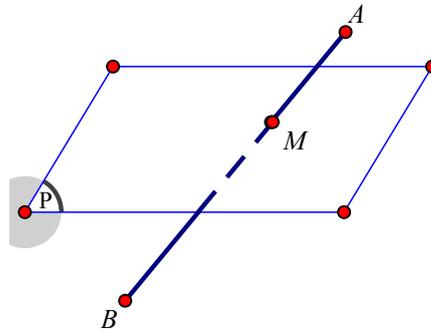
Vậy $x + 2y + z = \frac{12}{7}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y - 12z + 5 = 0$ và điểm $A(2;4;-1)$. Trên mặt phẳng (P) lấy điểm M . Gọi B là điểm sao cho $\overline{AB} = 3\overline{AM}$. Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (P) .

- A. $d = 6$.** B. $d = \frac{30}{13}$. C. $d = \frac{66}{13}$. D. $d = 9$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có: $A \notin (P)$ và $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AM} \Rightarrow AB = 3AM$ và A, M, B thẳng hàng.

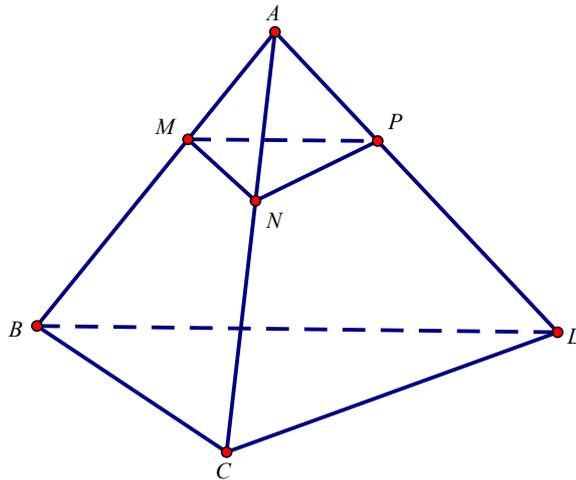
$$\Rightarrow d = d(B, (P)) = 2d(A, (P)) = 2 \cdot \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 - 12(-1) + 5|}{\sqrt{9 + 16 + 144}} = 6.$$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(1;-1;0)$ và $D(0;0;1)$. Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (BCD) và chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện sao cho tỉ số thể tích của khối đa diện có chứa điểm A và khối tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{1}{27}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) .

- A. $y + z - 4 = 0$. B. $y - z - 1 = 0$. C. $-y + z - 4 = 0$. D. $3x - 3z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các cạnh AB, AC, AD .

$$\text{Ta có: } (\alpha) \parallel (BCD) \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{AP}{AD}.$$

$$\Rightarrow \frac{V_{AMNP}}{V_{ABCD}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} \cdot \frac{AP}{AD} = \frac{1}{27} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AM}.$$

$$\text{Mà: } \overrightarrow{AB} = (1; 0; 3); 3\overrightarrow{AM} = (3x_M; 3y_M - 3; 3z_M + 3).$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x_M = 1 \\ 3y_M - 3 = 0 \\ 3z_M + 3 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1}{3} \\ y_M = 1 \\ z_M = 0 \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{3}; 1; 0\right).$$

Ta lại có: $\overrightarrow{BC} = (0; -2; -2)$, $\overrightarrow{BD} = (-1; -1; -1)$.

$$\Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = (0; 2; -2).$$

Mặt phẳng (α) đi qua điểm M và nhận $\vec{n}_1 = \frac{1}{2}\vec{n} = (0; 1; -1)$ làm vector pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (α) là: $(y-1) - (z-0) = 0 \Leftrightarrow y - z - 1 = 0$.

Câu 33: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục hoành.

- A. $V = \pi \ln 3$. B. $V = \frac{1}{2} \ln 3$. C. $V = \pi \ln 2$. **D. $V = \frac{\pi}{2} \ln 3$.**

Lời giải

Chọn D.

Thể tích của khối tròn xoay là: $V = \pi \int_0^1 \frac{1}{2x+1} dx = \frac{\pi}{2} \ln|2x+1| \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2} (\ln 3 - \ln 1) = \frac{\pi}{2} \ln 3$.

Câu 34: Biết $\int_0^1 \frac{x^2 e^x}{(x+2)^2} dx = \frac{a-be}{a}$ với a là số nguyên tố. Tính $S = 2a^2 + b$

- A. $S = 99$. **B. $S = 19$.** C. $S = 9$. D. $S = 241$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Đặt } I = \int_0^1 \frac{x^2 e^x}{(x+2)^2} dx = \int_0^1 \frac{x^2 - 4 + 4}{(x+2)^2} e^x dx = \int_0^1 \left(\frac{x-2}{x+2} + \frac{4}{(x+2)^2} \right) e^x dx = \int_0^1 \frac{x-2}{x+2} e^x dx + 4 \int_0^1 \frac{1}{(x+2)^2} e^x dx$$

$$\text{Tính } I_1 = \int_0^1 \frac{x-2}{x+2} e^x dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \frac{x-2}{x+2} \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{4}{(x+2)^2} dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{x-2}{x+2} e^x \Big|_0^1 - 4 \int_0^1 \frac{1}{(x+2)^2} e^x dx = -\frac{e}{3} + 1 - 4 \int_0^1 \frac{1}{(x+2)^2} e^x dx.$$

$$\Rightarrow I = -\frac{e}{3} + 1 = \frac{3-e}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow S = 19.$$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2z - 24 = 0$ và điểm $K(3;0;3)$. viết phương trình mặt phẳng chứa tất cả các tiếp tuyến vẽ từ K đến mặt cầu.

- A. $2x + 2y + z - 4 = 0$. B. $6x + 6y + 3z - 8 = 0$. **C. $3x + 4z - 21 = 0$.** D. $6x + 6y + 3z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có :mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-1)$ bán kính $R = 5 \Rightarrow IK = 5$ nên điểm K thuộc mặt cầu.

Nên mặt phẳng (P) chứa tất cả các tiếp tuyến vẽ từ K đến mặt cầu là mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm K . $(P) \perp IK \Rightarrow \vec{n}_P = \vec{IK} = (3;0;4)$.

Mặt phẳng (P) đi qua K có vector pháp tuyến $\vec{n} = (3;0;4)$ là $3x + 4z - 21 = 0$.

Lưu ý: Đề gốc là $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 24 = 0$ và điểm $K(3;0;3)$. Ta có $IK < R$ nên K nằm bên trong mặt cầu nên không có tiếp tuyến.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$ biết vector $\vec{n} = (a;b;c)$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng đi qua điểm

$A(2;1;5)$ và chứa trục Ox . Khi đó tính $k = \frac{b}{c}$.

- A. $k = 5$. B. $k = -\frac{1}{5}$. **C. $k = -5$** D. $k = \frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có vector chỉ phương của trục Ox là $\vec{i} = (1;0;0)$, $\vec{OA} = (2;1;5)$.

vector pháp tuyến của mặt phẳng đi qua điểm $A(2;1;5)$ và chứa trục Ox là $\vec{n} = [\vec{i}, \vec{OA}] = (0;-5;1) \Rightarrow k = -5$.

Câu 37: Cho phương trình $x^2 - 4x + \frac{c}{d} = 0$ (với phân số $\frac{c}{d}$ tối giản) có hai nghiệm phức. Gọi A, B là hai điểm biểu diễn của hai nghiệm đó trên mặt phẳng Oxy . Biết tam giác OAB đều (với O là gốc tọa độ), tính $P = c + 2d$.

- A. $P = 18$. B. $P = -10$. C. $P = -14$. **D. $P = 22$.**

Lời giải

Chọn D.

Ta có phương trình $x^2 - 4x + \frac{c}{d} = 0$ luôn có hai nghiệm phức là $z_1 = a + bi; z_2 = a - bi$ có điểm biểu diễn lần lượt là $A(a;b); B(a;-b)$

Theo định lý Viet ta có $z_1 + z_2 = 2a = 4 \Rightarrow a = 2$. Mặt khác tam giác OAB đều nên

$$AB = OA \Leftrightarrow |2b| = \sqrt{4+b^2} \Leftrightarrow b = \frac{\pm 2}{\sqrt{3}}, \text{ từ đó } z_1 z_2 = \left(2 + \frac{2}{\sqrt{3}}i\right) \left(2 - \frac{2}{\sqrt{3}}i\right) = \frac{16}{3} \Rightarrow \frac{c}{d} = \frac{16}{3}. \text{ Vậy}$$

$$c = 16, d = 3 \Rightarrow c + 2d = 22$$

Câu 38: Cho z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$, biết $z_1 - z_2$ có phần ảo là số thực âm. Tìm phần ảo của số phức $w = 2z_1^2 - z_2^2$.

A. -12.

B. -3.

C. 3.

D. 12.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ có hai nghiệm là $1 + 2i; 1 - 2i$, vì $z_1 - z_2$ có phần ảo là số thực âm nên ta có $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 1 + 2i$ nên $w = 2z_1^2 - z_2^2 = -3 - 12i$ có phần ảo là -12.

Câu 39: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan^2 x + 2 \tan^8 x) dx = \frac{-a}{b} + \frac{\pi}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{N}$, phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 167$.

B. $T = 62$.

C. $T = 156$.

D. $T = 159$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan^2 x + 2 \tan^8 x) dx$, đổi biến $\tan x = t \Rightarrow dt = \frac{1}{\cos^2 x} dx = (1 + \tan^2 x) dx = (1 + t^2) dx$

$\Rightarrow dx = \frac{1}{1+t^2} dt$, đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0, x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 1$ ta được tích phân

$$I = \int_0^1 \frac{(t^2 + 2t^8)}{t^2 + 1} dt = \int_0^1 (2t^6 - 2t^4 + 2t^2 - 1) dt + \int_0^1 \frac{1}{t^2 + 1} dt = \frac{-47}{105} + \int_0^1 \frac{1}{t^2 + 1} dt \quad (1).$$

Đặt $t = \tan u, u \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow dt = \frac{1}{\cos^2 u} du = (1 + \tan^2 u) du, \frac{1}{1+t^2} = \frac{1}{1+\tan^2 u}$, đổi cận

$t = 0 \Rightarrow u = 0; t = 1 \Rightarrow u = \frac{\pi}{4}$ nên ta có $\int_0^1 \frac{1}{t^2 + 1} dt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} du = u \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4}$, thay vào (1) ta được

$$I = \frac{-47}{105} + \frac{\pi}{4} \text{ nên } a = 47, b = 105, c = 4 \Rightarrow a + b + c = 156.$$

Câu 40: Trong không gian Oxyz, tính diện tích S của tam giác ABC , biết $A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;4)$.

A. $S = \frac{\sqrt{61}}{3}$.

B. $S = \frac{\sqrt{61}}{2}$.

C. $S = 2\sqrt{61}$.

D. $S = \sqrt{61}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-2; 3; 0) \\ \overrightarrow{AC} = (-2; 0; 4) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (12; 8; 6)$.

Khi đó diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{1}{2} \sqrt{12^2 + 8^2 + 6^2} = \sqrt{61}$.

Câu 41: Gọi z là số phức có mô đun nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 8i| = \sqrt{17}$. Biết $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$, tính $m = 2a^2 - 3b$.

A. $m = -18$.

B. $m = 54$.

C. $m = -10$.

D. $m = 14$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi, (x; y \in \mathbb{R})$.

Ta có $|z - 2 - 8i| = \sqrt{17} \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 8)^2 = 17$

Suy ra điểm biểu diễn số phức z thỏa điều kiện trên là đường tròn tâm $I(2; 8)$, bán kính

$R = \sqrt{17}$. Ta có $OI = 2\sqrt{17} > R$

$|z| = OM$ nên $|z|_{\min} \Leftrightarrow OM_{\min}$, khi đó $OM = OI - R = \sqrt{17} = R$

$M \in (C)$, M là trung điểm của OI , do đó $M(1; 4) \rightarrow a = 1; b = 4 \Rightarrow m = 2a^2 - 3b = 2 - 12 = -10$

Câu 42: Trên tập số phức, phương trình $z^2 - 6z + 2019^{2020} + 9 = 0$ có một nghiệm là

A. $z = 3 - 2019^{2020}i$.

B. $z = 3 + 2019^{2020}$.

C. $z = 3 - 2019^{1010}i$.

D. $z = 3 + 2019^{1010}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\Delta' = b^2 - ac = 9 - (2019^{2020} + 9) = -2019^{2020} = (2019^{1010}i)^2$

Một căn bậc hai của Δ là $2019^{1010}i$.

Phương trình có hai nghiệm phức là: $z_1 = 3 - 2019^{1010}i; z_2 = 3 + 2019^{1010}i$.

Câu 43: Tính môđun $|z|$ của số phức $z = (2 + i)(1 + i)^2 + 1$

A. $|z| = 17$.

B. $|z| = 3$.

C. $|z| = \sqrt{17}$.

D. $|z| = \sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $z = (2 + i)(1 + i)^2 + 1 = -1 + 4i$ nên $|z| = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$ do đó chọn đáp án C.

Câu 44: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$

A. $S = 13$.

B. $S = \frac{9}{4}$.

C. $S = \frac{81}{12}$.

D. $S = \frac{37}{12}$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } S &= \int_{-2}^1 |x^3 - x - x + x^2| dx = \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx - \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx \\ &= \left(\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right) \Big|_{-2}^0 - \left(\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right) \Big|_0^1 = \frac{37}{12}. \end{aligned}$$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(1;4;4)$ và $B(-1;0;2)$

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z+2}{-2}$.

B. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{-4} = \frac{z+2}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-4}{2}$.

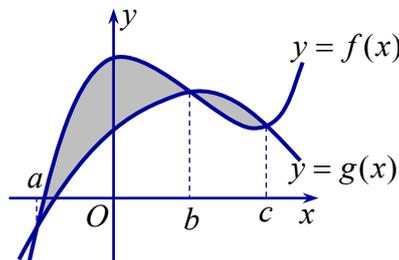
Lời giải

Chọn B.

Do Δ qua 2 điểm A, B nên có VTCP $\overline{AB} = (-2; -4; -2) = -2(1; 2; 1)$.

Δ đi qua $I(0; 2; 3)$ là trung điểm của AB có phương trình là $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 46: Cho hai hàm số $y = g(x)$ và $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; c]$ có đồ thị như hình vẽ.



Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số trên được tính theo công thức:

A. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx + \int_b^c [f(x) - g(x)] dx$. **B.** $S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx$.

C. $S = \left| \int_a^c [f(x) - g(x)] dx \right|$.

D. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx - \int_b^c [f(x) - g(x)] dx$

Lời giải

Chọn D.

$$S = \int_a^c |f(x) - g(x)| dx = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx + \int_b^c |f(x) - g(x)| dx = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx - \int_b^c [f(x) - g(x)] dx$$

Câu 47: Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{2 \ln x + 3}{x} dx$. Nếu đặt $t = \ln x$ thì

A. $I = \int_0^1 (2 \ln t + 3) dt$

B. $I = \int_1^e (2t + 3) dt$.

C. $I = \int_0^1 (2t) dt$.

D. $I = \int_0^1 (2t + 3) dt$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Đặt } t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx. \text{ Đổi cận } \begin{cases} x=1 \\ x=e \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u=0 \\ u=1 \end{cases}. \text{ Suy ra } I = \int_1^e \frac{2 \ln x + 3}{x} dx = \int_0^1 (2t+3) dt.$$

Câu 48: Biết $\int_0^4 x \ln(x^2+1) dx = \frac{a}{b} \ln a - c$, trong đó a, b là các số nguyên tố, c là số nguyên dương. Tính

$$T = a + b + c.$$

A. $T = 11$.

B. $T = 27$.

C. $T = 35$.

D. $T = 23$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Đặt } t = x^2 + 1 \Rightarrow dt = 2x dx. \text{ Đổi cận } \begin{cases} x=0 \\ x=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=17 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int_0^4 x \ln(x^2+1) dx = \frac{1}{2} \int_1^{17} \ln t dt$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln t \\ dv = dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{t} dt \\ v = t \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \Rightarrow \int_0^4 x \ln(x^2+1) dx = \frac{1}{2} \int_1^{17} \ln t dt = \frac{1}{2} \left[t \ln t \Big|_1^{17} - \int_1^{17} dt \right] = \frac{17}{2} \ln 17 - 8.$$

$$\text{Vậy } a = 17; b = 2; c = 8 \Rightarrow T = a + b + c = 27$$

Câu 49: Biết $\int_1^2 \frac{2x-3}{x+1} dx = a \ln 2 + b$ với a, b là hai số hữu tỉ. Khi đó $b^2 - 2a$ bằng

A. 17.

B. 33.

C. 6.

D. 26.

Lời giải

Chọn D.

$$\int_1^2 \frac{2x-3}{x+1} dx = \int_1^2 \left(2 - \frac{5}{x+1} \right) dx = (2x - 5 \ln |x+1|) \Big|_1^2 = 4 - 5 \ln 2.$$

$$\text{Vậy } a = -5; b = 4 \Rightarrow b^2 - 2a = 26$$

Câu 50: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x \ln x$, trục hoành và đường thẳng $x = e$. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục hoành được viết dưới dạng $\frac{\pi}{a}(b.e^3 - 2)$ với a, b là hai số nguyên. Tính giá trị biểu thức $T = a - b^2$.

A. $T = -9$.

B. $T = -1$.

C. $T = 2$.

D. $T = -12$

Lời giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x \ln x$ và trục hoành:

$$x \ln x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(L) \\ x = 1 \end{cases}.$$

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục hoành bằng

$$\pi \int_1^e (x \ln x)^2 dx = (5e^3 - 2) \frac{\pi}{27}.$$

Vậy $a = 27, b = 5$ nên $T = a - b^2 = 27 - 25 = 2$.

-----HẾT-----

- Câu 12:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số: $y = x\sqrt{1-x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 9$ là
 (A). $S = \frac{467}{9}$. (B). $S = \frac{568}{11}$. (C). $S = \frac{468}{11}$. (D). $S = \frac{468}{7}$.
- Câu 13:** Hai điểm biểu diễn số phức $z = 1 + i$ và $z' = -1 + i$ đối xứng nhau qua
 (A). Trục tung. (B). Điểm $E(1;1)$. (C). Trục hoành. (D). Gốc O .
- Câu 14:** Biết $\int_1^2 \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} dx = a + \ln b$. Khi đó $a + b$ bằng
 (A). 2. (B). 4. (C). 0. (D). 3.
- Câu 15:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, bán kính của mặt cầu đi qua bốn điểm $O(0;0;0)$, $A(4;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;4)$ là
 (A). $R = 2\sqrt{3}$. (B). $R = 4\sqrt{3}$. (C). $R = \sqrt{3}$. (D). $R = 3\sqrt{3}$.
- Câu 16:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vecto $\vec{a}(3; -1; -2)$, $\vec{b}(1; 2; m)$, $\vec{c}(5; 1; 7)$. Để $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$ khi giá trị của m là:
 (A). $m = 0$. (B). $m = -1$. (C). $m = 1$. (D). $m = 2$.
- Câu 17:** Cho $\int_0^3 (x-3)f'(x) dx = 12$ và $f(0) = 3$. Khi đó giá trị của $\int_0^3 f(x) dx$ là:
 (A). -21. (B). 12. (C). -3. (D). 9.
- Câu 18:** Cho số phức $z_1 = 2 + 6i$ và $z_2 = 5 - 8i$. Mô đun của số phức $w = z_1 z_2$ là:
 (A). $|w| = 2\sqrt{890}$. (B). $|w| = 2\sqrt{610}$. (C). $|w| = 2\sqrt{980}$. (D). $|w| = 2\sqrt{601}$.
- Câu 19:** Cho $\int_0^3 f(x^2) dx = 3$, khi đó giá trị của $\int_0^9 f(x) dx$ là:
 (A). 3. (B). 9. (C). 12. (D). 6.
- Câu 20:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nặt cầu có đường kính AB với $A(4; -3; 7)$, $B(2; 1; 3)$ là:
 (A). $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$. (B). $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 9$.
 (C). $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 36$. (D). $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 36$.
- Câu 21:** Biết $\int \frac{4x-3}{2x^2-3x-2} dx = \ln|x-a| + b \ln|cx+1| + C$. Khi đó $a+b-c$ bằng:
 (A). 5. (B). -2. (C). 1. (D). -3.
- Câu 22:** Giá trị của $\int_0^1 (2x+2)e^x dx$.
 (A). $2e$. (B). $4e$. (C). e . (D). $3e$.
- Câu 23:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 6; -2)$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y + 2z - 3 = 0$. Phương trình của mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M là:
 (A). $y - 4z - 14 = 0$. (B). $4x - z - 14 = 0$. (C). $4x - y - 6 = 0$. (D). $4y - z - 26 = 0$.
- Câu 24:** Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 - 2x$ và $y = x$ là

A. $S = \frac{9}{4}$.

B. $S = \frac{13}{2}$.

C. $S = \frac{9}{2}$.

D. $S = \frac{13}{4}$.

Câu 25: Để hàm số $F(x) = (a \sin x + b \cos x)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3 \sin x - 2 \cos x)e^x$ thì giá trị $a + b$ là:

A. $a + b = 3$.

B. $a + b = 2$.

C. $a + b = -3$.

D. $a + b = -2$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và $B(3; 0; 0)$ là

A. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

B. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$.

C. $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2t \\ z = 3t \end{cases}$.

D. $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$.

Câu 27: Biết $\int_0^1 \ln(2x+1) dx = \frac{a}{b} \ln 3 - c$ với a, b, c là các số nguyên dương. Mệnh đề đúng là

A. $a + b = c$.

B. $a + b = 2c$.

C. $a - b = c$.

D. $a - b = 2c$.

Câu 28: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2, x = y^2$ xung quanh trục Ox là.

A. $V = \frac{3}{10}$.

B. $V = \frac{10\pi}{3}$.

C. $V = \frac{3\pi}{10}$.

D. $V = \frac{10}{3}$.

Câu 29: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 4 - x^2$ và trục hoành là

A. $S = \frac{22}{3}$.

B. $S = \frac{33}{2}$.

C. $S = \frac{23}{2}$.

D. $S = \frac{32}{3}$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(5; 3; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}$. Tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên d là

A. $H(1; -3; -2)$.

B. $H(2; -1; 1)$.

C. $H(3; 1; 4)$.

D. $H(4; 3; 7)$.

Câu 31: Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z + i - 1| = |\bar{z} - 2i|$ là:

A. Một elip.

B. Một đường tròn.

C. Một Parabol.

D. Một đường thẳng.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -3; 5)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{4}$. Phương trình của đường thẳng qua A và song song với d là:

A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -3 + 3t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = -5 + 4t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - 3t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 3 + 3t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$.

Câu 33: Cho số phức $z = \frac{m+3i}{1-i}, m \in \mathbb{R}$. Số phức $w = z^2$ có $|w| = 9$ khi các giá trị của m là:

A. $m = \pm 1$.

B. $m = \pm 3$.

C. $m = \pm 2$.

D. $m = \pm 4$.

Câu 34: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}, y = x - 2, y = -x$ là:

A. $S = \frac{13}{3}$.

B. $S = \frac{11}{3}$.

C. $S = \frac{13}{2}$.

D. $S = \frac{11}{2}$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $|z + i - 1| = |\bar{z} - 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ là:

A. $\sqrt{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 36: Nguyên hàm của hàm số $y = \cot x$ là:

- Ⓐ. $\ln|\cos x| + C$. Ⓑ. $\sin x + C$. Ⓒ. $\ln|\sin x| + C$. Ⓓ. $\tan x + C$.

Câu 37: Nguyên hàm của hàm số $y = \tan^2 x$ là

- Ⓐ. $\tan x + x + C$. Ⓑ. $\tan x - x + C$. Ⓒ. $-\tan x - x + C$. Ⓓ. $-\tan x + x + C$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tâm và bán kính của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 5 = 0$ là

- Ⓐ. $I(-4; 2; -6), R = 5$. Ⓑ. $I(2; -1; 3), R = 3$. Ⓒ. $I(4; -2; 6), R = 5$. Ⓓ. $I(-2; 1; -3), R = 3$.

Câu 39: Giá trị của $\int_0^{\pi} \sqrt{1 + \cos 2x} dx$ là

- Ⓐ. 0. Ⓑ. $2\sqrt{2}$. Ⓒ. $3\sqrt{2}$. Ⓓ. 1.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0; 0; 3), B(1; 1; 3); C(0; 1; 1)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) bằng:

- Ⓐ. 4. Ⓑ. 2. Ⓒ. 3. Ⓓ. 1.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 0)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 2 = 0$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P) . Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là:

- Ⓐ. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 6$. Ⓑ. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 6$.
 Ⓒ. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 6$. Ⓓ. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 6$.

Câu 42: Với số phức z tùy ý, cho các mệnh đề $|-z| = |z|, |\bar{z}| = |z|, |z + \bar{z}| = 0, |z| > 0$. Số mệnh đề đúng là:

- Ⓐ. 3. Ⓑ. 4. Ⓒ. 1. Ⓓ. 2.

Câu 43: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{4}{4-x}, y = 0, x = 0, x = 2$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích khối tròn xoay tạo thành là:

- Ⓐ. $V = 4$. Ⓑ. $V = 4\pi$. Ⓒ. $V = 9$. Ⓓ. $V = 9\pi$.

Câu 44: Số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = (1 + 5i)^2$ có phần ảo là:

- Ⓐ. -8. Ⓑ. -10. Ⓒ. $-8i$. Ⓓ. $-10i$.

Câu 45: Giá trị của $\int_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{x+9} - \sqrt{x}}$ là:

- Ⓐ. 4. Ⓑ. 12. Ⓒ. 9. Ⓓ. 15.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ phương trình nào sau đây là phương trình của một mặt cầu?

- Ⓐ. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 5y + 6z - 2019 = 0$. Ⓑ. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2x + 5y + 6z + 2019 = 0$.
 Ⓒ. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2yz - 1 = 0$. Ⓓ. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2xy + 6z + 5 = 0$.

Câu 47: Cho số phức z biết $z = 2 - 2\sqrt{3}i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- Ⓐ. $z^2 = 64$. Ⓑ. $\bar{z} = 2 + 2\sqrt{3}i$. Ⓒ. $z = (\sqrt{3} - 1)^2$. Ⓓ. $|z| = 4$.

Câu 48: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x + 4$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 3$ xung quanh trục Ox là

- Ⓐ. $V = \frac{29}{4}$. Ⓑ. $V = \frac{33}{5}$. Ⓒ. $V = \frac{29\pi}{4}$. Ⓓ. $V = \frac{33\pi}{5}$.

Câu 49: Số phức z biết $z = (7 - 2i)(1 + 5i)^2$ có phần ảo là

- Ⓐ. $118i$. Ⓑ. -148 . Ⓒ. 118 . Ⓓ. $-148i$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 8 = 0$ và $(Q): 3x + 4y - z - 11 = 0$. Gọi d là giao tuyến của (P) và (Q) , phương trình của đường thẳng d là

- Ⓐ. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = -5 + 5t \end{cases}$. Ⓑ. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = t \\ z = -2 + 5t \end{cases}$. Ⓒ. $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$. Ⓓ. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 + t \\ z = -7 + 5t \end{cases}$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	A	C	C	B	D	D	C	A	B	D	A	D	A	B	C	A	D	A	C	A	D	C	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	C	D	C	D	A	B	A	B	C	B	D	B	D	B	D	B	B	B	A	A	D	C	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;1;1)$, $B(2;4;5)$, $C(4;1;2)$ là:

- Ⓐ. $3x - 11y + 9z - 1 = 0$. Ⓑ. $3x + 11y - 9z - 5 = 0$.
 Ⓒ. $3x + 3y - z - 5 = 0$. Ⓓ. $9x + y - 10z = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overline{AB} = (1;3;4)$, $\overline{AC} = (3;0;1)$

Mặt phẳng (ABC) có véctơ pháp tuyến $\vec{n} = \overline{AB} \wedge \overline{AC} = (3;11;-9)$

Phương trình mặt phẳng (ABC) : $3(x-1) + 11(y-1) - 9(z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x + 11y - 9z - 5 = 0$.

Câu 2: Cho $\int_0^2 f(x) dx = -3$, $\int_0^5 f(x) dx = 7$. Khi đó $\int_2^5 f(x) dx$ bằng::

- Ⓐ. 10. Ⓑ. 4. Ⓒ. 7. Ⓓ. 3.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\int_0^5 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx$

Suy ra: $\int_2^5 f(x) dx = \int_0^5 f(x) dx - \int_0^2 f(x) dx = 7 - (-3) = 10.$

Câu 3: Giải phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$ trên tập số phức ta được các nghiệm:

A. $z_1 = 1 + \sqrt{2}i; z_2 = 1 - \sqrt{2}i.$

B. $z_1 = -1 + \sqrt{2}i; z_2 = -1 - \sqrt{2}i.$

C. $z_1 = -2 + \sqrt{2}i; z_2 = -2 - \sqrt{2}i.$

D. $z_1 = 2 + \sqrt{2}i; z_2 = 2 - \sqrt{2}i.$

Lời giải

Chọn A.

Xét phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4.1.3 = -8$

Phương trình có hai nghiệm phức phân biệt $x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}i}{2} = 1 \pm \sqrt{2}i.$

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình: $(S_m): x^2 + y^2 + z^2 - 4mx + 4y + 2mz + m^2 + 4m = 0$, (S_m) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất khi m là:

A. $m = 0.$

B. $m = -1.$

C. $m = \frac{1}{2}.$

D. $m = -\frac{3}{2}.$

Lời giải

Chọn C.

Theo công thức tính bán kính R ta có:

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{(2m)^2 + (-2)^2 + (-m)^2 - m^2 - 4m}$$

$$= \sqrt{4m^2 - 4m + 4} = 2\sqrt{m^2 - m + 1} = 2\sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} \geq \sqrt{3}$$

Vậy mặt cầu có bán kính nhỏ nhất là $\sqrt{3}$ khi $m = \frac{1}{2}.$

Câu 5: Cho 2 số phức: $z = (2x + 1) + (3y - 2)i, z' = (x + 2) + (y + 4)i$. Tìm các số thực x, y để $z = z'$.

A. $x = 3, y = 1.$

B. $x = -1, y = 3.$

C. $x = 1, y = 3.$

D. $x = 3, y = -1.$

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $z = z' \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 = x + 2 \\ 3y - 2 = y + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}.$

Câu 6: Nguyên hàm của hàm số $y = xe^x$ là

A. $\int xe^x dx = xe^x + C.$

B. $\int xe^x dx = (x - 1)e^x + C.$

C. $\int xe^x dx = (x+1)e^x + C.$

D. $\int xe^x dx = x^2e^x + C.$

Lời giải

Chọn B.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x. \end{cases}$

Khi đó: $\int xe^x dx = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C = (x-1)e^x + C.$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB biết $A(2;1;4)$, $B(-1;-3;-5)$.

A. $-3x - 4y - 9z + 5 = 0.$

B. $-3x - 4y - 9z + 7 = 0.$

C. $3x + 4y + 9z = 0.$

D. $3x + 4y + 9z + 7 = 0.$

Lời giải

Chọn D.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB và I là trung điểm $AB \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; -1; -\frac{1}{2}\right).$

• Vec-tơ pháp tuyến của (P) : $\vec{n} = \overline{AB} = (-3; -4; -9).$

• Mặt phẳng (P) qua $I\left(\frac{1}{2}; -1; -\frac{1}{2}\right).$

Phương trình mặt phẳng (P) : $-3\left(x - \frac{1}{2}\right) - 4\left(y + 1\right) - 9\left(z + \frac{1}{2}\right) = 0.$

$\Leftrightarrow -3x - 4y - 9z - 7 = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y + 9z + 7 = 0.$

Câu 8: Số phức liên hợp của số phức $z = (\sqrt{3} - 2i)^2$ là

A. $\bar{z} = 1 + 4\sqrt{3}i.$

B. $\bar{z} = -1 - 4\sqrt{3}i.$

C. $\bar{z} = 1 - 4\sqrt{3}i.$

D. $\bar{z} = -1 + 4\sqrt{3}i.$

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $z = (\sqrt{3} - 2i)^2 = 3 - 4\sqrt{2}i - 4 = -1 - 4\sqrt{2}i.$

$\Rightarrow \bar{z} = -1 + 4\sqrt{2}i.$

Câu 9: Giá trị của $I = \int_0^{\pi} (2 \cos x - \sin 2x) dx$ là

A. $I = 1.$

B. $I = -1.$

C. $I = 0.$

D. $I = 2.$

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $I = \int_0^{\pi} (2 \cos x - \sin 2x) dx = \left(2 \sin x + \frac{1}{2} \cos 2x \right) \Big|_0^{\pi} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0.$

Câu 10: Rút gọn biểu thức $M = i^{2018} + i^{2019}$ ta được

- A.** $M = -1 - i.$ **B.** $M = -1 + i.$ **C.** $M = 1 - i.$ **D.** $M = 1 + i.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $M = i^{2018} + i^{2019} = (i^4)^{504} \cdot i^2 + (i^4)^{504} \cdot i^3 = (i^4)^{504} \cdot i^2 + (i^4)^{504} \cdot i^3 = -1 - i.$

Câu 11: Nguyên hàm của hàm số $y = x \cos x$ là

- A.** $x \cos x - \sin x + C.$ **B.** $x \sin x + \cos x + C.$ **C.** $x \cos x + \sin x + C.$ **D.** $x \sin x - \cos x + C.$

Lời giải

Chọn B.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$

Suy ra $\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C.$

Câu 12: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số: $y = x\sqrt[3]{1-x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 9$ là

- A.** $S = \frac{467}{9}.$ **B.** $S = \frac{568}{11}.$ **C.** $S = \frac{468}{11}.$ **D.** $S = \frac{468}{7}.$

Lời giải

Chọn D.

Ta có diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_1^9 |x\sqrt[3]{1-x}| dx = \left| \int_1^9 x\sqrt[3]{1-x} dx \right|$$

Đặt $t = \sqrt[3]{1-x} \Rightarrow t^3 = 1-x \Rightarrow 3t^2 dt = -dx$

Với $x = 1 \Rightarrow t = 0$ và với $x = 9 \Rightarrow t = -2$

Khi đó $S = \left| -\int_0^{-2} (1-t^3) t \cdot 3t^2 dt \right| = \left| \int_{-2}^0 (3t^3 - 3t^6) dt \right| = \left| \left(\frac{3}{4} t^4 - \frac{3}{7} t^7 \right) \Big|_{-2}^0 \right| = \left| 0 - 12 - \frac{384}{7} \right| = \frac{468}{7}.$

Câu 13: Hai điểm biểu diễn số phức $z = 1 + i$ và $z' = -1 + i$ đối xứng nhau qua

- A.** Trục tung. **B.** Điểm $E(1;1).$ **C.** Trục hoành. **D.** Góc $O.$

Lời giải

Chọn A.

Điểm biểu diễn cho số phức $z = 1 + i$ và $z' = -1 + i$ lần lượt là $M(1;1)$ và $M'(-1;1).$

Hai điểm này đối xứng nhau qua trục tung.

Câu 14: Biết $\int_1^2 \frac{x^2+x+1}{x+1} dx = a + \ln b$. Khi đó $a + b$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \int_1^2 \frac{x^2+x+1}{x+1} dx = \int_1^2 \left(x + \frac{1}{x+1} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + \ln|x+1| \right) \Big|_1^2 = \frac{3}{2} + \ln \frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy } a = \frac{3}{2}, b = \frac{3}{2} \Rightarrow a + b = 3.$$

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, bán kính của mặt cầu đi qua bốn điểm $O(0;0;0)$, $A(4;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;4)$ là

A. $R = 2\sqrt{3}$.

B. $R = 4\sqrt{3}$.

C. $R = \sqrt{3}$.

D. $R = 3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi mặt cầu đi qua bốn điểm O, A, B, C là $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

Thay tọa độ của bốn điểm $O(0;0;0)$, $A(4;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;4)$ vào (S) ta có hệ:

$$\begin{cases} d = 0 \\ 16 - 8a + d = 0 \\ 16 - 8b + d = 0 \\ 16 - 8c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ a = b = c = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Bán kính } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 2\sqrt{3}.$$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vecto $\vec{a}(3; -1; -2)$, $\vec{b}(1; 2; m)$, $\vec{c}(5; 1; 7)$. Để $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$ khi giá trị của m là:

A. $m = 0$.

B. $m = -1$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Do } \vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}] = (-m+4; -2-3m; 7) \text{ và } \vec{c}(5; 1; 7) \text{ nên ta có: } \begin{cases} -m+4=5 \\ -2-3m=1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Câu 17: Cho $\int_0^3 (x-3)f'(x) dx = 12$ và $f(0) = 3$. Khi đó giá trị của $\int_0^3 f(x) dx$ là:

A. -21.

B. 12.

C. -3.

D. 9.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x-3 \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases} .$$

Từ $\int_0^3 (x-3)f'(x)dx = 12$ ta có

$$12 = (x-3)f(x)\Big|_0^3 - \int_0^3 f(x)dx \Leftrightarrow 12 = -(-3)f(0) - \int_1^3 f(x)dx \Leftrightarrow \int_1^3 f(x)dx = -3$$

Câu 18: Cho số phức $z_1 = 2 + 6i$ và $z_2 = 5 - 8i$. Mô đun của số phức $w = z_1 z_2$ là:

A. $|w| = 2\sqrt{890}$. **B.** $|w| = 2\sqrt{610}$. **C.** $|w| = 2\sqrt{980}$. **D.** $|w| = 2\sqrt{601}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $w = z_1 z_2 = (2 + 6i)(5 - 8i) = 58 + 14i$.

Mô đun của số phức $w = z_1 z_2$ là: $|w| = \sqrt{58^2 + 14^2} = 2\sqrt{890}$.

Câu 19: Cho $\int_0^3 f(x^2)dx = 3$, khi đó giá trị của $\int_0^9 f(x)dx$ là:

A. 3. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $u = x^2 \Rightarrow du = 2x dx$.

Khi $x = 0 \Rightarrow u = 0$, $x = 3 \Rightarrow u = 9$ Ta có: $3 = \int_0^3 f(x^2)dx = \int_0^9 f(u) \frac{du}{2} = \frac{1}{2} \int_0^9 f(x)dx$

Vậy $\int_0^9 f(x)dx = 6$.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu có đường kính AB với $A(4; -3; 7)$, $B(2; 1; 3)$ là:

A. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$. **B.** $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 36$. **D.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 36$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt cầu đường kính AB có tâm I là trung điểm của đoạn AB và bán kính $R = \frac{AB}{2}$.

Do $A(4; -3; 7)$, $B(2; 1; 3)$ nên $I(3; -1; 5)$ và $R = \frac{\sqrt{(2-4)^2 + (1+3)^2 + (3-7)^2}}{2} = 3$.

$$\text{Khi đó } S = \int_0^1 |x^2 - 3x| dx = \frac{9}{2}.$$

Câu 25: Để hàm số $F(x) = (a \sin x + b \cos x)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3 \sin x - 2 \cos x)e^x$ thì giá trị $a + b$ là:

- A. $a + b = 3$. B. $a + b = 2$. C. $a + b = -3$. **D. $a + b = -2$.**

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 3 \sin x - 2 \cos x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = (3 \cos x + 2 \sin x) dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int f(x) dx = (3 \sin x - 2 \cos x)e^x - \int (3 \cos x + 2 \sin x)e^x dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 3 \cos x + 2 \sin x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -(3 \sin x - 2 \cos x) dx = -f(x) dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int f(x) dx = (3 \sin x - 2 \cos x)e^x - (3 \cos x + 2 \sin x)e^x - \int f(x) dx$$

$$\Rightarrow 2 \int f(x) dx = (\sin x - 5 \cos x)e^x \Rightarrow \int f(x) dx = \left(\frac{1}{2} \sin x - \frac{5}{2} \cos x \right) e^x = F(x)$$

Vậy $a + b = -2$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và $B(3; 0; 0)$ là

- A. $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. **B. $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$** . C. $d : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2t \\ z = 3t \end{cases}$. D. $d : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B.

d đi qua điểm $A(1; -2; 3)$, $\overline{AB} = (2; 2; -3)$ là vectơ chỉ phương.

$$\text{Suy ra } d \text{ có phương trình : } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$$

Câu 27: Biết $\int_0^1 \ln(2x+1) dx = \frac{a}{b} \ln 3 - c$ với a, b, c là các số nguyên dương. Mệnh đề đúng là

- A. $a + b = c$. B. $a + b = 2c$. **C. $a - b = c$.** D. $a - b = 2c$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } u = \ln(2x+1) \text{ và } dv = dx \Rightarrow du = \frac{2}{2x+1} dx \text{ và } v = x + \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int_0^1 \ln(2x+1) dx &= \left(x + \frac{1}{2} \right) \ln(2x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 \left(x + \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{2}{2x+1} dx = \left(x + \frac{1}{2} \right) \ln(2x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 dx \\ &= \frac{3}{2} \ln 3 - x \Big|_0^1 = \frac{3}{2} \ln 3 - 1 \end{aligned}$$

Do đó $a = 3; b = 2; c = 1$ nên $a - b = c$.

Câu 28: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2, x = y^2$ xung quanh trục Ox là.

A. $V = \frac{3}{10}$. B. $V = \frac{10\pi}{3}$. C. $V = \frac{3\pi}{10}$. D. $V = \frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $x = y^2 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{x}$.

Xét phương trình hoành độ: $x^2 = \sqrt{x} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$. Khi đó $V = \pi \int_0^1 \left| (\sqrt{x})^2 - x^4 \right| dx = \frac{3\pi}{10}$.

Câu 29: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 4 - x^2$ và trục hoành là

A. $S = \frac{22}{3}$. B. $S = \frac{33}{2}$. C. $S = \frac{23}{2}$. D. $S = \frac{32}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Xét phương trình hoành độ: $4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Khi đó $S = \int_{-2}^2 |4 - x^2| dx = \frac{32}{3}$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(5;3;2)$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}$. Tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên d là

A. $H(1; -3; -2)$. B. $H(2; -1; 1)$. C. $H(3; 1; 4)$. D. $H(4; 3; 7)$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; 3)$.

Phương trình $(P): x + 2y + 3z - 17 = 0$.

$H = (P) \cap d$. Ta có $H(1+t; -3+2t; -2+3t) \in d$

Mà $H \in (P) \Rightarrow (1+t) + 2(-3+2t) + 3(-2+3t) - 17 = 0 \Leftrightarrow 14t - 28 = 0 \Leftrightarrow t = 2$

Vậy $H(3; 1; 4)$.

Câu 31: Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+i-1| = |\bar{z}-2i|$ là:

A. Một elip. B. Một đường tròn. C. Một Parabol. D. Một đường thẳng.

Lời giải

Chọn D.

Gọi số phức có dạng $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó điểm biểu diễn z trên mặt phẳng tọa độ Oxy là $M(a; b)$. Ta có $\bar{z} = a - bi$.

$$|z + i - 1| = |\bar{z} - 2i| \Leftrightarrow |(a-1) + (b+1)i| = |a - (b+2)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a-1)^2 + (b+1)^2} = \sqrt{a^2 + (b+2)^2} \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b+1)^2 = a^2 + (b+2)^2$$

$$\Leftrightarrow -2a + 1 + 2b + 1 = 4b + 4 \Leftrightarrow a + b + 1 = 0.$$

Vậy quỹ tích các điểm M là đường thẳng $x + y + 1 = 0$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -3; 5)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{4}$

. Phương trình của đường thẳng qua A và song song với d là:

A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -3 + 3t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = -5 + 4t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - 3t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 3 + 3t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A.

Từ phương trình d có véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $(1; 3; 4)$.

Đường thẳng d' song song với d nên d' có véc tơ chỉ phương là $(1; 3; 4)$.

Phương trình d' là $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -3 + 3t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$

Câu 33: Cho số phức $z = \frac{m+3i}{1-i}$, $m \in \mathbb{R}$. Số phức $w = z^2$ có $|w| = 9$ khi các giá trị của m là:

A. $m = \pm 1$. **B.** $m = \pm 3$. **C.** $m = \pm 2$. **D.** $m = \pm 4$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $z = \frac{m+3i}{1-i} = \frac{(m+3i)(1+i)}{2} = \frac{(m-3) + (m+3)i}{2}$.

Suy ra $w = z^2 = \frac{1}{4} \cdot [(m-3)^2 - (m+3)^2 + 2(m^2-9)i] = \frac{1}{4} [-12m + 2(m^2-9)i]$

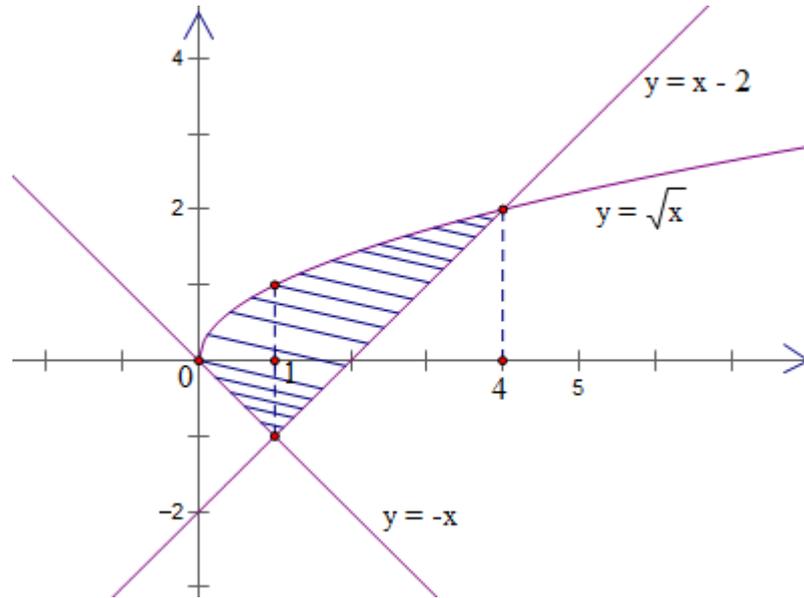
$= \frac{1}{2} [-6m + (m^2-9)i]$.

Do đó $|w| = \frac{1}{2} \sqrt{36m^2 + (m^2-9)^2} = 9 \Leftrightarrow m^4 + 18m^2 - 243 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 9 \Leftrightarrow m = \pm 3$.

Câu 34: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$, $y = -x$ là:

A. $S = \frac{13}{3}$. **B.** $S = \frac{11}{3}$. **C.** $S = \frac{13}{2}$. **D.** $S = \frac{11}{2}$.

Chọn A.



Xét các phương trình hoành độ giao điểm:

$$+) x - 2 = -x \Leftrightarrow x = 1.$$

$$+) \sqrt{x} = -x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

$$+) \sqrt{x} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

Từ hình vẽ ta thấy hình cần tính diện tích được gạch chéo.

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 (\sqrt{x} - (-x)) dx + \int_1^4 (\sqrt{x} - (x-2)) dx = \left(\frac{2}{3} x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 + \left(\frac{2}{3} x\sqrt{x} - \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_1^4 \\ &= \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{16}{3} - 8 + 8 \right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 2 \right) = \frac{13}{3} 9 \text{ (đvdt)}. \end{aligned}$$

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $|z+i-1| = |\bar{z}-2i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ là:

A. $\sqrt{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi số phức có dạng $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có } |z+i-1| = |\bar{z}-2i| \Leftrightarrow |(a-1)+(b+1)i| = |a-(b+2)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a-1)^2 + (b+1)^2} = \sqrt{a^2 + (b+2)^2} \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b+1)^2 = a^2 + (b+2)^2$$

$$\Leftrightarrow -2a+1+2b+1 = 4b+4 \Leftrightarrow a+b+1 = 0 \Leftrightarrow b = -a-1.$$

$$\text{Do đó } |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + (-a-1)^2} = \sqrt{2a^2 + 2a + 1} = \sqrt{2\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} \geq \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 36: Nguyên hàm của hàm số $y = \cot x$ là:

- A. $\ln|\cos x| + C$. B. $\sin x + C$. **C. $\ln|\sin x| + C$.** D. $\tan x + C$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \int \cot x dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \int \frac{d(\sin x)}{\sin x} = \ln|\sin x| + C.$$

Cách khác:

$$\text{Đặt } t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx. \text{ Khi đó ta có: } \int \frac{dt}{t} = \ln|t| + C.$$

$$\text{Thay } t = \sin x \text{ vào kết quả ta được: } \int \cot x dx = \ln|\sin x| + C.$$

Câu 37: Nguyên hàm của hàm số $y = \tan^2 x$ là

- A. $\tan x + x + C$. **B. $\tan x - x + C$.** C. $-\tan x - x + C$. D. $-\tan x + x + C$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \int \tan^2 x dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = \tan x - x + C.$$

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tâm và bán kính của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 5 = 0$ là

- A. $I(-4; 2; -6), R = 5$. **B. $I(2; -1; 3), R = 3$.** C. $I(4; -2; 6), R = 5$. **D. $I(-2; 1; -3), R = 3$.**

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Mặt cầu } (S) \text{ có tâm } I(-2; 1; -3) \text{ và bán kính } R = \sqrt{4 + 1 + 9 - 5} = 3.$$

Câu 39: Giá trị của $\int_0^{\pi} \sqrt{1 + \cos 2x} dx$ là

- A. 0. **B. $2\sqrt{2}$.** C. $3\sqrt{2}$. D. 1.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \cos 2x} dx = \int_0^{\pi} \sqrt{2 \cos^2 x} dx = \sqrt{2} \int_0^{\pi} |\cos x| dx.$$

$$\text{Do } \cos x \geq 0 \text{ khi } x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \text{ và } \cos x \leq 0 \text{ khi } x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right] \text{ nên ta có:}$$

Vậy có 2 mệnh đề đúng.

- Câu 43:** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{4}{4-x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích khối tròn xoay tạo thành là :
- A. $V = 4$. **B. $V = 4\pi$** . C. $V = 9$. D. $V = 9\pi$.

Lời giải

Chọn B.

$$V = \pi \int_0^2 \left(\frac{4}{4-x}\right)^2 dx = 4\pi.$$

- Câu 44:** Số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = (1 + 5i)^2$ có phần ảo là :
- A. -8 . **B. -10** . C. $-8i$. D. $-10i$.

Lời giải

Chọn B.

Giả sử $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$z + 2\bar{z} = (1 + 5i)^2 \Leftrightarrow a + bi + 2(a - bi) = -24 + 10i$$

$$\Leftrightarrow 3a - bi = -24 + 10i \Rightarrow b = -10.$$

- Câu 45:** Giá trị của $\int_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{x+9} - \sqrt{x}}$ là :
- A. 4. **B. 12**. C. 9. D. 15.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \int_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{x+9} - \sqrt{x}} = \frac{1}{9} \int_0^{16} (\sqrt{x+9} + \sqrt{x}) dx = \frac{1}{9} \left[\frac{2(x+9)\sqrt{x+9}}{3} \Big|_0^{16} - \frac{2x\sqrt{x}}{3} \Big|_0^{16} \right] = 12.$$

- Câu 46:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ phương trình nào sau đây là phương trình của một mặt cầu?
- A. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 5y + 6z - 2019 = 0$** . B. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2x + 5y + 6z + 2019 = 0$.
- C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2yz - 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2xy + 6z + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình của mặt cầu có dạng $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ với a, b, c, R là các số thực.

Xét đáp án C, D : có $-2yz, -2xy$ nên không là phương trình mặt cầu.

Xét đáp án A:

$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 5y + 6z - 2019 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{4}\right)^2 + \left(z + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{32369}{16} > 0$ do đó là phương trình mặt cầu.

Câu 47: Cho số phức z biết $z = 2 - 2\sqrt{3}i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. $z^2 = 64$. B. $\bar{z} = 2 + 2\sqrt{3}i$. C. $z = (\sqrt{3} - 1)^2$. D. $|z| = 4$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $z = 2 - 2\sqrt{3}i \Rightarrow z^2 = 8 - 8\sqrt{3}i$.

Suy ra đáp án A là khẳng định sai.

Câu 48: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x + 4$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 3$ xung quanh trục Ox là

- A. $V = \frac{29}{4}$. B. $V = \frac{33}{5}$. C. $V = \frac{29\pi}{4}$. D. $V = \frac{33\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn D.

Thể tích hình tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_0^3 (x^2 - 4x + 4)^2 dx = \frac{33\pi}{5}.$$

Câu 49: Số phức z biết $z = (7 - 2i)(1 + 5i)^2$ có phần ảo là

- A. 118i. B. -148. C. 118. D. -148i.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $z = (7 - 2i)(1 + 5i)^2 = -148 + 118i$. Suy ra $z = -148 + 118i$.

Vậy phần ảo của số phức là 118.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 8 = 0$ và $(Q): 3x + 4y - z - 11 = 0$. Gọi d là giao tuyến của (P) và (Q) , phương trình của đường thẳng d là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = -5 + 5t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = t \\ z = -2 + 5t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 + t \\ z = -7 + 5t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $y = t$, ta có $\begin{cases} 2x - z = -8 - t \\ 3x - z = -11 - 4t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 - 3t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$

Vậy phương trình tham số của d là $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$.

Đề: 4

Đề ôn tập kiểm tra cuối kỳ 2. Môn Toán Lớp 12
File word Full lời giải chi tiết

- Câu 1.** Cho số phức $z = -4 - 6i$. Gọi M là điểm biểu diễn số phức \bar{z} . Tung độ của điểm M là
 (A). 4. (B). -6. (C). 6. (D). -4.
- Câu 2.** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$.
 (A). $\int f(x) dx = 3 \cos 3x + C$. (B). $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \cos 3x + C$.
 (C). $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C$. (D). $\int f(x) dx = -3 \cos 3x + C$.
- Câu 3.** Biết $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$ (với a là số thực, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của $2a + 3b + c$.
 (A). 5. (B). 4. (C). -6. (D). 6.
- Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; 6; 1)$ và $M'(a; b; c)$ đối xứng nhau qua mặt phẳng (Oyz) . Tính $S = 7a - 2b + 2017c - 1$.
 (A). $S = 2017$. (B). $S = 2042$. (C). $S = 0$. (D). $S = 2018$.
- Câu 5.** Tìm tham số m để $\int_0^1 e^x (x + m) dx = e$.
 (A). $m = 0$. (B). $m = 1$. (C). $m = e$. (D). $m = \sqrt{e}$.
- Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng cắt 3 trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C ; trục tâm tam giác ABC là $H(1; 2; 3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là
 (A). $x + 2y + 3z - 14 = 0$. (B). $x + 2y + 3z + 14 = 0$. (C). $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. (D). $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.
- Câu 7.** Biết $\int_1^2 \frac{xdx}{(x+1)(2x+1)} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$. Tính $S = a + b + c$
 (A). $S = 1$. (B). $S = 0$. (C). $S = -1$. (D). $S = 2$.
- Câu 8.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-2; 1]$ và $f(-2) = 3; f(1) = 7$. Tính $I = \int_{-2}^1 f'(x) dx$.
 (A). $I = 10$. (B). $I = -4$. (C). $I = \frac{7}{3}$. (D). $I = 4$.
- Câu 9.** Cho số phức $z = 7 - i\sqrt{5}$. Phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} lần lượt là
 (A). 7 và $\sqrt{5}$. (B). -7 và $\sqrt{5}$. (C). 7 và $i\sqrt{5}$. (D). 7 và $-\sqrt{5}$.
- Câu 10.** Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 12$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (8 - 6i)z + 2i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.
 (A). $r = 120$. (B). $r = 122$. (C). $r = 12$. (D). $r = 24\sqrt{7}$.
- Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, cho vector $\overrightarrow{OM} = \vec{j} - \vec{k}$. Tìm tọa độ điểm M .

- (A). $M(0;1;-1)$. (B). $M(1;1;-1)$. (C). $M(1;-1)$. (D). $M(1;-1;0)$.

Câu 12. Cho số phức $z = (1+2i)(2-3i)$ bằng

- (A). $8-i$. (B). 8 . (C). $8+i$. (D). $-4+i$.

Câu 13. Chọn khẳng định **sai**?

- (A). $\int x \cdot \ln x \, dx = x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} + C$. (B). $\int x \cdot \ln x \, dx = x \ln x - x + C$.
 (C). $\int x \cdot \ln x \, dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C$. (D). $\int 2x \cdot \ln x \, dx = x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1; -2; 13)$. Tính khoảng cách d từ M đến (P) .

- (A). $d = \frac{4}{3}$. (B). $d = \frac{7}{3}$. (C). $d = \frac{10}{3}$. (D). $d = 4$.

Câu 15. Cho $\int_0^1 f(4x) \, dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x) \, dx$.

- (A). $I = 1$. (B). $I = 8$. (C). $I = 4$. (D). $I = 16$.

Câu 16. Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x$ xoay quanh trục Ox bằng:

- (A). $\pi \int_0^1 x^2 \, dx - \pi \int_0^1 x^4 \, dx$. (B). $\pi \int_0^1 x^2 \, dx + \pi \int_0^1 x^4 \, dx$.
 (C). $\pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 \, dx$. (D). $\pi \int_0^1 |x^2 - x| \, dx$.

Câu 17. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- (A). Số phức $z = a + bi$, ($a; b \in \mathbb{R}$) được gọi là số thuần ảo (hay số ảo) khi $a = 0$.
 (B). Số i được gọi là đơn vị ảo.
 (C). Mỗi số thực a được coi là một số phức với phần ảo bằng 0.
 (D). Số 0 không phải là số ảo.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có $\int_0^1 f(x) \, dx = 2$, $\int_0^3 f(x) \, dx = 6$. Tính

$$I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|) \, dx.$$

- (A). $I = 6$. (B). $I = \frac{2}{3}$. (C). $I = 4$. (D). $I = \frac{3}{2}$.

Câu 19. Cho $\int_2^4 f(x) \, dx = 10$ và $\int_2^4 g(x) \, dx = 5$. Tính $I = \int_2^4 [3f(x) - 5g(x)] \, dx$

- (A). $I = 5$. (B). $I = -5$. (C). $I = 10$. (D). $I = 15$

Câu 20. Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = (2-i)^3(1-i)$

- (A). -9 . (B). 9 . (C). 13 . (D). -13

- Câu 29.** Biết $\int_1^{\sqrt{3}} x\sqrt{x^2+1}dx = \frac{2}{3}(a-\sqrt{b})$, với a, b là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- Ⓐ. $a = 2b$. Ⓑ. $a = 3b$. Ⓒ. $a < b$. Ⓓ. $a = b$.
- Câu 30.** Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?
- Ⓐ. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$. Ⓑ. $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$.
- Ⓒ. $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$. Ⓓ. $\int_a^b xf(x)dx = x\int_a^b f(x)dx$.
- Câu 31.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (-2; 3; 0)$, $\vec{v} = (2; -2; 1)$. Độ dài vectơ $\vec{w} = \vec{u} - 2\vec{v}$ là:
- Ⓐ. $3\sqrt{7}$. Ⓑ. $\sqrt{83}$. Ⓒ. $\sqrt{89}$. Ⓓ. $3\sqrt{17}$.
- Câu 32.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P): x^2 - 4x + 3$ và trục Ox .
- Ⓐ. $\frac{4}{3}\pi$. Ⓑ. $\frac{4}{3}$. Ⓒ. $\frac{2}{3}$. Ⓓ. $-\frac{4}{3}$.
- Câu 33.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $M(2; 3; -1)$, $N(-2; -1; 3)$. Tìm tọa độ điểm E thuộc trục hoành sao cho tam giác MNE vuông tại M .
- Ⓐ. $(-2; 0; 0)$. Ⓑ. $(0; 6; 0)$. Ⓒ. $(6; 0; 0)$. Ⓓ. $(4; 0; 0)$.
- Câu 34.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc mặt phẳng (α) ?
- Ⓐ. $Q(1; 2; -5)$. Ⓑ. $P(3; 1; 3)$. Ⓒ. $M(-2; 1; -8)$. Ⓓ. $N(4; 2; 1)$.
- Câu 35.** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ và $F(2) = 3 + \frac{1}{2}\ln 3$. Tính $F(3)$.
- Ⓐ. $F(3) = \frac{1}{2}\ln 5 + 5$. Ⓑ. $F(3) = \frac{1}{2}\ln 5 + 3$. Ⓒ. $F(3) = -2\ln 5 + 5$. Ⓓ. $F(3) = 2\ln 5 + 3$.
- Câu 36.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC , biết $A(1; 1; 1)$, $B(5; 1; -2)$, $C(7; 9; 1)$. Tính tọa độ đường phân giác trong AD của góc A .
- Ⓐ. $\frac{3\sqrt{74}}{2}$. Ⓑ. $2\sqrt{74}$. Ⓒ. $3\sqrt{74}$. Ⓓ. $\frac{2\sqrt{74}}{3}$.
- Câu 37.** Cho hai điểm $A(3; 3; 1)$, $B(0; 2; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 7 = 0$. Đường thẳng d nằm trong (α) sao cho mọi điểm thuộc d cách đều 2 điểm A, B có phương trình là
- Ⓐ. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$. Ⓑ. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$. Ⓒ. $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$. Ⓓ. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases}$.
- Câu 38.** Tìm độ dài đường kính của mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z + 2 = 0$.
- Ⓐ. $2\sqrt{3}$. Ⓑ. 2 . Ⓒ. 1 . Ⓓ. $\sqrt{3}$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ tại A, B, C . Biết trọng tâm của tam giác ABC là $G(-1; -3; 2)$. Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $6x - 2y + 3z - 1 = 0$. B. $6x + 2y - 3z + 18 = 0$.
 C. $6x + 2y + 3z - 18 = 0$. D. $6x + 2y - 3z - 1 = 0$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{n} = (2; -4; 6)$. Trong các mặt phẳng có phương trình sau đây, mặt phẳng nào nhận véc-tơ \vec{n} làm véc-tơ pháp tuyến?

- A. $2x + 6y - 4z + 1 = 0$. B. $x - 2y + 3 = 0$.
 C. $3x - 6y + 9z - 1 = 0$. D. $2x - 4y + 6z + 5 = 0$.

Câu 41. Giả sử $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \cdot \sin 2x dx = (a + b) \frac{\sqrt{2}}{2}$, khi đó giá trị của $a + b$ là

- A. $-\frac{1}{6}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $-\frac{3}{10}$. D. $\frac{3}{10}$.

Câu 42. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và nhận $\vec{n} = (3; 2; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến. Phương trình của mặt phẳng (P) là

- A. $(P): 3x + 2y - z - 14 = 0$. B. $(P): 3x + 2y + z = 0$.
 C. $(P): 3x + 2y + z + 2 = 0$. D. $(P): x + 2y + 3z = 0$.

Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{\bar{z}}{4 - 3i} + (2 - 3i) = 5 - 2i$. Mô-đun của z bằng:

- A. $10\sqrt{2}$. B. $\sqrt{10}$. C. 250 . D. $5\sqrt{10}$.

Câu 44. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của (P) và d .

- A. (P) và d chéo nhau. B. (P) và d song song.
 C. (P) chứa d . D. (P) và d cắt nhau.

Câu 45. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình của Δ là:

- A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -3t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 - 3mt \\ z = -1 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 4x - 4y + 2z - 5 = 0$. Giá trị nào của m để đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) ?

$$\text{Có } \int f(x)dx = \int \sin 3x dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C.$$

Câu 3. Biết $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$ (với a là số thực, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của $2a + 3b + c$.

A. 5.

B. 4.

C. -6.

D. 6.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Tính } \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = \frac{1}{x^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = -\frac{1}{x} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \left(-\frac{1}{x} \ln x \right) \Big|_1^2 + \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \left(-\frac{1}{x} \ln x \right) \Big|_1^2 - \frac{1}{x} \Big|_1^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \ln 2$$

$$\text{Suy ra } a = -\frac{1}{2}, b = 1, c = 2 \Rightarrow 2a + 3b + c = 4.$$

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; 6; 1)$ và $M'(a; b; c)$ đối xứng nhau qua mặt phẳng (Oyz) . Tính $S = 7a - 2b + 2017c - 1$.

A. $S = 2017$.

B. $S = 2042$.

C. $S = 0$.

D. $S = 2018$.

Lời giải

Chọn D.

Hình chiếu của $M(-2; 6; 1)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $H(0; 6; 1)$

Có H là hình chiếu của MM' suy ra $M'(2; 6; 1)$.

$$\text{Vậy } a = 2, b = 6, c = 1 \Rightarrow S = 7 \cdot 2 - 2 \cdot 6 + 2017 \cdot 1 - 1 = 2018.$$

Câu 5. Tìm tham số m để $\int_0^1 e^x (x+m) dx = e$.

A. $m = 0$.

B. $m = 1$.

C. $m = e$.

D. $m = \sqrt{e}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x + m \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \int_0^1 e^x (x+m) dx = \left[(x+m)e^x \right]_0^1 - \int_0^1 e^x dx = (m+1)e - m - e^x \Big|_0^1$$

$$= (m+1)e - m - e + 1 = m(e-1) + 1$$

$$\text{Mà } \int_0^1 e^x(x+m)dx = e \Rightarrow m(e-1)+1 = e \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy $m = 1$.

Câu 6. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng cắt 3 trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C ; trục tâm tam giác ABC là $H(1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x + 2y + 3z - 14 = 0$. **B.** $x + 2y + 3z + 14 = 0$. **C.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **D.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.

Lời giải

Chọn A

Vì điểm H không thuộc mặt phẳng (P) trong các đáp án **B, C, D**.

Câu 7. Biết $\int_1^2 \frac{xdx}{(x+1)(2x+1)} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$. Tính $S = a + b + c$

A. $S = 1$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = -1$. **D.** $S = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\int_1^2 \frac{xdx}{(x+1)(2x+1)} = \int_1^2 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{2x+1} \right) dx = \ln(x+1) \Big|_1^2 - \frac{1}{2} \ln(2x+1) \Big|_1^2 = -\ln 2 + \frac{3}{2} \ln 3 - \frac{1}{2} \ln 5$$

Vậy $S = -1 + \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 0$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-2;1]$ và $f(-2) = 3; f(1) = 7$. Tính $I = \int_{-2}^1 f'(x)dx$

A. $I = 10$. **B.** $I = -4$. **C.** $I = \frac{7}{3}$. **D.** $I = 4$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } I = \int_{-2}^1 f'(x)dx = f(x) \Big|_{-2}^1 = f(1) - f(-2)$$

$$= 7 - 3 = 4$$

Vậy $I = 4$.

Câu 9. Cho số phức $z = 7 - i\sqrt{5}$. Phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} lần lượt là

A. 7 và $\sqrt{5}$. **B.** -7 và $\sqrt{5}$. **C.** 7 và $i\sqrt{5}$. **D.** 7 và $-\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\bar{z} = 7 + i\sqrt{5}$ nên phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} lần lượt là 7 và $\sqrt{5}$.

Câu 10. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 12$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (8 - 6i)z + 2i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 120$.

B. $r = 122$.

C. $r = 12$.

D. $r = 24\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $w = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Ta có: $w = (8 - 6i)z + 2i \Leftrightarrow w - 2i = (8 - 6i)z$

$$\Rightarrow |w - 2i| = 10|z|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 2)^2} = 10 \cdot 12 = 120$$

$$x^2 + (y - 2)^2 = 120^2.$$

Vậy bán kính của đường tròn cần tìm là $r = 120$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, cho vectơ $\overrightarrow{OM} = \vec{j} - \vec{k}$. Tìm tọa độ điểm M .

A. $M(0; 1; -1)$.

B. $M(1; 1; -1)$.

C. $M(1; -1)$.

D. $M(1; -1; 0)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{OM} = 0\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \Rightarrow M(0; 1; -1)$.

Câu 12. Cho số phức $z = (1 + 2i)(2 - 3i)$ bằng

A. $8 - i$.

B. 8 .

C. $8 + i$.

D. $-4 + i$.

Lời giải

Chọn C.

$$z = (1 + 2i)(2 - 3i) = 8 + i.$$

Câu 13. Chọn khẳng định sai?

A. $\int x \cdot \ln x \, dx = x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} + C$.

B. $\int x \cdot \ln x \, dx = x \ln x - x + C$.

C. $\int x \cdot \ln x \, dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C$.

D. $\int 2x \cdot \ln x \, dx = x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} + C$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Xét } I = \int x \cdot \ln x \, dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x \, dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} \, dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Do đó: } I = \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \int \frac{x}{2} \, dx = \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{x^2}{4} + C.$$

Do đó A sai.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1; -2; 13)$. Tính khoảng cách d từ M đến (P) .

A. $d = \frac{4}{3}$.

B. $d = \frac{7}{3}$.

C. $d = \frac{10}{3}$.

D. $d = 4$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $d(M, (P)) = \frac{|2+4-13+3|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}} = \frac{4}{3}$.

Câu 15. Cho $\int_0^1 f(4x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

A. $I = 1$.

B. $I = 8$.

C. $I = 4$.

D. $I = 16$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $u = 4x \Rightarrow du = 4 dx$. Với $x = 0 \Rightarrow u = 0, x = 1 \Rightarrow u = 4$.

Do đó: $4 = \int_0^1 f(4x) dx = \frac{1}{4} \int_0^4 f(u) du \Rightarrow \int_0^4 f(u) du = 16 \Rightarrow \int_0^4 f(x) dx = 16$.

Câu 16. Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x$ xoay quanh trục Ox bằng:

A. $\pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^4 dx$.

B. $\pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_0^1 x^4 dx$.

C. $\pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 dx$.

D. $\pi \int_0^1 |x^2 - x| dx$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \end{cases}$

Do $x^2 \leq x \quad \forall x \in [0;1] \Rightarrow V = \pi \int_0^1 (x^2 - x^4) dx = \pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^4 dx$.

Câu 17. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?

A. Số phức $z = a + bi$, ($a; b \in \mathbb{R}$) được gọi là số thuần ảo (hay số ảo) khi $a = 0$.

B. Số i được gọi là đơn vị ảo.

C. Mỗi số thực a được coi là một số phức với phần ảo bằng 0.

D. Số 0 không phải là số ảo.

Lời giải

Chọn D.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có $\int_0^1 f(x) dx = 2, \int_0^3 f(x) dx = 6$. Tính

$I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx$.

A. $I = 6$.

B. $I = \frac{2}{3}$.

C. $I = 4$.

D. $I = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Xét } I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(|2x-1|) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(|2x-1|) dx$$

$$= \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(-2x+1) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1) dx \quad (1)$$

$$\text{Xét } I_1 = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(-2x+1) dx. \text{ Đặt } t = -2x+1 \Rightarrow dt = -2dx \Leftrightarrow -\frac{1}{2}dx = dt$$

$$\text{Đổi cận } \begin{array}{c|c} x & -1 & \frac{1}{2} \\ \hline t & 0 & 3 \end{array}$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{1}{2} \int_0^3 f(t) dt = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$$

$$\text{Xét } I_2 = \int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1) dx. \text{ Đặt } t = 2x-1 \Rightarrow dt = 2dx \Leftrightarrow \frac{1}{2}dt = dx$$

$$\text{Đổi cận } \begin{array}{c|c} x & \frac{1}{2} & 1 \\ \hline t & 0 & 1 \end{array}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{1}{2} \int_0^1 f(t) dt = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$

$$\text{Từ (*)} \Rightarrow I = I_1 + I_2 = 4.$$

Câu 19. Cho $\int_2^4 f(x)dx = 10$ và $\int_2^4 g(x)dx = 5$. Tính $I = \int_2^4 [3f(x) - 5g(x)]dx$

A. $I = 5$.

B. $I = -5$

C. $I = 10$

D. $I = 15$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } I = \int_2^4 [3f(x) - 5g(x)]dx = 3 \int_2^4 f(x)dx - 5 \int_2^4 g(x)dx = 3 \cdot 10 - 5 \cdot 5 = 5.$$

Câu 20. Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = (2-i)^3(1-i)$

A. -9 .

B. 9

C. 13

D. -13

Lời giải

Chọn C

$$z + 2\bar{z} = (2-i)^3(1-i) \Leftrightarrow z + 2\bar{z} = -9 - 13i$$

$$\text{Gọi } z = a + bi \Rightarrow a + bi + 2(a - bi) = -9 - 13i \Leftrightarrow 3a - bi = -9 - 13i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a = -9 \\ b = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 13 \end{cases}$$

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Mặt cầu tâm $I(1;3;2)$ bán kính $R = 4$ có phương trình

A. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 8$

B. $(x-1) + (y-3) + (z-2) = 16$.

C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 16$.

D. $(x-1) + (y-3) + (z-2) = 8$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 22. Cho hai số phức $z_1 = m + 3i, z_2 = 2 - (m + 1)i, (m \in \mathbb{R})$. Tính các giá trị của m để $z_1 z_2$ là số thực.

A. $m = 1; m = -2$

B. $m = 2; m = -1$.

C. $m = 2; m = -3$.

D. $m = -3; m = -2$

Lời giải

Chọn C.

Ta có $z_1 z_2 = 2m + 3(m + 1) - [m(m + 1) - 6]i$

Từ giả thiết $\Rightarrow m(m + 1) - 6 = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \end{cases}$

Câu 23. Cho $A(2; 1; -1); B(3; 0; 1); C(2; -1; 3)$. Điểm $D \in Oy$ và thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ D là

A. $(0; 8; 0)$

B. $(0; -7; 0)$ hoặc $(0; 8; 0)$

C. $(0; 7; 0)$ hoặc $(0; -8; 0)$.

D. $(0; -7; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1:

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2); \overrightarrow{AC} = (0; -2; 4) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \sqrt{5}$

$V_{ABCD} = \frac{1}{3} d(D, (ABC)) \cdot S_{ABC} \Rightarrow d(D, (ABC)) = \frac{15}{\sqrt{5}}$

Phương trình $(ABC): 4(y - 0) + 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2y - z - 1 = 0$.

$D(0; y; 0) \Rightarrow d(D, (ABC)) = \frac{|2y - 1|}{\sqrt{5}} = \frac{15}{\sqrt{5}} \Rightarrow |2y - 1| = 15 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -7 \Rightarrow D(0; -7; 0) \\ y = 8 \Rightarrow D(0; 8; 0) \end{cases}$

Cách 2:

$D \in Oy \Rightarrow D(0; y; 0)$

$\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2); \overrightarrow{AC} = (0; -2; 4) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; -4; -2)$

$\overrightarrow{AD} = (-2; y - 1; 1)$

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = -4y + 2$

$V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = \frac{1}{6} |-4y + 2| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} -2y + 1 = 15 \\ -2y + 1 = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -7 \Rightarrow D(0; -7; 0) \\ y = 8 \Rightarrow D(0; 8; 0) \end{cases}$

Câu 24. Giả sử $\int_a^b f(x) dx = 2$; $\int_c^b f(x) dx = 3$ ($a < b < c$). Tính $\int_a^c f(x) dx$

A. 5.

B. 1.

C. -2.

D. -1.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = 2 - 3 = -1$$

Câu 25. Số phức $z = \frac{2+i}{4+3i}$ bằng

A. $\frac{11}{25} - \frac{2}{25}i$

B. $\frac{11}{5} + \frac{2}{5}i$.

C. $\frac{11}{25} + \frac{2}{25}i$.

D. $\frac{11}{5} - \frac{2}{5}i$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Có } z = \frac{2+i}{4+3i} = \frac{(2+i)(4-3i)}{25} = \frac{11}{25} - \frac{2}{25}i.$$

Câu 26. Cho tích phân $\int_1^a \frac{x+1}{x} dx = e$, ($a > 1$). Khi đó, giá trị của a là:

A. $\frac{e}{2}$.

B. $\frac{2}{1-e}$.

C. $\frac{2}{e-1}$.

D. e .

Lời giải

Chọn D.

$$\int_1^a \frac{x+1}{x} dx = \int_1^a \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx = (x + \ln|x|) \Big|_1^a = a + \ln a - 1 \Leftrightarrow a + \ln a - 1 = e \Leftrightarrow a + \ln a - 1 - e = 0(*)$$

Xét hàm số $f(a) = a + \ln a - 1 - e = 0$, ($a > 1$)

Xét hàm số $f'(a) = 1 + \frac{1}{a} > 0, \forall a > 1$

$\Rightarrow f$ đồng biến trên $(1; +\infty)$ nên (*) có nghiệm duy nhất: $a = e$.

Câu 27. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$ và hàm số $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là:

A. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

B. $\pi \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

C. $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

D. $\int_a^b (f(x) + g(x)) dx$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 28. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$ và số phức $w = (1+z_1)^{100} + (1+z_2)^{100}$. Khi đó

A. $w = 2^{50}i$.

B. $w = -2^{51}$.

C. $w = 2^{51}$.

D. $w = -2^{50}i$.

Lời giải

Chọn B.

$$z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2 + i \\ z_2 = -2 - i \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } w = (1+z_1)^{100} + (1+z_2)^{100} \Leftrightarrow w = (-1+i)^{100} + (-1-i)^{100} \Leftrightarrow w = [(-1+i)^2]^{50} + [(1+i)^2]^{50}$$

$$\Leftrightarrow w = [-2i]^{50} + [2i]^{50} = 2 \cdot 2^{50} \cdot (i^2)^{25} = -2^{51}.$$

Câu 29. Biết $\int_1^{\sqrt{3}} x\sqrt{x^2+1} dx = \frac{2}{3}(a-\sqrt{b})$, với a, b là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $a = 2b$.

B. $a = 3b$.

C. $a < b$.

D. $a = b$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x^2+1} \Rightarrow t^2 = x^2+1 \Rightarrow t dt = x dx$$

$$\text{Đổi cận: } \begin{cases} x = \sqrt{3} \Rightarrow t = 2 \\ x = 1 \Rightarrow t = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Nhu vậy tập } \int_1^{\sqrt{3}} x\sqrt{x^2+1} dx = \int_{\sqrt{2}}^2 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_{\sqrt{2}}^2 = \frac{8}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{2}{3}(4-\sqrt{2})$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 2b$$

Câu 30. Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

B. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.

C. $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$.

D. $\int_a^b xf(x) dx = x \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (-2; 3; 0)$, $\vec{v} = (2; -2; 1)$. Độ dài vecto $\vec{w} = \vec{u} - 2\vec{v}$ là:

A. $3\sqrt{7}$.

B. $\sqrt{83}$.

C. $\sqrt{89}$.

D. $3\sqrt{17}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\vec{w} = \vec{u} - 2\vec{v} = (-6; 7; -2) \Rightarrow |\vec{w}| = \sqrt{6^2 + 7^2 + 2^2} = \sqrt{89}$.

Câu 32. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P): x^2 - 4x + 3$ và trục Ox .

A. $\frac{4}{3}\pi$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $-\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

- Hoành độ giao điểm của (P) với trục Ox là nghiệm của phương trình sau:

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

- Diện tích cần tìm là: $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx = \frac{4}{3}$.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $M(2; 3; -1)$, $N(-2; -1; 3)$. Tìm tọa độ điểm E thuộc trục hoành sao cho tam giác MNE vuông tại M .

A. $(-2; 0; 0)$.

B. $(0; 6; 0)$.

C. $(6; 0; 0)$.

D. $(4; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $E(a; 0; 0) \in Ox$.

Ta có $\overline{MN} = (-4; -4; 4)$, $\overline{ME} = (a - 2; -3; 1)$.

Tam giác MNE vuông tại $M \Leftrightarrow \overline{MN} \cdot \overline{ME} = 0 \Leftrightarrow -4a + 8 + 12 + 4 = 0 \Leftrightarrow a = 6$.

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc mặt phẳng (α) ?

A. $Q(1; 2; -5)$.

B. $P(3; 1; 3)$.

C. $M(-2; 1; -8)$.

D. $N(4; 2; 1)$.

Lời giải

Chọn B.

Thử tọa độ các điểm M, N, P, Q thấy $P(3; 1; 3)$ không thỏa mãn PT mặt phẳng (α) .

Câu 35. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ và $F(2) = 3 + \frac{1}{2}\ln 3$. Tính $F(3)$.

A. $F(3) = \frac{1}{2}\ln 5 + 5$.

B. $F(3) = \frac{1}{2}\ln 5 + 3$.

C. $F(3) = -2\ln 5 + 5$.

D. $F(3) = 2\ln 5 + 3$.

Lời giải

Chọn B.

Từ giả thiết ta có: $\int f(x) dx = F(x)$

Có: $\int f(x) dx = \int \frac{1}{2x-1} dx = \frac{1}{2} \ln |2x-1| + C$.

Theo đề: $F(2) = 3 + \frac{1}{2}\ln 3 \Leftrightarrow C = 3$.

$$\Rightarrow F(3) = \frac{1}{2} \ln 5 + 3.$$

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC , biết $A(1;1;1)$, $B(5;1;-2)$, $C(7;9;1)$. Tính tọa độ đường phân giác trong AD của góc A .

A. $\frac{3\sqrt{74}}{2}$.

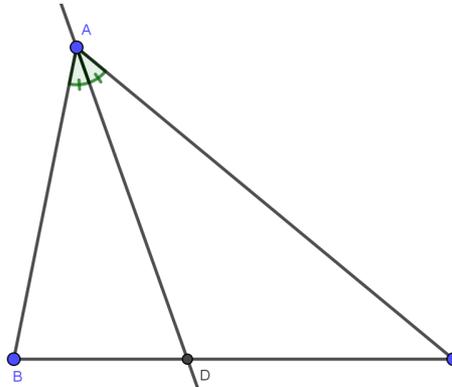
B. $2\sqrt{74}$.

C. $3\sqrt{74}$.

D. $\frac{2\sqrt{74}}{3}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi $D(x_D; y_D; z_D)$.

Ta có $AB = 5$, $AC = 10$

Theo tính chất đường phân giác trong, ta có $\frac{BD}{AB} = \frac{DC}{AC} \Rightarrow \overrightarrow{BD} = \frac{AB}{AC} \overrightarrow{DC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{DC}$.

$$\text{Với } \begin{cases} \overrightarrow{BD} = (x-5; y-1; z+2) \\ \overrightarrow{DC} = (7-x; 9-y; 1-z) \end{cases} \text{ Khi đó, } \begin{cases} x-5 = \frac{1}{2}(7-x) \\ y-1 = \frac{1}{2}(9-y) \\ z+2 = \frac{1}{2}(1-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{17}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = -1 \end{cases}$$

Vậy $D\left(\frac{17}{3}; \frac{11}{3}; -1\right)$, suy ra $AD = \frac{2\sqrt{74}}{3}$.

Câu 37. Cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (α) sao cho mọi điểm thuộc d cách đều 2 điểm A, B có phương trình là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A.

Gọi (β) là mặt phẳng trung trực của AB , (β) qua trung điểm $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 1\right)$ của AB và nhận $\overline{AB} = (-3; -1; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Suy ra $(\beta): 6x + 2y - 14 = 0$.

$$\text{Khi đó } d = (\alpha) \cap (\beta) \Rightarrow d: \begin{cases} x + y + z - 7 = 0 \\ 6x + 2y - 14 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$$

Câu 38. Tìm độ dài đường kính của mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z + 2 = 0$.

A. $2\sqrt{3}$.

B. 2.

C. 1.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(0; 1; -2)$, bán kính $R = \sqrt{1 + 4 - 2} = \sqrt{3}$. Vậy độ dài đường kính là $2\sqrt{3}$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ tại A, B, C . Biết trọng tâm của tam giác ABC là $G(-1; -3; 2)$. Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $6x - 2y + 3z - 1 = 0$.

B. $6x + 2y - 3z + 18 = 0$.

C. $6x + 2y + 3z - 18 = 0$.

D. $6x + 2y - 3z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$.

$$\text{Theo đó ta có } \begin{cases} \frac{a}{3} = -1 \\ \frac{b}{3} = -3 \\ \frac{c}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -9 \\ c = 6 \end{cases}. \text{ Khi đó } (\alpha): \frac{x}{-3} + \frac{y}{-9} + \frac{z}{6} = 1 \Rightarrow (\alpha): 6x + 2y - 3z + 18 = 0.$$

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{n} = (2; -4; 6)$. Trong các mặt phẳng có phương trình sau đây, mặt phẳng nào nhận véc-tơ \vec{n} làm véc-tơ pháp tuyến?

A. $2x + 6y - 4z + 1 = 0$.

B. $x - 2y + 3 = 0$.

C. $3x - 6y + 9z - 1 = 0$.

D. $2x - 4y + 6z + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 41. Giả sử $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \cdot \sin 2x dx = (a + b) \frac{\sqrt{2}}{2}$, khi đó giá trị của $a + b$ là

A. $-\frac{1}{6}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $-\frac{3}{10}$.

D. $\frac{3}{10}$.

Lời giải

Chọn B.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \cdot \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos 5x - \cos x) dx = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} \sin 5x - \sin x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 42. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và nhận $\vec{n} = (3; 2; 1)$ là véctơ pháp tuyến. Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $(P): 3x + 2y - z - 14 = 0$.

B. $(P): 3x + 2y + z = 0$.

C. $(P): 3x + 2y + z + 2 = 0$.

D. $(P): x + 2y + 3z = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$(P): 3 \cdot (x - 0) + 2 \cdot (y - 0) + 1 \cdot (z - 0) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + z = 0$$

Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{\bar{z}}{4 - 3i} + (2 - 3i) = 5 - 2i$. Mô đun của z bằng:

A. $10\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{10}$.

C. 250.

D. $5\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Biến đổi điều kiện } \frac{\bar{z}}{4 - 3i} + (2 - 3i) = 5 - 2i$$

$$\Leftrightarrow \bar{z} = (5 - 2i - 2 + 3i) \cdot (4 - 3i)$$

$$\Leftrightarrow \bar{z} = 15 - 5i$$

$$\text{Mà } |z| = |\bar{z}| = \sqrt{250} = 5\sqrt{10}.$$

Câu 44. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 3 = 0$ và đường thẳng

$$d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}. \text{ Xét vị trí tương đối của } (P) \text{ và } d.$$

A. (P) và d chéo nhau.

B. (P) và d song song.

C. (P) chứa d .

D. (P) và d cắt nhau.

Lời giải

Chọn D.

Thấy vec tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (2; -1; -1)$,

vec tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; -2; 2)$;

Do $\vec{n} \cdot \vec{u} = 2 \neq 0$ nên (P) và d không song song hoặc chứa nhau; vậy chúng chỉ có thể cắt nhau.

Câu 45. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có vec tơ chỉ phương là $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình của Δ là:

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -3t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D.

Chọn vec tơ chỉ phương của Δ là $\frac{1}{2}\vec{a} = (2; -3; 1)$, và Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$, nên phương

trình của Δ là: $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 - 3mt \\ z = -1 + t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(P): 4x - 4y + 2z - 5 = 0$. Giá trị nào của m để đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) ?

A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = \frac{2}{3}$. C. $m = -\frac{5}{6}$. D. $m = \frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn B.

$d \perp (P) \Leftrightarrow$ VTCP $\vec{u}(2; -3m; 1)$ của d và VTPT $\vec{n}(2; -2; 1)$ của (P) cùng phương

$\Leftrightarrow \vec{u} = k\vec{n} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 2k \\ -3m = -2k \\ 1 = k \end{cases} (k \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{2}{3}$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(5;1;3)$ và $H(3;-3;-1)$. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua H .

A. $A' = (-1; 7; 5)$. C. $A' = (1; 7; 5)$. B. $A' = (1; -7; -5)$. D. $A' = (1; -7; 5)$.

Lời giải

Chọn C.

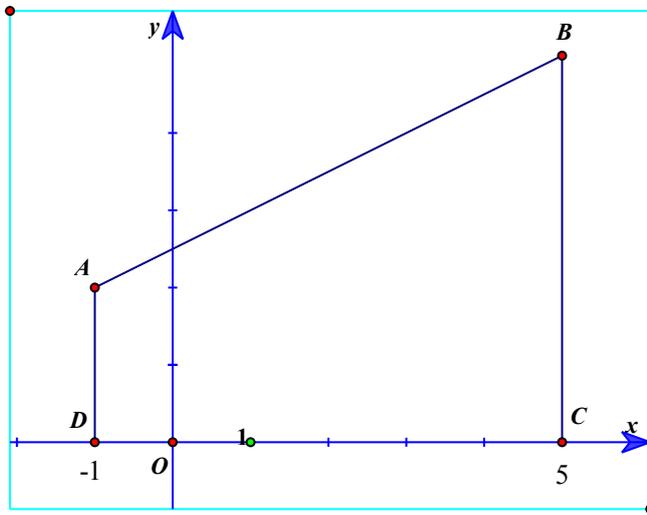
Ta có H là trung điểm của $AA' \Rightarrow A' = (1; -7; -5)$.

Câu 48. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang ABCD có $A(-1;2)$, $B(5;5)$, $C(5;0)$, $D(-1;0)$. Quay hình thang ABCD quanh trục Ox thì được khối tròn xoay có thể tích V bằng bao nhiêu ?

A. $V = 18$. C. $V = 18\pi$. B. $V = 78\pi$. D. $V = 74\pi$.

Lời giải

Chọn C.



Giả sử phương trình AB là $y = ax + b \Rightarrow \begin{cases} 2 = -a + b \\ 5 = 5a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$.

Suy ra $V = \pi \int_{-1}^5 \left(\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \right)^2 dx = 78\pi$

Câu 49. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$ và $u = \sin x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $I = -\int_{-1}^0 u^2 du$. **B. $I = \int_0^1 u^2 du$.** C. $I = -\int_0^1 u^2 du$ D. $I = 2 \int_0^1 u du$.

Lời giải

Chọn B.

$u = \sin x \Rightarrow du = \cos x dx$. Ta có $x = 0 \Rightarrow u = 0, x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow u = 1 \Rightarrow I = \int_0^1 u^2 du$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; -2; 0), \vec{b} = (-1; 1; 2), \vec{c} = (4; 0; 6)$ và $\vec{u} = \left(-2; \frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A. $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b} - \frac{1}{4}\vec{c}$.** B. $\vec{u} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b} - \frac{1}{4}\vec{c}$. C. $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{c}$. D. $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b} - \frac{1}{4}\vec{c}$.

Lời giải

Chọn A.

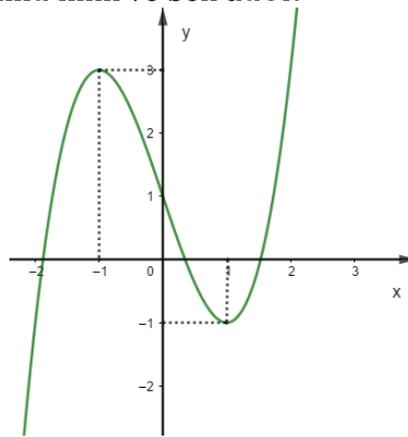
Giả sử $\vec{u} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$. Ta có $\begin{cases} x - y + 4z = -2 \\ -2x + y = \frac{1}{2} \\ 2y + 6z = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2} \\ z = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b} - \frac{1}{4}\vec{c}$.

Đề: 15

Đề ôn tập kiểm tra cuối kỳ 2. Môn Toán Lớp 12
File word Full lời giải chi tiết

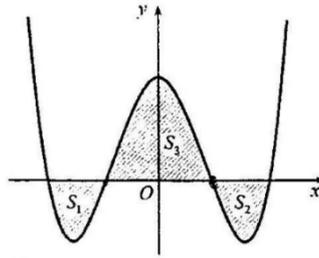
- Câu 1.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; 3)$ trên mặt phẳng (Oxz) .
- Ⓐ. $H(2; -1; 0)$. Ⓑ. $H(2; 1; 3)$. Ⓒ. $H(0; -1; 0)$. Ⓓ. $H(2; 0; 3)$.
- Câu 2.** Tìm phần ảo của số phức liên hợp của số phức $z = 2 - i$.
- Ⓐ. 2. Ⓑ. 1. Ⓒ. 0. Ⓓ. -1.
- Câu 3.** Tìm hai số thực x, y thỏa mãn $2x - yi + 1 = x - i$ với i là đơn vị ảo.
- Ⓐ. $x = 1; y = -1$. Ⓑ. $x = 1; y = 1$. Ⓒ. $x = -1; y = -1$. Ⓓ. $x = -1; y = 1$.
- Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Viết công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$).
- Ⓐ. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. Ⓑ. $S = \int_a^b f^2(x) dx$. Ⓒ. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. Ⓓ. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.
- Câu 5.** Trong không gian Oxy , viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(3; 0; -2)$ và bán kính $R = 2$.
- Ⓐ. $(x+3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$. Ⓑ. $(x+3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.
Ⓒ. $(x-3)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$. Ⓓ. $(x-3)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 2$.
- Câu 6.** Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng $x - 3y + 2019 = 0$ và tiếp xúc với đồ thị (C) ?
- Ⓐ. $3x + y - 1 = 0$. Ⓑ. $3x + y + 1 = 0$. Ⓒ. $3x + y = 0$. Ⓓ. $3x - y = 0$.
- Câu 7.** Cho số phức z thỏa mãn $(2 - i)z - 8 = i$. Tìm môđun của số phức $w = 2z - 3$
- Ⓐ. $|w| = \sqrt{5}$. Ⓑ. $|w| = \sqrt{13}$. Ⓒ. $|w| = 5$. Ⓓ. $|w| = 25$.
- Câu 8.** Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng là $x = 2$?
- Ⓐ. $y = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$. Ⓑ. $y = \frac{x - 2}{x + 2}$. Ⓒ. $y = \frac{3}{4 - 2x}$. Ⓓ. $y = \frac{2x + 1}{x + 2}$.
- Câu 9.** Hàm số $y = \frac{x + 3}{x - 2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?
- Ⓐ. $(-1; +\infty)$. Ⓑ. $(-\infty; 3)$. Ⓒ. $(3; +\infty)$. Ⓓ. $(-\infty; +\infty)$.
- Câu 10.** Ký hiệu z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 7 = 0$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm nào sau đây biểu diễn số phức $w = iz_1 + \sqrt{6}$.
- Ⓐ. $M(1; -\sqrt{6})$. Ⓑ. $N(2\sqrt{6}; 1)$. Ⓒ. $P(0; 1)$. Ⓓ. $Q(2\sqrt{6}; 0)$.
- Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-3}$ và $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{3}$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng d_1 và d_2 ?
- Ⓐ. 1. Ⓑ. 2. Ⓒ. 0. Ⓓ. 3.

- Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 1 = 0$ và $(Q): x - 2y - 2z + 8 = 0$. Tính khoảng cách d giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .
 (A). $d = 3$. (B). $d = 7$. (C). $d = 9$. (D). $d = 6$.
- Câu 13.** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên $[0; 3]$.
 (A). $M = 23$. (B). $M = 25$. (C). $M = 3$. (D). $M = 5$.
- Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - \sqrt{2}z + 5 = 0$. Tính góc φ giữa mặt phẳng (P) và trục Oy .
 (A). $\varphi = 45^\circ$. (B). $\varphi = 90^\circ$. (C). $\varphi = 60^\circ$. (D). $\varphi = 30^\circ$.
- Câu 15.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2y - z + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là.
 (A). $\vec{n}_2 = (2; 0; -1)$. (B). $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$. (C). $\vec{n}_4 = (2; -1; 0)$. (D). $\vec{n}_2 = (0; 2; -1)$.
- Câu 16.** Cho hàm số $y = x^3 - x^2$ có đồ thị (C) . Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong đoạn $[0; 2019]$ để đường thẳng $d: y = mx - m$ cắt (C) tại 3 điểm phân biệt?
 (A). 2019. (B). 2018. (C). 2020. (D). 2017.
- Câu 17.** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \ln x$, trục hoành và đường thẳng $x = e$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành.
 (A). $V = (e - 2)\pi$. (B). $V = e - 2$. (C). $V = (e + 2)\pi$. (D). $V = \pi$.
- Câu 18.** hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



- (A). $y = x^3 - 3x^2 + 1$. (B). $y = x^3 + 3x + 1$. (C). $y = -x^3 + 3x + 1$. (D). $y = x^3 - 3x + 1$.
- Câu 19.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $K(2; 0; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x - y + 3z - 7 = 0$
 (A). $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{3}$ (B). $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = -1 - 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ (C). $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -t \\ z = 1 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ (D). $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = 1 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.
- Câu 20.** Tìm $\int \sin 5x \cdot dx$.
 (A). $\int \sin 5x \cdot dx = \frac{1}{5} \cos 5x + C$. (B). $\int \sin 5x \cdot dx = -\frac{1}{5} \cos 5x + C$.
 (C). $\int \sin 5x \cdot dx = -\cos 5x + C$. (D). $\int \sin 5x \cdot dx = -5 \cos 5x + C$.

- Câu 21.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z - 4 + i| = 3$ là đường tròn có phương trình:
- Ⓐ. $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 9$. Ⓑ. $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 3$.
- Ⓒ. $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 3$. Ⓓ. $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 9$.
- Câu 22.** Biết rằng $f(x)$ là hàm liên tục trên \mathbb{R} và $\int_1^5 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^2 f(2x+1) dx$.
- Ⓐ. $I = 8$. Ⓑ. $I = 1$. Ⓒ. $I = 4$. Ⓓ. $I = 2$.
- Câu 23.** Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn các số phức $z_1 = 2 - 2i, z_2 = 1 - 3i, z_3 = 3 + 2i$. Tìm số phức z có điểm biểu diễn là trọng tâm G của tam giác ABC .
- Ⓐ. $z = -2 - i$. Ⓑ. $z = 2 - i$. Ⓒ. $z = 6 - 3i$. Ⓓ. $z = 2 + i$.
- Câu 24.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^4 - 2x^2 + 3 - m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.
- Ⓐ. $-1 < m < 0$. Ⓑ. $0 < m < 1$. Ⓒ. $2 < m < 3$. Ⓓ. $3 < m < 4$.
- Câu 25.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + mt \\ y = 1 - 3t \\ z = 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và mặt phẳng $(P): 2x - 6y + 4z - 7 = 0$. Tìm m để đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) .
- Ⓐ. $m = 1$. Ⓑ. $m = 2$. Ⓒ. $m = -13$. Ⓓ. $m = 13$.
- Câu 26.** Biết $\int_2^3 \frac{\ln x}{x^2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $S = 2a + 4b + c$.
- Ⓐ. $S = \frac{1}{3}$. Ⓑ. $S = 1$. Ⓒ. $S = 2$. Ⓓ. $S = -\frac{1}{2}$.
- Câu 27.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;3;-1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-2}{1}$. Đường thẳng đi qua M và đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là
- Ⓐ. $\frac{x-2}{6} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+1}{-32}$. Ⓑ.
- $\frac{x+2}{6} = \frac{y+3}{-5} = \frac{z-1}{32}$.
- Ⓒ. $\frac{x-2}{-6} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+1}{-32}$. Ⓓ.
- $\frac{x-2}{-6} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+1}{32}$.
- Câu 28.** Cho số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $2z + \bar{z} = (1 + 3i)^2$. Tính $S = 3a - b$.
- Ⓐ. $S = -14$. Ⓑ. $S = -2$. Ⓒ. $S = -12$. Ⓓ. $S = 2$.
- Câu 29.** Cho số phức $z \neq 1$ thỏa mãn $z^3 = 1$. Tính $M = (z^{2019} + z^{2018} - z) \cdot (z^{2019} - z^{2018} + z)$
- Ⓐ. $M = 1$. Ⓑ. $M = -4$. Ⓒ. $M = 4$. Ⓓ. $M = -1$.



Gọi S_1, S_2, S_3 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ và thỏa mãn: $S_1 + S_2 = S_3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ. $\frac{3}{2} < m \leq 2$. Ⓑ. $1 < m \leq \frac{3}{2}$. Ⓒ. $0 < m \leq 1$. Ⓓ. $2 < m < \frac{9}{4}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1D	2B	3D	4D	5C	6C	7C	8C	9C	10B	11A	12A	13A	14D	15D
16B	17A	18D	19B	20B	21A	22D	23B	24C	25A	26C	27A	28A	29C	30B
31B	32B	33A	34D	35B										

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; 3)$ trên mặt phẳng (Oxz) .

- A. $H(2; -1; 0)$. B. $H(2; 1; 3)$. C. $H(0; -1; 0)$. D. $H(2; 0; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta biết hình chiếu vuông góc của điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ trên mặt phẳng (Oxz) là điểm $M_1(x_0; 0; z_0)$.

Do đó, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; 3)$ trên mặt phẳng (Oxz) là điểm $H(2; 0; 3)$.

Câu 2. Tìm phần ảo của số phức liên hợp của số phức $z = 2 - i$.

- A. 2. B. 1. C. 0. D. -1.

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - i$ là số phức $\bar{z} = 2 + i$.

Do đó phần ảo của số phức liên hợp của số phức $z = 2 - i$ là 1.

Câu 3. Tìm hai số thực x, y thỏa mãn $2x - yi + 1 = x - i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x = 1; y = -1$. B. $x = 1; y = 1$. C. $x = -1; y = -1$. D. $x = -1; y = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2x - yi + 1 = x - i \Leftrightarrow (2x + 1) - yi = x - i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 = x \\ -y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Viết công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$).

A. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. **B.** $S = \int_a^b f^2(x) dx$. **C.** $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. **D.** $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được xác định bởi công thức $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 5. Trong không gian Oxy , viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(3; 0; -2)$ và bán kính $R = 2$.

A. $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$. **B.** $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 2$.
C. $(x - 3)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 4$. **D.** $(x - 3)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 2$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt cầu tâm $I(3; 0; -2)$, bán kính $R = 2$: $(x - 3)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 4$.

Câu 6. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị (C). Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng $x - 3y + 2019 = 0$ và tiếp xúc với đồ thị (C)?

A. $3x + y - 1 = 0$. **B.** $3x + y + 1 = 0$. **C.** $3x + y = 0$. **D.** $3x - y = 0$.

Lời giải

Chọn C

Kí hiệu d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số và $(x_0; y_0)$ là tọa độ của tiếp điểm.

Ta có: d vuông góc với đường thẳng $x - 3y + 2019 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{2019}{3}$ nên

$$y'(x_0) = \frac{-1}{\frac{1}{3}} = -3 \Leftrightarrow 3x_0^2 + 6x_0 = -3 \Leftrightarrow x_0 = -1$$

Với $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = 3 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến của đồ thị là: $y = -3(x + 1) + 3 = -3x$ hay $3x + y = 0$

Câu 7. Cho số phức z thỏa mãn $(2 - i)z - 8 = i$. Tìm môđun của số phức $w = 2z - 3$

A. $|w| = \sqrt{5}$. **B.** $|w| = \sqrt{13}$. **C.** $|w| = 5$. **D.** $|w| = 25$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = \frac{8+i}{2-i} = 3+2i \Rightarrow w = 2(3+2i) - 3 = 3+4i \Rightarrow |w| = 5$.

Câu 8. Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng là $x = 2$?

- A. $y = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$. B. $y = \frac{x - 2}{x + 2}$. C. $y = \frac{3}{4 - 2x}$. D. $y = \frac{2x + 1}{x + 2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{3}{4 - 2x} \right) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{3}{4 - 2x} \right) = +\infty \Rightarrow$ đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 2$.

Câu 9. Hàm số $y = \frac{x+3}{x-2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = \frac{-5}{(x-2)^2} \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Suy ra trên khoảng $(3; +\infty)$ thì hàm số nghịch biến.

Câu 10. Ký hiệu z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 7 = 0$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm nào sau đây biểu diễn số phức $w = iz_1 + \sqrt{6}$.

- A. $M(1; -\sqrt{6})$. B. $N(2\sqrt{6}; 1)$. C. $P(0; 1)$. D. $Q(2\sqrt{6}; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z^2 - 2z + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 - i\sqrt{6} \\ z_2 = 1 + i\sqrt{6} \end{cases}$.

$w = iz_1 + \sqrt{6} = i(1 - i\sqrt{6}) + \sqrt{6} = 2\sqrt{6} + i$.

Suy ra điểm biểu diễn số phức $w = iz_1 + \sqrt{6}$ là $N(2\sqrt{6}; 1)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-3}$ và

$d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{3}$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng d_1 và d_2 ?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M(1; 0; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $N(1; -1; 3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; -1; 3)$.

Ta có $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (0; -9; -3)$ và $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{MN} = 0$. Suy ra, hai đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau.
 Vậy có một mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng d_1 và d_2 .

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 1 = 0$ và $(Q): x - 2y - 2z + 8 = 0$. Tính khoảng cách d giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .

- A.** $d = 3$. **B.** $d = 7$. **C.** $d = 9$. **D.** $d = 6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{n}_{(P)} = \vec{n}_{(Q)} = (1; -2; -2)$ nên suy ra hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.
 Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 0; 0)$.

$$d = d(M, (Q)) = \frac{|1 - 2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 8|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3.$$

Câu 13. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên $[0; 3]$.

- A.** $M = 23$. **B.** $M = 25$. **C.** $M = 3$. **D.** $M = 5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 3x^2 - 3$.

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

BBT của hàm số trên đoạn $[0; 3]$:

x	0	1	3
y'	-	0	+
y	5	3	23

Dựa vào BBT ta có: $M = 23$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - \sqrt{2}z + 5 = 0$. Tính góc φ giữa mặt phẳng (P) và trục Oy .

- A.** $\varphi = 45^\circ$. **B.** $\varphi = 90^\circ$. **C.** $\varphi = 60^\circ$. **D.** $\varphi = 30^\circ$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(P): x + y - \sqrt{2}z + 5 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; -\sqrt{2})$.

Trục Oy có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{Oy} = (0; 1; 0)$.

$$\text{Khi đó: } \sin \varphi = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{u}_{Oy}|}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{u}_{Oy}|} = \frac{|1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + (-\sqrt{2}) \cdot 0|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-\sqrt{2})^2} \cdot \sqrt{0^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{1}{2}.$$

Vậy $\varphi = 30^\circ$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2y - z + 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là.

- A. $\vec{n}_2 = (2; 0; -1)$. B. $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$. C. $\vec{n}_4 = (2; -1; 0)$. D. $\vec{n}_2 = (0; 2; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 16: Cho hàm số $y = x^3 - x^2$ có đồ thị (C) . Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong đoạn $[0; 2019]$ để đường thẳng $d: y = mx - m$ cắt (C) tại 3 điểm phân biệt?

- A. A. 2019. B. 2018. C. 2020. D. 2017.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình: $x^3 - x^2 = mx - m \Leftrightarrow x^3 - x^2 - mx + m = 0 (*)$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - m = 0 \quad (1) \end{cases}$$

Để d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\text{Do đó để (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 1} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 1 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$$

Vậy trên $[0; 2019]$ có 2018 giá trị m nguyên để đường thẳng $d: y = mx - m$ cắt (C) tại 3 điểm phân biệt.

Câu 17: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \ln x$, trục hoành và đường thẳng $x = e$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành.

- B. A. $V = (e-2)\pi$. B. $V = e-2$. C. $V = (e+2)\pi$. D. $V = \pi$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình: $\ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành:

$$V = \pi \int_1^e \ln^2 x dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln^2 x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2}{x} \ln x dx \\ v = x \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } V = \pi \left[x \ln^2 x \Big|_1^e - \int_1^e 2 \ln x dx \right] = \pi \left[e - \int_1^e 2 \ln x dx \right]$$

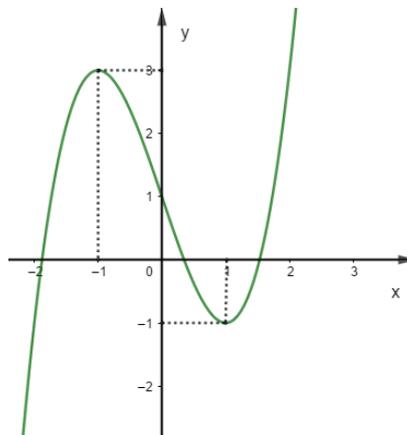
$$+ \text{Tính } \int_1^e 2 \ln x dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = 2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = 2x \end{cases}$$

$$\text{Do đó } \int_1^e 2 \ln x dx = 2x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e 2 dx = 2e - 2x \Big|_1^e = 2$$

$$\text{Vậy } V = \pi \int_1^e \ln^2 x dx = (e - 2)\pi$$

Câu 18: hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



- C. $y = x^3 - 3x + 1$. A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = x^3 + 3x + 1$. C. $y = -x^3 + 3x + 1$. **D.**

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta thấy hệ số $a > 0$ và $y' = 0$ có 2 nghiệm $x = \pm 1$

Đồ thị $y = -x^3 + 3x + 1$ do $a < 0$ nên loại.

Đồ thị $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có $y' = 0$ có 2 nghiệm $x = 0, x = 2$ nên loại.

Đồ thị $y = x^3 + 3x + 1$ có $y' = 0$ vô nghiệm nên loại.

Ta có $y = x^3 - 3x + 1$

$$y' = 3x^2 - 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \text{ nên nhận.}$$

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $K(2;0;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x - y + 3z - 7 = 0$

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{3}$

B. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = -1 - 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

C. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Lời giải

Chọn B

+) Do đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x - y + 3z - 7 = 0$ nên đường thẳng nhận véc tơ $\vec{n}(1; -1; 3)$ làm véc tơ chỉ phương

+) Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $K(2;0;-1)$ và véc tơ chỉ phương

$$\vec{u} = \vec{n}(1; -1; 3) \text{ là } \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = -1 - 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ nên chọn B.}$$

Câu 20. Tìm $\int \sin 5x \cdot dx$.

A. $\int \sin 5x \cdot dx = \frac{1}{5} \cos 5x + C$.

B. $\int \sin 5x \cdot dx = -\frac{1}{5} \cos 5x + C$.

C. $\int \sin 5x \cdot dx = -\cos 5x + C$.

D. $\int \sin 5x \cdot dx = -5 \cos 5x + C$.

Lời giải

Chọn B

+) Ta có $\int \sin 5x \cdot dx = -\frac{1}{5} \cos 5x + C$.

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z - 4 + i| = 3$ là đường tròn có phương trình:

A. $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 9$.

B. $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 3$.

C. $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 3$.

D. $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn A

+) Gọi số phức có dạng $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), điểm $M(x; y)$ là điểm biểu diễn cho số phức z .

+) Ta có $|z - 4 + i| = \sqrt{(x-4)^2 + (y+1)^2}$

+) Theo bài ra ta có $|z - 4 + i| = 3 \Rightarrow \sqrt{(x-4)^2 + (y+1)^2} = 3 \Leftrightarrow (x-4)^2 + (y+1)^2 = 9$.

+) Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của số phức z là đường tròn có phương trình $(x-4)^2 + (y+1)^2 = 9$.

Câu 22. Biết rằng $f(x)$ là hàm liên tục trên \mathbb{R} và $\int_1^5 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^2 f(2x+1) dx$.

A. $I = 8$.

B. $I = 1$.

C. $I = 4$.

D. $I = 2$.

Lời giải

Chọn D

Đặt: $t = 2x + 1 \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2} dt$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = 2 \Rightarrow t = 5$.

$$I = \int_0^2 f(2x+1) dx = \int_1^5 \frac{1}{2} f(t) dt = 2.$$

Câu 23. Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn các số phức $z_1 = 2 - 2i, z_2 = 1 - 3i, z_3 = 3 + 2i$. Tìm số phức z có điểm biểu diễn là trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $z = -2 - i$.

B. $z = 2 - i$.

C. $z = 6 - 3i$.

D. $z = 2 + i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $A(2, -2); B(1, -3); C(3, 2)$.

Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ $G(2, -1)$

Vậy $z = 2 - i$.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^4 - 2x^2 + 3 - m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $-1 < m < 0$.

B. $0 < m < 1$.

C. $2 < m < 3$.

D. $3 < m < 4$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = x^2$. Điều kiện $t \geq 0$. Phương trình trở thành $t^2 - 2t + 3 - m = 0$ (*)

Yêu cầu bài toán \Leftrightarrow Phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 > 0 \\ 3 - m > 0 \\ 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m < 3.$$

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + mt \\ y = 1 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$ ($t \in \mathbb{R}$) và mặt phẳng

(P): $2x - 6y + 4z - 7 = 0$. Tìm m để đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = -13$.

D. $m = 13$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$\vec{u} = (m; -3; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

$\vec{n} = (2; -6; 4)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) khi và chỉ khi

$$\vec{u} \text{ và } \vec{n} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2k \\ -3 = -6k \\ 2 = 4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ m = 1. \end{cases}$$

Vậy $m = 1$.

Câu 26. Biết $\int_2^3 \frac{\ln x}{x^2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $S = 2a + 4b + c$.

A. $S = \frac{1}{3}$.

B. $S = 1$.

C. $S = 2$.

D. $S = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = \frac{1}{x^2} dx \end{cases}$. Suy ra $du = \frac{1}{x} dx$, chọn $v = -\frac{1}{x}$.

$$\int_2^3 \frac{\ln x}{x^2} dx = -\frac{\ln x}{x} \Big|_2^3 + \int_2^3 \frac{1}{x^2} dx = -\frac{\ln x}{x} \Big|_2^3 - \frac{1}{x} \Big|_2^3 = \frac{\ln 2}{2} - \frac{\ln 3}{3} + \frac{1}{6}.$$

Do đó, $a = \frac{1}{6}, b = \frac{1}{2}, c = -\frac{1}{3}$.

Vậy $S = 2a + 4b + c = 2 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = 2$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 3; -1)$ và đường thẳng

$d: \frac{x+2}{2} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-2}{1}$. Đường thẳng đi qua M và đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x-2}{6} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+1}{-32}$.

B. $\frac{x+2}{6} = \frac{y+3}{-5} = \frac{z-1}{32}$.

C. $\frac{x-2}{-6} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+1}{-32}$.

D. $\frac{x-2}{-6} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+1}{32}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và đồng thời vuông cắt và vuông góc với d .

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và $(P) \perp d$. Khi đó, mặt phẳng (P) nhận véc-tơ chỉ phương

$\vec{u} = (2; 4; 1)$ của đường thẳng d làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) : $2(x-2) + 4(y-3) + z + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x + 4y + z - 15 = 0$.

Tọa độ giao điểm H của (P) và d là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x+2}{2} = \frac{z-2}{1} \\ \frac{y+4}{4} = \frac{z-2}{1} \\ 2x+4y+z-15=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2z-6 \\ y=4z-12 \\ 2(2z-6)+4(4z-12)+z-15=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2z-6 \\ y=4z-12 \\ 21z=75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{8}{7} \\ y=\frac{16}{7} \\ z=\frac{25}{7} \end{cases}$$

$H\left(\frac{8}{7}; \frac{16}{7}; \frac{25}{7}\right)$. Suy ra $\overline{HM} = \left(\frac{6}{7}; \frac{5}{7}; -\frac{32}{7}\right)$.

Đường thẳng Δ đi qua M và H nên nhận véc-tơ $\vec{u}_\Delta = 7\overline{HM} = (6; 5; -32)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Vậy phương trình đường thẳng Δ cần tìm là $\frac{x-2}{6} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+1}{-32}$.

Câu 28. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $2z + \bar{z} = (1 + 3i)^2$. Tính $S = 3a - b$.

- A.** $S = -14$. **B.** $S = -2$. **C.** $S = -12$. **D.** $S = 2$.

Lời giải

Chọn A

Theo bài ra ta có: $2(a + bi) + a - bi = (1 + 3i)^2 \Leftrightarrow 3a + bi = -8 + 6i$.

Theo định nghĩa hai số phức bằng nhau ta có hệ:

$$\begin{cases} 3a = -8 \\ b = 6 \end{cases} \Rightarrow S = 3a - b = -8 - 6 = -14.$$

Câu 29. Cho số phức $z \neq 1$ thỏa mãn $z^3 = 1$. Tính $M = (z^{2019} + z^{2018} - z) \cdot (z^{2019} - z^{2018} + z)$

- A.** $M = 1$. **B.** $M = -4$. **C.** $M = 4$. **D.** $M = -1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$M = (z^{2019} + z^{2018} - z) \cdot (z^{2019} - z^{2018} + z) = \left[(z^3)^{673} + (z^3)^{672} \cdot z^2 - z \right] \cdot \left[(z^3)^{673} - (z^3)^{672} \cdot z^2 + z \right]$$

Theo bài $z^3 = 1$ nên $M = (1 + z^2 - z) \cdot (1 - z^2 + z)$.

Mặt khác, $z^3 = 1 \Leftrightarrow (z - 1)(z^2 + z + 1) = 0 \Rightarrow z^2 + z + 1 = 0$ (do $z \neq 1$).

Từ đó ta có $\begin{cases} z^2 + 1 = -z \\ z + 1 = -z^2 \end{cases} \Rightarrow M = (-z - z) \cdot (-z^2 - z^2) = 4z^3 = 4$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 3z + 1 = 0$ và $(\beta): 2x + y - 3 = 0$. Gọi đường thẳng d là giao tuyến của (α) và (β) . Mặt phẳng nào sau đây chứa đường thẳng d ?

- A.** $5x + y - 9z + 1 = 0$. **B.** $x - y - 9z + 6 = 0$.
C. $3x + 2y + 3z - 9 = 0$. **D.** $2x - y + 4z + 7 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Chọn hai điểm $A, B \in d$. Khi đó tọa độ A, B thỏa mãn hệ:
$$\begin{cases} x - 3z + 1 = 0 \\ 2x + y - 3 = 0 \end{cases}$$

Chọn $z = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 5; 0)$.

Chọn $x = 2 \Rightarrow \begin{cases} z = 1 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow B(2; -1; 1)$.

Vậy giao tuyến d là đường thẳng đi qua hai điểm A, B .

Xét đáp án A thay tọa độ hai điểm A, B có: $-5 + 5 - 0 + 1 \neq 0$ nên loại A.

Xét đáp án B thay tọa độ hai điểm A, B có:
$$\begin{cases} -1 - 5 - 0 + 6 = 0 \\ 2 + 1 - 9 + 6 = 0 \end{cases}$$
 nên chọn B.

Xét đáp án C thay tọa độ hai điểm A, B có: $-3 + 10 - 9 \neq 0$ nên loại C.

Xét đáp án D thay tọa độ hai điểm A, B có: $4 + 1 + 4 + 7 \neq 0$ nên loại D.

Câu 31. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -12)$?

A. 8.

B. 7.

C. 6.

D. 9.

Lời giải

Chọn B

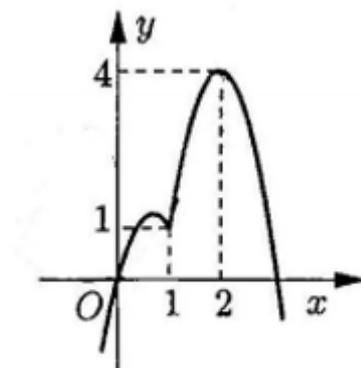
Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$

$$y' = \frac{m-5}{(x+m)^2}$$

Yêu cầu bài toán tương đương với

$$\begin{cases} m-5 > 0 \\ -m \notin (-\infty; -12) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ -m \geq -12 \end{cases} \Leftrightarrow 5 < m \leq 12 \Rightarrow m \in \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có $f(0) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Hàm số $y = |3f(x) - x^3|$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 0)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

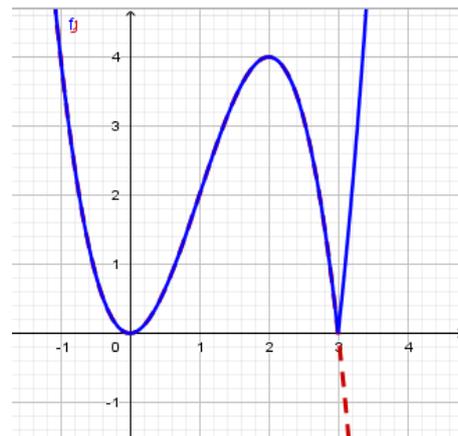
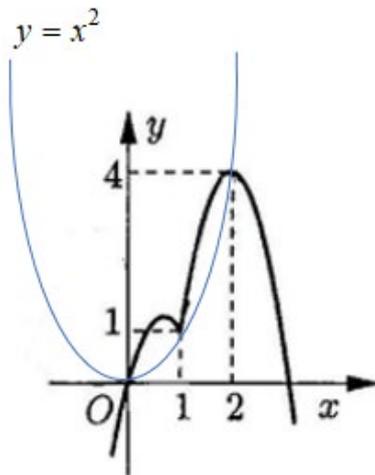
Đặt $g(x) = 3f(x) - x^3 \Rightarrow g'(x) = 3f'(x) - 3x^2 = 0 \Rightarrow x = 0, x = 1, x = 2$

Theo đồ thị ta có $g'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (0; 2)$

BBT

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	$+$	$+$	$-$
$g(x)$	$+\infty$	0			$-\infty$

Hàm $g(x) = 3f(x) - x^3$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$ nên hàm số $y = |3f(x) - x^3|$ cũng đồng biến $(0; 1)$



$$y = |3f(x) - x^3|$$

Câu 33. Cho số phức z có phần ảo khác 0 và $w = \frac{z}{2+z^2}$ là một số thực. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $K = |z - 4 + i\sqrt{2}|$.

A. $4\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $2 + 2\sqrt{2}$.

D. $2 + 3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $b \neq 0$. Ta có

$$w = \frac{z}{2+z^2} = \frac{a+bi}{2+(a+bi)^2} = \frac{a+bi}{a^2-b^2+2+2abi} = \frac{(a+bi)(a^2-b^2+2-2abi)}{(a^2-b^2+2)^2+4a^2b^2}$$

$$= \frac{[a(a^2-b^2+2)+2ab^2] + [b(a^2-b^2+2)-2a^2b]i}{(a^2-b^2+2)^2+4a^2b^2}$$

$w = \frac{z}{2+z^2}$ là một số thực suy ra

$$\begin{cases} b(a^2-b^2+2)-2a^2b=0 \\ (a^2-b^2+2)^2+4a^2b^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=2 \\ (a^2-b^2+2)^2+4a^2b^2 \neq 0 \end{cases}$$

$$K^2 = \left(\left| z - 4 + i\sqrt{2} \right| \right)^2 = (a-4)^2 + (b+\sqrt{2})^2 = a^2 + b^2 - 8a + 2\sqrt{2}b + 16 + 2$$

$$= 20 - 8a + \sqrt{8}b \leq 20 + \sqrt{((-8)^2 + (\sqrt{8})^2)(a^2 + b^2)} = 20 + 12 = 32$$

Suy ra $K \leq 4\sqrt{2}$. Vậy $K_{\max} = 4\sqrt{2}$

- Câu 34.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;0;0), B(3;0;-1), C(0;21;-19)$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho biểu thức $T = 3MA^2 + 2MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S = a + b - 3c$
- A. $S = -4$. B. $S = \frac{14}{5}$. C. $S = 0$. D. $S = 2$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và bán kính $R = 1$.

Chọn điểm $E(x; y; z)$ thỏa mãn $3\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} = \vec{0}$.

Ta có:
$$\begin{cases} 3x + 2(x-3) + x = 0 \\ 3(y-1) + 2y + (y-21) = 0 \\ 3(z-1) + 2(z+1) + (z+19) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \\ z = -3 \end{cases} \text{ . Hay } E(1;4;-3).$$

Khi đó
$$T = 3MA^2 + 2MB^2 + MC^2 = 3(\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EA})^2 + 2(\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EB})^2 + (\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EC})^2$$

$$= 6ME^2 + 3EA^2 + 2EB^2 + EC^2$$

Dễ thấy $3EA^2 + 2EB^2 + EC^2 =$ không đổi (vì A, B, C, E cố định).

Suy ra biểu thức $T = 3MA^2 + 2MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi ME nhỏ nhất.

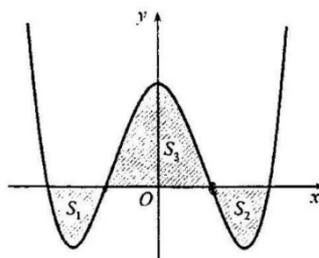
Lại có E nằm ngoài mặt cầu (S) và điểm M thuộc cầu (S) . Vì vậy ME nhỏ nhất khi điểm M

thỏa mãn M, I, E thẳng hàng và $\overrightarrow{IM} = \frac{IM}{IE} \overrightarrow{IE} = \frac{1}{5} \overrightarrow{IE}$.

Khi đó $M\left(1; \frac{8}{5}; \frac{1}{5}\right)$.

Vậy $S = a + b - 3c = 1 + \frac{8}{5} - \frac{3}{5} = 2$.

- Câu 35.** Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị là (C_m) với m là tham số thực. Giả sử (C_m) cắt Ox tại 4 điểm phân biệt như hình vẽ.



Gọi S_1, S_2, S_3 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ và thỏa mãn: $S_1 + S_2 = S_3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\frac{3}{2} < m \leq 2$.

B. $1 < m \leq \frac{3}{2}$.

C. $0 < m \leq 1$.

D. $2 < m < \frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và trục hoành: $x^4 - 3x^2 + m = 0$.

Đặt $x^2 = t$ ($t \geq 0$), phương trình có dạng $t^2 - 3t + m = 0$.

Để (C_m) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt thì phương trình $t^2 - 3t + m = 0$ phải có hai

nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 ($0 < t_1 < t_2$). Hay
$$\begin{cases} \Delta = 9 - 4m > 0 \\ t_1 + t_2 = 3 > 0 \\ t_1 \cdot t_2 = m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{9}{4}.$$

Với điều kiện $0 < m < \frac{9}{4}$, (C_m) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ theo thứ tự $-\sqrt{t_2}, -\sqrt{t_1}, \sqrt{t_1}, \sqrt{t_2}$ đối xứng qua gốc tọa độ O.

Lại có (C_m) nhận trục tung làm trục đối xứng nên từ giả thiết $S_1 + S_2 = S_3$, suy ra:
$$\begin{cases} S_1 = S_2 \\ S_3 = 2S_2 \end{cases}$$

Dựa vào hình vẽ trên, ta có
$$\int_0^{\sqrt{t_1}} (x^4 - 3x^2 + m) dx = \int_{\sqrt{t_1}}^{\sqrt{t_2}} -(x^4 - 3x^2 + m) dx$$

$$\left(\frac{x^5}{5} - x^3 + mx \right) \Big|_0^{\sqrt{t_1}} = \left(-\frac{x^5}{5} + x^3 - mx \right) \Big|_{\sqrt{t_1}}^{\sqrt{t_2}} \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{t_2}^5}{5} + \sqrt{t_2}^3 - m\sqrt{t_2} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{t_2} \cdot \left(-\frac{t_2^2}{5} + t_2 - m \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{t_2^2}{5} + t_2 - m = 0 \quad (t_2 > 0).$$

Lại có $t_2^2 - 3t_2 + m = 0$.

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} -\frac{t_2^2}{5} + t_2 - m = 0 \\ t_2^2 - 3t_2 + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = 0 \text{ (l)} \\ t_2 = \frac{5}{2} \\ t_2^2 - 3t_2 + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = \frac{5}{2} \\ m = \frac{5}{4} \end{cases}$$

Vậy $1 < m \leq \frac{3}{2}$.

Đề: 16

Đề ôn tập kiểm tra cuối kỳ 2. Môn Toán Lớp 12
File word Full lời giải chi tiết

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ phương trình của trục tung yOy' viết là

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$
 B. $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=t \end{cases}$
 D. $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$

Câu 2. Cho các số thực x, y thỏa $x(3-5i) - y(2-i)^2 = 4-2i$. Tính giá trị biểu thức $S = 2x - y$.

A. $S = 2$.
 B. $S = 1$.
 C. $S = -1$.
 D. $S = -2$.

Câu 3. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 8$. Khi đó kết quả của phép tính tích phân $\int_1^3 [2f(x) - 3] dx$ bằng

A. 9.
 B. 10.
 C. 13.
 D. 16.

Câu 4. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2; |z_2| = \sqrt{7}; |z_1 - z_2| = \sqrt{5}$. Tính $|z_1 + z_2|$

A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{17}$.
 B. $|z_1 + z_2| = 3\sqrt{2}$.
 C. $|z_1 + z_2| = \sqrt{19}$.
 D. $|z_1 + z_2| = 2\sqrt{2}$.

Câu 5. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2(m-2)y + 2m + 24 = 0$ (*). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, (*) là phương trình của một mặt cầu khi và chỉ khi m thỏa:

A. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 5 \end{cases}$.
 B. $-2 < m < 5$.
 C. $\begin{cases} m < -5 \\ m > 2 \end{cases}$.
 D. $-5 < m < 2$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2; 3; 4)$. Mặt cầu tâm A tiếp xúc với trục tọa độ $x'Ox$ có bán kính R bằng

A. $R = 4$.
 B. $R = 5$.
 C. $R = 2$.
 D. $R = 3$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(2; -3; 1)$, gọi $N; P; Q$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của M xuống các trục tọa độ $x'Ox; y'Oy; z'Oz$. Phương trình mặt phẳng (NPQ) là

A. $2x - 3y + z + 6 = 0$.
 B. $2x - 3y + z - 6 = 0$.
 C. $3x - 2y + 6z - 6 = 0$.
 D. $3x - 2y + 6z + 6 = 0$.

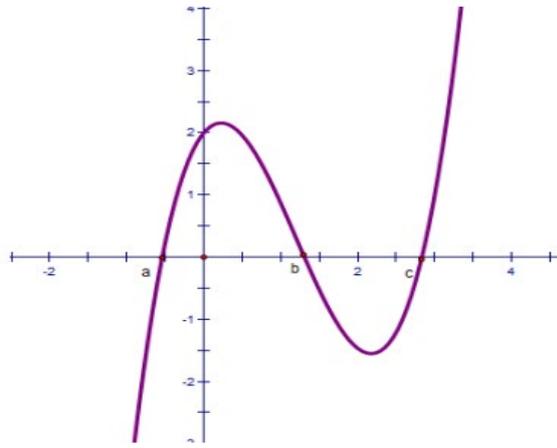
Câu 8. Cho số phức z thỏa $|z - 1 + i| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (3 + 4i)z$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó.

A. $I(7; 1)$.
 B. $I(-7; -1)$.
 C. $I(-7; 1)$.
 D. $I(7; -1)$.

Câu 9. Gọi (H) là của hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = 3; y = 2$; trục hoành và trục tung. Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi (H) quay quanh trục hoành bằng

A. $V = 18\pi$.
 B. $V = 12\pi$.
 C. $V = 24\pi$.
 D. $V = 36\pi$.

- Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -1; 3)$, $B(2; -2; 1)$ và $C(-1; 2; 1)$. Mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến là
- Ⓐ. $\vec{n} = (8; 6; -1)$. Ⓑ. $\vec{n} = (8; 6; 1)$. Ⓒ. $\vec{n} = (-8; 6; 1)$. Ⓓ. $\vec{n} = (8; -6; 1)$.
- Câu 11.** Cho số phức $z_1 = 2 - 3i$ và $z_2 = 3 + i$. Tính môđun của số phức $z = z_1 + z_2$
- Ⓐ. $|z| = \sqrt{23}$. Ⓑ. $|z| = \sqrt{21}$. Ⓒ. $|z| = \sqrt{41}$. Ⓓ. $|z| = \sqrt{29}$.
- Câu 12.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(2; 2; 1)$ và trục hoành.
- Ⓐ. $12x - y - 2z = 0$. Ⓑ. $x - y + z - 1 = 0$. Ⓒ. $y + 2z - 4 = 0$. Ⓓ. $y - 2z = 0$.
- Câu 13.** Trong mặt phẳng phức gọi $A; B; C$ lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1 = \sqrt{3} - i\sqrt{14}$; $z_2 = -\sqrt{7} + i\sqrt{10}$; $z_3 = -\sqrt{3} + i\sqrt{14}$. Hãy chọn **khẳng định đúng**.
- Ⓐ. Tam giác ABC là tam giác vuông tại B . Ⓑ. Tam giác ABC là tam giác vuông tại C .
 Ⓒ. Tam giác ABC là tam giác đều. Ⓓ. Tam giác ABC là tam giác vuông tại A .
- Câu 14.** Biết $\int_0^3 f(x)dx = 6$ và $\int_0^{10} f(x)dx = 10$. Tính $\int_3^{10} f(x)dx$.
- Ⓐ. 16. Ⓑ. 6. Ⓒ. 4. Ⓓ. -4.
- Câu 15.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 6 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x + y + 2z - 4 = 0$ phương trình giao tuyến đã cho của hai mặt phẳng đã cho là:
- Ⓐ. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. Ⓑ. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Ⓒ. $\Delta: \begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = -2 - 3t \\ z = -t \end{cases}$. Ⓓ. $\Delta: \begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = -2 + 3t \\ z = t \end{cases}$.
- Câu 16.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và $\int_0^2 f(x)dx = 12$. Tính $I = \int_0^1 f(2x)dx$
- Ⓐ. 24. Ⓑ. 18. Ⓒ. 12. Ⓓ. 6.
- Câu 17.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các vectơ $\vec{AB} = (3; -2; 5)$ và $\vec{AC} = (1; 4; -1)$. Độ dài trung tuyến AM của tam giác ABC là:
- Ⓐ. $AM = 6$. Ⓑ. $AM = 3$. Ⓒ. $AM = 3\sqrt{2}$. Ⓓ. $AM = 6\sqrt{2}$.
- Câu 18.** Cho hàm số liên tục $y = f(x)$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ theo thứ tự là a, b, c . Hãy chọn khẳng định đúng



- A. $f(c) < f(a) < f(b)$. B. $f(a) < f(c) < f(b)$.
 C. $f(a) < f(b) < f(c)$. D. $f(c) < f(b) < f(a)$.

Câu 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) ?

- A. 2. B. vô số. C. 0. D. 1.

Câu 20. Gọi m, n là các số nguyên thoả $\int_1^e x^2 \ln x dx = \frac{2e^m + 1}{n}$. Hãy chọn kết quả đúng.

- A. $m + n = 6$. B. $m - n = 6$. C. $n - m = 6$. D. $m.n = 6$.

Câu 21. Cho các số phức $z_1 = a_1 + b_1i$ và $z_2 = a_2 + b_2i$. Số phức $z = z_1.z_2$ là số thực thì

- A. $a_1b_2 + b_1a_2 = 0$. B. $a_1a_2 - b_1b_2 = 0$. C. $a_1b_2 - b_1a_2 = 0$. D. $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$.

Câu 22. Hàm số nào **không phải** là nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\frac{1}{x^2 + 2x + 1}$?

- A. $F(x) = \frac{x+2}{x+1}$. B. $F(x) = \frac{2x+3}{x+1}$. C. $F(x) = -\frac{x}{x+1}$. D. $F(x) = -\frac{x-1}{x+1}$.

Câu 23. Gọi $z_1; z_2; z_3$ là các nghiệm của phương trình $z^3 + 1 = 0$. Tìm giá trị của biểu thức $P = z_1^{2019} + z_2^{2019} + z_3^{2019}$

- A. $P = 3$. B. $P = 3i$. C. $P = -3i$. D. $P = -3$.

Câu 24. Biết rằng $f(2) = 3$, hàm số $f'(x)$ liên tục và $\int_2^5 f'(x) dx = 1$ thì giá trị của $f(5)$ là:

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 25. Cho các số phức $z = 4 - 3i$ và $w = z \cdot \left(\frac{12}{13} - \frac{5}{13}i\right)^{2019}$. Hãy chọn **khẳng định đúng**

- A. w là số thực. B. w là số thuần ảo.
 C. $|w| = 5$. D. $|w| = \sqrt{5}$.

Câu 26. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{1}{x-2018}$. Biết rằng

$$F(2020) = F(2015) = \ln 6. \text{ Tính } S = F(2022) + F(2016).$$

- Ⓐ. $S = \ln 36$ Ⓑ. $S = \ln 72$. Ⓒ. $S = \ln 48$. Ⓓ. $S = \ln 24$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết rằng $\overline{AB}(1;3;4)$,

$$\overline{AD}(-2;3;5) \text{ và } \overline{AC'}(1;1;1). \text{ Tính thể tích hình hộp } ABCD.A'B'C'D'$$

- Ⓐ. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 6$. Ⓑ. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 12$
 Ⓒ. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 1$. Ⓓ. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 3$

Câu 28. Số phức z nào thoả phương trình $z = \frac{z}{z+i}$?

- Ⓐ. $z = -1 - i$. Ⓑ. $z = -1 + i$. Ⓒ. $z = 1 + i$. Ⓓ. $z = 1 - i$.

Câu 29. Hàm số nào là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+7}$?

- Ⓐ. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| x + \frac{7}{2} \right| + C$. Ⓑ. $F(x) = 2 \ln |2x+7| + C$.
 Ⓒ. $F(x) = 2 \ln \left| x + \frac{7}{2} \right| + C$. Ⓓ. $F(x) = \ln |2x+7| + C$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+3y+4z-5=0$ và điểm $A(2;-1;-3)$. Phương trình mặt phẳng (Q) đối xứng với mặt phẳng (P) qua điểm A là:

- Ⓐ. $(Q): x+3y+4z+23=0$. Ⓑ. $(Q): x+3y+4z-23=0$.
 Ⓒ. $(Q): x+3y+4z-31=0$. Ⓓ. $(Q): x+3y+4z+31=0$.

Câu 31. Cho các số phức $z_1 = a - 3bi$ và $z_2 = 2b + ai$, $a, b \in \mathbb{R}$. Tìm a và b sao cho $z_1 - z_2 = 6 - i$.

- Ⓐ. $\begin{cases} a = -4 \\ b = 1 \end{cases}$. Ⓑ. $\begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases}$. Ⓒ. $\begin{cases} a = 4 \\ b = -1 \end{cases}$. Ⓓ. $\begin{cases} a = -4 \\ b = -1 \end{cases}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y = 0$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 5z - 2019 = 0$. Các tiếp diện với mặt cầu (S) song song với mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại hai điểm A và B . Phương trình đường thẳng AB là:

- Ⓐ. $AB: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 5t \end{cases}$. Ⓑ. $AB: \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -4 - 2t \\ z = 5 + 5t \end{cases}$. Ⓒ. $AB: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = 0 \end{cases}$. Ⓓ. $AB: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = 5 \end{cases}$.

Câu 33. Kết quả tích phân $I = \int_0^1 5^x dx$ bằng

- Ⓐ. $I = \frac{4}{\ln 5}$. Ⓑ. $I = 4 \ln 5$. Ⓒ. $I = 5 \ln 5$. Ⓓ. $I = \frac{5}{\ln 5}$.

- Câu 34.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos x$ và các đường thẳng $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi$ bằng
- Ⓐ. 2π . Ⓑ. 1. Ⓒ. 2. Ⓓ. π .
- Câu 35.** Kết quả của phép tính tích phân $I = \int_1^2 (x^4 + 4x^3)e^x dx$ bằng
- Ⓐ. $16e - e^2$. Ⓑ. $16e^2 - 1$. Ⓒ. $e^2 - 16e$. Ⓓ. $e(16e - 1)$.
- Câu 36.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 7 = 0$ và điểm $I(2; -1; 1)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là
- Ⓐ. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z + 2 = 0$. Ⓑ. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 2 = 0$.
 Ⓒ. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 2 = 0$. Ⓓ. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + 2 = 0$.
- Câu 37.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + 5z - 14 = 0$ và điểm $M(1; -4; -2)$. Tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (P) là
- Ⓐ. $H(4; 0; 2)$. Ⓑ. $H(2; 2; 2)$. Ⓒ. $H(2; -3; 3)$. Ⓓ. $H(-1; -6; -12)$.
- Câu 38.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(6; 3; 4)$. Mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (yOz) có bán kính R bằng
- Ⓐ. 5. Ⓑ. 6. Ⓒ. 3. Ⓓ. 4.
- Câu 39.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm nào sau đây?
- Ⓐ. $M(5; 4; -7)$. Ⓑ. $N(5; -4; 7)$. Ⓒ. $P(-5; 11; -15)$. Ⓓ. $Q(-5; 7; -12)$.
- Câu 40.** Kết quả của phép tính tích phân $I = \int_2^{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{x\sqrt{x^2-3}} dx$ bằng
- Ⓐ. $\frac{\pi}{2}$. Ⓑ. $\frac{\pi}{4}$. Ⓒ. $\frac{\pi}{3}$. Ⓓ. $\frac{\pi}{6}$.
- Câu 41.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(\Delta_1): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và $(\Delta_2): \frac{x-4}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-5}{-2}$. Tọa độ giao điểm M của hai đường thẳng đã cho là:
- Ⓐ. $M(3; 5; 7)$. Ⓑ. $M(0; -1; -1)$. Ⓒ. $M(5; 1; 3)$. Ⓓ. $M(2; 3; 7)$.
- Câu 42.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm M cắt các trục tọa độ $x'Ox; y'Oy; z'Oz$ lần lượt tại các điểm $A; B; C$ sao cho M là trực tâm tam giác ABC là:
- Ⓐ. $(ABC): x + 2y - 3z + 12 = 0$. Ⓑ. $(ABC): x - 2y + 3z - 14 = 0$.

Ⓒ. $(ABC): x - 2y + 3z + 14 = 0.$

Ⓓ. $(ABC): x + 2y - 3z - 12 = 0.$

Câu 43. Kết quả phép tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx$ được viết dưới dạng $I = a \ln b + \ln c$ với a, b, c là các số dương. Tính giá trị của biểu thức $S = ab + 6c$

Ⓐ. $S = 4.$

Ⓑ. $S = 6.$

Ⓒ. $S = 3.$

Ⓓ. $S = 1.$

Câu 44. Cho các số $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 6 + 5i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 2z_1 - 3z_2$.

Ⓐ. $\bar{z} = -12 - 11i.$

Ⓑ. $\bar{z} = -12 + 11i.$

Ⓒ. $\bar{z} = -11 + 12i.$

Ⓓ. $\bar{z} = -11 - 12i.$

Câu 45. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{MO} = 5(3\vec{i} - \vec{j}) + 2(3\vec{j} - 2\vec{k}) - 3(\vec{k} - 2\vec{i})$. Tìm tọa độ điểm M là

Ⓐ. $M(21; 1; -7).$

Ⓑ. $M(-21; -1; 7).$

Ⓒ. $M(21; -1; 7).$

Ⓓ. $M(21; -1; -7).$

Câu 46. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 21 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$.

Ⓐ. $P = \frac{2}{7}.$

Ⓑ. $P = \frac{7}{2}.$

Ⓒ. $P = -\frac{7}{2}.$

Ⓓ. $P = -\frac{2}{7}.$

Câu 47. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; 3)$ và $\vec{b} = (3; -2; 1)$. Góc giữa các vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng

Ⓐ. $120^\circ.$

Ⓑ. $30^\circ.$

Ⓒ. $45^\circ.$

Ⓓ. $60^\circ.$

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2 - 3 \sin x$ và $f(0) = 10$. Hãy chọn khẳng định đúng

Ⓐ. $f(x) = 2x + 3 \cos x + 7.$

Ⓑ. $f(x) = 2x + 3 \sin x + 7.$

Ⓒ. $f(x) = 2x - 3 \sin x + 11.$

Ⓓ. $f(x) = 2x - 3 \cos x + 11.$

Câu 49. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ và $F(1) = 5$. Tính $F(4)$

Ⓐ. $F(4) = 8.$

Ⓑ. $F(4) = 5.$

Ⓒ. $F(4) = 6.$

Ⓓ. $F(4) = 7.$

Câu 50. Khi tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$ ta được tích phân nào bên dưới?

Ⓐ. $I = \frac{1}{2} \int_0^3 \sqrt{u} du.$

Ⓑ. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du.$

Ⓒ. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du.$

Ⓓ. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du.$

BẢNG ĐÁP ÁN

1A	2D	3B	4A	5A	6B	7C	8A	9B	10B	11D	12D	13A	14C	15C
16D	17B	18B	19C	20C	21A	22D	23D	24A	25C	26C	27C	28D	29A	30D
31C	32B	33A	34C	35D	36A	37C	38B	39C	40D	41A	42B	43B	44B	45A
46A	47D	48A	49D	50C										

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ phương trình của trục tung yOy' viết là

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Trục Oy có véc tơ chỉ phương là $\vec{j} = (0; 1; 0)$ và đi qua điểm $O(0; 0; 0)$.

Nên phương trình trục Oy là $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$

Câu 2. Cho các số thực x, y thỏa $x(3 - 5i) - y(2 - i)^2 = 4 - 2i$. Tính giá trị biểu thức $S = 2x - y$.

A. $S = 2$.

B. $S = 1$.

C. $S = -1$.

D. $S = -2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $x(3 - 5i) - y(2 - i)^2 = 4 - 2i \Leftrightarrow x(3 - 5i) - y(3 - 4i) = 4 - 2i$.

$$\Leftrightarrow 3x - 3y + (4y - 5x)i = 4 - 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 3y = 4 \\ 4y - 5x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{10}{3} \\ y = -\frac{14}{3} \end{cases}$$

Vậy $S = 2x - y = -2$.

Câu 3. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 8$. Khi đó kết quả của phép tính tích phân $\int_1^3 [2f(x) - 3] dx$ bằng

A. 9.

B. 10.

C. 13.

D. 16.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^3 [2f(x) - 3] dx = 2 \int_1^3 f(x) dx - 3 \int_1^3 dx = 2 \cdot 8 - 3 \cdot x|_1^3 = 10$.

Câu 4. Cho các số phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z_1| = 2; |z_2| = \sqrt{7}; |z_1 - z_2| = \sqrt{5}$. Tính $|z_1 + z_2|$

A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{17}$.

B. $|z_1 + z_2| = 3\sqrt{2}$.

C. $|z_1 + z_2| = \sqrt{19}$.

D. $|z_1 + z_2| = 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $z_1 = a + bi; z_2 = c + di (a, b, c, d \in \mathbb{R})$.

Ta có: $z_1 - z_2 = a - c + (b - d)i$; $z_1 - z_2 = a + c + (b + d)i$.

Từ giả thiết $|z_1| = 2; |z_2| = \sqrt{7}; |z_1 - z_2| = \sqrt{5}$ suy ra:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 4 \\ c^2 + d^2 = 7 \\ (a - c)^2 + (b - d)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 11 \\ 2ac + 2bd = 6 \end{cases}$$

Từ đó ta có: $|z_1 + z_2| = \sqrt{(a + c)^2 + (b + d)^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ac + 2bd} = \sqrt{17}$.

Câu 5. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2(m - 2)y + 2m + 24 = 0$ (*). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, (*) là phương trình của một mặt cầu khi và chỉ khi m thỏa:

- C. A. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 5 \end{cases}$ B. $-2 < m < 5$. C. $\begin{cases} m < -5 \\ m > 2 \end{cases}$
 D. $-5 < m < 2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ là phương trình của một mặt cầu khi và chỉ khi $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

Từ đó suy ra điều kiện để (*) là phương trình của một mặt cầu là $m^2 + (m - 2)^2 - 2m - 24 > 0$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 6m - 20 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 5 \end{cases}$$

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2; 3; 4)$. Mặt cầu tâm A tiếp xúc với trục tọa độ $x'Ox$ có bán kính R bằng

- D. A. $R = 4$. B. $R = 5$. C. $R = 2$.
 D. $R = 3$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A' là hình chiếu của điểm A trên trục tọa độ $x'Ox$. Ta có: $A'(2; 0; 0) \Rightarrow \overline{A'A} = (0; 3; 4)$

Mặt cầu tâm A tiếp xúc với trục tọa độ $x'Ox$ có bán kính

$$R = d(A, Ox) = |\overline{A'A}| = \sqrt{0^2 + 3^2 + 4^2} = 5.$$

Vậy $R = 5$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(2; -3; 1)$, gọi $N; P; Q$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của M xuống các trục tọa độ $x'Ox; y'Oy; z'Oz$. Phương trình mặt phẳng (NPQ) là

A. $2x - 3y + z + 6 = 0$.

B. $2x - 3y + z - 6 = 0$.

C. $3x - 2y + 6z - 6 = 0$.

D. $3x - 2y + 6z + 6 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thuyết N ; P ; Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của $M(2; -3; 1)$ xuống các trục tọa độ $x'Ox$; $y'Oy$; $z'Oz$ nên ta có tọa độ của $N(2; 0; 0)$; $P(0; -3; 0)$; $Q(0; 0; 1)$.

Do đó, mặt phẳng (NPQ) cắt các trục tọa độ tại các điểm $N(2; 0; 0)$; $P(0; -3; 0)$; $Q(0; 0; 1)$,

suy ra phương trình của mặt phẳng (NPQ) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow -3x + 2y - 6z + 6 = 0$

$\Leftrightarrow 3x - 2y + 6z - 6 = 0$.

Câu 8. Cho số phức z thỏa $|z - 1 + i| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (3 + 4i)z$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó.

A. $I(7; 1)$.

B. $I(-7; -1)$.

C. $I(-7; 1)$.

D. $I(7; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Theo đề bài ta có:

$$w = (3 + 4i)z \Leftrightarrow \frac{w}{3 + 4i} = z \Leftrightarrow z - 1 + i \Leftrightarrow \left| \frac{w}{3 + 4i} - 1 + i \right| = |z - 1 + i| \Leftrightarrow \left| \frac{w}{3 + 4i} - 1 + i \right| = 3$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{w}{3 + 4i} - 1 + i \right| = 3 \Leftrightarrow \left| \frac{w - 7 - i}{3 + 4i} \right| = 3 \Leftrightarrow \frac{|w - 7 - i|}{|3 + 4i|} = 3 \Leftrightarrow |w - 7 - i| = 15 \quad (*)$$

Gọi $w = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Thế $w = x + yi$ vào $(*)$, ta có $|(x - 7) + (y - 1)i| = 15 \Leftrightarrow \sqrt{(x - 7)^2 + (y - 1)^2} = 15$

$\Leftrightarrow (x - 7)^2 + (y - 1)^2 = 225$.

Vậy, tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(7; 1)$ và bán kính $r = 15$.

Câu 9. Gọi (H) là của hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = 3$; $y = 2$; trục hoành và trục tung. Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi (H) quay quanh trục hoành bằng

A. $V = 18\pi$.

B. $V = 12\pi$.

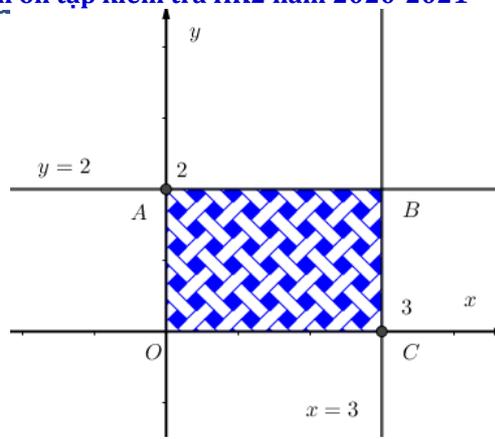
C. $V = 24\pi$.

D. $V = 36\pi$.

Lời giải

Chọn B

Theo đề ra ta có hình vẽ như sau:



Dựa vào hình vẽ, thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi (H) quay quanh trục hoành bằng

$$V = \pi \int_0^3 2^2 dx = \pi \cdot 4x \Big|_0^3 = 12\pi.$$

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -1; 3)$, $B(2; -2; 1)$ và $C(-1; 2; 1)$. Mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (8; 6; -1)$. B. $\vec{n} = (8; 6; 1)$. C. $\vec{n} = (-8; 6; 1)$. D. $\vec{n} = (8; -6; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{AB} = (1; -1; -2)$, $\vec{AC} = (-2; 3; -2)$

Mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = \vec{AB} \wedge \vec{AC} = (8; 6; 1)$.

Câu 11. Cho số phức $z_1 = 2 - 3i$ và $z_2 = 3 + i$. Tính môđun của số phức $z = z_1 + z_2$

- A. $|z| = \sqrt{23}$. B. $|z| = \sqrt{21}$. C. $|z| = \sqrt{41}$. D. $|z| = \sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = z_1 + z_2 = 5 - 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{5^2 + (-2)^2} = \sqrt{29}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(2; 2; 1)$ và trục hoành.

- A. $12x - y - 2z = 0$. B. $x - y + z - 1 = 0$. C. $y + 2z - 4 = 0$. D. $y - 2z = 0$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Vì mặt phẳng (P) chứa trục hoành nên (P) đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ và chứa giá của vectơ đơn vị $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

Ta có $\vec{OM} = (2; 2; 1)$

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \vec{i} \wedge \vec{OM} = (0; -1; 2)$ và đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ nên có phương trình: $0.(x-0) - 1.(y-0) + 2.(z-0) = 0 \Leftrightarrow y - 2z = 0$.

Cách 2: Vì mặt phẳng (P) chứa trục hoành nên (P) đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ suy ra loại các phương án B, C.

Lại có (P) đi qua $M(2; 2; 1)$ nên loại A. Vậy chọn D.

Câu 13. Trong mặt phẳng phức gọi $A; B; C$ lần lượt là các điểm biểu diễn số phức

$$z_1 = \sqrt{3} - i\sqrt{14}; z_2 = -\sqrt{7} + i\sqrt{10}; z_3 = -\sqrt{3} + i\sqrt{14} . \text{ Hãy chọn } \textit{khẳng định đúng} .$$

A. Tam giác ABC là tam giác vuông tại B . **B.** Tam giác ABC là tam giác vuông tại C .

C. Tam giác ABC là tam giác đều . **D.** Tam giác ABC là tam giác vuông tại A .

Lời giải

Chọn A

Ta có :

$$z_1 = \sqrt{3} - i\sqrt{14} \Rightarrow A(\sqrt{3}; -\sqrt{14}); z_2 = -\sqrt{7} + i\sqrt{10} \Rightarrow B(-\sqrt{7}; \sqrt{10}); z_3 = -\sqrt{3} + i\sqrt{14} \Rightarrow C(-\sqrt{3}; \sqrt{14})$$

$$\Rightarrow \vec{AB}(-\sqrt{7} - \sqrt{3}; \sqrt{14} + \sqrt{10}); \vec{BC}(\sqrt{7} - \sqrt{3}; \sqrt{14} - \sqrt{10}) \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0 \Rightarrow \vec{AB} \perp \vec{BC}$$

Vậy tam giác ABC là tam giác vuông tại B .

Câu 14. Biết $\int_0^3 f(x)dx = 6$ và $\int_0^{10} f(x)dx = 10$. Tính $\int_3^{10} f(x)dx$.

A. 16 .

B. 6 .

C. 4 .

D. -4 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Áp dụng công thức : } \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx \Rightarrow \int_0^{10} f(x)dx = \int_0^3 f(x)dx + \int_3^{10} f(x)dx .$$

$$\Rightarrow \int_3^{10} f(x)dx = \int_0^{10} f(x)dx - \int_0^3 f(x)dx = 10 - 6 = 4$$

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P) : 2x + 3y + z - 6 = 0$ và mặt phẳng $(Q) : x + y + 2z - 4 = 0$ phương trình giao tuyến đã cho của hai mặt phẳng đã cho là :

A. $\Delta : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. **B.** $\Delta : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **C.** $\Delta : \begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = -2 - 3t \\ z = -t \end{cases}$. **D.** $\Delta : \begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = -2 + 3t \\ z = t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có :

$$(P) : 2x + 3y + z - 6 = 0 \Rightarrow VTPT : \vec{n}_1 = (2; 3; 1); (Q) : x + y + 2z - 4 = 0 \Rightarrow VTPT : \vec{n}_2 = (1; 1; 2)$$

Gọi \vec{u} là VTCP của đường thẳng giao tuyến $\Delta \Rightarrow \vec{u} = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (5; -3; -1)$.

Xét hệ
$$\begin{cases} 2x + 3y + z - 6 = 0 \\ x + y + 2z - 4 = 0 \end{cases}$$

Chọn $z = 0 \Rightarrow x = 6; y = -2 \Rightarrow M(6; -2; 0) \in \Delta$

Vậy phương trình giao tuyến là:
$$\Delta: \begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = -2 - 3t \\ z = -t \end{cases}$$

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và $\int_0^2 f(x)dx = 12$. Tính $I = \int_0^1 f(2x)dx$

A. 24.

B. 18.

C. 12.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx$

$$I = \int_0^1 f(2x)dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(t)dt = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x)dx = 6$$

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các vectơ $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 5)$ và $\overrightarrow{AC} = (1; 4; -1)$. Độ dài trung tuyến AM của tam giác ABC là:

A. $AM = 6$.

B. $AM = 3$.

C. $AM = 3\sqrt{2}$.

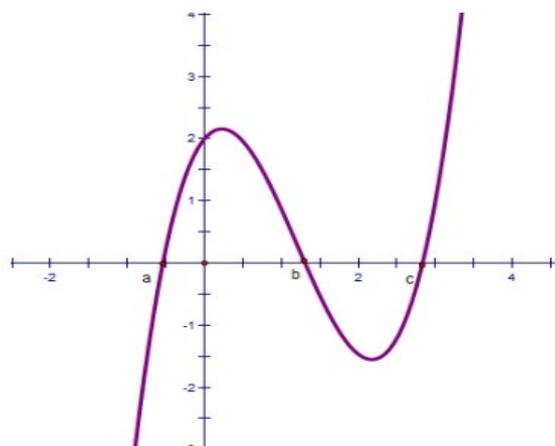
D. $AM = 6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (2; 1; 2) \Rightarrow AM = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = 3$.

Câu 18. Cho hàm số liên tục $y = f(x)$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ theo thứ tự là a, b, c . Hãy chọn khẳng định đúng



A. $f(c) < f(a) < f(b)$.

B. $f(a) < f(c) < f(b)$.

C. $f(a) < f(b) < f(c)$.

D. $f(c) < f(b) < f(a)$.

Lời giải

$$I_1 = \frac{x^3}{3} \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{3} \int_1^e x^2 dx = \frac{2e^3 + 1}{9}.$$

Vậy $m = 3$ và $n = 9$ nên $n - m = 6$.

Câu 21. Cho các số phức $z_1 = a_1 + b_1i$ và $z_2 = a_2 + b_2i$. Số phức $z = z_1 \cdot z_2$ là số thực thì

- A.** $a_1b_2 + b_1a_2 = 0$. **B.** $a_1a_2 - b_1b_2 = 0$. **C.** $a_1b_2 - b_1a_2 = 0$. **D.** $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1 \cdot z_2 = (a_1 + b_1i)(a_2 + b_2i) = (a_1a_2 - b_1b_2) + (a_1b_2 + a_2b_1)i$.

Vì $z = z_1 \cdot z_2$ là số thực nên $a_1b_2 + b_1a_2 = 0$.

Câu 22. Hàm số nào **không phải** là nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\frac{1}{x^2 + 2x + 1}$?

- A.** $F(x) = \frac{x+2}{x+1}$. **B.** $F(x) = \frac{2x+3}{x+1}$. **C.** $F(x) = -\frac{x}{x+1}$. **D.** $F(x) = -\frac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Áp dụng: $F(x) = \int f(x) dx \Rightarrow F'(x) = f(x)$.

Ta có: $f(x) = -\frac{1}{x^2 + 2x + 1} = \frac{-1}{(x+1)^2}$

Xét phương án A: $F'(x) = \left(\frac{x+2}{x+1}\right)' = \frac{-1}{(x+1)^2} = f(x)$. Vậy A đúng.

Xét phương án B: $F'(x) = \left(\frac{2x+3}{x+1}\right)' = \frac{-1}{(x+1)^2} = f(x)$. Vậy B đúng.

Xét phương án C: $F'(x) = \left(-\frac{x}{x+1}\right)' = \frac{-1}{(x+1)^2} = f(x)$. Vậy C đúng.

Xét phương án D: $F'(x) = \left(-\frac{x-1}{x+1}\right)' = \frac{-2}{(x+1)^2} \neq f(x)$. Vậy D sai.

Cách 2: Ta có: $F(x) = \int f(x) dx = \int -\frac{1}{(x+1)^2} dx = \frac{1}{x+1} + C$.

Chọn $C = 1 \Rightarrow F(x) = \frac{1}{x+1} + 1 = \frac{x+2}{x+1}$. Vậy A đúng.

Chọn $C = 2 \Rightarrow F(x) = \frac{1}{x+1} + 2 = \frac{2x+3}{x+1}$. Vậy B đúng.

Chọn $C = -1 \Rightarrow F(x) = \frac{1}{x+1} - 1 = -\frac{x}{x+1}$. Vậy C đúng.

Vậy D sai.

Câu 23. Gọi $z_1; z_2; z_3$ là các nghiệm của phương trình $z^3 + 1 = 0$. Tìm giá trị của biểu thức

$$P = z_1^{2019} + z_2^{2019} + z_3^{2019}$$

- A.** $P = 3$. **B.** $P = 3i$. **C.** $P = -3i$. **D.** $P = -3$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

$$\text{Ta có: } z^3 + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = -1 \\ z_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z_3 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$$

$$\text{Với } z_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow z_2^3 = -1 \Rightarrow z_2^{2019} = (z_2^3)^{673} = -1.$$

$$\text{Với } z_3 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow z_3^3 = -1 \Rightarrow z_3^{2019} = (z_3^3)^{673} = -1.$$

$$\text{Khi đó: } P = z_1^{2019} + z_2^{2019} + z_3^{2019} = -1 - 1 - 1 = -3.$$

Cách 2:

$$\text{Ta có: } z^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow z^3 = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} (z_1)^3 = -1 \\ (z_2)^3 = -1 \\ (z_3)^3 = -1 \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } P = z_1^{2019} + z_2^{2019} + z_3^{2019} = [(z_1)^3]^{673} + [(z_2)^3]^{673} + [(z_3)^3]^{673} = -1 - 1 - 1 = -3.$$

Câu 24. Biết rằng $f(2) = 3$, hàm số $f'(x)$ liên tục và $\int_2^5 f'(x) dx = 1$ thì giá trị của $f(5)$ là:

A. 4.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Áp dụng: } \int f'(x) dx = f(x), \text{ ta có: } \int_2^5 f'(x) dx = f(x) \Big|_2^5 = f(5) - f(2) = 1.$$

$$\text{Mà } f(2) = 3 \Rightarrow f(5) = 1 + f(2) = 1 + 3 = 4.$$

Câu 25. Cho các số phức $z = 4 - 3i$ và $w = z \cdot \left(\frac{12}{13} - \frac{5}{13}i\right)^{2019}$. Hãy chọn **khẳng định đúng**

A. w là số thực.

B. w là số thuần ảo.

C. $|w| = 5$.

D. $|w| = \sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

$$\left| \left(\frac{12}{13} - \frac{5}{13}i \right)^{2019} \right| = \left| \left(\frac{12}{13} - \frac{5}{13}i \right) \right|^{2019} = \left(\sqrt{\left(\frac{12}{13} \right)^2 + \left(-\frac{5}{13} \right)^2} \right)^{2019} = 1.$$

$$|w| = \left| z \cdot \left(\frac{12}{13} - \frac{5}{13}i \right)^{2019} \right| = |z| \left| \left(\frac{12}{13} - \frac{5}{13}i \right) \right|^{2019} = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5.$$

Câu 26. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{1}{x-2018}$. Biết rằng $F(2020) = F(2015) = \ln 6$. Tính $S = F(2022) + F(2016)$.

A. $S = \ln 36$

B. $S = \ln 72$.

C. $S = \ln 48$.

D. $S = \ln 24$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int \left(\frac{1}{x-2018} \right) dx = \ln|x-2018| + C \quad (C \in \mathbb{R})$.

$$F(x) = \begin{cases} \ln(x-2018) + C_1 & x > 2018 \\ \ln(2018-x) + C_2 & x < 2018 \end{cases}$$

$$F(2020) = \ln 2 + C_1 = \ln 6 \Rightarrow C_1 = \ln 3 \quad (x > 2018).$$

$$F(2015) = \ln 3 + C_2 = \ln 6 \Rightarrow C_2 = \ln 2 \quad (x < 2018).$$

$$\text{Vậy } F(x) = \begin{cases} \ln(x-2018) + \ln 3 & x > 2018 \\ \ln(2018-x) + \ln 2 & x < 2018 \end{cases}$$

$$F(2022) = \ln 4 + \ln 3 = \ln 12.$$

$$F(2016) = \ln 2 + \ln 2 = \ln 4.$$

$$S = F(2022) + F(2016) = \ln 48.$$

Câu 27. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết rằng $\overline{AB}(1;3;4)$,

$\overline{AD}(-2;3;5)$ và $\overline{AC'}(1;1;1)$. Tính thể tích hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$

A. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 6$.

B. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 12$

C. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 1$.

D. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 3$

Lời giải

Chọn C

Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left| \left[\overline{AB}, \overline{AD} \right] \cdot \overline{AA'} \right|$.

$$\overline{AC'} = \overline{AC} + \overline{AA'} = \overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} \Rightarrow \overline{AA'} = \overline{AC'} - (\overline{AB} + \overline{AD})$$

$$\Rightarrow \overline{AA'} = (2; -5; -8).$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left| \left[\overline{AB}, \overline{AD} \right] \cdot \overline{AA'} \right| = 1.$$

Câu 28. Số phức z nào thỏa phương trình $z = \frac{z}{z+i}$?

A. $z = -1 - i$.

B. $z = -1 + i$.

C. $z = 1 + i$.

D. $z = 1 - i$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Với } z \neq -i, z = \frac{z}{z+i} \Leftrightarrow z^2 + iz - z = 0 \Leftrightarrow z(z+i-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ z = 1-i \end{cases}$$

Câu 29. Hàm số nào là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+7}$?

A. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| x + \frac{7}{2} \right| + C$.

B. $F(x) = 2 \ln |2x+7| + C$.

C. $F(x) = 2 \ln \left| x + \frac{7}{2} \right| + C$.

D. $F(x) = \ln |2x+7| + C$.

Lời giải

Chọn A

$$F(x) = \int \frac{1}{2x+7} dx = \int \frac{1}{2 \left(x + \frac{7}{2} \right)} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{x + \frac{7}{2}} dx = \frac{1}{2} \ln \left| x + \frac{7}{2} \right| + C$$

Hoặc

$$F(x) = \int \frac{1}{2x+7} dx = \frac{1}{2} \ln |2x+7| + C_1$$

Đổi chiều các phương án, ta chọn phương án A.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+3y+4z-5=0$ và điểm $A(2; -1; -3)$.

Phương trình mặt phẳng (Q) đối xứng với mặt phẳng (P) qua điểm A là:

A. $(Q): x+3y+4z+23=0$.

B. $(Q): x+3y+4z-23=0$.

C. $(Q): x+3y+4z-31=0$.

D. $(Q): x+3y+4z+31=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có (Q) đối xứng với mặt phẳng (P) qua điểm A và $A \notin (P)$ nên

$$(Q) // (P) \Rightarrow (Q): x+3y+4z+D=0 (D \neq -5).$$

$$\text{Và } d(A, (P)) = d(A, (Q)) \Leftrightarrow \frac{|1.2 + 3.(-1) + 4.(-3) - 5|}{\sqrt{1^2 + 3^2 + 4^2}} = \frac{|1.2 + 3.(-1) + 4.(-3) + D|}{\sqrt{1^2 + 3^2 + 4^2}}$$

$$\Leftrightarrow |D - 13| = 18 \Leftrightarrow \begin{cases} D - 13 = -18 \\ D - 13 = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = -5 \\ D = 31 \end{cases}$$

Vậy $(Q): x + 3y + 4z + 31 = 0$.

Câu 31. Cho các số phức $z_1 = a - 3bi$ và $z_2 = 2b + ai$, $a, b \in \mathbb{R}$. Tìm a và b sao cho $z_1 - z_2 = 6 - i$.

A. $\begin{cases} a = -4 \\ b = 1 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} a = 4 \\ b = -1 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} a = -4 \\ b = -1 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z_1 - z_2 = 6 - i \Leftrightarrow (a - 3bi) - (2b + ai) = 6 - i \Leftrightarrow (a - 2b) - (a + 3b)i = 6 - i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b = 6 \\ a + 3b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -1 \end{cases}$$

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y = 0$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 5z - 2019 = 0$. Các tiếp diện với mặt cầu (S) song song với mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại hai điểm A và B . Phương trình đường thẳng AB là:

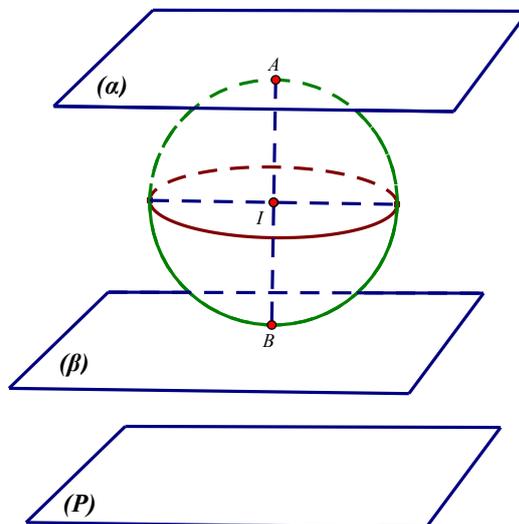
A. $AB: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 5t \end{cases}$ **B.** $AB: \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -4 - 2t \\ z = 5 + 5t \end{cases}$ **C.** $AB: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = 0 \end{cases}$ **D.** $AB: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = 5 \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y = 0$ có tâm $I(1; -2; 0)$, bán kính $R = \sqrt{5}$

Ta có $d(I; (P)) = \frac{2012}{\sqrt{38}} > \sqrt{5}$ suy ra (P) nằm ngoài (S) .



Gọi (α) và (β) lần lượt là các tiếp diện với (S) tại A, B khi đó $(\alpha) \parallel (\beta)$ vì cùng song song với (P) .

Ta có
$$\begin{cases} (\alpha) \perp IA \\ (\beta) \perp IB \Rightarrow I, A, B \text{ thẳng hàng} \Rightarrow AB \perp (P). \\ (\alpha) \parallel (\beta) \end{cases}$$

Suy ra đường thẳng AB có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (3; -2; 5)$ và đi qua điểm $I(1; -2; 0)$.

Phương trình đường thẳng AB :
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 - 2t \\ z = 5t \end{cases} \Leftrightarrow AB: \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -4 - 2t \\ z = 5 + 5t \end{cases}$$

Câu 33. Kết quả tích phân $I = \int_0^1 5^x dx$ bằng

A. $I = \frac{4}{\ln 5}$. **B.** $I = 4 \ln 5$. **C.** $I = 5 \ln 5$. **D.** $I = \frac{5}{\ln 5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có
$$I = \int_0^1 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} \Big|_0^1 = \frac{5}{\ln 5} - \frac{1}{\ln 5} = \frac{4}{\ln 5}.$$

Câu 34. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos x$ và các đường thẳng $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi$ bằng

A. 2π . **B.** 1. **C.** 2. **D.** π .

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \cos x$ và đường thẳng $y = 0$ là:

$$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Mà $x \in [0; \pi] \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos x$ và các đường thẳng $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi$ là:

$$S = \int_0^{\pi} |\cos x| dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x dx \quad (\text{Do } x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \cos x \geq 0; x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right] \Rightarrow \cos x \leq 0).$$

$$= \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \sin x \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = 1 - 0 - (0 - 1) = 2 \text{ (đơn vị diện tích)}.$$

Câu 35. Kết quả của phép tính tích phân $I = \int_1^2 (x^4 + 4x^3) e^x dx$ bằng

A. $16e - e^2$. **B.** $16e^2 - 1$. **C.** $e^2 - 16e$. **D.** $e(16e - 1)$.

Lời giải

Chọn D

• Đặt $\begin{cases} u = x^4 + 4x^3 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = (4x^3 + 12x^2) dx \\ v = e^x \end{cases}$

Suy ra $I = (x^4 + 4x^3)e^x \Big|_1^2 - \int_1^2 (4x^3 + 12x^2)e^x dx = 48e^2 - 5e - I_1$ với $I_1 = \int_1^2 (4x^3 + 12x^2)e^x dx$

• Tính $I_1 = \int_1^2 (4x^3 + 12x^2)e^x dx$.

Đặt $\begin{cases} u_1 = 4x^3 + 12x^2 \\ dv_1 = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du_1 = (12x^2 + 24x) dx \\ v_1 = e^x \end{cases}$

Suy ra $I_1 = (4x^3 + 12x^2)e^x \Big|_1^2 - 12 \int_1^2 (x^2 + 2x)e^x dx = 80e^2 - 16e - 12I_2$ với $I_2 = \int_1^2 (x^2 + 2x)e^x dx$

• Tính $I_2 = \int_1^2 (x^2 + 2x)e^x dx$

Đặt $\begin{cases} u_2 = x^2 + 2x \\ dv_2 = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du_2 = (2x + 2) dx \\ v_2 = e^x \end{cases}$

Suy ra $I_2 = (x^2 + 2x)e^x \Big|_1^2 - \int_1^2 (2x + 2)e^x dx = 8e^2 - 3e - I_3$ với $I_3 = \int_1^2 (2x + 2)e^x dx$

• Tính $I_3 = \int_1^2 (2x + 2)e^x dx$.

Đặt $\begin{cases} u_3 = 2x + 2 \\ dv_3 = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du_3 = 2 dx \\ v_3 = e^x \end{cases}$.

Suy ra $I_3 = (2x + 2)e^x \Big|_1^2 - \int_1^2 2e^x dx = 6e^2 - 4e - 2e^x \Big|_1^2 = 6e^2 - 4e - (2e^2 - 2e) = 4e^2 - 2e$

Do đó:

$$I = 48e^2 - 5e - I_1 = 48e^2 - 5e - (80e^2 - 16e - 12I_2) = -32e^2 + 11e + 12(8e^2 - 3e - I_3) \\ = 64e^2 - 25e - 12I_3 = 64e^2 - 25e - 12(4e^2 - 2e) = 16e^2 - e = e(16e - 1).$$

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 7 = 0$ và điểm $I(2; -1; 1)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z + 2 = 0$. **B.** $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 2 = 0$.

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 2 = 0$. **D.** $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

• Vì mặt cầu (S) có tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên bán kính của mặt cầu (S) là:

$$R = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 2 + (-1) - 2 \cdot 1 - 7|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = 2.$$

• Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 1)$ và bán kính $R = 2$ là:

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z + 2 = 0.$$

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + 5z - 14 = 0$ và điểm $M(1; -4; -2)$. Tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (P) là

- A.** $H(4; 0; 2)$. **B.** $H(2; 2; 2)$. **C.** $H(2; -3; 3)$. **D.** $H(-1; -6; -12)$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: (Tự luận)

+) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; -4; -2)$ và vuông góc với mặt phẳng

$$(P): x + y + 5z - 14 = 0 \text{ có phương trình tham số là } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -4 + t \\ z = -2 + 5t \end{cases}.$$

+) Điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng $(P) \Rightarrow H = \Delta \cap (P)$.

$$\text{Ta có } H \in \Delta \Rightarrow H(1 + t; -4 + t; -2 + 5t)$$

$$\text{Mà } H \in (P) \text{ nên } (1 + t) + (-4 + t) + 5(-2 + 5t) - 14 = 0 \Rightarrow t = 1.$$

$$\text{Vậy } H(2; -3; 3).$$

Cách 2: (Trắc nghiệm)

+) H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ lên mặt phẳng

$$(P): ax + by + cz + d = 0$$

$$\Rightarrow H(x_0 + at_0; y_0 + bt_0; z_0 + ct_0) \text{ với } t_0 = -\frac{ax_0 + by_0 + cz_0 + d}{a^2 + b^2 + c^2}.$$

$$\text{+) Ta có } t_0 = -\frac{1 + (-4) + 5 \cdot (-2) - 14}{1^2 + 1^2 + 5^2} = 1.$$

$$\Rightarrow \text{tọa độ điểm } H \text{ là } \begin{cases} x_H = 2 \\ y_H = -3 \\ z_H = 3 \end{cases} \Rightarrow H(2; -3; 3).$$

Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(6; 3; 4)$. Mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (yOz) có bán kính R bằng

- A.** 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu tâm $A(6; 3; 4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (yOz) , ta có bán kính

$$R = d(A, (yOz)) = |x_A| = 6.$$

Vậy $R = 6$.

Câu 39. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}. \text{ Đường thẳng } \Delta \text{ đi qua điểm nào sau đây?}$$

- A.** $M(5;4;-7)$. **B.** $N(5;-4;7)$. **C.** $P(-5;11;-15)$. **D.** $Q(-5;7;-12)$.

Lời giải

Chọn C

+) Thay tọa độ điểm M vào phương trình đường thẳng Δ , ta có $\frac{4}{2} \neq \frac{2}{-3} \Rightarrow M \notin \Delta$.

+) Thay tọa độ điểm N vào phương trình đường thẳng Δ , ta có $\frac{4}{2} = \frac{-6}{-3} \neq \frac{10}{4} \Rightarrow N \notin \Delta$.

+) Thay tọa độ điểm P vào phương trình đường thẳng Δ , ta có $\frac{-6}{2} = \frac{9}{-3} = \frac{-12}{4} \Rightarrow P \in \Delta$.

+) Thay tọa độ điểm Q vào phương trình đường thẳng Δ , ta có $\frac{-6}{2} \neq \frac{5}{-3} \Rightarrow Q \notin \Delta$.

Câu 40. Kết quả của phép tính tích phân $I = \int_2^{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{x\sqrt{x^2-3}} dx$ bằng

- A.** $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn D

$$I = \int_2^{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{x\sqrt{x^2-3}} dx = \int_2^{2\sqrt{3}} \frac{x\sqrt{3}}{x^2\sqrt{x^2-3}} dx.$$

Đặt $t = \sqrt{x^2-3} \Leftrightarrow t^2 = x^2-3 \Rightarrow 2tdt = 2xdx \Leftrightarrow tdt = xdx$. Đổi cận: $\begin{cases} x=2 \rightarrow t=1 \\ x=2\sqrt{3} \rightarrow t=3 \end{cases}$.

$$I = \int_2^{2\sqrt{3}} \frac{x\sqrt{3}}{x^2\sqrt{x^2-3}} dx = \sqrt{3} \int_1^3 \frac{t}{t(t^2+3)} dt = \sqrt{3} \int_1^3 \frac{1}{t^2+3} dt.$$

Đặt $t = \sqrt{3} \tan u \Rightarrow dt = \frac{\sqrt{3}}{\cos^2 u} du$. Đổi cận: $\begin{cases} t=1 \rightarrow u = \frac{\pi}{6} \\ t=3 \rightarrow u = \frac{\pi}{3} \end{cases}$.

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{3} \int_1^3 \frac{1}{t^2+3} dt \\ &= 3 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{3(1+\tan^2 u)} \cdot \frac{1}{\cos^2 u} du = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\left(\frac{1}{\cos^2 u}\right) \cos^2 u} du = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} 1 du = u \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}. \end{aligned}$$

Câu 41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(\Delta_1): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và

$(\Delta_2): \frac{x-4}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-5}{-2}$. Tọa độ giao điểm M của hai đường thẳng đã cho là:

A. $M(3;5;7)$.

B. $M(0;-1;-1)$.

C. $M(5;1;3)$.

D. $M(2;3;7)$.

Lời giải

Chọn A

Viết lại (Δ_1) thành $(\Delta_1): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Viết lại (Δ_2) thành $(\Delta_2): \begin{cases} x = 4 + u \\ y = 3 - 2u \\ z = 5 - 2u \end{cases} (u \in \mathbb{R})$.

Tọa độ giao điểm M thỏa hệ: $\begin{cases} 4 + u = 1 + 2t \\ 3 - 2u = 2 + 3t \\ 5 - 2u = 3 + 4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u - 2t = -3 \\ 2u + 3t = 1 \\ 2u + 4t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = -1 \\ t = 1 \end{cases}$.

Vậy tọa độ giao điểm $M(3;5;7)$.

Câu 42. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm M cắt các trục tọa độ $x'Ox; y'Oy; z'Oz$ lần lượt tại các điểm $A; B; C$ sao cho M là trực tâm tam giác ABC là:

A. $(ABC): x + 2y - 3z + 12 = 0$.

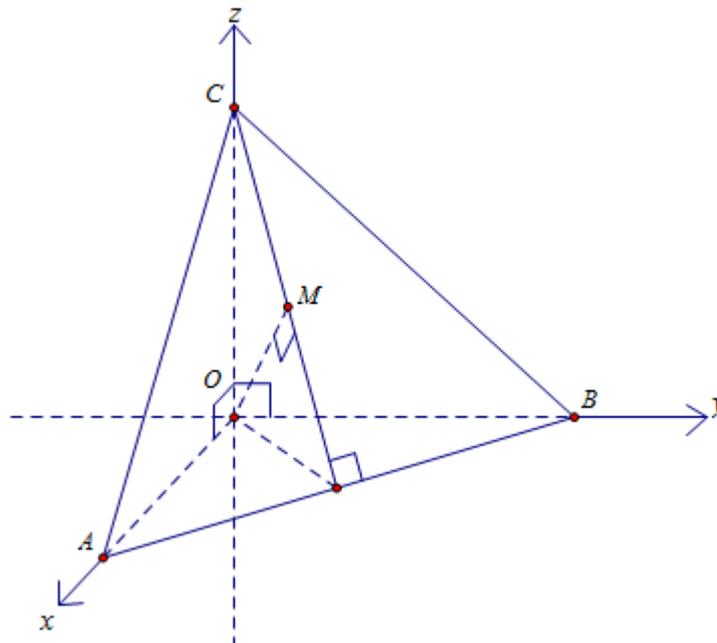
B. $(ABC): x - 2y + 3z - 14 = 0$.

C. $(ABC): x - 2y + 3z + 14 = 0$.

D. $(ABC): x + 2y - 3z - 12 = 0$.

Lời giải

Chọn B



Tam giác ABC có M là trực tâm $\Rightarrow AB \perp CM$.

Ta có: $\begin{cases} AB \subset (OAB) \\ CO \perp (OAB) \end{cases} \Rightarrow AB \perp CO$. Vậy $AB \perp (COM) \Rightarrow AB \perp OM$.

Tương tự $OM \perp AC \Rightarrow OM \perp (ABC)$.

Suy ra (ABC) nhận $\overline{OM} = (1;-2;3)$ làm vectơ pháp tuyến.

Khi đó, $(ABC): 1(x-1) - 2(y+2) + 3(z-3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z - 14 = 0$.

- Câu 43.** Kết quả phép tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx$ được viết dưới dạng $I = a \ln b + \ln c$ với a, b, c là các số dương. Tính giá trị của biểu thức $S = ab + 6c$
- A.** $S = 4$. **B.** $S = 6$. **C.** $S = 3$. **D.** $S = 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } I = \int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = \left(\ln|x+1| - \ln|x+2| \right) \Big|_0^1 = (\ln 2 - \ln 3) - (\ln 1 - \ln 2) = 2 \ln 2 - \ln 3$$

$$= 2 \ln 2 + \ln \frac{1}{3} \Rightarrow a = b = 2, c = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } S = ab + 6c = 2 \cdot 2 + 6 \cdot \frac{1}{3} = 6.$$

- Câu 44.** Cho các số $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 6 + 5i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 2z_1 - 3z_2$.
- A.** $\bar{z} = -12 - 11i$. **B.** $\bar{z} = -12 + 11i$. **C.** $\bar{z} = -11 + 12i$. **D.** $\bar{z} = -11 - 12i$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } z = 2z_1 - 3z_2 = 2(3 + 2i) - 3(6 + 5i) = -12 - 11i.$$

$$\text{Vậy } \bar{z} = -12 + 11i.$$

- Câu 45.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\overrightarrow{MO} = 5(3\vec{i} - \vec{j}) + 2(3\vec{j} - 2\vec{k}) - 3(\vec{k} - 2\vec{i})$. Tìm tọa độ điểm M là
- A.** $M(21; 1; -7)$. **B.** $M(-21; -1; 7)$. **C.** $M(21; -1; 7)$. **D.** $M(21; -1; -7)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MO} = 5(3\vec{i} - \vec{j}) + 2(3\vec{j} - 2\vec{k}) - 3(\vec{k} - 2\vec{i}) = 21\vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}.$$

$$\text{VẬY } M(21; 1; -7).$$

- Câu 46.** Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 21 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$.

A. $P = \frac{2}{7}$. **B.** $P = \frac{7}{2}$. **C.** $P = -\frac{7}{2}$. **D.** $P = -\frac{2}{7}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Cách 1: Ta có } \Delta' = -12 = 12i^2.$$

$$\text{Phương trình } z^2 - 6z + 21 = 0 \text{ có hai nghiệm } z_1 = 3 - 2i\sqrt{3}; z_2 = 3 + 2i\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{z_1 + z_2}{z_1 z_2} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}.$$

Cách 2: Ta có $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{z_1 + z_2}{z_1 z_2}$.

Trong đó $z_1 + z_2 = 6$; $z_1 z_2 = 21$.

Vậy $P = \frac{2}{7}$.

Câu 47. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; 3)$ và $\vec{b} = (3; -2; 1)$. Góc giữa các vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng

- A. 120° . B. 30° . C. 45° . **D. 60° .**

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{1}{2}$, vậy $(\vec{a}; \vec{b}) = 60^\circ$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2 - 3\sin x$ và $f(0) = 10$. Hãy chọn khẳng định đúng

- A.** $f(x) = 2x + 3\cos x + 7$. **B.** $f(x) = 2x + 3\sin x + 7$.
C. $f(x) = 2x - 3\sin x + 11$. **D.** $f(x) = 2x - 3\cos x + 11$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int (2 - 3\sin x) dx = 2x + 3\cos x + C$.

Theo giả thiết $f(0) = 10 \Leftrightarrow 3 + C = 10 \Leftrightarrow C = 7$.

Vậy hàm số cần tìm là $f(x) = 2x + 3\cos x + 7$.

Câu 49. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ và $F(1) = 5$. Tính $F(4)$

- A.** $F(4) = 8$. **B.** $F(4) = 5$. **C.** $F(4) = 6$. **D.** $F(4) = 7$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \int x^{-\frac{1}{2}} dx = 2x^{\frac{1}{2}} + C$.

$F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ có $F(1) = 5 \Rightarrow C = 3$.

Vậy $F(x) = 2x^{\frac{1}{2}} + 3$.

Do đó $F(4) = 7$.

Câu 50. Khi tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$ ta được tích phân nào bên dưới?

A. $I = \frac{1}{2} \int_0^3 \sqrt{u} du .$

B. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du .$

C. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du .$

D. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du .$

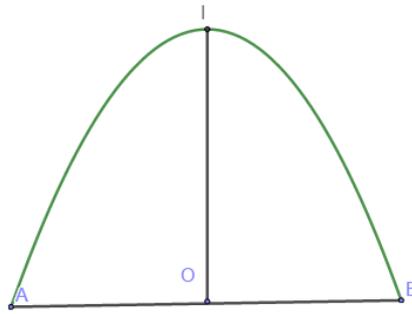
Lời giải

Chọn C

Đặt $u = x^2 - 1 \Rightarrow du = 2x dx .$

Đổi cận: Khi $x = 1$ thì $u = 0$; khi $x = 2$ thì $u = 3 .$

Khi đó $I = \int_1^2 2x \sqrt{x^2 - 1} dx = \int_0^3 \sqrt{u} du .$



- (A). $90m^2$. (B). $50m^2$. (C). $60m^2$. (D). $120m^2$.

Câu 10. Tính $\int \sin 3x \cdot \sin 2x \cdot dx$.

- (A). $\sin x + \sin 5x + C$ (B). $\frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{10} \cos 5x + C$
 (C). $\frac{1}{2} \sin x - \frac{1}{10} \sin 5x + C$ (D). $-\frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{10} \sin 5x + C$.

Câu 11. Công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a; x = b$ với $a < b$ là

- (A). $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] \cdot dx \right|$. (B). $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| \cdot dx$.
 (C). $S = \left| \int_a^b f(x) \cdot dx \right| + \left| \int_a^b g(x) \cdot dx \right|$. (D). $S = \int_a^b |f(x)| \cdot dx + \int_a^b |g(x)| \cdot dx$.

Câu 12. Cho tích phân : $I = \int_0^2 \frac{1}{x^2 + 4} dx = \frac{\pi}{b} + c (b; c \in \mathbb{Z}, b \neq 0)$. Tính $b + c$.

- (A). 8. (B). 7. (C). 6. (D). 5.

Câu 13. Phần thực và phần ảo của số phức $z = -2 - 3i$ lần lượt là:

- (A). $-2; -3i$. (B). $-2; -3$. (C). $-3; -2$. (D). $-3i; 2$.

Câu 14. Mô đun của số phức $z = 4 + 3i$ bằng

- (A). 3. (B). 4. (C). 5. (D). -1.

Câu 15. Số phức liên hợp của số phức $z = -5 + 12i$ là:

- (A). $\bar{z} = 12i$. (B). $\bar{z} = 5 + 12i$. (C). $\bar{z} = 13$. (D). $\bar{z} = -5 - 12i$.

Câu 16. Biểu diễn hình học của số phức $z = 12 - 5i$ trong mặt phẳng phức là điểm có tọa độ

- (A). $(12; 0)$. (B). $(-5; 12)$. (C). $(12; -5)$. (D). $(-5; 0)$.

Câu 17. Phần thực và phần ảo của số phức $z = (4 + 5i) - (5 - 2i)$ lần lượt là

- (A). $-2; 4$. (B). $-1; 7$. (C). $3; 5$. (D). $1; 2$.

Câu 18. Cho số phức $z = (2a - 1) + 3bi + 5i$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Với giá trị nào của b thì z là số thực?

- (A). $-\frac{5}{3}$. (B). 0. (C). $\frac{1}{2}$. (D). 3.

- Câu 19.** Tìm môđun của số phức z biết $(1-i)z = 6+8i$.
- Ⓐ. $2\sqrt{5}$. Ⓑ. $5\sqrt{2}$. Ⓒ. 5. Ⓓ. $7\sqrt{2}$.
- Câu 20.** Tìm số phức z biết $z - (2+3i)\bar{z} = 1-9i$.
- Ⓐ. $z = 2-i$. Ⓑ. $z = 2+i$. Ⓒ. $z = -2+i$. Ⓓ. $z = -2-i$.
- Câu 21.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - (3+4i)| = 2$ là một đường tròn có phương trình:
- Ⓐ. $x^2 + y^2 = 5$. Ⓑ. $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$.
 Ⓒ. $x^2 + y^2 - 2x = 0$. Ⓓ. $x^2 + y^2 = 4$.
- Câu 22.** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Khi đó, phần thực của $z_1^2 + z_2^2$ là
- Ⓐ. 12. Ⓑ. -13. Ⓒ. 6. Ⓓ. 5.
- Câu 23.** Cho số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $2z + \bar{z} = 3 + i$. Giá trị của biểu thức $3a + b$ là
- Ⓐ. 6. Ⓑ. 3. Ⓒ. 4. Ⓓ. 5.
- Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$ khi đó tọa độ của vectơ \vec{a} là
- Ⓐ. $(2; 0; 0)$. Ⓑ. $(0; 3; 0)$. Ⓒ. $(0; 0; -5)$. Ⓓ. $(2; 3; -5)$.
- Câu 25.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2; 4; 3), B(1; 2; 1)$. Khi đó tọa độ của vectơ \overline{AB} là:
- Ⓐ. $(3; -2; -2)$. Ⓑ. $(-3; 2; 2)$. Ⓒ. $(-2; 3; 4)$. Ⓓ. $(3; 2; 2)$.
- Câu 26.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 25$. Khi đó tọa độ tâm của mặt cầu (S) là:
- Ⓐ. $(-1; 0; 0)$. Ⓑ. $(1; -1; 0)$. Ⓒ. $(1; 0; 1)$. Ⓓ. $(2; 3; 1)$.
- Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}(2; 3; 6)$. Khi đó độ dài của vectơ \vec{a} là:
- Ⓐ. 5. Ⓑ. 6. Ⓒ. 7. Ⓓ. -7.
- Câu 28.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}(2; 3; 1), \vec{b}(-2; 1; 2)$. Khi đó $[\vec{a}; \vec{b}]$ có tọa độ
- Ⓐ. $(0; 4; 3)$. Ⓑ. $(5; -6; 8)$. Ⓒ. $(2; 0; 1)$. Ⓓ. $(2; 1; 0)$.
- Câu 29.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}(1; 3; 3), \vec{b}(-1; 1; 2)$. Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b}$ có giá trị bằng
- Ⓐ. -1. Ⓑ. 18. Ⓒ. 8. Ⓓ. -8.
- Câu 30.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3); B(-1; 4; 1)$. Khi đó trung điểm của đoạn AB là điểm I có tọa độ
- Ⓐ. $(0; 2; 4)$. Ⓑ. $(2; -6; 4)$. Ⓒ. $(2; 0; 1)$. Ⓓ. $(0; 1; 2)$.

- Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z - 10 = 0$ và điểm $A(1;0;1)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?
- Ⓐ. Điểm A nằm ngoài mặt cầu (S). Ⓑ. Điểm A nằm trong mặt cầu (S).
 Ⓒ. Điểm A nằm trên mặt cầu (S). Ⓓ. $OA = 2$.
- Câu 32.** Cho ba điểm $A(1;0;-2)$, $B(2;1;-1)$, $C(1;-2;2)$ và điểm E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCE$ thì tọa độ của E là
- Ⓐ. $(2;-1-3)$. Ⓑ. $(0;-1;3)$. Ⓒ. $(0;-3;1)$. Ⓓ. $(2;-3;1)$.
- Câu 33.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z - 12 = 0$. Khi đó mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là
- Ⓐ. $\vec{n} = (2;3;5)$. Ⓑ. $\vec{n} = (2;-3;5)$. Ⓒ. $\vec{n} = (-2;-3;-5)$. Ⓓ. $\vec{n} = (-2;3;5)$.
- Câu 34.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z - 3 = 0$. Khi đó, mặt phẳng (P) đi qua điểm
- Ⓐ. $A(0;0;1)$. Ⓑ. $B(1;1;3)$. Ⓒ. $C(2;0;-1)$. Ⓓ. $D(2;3;2)$.
- Câu 35.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z - 3 = 0$ và $(Q): x - y + z + 5 = 0$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?
- Ⓐ. $(P) \perp (Q)$. Ⓑ. $(P) // (Q)$.
 Ⓒ. $(P) \equiv (Q)$. Ⓓ. (P) cắt (Q) và (P) không vuông góc với (Q)
- Câu 36.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ có phương trình
- Ⓐ. $x + y + z + 6 = 0$. Ⓑ. $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.
 Ⓒ. $x - y + 2 = 0$. Ⓓ. $y + z = 0$.
- Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$ cho (P) đi qua $A(1;1;1)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1;2;1)$ khi đó phương trình của mặt phẳng (P) là:
- Ⓐ. $x + 2y + z - 4 = 0$. Ⓑ. $x - y + 2 = 0$. Ⓒ. $x - 2y + 3z - 1 = 0$. Ⓓ. $2x + 3y - z - 1 = 0$.
- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$ cho (P) đi qua $A(1;-1;2)$ và $(P) // (Q): x - 2y - z + 5 = 0$. Khi đó phương trình của mặt phẳng (P) có dạng:
- Ⓐ. $x - y - z = 0$. Ⓑ. $x - 2y - z - 1 = 0$. Ⓒ. $x - 2y - z + 1 = 0$. Ⓓ. $2x + 3y - z - 1 = 0$.
- Câu 39.** Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB với $A(2;1;4)$ và $B(-2;-3;2)$ có dạng:
- Ⓐ. $2x + 2y + z - 1 = 0$. Ⓑ. $x - y + 2 = 0$. Ⓒ. $x + 3z - 1 = 0$. Ⓓ. $2x + 2y + z + 1 = 0$.
- Câu 40.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): mx - 2y + z - 2m + 10 = 0$ và $(Q): x - y + z - 15 = 0$. Tìm m để $(P) \perp (Q)$.
- Ⓐ. $m = -3$. Ⓑ. $m = -2$. Ⓒ. $m = -1$. Ⓓ. $m = 0$.

- Câu 41.** Phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;0;1), B(2;1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y + 3z + 3 = 0$ có dạng
- Ⓐ. $x - 2y + z - 2 = 0$. Ⓑ. $x - 2 = 0$. Ⓒ. $y - z - 1 = 0$. Ⓓ. $x - 2y + z - 1 = 0$.
- Câu 42.** Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{1}$. Khi đó Δ đi qua điểm M có tọa độ
- Ⓐ. $(2;3;0)$. Ⓑ. $(0;0;1)$. Ⓒ. $(1;-1;2)$. Ⓓ. $(0;2;-1)$.
- Câu 43.** Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+1}{1}$ khi đó Δ có một véc tơ chỉ phương là
- Ⓐ. $\vec{u} = (2;3;1)$. Ⓑ. $\vec{u} = (2;-3;1)$. Ⓒ. $\vec{u} = (2;3;-2)$. Ⓓ. $\vec{u} = (1;2;0)$.
- Câu 44.** Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + 2t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + t \end{cases}$ khi đó Δ đi qua điểm M có tọa độ là
- Ⓐ. $(2;3;0)$. Ⓑ. $(2;3;1)$. Ⓒ. $(1;2;1)$. Ⓓ. $(1;5;3)$.
- Câu 45.** Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + t \end{cases}$ và $(P): 2x + y + z - 4 = 0$ khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?
- Ⓐ. $\Delta // (P)$. Ⓑ. $\Delta \subset (P)$.
 Ⓒ. $\Delta \perp (P)$. Ⓓ. Δ cắt (P) và không vuông góc với (P)
- Câu 46.** Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;-2;3)$ là
- Ⓐ. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + t \end{cases}$. Ⓑ. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.
 Ⓒ. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 + t \end{cases}$. Ⓓ. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 2t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.
- Câu 47.** Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;0)$ và vuông góc với $(P): x - y - 2z - 3 = 0$ là
- Ⓐ. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{2}$. Ⓑ. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$.
 Ⓒ. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-2}$. Ⓓ. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 48. Cho điểm $A(1;2;-1)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=2 \\ y=1-t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng Δ là

Ⓐ. $(2;2;-1)$. Ⓑ. $(2;1;0)$. Ⓒ. $(1;1;1)$. Ⓓ. $(2;-1;1)$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;1;1), B(0;1;4)$ có phương trình là

Ⓐ. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z=1 \end{cases}$. Ⓑ. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z=1+3t \end{cases}$.

Ⓒ. $\begin{cases} x=2-2t \\ y=1 \ (t \in \mathbb{R}) \\ z=1+3t \end{cases}$. Ⓓ. $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(2;3;-1)$, đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z-3}{1}$.

Ⓐ. $d: \frac{x-1}{6} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+1}{2}$. Ⓑ. $d: \frac{x-2}{6} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+1}{-32}$.

Ⓒ. $d: \frac{x+2}{6} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{-32}$. Ⓓ. $d: \frac{x-6}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z+32}{-1}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	C	C	A	B	D	D	C	C	B	A	B	C	D	C	B	A	B	A	B	C	C	D	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	B	C	D	B	C	B	B	B	B	A	B	A	A	A	A	B	B	B	B	C	A	C	B

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int e^x dx = e^x + C$. B. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

C. $\int \sin x dx = \cos x + C$. D. $\int 2x dx = x^2 + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

Câu 2. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$. Tính $F(3)$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\ln 2 + 1$. C. $\ln \frac{3}{2}$. D. $\ln 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F(x) = \int \frac{1}{x-1} dx = \ln|x-1| + C$.

$$F(2) = 1 \Leftrightarrow C = 1.$$

Khi đó, ta có $F(x) = \ln|x-1| + 1$. Suy ra $F(3) = \ln 2 + 1$.

Câu 3. Tính tích phân $I = \int_1^2 x^2 \ln x dx$.

- A. $24 \ln 2 - 7$. B. $8 \ln 2 - \frac{7}{3}$. C. $\frac{8}{3} \ln 2 - \frac{7}{9}$. D. $\frac{8}{3} \ln 2 - \frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^3}{3} \end{cases}, \text{ khi đó ta có}$$

$$I = \frac{x^3}{3} \cdot \ln x \Big|_1^2 - \frac{1}{3} \int_1^2 x^2 dx = \frac{8}{3} \ln 2 - \frac{x^3}{9} \Big|_1^2 = \frac{8}{3} \ln 2 - \frac{7}{9}.$$

Câu 4. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$ và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ được tính theo công thức nào?

- A. $S = \int_b^a |f(x)| dx$. B. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn C

Câu 5. Cho $\int_3^6 f(x) dx = 24$. Tính $I = \int_1^2 f(3x) dx$.

- A. 8. B. 6. C. 12. D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } t = 3x \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{1}{3} dt.$$

Đôi cậ

x	1	2
t	3	6

Khi đó $I = \frac{1}{3} \int_3^6 f(t) dt = \frac{1}{3} \cdot 24 = 8$.

- Câu 6.** Một tàu hỏa đang chạy với vận tốc $200 m/s$ thì người lái tàu đạp phanh, từ đó tàu chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 200 - 20t (m/s)$. Hỏi thời gian tàu đi được quãng đường $750 m$ (kể từ lúc bắt đầu đạp phanh) ít hơn bao nhiêu giây so với lúc tàu dừng hẳn.
- A. $10 s$. B. $5 s$. C. $15 s$. D. $8 s$.

Lời giải

Chọn B

Khi tàu dừng hẳn, vận tốc $v = 0 \Rightarrow 200 - 20t = 0 \Leftrightarrow t = 10$.

Suy ra, thời gian để tàu dừng hẳn (kể từ lúc bắt đầu đạp phanh) là $t = 10 s$.

Giả sử thời gian tàu đi được quãng đường $750 m$ (kể từ lúc bắt đầu đạp phanh) là: $x (0 < x < 10)$

Ta có: $\int_0^x (200 - 20t) dt = 750 \Leftrightarrow (200t - 10t^2) \Big|_0^x = 750$.

$$\Leftrightarrow -10x^2 + 200x - 750 = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 (\text{loại}). \\ x = 5. \end{cases}$$

Khi đó thời gian tàu đi được quãng đường $750 m$ (kể từ lúc bắt đầu đạp phanh) ít hơn giây so với lúc tàu dừng hẳn là $t' = 10 - 5 = 5 (s)$.

- Câu 7.** Tính thể tích khối tròn xoay được tạo nên khi cho hình phẳng (H) quay quanh Ox . Biết (H) giới hạn bởi các đường $y = x$ và $y = \sqrt{x}$.
- A. A. 3π . B. $\frac{\pi}{30}$. C. $\frac{\pi}{15}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $x = \sqrt{x} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Ta có: $V = \pi \int_0^1 |x^2 - x| dx = \pi \int_0^1 (x^2 - x) dx = \pi \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \pi \left| -\frac{1}{6} \right| = \frac{\pi}{6}$

- Câu 8.** Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $y = e^x + \sin x$ trên \mathbb{R} ?

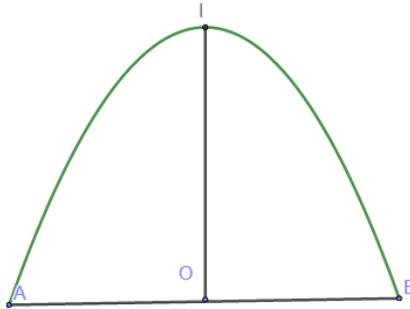
- A. $F(x) = \frac{e^{x+1}}{x+1} - \cos x$. B. $F(x) = \cos x - e^x$. C. $F(x) = e^x + \cos x$. **D. $F(x) = e^x - \cos x$.**

Lời giải

Chọn D

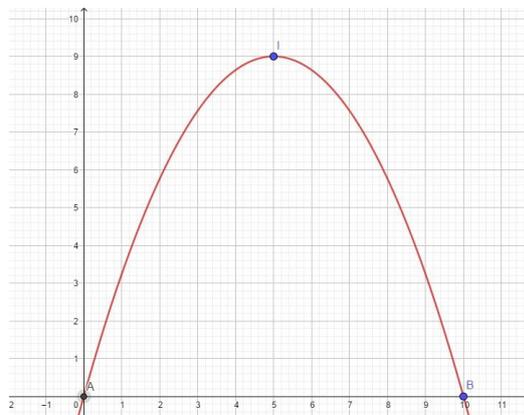
Ta có $F(x) = \int (e^x + \sin x) dx = e^x - \cos x$.

Câu 9. Người ta xây dựng một đường hầm hình parabol đi qua núi có chiều cao $OI = 9m$, chiều rộng $AB = 10m$ (hình vẽ). Tính diện tích của đường hầm.



- A. $90m^2$. B. $50m^2$. **C. $60m^2$.** D. $120m^2$.

Lời giải



Chọn C

Đưa parabol vào hệ trục Oxy ta tìm được phương trình là: $y = -\frac{9}{25}x^2 + \frac{18}{5}x$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = -\frac{9}{25}x^2 + \frac{18}{5}x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = 10$ là:

$$S = \int_0^{10} \left(-\frac{9}{25}x^2 + \frac{18}{5}x \right) dx = \int_0^{10} \left(-\frac{9}{25}x^2 + \frac{18}{5}x \right) dx = \left(-\frac{9}{75}x^3 + \frac{9}{5}x^2 \right) \Big|_0^{10} = 60.$$

Câu 10. Tính $\int \sin 3x \cdot \sin 2x \cdot dx$.

- A. $\sin x + \sin 5x + C$ B. $\frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{10} \cos 5x + C$
C. $\frac{1}{2} \sin x - \frac{1}{10} \sin 5x + C$ D. $-\frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{10} \sin 5x + C$.

Lời giải

Chọn C

+) Áp dụng công thức biến tích thành tổng ta có $\sin 3x \cdot \sin 2x = \frac{1}{2}(\cos x - \cos 5x)$. Do đó

$$\int \sin 3x \cdot \sin 2x \cdot dx = \frac{1}{2} \int (\cos x - \cos 5x) dx = \frac{1}{2} \sin x - \frac{1}{10} \sin 5x + C.$$

Câu 11. Công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a; x = b$ với $a < b$ là

A. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$

B. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right| + \left| \int_a^b g(x) dx \right|.$

D. $S = \int_a^b |f(x)| dx + \int_a^b |g(x)| dx.$

Lời giải

Chọn B

Câu 12. Cho tích phân : $I = \int_0^2 \frac{1}{x^2 + 4} dx = \frac{\pi}{b} + c (b; c \in \mathbb{Z}, b \neq 0)$. Tính $b + c$.

A. 8.

B. 7.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

+) Ta tính $I = \int_0^2 \frac{1}{x^2 + 4} dx$

+) Đặt $x = 2 \cdot \tan t \Rightarrow dx = 2 \cdot \frac{1}{\cos^2 t} dt$

+) Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0$.

$$x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}.$$

+) $I = \int_0^2 \frac{1}{x^2 + 4} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{4 \tan^2 t + 4} \cdot \frac{2}{\cos^2 t} dt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} dt = \frac{\pi}{8} \Rightarrow \begin{cases} b = 8 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow b + c = 8.$

Câu 13. Phần thực và phần ảo của số phức $z = -2 - 3i$ lần lượt là:

A. $-2; -3i$.

B. $-2; -3$.

C. $-3; -2$.

D. $-3i; 2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 14. Mô đun của số phức $z = 4 + 3i$ bằng

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. -1 .

Lời giải

Chọn C

Ta có $|z| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Câu 15. Số phức liên hợp của số phức $z = -5 + 12i$ là:

- A. $\bar{z} = 12i$. B. $\bar{z} = 5 + 12i$. C. $\bar{z} = 13$. D. $\bar{z} = -5 - 12i$.

Lời giải

Chọn D

Câu 16. Biểu diễn hình học của số phức $z = 12 - 5i$ trong mặt phẳng phức là điểm có tọa độ

- A. (12; 0). B. (-5; 12). C. (12; -5). D. (-5; 0).

Lời giải

Chọn C

Biểu diễn hình học của số phức $z = a + bi$ là điểm có tọa độ $(a; b)$.

Số phức $z = 12 - 5i$ có $a = 12$, $b = -5$.

Vậy biểu diễn hình học của số phức $z = 12 - 5i$ trong mặt phẳng phức là điểm có tọa độ (12; -5).

Câu 17. Phần thực và phần ảo của số phức $z = (4 + 5i) - (5 - 2i)$ lần lượt là

- A. -2; 4. B. -1; 7. C. 3; 5. D. 1; 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = (4 + 5i) - (5 - 2i) = (4 - 5) + (5 + 2)i = -1 + 7i$.

Vậy phần thực và phần ảo của số phức z lần lượt là -1; 7.

Câu 18. Cho số phức $z = (2a - 1) + 3bi + 5i$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Với giá trị nào của b thì z là số thực?

- A. $-\frac{5}{3}$. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = (2a - 1) + 3bi + 5i = (2a - 1) + (3b + 5)i$.

Do đó, z là số thực khi và chỉ khi $3b + 5 = 0 \Leftrightarrow b = -\frac{5}{3}$.

Câu 19. Tìm môđun của số phức z biết $(1 - i)z = 6 + 8i$.

- A. $2\sqrt{5}$. B. $5\sqrt{2}$. C. 5. D. $7\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = \frac{6 + 8i}{1 - i} = \frac{(6 + 8i)(1 + i)}{2} = \frac{-2 + 14i}{2} = -1 + 7i$.

Vậy $|z| = \sqrt{(-1)^2 + 7^2} = 5\sqrt{2}$.

Câu 20. Tìm số phức z biết $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$.

- A.** $z = 2 - i$. **B.** $z = 2 + i$. **C.** $z = -2 + i$. **D.** $z = -2 - i$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Theo bài ta có:

$$a + bi - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i \Leftrightarrow -a - 3b + i(3b - 3a) = 1 - 9i.$$

Theo định nghĩa hai số phức bằng nhau ta có hệ:

$$\begin{cases} -a - 3b = 1 \\ -3a + 3b = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow z = 2 - i.$$

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - (3 + 4i)| = 2$ là một đường tròn có phương trình:

- A.** $x^2 + y^2 = 5$. **B.** $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$.
C. $x^2 + y^2 - 2x = 0$. **D.** $x^2 + y^2 = 4$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Theo bài ta có:

$$|x + iy - (3 + 4i)| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x - 3)^2 + (y - 4)^2} = 2 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ là đường tròn tâm $I(3; 4)$, $R = 2$

Câu 22. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Khi đó, phần thực của $z_1^2 + z_2^2$ là

- A.** 12. **B.** -13. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = 4^2 - 2.5 = 6$, với $z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = 4$ và $z_1z_2 = \frac{c}{a} = 5$

Câu 23. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $2z + \bar{z} = 3 + i$. Giá trị của biểu thức $3a + b$ là

- A.** 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Với $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$ thay vào phương trình $2z + \bar{z} = 3 + i$, ta được

$$2z + \bar{z} = 3 + i \Leftrightarrow 2(a + bi) + (a - bi) = 3 + i \Leftrightarrow 3a + bi = 3 + i \Rightarrow a = 1, b = 1$$

Vậy $3a + b = 3.1 + 1 = 4$

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$ khi đó tọa độ của vectơ \vec{a} là

- A. $(2; 0; 0)$. B. $(0; 3; 0)$. C. $(0; 0; -5)$. **D. $(2; 3; -5)$.**

Lời giải

Chọn D

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (2; 3; -5)$$

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2; 4; 3)$, $B(1; 2; 1)$. Khi đó tọa độ của vectơ \overline{AB} là:

- A. $(3; -2; -2)$.** B. $(-3; 2; 2)$. C. $(-2; 3; 4)$. D. $(3; 2; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$ với $A(-2; 4; 3)$, $B(1; 2; 1)$

Ta có $\overline{AB} = (3; -2; -2)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 25$. Khi đó tọa độ tâm của mặt cầu (S) là:

- A. $(-1; 0; 0)$. **B. $(1; -1; 0)$.** C. $(1; 0; 1)$. D. $(2; 3; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Dễ thấy tọa độ tâm của mặt cầu (S) là: $I(1; -1; 0)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}(2; 3; 6)$. Khi đó độ dài của vectơ \vec{a} là:

- A. 5. B. 6. **C. 7.** D. -7.

Lời giải

Chọn C

Độ dài của vectơ \vec{a} bằng $|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = \sqrt{49} = 7$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}(2; 3; 1)$, $\vec{b}(-2; 1; 2)$. Khi đó $[\vec{a}; \vec{b}]$ có tọa độ

- A. $(0; 4; 3)$. **B. $(5; -6; 8)$.** C. $(2; 0; 1)$. D. $(2; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } [\vec{a}; \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} \right) = (5; -6; 8).$$

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}(1; 3; 3)$, $\vec{b}(-1; 1; 2)$. Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b}$ có giá trị bằng

- A. -1. B. 18. **C. 8.** D. -8.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot (-1) + 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 8$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$; $B(-1; 4; 1)$. Khi đó trung điểm của đoạn AB là điểm I có tọa độ

- A. $(0; 2; 4)$. B. $(2; -6; 4)$. C. $(2; 0; 1)$. D. $(0; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ trung điểm $I(x_I; y_I; z_I)$ của đoạn thẳng AB là

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 0 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 1 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow I(0; 1; 2).$$

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z - 10 = 0$ và điểm $A(1; 0; 1)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Điểm A nằm ngoài mặt cầu (S) . B. Điểm A nằm trong mặt cầu (S) .
C. Điểm A nằm trên mặt cầu (S) . D. $OA = 2$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu có tâm $I(-1; 1; -2)$, bán kính $R = \sqrt{16} = 4$.

$$\vec{IA} = (2; -1; 3) \Rightarrow IA = \sqrt{14} < R.$$

Vậy điểm A nằm trong mặt cầu (S) .

B. Câu 32. Cho ba điểm $A(1; 0; -2)$, $B(2; 1; -1)$, $C(1; -2; 2)$ và điểm E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCE$ thì tọa độ của E là

- A. $(2; -1; -3)$. B. $(0; -1; 3)$. C. $(0; -3; 1)$. D. $(2; -3; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $E(x_E; y_E; z_E)$.

$$ABCE \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_E \\ y_A + y_C = y_B + y_E \\ z_A + z_C = z_B + z_E \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 0 \\ y_E = -3 \\ z_E = 1 \end{cases}.$$

Vậy $E(0; -3; 1)$.

- C. **Câu 33.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z - 12 = 0$. Khi đó mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là
- A. $\vec{n} = (2; 3; 5)$. B. $\vec{n} = (2; -3; 5)$. C. $\vec{n} = (-2; -3; -5)$. D. $\vec{n} = (-2; 3; 5)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (2; -3; 5)$.

- Câu 34.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z - 3 = 0$. Khi đó, mặt phẳng (P) đi qua điểm
- A. $A(0; 0; 1)$. B. $B(1; 1; 3)$. C. $C(2; 0; -1)$. D. $D(2; 3; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ điểm $A(0; 0; 1)$ vào phương trình mặt phẳng (P) ta được: $0 - 0 + 1 - 3 = 0$ (sai).

Vậy điểm $A \notin (P)$.

Thay tọa độ điểm $B(1; 1; 3)$ vào phương trình mặt phẳng (P) ta được: $1 - 1 + 3 - 3 = 0$ (đúng).

Vậy điểm $B \in (P)$.

Thay tọa độ điểm $C(2; 0; -1)$ vào phương trình mặt phẳng (P) ta được: $2 - 0 - 1 - 3 = 0$ (sai).

Vậy điểm $C \notin (P)$.

Thay tọa độ điểm $D(2; 3; 2)$ vào phương trình mặt phẳng (P) ta được: $2 - 3 + 2 - 3 = 0$ (sai).

Vậy điểm $D \notin (P)$.

- Câu 35.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z - 3 = 0$ và $(Q): x - y + z + 5 = 0$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?
- A. $(P) \perp (Q)$. B. $(P) // (Q)$.
 C. $(P) \equiv (Q)$. D. (P) cắt (Q) và (P) không vuông góc với (Q)

Lời giải

Chọn A

Vì $\frac{1}{1} = \frac{-1}{-1} = \frac{1}{1} \neq \frac{-3}{5}$ nên $(P) // (Q)$.

- Câu 36.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ có phương trình
- A. $x + y + z + 6 = 0$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.
 C. $x - y + 2 = 0$. D. $y + z = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ có phương trình theo đoạn chắn là $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$ cho (P) đi qua $A(1;1;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;2;1)$ khi đó phương trình của mặt phẳng (P) là:

- A.** $x+2y+z-4=0$. **B.** $x-y+2=0$. **C.** $x-2y+3z-1=0$. **D.** $2x+3y-z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;1;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;2;1)$ là:

$$1.(x-1)+2.(y-1)+1.(z-1)=0 \Leftrightarrow x+2y+z-4=0.$$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$ cho (P) đi qua $A(1;-1;2)$ và $(P) \parallel (Q): x-2y-z+5=0$. Khi đó phương trình của mặt phẳng (P) có dạng:

- A.** $x-y-z=0$. **B.** $x-2y-z-1=0$. **C.** $x-2y-z+1=0$. **D.** $2x+3y-z-1=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(P) \parallel (Q)$ nên suy ra vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1;-2;-1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(1;-1;2)$ suy ra phương trình mặt phẳng (P) là:

$$1.(x-1)-2.(y+1)-1.(z-2)=0 \Leftrightarrow x-2y-z-1=0.$$

Câu 39. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB với $A(2;1;4)$ và $B(-2;-3;2)$ có dạng:

- A.** $2x+2y+z-1=0$. **B.** $x-y+2=0$. **C.** $x+3z-1=0$. **D.** $2x+2y+z+1=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ $(0;-1;3)$.

Vectơ $\vec{AB}(-4;-4;-2)$ cùng phương với vectơ $\vec{n}(2;2;1)$

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua I nhận \vec{AB} làm vectơ pháp tuyến hay nhận \vec{n} làm vectơ pháp tuyến có phương trình:

$$2(x-0)+2.(y+1)+(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x+2y+z-1=0.$$

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): mx-2y+z-2m+10=0$ và $(Q): x-y+z-15=0$. Tìm m để $(P) \perp (Q)$.

- A.** $m=-3$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{n}_{(P)} = (m; -2; 1)$, $\vec{n}_{(Q)} = (1; -1; 1)$.

Để $(P) \perp (Q)$ thì $\vec{n}_{(P)} \perp \vec{n}_{(Q)} \Leftrightarrow \vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)} = 0 \Leftrightarrow m \cdot 1 + (-2) \cdot (-1) + 1 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow m = -3$.

Câu 41. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y + 3z + 3 = 0$ có dạng

- A.** $x - 2y + z - 2 = 0$. **B.** $x - 2 = 0$. **C.** $y - z - 1 = 0$. **D.** $x - 2y + z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{AB} = (1; 1; 1)$, $\vec{n}_{(Q)} = (1; 2; 3)$

Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q) nên

$$\vec{n}_{(P)} = [\vec{AB}; \vec{n}_{(Q)}] = (1; -2; 1)$$

Suy ra phương trình mặt phẳng (Q) có dạng

$$(Q): 1(x-1) - 2(y-0) + 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + z - 2 = 0.$$

Câu 42. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{1}$. Khi đó Δ đi qua điểm M có tọa độ

- A.** $(2; 3; 0)$. **B.** $(0; 0; 1)$. **C.** $(1; -1; 2)$. **D.** $(0; 2; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Để thấy Δ đi qua điểm $M(2; 3; 0)$.

Câu 43. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+1}{1}$ khi đó Δ có một véc tơ chỉ phương là

- A.** $\vec{u} = (2; 3; 1)$. **B.** $\vec{u} = (2; -3; 1)$. **C.** $\vec{u} = (2; 3; -2)$. **D.** $\vec{u} = (1; 2; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Δ có một véc tơ chỉ phương là: $\vec{u} = (2; -3; 1)$.

Câu 44. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ khi đó Δ đi qua điểm M có tọa độ là

- A.** $(2; 3; 0)$. **B.** $(2; 3; 1)$. **C.** $(1; 2; 1)$. **D.** $(1; 5; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Δ đi qua điểm M có tọa độ là $(2;3;1)$.

Câu 45. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1-t \\ y=1+t (t \in \mathbb{R}) \\ z=1+t \end{cases}$ và $(P): 2x+y+z-4=0$ khi đó khẳng định nào sau đây

là đúng?

A. $\Delta // (P)$.

B. $\Delta \subset (P)$.

C. $\Delta \perp (P)$.

D. Δ cắt (P) và không vuông góc với (P)

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{u}_\Delta = (-1;1;1); \vec{n}_P = (2;1;1)$.

Nhận thấy $\vec{u}_\Delta \cdot \vec{n}_P = -2+1+1=0 \Rightarrow \vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_P$.

Mặt khác $M(1;1;1) \in \Delta$ và $M \in (P)$, suy ra $\Delta \subset (P)$.

Câu 46. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(1;1;1)$ và có vecto chỉ phương $\vec{u} = (1;-2;3)$ là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t (t \in \mathbb{R}) \\ z=1+t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t (t \in \mathbb{R}) \\ z=1+3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+t (t \in \mathbb{R}) \\ z=3+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+2t (t \in \mathbb{R}) \\ z=3+2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(1;1;1)$ và có vecto chỉ phương $\vec{u} = (1;-2;3)$

là: $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t (t \in \mathbb{R}) \\ z=1+3t \end{cases}$

Câu 47. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;0)$ và vuông góc với $(P): x-y-2z-3=0$ là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{2}$.

B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(P): x - y - 2z - 3 = 0 \Rightarrow$ vecto pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = (1; -1; -2)$.

Vì đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) nên vecto pháp tuyến của (P) chính là vecto chỉ phương của đường thẳng $\Delta \Rightarrow$ vecto chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_{\Delta} = (1; -1; -2)$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 2; 0)$ và có vecto chỉ phương $\vec{u}_{\Delta} = (1; -1; -2)$ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-2}$.

Câu 48. Cho điểm $A(1; 2; -1)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 - t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases}$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của

điểm A lên đường thẳng Δ là

A. $(2; 2; -1)$.

B. $(2; 1; 0)$.

C. $(1; 1; 1)$.

D. $(2; -1; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi B là hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng Δ

$\Rightarrow B \in \Delta \Rightarrow B(2; 1-t; t) \ (t \in \mathbb{R})$.

Ta có $\vec{AB} = (1; -t-1; t+1)$, $\Delta: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases} \Rightarrow$ vecto chỉ phương của đường thẳng Δ là

$\vec{u}_{\Delta} = (0; -1; 1)$.

Vì B là hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng Δ nên $AB \perp \Delta$

$\Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{u}_{\Delta} = 0 \Rightarrow 0 \cdot 1 - 1(-t-1) + 1(t+1) = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow B(2; 2; -1)$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; 1; 1), B(0; 1; 4)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ **D.**

$\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng AB đi qua $A(2;1;1)$, có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}(-2;0;3)$ nên có phương

$$\text{trình tham số là: } \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(2;3;-1)$, đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z-3}{1}$.

A. $d: \frac{x-1}{6} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+1}{2}$.

B. $d: \frac{x-2}{6} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+1}{-32}$.

C. $d: \frac{x+2}{6} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{-32}$.

D. $d: \frac{x-6}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z+32}{-1}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu của A trên Δ thì AH là đường thẳng đi qua A , vuông góc và cắt Δ tại H ($AH \equiv d$).

$$H \in \Delta \Leftrightarrow H(2t; 4t; 3+t) \Rightarrow \overrightarrow{AH}(2t-2; 4t-3; 4+t);$$

$\vec{u}_\Delta = (2; 4; 1)$ là một vectơ chỉ phương của Δ .

$$\overrightarrow{AH} \perp \vec{u}_\Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow 2(2t-2) + 4(4t-3) + (4+t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4}{7} \Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(-\frac{6}{7}; -\frac{5}{7}; \frac{32}{7} \right).$$

Đường thẳng d đi qua $A(2;3;-1)$, nhận $\vec{u} = -7\overrightarrow{AH} = (6; 5; -32)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình là: $\frac{x-2}{6} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+1}{-32}$.

Đề: 18

Đề ôn tập kiểm tra cuối kỳ 2. Môn Toán Lớp 12
File word Full lời giải chi tiết

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 1 = 0$. Xác định tâm I và tính bán kính R của mặt cầu đã cho.
 (A). $I(1; -3; 0), R = 3$. (B). $I(2; -6; 0), R = 40$.
 (C). $I(-1; 3; 0), R = 3$. (D). $I(1; -3; 0), R = \sqrt{11}$.
- Câu 2:** Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và có vector chỉ phương $\vec{a}(1; -4; 5)$.
 (A). $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -4 + 2t \\ z = -5 + 3t \end{cases}$ (B). $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 5t \end{cases}$ (C). $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 4t \\ z = 3 + 5t \end{cases}$ (D). $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -4 - 2t \\ z = -5 - 3t \end{cases}$
- Câu 3:** Tìm một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$.
 (A). $\vec{n}(2; 1; 3)$. (B). $\vec{n}(2; -1; 3)$. (C). $\vec{n}(-2; -1; 3)$. (D). $\vec{n}(2; -1; -3)$.
- Câu 4:** Tính $I = \int_0^1 (1-x)e^x dx$.
 (A). e . (B). $e - 2$. (C). $2 - e$. (D). $e + 2$.
- Câu 5:** Xác định tọa độ điểm biểu diễn cho số phức $z = 2 - 3i$.
 (A). $(-2; 3)$. (B). $(2; 3)$. (C). $(2; -3)$. (D). $(-2; -3)$.
- Câu 6:** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho $\vec{a}(3; 2; 1), \vec{b}(3; 2; 5)$. Xác định tọa độ vecto tích có hướng $[\vec{a}, \vec{b}]$ của hai vecto đã cho?
 (A). $(0; 8; -12)$. (B). $(8; -12; 5)$. (C). $(0; 8; 12)$. (D). $(8; -12; 0)$.
- Câu 7:** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 1, y = 0, x = 0, x = 1$ quay xung quanh trục Ox . Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành?
 (A). $\frac{79\pi}{63}$. (B). $\frac{5\pi}{4}$. (C). $\frac{23\pi}{14}$. (D). 9π .
- Câu 8:** Với giá trị nào của tham số m thì đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{m}$ song song với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$?
 (A). 4. (B). 2. (C). 3. (D). 1.
- Câu 9:** Gọi $z_1; z_2$ là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$?
 (A). $2\sqrt{3}$. (B). $\sqrt{3}$. (C). 2. (D). 6.
- Câu 10:** Xác định mặt phẳng song song với trục Oz trong các mặt phẳng sau?
 (A). $x = 1$. (B). $x + y + z = 0$. (C). $z = 1$. (D). $x + z = 1$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_1^3 f(x) dx = 5$ và $\int_{-1}^3 f(x) dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$?

- (A). $I = 4$. (B). $I = -6$. (C). $I = 6$. (D). $I = -4$.

Câu 12: Tính khoảng cách từ điểm $M(3;0;0)$ đến mặt phẳng (Oxy) ?

- (A). 0. (B). 2. (C). 1. (D). $\sqrt{2}$.

Câu 13: Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^3 x \cdot \cos x dx$.

- (A). 5. (B). 6. (C). $\frac{1}{64}$. (D). 4.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z - 3 = 0$ và $(\beta): 3x - 4y + 5z = 0$. Xác định góc tạo bởi hai mặt phẳng (α) và (β) ?

- (A). 45° . (B). 90° . (C). 30° . (D). 60° .

Câu 15: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 2$?

- (A). $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 2x + C$. (B). $F(x) = \frac{x^4}{3} + 3x^2 + 2x + C$.

- (C). $F(x) = 3x^2 + 3x + C$. (D). $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 2x + C$.

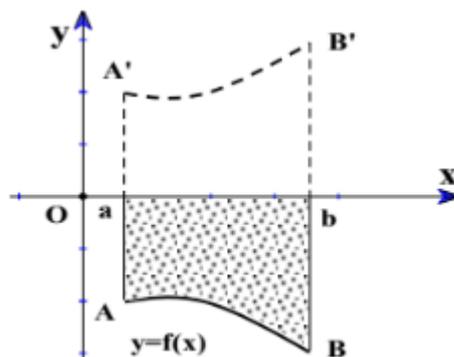
Câu 16: Xác định số phức $z = \frac{3-4i}{4-i}$?

- (A). $\frac{16}{15} - \frac{11}{15}i$. (B). $\frac{9}{25} - \frac{23}{25}i$. (C). $\frac{9}{25} - \frac{4}{25}i$. (D). $\frac{16}{17} - \frac{13}{17}i$.

Câu 17: Tính phần ảo của số phức $z = (2+3i) \cdot (2-3i)$.

- (A). 13. (B). 0. (C). $-9i$. (D). $13i$.

Câu 18: Ký hiệu S là diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số liên tục $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ như trong hình vẽ (Phần chấm đen). Tìm khẳng định **sai**?



- (A). $S = \int_a^b (-f(x)) dx$. (B). $S = \int_a^b f(x) dx$. (C). $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. (D). $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4z + 12 = 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây **đúng**?

- Ⓐ. Mặt phẳng (α) tiếp xúc mặt cầu (S) .
- Ⓑ. Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn.
- Ⓒ. Mặt phẳng (α) đi qua tâm của mặt cầu (S) .
- Ⓓ. Mặt phẳng (α) không cắt mặt cầu (S) .

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(2;-1;2)$, $B'(1;2;1)$, $C(-2;3;2)$, $D'(3;0;1)$. Tìm tọa độ điểm B .

- Ⓐ. $B(-1;2;2)$.
- Ⓑ. $B(2;-2;1)$.
- Ⓒ. $B(1;-2;-2)$.
- Ⓓ. $B(2;-1;2)$.

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;c]$ và $a < b < c$. Biết

$$\int_a^b f(x)dx = -10, \int_c^a f(x)dx = -5. \text{ Tính } \int_c^b f(x)dx?$$

- Ⓐ. 15.
- Ⓑ. -15.
- Ⓒ. -5.
- Ⓓ. 5.

Câu 22: Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{e^x}{x}$ trên $(0; +\infty)$ và $I = \int_1^3 \frac{e^{3x}}{x} dx$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- Ⓐ. $I = F(4) - F(2)$.
- Ⓑ. $I = F(6) - F(3)$.
- Ⓒ. $I = F(9) - F(3)$.
- Ⓓ. $I = F(3) - F(1)$.

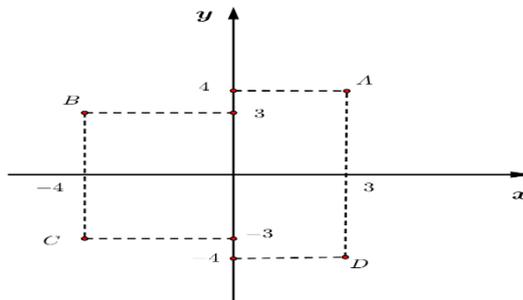
Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) song song với hai đường

$$\text{thẳng giả sử } \Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}, \Delta_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=3+2t \\ x=1-t \end{cases}. \text{ Tìm một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng}$$

(P) ?

- Ⓐ. $\vec{n}_p = (-5; -6; 7)$.
- Ⓑ. $\vec{n}_p = (-5; 6; -7)$.
- Ⓒ. $\vec{n}_p = (5; -6; 7)$.
- Ⓓ. $\vec{n}_p = (-5; 6; 7)$.

Câu 24: Trong mặt phẳng phức (hình dưới), số phức $z = 3 - 4i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm trên hình vẽ?



- Ⓐ. Điểm A .
- Ⓑ. Điểm D .
- Ⓒ. Điểm C .
- Ⓓ. Điểm B .

Câu 25: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, trục hoành, trục tung, đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích V hình tròn xoay sinh bởi (H) khi (H) quay quanh trục Ox ?

- Ⓐ. $V = \frac{7\pi}{8}$.
- Ⓑ. $V = \frac{8\pi}{15}$.
- Ⓒ. $V = \frac{15\pi}{8}$.
- Ⓓ. $V = \frac{4\pi}{3}$.

Câu 26: Tìm một họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{e^{4x-2}}$?

Ⓐ. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}.e^{2x-1} + C.$

Ⓑ. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}.\sqrt{e^{2x-1}} + C.$

Ⓒ. $\int f(x)dx = e^{2x-1} + C.$

Ⓓ. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}.e^{4x-2} + C.$

Câu 27: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}; a \neq 0$). Xác định kết quả của phép toán $z + \bar{z}$?

Ⓐ. 0.

Ⓑ. Số thuần ảo.

Ⓒ. Số thực.

Ⓓ. 2.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(3; 2; -5)$ và vuông

góc với đường thẳng $d : \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 6 \end{cases}$?

Ⓐ. $2x + y + z - 3 = 0.$

Ⓑ. $2x - y - 8 = 0.$

Ⓒ. $2x + y - 5 = 0.$

Ⓓ. $2x + y - 8 = 0.$

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d) : \frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{1-z}{-2}$ và

$(d') : \begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 6t \\ z = -1 + 4t \end{cases}; (t \in \mathbb{R})$. Xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng (d) và (d') ?

Ⓐ. (d) và (d') cắt nhau.

Ⓑ. (d) và (d') song song với nhau.

Ⓒ. (d) và (d') trùng nhau.

Ⓓ. (d) và (d') chéo nhau.

Câu 30: Cho biết $\int_{-1}^5 f(x)dx = 15$. Tính giá trị của $P = \int_0^2 [f(5-3x) + 7]dx$?

Ⓐ. $P = 27.$

Ⓑ. $P = 15.$

Ⓒ. $P = 37.$

Ⓓ. $P = 19.$

Câu 31: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3), B(3; 0; 1)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB ?

Ⓐ. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3.$

Ⓑ. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 3.$

Ⓒ. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 3.$

Ⓓ. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 12.$

Câu 32: Cho số phức $z = a + bi \neq 0$. Xác định phần ảo của số phức z^{-1} ?

Ⓐ. $a - b.$

Ⓑ. $\frac{-b}{a^2 + b^2}.$

Ⓒ. $\frac{a}{a^2 + b^2}.$

Ⓓ. $a^2 + b^2.$

Câu 33: Trong không gian $(Oxyz)$ cho mặt phẳng $(P) : x - y + z + 1 = 0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào cắt mặt phẳng (P) ?

Ⓐ. $d_3 : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Ⓑ. $d_4 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}$

Ⓒ. $d_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{2}.$

Ⓓ. $d_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{1}.$

Câu 34: Trong không gian tọa độ $(Oxyz)$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 6z + 2 = 0$ cắt mặt phẳng (Oxz) theo một đường tròn, xác định bán kính của đường tròn giao tuyến đó?

- (A). $3\sqrt{2}$. (B). $4\sqrt{2}$. (C). 5. (D). $2\sqrt{2}$.

Câu 35: Cho hai số phức z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Tính môđun của số phức $w = (z_1 + z_2)i + z_1z_2$?

- (A). $|w| = \sqrt{185}$. (B). $|w| = 3$. (C). $|w| = \sqrt{17}$. (D). $|w| = \sqrt{153}$.

Câu 36: Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 + x - 2$, $y = x + 2$ và hai đường thẳng $x = -2$, $x = 3$. Tính diện tích của (H) .

- (A). 10. (B). 13. (C). 12. (D). 11.

Câu 37: Trong mặt phẳng Oxy , gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z = 2 + 5i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z' = -2 + 5i$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau?

- (A). Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành.
 (B). Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung.
 (C). Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.
 (D). Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O .

Câu 38: Cho số phức $z = a + bi$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau?

- (A). $|z^2| = |z|^2$. (B). $z\bar{z} = a^2 - b^2$. (C). $z - \bar{z} = 2a$. (D). $z + \bar{z} = 2bi$.

Câu 39: Biết tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x} dx = \frac{\sqrt{3}\pi}{a} + b \ln 2$; ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính giá trị của biểu thức $a + b$?

- (A). -1 (B). 0. (C). 2. (D). 1.

Câu 40: Biết $I = \int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx = 4 + a \ln 2 + b \ln 5$; ($a, b \in \mathbb{Z}$). Tính $S = a + b$?

- (A). $S = 11$. (B). $S = 5$. (C). $S = 9$. (D). $S = -3$.

Câu 41: Biết $F(x) = 6\sqrt{1-x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{a}{\sqrt{1-x}}$. Tính giá trị của a ?

- (A). -3. (B). $\frac{1}{6}$. (C). 3. (D). 6.

Câu 42: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{\ln x}$, $y = 0$, $x = e$ quay quanh trục Ox . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành?

- (A). $\pi \frac{4e^3 + 1}{9}$. (B). $\pi \frac{4e^3 - 1}{9}$. (C). $\pi \frac{2e^3 - 1}{9}$. (D). $\pi \frac{2e^3 + 1}{9}$.

Câu 43: Tìm số phức z biết rằng $\frac{1}{\bar{z}} = \frac{1}{1-2i} - \frac{1}{(1+2i)^2}$?

- (A). $z = \frac{10}{13} + \frac{35}{26}i$. (B). $z = \frac{10}{13} - \frac{14}{25}i$. (C). $z = \frac{8}{25} - \frac{14}{25}i$. (D). $z = \frac{8}{25} + \frac{14}{25}i$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x f(\cos^2 x) dx = \int_1^8 \frac{f(\sqrt[3]{x})}{x} dx = 6$. Tính tích phân $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{f(x^2)}{x} dx$?

- (A). 10. (B). 6. (C). 7. (D). 4.

Câu 45: Cho $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx$ có kết quả dạng $I = \ln a + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tìm khẳng định **đúng**?

- Ⓐ. $\frac{1}{a} - b = 1$. Ⓑ. $4a^2 + 9b^2 = 11$. Ⓒ. $2a + 3b = 3$. Ⓓ. $2ab = 1$.

Câu 46: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm A biểu diễn số phức $z_1 = 1 + 2i$. B là điểm thuộc đường thẳng $y = 2$ sao cho tam giác OAB cân tại O . Điểm B biểu diễn số phức nào sau đây?

- Ⓐ. $z = -1 - 2i$. Ⓑ. $z = 2 + 2i$. Ⓒ. $\begin{cases} z = 1 + 2i \\ z = -1 + 2i \end{cases}$. Ⓓ. $z = 1 - 2i$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(a + 4b)x + 2(a - b + c)y + 2(b - c)z + d = 0$, tâm I nằm trên mặt phẳng (α) cố định. Biết rằng $4a + b - 2c = 4$, tìm khoảng cách từ điểm $D(1; 2; -2)$ đến mặt phẳng (α) ?

- Ⓐ. $\frac{9}{\sqrt{15}}$. Ⓑ. $\frac{1}{\sqrt{314}}$. Ⓒ. $\frac{1}{\sqrt{915}}$. Ⓓ. $\frac{15}{\sqrt{23}}$.

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn độ dài AM nhỏ nhất. Xác định tọa độ của điểm M

- Ⓐ. $(0; 3; 0)$. Ⓑ. $(2; 3; 5)$. Ⓒ. $(3; 5; 0)$. Ⓓ. $(2; 3; 0)$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(a + 4b)x + 2(a - b + c)y + 2(b - c)z + d = 0$, tâm I nằm trên mặt phẳng (α) cố định. Biết rằng $4a + b - 2c = 4$, tìm khoảng cách từ điểm $D(1; 2; -2)$ đến mặt phẳng (α) ?

- Ⓐ. $\frac{9}{\sqrt{15}}$. Ⓑ. $\frac{1}{\sqrt{314}}$. Ⓒ. $\frac{1}{\sqrt{915}}$. Ⓓ. $\frac{15}{\sqrt{23}}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn độ dài AM nhỏ nhất. Xác định tọa độ của điểm M

- Ⓐ. $(0; 3; 0)$. Ⓑ. $(2; 3; 5)$. Ⓒ. $(3; 5; 0)$. Ⓓ. $(2; 3; 0)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.B	4.B	5.C	6.D	7.C	8.A	9.D	10.A
11.D	12.A	13.C	14.C	15.D	16.D	17.A	18.B	19.D	20.A
21.B	22.B	23.D	24.B	25.B	26.A	27.C	28.D	29.B	30.D
31.C	32.B	33.C	34.D	35.A	36.B	37.B	38.A	39.C	40.B
41.A	42.D	43.A	44.C	45.A	46.C	47.C	48.D	49.C	50.D

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 1 = 0$. Xác định tâm I và tính bán kính R của mặt cầu đã cho.

- Ⓐ. $I(1; -3; 0), R = 3$. Ⓑ. $I(2; -6; 0), R = 40$.

C. $I(-1; 3; 0), R = 3.$

D. $I(1; -3; 0), R = \sqrt{11}.$

Lời giải

Chọn A

Từ phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 1 = 0$ suy ra: $a = 1; b = -3; c = 0; d = 1.$

Vì $a^2 + b^2 + c^2 - d = 1 + 9 + 0 - 1 = 9 > 0$ nên phương trình đã cho là phương trình mặt cầu tâm $I(1; -3; 0)$, bán kính $R = 3.$

Câu 2. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}(1; -4; 5).$

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -4 + 2t \\ z = -5 + 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 5t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 4t \\ z = 3 + 5t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -4 - 2t \\ z = -5 - 3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}(1; -4; 5)$ nên có phương trình

tham số: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 5t \end{cases}$

Câu 3. Tìm một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0.$

A. $\vec{n}(2; 1; 3).$

B. $\vec{n}(2; -1; 3).$

C. $\vec{n}(-2; -1; 3).$

D. $\vec{n}(2; -1; -3).$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có phương trình: $2x - y + 3z - 2 = 0$ nên có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2; -1; 3).$

Câu 4. Tính $I = \int_0^1 (1-x).e^x dx.$

A. $e.$

B. $e - 2.$

C. $2 - e.$

D. $e + 2.$

Lời giải

Chọn B

Đặt $u = 1 - x$ và $dv = e^x dx$, ta có $du = -dx$ và $v = e^x$. Do đó

$$\int_0^1 (1-x).e^x dx = (1-x).e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x.(-dx) = (1-x).e^x \Big|_0^1 + e^x \Big|_0^1 = 0 - 1 + e - 1 = e - 2.$$

Vậy $I = e - 2.$

Câu 5. Xác định tọa độ điểm biểu diễn cho số phức $z = 2 - 3i.$

A. $(-2; 3).$

B. $(2; 3).$

C. $(2; -3).$

D. $(-2; -3).$

Lời giải

Chọn C

Số phức $z = 2 - 3i$ nên điểm biểu diễn z có tọa độ là $(2; -3)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho $\vec{a}(3; 2; 1)$, $\vec{b}(3; 2; 5)$. Xác định tọa độ vecto tích có hướng $[\vec{a}, \vec{b}]$ của hai vecto đã cho?

- A. $(0; 8; -12)$. B. $(8; -12; 5)$. C. $(0; 8; 12)$. D. $(8; -12; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Có vecto tích có hướng $[\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \right) = (8; -12; 0)$.

Câu 7. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ quay xung quanh trục Ox . Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành?

- A. $\frac{79\pi}{63}$. B. $\frac{5\pi}{4}$. C. $\frac{23\pi}{14}$. D. 9π .

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành :

$$V = \pi \int_0^1 (x^3 + 1)^2 dx = \pi \int_0^1 (x^6 + 2x^3 + 1) dx = \pi \left(\frac{x^7}{7} + 2\frac{x^4}{4} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{23\pi}{14}$$

Câu 8. Với giá trị nào của tham số m thì đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{m}$ song song với đường

$$\text{thẳng } \Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})?$$

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{m}$ có vecto chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; 2; m)$. và đi qua điểm $M(1; -2; 3)$.

$$\text{Đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ có vecto chỉ phương } \vec{u}_2 = (1; 1; 2)$$

Để thấy $M \notin \Delta$ do đó $d // \Delta$ khi $\vec{u}_1; \vec{u}_2$ cùng phương hay $\frac{2}{1} = \frac{2}{1} = \frac{m}{2} \Rightarrow m = 4$.

Câu 9. Gọi $z_1; z_2$ là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$?

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. 2. D. 6.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$ có nghiệm $z_1 = 1 - \sqrt{2}i; z_2 = 1 + \sqrt{2}i$.

Vậy $|z_1|^2 + |z_2|^2 = |1 - \sqrt{2}i|^2 + |1 + \sqrt{2}i|^2 = (1+2) + (1+2) = 6$.

Câu 10. Xác định mặt phẳng song song với trục Oz trong các mặt phẳng sau?

- A.** $x = 1$. **B.** $x + y + z = 0$. **C.** $z = 1$. **D.** $x + z = 1$.

Lời giải

Chọn A

Trục Oz có vecto chỉ phương $\vec{k}(0;0;1)$ và đi qua $O(0;0;0)$. Mặt phẳng song song với trục Oz phải có vecto pháp tuyến \vec{n} thỏa mãn $\vec{n} \cdot \vec{k} = 0$ và không đi qua $O(0;0;0)$.

Xét đáp án A có vecto pháp tuyến $\vec{n}(1;0;0)$. Vì $\vec{n} \cdot \vec{k} = 0$ và mặt phẳng $x = 1$ không đi qua $O(0;0;0)$ suy ra mặt phẳng song song với trục Oz nên chọn.

Xét đáp án B có $0 + 0 + 0 = 0$ suy ra mặt phẳng $x + y + z = 0$ đi qua $O(0;0;0)$ nên loại.

Xét đáp án C có vecto pháp tuyến $\vec{n}(0;0;1)$. Vì $\vec{n} \cdot \vec{k} = 1 \neq 0$ nên loại.

Xét đáp án D có vecto pháp tuyến $\vec{n}(1;0;1)$. Vì $\vec{n} \cdot \vec{k} = 1 \neq 0$ nên loại.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_1^3 f(x) dx = 5$ và $\int_{-1}^3 f(x) dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$?

- A.** $I = 4$. **B.** $I = -6$. **C.** $I = 6$. **D.** $I = -4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_{-1}^3 f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx = 1 - 5 = -4$.

Câu 12. Tính khoảng cách từ điểm $M(3;0;0)$ đến mặt phẳng (Oxy) ?

- A.** 0 . **B.** 2 . **C.** 1 . **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $d(M; (Oxy)) = |z_M| = 0$.

Câu 13. Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^3 x \cdot \cos x dx$.

- A.** 5 . **B.** 6 . **C.** $\frac{1}{64}$. **D.** 4 .

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$.

Đổi cận :

x	0	$\frac{\pi}{6}$
t	0	$\frac{1}{2}$

$$\text{Khi đó } \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^3 x \cdot \cos x dx = \int_0^{\frac{1}{2}} t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{64} .$$

Cách 2: Sử dụng caiso bấm ra kết quả.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z - 3 = 0$ và $(\beta): 3x - 4y + 5z = 0$. Xác định góc tạo bởi hai mặt phẳng (α) và (β) ?

- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

Lời giải

Chọn C

Gọi φ là góc tạo bởi hai mặt phẳng (α) và (β) .

Ta có $\vec{n}_{(\alpha)} = (2; -1; 1), \vec{n}_{(\beta)} = (3; -4; 5)$.

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(\beta)}|}{|\vec{n}_{(\alpha)}| \cdot |\vec{n}_{(\beta)}|} = \frac{|6 + 4 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 5^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow \varphi = 30^\circ.$$

Câu 15. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 2$?

A. $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 2x + C$.

B. $F(x) = \frac{x^4}{3} + 3x^2 + 2x + C$.

C. $F(x) = 3x^2 + 3x + C$.

D. $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 2x + C$.

Lời giải

Chọn D

Câu 16. Xác định số phức $z = \frac{3-4i}{4-i}$?

- A. $\frac{16}{15} - \frac{11}{15}i$. B. $\frac{9}{25} - \frac{23}{25}i$. C. $\frac{9}{25} - \frac{4}{25}i$. D. $\frac{16}{17} - \frac{13}{17}i$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } z = \frac{3-4i}{4-i} = \frac{(3-4i) \cdot (4+i)}{4^2 + 1} = \frac{12 + 3i - 16i - 4i^2}{17} = \frac{16}{17} - \frac{13}{17}i.$$

Câu 17. Tính phần ảo của số phức $z = (2+3i) \cdot (2-3i)$.

- A. 13. B. 0. C. $-9i$. D. $13i$.

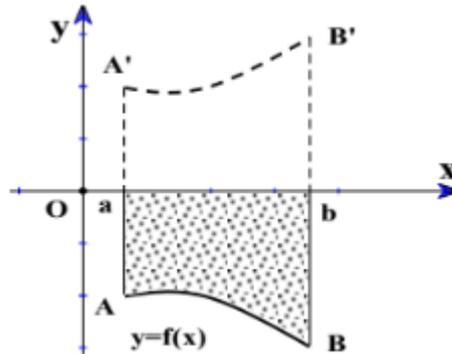
Lời giải

Chọn A

Ta có : $z = (2 + 3i) \cdot (2 - 3i) = 4 - 6i + 6i - 9i^2 = 13$.

01-WT12 Mã Đề 001

Câu 18. Ký hiệu S là diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số liên tục $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ như trong hình vẽ (*Phần chấm đen*). Tìm khẳng định *sai*?



- A. $S = \int_a^b (-f(x)) dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. D. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta có $S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^b (-f(x)) dx$ hoặc

$$S = \int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$$

Vậy $S = \int_a^b f(x) dx$ là khẳng định sai.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4z + 12 = 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Mặt phẳng (α) tiếp xúc mặt cầu (S) .
 B. Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn.
 C. Mặt phẳng (α) đi qua tâm của mặt cầu (S) .
 D. Mặt phẳng (α) không cắt mặt cầu (S) .

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$ có tâm $I(0;0;2)$ và bán kính $R = 1$.

Ta có $d(I, (\alpha)) = \frac{|4 \cdot 2 + 12|}{\sqrt{3^2 + 0^2 + 4^2}} = 4 > R$.

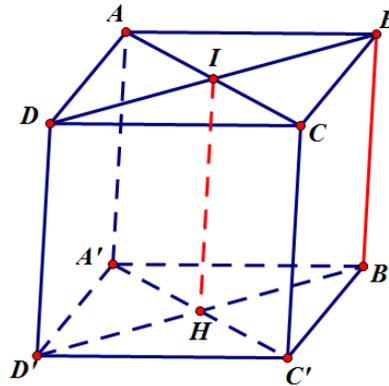
Vậy Mặt phẳng (α) không cắt mặt cầu (S) .

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(2;-1;2)$, $B'(1;2;1)$, $C(-2;3;2)$, $D'(3;0;1)$. Tìm tọa độ điểm B .

- A.** $B(-1;2;2)$. **B.** $B(2;-2;1)$. **C.** $B(1;-2;-2)$. **D.** $B(2;-1;2)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $B(x;y;z)$; I, H lần lượt là trung điểm của $AC, B'D'$. Suy ra $I(0;1;2), H(2;1;1)$.

$$\text{Vì } ABCD.A'B'C'D' \text{ là hình hộp nên } \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{IH} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x=2-0 \\ 2-y=1-1 \\ 1-z=1-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=2 \end{cases} .$$

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; c]$ và $a < b < c$. Biết

$$\int_a^b f(x)dx = -10, \int_c^a f(x)dx = -5. \text{ Tính } \int_c^b f(x)dx?$$

- A.** 15. **B.** -15. **C.** -5. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

$$\int_c^b f(x)dx = \int_c^a f(x)dx + \int_a^b f(x)dx = -5 + (-10) = -15$$

Câu 22. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{e^x}{x}$ trên $(0; +\infty)$ và $I = \int_1^3 \frac{e^{3x}}{x} dx$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.** $I = F(4) - F(2)$. **B.** $I = F(6) - F(3)$. **C.** $I = F(9) - F(3)$. **D.** $I = F(3) - F(1)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } t = 3x \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow \frac{1}{3}dt = dx; x = \frac{t}{3}.$$

Đổi cận

x	1	2
t	3	6

$$I = \int_1^2 \frac{e^{3x}}{x} dx = \frac{1}{3} \int_3^6 \frac{3e^t}{t} dt = \int_3^6 \frac{e^t}{t} dt = F(t) \Big|_3^6 = F(6) - F(3).$$

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) song song với hai đường thẳng

giả sử $\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}$, $\Delta_2: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+2t \\ z = 1-t \end{cases}$. Tìm một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_p = (-5; -6; 7)$. B. $\vec{n}_p = (-5; 6; -7)$. C. $\vec{n}_p = (5; -6; 7)$. D. $\vec{n}_p = (-5; 6; 7)$.

Lời giải

Chọn D

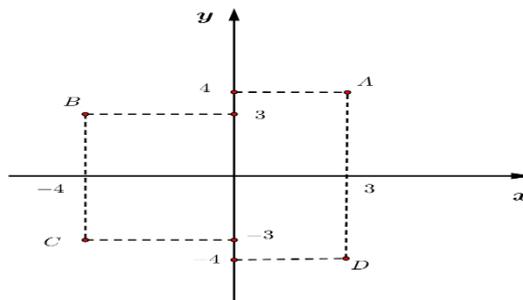
Gọi Δ_1 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; -3; 4)$

Δ_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 2; -1)$

Do mặt phẳng (P) song song với hai đường thẳng $\Delta_1; \Delta_2$ nên (P) có vectơ pháp tuyến

$$\Rightarrow \vec{n}_p = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-5; 6; 7).$$

Câu 24. Trong mặt phẳng phức (hình dưới), số phức $z = 3 - 4i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm trên hình vẽ?



- A. Điểm A. B. Điểm D. C. Điểm C. D. Điểm B.

Lời giải

Chọn B

Điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$ trong mặt phẳng tọa độ là điểm $D(3; -4)$.

Câu 25. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, trục hoành, trục tung, đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích V hình tròn xoay sinh bởi (H) khi (H) quay quanh trục Ox ?

- A. $V = \frac{7\pi}{8}$. B. $V = \frac{8\pi}{15}$. C. $V = \frac{15\pi}{8}$. D. $V = \frac{4\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_0^1 (x^2 - 2x)^2 dx = \pi \int_0^1 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{8\pi}{15}.$$

Câu 26. Tìm một họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{e^{4x-2}}$?

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} e^{2x-1} + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{e^{2x-1}} + C.$

C. $\int f(x) dx = e^{2x-1} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} e^{4x-2} + C.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x) dx = \int e^{2x-1} dx = \frac{1}{2} e^{2x-1} + C.$

Câu 27. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}; a \neq 0$). Xác định kết quả của phép toán $z + \bar{z}$?

A. 0.

B. Số thuần ảo.

C. Số thực.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi.$

Suy ra $z + \bar{z} = 2a$, nên chọn đáp án C.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(3;2;-5)$ và vuông

góc với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 6 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$?

A. $2x + y + z - 3 = 0.$

B. $2x - y - 8 = 0.$

C. $2x + y - 5 = 0.$

D. $2x + y - 8 = 0.$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có vector chỉ phương $\vec{u}_d = (2;1;0).$

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d nên (P) có một vector pháp tuyến là

$\vec{n}_p = \vec{u}_d = (2;1;0).$

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(3;2;-5)$ và có vector pháp tuyến là

$\vec{n}_p = (2;1;0): 2(x-3) + y - 2 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 8 = 0.$

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d): \frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{1-z}{-2}$ và

$(d'): \begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 6t \\ z = -1 + 4t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R}).$ Xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng (d) và (d') ?

A. (d) và (d') cắt nhau.

B. (d) và (d') song song với nhau.

C. (d) và (d') trùng nhau.

D. (d) và (d') chéo nhau.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng (d) có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2; 3; 2)$ và đi qua điểm $M(2; -4; 1)$

Đường thẳng (d') có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d'} = (4; 6; 4)$ và đi qua điểm $M'(0; 1; -1)$

Suy ra $[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = (0; 0; 0) = \vec{0}$

Ta có $M' \notin d$.

Vậy (d) và (d') song song nhau.

Câu 30. Cho biết $\int_{-1}^5 f(x) dx = 15$. Tính giá trị của $P = \int_0^2 [f(5-3x) + 7] dx$?

A. $P = 27$.

B. $P = 15$.

C. $P = 37$.

D. $P = 19$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $P = \int_0^2 [f(5-3x) + 7] dx = \int_0^2 f(5-3x) dx + 7 \int_0^2 dx$

$= -\frac{1}{3} \int_0^2 f(5-3x) d(5-3x) + 7x \Big|_0^2 = -\frac{1}{3} \int_5^{-1} f(t) dt + 14 = \frac{1}{3} \int_{-1}^5 f(t) dt + 14 = 5 + 14 = 19$.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3)$, $B(3; 0; 1)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB ?

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3$.

B. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 3$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 3$.

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 12$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(2; 1; 2)$ và bán kính

$R = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \sqrt{(3-1)^2 + (0-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{3}$.

Nên phương trình của mặt cầu là: $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 3$.

Câu 32. Cho số phức $z = a + bi \neq 0$. Xác định phần ảo của số phức z^{-1} ?

A. $a - b$.

B. $\frac{-b}{a^2 + b^2}$.

C. $\frac{a}{a^2 + b^2}$.

D. $a^2 + b^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{a+bi} = \frac{a-bi}{a^2+b^2} = \frac{a}{a^2+b^2} + \frac{-b}{a^2+b^2}i$.

Vậy phần ảo của số phức z^{-1} là: $\frac{-b}{a^2+b^2}$.

Câu 33. Trong không gian ($Oxyz$) cho mặt phẳng (P): $x - y + z + 1 = 0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào cắt mặt phẳng (P)?

A. $d_3 : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

B. $d_4 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}$

C. $d_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{2}$

D. $d_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{1}$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}(1; -1; 1)$

+ Đáp án A: đường thẳng d_3 đi qua điểm $M_3(1; 2; 3)$ và có vec tơ chỉ phương $\vec{u}_3(0; 1; 1)$

$\vec{u}_3 \cdot \vec{n} = 1 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 = 0 \Rightarrow$ đường thẳng d_3 song song hoặc nằm trên (P).

+ Đáp án B: đường thẳng d_4 đi qua điểm $M_4(1; 2; 3)$ và có vec tơ chỉ phương $\vec{u}_4(1; 1; 0)$

$\vec{u}_4 \cdot \vec{n} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 1 = 0 \Rightarrow$ đường thẳng d_4 song song hoặc nằm trên (P).

+ Đáp án C: đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_4(1; -1; -2)$ và có vec tơ chỉ phương $\vec{u}_1(2; 1; 2)$

$\vec{u}_1 \cdot \vec{n} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 = 3 \Rightarrow$ đường thẳng d_1 cắt mặt phẳng (P).

+ Đáp án D: đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(1; -1; -2)$ và có vec tơ chỉ phương $\vec{u}_2(1; 2; 1)$

$\vec{u}_2 \cdot \vec{n} = 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 = 0 \Rightarrow$ đường thẳng d_2 song song hoặc nằm trên (P).

Câu 34. Trong không gian tọa độ ($Oxyz$), cho mặt cầu có phương trình

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 6z + 2 = 0$ cắt mặt phẳng (Oxz) theo một đường tròn, xác định bán kính của đường tròn giao tuyến đó?

A. $3\sqrt{2}$.

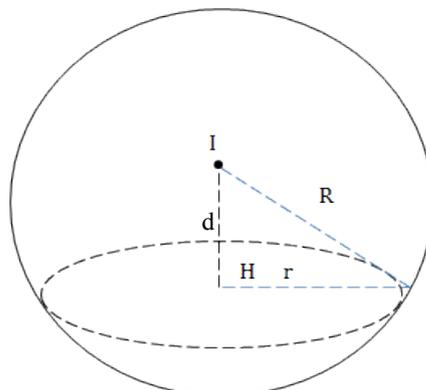
B. $4\sqrt{2}$.

C. 5.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Mặt cầu có tâm $I(1; -1; 3)$ bán kính $R = 3$

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình $y = 0$

Gọi $H(1; 0; 3)$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng $(Oxz) \Rightarrow IH \perp (Oxz)$

H là tâm đường tròn giao tuyến

Ta có: $d(I; (Oxz)) = IH = 1 = d$

Bán kính đường tròn giao tuyến: $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{9 - 1} = 2\sqrt{2}$.

Câu 35. Cho hai số phức z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Tính môđun của số phức $w = (z_1 + z_2)i + z_1 z_2$?

A. $|w| = \sqrt{185}$.

B. $|w| = 3$.

C. $|w| = \sqrt{17}$.

D. $|w| = \sqrt{153}$.

Lời giải

Chọn A

Theo định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} z_1 + z_2 = -4 \\ z_1 \cdot z_2 = 13 \end{cases}$.

Suy ra $w = 13 - 4i \Rightarrow |w| = \sqrt{13^2 + (-4)^2} = \sqrt{185}$.

Câu 36. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 + x - 2$, $y = x + 2$ và hai đường thẳng $x = -2$, $x = 3$. Tính diện tích của (H) .

A. 10.

B. 13.

C. 12.

D. 11.

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình phẳng (H) là:

$$\begin{aligned} S_{(H)} &= \int_{-2}^3 |x^2 + x - 2 - (x + 2)| dx \\ &= \int_{-2}^3 |x^2 - 4| dx \\ &= -\int_{-2}^2 (x^2 - 4) dx + \int_2^3 (x^2 - 4) dx \\ &= -\left(\frac{x^3}{3} - 4x\right)\Big|_{-2}^2 + \left(\frac{x^3}{3} - 4x\right)\Big|_2^3 = 13. \end{aligned}$$

Câu 37. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức iz_0 ?

A. $M_1\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

B. $M_2\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

C. $M_3\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

D. $M_4\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 2z^2 - 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{3+i}{2} \\ z_2 = \frac{3-i}{2} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } z_0 = \frac{3-i}{2} \Rightarrow iz_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i \Rightarrow M_1\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 7-4x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4-x^2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và các đường thẳng $x=0, x=3, y=0$?

A. $\frac{20}{3}$.

B. 9.

C. 10.

D. $\frac{29}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^3 |f(x)| dx = \int_0^1 |f(x)| dx + \int_1^3 |f(x)| dx \\ &= \int_0^1 |7-4x^2| dx + \int_1^3 |4-x^2| dx \\ &= \int_0^1 (7-4x^2) dx + \int_1^2 (4-x^2) dx + \int_2^3 (-4+x^2) dx \\ &= \frac{29}{3}. \end{aligned}$$

Câu 39. Trong mặt phẳng Oxy , gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z = 2 + 5i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z' = -2 + 5i$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau?

A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành.

B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung.

C. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.

D. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O .

Lời giải

Chọn B

A là điểm biểu diễn của số phức $z = 2 + 5i \Rightarrow A(2; 5)$.

B là điểm biểu diễn của số phức $z' = -2 + 5i \Rightarrow B(-2; 5)$.

Suy ra: hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung.

Câu 40. Cho số phức $z = a + bi$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau?

A. $|z^2| = |z|^2$.

B. $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$.

C. $z - \bar{z} = 2a$.

D. $z + \bar{z} = 2bi$.

Lời giải

Chọn A

$$z = a + bi \Rightarrow z^2 = (a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi.$$

$$\Rightarrow |z^2| = \sqrt{(a^2 - b^2)^2 + (2ab)^2} = \sqrt{(a^2 + b^2)^2} = a^2 + b^2 = |z|^2.$$

Câu 41. Biết tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x} dx = \frac{\sqrt{3}\pi}{a} + b \ln 2; (a, b \in \mathbb{R})$. Tính giá trị của biểu thức $a + b$?

A. -1

B. 0

C. 2

D. 1

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = x \\ dv = \frac{dx}{\cos^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \tan x \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x} dx &= x \tan x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} - \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx = x \tan x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} - \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos x} dx \\ &= \frac{\pi}{3} \cdot \sqrt{3} + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{d(\cos x)}{\cos x} = \frac{\pi}{3} \cdot \sqrt{3} + \ln |\cos x| \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \pi - \ln 2 = \frac{\sqrt{3}\pi}{a} + b \ln 2 \end{aligned}$$

Suy ra: $a = 3; b = -1 \Rightarrow a + b = 2$.

Câu 42. Biết $I = \int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx = 4 + a \ln 2 + b \ln 5; (a; b \in \mathbb{Z})$. Tính $S = a + b$?

A. $S = 11$.

B. $S = 5$.

C. $S = 9$.

D. $S = -3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\begin{aligned} I &= \int_1^2 \frac{2|x-2|+1}{x} dx + \int_2^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx = \int_1^2 \frac{2(2-x)+1}{x} dx + \int_2^5 \frac{2(x-2)+1}{x} dx \\ &= \int_1^2 \frac{5-2x}{x} dx + \int_2^5 \frac{2x-3}{x} dx = 5 \ln x \Big|_1^2 - 2x \Big|_1^2 + 2x \Big|_2^5 - 3 \ln x \Big|_2^5 = \\ &= 4 + 8 \ln 2 - 3 \ln 5 = 4 + a \ln 2 + b \ln 5 \\ &\Rightarrow a = 8; b = -3 \Rightarrow S = a + b = 5. \end{aligned}$$

Câu 43. Biết $F(x) = 6\sqrt{1-x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{a}{\sqrt{1-x}}$. Tính giá trị của a ?

A. -3

B. $\frac{1}{6}$

C. 3

D. 6

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int \frac{a}{\sqrt{1-x}} dx = -2a\sqrt{1-x} = 6\sqrt{1-x} \Rightarrow a = -3.$

Câu 44. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{\ln x}, y = 0, x = e$ quay quanh trục Ox . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành?

- A. $\pi \frac{4e^3+1}{9}$. B. $\pi \frac{4e^3-1}{9}$. C. $\pi \frac{2e^3-1}{9}$. **D. $\pi \frac{2e^3+1}{9}$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $x\sqrt{\ln x} = 0 \Rightarrow x = 1$

$V = \pi \int_1^e (x\sqrt{\ln x})^2 dx = \pi \frac{2e^3+1}{9}$ (Bấm casio)

Câu 45. Tìm số phức z biết rằng $\frac{1}{\bar{z}} = \frac{1}{1-2i} - \frac{1}{(1+2i)^2}$?

- A. $z = \frac{10}{13} + \frac{35}{26}i$.** B. $z = \frac{10}{13} - \frac{14}{25}i$. C. $z = \frac{8}{25} - \frac{14}{25}i$. D. $z = \frac{8}{25} + \frac{14}{25}i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$\frac{1}{\bar{z}} = \frac{1}{1-2i} - \frac{1}{(1+2i)^2} \Leftrightarrow \frac{1}{\bar{z}} = \frac{8+14i}{25} \Rightarrow \bar{z} = \frac{25}{8+14i} = \frac{10}{13} - \frac{35}{26}i \Rightarrow z = \frac{10}{13} + \frac{35}{26}i.$

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x f(\cos^2 x) dx = \int_1^8 \frac{f(\sqrt[3]{x})}{x} dx = 6$. Tính tích

phân $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{f(x^2)}{x} dx$?

- A. 10.** B. 6. **C. 7.** D. 4.

Lời giải

Chọn C

Xét $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x f(\cos^2 x) dx = 6.$

Đặt $\cos^2 x = t \Rightarrow dt = -2 \sin x \cdot \cos x dx = -2 \cos^2 x \tan x dx = -2t \tan x dx \Rightarrow \tan x dx = \frac{-dt}{2t}$.

Đổi cận: $\begin{cases} x=0 \rightarrow t=1 \\ x=\frac{\pi}{2} \rightarrow t=0 \end{cases}$ suy ra $6 = \int_1^0 \frac{f(t)dt}{-2t} \Leftrightarrow 6 = \int_0^1 \frac{f(t)dt}{2t} \Rightarrow \int_0^1 \frac{f(t)dt}{t} = 12$

Xét $\int_1^8 \frac{f(\sqrt[3]{x})}{x} dx = 6.$

Đặt $\sqrt[3]{x} = u \Rightarrow x = u^3 \Rightarrow dx = 3u^2 du$

$$\text{Đổi cận } \begin{cases} x=1 \rightarrow u=1 \\ x=8 \rightarrow u=2 \end{cases} \text{ suy ra } 6 = \int_1^2 \frac{f(u)}{u^3} 3u^2 du = 3 \int_1^2 \frac{f(u)}{u} du \Rightarrow \int_1^2 \frac{f(u)}{u} du = 2 \Rightarrow \int_1^2 \frac{f(t)}{t} dt = 2.$$

$$\text{Tính } I = \int_0^{\sqrt{2}} \frac{f(x^2)}{x} dx$$

$$\text{Đặt } x^2 = t \Rightarrow dt = 2x dx,$$

$$\text{Đổi cận } \begin{cases} x=0 \rightarrow t=0 \\ x=\sqrt{2} \rightarrow t=2 \end{cases} \text{ suy ra :}$$

$$I = \int_0^{\sqrt{2}} \frac{f(x^2)}{x} dx = \int_0^2 \frac{f(t)}{2t} dt = \frac{1}{2} \left(\int_0^1 \frac{f(t)}{t} dt + \int_1^2 \frac{f(t)}{t} dt \right) = \frac{1}{2} (12 + 2) = 7.$$

Câu 47. Cho $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx$ có kết quả dạng $I = \ln a + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tìm khẳng định **đúng**?

A. $\frac{1}{a} - b = 1.$

B. $4a^2 + 9b^2 = 11.$

C. $2a + 3b = 3.$

D. $2ab = 1.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } t = \ln x + 2 \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx.$$

$$\text{Khi đó } I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx = \int_2^3 \frac{t-2}{t^2} dt$$

$$\Leftrightarrow I = \int_2^3 \left(\frac{1}{t} - \frac{2}{t^2} \right) dt = \left(\ln |t| + \frac{2}{t} \right) \Big|_2^3 = \ln \frac{3}{2} - \frac{1}{3}.$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{3}{2}; b = \frac{-1}{3}. \text{ Do đó } \frac{1}{a} - b = 1.$$

Câu 48. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm A biểu diễn số phức $z_1 = 1 + 2i$. B là điểm thuộc đường thẳng $y = 2$ sao cho tam giác OAB cân tại O . Điểm B biểu diễn số phức nào sau đây?

A. $z = -1 - 2i.$

B. $z = 2 + 2i.$

C. $\begin{cases} z = 1 + 2i \\ z = -1 + 2i \end{cases}$

D. $z = 1 - 2i.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điểm } A \text{ biểu diễn số phức } z_1 = 1 + 2i \Rightarrow A(1; 2).$$

$$\text{Vì } B \in y = 2 \Rightarrow B(x; 2).$$

$$\text{Tam giác } OAB \text{ cân tại } O \Leftrightarrow OA = OB \Leftrightarrow 1^2 + 2^2 = x^2 + 2^2 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

$$\text{Vậy } B(1; 2) \text{ hoặc } B(-1; 2). \text{ Do đó } B \text{ biểu diễn số phức } z = 1 + 2i \text{ hoặc } z = -1 + 2i.$$

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2(a + 4b)x + 2(a - b + c)y + 2(b - c)z + d = 0, \text{ tâm } I \text{ nằm trên mặt phẳng } (\alpha)$$

cố định. Biết rằng $4a + b - 2c = 4$, tìm khoảng cách từ điểm $D(1; 2; -2)$ đến mặt phẳng (α) ?

A. $\frac{9}{\sqrt{15}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{314}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{915}}$.

D. $\frac{15}{\sqrt{23}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I(a+4b; -a+b-c; -b+c)$.

Giả sử $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$, vì $I \in (\alpha)$ nên ta có:

$$A(a+4b) + B(-a+b-c) + C(-b+c) + D = 0$$

$$\Leftrightarrow (A-B)a + (4A+B-C)b + (-B+C)c + D = 0.$$

Theo bài ra $4a + b - 2c = 4$, nên đồng nhất hệ số ta được:

$$\begin{cases} A - B = 4 \\ 4A + B - C = 1 \\ -B + C = -2 \\ D = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = -\frac{1}{4} \\ B = -\frac{17}{4} \\ C = -\frac{25}{4} \\ D = -4 \end{cases}.$$

Suy ra $(\alpha): -\frac{1}{4}x - \frac{17}{4}y - \frac{25}{4}z - 4 = 0$ hay $(\alpha): x + 17y + 25z + 16 = 0$.

Vậy $d(D, (\alpha)) = \frac{|1 + 17 \cdot 2 + 25(-2) + 16|}{\sqrt{1^2 + 17^2 + 25^2}} = \frac{1}{\sqrt{915}}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overline{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn độ dài AM nhỏ nhất. Xác định tọa độ của điểm M

A. $(0; 3; 0)$.

B. $(2; 3; 5)$.

C. $(3; 5; 0)$.

D. $(2; 3; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $A(2; 3; 5)$. Gọi A' là hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oxy) , suy ra $AA' \leq AM$.

Như vậy độ dài AM nhỏ nhất khi và chỉ khi $M \equiv A' \Rightarrow M(2; 3; 0)$.

Đề: 19

Đề ôn tập kiểm tra cuối kỳ 2. Môn Toán Lớp 12
File word Full lời giải chi tiết

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (3; 4; -5)$, $\vec{b} = (-1; 1; -2)$ thì tọa độ của $\vec{n} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$ là:
 (A). $(13; 8; -7)$. (B). $(5; 8; -7)$. (C). $(13; 16; -7)$. (D). $(-13; 8; -23)$.
- Câu 2:** Cho số phức $z = 2 - 14i$. Phần thực và phần ảo của số phức lần lượt là:
 (A). $2; -14i$. (B). $2; -14$. (C). $14i; 2$. (D). $14; -2$.
- Câu 3:** Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho phương trình mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 7z - 10 = 0$ thì một véc-tơ pháp tuyến có tọa độ là:
 (A). $(-3; -2; -7)$. (B). $(-3; 2; 7)$. (C). $(3; -2; 7)$. (D). $(3; -2; -7)$.
- Câu 4:** Giải phương trình $z^2 - 10z + 29 = 0$ trong tập số phức \mathbb{C} ta được tập nghiệm là:
 (A). $S = \{5 + 2i\}$. (B). $S = \{5 - 2i\}$. (C). $S = \{5 - 2i; 5 + 2i\}$. (D). $S = \emptyset$.
- Câu 5:** Trong hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và nhận $\vec{n} = (2; 4; -5)$ làm vectơ pháp tuyến là
 (A). $2x - 4y + 5z + 21 = 0$. (B). $2x + 4y - 5z + 5 = 0$.
 (C). $2x + 4y - 5z + 21 = 0$. (D). $-2x - 4y + 5z + 21 = 0$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I của mặt cầu (S) có phương trình $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 36$ là
 (A). $I(3; 1; -5)$. (B). $I(3; 1; 6)$. (C). $I(-3; -1; 5)$. (D). $I(3; 1; 5)$.
- Câu 7:** Cho $F(x) = \tan x + C$ là họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khẳng định đúng là
 (A). $f(x) = \cot x$. (B). $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. (C). $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. (D). $f(x) = 1 + \cos^2 x$.
- Câu 8:** Số phức $z = a + bi$ có modun là
 (A). $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. (B). $|z| = a^2 + b^2$. (C). $|z| = \sqrt{a^2 - b^2}$. (D). $|z| = |a + b|$.
- Câu 9:** Cho số phức $z = \frac{2}{1+i\sqrt{3}}$. Số phức liên hợp của z là:
 (A). $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. (B). $1 + i\sqrt{3}$. (C). $1 - i\sqrt{3}$. (D). $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 10:** Cho hai số phức $z_1 = m + ni, z_2 = p + qi$. Tổng của $z_1 + z_2$ là số phức:
 (A). $z = (m + p) + (n + q)$. (B). $z = (m + p) + (n + q)i$.
 (C). $z = (m - p) + (n - q)i$. (D). $z = (m + q) + (n + p)i$.
- Câu 11:** Mệnh đề nào sau đây đúng?
 (A). $\int_a^b f(x)dx + \int_a^c f(x)dx = \int_b^c f(x)dx$.
 (B). $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$ ($F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$).

Ⓒ. $\int_{-a}^a f(x)dx = 0.$

Ⓓ. $\int_a^b f(x)dx + \int_b^a f(x)dx = 0.$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, tìm bán kính R của mặt cầu (S) có phương trình

$$x^2 + (y+6)^2 + (z-3)^2 = 128 \text{ là}$$

Ⓐ. $R = 128^2.$ Ⓑ. $R = 128.$ Ⓒ. $R = 2\sqrt{8}.$ Ⓓ. $R = 8\sqrt{2}.$

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2$. Họ nguyên hàm của hàm số là

Ⓐ. $F(x) = 2x + C.$ Ⓑ. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x + C.$

Ⓒ. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + C.$ Ⓓ. $F(x) = 2x + 2 + C.$

Câu 14: Tích phân $I = \int_1^2 x^5 dx$ có giá trị là

Ⓐ. $\frac{32}{3}.$ Ⓑ. $\frac{16}{3}.$ Ⓒ. $\frac{21}{2}.$ Ⓓ. $\frac{19}{3}.$

Câu 15: Biểu thức V để tính thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$ và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{3}$, trục hoành, quay quanh trục Ox là

Ⓐ. $V = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x dx.$ Ⓑ. $V = \int_0^{\frac{\pi}{3}} |\sin x| dx.$ Ⓒ. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x dx.$ Ⓓ. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} |\sin x| dx.$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1; 2; 3), B(0; 1; 1)$, độ dài đoạn AB bằng

Ⓐ. $\sqrt{6}.$ Ⓑ. $\sqrt{8}.$ Ⓒ. $\sqrt{12}.$ Ⓓ. $\sqrt{10}.$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d đi qua $A(-2; 3; -5)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{a}(3; -5; -2)$ thì phương trình tham số của đường thẳng d là

Ⓐ. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 5t \\ z = -5 - 2t \end{cases}$ Ⓑ. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -5 + 3t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$ Ⓒ. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 5t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ Ⓓ. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -5 + 3t \\ z = -2 + 5t \end{cases}$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$ cho đường $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = 2 + 8t \end{cases}$. Đường thẳng d vuông góc với đường thẳng nào sau đây?

Ⓐ. $d_1: \begin{cases} x = -3 - 4t \\ y = -5 + 2t \\ z = -2 + 16t \end{cases}$ Ⓑ. $d_2: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -5 + 3t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$ Ⓒ. $d_3: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 3 + 2t \\ z = -5 + t \end{cases}$ Ⓓ. $d_4: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + \frac{1}{2}t \\ z = 2 + 4t \end{cases}$

Câu 19: Tìm căn bậc hai của số thực âm -64 trên tập số phức \mathbb{C} .

Ⓐ. $-8; 8.$ Ⓑ. $8i.$ Ⓒ. $-8i; 8i.$ Ⓓ. $8.$

Câu 20: Dạng $z = a + bi$ của số phức $z = \frac{1}{3+2i}$ là số phức nào dưới đây?

- Ⓐ. $\frac{3}{13} - \frac{2}{13}i$. Ⓑ. $-\frac{3}{13} + \frac{2}{13}i$. Ⓒ. $\frac{3}{13} + \frac{2}{13}i$. Ⓓ. $-\frac{3}{13} - \frac{2}{13}i$.

Câu 21: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2019$ và hai đường thẳng $x = -3, x = 4$ với trục hoành được tính bởi biểu thức:

- Ⓐ. $S = \int_{-3}^4 |x^2 - 2019| dx$. Ⓑ. $S = \int_{-3}^4 (x^2 - 2019) dx$.
 Ⓒ. $S = \int_{-3}^4 (x^2 - 2019)^2 dx$. Ⓓ. $S = \int_4^{-3} |x^2 - 2019| dx$.

Câu 22: Số phức $z = a + bi$. Khi đó $z - \bar{z}$ là số phức:

- Ⓐ. $2bi$. Ⓑ. $2a - 2bi$. Ⓒ. $2a$. Ⓓ. $2b$.

Câu 23: Cho $A = \int (2x+1)^5 dx$. Đặt $t = 2x+1$. Khẳng định đúng là:

- Ⓐ. $A = \frac{1}{2} \int t^5 dx$. Ⓑ. $A = 2 \int t^5 dx$. Ⓒ. $A = \frac{1}{2} \int (t+1)^5 dx$. Ⓓ. $A = \int t^5 dx$

Câu 24: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 7z - 10 = 0$. Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng nào có phương trình sau?

- Ⓐ. $-3x + 2y - 7z + 3 = 0$. Ⓑ. $3x - 2y - 7z - 5 = 0$.
 Ⓒ. $-3x - 2y - 7z = 0$. Ⓓ. $3x + 2y + 7z - 3 = 0$.

Câu 25: Cho các số phức $z_1 = 3 + bi, z_2 = c - 4i$. Phần thực và phần ảo của số phức $z = z_1 - z_2$ lần lượt là

- Ⓐ. $7; b - c$. Ⓑ. $3 + c; b - 4$. Ⓒ. $3 - c; b + 4$. Ⓓ. $3 - c; b - 4$.

Câu 26: Cho số phức z thỏa mãn $z = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2016}$. Viết z dưới dạng $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó tổng $a + b$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- Ⓐ. 2 . Ⓑ. 0 . Ⓒ. -1 . Ⓓ. 1 .

Câu 27: Cho số phức $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$. Khi đó M, N lần lượt là hai điểm biểu diễn cho các số phức z_1, z_2 . Khi đó độ dài vectơ \overline{MN} là

- Ⓐ. $|\overline{MN}| = \sqrt{(c+a)^2 + (d+b)^2}$. Ⓑ. $|\overline{MN}| = \sqrt{(b-a)^2 + (d-c)^2}$.
 Ⓒ. $|\overline{MN}| = \sqrt{(c-a)^2 - (d-b)^2}$. Ⓓ. $|\overline{MN}| = \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2}$.

Câu 28: Cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 3 + 4t' \\ y = 5 + 6t' \\ z = 7 + 8t' \end{cases}$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- Ⓐ. $d \perp d'$. Ⓑ. $d \equiv d'$. Ⓒ. $d // d'$. Ⓓ. d và d' chéo nhau.

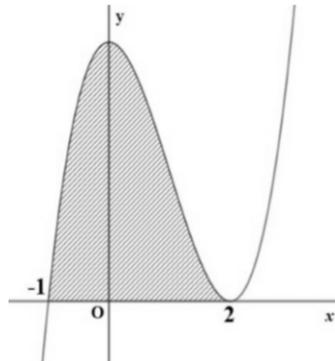
Câu 29: Cho $\int_0^4 f(x) dx = 16$. Tính $I = \int_0^2 f(2x) dx$.

- Ⓐ. $I = 32$. Ⓑ. $I = 4$. Ⓒ. $I = 16$. Ⓓ. $I = 8$.

Câu 30: Trong hệ tọa độ $Oxyz$ khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 10 = 0$ bằng

- Ⓐ. $-\frac{1}{3}$. Ⓑ. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Ⓒ. $\frac{7}{3}$. Ⓓ. $\frac{1}{3}$.

Câu 31: Phần gạch chéo trong hình bên dưới là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x) = (x+1)(x-2)^2$ với trục hoành. Hãy tính diện tích S đó



- Ⓐ. $\frac{15}{2}$. Ⓑ. $\frac{27}{4}$. Ⓒ. $\frac{27\pi}{4}$. Ⓓ. $\frac{15\pi}{2}$.

Câu 32: Cho 3 điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -3; 0)$, $P(0; 0; 4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ của điểm Q là

- Ⓐ. $(3; 4; 2)$. Ⓑ. $(2; 3; 4)$. Ⓒ. $(-2; -3; -4)$. Ⓓ. $(2; 3; -4)$.

Câu 33: Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 6 + 4t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t' \\ z = 20 + t' \end{cases}$ là

- Ⓐ. $(0; -3; 2)$. Ⓑ. $(-7; -8; -2)$. Ⓒ. $(3; 7; 18)$. Ⓓ. $(8; -13; 23)$.

Câu 34: Gọi n là số nghiệm của phương trình $z^5 + az^2 + bz + c = 0$ (a, b, c là các số thực) trong tập số phức \mathbb{C} . Tìm giá trị của số n .

- Ⓐ. 2. Ⓑ. 3. Ⓒ. 5. Ⓓ. 4.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(4; 0; -2)$ và bán kính $R = 9$.

- Ⓐ. $(S): (x-4)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 81$. Ⓑ. $(S): (x-4)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$.
 Ⓒ. $(S): (x+4)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$. Ⓓ. $(S): (x+4)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 81$.

Câu 36: Hình chiếu của điểm $A(2; -3; 5)$ lên đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ có tọa độ là

- Ⓐ. $\left(-\frac{31}{14}; \frac{5}{14}; \frac{25}{14}\right)$. Ⓑ. $\left(-\frac{10}{7}; \frac{5}{14}; -\frac{25}{14}\right)$. Ⓒ. $\left(-\frac{10}{7}; -\frac{5}{14}; \frac{25}{14}\right)$. Ⓓ. $\left(-\frac{10}{7}; \frac{5}{14}; \frac{25}{14}\right)$.

BẢNG ĐÁP AN

1.A	2.B	3.C	4.C	5.C	6.A	7.B	8.A	9.A	10.B
11.D	12.D	13.B	14.C	15.C	16.A	17.A	18.C	19.C	20.A
21.A	22.A	23.A	24.A	25.C	26.D	27.D	28.B	29.D	30.D
31.B	32.B	33.C	34.C	35.A	36.D	37.B	38.D	39.A	40.C
41.A	42.B	43.A	44.C	45.C	46.A	47.A	48.A	49.B	50.C

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (3; 4; -5)$, $\vec{b} = (-1; 1; -2)$ thì tọa độ của $\vec{n} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$ là:

- A.** $(13; 8; -7)$. **B.** $(5; 8; -7)$. **C.** $(13; 16; -7)$. **D.** $(-13; 8; -23)$.

Lời giải

Chọn A

$$\vec{a} = (3; 4; -5) \Rightarrow 3\vec{a} = (9; 12; -15).$$

$$\vec{b} = (-1; 1; -2) \Rightarrow -4\vec{b} = (4; -4; 8).$$

$$\vec{n} = 3\vec{a} - 4\vec{b} = (13; 8; -7).$$

Câu 2. Cho số phức $z = 2 - 14i$. Phần thực và phần ảo của số phức lần lượt là:

- A.** $2; -14i$. **B.** $2; -14$. **C.** $14i; 2$. **D.** $14; -2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 3. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho phương trình mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 7z - 10 = 0$ thì một véc-tơ pháp tuyến có tọa độ là:

- A.** $(-3; -2; -7)$. **B.** $(-3; 2; 7)$. **C.** $(3; -2; 7)$. **D.** $(3; -2; -7)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 4. Giải phương trình $z^2 - 10z + 29 = 0$ trong tập số phức \mathbb{C} ta được tập nghiệm là:

- A.** $S = \{5 + 2i\}$. **B.** $S = \{5 - 2i\}$. **C.** $S = \{5 - 2i; 5 + 2i\}$. **D.** $S = \emptyset$.

Lời giải

Chọn C

$$z^2 - 10z + 29 = 0.$$

$$\Delta' = 25 - 29 = -4 = 4i^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2i.$$

\Rightarrow Phương trình có nghiệm:

A. $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $1 + i\sqrt{3}$.

C. $1 - i\sqrt{3}$.

D. $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = \frac{2}{1+i\sqrt{3}} = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ nên $\bar{z} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 10. Cho hai số phức $z_1 = m + ni, z_2 = p + qi$. Tổng của $z_1 + z_2$ là số phức:

A. $z = (m + p) + (n + q)i$.

B. $z = (m + p) + (n + q)i$.

C. $z = (m - p) + (n - q)i$.

D. $z = (m + q) + (n + p)i$.

Lời giải

Chọn B

$z = z_1 + z_2 = (m + p) + (n + q)i$.

Câu 11. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b f(x)dx + \int_a^c f(x)dx = \int_b^c f(x)dx$.

B. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$ ($F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$).

C. $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$.

D. $\int_a^b f(x)dx + \int_b^a f(x)dx = 0$.

Lời giải

Chọn D

$\int_a^b f(x)dx + \int_b^a f(x)dx = \int_a^a f(x)dx = 0$ là đúng.

$\int_a^b f(x)dx + \int_a^c f(x)dx = \int_b^c f(x)dx \Leftrightarrow \int_a^c f(x)dx = \int_b^c f(x)dx - \int_a^b f(x)dx$ là sai.

$\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$ là sai vì $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

$\int_{-a}^a f(x)dx = 0$ là sai vì $\int_{-a}^a dx = x \Big|_{-a}^a = 2a$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, tìm bán kính R của mặt cầu (S) có phương trình

$x^2 + (y + 6)^2 + (z - 3)^2 = 128$ là

A. $R = 128^2$.

B. $R = 128$.

C. $R = 2\sqrt{8}$.

D. $R = 8\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có bán kính $R = 8\sqrt{2}$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2$. Họ nguyên hàm của hàm số là

A. $F(x) = 2x + C$.

B. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x + C$.

C. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + C$.

D. $F(x) = 2x + 2 + C$.

Lời giải

Chọn B

Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + 2$ là $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x + C$.

Câu 14. Tích phân $I = \int_1^2 x^5 dx$ có giá trị là

A. $\frac{32}{3}$.

B. $\frac{16}{3}$.

C. $\frac{21}{2}$.

D. $\frac{19}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I = \int_1^2 x^5 dx = \frac{x^6}{6} \Big|_1^2 = \frac{2^6}{6} - \frac{1}{6} = \frac{21}{2}$.

Câu 15. Biểu thức V để tính thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$ và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{3}$, trục hoành, quay quanh trục Ox là

A. $V = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x dx$.

B. $V = \int_0^{\frac{\pi}{3}} |\sin x| dx$.

C. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x dx$.

D. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} |\sin x| dx$.

Lời giải

Chọn C

Ta có thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số

$y = \sin x$ và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{3}$, trục hoành, quay quanh trục Ox là $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x dx$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;2;3), B(0;1;1)$, độ dài đoạn AB bằng

A. $\sqrt{6}$.

B. $\sqrt{8}$.

C. $\sqrt{12}$.

D. $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overline{AB}(1; -1; -2) \Rightarrow AB = |\overline{AB}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{6}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d đi qua $A(-2; 3; -5)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{a}(3; -5; -2)$ thì phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 5t \\ z = -5 - 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -5 + 3t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 5t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -5 + 3t \\ z = -2 + 5t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(-2; 3; -5)$ và có véc tơ chỉ phương

$\vec{a}(3; -5; -2)$ là $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 5t \\ z = -5 - 2t \end{cases}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$ cho đường $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = 2 + 8t \end{cases}$. Đường thẳng d vuông góc với

đường thẳng nào sau đây?

A. $d_1: \begin{cases} x = -3 - 4t \\ y = -5 + 2t \\ z = -2 + 16t \end{cases}$.

B. $d_2: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -5 + 3t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$.

C. $d_3: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 3 + 2t \\ z = -5 + t \end{cases}$.

D. $d_4: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + \frac{1}{2}t \\ z = 2 + 4t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 1; 8)$.

Đường thẳng $d_3: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 3 + 2t \\ z = -5 + t \end{cases}$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_3 = (5; 2; 1)$.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{u}_3 = -2 \cdot 5 + 1 \cdot 2 + 8 \cdot 1 = 0 \Rightarrow d \perp d_3$.

Câu 19. Tìm căn bậc hai của số thực âm -64 trên tập số phức \mathbb{C} .

A. $-8; 8$.

B. $8i$.

C. $-8i; 8i$.

D. 8 .

Lời giải

Chọn C

Ta có $-64 = 64i^2$ có hai căn bậc hai là $8i$ và $-8i$.

Câu 20. Dạng $z = a + bi$ của số phức $z = \frac{1}{3+2i}$ là số phức nào dưới đây?

- A.** $\frac{3}{13} - \frac{2}{13}i$. **B.** $-\frac{3}{13} + \frac{2}{13}i$. **C.** $\frac{3}{13} + \frac{2}{13}i$. **D.** $-\frac{3}{13} - \frac{2}{13}i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = \frac{1}{3+2i} = \frac{3-2i}{(3+2i)(3-2i)} = \frac{3-2i}{3^2+2^2} = \frac{3}{13} - \frac{2}{13}i$.

Câu 21. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2019$ và hai đường thẳng $x = -3$, $x = 4$ với trục hoành được tính bởi biểu thức:

- A.** $S = \int_{-3}^4 |x^2 - 2019| dx$. **B.** $S = \int_{-3}^4 (x^2 - 2019) dx$.
C. $S = \int_{-3}^4 (x^2 - 2019)^2 dx$. **D.** $S = \int_{-3}^4 |x^2 - 2019| dx$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích hình phẳng cần tìm là: $S = \int_{-3}^4 |x^2 - 2019| dx$.

Câu 22. Số phức $z = a + bi$. Khi đó $z - \bar{z}$ là số phức:

- A.** $2bi$. **B.** $2a - 2bi$. **C.** $2a$. **D.** $2b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z - \bar{z} = a + bi - (a - bi) = 2bi$.

Câu 23. Cho $A = \int (2x+1)^5 dx$. Đặt $t = 2x+1$. Khẳng định đúng là:

- A.** $A = \frac{1}{2} \int t^5 dx$. **B.** $A = 2 \int t^5 dx$. **C.** $A = \frac{1}{2} \int (t+1)^5 dx$. **D.** $A = \int t^5 dx$

Lời giải

Chọn A

Ta có $t = 2x+1 \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2} dt \Rightarrow A = \int t^5 \left(\frac{1}{2} dt \right) = \frac{1}{2} \int t^5 dt$.

Câu 24. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 7z - 10 = 0$. Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng nào có phương trình sau?

A. $-3x + 2y - 7z + 3 = 0.$

B. $3x - 2y - 7z - 5 = 0.$

C. $-3x - 2y - 7z = 0.$

D. $3x + 2y + 7z - 3 = 0.$

Lời giải

Chọn A

Ta thấy: $\frac{3}{-3} = \frac{-2}{2} = \frac{7}{-7} \neq \frac{-10}{3}$ nên mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng có phương trình $-3x + 2y - 7z + 3 = 0.$

Câu 25. Cho các số phức $z_1 = 3 + bi, z_2 = c - 4i$. Phần thực và phần ảo của số phức $z = z_1 - z_2$ lần lượt là

A. $7; b - c.$

B. $3 + c; b - 4.$

C. $3 - c; b + 4.$

D. $3 - c; b - 4.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z = z_1 - z_2 = (3 + bi) - (c - 4i) = (3 - c) + (b + 4)i.$

Do đó, phần thực và phần ảo của số phức z lần lượt là: $3 - c; b + 4.$

Câu 26. Cho số phức z thỏa mãn $z = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2016}$. Viết z dưới dạng $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó tổng $a + b$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. $2.$

B. $0.$

C. $-1.$

D. $1.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2016} = \frac{(1-i)^{2016}}{(1+i)^{2016}} = \frac{\left[\frac{(1-i)^2}{(1+i)^2}\right]^{1008}}{\left[\frac{(1+i)^2}{(1-i)^2}\right]^{1008}} = \frac{(-2i)^{1008}}{(2i)^{1008}} = \frac{(-2)^{1008} \cdot i^{1008}}{2^{1008} \cdot i^{1008}} = 1.$

Suy ra: $\begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow a + b = 1.$

Câu 27. Cho số phức $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$. Khi đó M, N lần lượt là hai điểm biểu diễn cho các số phức z_1, z_2 . Khi đó độ dài vectơ \overline{MN} là

A. $|\overline{MN}| = \sqrt{(c+a)^2 + (d+b)^2}.$

B. $|\overline{MN}| = \sqrt{(b-a)^2 + (d-c)^2}.$

C. $|\overline{MN}| = \sqrt{(c-a)^2 - (d-b)^2}.$

D. $|\overline{MN}| = \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2}.$

Lời giải

Chọn D

$M(a; b), N(c; d).$

$|\overline{MN}| = \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2}.$

Câu 28. Cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 3 + 4t' \\ y = 5 + 6t' \\ z = 7 + 8t' \end{cases}$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** $d \perp d'$. **B.** $d \equiv d'$. **C.** $d // d'$. **D.** d và d' chéo nhau.

Lời giải

Chọn B

Véc tơ chỉ phương của d là: $\vec{u} = (2; 3; 4)$.

Véc tơ chỉ phương của d' là: $\vec{u}' = (4; 6; 8)$.

Ta có $\vec{u}' = 2\vec{u}$, suy ra hai đường thẳng d và d' song song hoặc trùng nhau.

Chọn điểm $A(1; 2; 3) \in d$, thay tọa độ điểm A vào phương trình đường thẳng d' ta được hệ

$$\begin{cases} 1 = 3 + 4t' \\ 2 = 5 + 6t' \\ 3 = 7 + 8t' \end{cases} \Leftrightarrow t' = -\frac{1}{2}. \text{ Suy ra điểm } A \text{ thuộc đường thẳng } d'.$$

Vậy $d \equiv d'$.

Câu 29. Cho $\int_0^4 f(x) dx = 16$. Tính $I = \int_0^2 f(2x) dx$.

- A.** $I = 32$. **B.** $I = 4$. **C.** $I = 16$. **D.** $I = 8$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = 2x$, $dt = 2dx$.

Đổi cận:

x	0	2
t	0	4

$$I = \int_0^4 f(t) \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int_0^4 f(x) dx = 8.$$

Câu 30. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng

$(\alpha): x - 2y + 2z - 10 = 0$ bằng

- A.** $-\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

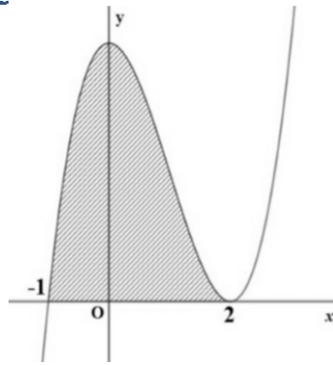
Chọn D

Khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 10 = 0$ là:

$$d(A; (\alpha)) = \frac{|1 + 4 + 6 - 10|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = \frac{1}{3}.$$

Câu 31. Phần gạch chéo trong hình bên dưới là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số

$f(x) = (x+1)(x-2)^2$ với trục hoành. Hãy tính diện tích S đó



- A. $\frac{15}{2}$. B. $\frac{27}{4}$. C. $\frac{27\pi}{4}$. D. $\frac{15\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x) = (x+1)(x-2)^2$ với trục hoành là

$$S = \int_{-1}^2 (x+1)(x-2)^2 \cdot dx = \int_{-1}^2 (x^3 - 3x^2 + 4) dx = \left(\frac{x^4}{4} - x^3 + 4x \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{27}{4}.$$

Câu 32. Cho 3 điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-3;0)$, $P(0;0;4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ của điểm Q là

- A. $(3;4;2)$. B. $(2;3;4)$. C. $(-2;-3;-4)$. D. $(2;3;-4)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overline{NP} = (0;3;4)$; $\overline{MQ} = (x_Q - 2; y_Q; z_Q)$

$$MNPQ \text{ là hình bình hành khi } \overline{MQ} = \overline{NP} \Rightarrow \begin{cases} x_Q = 2 \\ y_Q = 3 \\ z_Q = 4 \end{cases}$$

Vậy tọa độ của điểm $Q(2;3;4)$.

Câu 33. Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 6 + 4t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t' \\ z = 20 + t' \end{cases}$ là

- A. $(0;-3;2)$. B. $(-7;-8;-2)$. C. $(3;7;18)$. D. $(8;-13;23)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Giao điểm của } d \text{ và } d' \text{ là nghiệm của hệ: } \begin{cases} -3 + 2t = 5 + t' \\ -2 + 3t = -1 - 4t' \\ 6 + 4t = 20 + t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t' = -2 \end{cases}$$

Do đó giao điểm d và d' là $M(3;7;18)$.

Ta có: $\vec{n} = (3; -2; 2)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

$\vec{u} = (5; -4; 3)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

Mặt phẳng (α) vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Q) nên (α) có một vectơ pháp tuyến là

$\vec{v} = [\vec{n}, \vec{u}] = (2; 1; -2)$. Do đó phương trình của (α) là $2x + y - 2z - 15 = 0$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$, biết $A(2; 3; 1)$, $B(4; 1; -2)$, $C(6; 3; 7)$,

$D(-5; -4; -8)$. Độ dài đường cao DH của tứ diện $ABCD$ bằng:

- A. $\frac{15}{7}$. B. $\frac{5}{7}$. C. $\frac{45}{21}$. D. $\frac{45}{7}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{AB} = (2; -2; -3)$, $\vec{AC} = (4; 0; 6)$, $\vec{AD} = (-7; -7; -9)$.

$$[\vec{AB}, \vec{AC}] = (-12; -24; 8); [\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} = 180;$$

$$|[\vec{AB}, \vec{AC}]| = \sqrt{(-12)^2 + (-24)^2 + 8^2} = 28.$$

$$\text{Suy ra: } V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}| = 30; S_{ABC} = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]| = 14.$$

$$\text{Suy ra độ dài đường cao } DH \text{ của tứ diện } ABCD \text{ bằng } \frac{3V_{ABCD}}{S_{ABC}} = \frac{45}{7}.$$

Câu 39. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 8i| = 7$ và số phức $w = -4 + 3i$. Gọi M là giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - w|$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $M \in (20; 21)$. B. $M \in (21; 22)$. C. $M \in (18; 19)$. D. $M \in (19; 20)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi số phức $z = x + yi; (x, y \in \mathbb{R})$.

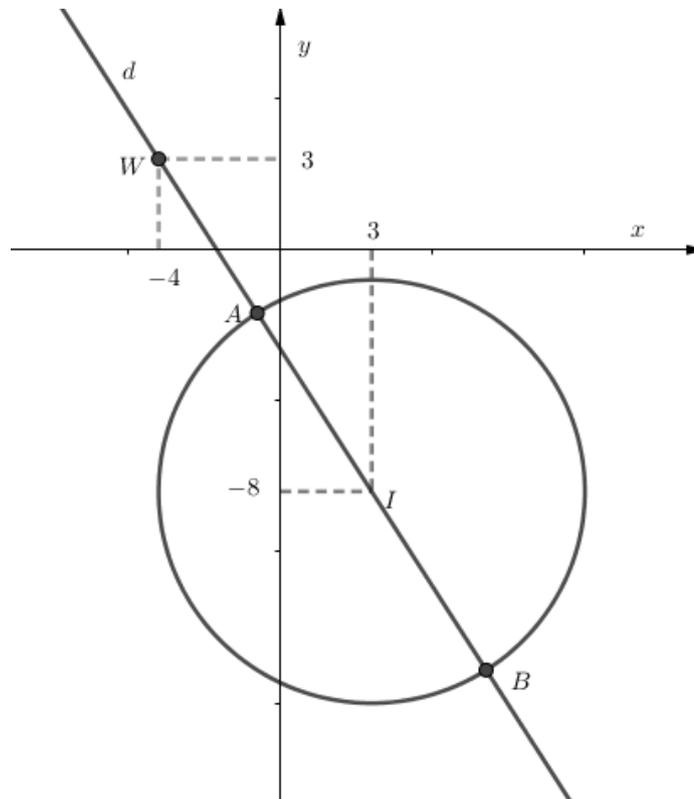
$$\text{Theo đề ra, ta có: } |z - 3 + 8i| = 7 \Leftrightarrow |x + yi - 3 + 8i| = 7 \Leftrightarrow |(x - 3) + (y + 8)i| = 7$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x - 3)^2 + (y + 8)^2} = 7 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 8)^2 = 49.$$

Do đó, tập hợp các số phức thỏa mãn $|z - 3 + 8i| = 7$ là một đường tròn (C) có tâm $I(3; -8)$ và bán kính $r = 7$.

$$\text{Lại có } P = |z - w| = |x + yi + 4 - 3i| = |(x + 4) + (y - 3)i| = \sqrt{(x + 4)^2 + (y - 3)^2}.$$

Theo đề, M là giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - w|$ điều đó có nghĩa là ta tìm số phức z thuộc đường tròn (C) có tâm $I(3; -8)$ và bán kính $r = 7$ sao cho khoảng cách đến điểm $w(-4; 3)$ là lớn nhất.



Dựa vào đồ thị, ta thấy số phức z thỏa yêu cầu bài toán có điểm biểu diễn là giao điểm của đường thẳng d và đường tròn (C) .

Đường thẳng d đi qua hai là điểm $W(-4; 3)$ và $I(3; -8)$ nên có phương trình là

$$\begin{cases} x = 3 + 7t \\ y = -8 - 11t \end{cases}, \text{ với } t \in \mathbb{R}.$$

Ta có tọa độ của A và B thỏa hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 3 + 7t \\ y = -8 - 11t \\ (x-3)^2 + (y+8)^2 = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + 7t \\ y = -8 - 11t \\ 49t^2 + 121t^2 = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + 7t \\ y = -8 - 11t \\ t = \pm \frac{7\sqrt{170}}{170} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + \frac{49\sqrt{170}}{170} > 0 \\ y = -8 - \frac{77\sqrt{170}}{170} \\ t = \frac{7\sqrt{170}}{170} \end{cases} \text{ hay}$$

$$\begin{cases} x = 3 - \frac{49\sqrt{170}}{170} < 0 \\ y = -8 + \frac{77\sqrt{170}}{170} \\ t = -\frac{7\sqrt{170}}{170} \end{cases}.$$

Dựa vào hình vẽ, ta thấy điểm B có hoành độ dương và tung độ âm nên ta nhận

$$\begin{cases} x = 3 + \frac{49\sqrt{170}}{170} \\ y = -8 - \frac{77\sqrt{170}}{170} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow P = \sqrt{(x+4)^2 + (y-3)^2} = \sqrt{\left(3 + \frac{49\sqrt{170}}{170} + 4\right)^2 + \left(-8 - \frac{77\sqrt{170}}{170} - 3\right)^2} \approx 20,0384.$$

Câu 40. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = \sqrt{3x+31}$ và $g(x) = \frac{7}{11}x + \frac{35}{11}$ với trục Ox và đường thẳng $x = -9$.

A. $S = \frac{8125}{198}$. **B.** $S = \frac{1029}{22}$. **C.** $S = \frac{647}{18}$. **D.** $S = \frac{1797}{50}$.

Lời giải

Chọn C

Theo đề bài ta có:

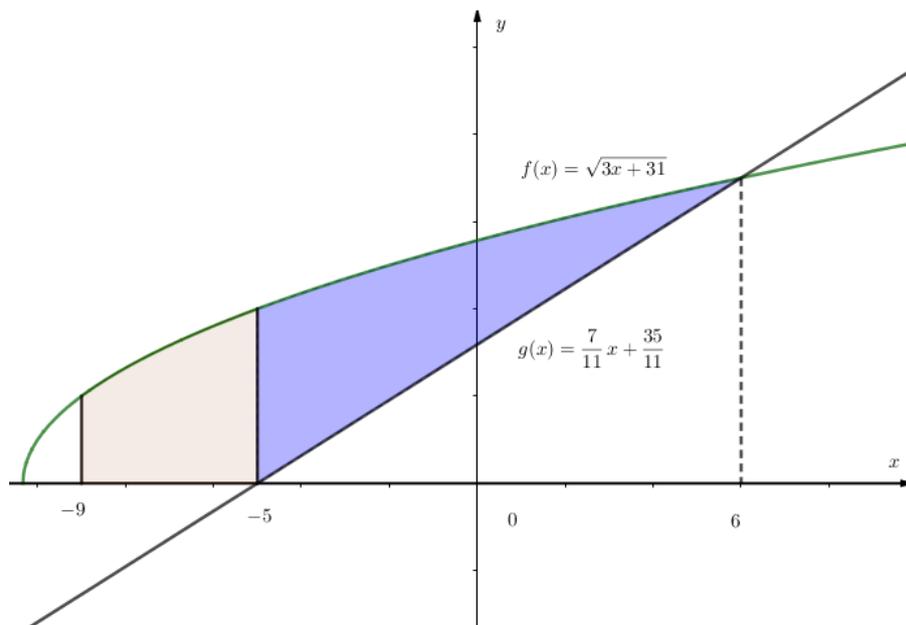
Hoành độ giao điểm của $f(x) = \sqrt{3x+31}$ và trục Ox là $x = -\frac{31}{3}$.

Hoành độ giao điểm của $g(x) = \frac{7}{11}x + \frac{35}{11}$ và trục Ox là $x = -5$.

Hoành độ giao điểm của $f(x) = \sqrt{3x+31}$ và $g(x) = \frac{7}{11}x + \frac{35}{11}$ thỏa phương trình

$$\sqrt{3x+31} = \frac{7}{11}x + \frac{35}{11} \Rightarrow x = 6.$$

Ta có hình vẽ của đồ thị các hàm số như sau:



Dựa vào hình vẽ, ta có $S = S_1 + S_2$.

$$S_1 = \int_{-9}^{-5} \sqrt{3x+31} dx = \frac{3}{2} (3x+31) \sqrt{3x+31} \Big|_{-9}^{-5} = \frac{112}{9}.$$

$$S_2 = \int_{-5}^6 \left(\sqrt{3x+31} - \frac{7}{11}x - \frac{35}{11} \right) dx = \left(\frac{3}{2} (3x+31) \sqrt{3x+31} - \frac{7}{22}x^2 - \frac{35}{11}x \right) \Big|_{-5}^6 = \frac{47}{2}.$$

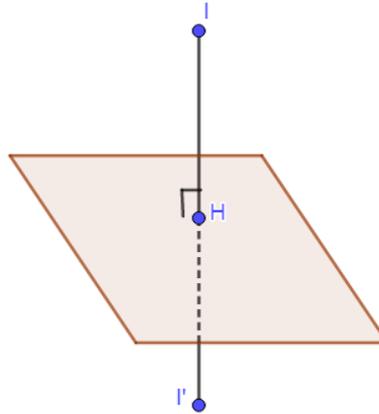
Suy ra $S = S_1 + S_2 = \frac{647}{18}$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 8x + 4y + 12z - 6 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Gọi I là tâm mặt cầu (S) , I' là điểm đối xứng của I qua mặt phẳng (α) . Tính độ dài đoạn II' .

- A.** $II' = \frac{6\sqrt{14}}{7}$. **B.** $II' = \frac{3\sqrt{14}}{7}$. **C.** $II' = \sqrt{17}$. **D.** $II' = 2\sqrt{17}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 8x + 4y + 12z - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 3 = 0$
 $\Rightarrow a = 2, b = -1, c = -3, d = -3$. Do đó mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; -3)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (α) .

I' là điểm đối xứng của I qua $(\alpha) \Leftrightarrow (\alpha)$ là mặt phẳng trung trực của đoạn II' .

Suy ra $II' = 2IH = 2d(I, (\alpha)) = 2 \cdot \frac{|2 + 3 - 6 - 5|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2 + 2^2}} = \frac{6\sqrt{14}}{7}$.

Câu 42. Biết tích phân $I = \int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}} = a \ln 3 + b \ln 5$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Khi đó $a + b$ có giá trị là

- A.** 4. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = \sqrt{3x+1} \Rightarrow t^2 = 3x+1 \Rightarrow \frac{2}{3}tdt = dx, x = \frac{t^2-1}{3}$

Đổi cận $x=1 \Rightarrow t=2, x=5 \Rightarrow t=4$

Khi đó: $I = \int_2^4 \frac{1}{\frac{t^2-1}{3} \cdot t} \cdot \frac{2}{3}tdt = \int_2^4 \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1} \right) dt = (\ln|t-1| - \ln|t+1|) \Big|_2^4$
 $= \ln 3 - \ln 5 - \ln 1 + \ln 3 = 2 \ln 3 - \ln 5 \Rightarrow a = 2, b = -1 \Rightarrow a + b = 1$.

Câu 43. Số phức $z = \frac{1-m}{1-m(m-2i)}$; $m \in \mathbb{R}$. Môđun lớn nhất của số phức z là

A. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$.

B. 3.

C. 1.

D. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|z| = \left| \frac{1-m}{1-m(m-2i)} \right| = \frac{|1-m|}{|1-m^2+2mi|} = \frac{|1-m|}{\sqrt{(1-m^2)^2+(2m)^2}} = \frac{|1-m|}{\sqrt{(m^2+1)^2}} = \frac{|1-m|}{m^2+1}$.

Xét hàm số $g(m) = \frac{|1-m|}{m^2+1} = \frac{\sqrt{m^2-2m+1}}{m^2+1}$ với $m \in \mathbb{R}$.

Có $g'(m) = \frac{-m^3+3m^2-m-1}{\sqrt{m^2-2m+1}(m^2+1)^2}$.

$g'(m)$ không xác định khi $m=1$.

$g'(m) = 0 \Leftrightarrow m = 1 \pm \sqrt{2}$.

BBT

m	$-\infty$	$1-\sqrt{2}$		1		$1+\sqrt{2}$		$+\infty$
$g'(m)$	+ 0		-		+	0		-
$g(m)$			$\frac{1+\sqrt{2}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{2}-1}{2}$	
	0				0			0

Từ bảng biến thiên suy ra môđun lớn nhất của số phức z là $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$.

Câu 44. Tính $\int \frac{1}{x^2-5x+6} dx$ kết quả đúng là .

A. $\ln|x-2| - \ln|x-3| + C$.

B. $\frac{1}{2}(\ln|x-3| + \ln|x-2|) + C$.

C. $\ln|x-3| - \ln|x-2| + C$.

D. $\ln(|x-2| \cdot |x-3|) + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int \frac{1}{x^2-5x+6} dx = \int \frac{1}{(x-2)(x-3)} dx = \int \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2} \right) dx = (\ln|x-3| - \ln|x-2|) + C$.

Câu 45. Biết $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+3^{-x}} dx = m$. Tính giá trị của $I = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+3^x} dx$.

- A. $\pi + m$. B. $\frac{\pi}{4} + m$. C. $\pi - m$. D. $\frac{\pi}{4} - m$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $x = -t \Rightarrow dx = -dt$

$$\text{Khi đó } \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+3^{-x}} dx = - \int_{\pi}^{-\pi} \frac{\cos^2(-t)}{1+3^t} dt \Rightarrow m = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 t}{1+3^t} dt = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+3^x} dx = I$$

$$\text{Mặt khác } m = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+3^{-x}} dx = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{3^x \cos^2 x}{1+3^x} dx.$$

Suy ra

$$\begin{aligned} 2m &= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+3^x} dx + \int_{-\pi}^{\pi} \frac{3^x \cos^2 x}{1+3^x} dx = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{(1+3^x) \cos^2 x}{1+3^x} dx = \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} (1 + \cos 2x) dx \\ &= \frac{1}{2} \left(x + \frac{\sin 2x}{2} \right) \Big|_{-\pi}^{\pi} = \pi \Rightarrow m = \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } I = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+3^x} dx = \frac{\pi}{2} = \pi - m. \text{ Chọn C}$$

Câu 46. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ một mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất, có phương trình là

- A. $6x + 3y + 2z - 18 = 0$. B. $3x + 2y + 2z - 13 = 0$.
C. $3x + 6y + z - 18 = 0$. D. $2x + 3y + 6z - 26 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$, với $a, b, c > 0$.

Phương trình mặt phẳng (α) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

(α) đi qua điểm $M(1;2;3) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là: $V_{OABC} = \frac{1}{6} abc$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có: $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \geq 3 \sqrt[3]{\frac{1}{a} \cdot \frac{2}{b} \cdot \frac{3}{c}}$

$$\text{Hay } 1 \geq 3 \sqrt[3]{\frac{6}{abc}} \Leftrightarrow 1 \geq \frac{162}{abc}$$

Suy ra: $abc \geq 162 \Leftrightarrow \frac{1}{6} abc \geq 27 \Rightarrow V_{OABC} \geq 27$.

Vậy thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất khi $\frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=6 \\ c=9 \end{cases}$

Phương trình của mặt phẳng (α) là $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

Câu 47. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-4; -2; 4)$, đường thẳng Δ cắt

và vuông góc với đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ thì phương trình đường thẳng Δ là

A. $\frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$ **B.** $\frac{x+4}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$.

C. $\frac{x+4}{-3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-4}{-1}$ **D.** $\frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{1}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $A(-4; -2; 4)$ và vuông góc với đường thẳng d .

Khi đó $\vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = (2; -1; 4)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $2(x+4) - (y+2) + 4(z-4) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 4z - 10 = 0$.

Gọi $B = d \cap (P)$ thì tọa độ điểm B thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \\ 2x - y + 4z - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = -1 \\ y = 0 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow B(-1; 0; 3).$$

Đường thẳng Δ cần tìm là đường thẳng đi qua hai điểm A, B .

Ta có $\vec{u}_{\Delta} = \vec{AB} = (3; 2; -1)$. Phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$.

Câu 48. Số các giá trị m nguyên để có đúng hai số phức z thỏa $|z - (m+3) + 3i| = 4$ và

$$|z + 1 - i| = |\bar{z} - 1 + 2i|$$

A. 9.

B. 8.

C. 11.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$.

$$\text{Ta có } |z - (m+3) + 3i| = 4 \Leftrightarrow |x - m - 3 + (y+3)i| = 4 \Leftrightarrow (x - m - 3)^2 + (y+3)^2 = 16$$

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C) có tâm $I(m+3; -3)$, bán kính $R = 4$

Ta lại có

$$|z + 1 - i| = |\bar{z} - 1 + 2i|$$

$$\Leftrightarrow |x + yi + 1 - i| = |x - yi - 1 + 2i|$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow |x+1+(y-1)i| = |x-1+(2-y)i| \\ &\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = (x-1)^2 + (y-2)^2 \\ &\Leftrightarrow 2x-2y+2 = -2x-4y+5 \\ &\Leftrightarrow 4x+2y-3=0. \end{aligned}$$

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $d: 4x+2y-3=0$.

Để có đúng hai số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán thì đường thẳng d phải cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

$$\begin{aligned} ycbt \Leftrightarrow d_{(l,d)} < R &\Leftrightarrow \frac{|4(m+3)+2 \cdot (-3)-3|}{\sqrt{4^2+2^2}} < 4 \Leftrightarrow |4m+3| < 8\sqrt{5} \\ &\Leftrightarrow -8\sqrt{5} < 4m+3 < 8\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{-8\sqrt{5}-3}{4} < m < \frac{8\sqrt{5}-3}{4} \end{aligned}$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-5; -4; -3; \dots; 1; 2; 3\}$.

Có tất cả 9 giá trị m nguyên.

Câu 49. Cho $F(x) = \ln 2x$ là một nguyên hàm của $\frac{x^2}{f(x)}$. Tính $\int f'(x) \cdot \ln x dx$. Kết quả đúng là

- A.** $\int f'(x) \cdot \ln x dx = x \ln x - \frac{x^3}{3} + C$. **B.** $\int f'(x) \cdot \ln x dx = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} + C$.
- C.** $\int f'(x) \cdot \ln x dx = \frac{x^3}{3} + C$. **D.** $\int f'(x) \cdot \ln x dx = x^2 \ln x - \frac{x^3}{2} + C$.

Lời giải

Chọn B

Do $F(x) = \ln 2x$ là một nguyên hàm của $\frac{x^2}{f(x)}$ nên:

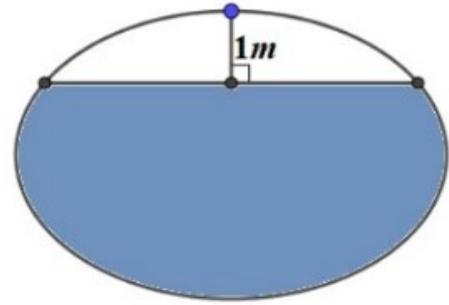
$$\ln(2x) = \int \frac{x^2}{f(x)} dx \Leftrightarrow [\ln(2x)]' = \frac{x^2}{f(x)} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{x^2}{f(x)} \Leftrightarrow f(x) = x^3.$$

Xét $I = \int f'(x) \cdot \ln x dx$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = f(x) \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } I = \int f'(x) \cdot \ln x dx = \ln x \cdot f(x) - \int \frac{f(x)}{x} dx = x^3 \ln x - \int x^2 dx = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} + C.$$

Câu 50. Các bồn chứa xăng vận chuyển trên xe cơ giới thường có dạng hình trụ nằm ngang với đáy là một hình elip mà không phải hình tròn. Việc chế tạo theo hình elip có nhiều ưu điểm như: làm cho trọng tâm xe thấp, độ dao động của chất lỏng bên trong bồn sẽ thấp Giả sử một bồn chở xăng có đáy là đường elip có phương trình $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và chiều dài của bồn là $10m$. Sau khi bơm xăng cho một trạm xăng thì phần xăng còn lại cách đỉnh của elip $1m$ (Tham khảo hình vẽ). Tính gần đúng lượng xăng còn lại trong bồn xăng (Làm tròn đến hàng đơn vị theo lít và giả sử các vật liệu chế tạo nên bồn xăng có độ dài không đáng kể).



- A. 151 646 lít. B. 151 645 lít. C. 151 644 lít. D. 151 647 lít.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ ta có $\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$.

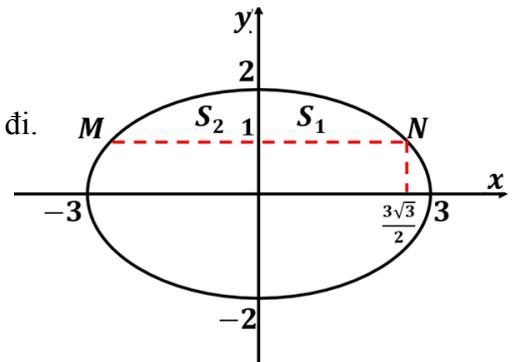
Diện tích đáy của bồn hình elip: $S_{(E)} = \pi ab = 6\pi$.

Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có: $S_M = S_1 + S_2$ là phần diện tích đáy có xăng bị mất đi.

Gọi M, N là giao điểm của elip và đường thẳng $y = 1$.

$$\text{Khi đó: } \frac{x^2}{9} + \frac{1}{4} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\sqrt{3}}{2} \\ x = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}; 1\right).$$



Phần diện tích S_1 được giới hạn bởi đường elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, đường thẳng $y = 1$ và hai đường

$$x = 0, x = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Do đó: } S_1 = \int_0^{\frac{3\sqrt{3}}{2}} \left(2\sqrt{1 - \frac{x^2}{9}} - 1 \right) dx. \text{ Mà } S_1 = S_2 \Rightarrow S_M = 2 \int_0^{\frac{3\sqrt{3}}{2}} \left(2\sqrt{1 - \frac{x^2}{9}} - 1 \right) dx.$$

Nên diện tích phần đáy còn xăng là: $S = S_{(E)} - S_M$.

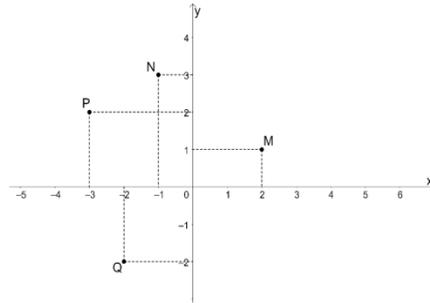
Vậy thể tích phần xăng còn lại là:

$$V = S.h = 10 \cdot \left[6\pi - 2 \int_0^{\frac{3\sqrt{3}}{2}} \left(2\sqrt{1 - \frac{x^2}{9}} - 1 \right) dx \right] \approx 151,644 (m^3) \approx 151\,644 \text{ lít.}$$

Đề: 10

Đề ôn tập kiểm tra cuối kỳ 2. Môn Toán Lớp 12
File word Full lời giải chi tiết

Câu 1: Cho bốn số phức có điểm biểu diễn lần lượt là M, N, P, Q như hình vẽ bên. Số phức có mô-đun lớn nhất là số phức có điểm biểu diễn là



- (A). N . (B). P . (C). Q . (D). M .

Câu 2: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (e+2)x$ và $y = (2+e^x)x$ là

- (A). $\frac{e-2}{4}$. (B). $\frac{e+2}{4}$. (C). $\frac{e-2}{2}$. (D). $\frac{e+2}{2}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-2), B(3;-2;4)$. Vector \overrightarrow{AB} có tọa độ là:

- (A). $(2;5;6)$. (B). $(-2;5;6)$. (C). $(4;1;2)$. (D). $(2;-5;6)$.

Câu 4: $\int_1^2 \frac{4}{3x+2} dx$ bằng

- (A). $\frac{4}{3} \ln \frac{11}{5}$. (B). $\frac{4}{3} \ln 55$. (C). $4 \ln \frac{11}{5}$. (D). $\frac{1}{3} \ln \frac{11}{5}$.

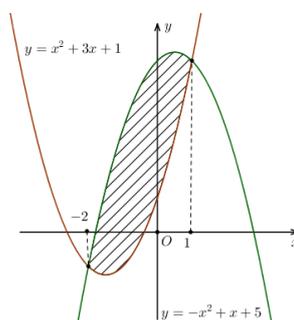
Câu 5: Thể tích của một khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$ bằng

- (A). $32\sqrt{2}\pi$. (B). $128\sqrt{2}\pi$. (C). $16\sqrt{2}\pi$. (D). $64\sqrt{2}\pi$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2;2;-1)$ và $\vec{b} = (3;-2;6)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A). $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{3}{7}$. (B). $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{3}{7}$. (C). $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{4}{21}$. (D). $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{4}{21}$.

Câu 7: Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên dưới được tính bởi công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_{-2}^1 (-2x^2 - 2x + 4) dx.$

B. $S = \int_{-2}^1 (-4x - 6) dx.$

C. $S = \int_{-2}^1 (4x + 6) dx.$

D. $S = \int_{-2}^1 (2x^2 + 2x - 4) dx.$

Câu 8: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ là

A. $x^2 - \frac{1}{x} + C.$

B. $x^2 + \ln x + C.$

C. $2 + \frac{1}{x} + C.$

D. $2x + 2 \ln x + C.$

Câu 9: Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 5 + 3i = |z|$. Giá trị của $5a + b$ bằng

A. $-3.$

B. $13.$

C. $-8.$

D. $-11.$

Câu 10: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 - e^{3x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = 2$ là

A. $\frac{3 + e^2 - e^6}{3}.$

B. $\frac{2 + e^2 - e^6}{3}.$

C. $\frac{e^6 - e^2 - 3}{3}.$

D. $\frac{e^6 - e^2 - 2}{3}.$

Câu 11: Cho số phức z thỏa mãn $z = (1 + 2i)^2 - i + 1$. Môđun của số phức đã cho bằng

A. $13.$

B. $\sqrt{13}.$

C. $1.$

D. $\sqrt{5}.$

Câu 12: Cho số phức z thỏa mãn $z + (2 - 5i) = \bar{z}(i - 1)$. Phần ảo của số phức đã cho là

A. $-5i.$

B. $-8.$

C. $-5.$

D. $-8i.$

Câu 13: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - x^2$ là

A. $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + C.$

B. $x^4 - x^3 + C.$

C. $3x^2 - 2x + C.$

D. $\frac{1}{3}x^4 - \frac{1}{4}x^3 + C.$

Câu 14: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 3$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_0^3 (x^2 + 5)^2 dx.$

B. $V = \pi \int_0^3 (x^2 + 5) dx.$

C. $V = \pi \int_0^3 (x^2 + 5)^2 dx.$

D. $V = \int_0^3 (x^2 + 5) dx.$

Câu 15: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a\sqrt{3}$, góc giữa đường sinh và mặt đáy bằng 30° . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\sqrt{3}\pi a^3.$

B. $\sqrt{3}a^3.$

C. $3\sqrt{3}\pi a^3.$

D. $3\sqrt{3}a^3.$

Câu 16: Cho tích phân $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^1 g(x) dx = 6$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 3g(x)] dx$ bằng

A. $-3.$

B. $-15.$

C. $21.$

D. $3.$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC với $A(1; -3; 2)$, $B(-3; 4; 5)$, $C(1; 2; 3)$. Độ dài đường trung tuyến AM ($M \in BC$) của tam giác ABC bằng

A. $2\sqrt{5}.$

B. $44.$

C. $6.$

D. $2\sqrt{11}.$

Câu 18: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x, y = 0, x = 1, x = e$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ. $S = \int_1^e 3^x dx$. Ⓑ. $S = \pi \int_1^e 3^x dx$. Ⓒ. $S = \pi \int_1^e 3^{2x} dx$. Ⓓ. $S = \int_1^e 3^{2x} dx$.

Câu 19: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ và $F(2) = 1$. Tính $F(4)$.

- Ⓐ. $F(4) = 5 + \sqrt{2}$. Ⓑ. $F(4) = 5 - \sqrt{2}$. Ⓒ. $F(4) = 4 - 2\sqrt{2}$. Ⓓ. $F(4) = 5 - 2\sqrt{2}$.

Câu 20: Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 6 + 3i$. Tổng phần thực và phần ảo số phức z bằng

- Ⓐ. 5. Ⓑ. -3. Ⓒ. -1. Ⓓ. 2.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(5; -3; -2)$ và $B(1; -1; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

- Ⓐ. $3x - 2y + z - 19 = 0$. Ⓑ. $2x - y - 3z - 19 = 0$.
Ⓒ. $2x - y - 3z - 7 = 0$. Ⓓ. $3x - 2y - z - 23 = 0$.

Câu 22: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x - 4e^x + 3$ là

- Ⓐ. $\frac{5^x}{\ln 5} - 4e^x + 3x + C$. Ⓑ. $\frac{5^x}{\log 5} - 4e^x + 3x + C$.
Ⓒ. $5^x \ln 5 - 4e^x + C$. Ⓓ. $5^x - 4e^x + 3 + C$.

Câu 23: Số phức liên hợp với số phức $7 - 8i$ là

- Ⓐ. $7 + 8i$. Ⓑ. $8 + 7i$. Ⓒ. $8 - 7i$. Ⓓ. $-7 + 8i$.

Câu 24: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 4\sin x + 5\cos x$ là

- Ⓐ. $x^3 - 4\cos x + 5\sin x + C$. Ⓑ. $x^3 + 4\cos x + 5\sin x + C$.
Ⓒ. $x^3 - 4\cos x - 5\sin x + C$. Ⓓ. $6x - 4\cos x - 5\sin x + C$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): 4x + 2y + 4z - 7 = 0$ bằng

- Ⓐ. $\frac{9}{2}$. Ⓑ. $\frac{13}{6}$. Ⓒ. $\frac{17}{3}$. Ⓓ. $\frac{13}{3}$.

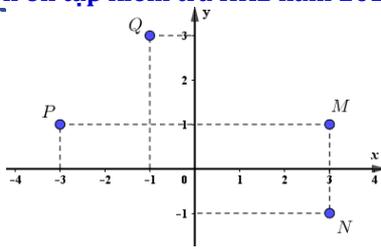
Câu 26: Số phức có phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -6 là

- Ⓐ. $5 + 6i$. Ⓑ. $-5 + 6i$. Ⓒ. $-5 - 6i$. Ⓓ. $5 - 6i$.

Câu 27: Cho $\int_1^2 f(2x+1) dx = 20$. Tính $I = \int_3^5 f(x) dx$.

- Ⓐ. $I = 10$. Ⓑ. $I = 20$. Ⓒ. $I = 30$. Ⓓ. $I = 40$.

Câu 28: Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 3i$?



- (A). M . (B). P . (C). Q . (D). N .

Câu 29: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và có thiết diện qua trục hình trụ là một hình vuông. Đường kính của đường tròn đáy của hình trụ đã cho bằng

- (A). $5\sqrt{2}$. (B). $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. (C). $5\sqrt{2}\pi$. (D). $\frac{5\pi\sqrt{2}}{2}$.

Câu 30: Cho hình nón có đường sinh bằng $3a$ và bán kính đường tròn đáy bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- (A). $3\pi a^2$. (B). $6\pi a^2$. (C). $\frac{4\sqrt{5}\pi a^2}{3}$. (D). $12\pi a^2$.

Câu 31: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(2 + \ln x)$ là

- (A). $2x^2 \ln x + 3x^2 + C$. (B). $2x^2 \ln x + x^2 + C$. (C). $2x^2 \ln x - x^2 + C$. (D). $2x^2 \ln x - 3x^2 + C$.

Câu 32: Thể tích khối cầu ngoại tiếp lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a\sqrt{3}$ là

- (A). $28\pi a^3$. (B). $\frac{28\sqrt{7}}{3}\pi a^3$. (C). $\frac{28}{3}\pi a^3$. (D). $\frac{28\sqrt{7}}{7}\pi a^3$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z + 2 = 0$ và hai điểm $A(6; 4; -7)$, $B(2; 2; -1)$. Điểm $M(a; b; c) \in (P)$ và thỏa $T = MA^2 - 3MB^2$ đạt giá trị lớn nhất. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A). $a + c = 0$. (B). $2a + 3b - 7c = 2019$. (C). $a + b + c = 0$. (D). $a + b = 4$.

Câu 34: Cho $\int_3^4 \frac{2x+3}{x^2+3x} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 7$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Giá trị của $2a + 3b + 7c$ bằng

- (A). -9 . (B). 6 . (C). 15 . (D). 3 .

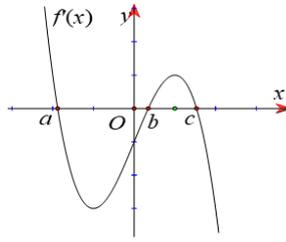
Câu 34: Một khối cầu có thể tích bằng 288π thì diện tích mặt cầu đó bằng

- (A). $\frac{144}{3}\pi$. (B). 128π . (C). 72π . (D). 144π .

Câu 35: Cho $\int_0^1 \frac{x}{(x+3)^2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $8a + b + c$ bằng

- (A). 1 . (B). 2 . (C). -1 . (D). -2 .

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại 3 điểm có hoành độ a, b, c như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



- A. $f(c) > f(a) > f(b)$. B. $f(b) > f(a) > f(c)$.
 C. $f(c) > f(b) > f(a)$. D. $f(a) > f(c) > f(b)$.

Câu 37: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x(1 + \cos x) dx = a\pi^2 + b\pi + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $4a + b - 3c$ bằng

- A. -1. B. -2. C. 4. D. 0.

Câu 38: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4 \sin 5x \cdot \cos x$ là .

- A. $-\sin 4x - \frac{2}{3} \sin 6x + C$. B. $-\frac{1}{2} \cos 4x - \frac{1}{3} \cos 6x + C$.
 C. $\frac{4}{5} \cos 5x \cdot \sin x + C$. D. $\frac{1}{2} \cos 4x + \frac{1}{3} \cos 6x + C$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$		-2		1		-2		$+\infty$

Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$; $y = 0$; $x = -2$ và $x = 2$.

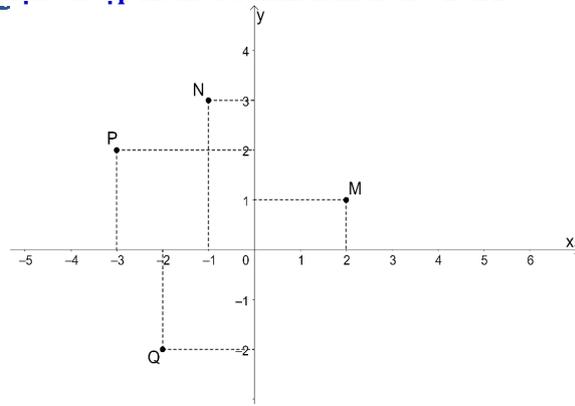
- A. 3. B. 4. C. 6. D. 5.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	C	D	A	D	C	A	A	D	C	B	B	A	C	C	B	D	A	D	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	A	B	B	D	D	C	A	B	A	B	A	D	D	C	D	C	B	C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho bốn số phức có điểm biểu diễn lần lượt là M, N, P, Q như hình vẽ bên. Số phức có mô đun lớn nhất là số phức có điểm biểu diễn là



- A. N . B. P . C. Q . D. M .

Lời giải

Chọn B

Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các số phức có điểm biểu diễn lần lượt là M, N, P, Q .

$$z_1 = 2 + i \Rightarrow |z_1| = \sqrt{5}, \quad z_2 = -1 + 3i \Rightarrow |z_2| = \sqrt{10}$$

$$z_3 = -3 + 2i \Rightarrow |z_3| = \sqrt{13}, \quad z_4 = -2 - 2i \Rightarrow |z_4| = 2\sqrt{2}$$

Vậy số phức có mô đun lớn nhất là số phức có điểm biểu diễn là điểm P

Câu 2: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (e + 2)x$ và $y = (2 + e^x)x$ là

- A. $\frac{e-2}{4}$. B. $\frac{e+2}{4}$. C. $\frac{e-2}{2}$. D. $\frac{e+2}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $(e + 2)x = (2 + e^x)x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng $S = \int_0^1 (ex - e^x x) dx = \int_0^1 ex dx - \int_0^1 e^x x dx = S_1 - S_2$

$$S_1 = \int_0^1 ex dx = e \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{e}{2}$$

$$S_2 = \int_0^1 xe^x dx \text{ Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$S_2 = xe^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = (xe^x - e^x) \Big|_0^1 = 1$$

Vậy: $S = \frac{e-2}{2}$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -2), B(3; -2; 4)$. Vectơ \overline{AB} có tọa độ là:

- A. $(2; 5; 6)$. B. $(-2; 5; 6)$. C. $(4; 1; 2)$. D. $(2; -5; 6)$.

Lời giải

Chọn D

$$\overline{AB} = (2; -5; 6).$$

Câu 4. $\int_1^2 \frac{4}{3x+2} dx$ bằng

A. $\frac{4}{3} \ln \frac{11}{5}$.

B. $\frac{4}{3} \ln 55$.

C. $4 \ln \frac{11}{5}$.

D. $\frac{1}{3} \ln \frac{11}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\int_1^3 \frac{4}{3x+2} dx = 4 \int_1^3 \frac{1}{3x+2} dx = \frac{4}{3} \ln |3x+2| \Big|_1^3 = \frac{4}{3} \ln 11 - \frac{4}{3} \ln 5 = \frac{4}{3} \ln \frac{11}{5}.$$

Câu 5. Thể tích của một khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$ bằng

A. $32\sqrt{2}\pi$.

B. $128\sqrt{2}\pi$.

C. $16\sqrt{2}\pi$.

D. $64\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 4\sqrt{2} = 64\sqrt{2}\pi$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 2; -1)$ và $\vec{b} = (3; -2; 6)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{3}{7}$.

B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{3}{7}$.

C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{4}{21}$.

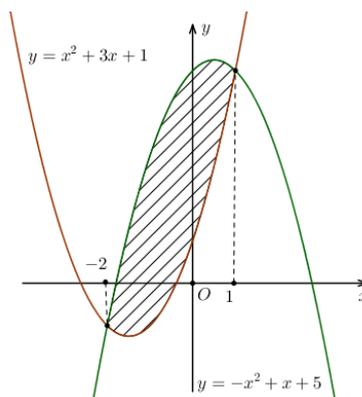
D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{4}{21}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot 3 + 2 \cdot (-2) + (-1) \cdot 6}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 6^2}} = -\frac{4}{21}$.

Câu 7. Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên dưới được tính bởi công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_{-2}^1 (-2x^2 - 2x + 4) dx$.

B. $S = \int_{-2}^1 (-4x - 6) dx$.

C. $S = \int_{-2}^1 (4x + 6) dx.$

D. $S = \int_{-2}^1 (2x^2 + 2x - 4) dx.$

Lời giải

Chọn A

Ta có diện tích hình phẳng cần tìm $S = \int_{-2}^1 [-x^2 + x + 5 - (x^2 + 3x + 1)] dx = \int_{-2}^1 (-2x^2 - 2x + 4) dx.$

Câu 8. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ là

A. $x^2 - \frac{1}{x} + C.$

B. $x^2 + \ln x + C.$

C. $2 + \frac{1}{x} + C.$

D. $2x + 2 \ln x + C.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x) dx = \int \left(2x + \frac{1}{x^2} \right) dx = x^2 - \frac{1}{x} + C.$

Câu 9. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 5 + 3i = |z|$. Giá trị của $5a + b$ bằng

A. $-3.$

B. $13.$

C. $-8.$

D. $-11.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $z + 5 + 3i = |z| \Leftrightarrow a + bi + 5 + 3i = \sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow a + 5 + (b + 3)i = \sqrt{a^2 + b^2}.$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 5 = \sqrt{a^2 + b^2} \\ b + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -5 \\ a^2 + 10a + 25 = a^2 + b^2 \\ b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{8}{5} \\ b = -3 \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện).}$$

Vậy $5a + b = -11.$

Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 - e^{3x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = 2$ là

A. $\frac{3 + e^2 - e^6}{3}.$

B. $\frac{2 + e^2 - e^6}{3}.$

C. $\frac{e^6 - e^2 - 3}{3}.$

D. $\frac{e^6 - e^2 - 2}{3}.$

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm $1 - e^{3x} = 0 \Leftrightarrow x = 0 \notin (1; 2).$

Diện tích hình phẳng là $S = \left| \int_1^2 (1 - e^{3x}) dx \right| = \left| \left(x - \frac{1}{3} e^{3x} \right) \Big|_1^2 \right| = \left| \left(2 - \frac{1}{3} e^6 \right) - \left(1 - \frac{1}{3} e^2 \right) \right| = \frac{e^6 - e^2 - 3}{3}.$

Vậy $S = \frac{e^6 - e^2 - 3}{3}.$

Câu 11. Cho số phức z thỏa mãn $z = (1 + 2i)^2 - i + 1$. Môđun của số phức đã cho bằng

A. $13.$

B. $\sqrt{13}.$

C. $1.$

D. $\sqrt{5}.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z = (1 + 2i)^2 - i + 1 \Leftrightarrow z = -2 + 3i.$

Do đó: $|z| = |-2 + 3i| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$.

- Câu 12.** Cho số phức z thỏa mãn $z + (2 - 5i) = \bar{z}(i - 1)$. Phần ảo của số phức đã cho là
A. $-5i$. **B.** -8 . **C.** -5 . **D.** $-8i$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } z + (2 - 5i) = \bar{z}(i - 1) &\Leftrightarrow x + yi + 2 - 5i = (x - yi)(i - 1) \\ &\Leftrightarrow (x + 2) + (y - 5)i = (-x + y) + (x + y)i \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 = -x + y \\ y - 5 = x + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -2 \\ x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = -8 \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó: $z = -5 - 8i$. Vậy số phức z có phần ảo là -8 .

- Câu 13:** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - x^2$ là

- A.** $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + C$. **B.** $x^4 - x^3 + C$. **C.** $3x^2 - 2x + C$. **D.** $\frac{1}{3}x^4 - \frac{1}{4}x^3 + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \int (x^3 - x^2) dx = \int x^3 dx - \int x^2 dx = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + C$$

- Câu 14:** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5, y = 0, x = 0, x = 3$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $V = \int_0^3 (x^2 + 5)^2 dx$. **B.** $V = \pi \int_0^3 (x^2 + 5) dx$. **C.** $V = \pi \int_0^3 (x^2 + 5)^2 dx$. **D.** $V = \int_0^3 (x^2 + 5) dx$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5, y = 0, x = 0, x = 3$ quanh trục Ox , ta có $V = \pi \int_0^3 (x^2 + 5)^2 dx$.

- Câu 15.** Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a\sqrt{3}$, góc giữa đường sinh và mặt đáy bằng 30° . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A.** $\sqrt{3}\pi a^3$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $3\sqrt{3}\pi a^3$. **D.** $3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C

Vì $3^x > 0$ nên $S = \int_1^e 3^x dx$.

Câu 19. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ và $F(2) = 1$. Tính $F(4)$.

- A. $F(4) = 5 + \sqrt{2}$. B. $F(4) = 5 - \sqrt{2}$. C. $F(4) = 4 - 2\sqrt{2}$. **D. $F(4) = 5 - 2\sqrt{2}$.**

Lời giải

Chọn D

Giả sử $F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$.

Vì $F(2) = 1 \Rightarrow 1 = 2\sqrt{2} + C \Leftrightarrow C = 1 - 2\sqrt{2} \Rightarrow F(x) = 2\sqrt{x} + 1 - 2\sqrt{2}$.

Vậy $F(4) = 4 + 1 - 2\sqrt{2} = 5 - 2\sqrt{2}$.

Câu 20. Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 6 + 3i$. Tổng phần thực và phần ảo số phức z bằng

- A. 5. B. -3. **C. -1.** D. 2.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$.

Ta có: $z + 2\bar{z} = 6 + 3i \Leftrightarrow a + bi + 2(a - bi) = 6 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2a = 6 \\ b - 2b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$

Vậy $a + b = -1$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(5; -3; -2)$ và $B(1; -1; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

- A. $3x - 2y + z - 19 = 0$. **B. $2x - y - 3z - 19 = 0$.**
C. $2x - y - 3z - 7 = 0$. D. $3x - 2y - z - 23 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \overline{AB} = (-4; 2; 6)$ nên có phương trình là

$-4(x - 5) + 2(y + 3) + 6(z + 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 3z - 19 = 0$.

Câu 22. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x - 4e^x + 3$ là

- A. $\frac{5^x}{\ln 5} - 4e^x + 3x + C$.** B. $\frac{5^x}{\log 5} - 4e^x + 3x + C$.
C. $5^x \ln 5 - 4e^x + C$. D. $5^x - 4e^x + 3 + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\int f(x) dx = \int (5^x - 4e^x + 3) dx = \int 5^x dx - 4 \int e^x dx + 3 \int dx = \frac{5^x}{\ln 5} - 4e^x + 3x + C.$$

Câu 23. Số phức liên hợp với số phức $7 - 8i$ là

- A.** $7 + 8i$. **B.** $8 + 7i$. **C.** $8 - 7i$. **D.** $-7 + 8i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) suy ra số phức liên hợp của z là $\bar{z} = a - bi$.

Vậy số phức liên hợp với số phức $7 - 8i$ là $7 + 8i$.

Câu 24. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 4\sin x + 5\cos x$ là

- A.** $x^3 - 4\cos x + 5\sin x + C$. **B.** $x^3 + 4\cos x + 5\sin x + C$.
C. $x^3 - 4\cos x - 5\sin x + C$. **D.** $6x - 4\cos x - 5\sin x + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\int f(x) dx = \int (3x^2 - 4\sin x + 5\cos x) dx = x^3 + 4\cos x + 5\sin x + C.$$

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): 4x + 2y + 4z - 7 = 0$ bằng

- A.** $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{13}{6}$. **C.** $\frac{17}{3}$. **D.** $\frac{13}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \neq \frac{-10}{-7}$ nên (P) và (Q) song song với nhau.

$$\text{Lấy } M(0; 0; 5) \in (P) \text{ thì } d((P), (Q)) = d(M, (Q)) = \frac{|4 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 4 \cdot 5 - 7|}{\sqrt{4^2 + 2^2 + 4^2}} = \frac{13}{6}.$$

Câu 26. Số phức có phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -6 là

- A.** $5 + 6i$. **B.** $-5 + 6i$. **C.** $-5 - 6i$. **D.** $5 - 6i$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa, số phức có phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -6 là $5 - 6i$.

Câu 27. Cho $\int_1^2 f(2x+1) dx = 20$. Tính $I = \int_3^5 f(x) dx$.

- A.** $I = 10$. **B.** $I = 20$. **C.** $I = 30$. **D.** $I = 40$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Xét tích phân } J = \int_1^2 f(2x+1) dx.$$

$$\text{Đặt } 2x+1 = t \Rightarrow dx = \frac{1}{2} dt.$$

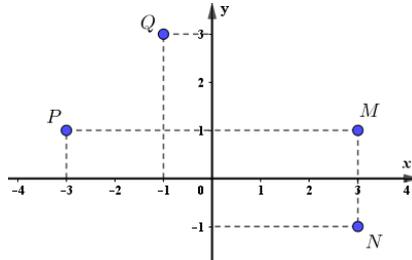
Đôi cận:

x	1	2
t	3	5

$$J = \int_1^2 f(2x+1) dx = \frac{1}{2} \int_3^5 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_3^5 f(x) dx.$$

Theo giả thiết: $\Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_3^5 f(x) dx = 20 \Leftrightarrow \int_3^5 f(x) dx = 40.$

Câu 28. Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 3i$?



A. M .

B. P .

C. Q .

D. N .

Lời giải

Chọn C

Số phức $z = -1 + 3i$ được biểu diễn bởi điểm có tọa độ $(-1; 3) \Rightarrow$ chọn điểm Q .

Câu 29. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và có thiết diện qua trục hình trụ là một hình vuông. Đường kính của đường tròn đáy của hình trụ đã cho bằng

A. $5\sqrt{2}$.

B. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

C. $5\sqrt{2}\pi$.

D. $\frac{5\pi\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết: thiết diện qua trục hình trụ là một hình vuông $\Rightarrow l = d$.

$$S_{xq} = 2\pi Rl \Rightarrow 50\pi = \pi dl \Rightarrow 50\pi = \pi d^2 \Rightarrow d^2 = 50 \Rightarrow d = 5\sqrt{2}.$$

Câu 30. Cho hình nón có đường sinh bằng $3a$ và bán kính đường tròn đáy bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $3\pi a^2$.

B. $6\pi a^2$.

C. $\frac{4\sqrt{5}\pi a^2}{3}$.

D. $12\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot 2a \cdot 3a = 6\pi a^2$.

Câu 31. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(2 + \ln x)$ là

A. $2x^2 \ln x + 3x^2 + C$.

B. $2x^2 \ln x + x^2 + C$.

C. $2x^2 \ln x - x^2 + C$.

D. $2x^2 \ln x - 3x^2 + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int 4x(2 + \ln x) dx = \int (2 + \ln x) d(2x^2) = 2x^2(2 + \ln x) - \int 2x dx \\ &= 2x^2(2 + \ln x) - x^2 + C = 2x^2 \ln x + 3x^2 + C. \end{aligned}$$

$$I_2 = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1.$$

Do đó $I = I_1 + I_2 = \frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi}{2} - 1$. Suy ra $a = \frac{1}{8}$, $b = \frac{1}{2}$, $c = -1$.

Vậy $4a + b - 3c = 4 \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{2} - 3 \cdot (-1) = 4$.

Câu 39. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4 \sin 5x \cdot \cos x$ là .

A. $-\sin 4x - \frac{2}{3} \sin 6x + C$.

B. $-\frac{1}{2} \cos 4x - \frac{1}{3} \cos 6x + C$.

C. $\frac{4}{5} \cos 5x \cdot \sin x + C$.

D. $\frac{1}{2} \cos 4x + \frac{1}{3} \cos 6x + C$.

Lời giải

Chọn B.

$$\int 4 \sin 5x \cdot \cos x \cdot dx = \int 2(\sin 6x + \sin 4x) dx = 2 \left(-\frac{\cos 6x}{6} - \frac{\cos 4x}{4} \right) + C = -\frac{1}{3} \cos 6x - \frac{1}{2} \cos 4x + C$$

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$+$			
y	$+\infty$	\searrow	-2	\nearrow	1	\searrow	-2	\nearrow	$+\infty$

Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$; $y = 0$; $x = -2$ và $x = 2$.

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Chọn C.

Gọi S là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$; $y = 0$; $x = -2$ và $x = 2$

$$\Rightarrow S = \int_{-2}^2 |f'(x)| dx = \int_{-2}^0 f'(x) dx - \int_0^2 f'(x) dx = [f(0) - f(-2)] - [f(2) - f(0)]$$

$$= (1+2) - (-2-1) = 6.$$

Đề: 11

Đề ôn tập kiểm tra cuối kỳ 2. Môn Toán Lớp 12
File word Full lời giải chi tiết

Câu 1: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $i^4 = -1$. B. $(1+i)^2$ là số thực. C. $(1+i)^2 = 2i$. D. $i^3 = i$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 5x - 7y - z + 2 = 0$ nhận vectơ nào sau đây làm vectơ pháp tuyến?

- A. $\vec{n}_4 = (-5; -7; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (5; -7; 1)$. C. $\vec{n}_1 = (5; 7; 1)$. D. $\vec{n}_2 = (-5; 7; 1)$.

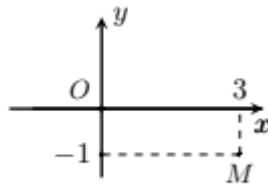
Câu 3: Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ với $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
 B. $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx. \int g(x)dx$.
 C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
 D. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

Câu 4: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây song song với trục Oy .

- A. $(\delta): 7x - 4y + 6 = 0$. B. $(\beta): 3x + 2z = 0$.
 C. $(\gamma): y + 4z - 3 = 0$. D. $(\alpha): x - 3z + 4 = 0$.

Câu 5: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức nào sau đây?



- A. $z = 1 - 3i$. B. $z = -1 + 3i$. C. $z = 3 + i$. D. $z = 3 - i$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, độ dài của vectơ $\vec{u} = (-3; 4; 0)$ bằng

- A. 1. B. $\sqrt{5}$. C. 25. D. 5.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

- A. $\int_a^b f(x)dx$. B. $-\int_a^b f(x)dx$. C. $\int_a^b |f(x)|dx$. D. $\int_b^a |f(x)|dx$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -1; 4)$ và nhận vectơ $\vec{u} = (3; -1; 5)$ làm vectơ chỉ phương. Hệ phương trình nào sau đây là phương trình tham số của d ?

Ⓐ. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$
 Ⓑ. $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$
 Ⓒ. $\begin{cases} x = 3t \\ y = -1 - t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$
 Ⓓ. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - t \\ z = -4 + 5t \end{cases}$

Câu 9: Số phức liên hợp của số phức $z = 6 - 4i$ là

Ⓐ. $\bar{z} = 4 + 6i$.
 Ⓑ. $\bar{z} = -6 + 4i$.
 Ⓒ. $\bar{z} = -6 - 4i$.
 Ⓓ. $\bar{z} = 6 + 4i$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{1}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của Δ ?

Ⓐ. $\vec{u}_1 = (2; 3; 1)$.
 Ⓑ. $\vec{u}_2 = (-2; 3; -1)$.
 Ⓒ. $\vec{u}_3 = (-2; -3; 1)$.
 Ⓓ. $\vec{u}_4 = (-2; 3; 1)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -6; 8)$. Tâm mặt cầu đường kính OA có tọa độ là

Ⓐ. $(0; 0; 0)$.
 Ⓑ. $(2; -6; 8)$.
 Ⓒ. $(-1; 3; -4)$.
 Ⓓ. $(1; -3; 4)$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ $\vec{u} = -2\vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k}$ có tọa độ là

Ⓐ. $(-2; -3; -7)$.
 Ⓑ. $(-2; 3; -7)$.
 Ⓒ. $(2; 3; -7)$.
 Ⓓ. $(2; -3; 7)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây vuông góc đồng thời với hai vectơ $\vec{u} = (1; -1; 0)$ và $\vec{v} = (0; 3; 3)$?

Ⓐ. $\vec{b} = (3; 3; 0)$.
 Ⓑ. $\vec{c} = (0; 1; -1)$.
 Ⓒ. $\vec{x} = (0; 0; -3)$.
 Ⓓ. $\vec{a} = (1; 1; -1)$.

Câu 14: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ là

Ⓐ. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.
 Ⓑ. $\int \cos 2x dx = \sin 2x + C$.
 Ⓒ. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C$.
 Ⓓ. $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 15: Khẳng định nào sau đây sai?

Ⓐ. $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C$.
 Ⓑ. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.
 Ⓒ. $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$.
 Ⓓ. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

Câu 16: Cho số phức $z = 3 - 4i$. Tính $|z|$.

Ⓐ. $|z| = 7$.
 Ⓑ. $|z| = -1$.
 Ⓒ. $|z| = 5$.
 Ⓓ. $|z| = 1$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\vec{OM} = -4\vec{i} + 5\vec{k}$. Khi đó tọa độ của điểm M là

Ⓐ. $(-4; 0; 5)$.
 Ⓑ. $(-4; 5; 0)$.
 Ⓒ. $(5; 0; -4)$.
 Ⓓ. $(4; 0; -5)$.

Câu 18: Số phức nào sau đây là số thuần ảo?

Ⓐ. $z = 7 + 3i$.
 Ⓑ. $z = 5 + i$.
 Ⓒ. $z = 7$.
 Ⓓ. $z = 2i$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+i|=2$ là đường tròn có phương trình

- Ⓐ. $x^2+(y+1)^2=2$. Ⓑ. $x^2+(y+1)^2=4$. Ⓒ. $x^2+(y-1)^2=4$. Ⓓ. $(x-1)^2+y^2=4$.

Câu 20: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x=0$, $x=\pi$, đồ thị hàm số $y=\cos x$ và trục Ox là

- Ⓐ. $S=\pi\int_0^\pi|\cos x|dx$. Ⓑ. $S=\int_0^\pi\cos^2 xdx$. Ⓒ. $S=\int_0^\pi\cos xdx$. Ⓓ. $S=\int_0^\pi|\cos x|dx$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, hệ phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3;3;1)$ và $B(0;4;-2)$?

Ⓐ. $\frac{x}{3}=\frac{y+4}{-1}=\frac{z-2}{-3}$. Ⓑ. $\frac{x+3}{3}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-1}{-3}$.

Ⓒ. $\frac{x-3}{3}=\frac{y+3}{1}=\frac{z+1}{-3}$. Ⓓ. $\frac{x}{3}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z+2}{-3}$.

Câu 22: Cho số phức z thỏa mãn $(2i-i^2)z+10i=5$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

Ⓐ. z có phần thực bằng -3 . Ⓑ. $\bar{z}=-3+4i$.

Ⓒ. z có phần ảo bằng 4 . Ⓓ. $|z|=5$.

Câu 23: Cho số phức z . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

Ⓐ. $|z|=|\bar{z}|$ Ⓑ. $z\bar{z}=|z|^2$ Ⓒ. $\frac{z-\bar{z}}{i}$ là số thuần ảo Ⓓ. $z+\bar{z}$ là số thực

Câu 24: Tìm hai số thực x, y thỏa mãn $2+(5-y)i=(x-1)+5i$.

Ⓐ. $\begin{cases} x=-6 \\ y=3 \end{cases}$ Ⓑ. $\begin{cases} x=-3 \\ y=0 \end{cases}$ Ⓒ. $\begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases}$ Ⓓ. $\begin{cases} x=6 \\ y=3 \end{cases}$

Câu 25: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=xe^x$, $y=0$, $x=0$, $x=1$ xung quanh trục Ox là:

Ⓐ. $V=\pi\int_0^1x^2e^{2x}dx$. Ⓑ. $V=\pi\int_0^1x^2e^x dx$. Ⓒ. $V=\int_0^1x^2e^{2x}dx$. Ⓓ. $V=\pi\int_0^1xe^x dx$.

Câu 26: Cho $I=\int_1^4(mx+668)dx$ (m là tham số thực). Tìm m để $I=2019$.

Ⓐ. $m=-2$. Ⓑ. $m=2$. Ⓒ. $m=1$. Ⓓ. $m=-1$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-1;0;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha):4y-3z+19=0$ có phương trình là:

Ⓐ. $(x+1)^2+y^2+(z-3)^2=2$. Ⓑ. $(x-1)^2+y^2+(z+3)^2=2$.

Ⓒ. $(x-1)^2+y^2+(z+3)^2=4$. Ⓓ. $(x+1)^2+y^2+(z-3)^2=4$.

Câu 28: Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x$ quay quanh trục Ox bằng

- Ⓐ. $\pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 dx$. Ⓑ. $\pi \int_0^1 (x^2 - x) dx$.
 Ⓒ. $\pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_0^1 x^4 dx$. Ⓓ. $\pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^4 dx$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$, $B(-1;0;3)$, $C(6;8;-10)$. Gọi M , N , K lần lượt là hình chiếu vuông góc của trọng tâm tam giác ABC lên các trục Ox , Oy , Oz . Khi đó mặt phẳng (MNK) có phương trình là:

- Ⓐ. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 0$. Ⓑ. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 1$. Ⓒ. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{2} = 1$. Ⓓ. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(3;4;1)$, $B(2;-1;2)$, $C(5;-1;-1)$ và $D(-1;4;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A , B và song song với CD .

- Ⓐ. $(P): 2x + y + 7z + 2 = 0$. Ⓑ. $(P): 2x + y + 7z + 17 = 0$.
 Ⓒ. $(P): 2x + y + 7z - 17 = 0$. Ⓓ. $(P): 2x + y + 7z - 2 = 0$.

Câu 31: Trong mặt phẳng Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ với A , B , C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $1 - 2i$, $3 - i$, $1 + 2i$. Điểm D là điểm biểu diễn của số phức z nào sau đây?

- Ⓐ. $z = -1 + i$. Ⓑ. $z = 5 - i$. Ⓒ. $z = 3 + 3i$. Ⓓ. $z = 3 - 5i$.

Câu 32: Cho hai số phức $z = -3 + 4i$ và $w = 1 - 2i$. Khi đó $\bar{z} - 3w$ bằng

- Ⓐ. $6 + i$. Ⓑ. $-6 + 2i$. Ⓒ. $-6 - 2i$. Ⓓ. $6 - 2i$.

Câu 33: Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{3}x$, $y = 0$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ quanh trục Ox là.

- Ⓐ. $V = 7\pi$. Ⓑ. $V = 3\pi$. Ⓒ. $V = \sqrt{3}\pi$. Ⓓ. $V = \pi$.

Câu 34: Cho số phức z thỏa $z - \bar{z} = 4i$. Khi đó z có phần ảo bằng

- Ⓐ. 2. Ⓑ. -4. Ⓒ. 4. Ⓓ. -2.

Câu 35: Tính tích phân $I = \int_0^1 2^x dx$.

- Ⓐ. $I = \frac{2}{\ln 2}$. Ⓑ. $I = \frac{3}{2}$. Ⓒ. $I = 1$. Ⓓ. $I = \frac{1}{\ln 2}$.

Câu 36: Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2\pi$ quay quanh trục Ox là

- Ⓐ. $V = \frac{\pi}{4}$. Ⓑ. $V = \frac{\pi}{2}$. Ⓒ. $V = \frac{\pi^2}{2}$. Ⓓ. $V = \pi^2$.

Câu 37: Cho hai số phức $z_1 = x - 2i$ và $z_2 = 3 + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó, $z_1 \cdot z_2$ là số thực khi và chỉ khi

- (A). $xy = -3$. (B). $xy = 3$. (C). $xy = 6$. (D). $xy = -6$.

Câu 38: Biết $\int x \sin 2x dx = ax \cos 2x + b \sin 2x + C$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính tích ab .

- (A). $ab = -\frac{1}{4}$. (B). $ab = -\frac{1}{8}$. (C). $ab = \frac{1}{4}$. (D). $ab = \frac{1}{8}$.

Câu 39: Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A). $\int \frac{\ln x}{x} dx = 2 \ln x + C$. (B). $\int \frac{\ln x}{x} dx = \ln^2 x + C$.
 (C). $\int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2} \ln^2 x + C$. (D). $\int \frac{\ln x}{x} dx = 2 \ln^2 x + C$

Câu 40: Trong không gian $(Oxyz)$, mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;1;1)$, $B(-3;0;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x - y - 3z + 4 = 0$ có phương trình là

- (A). $6x + 3y + z - 4 = 0$. (B). $y + z - 2 = 0$.
 (C). $2x - 3y + 3z = 0$. (D). $x - 2y + z + 1 = 0$.

Câu 41: Cho $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$ (với a là số thực và b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của biểu thức $T = 2a + 3b + 4c$.

- (A). $T = 9$. (B). $T = 8$. (C). $T = 7$. (D). $T = 10$.

Câu 42: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cdot \sin^3 x dx$ và $u = \cos x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A). $I = \int_0^1 (u^2 - u^4) du$. (B). $I = -\int_0^1 (u^2 - u^4) du$. (C). $I = \int_0^1 (u^2 + u^4) du$. (D). $I = -\int_0^1 (u^2 + u^4) du$.

Câu 43: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z - 1 = \bar{z}$. Khi đó $|z|$ bằng

- (A). $\sqrt{5}$. (B). $\sqrt{6}$. (C). 2 . (D). $\sqrt{2}$.

Câu 44: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh trục Ox là

- (A). $V = \frac{16}{15}$. (B). $V = \frac{16}{15} \pi$. (C). $V = \frac{4}{3}$. (D). $V = \frac{4}{3} \pi$.

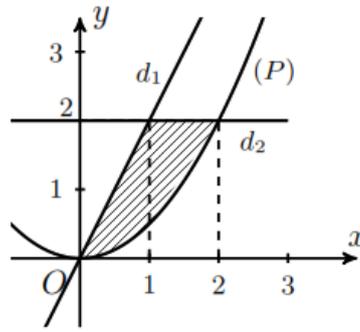
Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;3]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[-1;3]$ thỏa mãn $F(-1) = 2$, $F(3) = \frac{11}{2}$. Tính $I = \int_{-1}^3 [2f(x) - x] dx$.

- (A). $I = 11$. (B). $I = \frac{7}{2}$. (C). $I = 19$. (D). $I = 3$.

Câu 46: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 8x$ với trục hoành là

- (A). $S = 4$. (B). $S = 8$. (C). $S = 6$. (D). $S = 10$.

Câu 47: Tính diện tích hình phẳng (H) (phần gạch sọc như hình vẽ) giới hạn bởi ba đường $(P): y = \frac{1}{2}x^2$, $d_1: y = 2x$ và $d_2: y = 2$



- Ⓐ. $S = \frac{8}{3}$ Ⓑ. $S = \frac{5}{6}$ Ⓒ. $S = \frac{11}{6}$ Ⓓ. $S = \frac{5}{3}$

Câu 48: Cho số phức z có tích phần thực và phần ảo bằng 625. Gọi a là phần thực của số phức $\frac{z}{3+4i}$. Giá trị nhỏ nhất của $|a|$ bằng

- Ⓐ. $2\sqrt{3}$. Ⓑ. $3\sqrt{3}$. Ⓒ. $\sqrt{3}$. Ⓓ. $4\sqrt{3}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 5 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại giao điểm của (S) với tia Oy có phương trình

- Ⓐ. $x + 3y + 3z + 3 = 0$. Ⓑ. $x - 3y + 3z = 0$. Ⓒ. $x - 3y + 3z - 3 = 0$. Ⓓ. $x - 3y + 3z + 3 = 0$.

Câu 50: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ là

- Ⓐ. $S = 5 \ln \frac{3}{2} - 1$. Ⓑ. $S = 3 \ln \frac{3}{2} - 1$. Ⓒ. $S = 3 \ln \frac{5}{2} - 1$. Ⓓ. $S = 2 \ln \frac{3}{2} - 1$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.B	4.D	5.D	6.D	7.C	8.C	9.D	10.D
11.D	12.B	13.D	14.A	15.C	16.C	17.A	18.D	19.B	20.D
21.B	22.C	23	24	25.A	26.B	27.D	28.D	29.B	30.C
31.A	32.B	33.A	34.A	35.D	36.D	37.C	38.B	39.C	40.D
41.D	42.A	43.A	44.B	45.D	46.B	47.	48.D	49.D	50.B

Câu 1: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $i^4 = -1$. B. $(1+i)^2$ là số thực. **C.** $(1+i)^2 = 2i$. D. $i^3 = i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(1+i)^2 = 1+2i+i^2 = 2i$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 5x - 7y - z + 2 = 0$ nhận vectơ nào sau đây làm vectơ pháp tuyến?

- A. $\vec{n}_4 = (-5; -7; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (5; -7; 1)$. C. $\vec{n}_1 = (5; 7; 1)$. **D.** $\vec{n}_2 = (-5; 7; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(\alpha): 5x - 7y - z + 2 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (-5; 7; 1)$.

Câu 3: Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ với $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx. \int g(x)dx$.

C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

D. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

Lời giải

Chọn B

Theo tính chất nguyên hàm ta có:

+ $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ với $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (tính chất 2).

+ $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$ (tính chất 3).

Vậy các khẳng định A, C, D là các khẳng định đúng và khẳng định B sai.

Câu 4: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây song song với trục Oy .

A. $(\delta): 7x - 4y + 6 = 0$. **B.** $(\beta): 3x + 2z = 0$.

C. $(\gamma): y + 4z - 3 = 0$. **D.** $(\alpha): x - 3z + 4 = 0$.

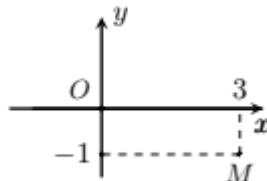
Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng song song trục Oy có phương trình có dạng: $ax + cz + d = 0$.

Vậy $(\alpha): x - 3z + 4 = 0$ là mặt phẳng song song với trục Oy .

Câu 5: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức nào sau đây?



A. $z = 1 - 3i$.

B. $z = -1 + 3i$.

C. $z = 3 + i$.

D. $z = 3 - i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $M(3; -1) \Rightarrow z = 3 - i$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, độ dài của vectơ $\vec{u} = (-3; 4; 0)$ bằng

A. 1.

B. $\sqrt{5}$.

C. 25.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{u} = (-3; 4; 0) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 0^2} = 5$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

- A. $\int_a^b f(x)dx$. B. $-\int_a^b f(x)dx$. **C.** $\int_a^b |f(x)|dx$. D. $\int_b^a |f(x)|dx$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa: diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức $\int_a^b |f(x)|dx$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -1; 4)$ và nhận vectơ $\vec{u} = (3; -1; 5)$ làm vectơ chỉ phương. Hệ phương trình nào sau đây là phương trình tham số của d ?

- A. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3t \\ y = -1 - t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - t \\ z = -4 + 5t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -1; 4)$ và nhận vectơ $\vec{u} = (3; -1; 5)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình tham số của d là: $\begin{cases} x = 3t \\ y = -1 - t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.

Câu 9: Số phức liên hợp của số phức $z = 6 - 4i$ là

- A. $\bar{z} = 4 + 6i$. B. $\bar{z} = -6 + 4i$. C. $\bar{z} = -6 - 4i$. **D.** $\bar{z} = 6 + 4i$.

Lời giải

Chọn D

Số phức liên hợp của số phức $z = 6 - 4i$ là $\bar{z} = 6 + 4i$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{1}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của Δ ?

- A. $\vec{u}_1 = (2; 3; 1)$. B. $\vec{u}_2 = (-2; 3; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (-2; -3; 1)$. **D.** $\vec{u}_1 = (-2; 3; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $\Delta: \frac{x}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{1}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2; 3; 1)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -6; 8)$. Tâm mặt cầu đường kính OA có tọa độ là

- A. $(0; 0; 0)$. B. $(2; -6; 8)$. C. $(-1; 3; -4)$. **D.** $(1; -3; 4)$.

Lời giải

Chọn D

Vì mặt cầu có đường kính OA nên tâm của mặt cầu là trung điểm OA .

Gọi I là trung điểm OA .

Vậy tọa độ tâm mặt cầu đường kính OA là $I(1; -3; 4)$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ $\vec{u} = -2\vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k}$ có tọa độ là

- A. $(-2; -3; -7)$. **B.** $(-2; 3; -7)$. C. $(2; 3; -7)$. D. $(2; -3; 7)$.

Lời giải

Chọn B

Vectơ $\vec{u} = -2\vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k}$ có tọa độ là $\vec{u} = (-2; 3; -7)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây vuông góc đồng thời với hai vectơ $\vec{u} = (1; -1; 0)$ và $\vec{v} = (0; 3; 3)$?

- A. $\vec{b} = (3; 3; 0)$. B. $\vec{c} = (0; 1; -1)$. C. $\vec{x} = (0; 0; -3)$. **D.** $\vec{a} = (1; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có vectơ $\vec{u} \wedge \vec{v}$ vuông góc với cả hai vectơ \vec{u} và \vec{v} .

Có $\vec{u} \wedge \vec{v} = (-3; -3; 3)$ và $\vec{u} \wedge \vec{v}$ cùng phương với vectơ $\vec{a} = (1; 1; -1)$.

Vậy $\vec{a} = (1; 1; -1)$ vuông góc với cả hai vectơ \vec{u} và \vec{v} .

Câu 14: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ là

- A.** $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$. B. $\int \cos 2x dx = \sin 2x + C$.
C. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C$. D. $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 15: Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C$. B. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.

C. $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$. **D.** $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int e^x dx = e^x + C$ nên câu C sai.

Câu 16: Cho số phức $z = 3 - 4i$. Tính $|z|$.

- A.** $|z| = 7$. **B.** $|z| = -1$. **C.** $|z| = 5$. **D.** $|z| = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\overline{OM} = -4\vec{i} + 5\vec{k}$. Khi đó tọa độ của điểm M là

- A.** $(-4; 0; 5)$. **B.** $(-4; 5; 0)$. **C.** $(5; 0; -4)$. **D.** $(4; 0; -5)$.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa $M(x; y; z) \Leftrightarrow \overline{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. Vậy $\overline{OM} = -4\vec{i} + 5\vec{k} \Leftrightarrow M(-4; 0; 5)$.

Câu 18: Số phức nào sau đây là số thuần ảo?

- A.** $z = 7 + 3i$. **B.** $z = 5 + i$. **C.** $z = 7$. **D.** $z = 2i$.

Lời giải

Chọn D

Số thuần ảo là số có phần thực bằng 0. Vậy trong 4 số phức trên số thuần ảo là $z = 2i$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z + i| = 2$ là đường tròn có phương trình

- A.** $x^2 + (y+1)^2 = 2$. **B.** $x^2 + (y+1)^2 = 4$. **C.** $x^2 + (y-1)^2 = 4$. **D.** $(x-1)^2 + y^2 = 4$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có $|z + i| = 2 \Leftrightarrow |x + (y+1)i| = 2 \Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 = 4$.

Câu 20: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$, đồ thị hàm số $y = \cos x$ và trục Ox là

- A.** $S = \pi \int_0^\pi |\cos x| dx$. **B.** $S = \int_0^\pi \cos^2 x dx$. **C.** $S = \int_0^\pi \cos x dx$. **D.** $S = \int_0^\pi |\cos x| dx$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$, đồ thị hàm số $y = \cos x$ và trục Ox là $S = \int_0^{\pi} |\cos x| dx$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, hệ phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3; 3; 1)$ và $B(0; 4; -2)$?

- A. $\frac{x}{3} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-2}{-3}$. B. $\frac{x+3}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{-3}$.
 C. $\frac{x-3}{3} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+1}{-3}$. C. $\frac{x}{3} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{-3}$.

Lời giải

Chọn B

+ Đường thẳng qua 2 điểm A, B có VTCP $\vec{a} = \overrightarrow{AB} = (3; 1; -3)$.

+ Phương trình chính tắc là: $\frac{x+3}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 22: Cho số phức z thỏa mãn $(2i - i^2)z + 10i = 5$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. z có phần thực bằng -3 . B. $\bar{z} = -3 + 4i$.
 C. z có phần ảo bằng 4 . D. $|z| = 5$.

Lời giải

Chọn C

+ Ta có $(2i - i^2)z + 10i = 5 \Rightarrow z = \frac{5 - 10i}{2i - i^2} = -3 - 4i$.

+ z có phần ảo bằng -4 .

Câu 23: Cho số phức z . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $|z| = |\bar{z}|$ B. $z \cdot \bar{z} = |z|^2$ C. $\frac{z - \bar{z}}{i}$ là số thuần ảo D. $z + \bar{z}$ là số thực

Lời giải

Chọn C

Xét đáp án A: $|z| = |\bar{z}| \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + (-b)^2}$ đẳng thức đúng nên loại

Xét đáp án B: $z \cdot \bar{z} = |z|^2 \Leftrightarrow (a + bi)(a - bi) = (\sqrt{a^2 + b^2})^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = a^2 + b^2$ đẳng thức đúng nên loại

Xét đáp án C có $\frac{z - \bar{z}}{i} = \frac{a + bi - (a - bi)}{i} = \frac{2bi}{i} = 2b$ là số thực. Mệnh đề sai nên chọn.

Xét đáp án D có $z + \bar{z} = a + bi + a - bi = 2a$ là số thực. Mệnh đề đúng nên loại.

Câu 24: Tìm hai số thực x, y thỏa mãn $2 + (5 - y)i = (x - 1) + 5i$.

A. $\begin{cases} x = -6 \\ y = 3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -3 \\ y = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết $2 + (5 - y)i = (x - 1) + 5i \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = x - 1 \\ 5 - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$

Câu 25: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^x, y = 0, x = 0, x = 1$ xung quanh trục Ox là:

A. $V = \pi \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$.

B. $V = \pi \int_0^1 x^2 e^x dx$.

C. $V = \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$.

D. $V = \pi \int_0^1 xe^x dx$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay một hình phẳng quanh trục Ox

thì $V = \pi \int_0^1 (xe^x)^2 dx = \pi \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$.

Câu 26: Cho $I = \int_1^4 (mx + 668) dx$ (m là tham số thực). Tìm m để $I = 2019$.

A. $m = -2$.

B. $m = 2$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Chọn B

Vì m là tham số nên $I = \int_1^4 (mx + 668) dx = \left(\frac{mx^2}{2} + 668x \right) \Big|_1^4$

$= (8m + 2672) - \left(\frac{m}{2} + 668 \right) = \frac{15m}{2} + 2004$.

Mà $I = 2019$ nên $\frac{15m}{2} + 2004 = 2019 \Leftrightarrow \frac{15m}{2} = 15 \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-1; 0; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 4y - 3z + 19 = 0$ có phương trình là:

A. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 2$.

B. $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 2$.

C. $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 4$.

D. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn D

Gọi R là bán kính của mặt cầu. Do mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 4y - 3z + 19 = 0$ nên

$R = d(I; (\alpha)) = 2$.

Do đó mặt cầu là $(x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4$.

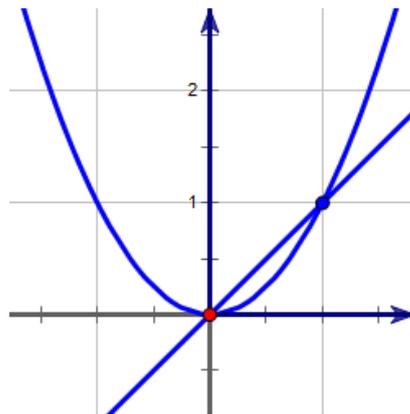
Câu 28: Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x$ quay quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 dx$. B. $\pi \int_0^1 (x^2 - x) dx$.
- C. $\pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_0^1 x^4 dx$. **D.** $\pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^4 dx$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = x \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.



Do $x > x^2, \forall x \in (0;1)$ nên thể tích hình phẳng là: $\pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^4 dx$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$, $B(-1;0;3)$, $C(6;8;-10)$. Gọi M , N , K lần lượt là hình chiếu vuông góc của trọng tâm tam giác ABC lên các trục Ox , Oy , Oz . Khi đó mặt phẳng (MNK) có phương trình là:

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 0$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $G(x; y; z)$ là trọng tâm của tam giác ABC . Ta có $\begin{cases} x = \frac{1-1+6}{3} = 2 \\ y = \frac{1+0+8}{3} = 3 \\ z = \frac{1+3-10}{3} = -2 \end{cases} \rightarrow G(2; 3; -2)$

M là hình chiếu của G lên trục $Ox \rightarrow M(2; 0; 0)$; N là hình chiếu của G lên trục $Oy \rightarrow N(0; 3; 0)$; K là hình chiếu của G lên trục $Oz \rightarrow K(0; 0; -2)$

Mặt phẳng (MNK) có phương trình: $(MNK): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 1$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(3;4;1)$, $B(2;-1;2)$, $C(5;-1;-1)$ và $D(-1;4;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A , B và song song với CD .

A. $(P): 2x + y + 7z + 2 = 0.$

B. $(P): 2x + y + 7z + 17 = 0.$

C. $(P): 2x + y + 7z - 17 = 0.$

D. $(P): 2x + y + 7z - 2 = 0.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overline{AB}(-1; -5; 1)$, $\overline{CD}(-6; 5; 1)$. Suy ra $[\overline{AB}, \overline{CD}] = (-10; -5; -35)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(3;4;1)$ nhận $\vec{n} = -\frac{1}{5}[\overline{AB}, \overline{CD}] = (2; 1; 7)$ làm véc tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng $(P): 2(x-3) + (y-4) + 7(z-1) = 0$ hay $(P): 2x + y + 7z - 17 = 0.$

Câu 31: Trong mặt phẳng Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ với A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $1-2i, 3-i, 1+2i$. Điểm D là điểm biểu diễn của số phức z nào sau đây?

A. $z = -1 + i.$

B. $z = 5 - i.$

C. $z = 3 + 3i.$

D. $z = 3 - 5i.$

Lời giải

Chọn A

Điểm biểu diễn các số phức $1-2i, 3-i, 1+2i$ lần lượt là $A(1; -2)$, $B(3; -1)$, $C(1; 2)$.

Giả sử $D(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có $\overline{AD} = (x-1; y+2)$, $\overline{BC} = (-2; 3)$.

Do $ABCD$ là hình bình hành nên $\overline{AD} = \overline{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = -2 \\ y+2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$.

Vậy $z = -1 + i.$

Câu 32: Cho hai số phức $z = -3 + 4i$ và $w = 1 - 2i$. Khi đó $\bar{z} - 3w$ bằng

A. $6 + i.$

B. $-6 + 2i.$

C. $-6 - 2i.$

D. $6 - 2i.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\bar{z} - 3w = -3 - 4i - 3(1 - 2i) = -6 + 2i.$

Câu 33: Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{3}x$, $y = 0$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ quanh trục Ox là.

A. $V = 7\pi.$

B. $V = 3\pi.$

C. $V = \sqrt{3}\pi.$

D. $V = \pi.$

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của $y = \sqrt{3}x$ và $y = 0$ là $\sqrt{3}x = 0 \Leftrightarrow x = 0.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \sin 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ \text{chọn } v = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } \int x \sin 2x dx = -\frac{x}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} \int \cos 2x dx = -\frac{x}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C.$$

$$\text{Do đó: } a = -\frac{1}{2}; b = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Vậy } ab = -\frac{1}{8}.$$

Câu 39: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int \frac{\ln x}{x} dx = 2 \ln x + C.$

B. $\int \frac{\ln x}{x} dx = \ln^2 x + C.$

C. $\int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2} \ln^2 x + C.$

D. $\int \frac{\ln x}{x} dx = 2 \ln^2 x + C$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{dx}{x}.$$

$$\int \frac{\ln x}{x} dx = \int t dt = \frac{t^2}{2} + C = \frac{\ln^2 x}{2} + C.$$

Câu 40: Trong không gian $(Oxyz)$, mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;1;1)$, $B(-3;0;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x - y - 3z + 4 = 0$ có phương trình là

A. $6x + 3y + z - 4 = 0.$ **B.** $y + z - 2 = 0.$

C. $2x - 3y + 3z = 0.$ **D.** $x - 2y + z + 1 = 0.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overline{AB} = (-3; -1; 1)$ và một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}' = (1; -1; 3)$.

Gọi \vec{n} là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng: $\vec{n} = [\overline{AB}, \vec{n}'] = (4; -8; 4) = 4(1; -2; 1)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua $A(0;1;1)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 1)$ là $x - 2y + z + 1 = 0$.

Câu 41: Cho $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$ (với a là số thực và b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của biểu thức $T = 2a + 3b + 4c$.

A. $T = 9.$

B. $T = 8.$

C. $T = 7.$

D. $T = 10.$

Lời giải

Chọn D

Đặt $u = \ln x$ và $dv = \frac{1}{x^2} dx$, ta có $du = \frac{1}{x} dx$ và $v = -\frac{1}{x}$.

$$\text{Do đó } I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \ln x \Big|_1^2 + \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \ln x \Big|_1^2 - \frac{1}{x} \Big|_1^2 = -\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2}$$

Suy ra $a = -\frac{1}{2}$, $b = 1$, $c = 2$, vậy $T = 2a + 3b + 4c = 10$

Câu 42: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cdot \sin^3 x dx$ và $u = \cos x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I = \int_0^1 (u^2 - u^4) du$. **B.** $I = -\int_0^1 (u^2 - u^4) du$. **C.** $I = \int_0^1 (u^2 + u^4) du$. **D.** $I = -\int_0^1 (u^2 + u^4) du$.

Lời giải

Chọn A

Với $x = 0$ thì $u = \cos x = 1$

Với $x = \frac{\pi}{2}$ thì $u = \cos x = 0$.

Ta có

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cdot \sin^3 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cdot \sin^2 x \cdot \sin x dx = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cdot (1 - \cos^2 x) d(\cos x)$$

$$\Rightarrow I = -\int_1^0 (u^2 - u^4) du = \int_0^1 (u^2 - u^4) du.$$

Câu 43: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z - 1 = \bar{z}$. Khi đó $|z|$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 2 . **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$)

$$(1+i)z - 1 = \bar{z} \Leftrightarrow (1+i)(a+bi) - 1 = a - bi$$

$$\Leftrightarrow a - b - 1 + (a+b)i = a - bi \Leftrightarrow \begin{cases} a - b - 1 = a \\ a + b = -b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1 \\ a = 2 \end{cases} \text{ suy ra } z = 2 - i \Rightarrow |z| = \sqrt{5}.$$

Câu 44: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh trục Ox là

A. $V = \frac{16}{15}$. **B.** $V = \frac{16}{15} \pi$. **C.** $V = \frac{4}{3}$. **D.** $V = \frac{4}{3} \pi$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Ta có $V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4) dx = \pi \left(\frac{4x^3}{3} - x^4 + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^2 = \frac{16}{15} \pi$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 3]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[-1; 3]$ thỏa mãn $F(-1) = 2$, $F(3) = \frac{11}{2}$. Tính $I = \int_{-1}^3 [2f(x) - x] dx$.

- A. $I = 11$. B. $I = \frac{7}{2}$. C. $I = 19$. **D. $I = 3$.**

Lời giải

Chọn D

$$I = \int_{-1}^3 [2f(x) - x] dx = 2 \int_{-1}^3 f(x) dx - \int_{-1}^3 x dx = 2F(x) \Big|_{-1}^3 - \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^3$$

$$I = 2[F(3) - F(-1)] - \frac{1}{2}(3^2 - 1) = 3.$$

Câu 46: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 8x$ với trục hoành là

- A. $S = 4$. **B. $S = 8$.** C. $S = 6$. D. $S = 10$.

Lời giải

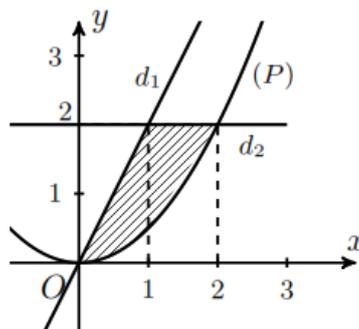
Chọn B

$$x^3 - 6x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là: $S = \left| \int_0^2 (x^3 - 6x^2 + 8x) dx \right| + \left| \int_2^4 (x^3 - 6x^2 + 8x) dx \right|$.

$$S = \left(\left(\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 4x^2 \right) \Big|_0^2 \right) + \left(\left(\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 4x^2 \right) \Big|_2^4 \right) = 8.$$

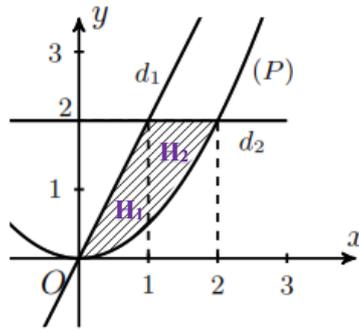
Câu 47: Tính diện tích hình phẳng (H) (phần gạch sọc như hình vẽ) giới hạn bởi ba đường $(P): y = \frac{1}{2}x^2$, $d_1: y = 2x$ và $d_2: y = 2$



- A. $S = \frac{8}{3}$ B. $S = \frac{5}{6}$ C. $S = \frac{11}{6}$ **D. $S = \frac{5}{3}$**

Lời giải

Chọn D



Từ đồ thị ta thấy diện tích cần tính chia làm hai phần là (H_1) và (H_2)

$$\text{Ta có } S = \int_0^1 \left(2x - \frac{1}{2}x^2 \right) dx + \int_1^2 \left(2 - \frac{1}{2}x^2 \right) dx = \frac{5}{3}$$

Câu 48: Cho số phức z có tích phần thực và phần ảo bằng 625. Gọi a là phần thực của số phức $\frac{z}{3+4i}$.

Giá trị nhỏ nhất của $|a|$ bằng

- A. $2\sqrt{3}$. B. $3\sqrt{3}$. C. $\sqrt{3}$. **D. $4\sqrt{3}$.**

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Theo giả thiết ta có: $xy = 625 \Rightarrow y = \frac{625}{x}$.

$$\frac{z}{3+4i} = \frac{x+yi}{3+4i} = \frac{(x+yi)(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)} = \frac{3x+4y+(-4x+3y)i}{25} = \frac{3x+4y}{25} + \frac{-4x+3y}{25}i.$$

$$\text{Suy ra } |a| = \left| \frac{3x+4y}{25} \right| = \left| \frac{3x + \frac{4 \cdot 625}{x}}{25} \right| = \left| \frac{3x}{25} \right| + \left| \frac{100}{x} \right| \geq 2\sqrt{\frac{3 \cdot 100}{25}} = 4\sqrt{3}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|a|$ bằng $4\sqrt{3}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 5 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại giao điểm của (S) với tia Oy có phương trình

- A. $x+3y+3z+3=0$. B. $x-3y+3z=0$. C. $x-3y+3z-3=0$. **D. $x-3y+3z+3=0$.**

Lời giải

Chọn D

Thay $x=0; z=0$ vào phương trình mặt cầu ta được 2 nghiệm $y=1; y=-5$, suy ra giao điểm của (S) với tia Oy là $M(0;1;0)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ suy ra $\overline{MI} = (1;-3;3)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0;1;0)$ và có véc tơ pháp tuyến $\overline{MI} = (1;-3;3)$ nên có phương trình: $x-3(y-1)+3z=0 \Leftrightarrow x-3y+3z+3=0$.

Câu 50: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ là

- A. $S = 5 \ln \frac{3}{2} - 1$. **B.** $S = 3 \ln \frac{3}{2} - 1$. C. $S = 3 \ln \frac{5}{2} - 1$. D. $S = 2 \ln \frac{3}{2} - 1$.

Lời giải

Chọn B

Giao của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ với trục hoành là $A(-1;0)$, từ đó $S = \int_{-1}^0 \left| \frac{x+1}{x-2} \right| dx$

$$S = - \int_{-1}^0 \frac{x+1}{x-2} dx = - \int_{-1}^0 \frac{x-2+3}{x-2} dx = - \int_{-1}^0 \left(1 + \frac{3}{x-2} \right) dx = (x + 3 \ln |x-2|) \Big|_{-1}^0$$

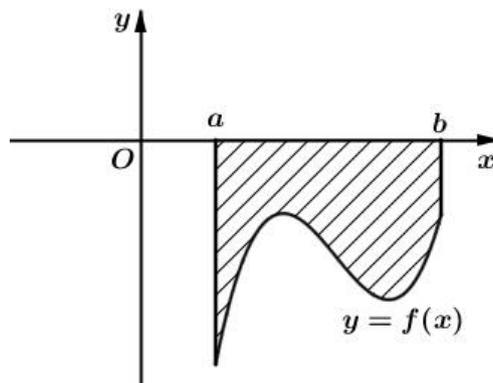
$$= (-1 + 3 \ln 3) - 3 \ln 2 = 3 \ln 3 - 3 \ln 2 - 1 = 3 \ln \frac{3}{2} - 1.$$

----- **Hết** -----

Đề: 12

Đề ôn tập kiểm tra cuối kỳ 2. Môn Toán Lớp 12
File word Full lời giải chi tiết

- Câu 1:** Cho số phức $z = 5 - 2i$. Phần ảo của số phức z bằng
 (A). 3. (B). 11. (C). 4. (D). -2.
- Câu 2:** Cho số phức z có điểm biểu diễn hình học trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(3; -4)$. Môđun của z bằng
 (A). 5. (B). 1. (C). $\sqrt{5}$. (D). 25.
- Câu 3:** Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^{2x}$ là
 (A). $2e^{2x} + C$. (B). $e^{2x} + C$. (C). $\frac{1}{2}e^{2x} + C$. (D). $4e^{2x-1} + C$.
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -4)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
 (A). $(0; 2; -4)$. (B). $(3; 2; 0)$. (C). $(3; 0; -4)$. (D). $(0; 0; -4)$.
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; -3)$, $B(5; -4; 1)$. Trung điểm đoạn AB có tọa độ là
 (A). $(3; -1; -1)$. (B). $(3; -1; 1)$. (C). $(2; -3; 2)$. (D). $(3; 1; -1)$.
- Câu 6:** Cho hàm $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi quay hình phẳng như hình vẽ bên quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là



- (A). $\int_a^b f(x) dx$. (B). $\int_a^b [f(x)]^2 dx$. (C). $-\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. (D). $\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.
- Câu 7:** $\int_1^2 \left(2x + 1 + \frac{1}{x} \right) dx$ bằng
 (A). $4 \ln 2$. (B). $4 + \ln 2$. (C). $4 - \ln 2$. (D). 4.
- Câu 8:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-3}$ là
 (A). $2 \ln|2x-3| + C$. (B). $\ln|2x-3| + C$. (C). $\frac{1}{2} \ln|2x-3| + C$. (D). $\frac{1}{3} \ln|2x-3| + C$.
- Câu 9:** Cho số phức $z = 3 + 2i$. Giá trị của $z \cdot \bar{z}$ bằng
 (A). 5. (B). 9. (C). 13. (D). $\sqrt{13}$.

- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -3; 1), \vec{b} = (-1; 4; -2)$. Giá trị của biểu thức $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng
 (A). -16. (B). -4. (C). 4. (D). 16.
- Câu 11:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, các đường thẳng $x = a; x = b$ và trục Ox là
 (A). $\pi \int_a^b f(x) dx$. (B). $\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. (C). $-\int_a^b f(x) dx$. (D). $\int_a^b f(x) dx$.
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 4 = 0$ đi qua điểm nào sau đây
 (A). $Q(1; -1; 1)$. (B). $N(0; 2; 0)$. (C). $P(0; 0; -4)$. (D). $M(1; 0; 0)$.
- Câu 13:** Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^{2x}$ là
 (A). $2e^{2x} + C$. (B). $e^{2x} + C$. (C). $\frac{1}{2}e^{2x} + C$. (D). $4e^{2x-1} + C$.
- Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -4)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
 (A). $(0; 2; -4)$. (B). $(3; 2; 0)$. (C). $(3; 0; -4)$. (D). $(0; 0; -4)$.
- Câu 15:** $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$ bằng
 (A). $\cot x + C$. (B). $\tan x + C$. (C). $-\frac{1}{\sin x} + C$. (D). $-\cot x + C$.
- Câu 16:** $\int_0^1 |x - 2| dx$ bằng
 (A). 2. (B). $\frac{3}{2}$. (C). $-\frac{3}{2}$. (D). $\frac{1}{2}$.
- Câu 17:** $\int x^\pi dx$ bằng
 (A). $x^\pi + C$. (B). $\frac{x^{\pi+1}}{\pi+1} + C$. (C). $\pi x^{\pi-1} + C$. (D). $\frac{x^\pi}{\ln \pi} + C$.
- Câu 18:** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là
 (A). $\vec{u}_1 = (2; -1; 3)$. (B). $\vec{u}_2 = (1; 3; 0)$. (C). $\vec{u}_3 = (1; 3; 3)$. (D). $\vec{u}_4 = (2; -1; 0)$.
- Câu 19:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_1^2 f(x) dx = 3, \int_0^2 f(x) dx = -5$.
 Giá trị $\int_0^1 f(x) dx$ bằng
 (A). -15. (B). 8. (C). -8. (D). -2.
- Câu 20:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ có bán kính bằng
 (A). 11. (B). $\sqrt{3}$. (C). 25. (D). 5.

Câu 21: Hàm số $f(x) = e^{-x} + 2x - 5$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- Ⓐ. $y = -e^{-x} + \frac{1}{2}x^2 - 5x + 1.$ Ⓑ. $y = e^{-x} + x^2 - 5x.$
 Ⓒ. $y = -e^{-x} + 2.$ Ⓓ. $y = -e^{-x} + x^2 - 5x + 3.$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 4 = 0$. Khoảng cách từ điểm $M(3; 1; -2)$ đến mặt phẳng (P) bằng

- Ⓐ. 2. Ⓑ. $\frac{1}{3}.$ Ⓒ. 1. Ⓓ. 3.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $\int_0^1 f'(x) dx = -3$. Giá trị của biểu thức $f(0) - f(1)$ bằng

- Ⓐ. -2. Ⓑ. 1. Ⓒ. 3. Ⓓ. -3.

Câu 24: Cho số phức $z = 2 - i + \frac{-1 + i}{1 - 3i}$. Giá trị $|z|$ bằng

- Ⓐ. $2\sqrt{3}.$ Ⓑ. 2. Ⓒ. $\sqrt{2}.$ Ⓓ. $\sqrt{10}.$

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập \mathbb{R} , một nguyên hàm của $f(x)$ là $F(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$ và $F(1) = -3$. Giá trị $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- Ⓐ. 4. Ⓑ. -3. Ⓒ. -2. Ⓓ. -4.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho các vec tơ $\vec{a} = (5; 3; -2)$ và $\vec{b} = (m; -1; m + 3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để góc giữa hai vec tơ \vec{a} và \vec{b} là góc tù?

- Ⓐ. 2. Ⓑ. 3. Ⓒ. 1. Ⓓ. 5.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 17$ cắt trục Oz tại hai điểm A, B . Độ dài đoạn AB bằng

- Ⓐ. $2\sqrt{17}.$ Ⓑ. $4\sqrt{13}.$ Ⓒ. $\sqrt{17}.$ Ⓓ. $2\sqrt{3}.$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = -3 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$, giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- Ⓐ. $(4; -3; 0).$ Ⓑ. $(2; -2; 0).$ Ⓒ. $(0; -1; -1).$ Ⓓ. $(-2; 0; -2).$

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x + y - 4z - 12 = 0$ cắt trục Ox tại A , cắt trục Oz tại B . Chu vi tam giác OAB bằng

- Ⓐ. 6. Ⓑ. 12. Ⓒ. 36. Ⓓ. 5.

Câu 30: Cho biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (4 - \sin x) dx = a\pi + b$ với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

- Ⓐ. 1. Ⓑ. -4. Ⓒ. 6. Ⓓ. 3.

Câu 31: Cho hai số phức $z = 3 - 4i$ và $z' = (2 + m) + mi$ ($m \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z'| = |iz|$. Tổng tất cả các giá trị của m bằng

- (A). -1 (B). $\frac{\sqrt{46}}{2}$ (C). 0 (D). -2

Câu 32: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x \cdot \cos 2x$ là

- (A). $-\frac{1}{3} \cos 3x + \cos x + C$ (B). $-\cos 3x + \cos x + C$ (C). $\frac{1}{3} \cos 3x - \cos x + C$ (D). $\frac{1}{3} \cos 3x + \cos x + C$

Câu 33: Gọi các số phức z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $3z^2 - 2z + 12 = 0$. Giá trị biểu thức $M = 2|z_1| - 3|z_2|$ bằng

- (A). -2. (B). 2. (C). -12. (D). -4.

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của a để $\int_0^a (2x - 3) dx \leq 4$?

- (A). 5. (B). 6. (C). 4. (D). 3.

Câu 35: Cho biết $\int_1^e \frac{\sqrt{\ln x + 3}}{x} dx = \frac{a}{3} + b\sqrt{3}$, với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $\frac{1}{2^b} + \log_2 a$ bằng

- (A). 8. (B). $\frac{7}{2}$. (C). -1. (D). 6.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) chứa điểm $A(3; -1; 2)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases}. \text{ Mặt phẳng } (P) \text{ có phương trình là}$$

- (A). $2x + y - 2z - 6 = 0$. (B). $x + y + z - 4 = 0$. (C). $x - 2y + z - 7 = 0$. (D). $3x - 5y - z + 8 = 0$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 45$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 13 = 0$. Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có tâm $I(a; b; c)$ thì giá trị của $a + b + c$ bằng

- (A). -11. (B). 5. (C). 2. (D). 1.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; -4)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có diện tích bằng

- (A). 116π . (B). $\frac{29\pi}{4}$. (C). 29π . (D). 16π .

Câu 39: Cho các số phức $z_1 = 3 - 2i$, $z_2 = 1 + 4i$, $z_3 = -1 + i$ có điểm biểu diễn hình học trong mặt phẳng Oxy lần lượt là các điểm A, B, C . Tính diện tích tam giác ABC .

- (A). $2\sqrt{17}$. (B). 12. (C). $4\sqrt{13}$. (D). 9.

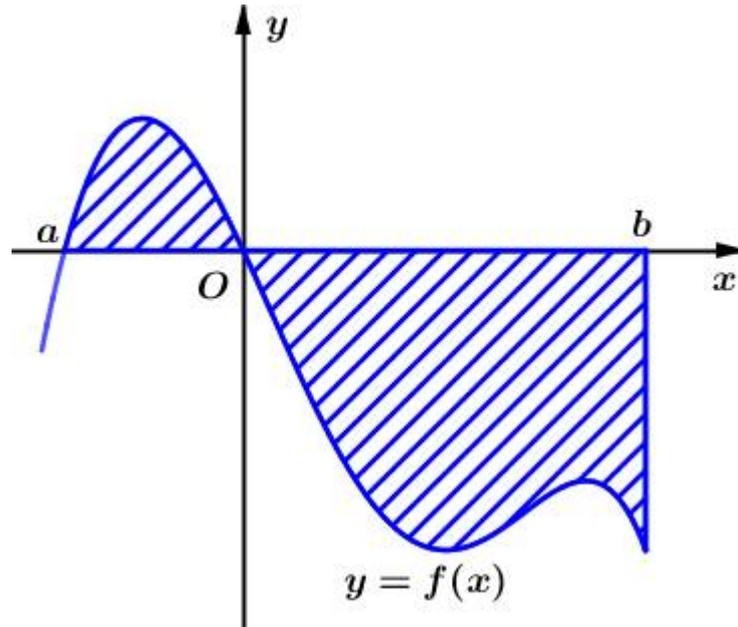
Câu 40: Cho biết $\int_1^e \frac{\sqrt{\ln x + 3}}{x} dx = \frac{a}{3} + b\sqrt{3}$ với a, b là các số nguyên. Giá trị biểu thức $\frac{1}{2^b} + \log_2 a$ bằng

- (A). -1. (B). $\frac{7}{2}$. (C). 8. (D). 6.

Câu 41: Cho số phức z thỏa mãn $\frac{(-1+i)z+2}{1-2i} = 2+3i$. Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = a+bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của $a+b$ bằng

- (A). -12. (B). -6. (C). 1. (D). -1.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và thỏa mãn $\int_a^0 f(x) dx = m$, $\int_0^b f(x) dx = n$. Diện tích hình phẳng trong hình vẽ bên bằng



- (A). $m - n$. (B). $m + n$. (C). $m.n$. (D). $n - m$.

Câu 43: Cho số phức z thỏa mãn $\frac{3-4i}{z} = \frac{(2+3i)\bar{z}}{|z|^2} + 2+i$, giá trị của $|z|$ bằng

- (A). $\sqrt{5}$. (B). $\sqrt{2}$. (C). 1. (D). $\sqrt{10}$.

Câu 44: Cho biết $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx = \frac{a\sqrt{2}-1}{b}$ với a, b là các số tự nhiên. Giá trị của $a^2 - b^2$ bằng

- (A). 5. (B). -5. (C). 2. (D). 1.

Câu 45: Gọi z là một nghiệm của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Giá trị của biểu thức $M = z^{2019} + z^{2018} + \frac{1}{z^{2019}} + \frac{1}{z^{2018}} + 5$ bằng

- (A). 5. (B). 2. (C). 7. (D). -1.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$ và điểm $M(3;1;2)$. Điểm A di chuyển trên mặt cầu (S) thỏa mãn $\overline{OA} \cdot \overline{MA} = -3$ thì A thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

- (A). $x + y + 6z - 2 = 0$. (B). $3x + y + 2z - 3 = 0$. (C). $5x + y - 2z - 4 = 0$. (D). $2x - 4z - 1 = 0$.

Câu 47: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 3i| = |z + 1 - i|$ và $|z|^2 + 2(z + \bar{z}) = 5$?

- (A). 0. (B). 1. (C). 2. (D). 4.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(3x) = f(x) - 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $\int_0^1 f(x) dx = 5$.

Giá trị $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- (A). 7. (B). 4. (C). 10. (D). 12.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên tập \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_1^2 f(3x-6)dx = 3$, $f(-3) = 2$.
 Giá trị của $\int_{-3}^0 xf'(x)dx$ bằng
 (A). 11. (B). 9. (C). 6. (D). -3.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(3;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-4z-7=0$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (P) tại M . Giá trị của biểu thức $\frac{MA}{MB}$ bằng
 (A). 1. (B). $\frac{11}{4}$. (C). $\frac{5}{21}$. (D). $\frac{1}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.C	4.B	5.A	6.D	7.B	8.C	9.C	10.A
11.D	12.A	13.C	14.B	15.D	16.B	17.B	18.B	19.C	20.D
21.C	22.C	23.C	24.B	25.D	26.A	27.A	28.B	29.B	30.A
31.D	32.A	33.A	34.C	35.A	36.B	37.B	38.B	39.D	40.C
41.D	42.A	43.D	44.B	45.B	46.A	47.C	48.A	49.D	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho số phức $z = 5 - 2i$. Phần ảo của số phức z bằng
 A. 3. B. 11. C. 4. D. -2.

Lời giải

Chọn D

Câu 2: Cho số phức z có điểm biểu diễn hình học trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(3;-4)$.
 Môđun của z bằng
 A. 5. B. 1. C. $\sqrt{5}$. D. 25.

Lời giải

Chọn A

z có điểm biểu diễn hình học trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(3;-4)$

$$\Rightarrow z = 3 - 4i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5.$$

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^{2x}$ là
 A. $2e^{2x} + C$. B. $e^{2x} + C$. C. $\frac{1}{2}e^{2x} + C$. D. $4e^{2x-1} + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int e^{2x} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x} d(2x) = \frac{1}{2} e^{2x} + C.$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;-4)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(0;2-4)$. B. $(3;2;0)$. C. $(3;0-4)$. D. $(0;0-4)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A' là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;-4)$ lên mặt phẳng (Oxy) , ta có $A'(3;2;0)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(5;-4;1)$. Trung điểm đoạn AB có tọa độ là

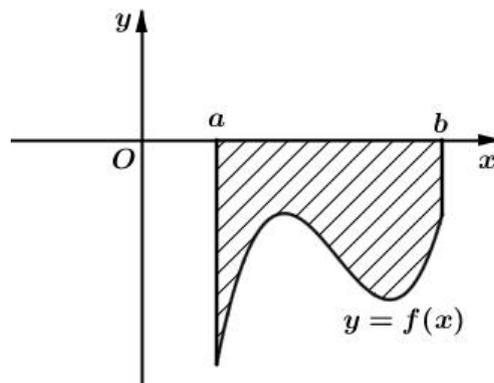
- A. $(3;-1;-1)$. B. $(3;-1;1)$. C. $(2;-3;2)$. D. $(3;1;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $I(x_I; y_I; z_I)$ là trung điểm của AB . Khi đó, tọa độ I thỏa mãn

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{1+5}{2} = 3 \\ y_I = \frac{2-4}{2} = -1 \\ z_I = \frac{-3+1}{2} = -1 \end{cases}$$



Vậy $I(3;-1;-1)$.

Câu 6: Cho hàm $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi quay hình phẳng như hình vẽ bên quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là

- A. $\int_a^b f(x) dx$. B. $\int_a^b [f(x)]^2 dx$. C. $-\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. D. $\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Lời giải

Chọn D

Công thức tính thể tích khối tròn xoay. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 7: $\int_1^2 \left(2x+1+\frac{1}{x}\right) dx$ bằng

- A. $4 \ln 2$. B. $4 + \ln 2$. C. $4 - \ln 2$. D. 4 .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^2 \left(2x+1+\frac{1}{x}\right) dx = \left(x^2 + x + \ln|x|\right) \Big|_1^2 = (4+2+\ln 2) - (1+1+\ln 1) = 4 + \ln 2$.

Câu 8: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-3}$ là

- A. $2 \ln|2x-3| + C$. B. $\ln|2x-3| + C$. C. $\frac{1}{2} \ln|2x-3| + C$. D. $\frac{1}{3} \ln|2x-3| + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int \frac{1}{2x-3} dx = \frac{1}{2} \int \frac{d(2x-3)}{2x-3} = \frac{1}{2} \ln|2x-3| + C$.

Câu 9: Cho số phức $z = 3 + 2i$. Giá trị của $z \cdot \bar{z}$ bằng

- A. 5. B. 9. C. 13. D. $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn C

Với mỗi số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có $z \cdot \bar{z} = x^2 + y^2$. Vậy $z \cdot \bar{z} = 3^2 + 2^2 = 13$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 4; -2)$. Giá trị của biểu thức $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. -16. B. -4. C. 4. D. 16.

Lời giải

Chọn A

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-1) + (-3) \cdot 4 + 1 \cdot (-2) = -16$. Vậy $\vec{a} \cdot \vec{b} = -16$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, các đường thẳng $x = a$; $x = b$ và trục Ox là

- A. $\pi \int_a^b f(x) dx$. B. $\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. C. $-\int_a^b f(x) dx$. D. $\int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$,

các đường thẳng $x = a$; $x = b$ và trục Ox là: $\int_a^b |f(x)| dx = \int_a^b f(x) dx$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 4 = 0$ đi qua điểm nào sau đây

- A.** $Q(1; -1; 1)$. **B.** $N(0; 2; 0)$. **C.** $P(0; 0; -4)$. **D.** $M(1; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ Q vào phương trình mặt phẳng (α) ta được: $1 - 2(-1) + 1 - 4 = 0$.

Thay tọa độ N vào phương trình mặt phẳng (α) ta được: $0 - 2 \cdot 2 + 0 - 4 = -8 \neq 0 \Rightarrow$ Loại B

Thay tọa độ P vào phương trình mặt phẳng (α) ta được: $0 - 2 \cdot 0 - 4 - 4 = -8 \neq 0 \Rightarrow$ Loại C

Thay tọa độ M vào phương trình mặt phẳng (α) ta được: $1 - 2 \cdot 0 + 0 - 4 = -3 \neq 0 \Rightarrow$ Loại D

Câu 13: Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^{2x}$ là

- A.** $2e^{2x} + C$. **B.** $e^{2x} + C$. **C.** $\frac{1}{2}e^{2x} + C$. **D.** $4e^{2x-1} + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int e^{2x} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x} d(2x) = \frac{1}{2} e^{2x} + C$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -4)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A.** $(0; 2; -4)$. **B.** $(3; 2; 0)$. **C.** $(3; 0; -4)$. **D.** $(0; 0; -4)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A' là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -4)$ lên mặt phẳng (Oxy) , ta có $A'(3; 2; 0)$.

Câu 15: $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$ bằng

- A.** $\cot x + C$. **B.** $\tan x + C$. **C.** $-\frac{1}{\sin x} + C$. **D.** $-\cot x + C$.

Lời giải

Chọn D

$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$.

Câu 16: $\int_0^1 |x-2| dx$ bằng

A. 11.

B. $\sqrt{3}$.

C. 25.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$.

Bán kính của mặt cầu $R = 5$.

Câu 21: Hàm số $f(x) = e^{-x} + 2x - 5$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $y = -e^{-x} + \frac{1}{2}x^2 - 5x + 1$.

B. $y = e^{-x} + x^2 - 5x$.

C. $y = -e^{-x} + 2$.

D. $y = -e^{-x} + x^2 - 5x + 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = (e^{-x} + 2x - 5)' = -e^{-x} + 2$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 4 = 0$. Khoảng cách từ điểm $M(3; 1; -2)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. 2.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Khoảng cách từ điểm $M(3; 1; -2)$ đến mặt phẳng (P) :

$$d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot 3 - 1 + 2 \cdot (-2) - 4|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 1.$$

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $\int_0^1 f'(x) dx = -3$. Giá trị của biểu thức $f(0) - f(1)$ bằng

A. -2.

B. 1.

C. 3.

D. -3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_0^1 f'(x) dx = f(x)|_0^1 = f(1) - f(0) = -3$. Vậy $f(0) - f(1) = 3$.

Câu 24: Cho số phức $z = 2 - i + \frac{-1+i}{1-3i}$. Giá trị $|z|$ bằng

A. $2\sqrt{3}$.

B. 2.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = 2 - i + \frac{-1+i}{1-3i} = 2 - i + \left(-\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i\right) = \frac{8}{5} - \frac{6}{5}i$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) chứa điểm $A(3; -1; 2)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases}. \text{ Mặt phẳng } (P) \text{ có phương trình là}$$

- A.** $2x + y - 2z - 6 = 0$. **B.** $x + y + z - 4 = 0$. **C.** $x - 2y + z - 7 = 0$. **D.** $3x - 5y - z + 8 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có đường thẳng d đi qua điểm $M(0; 1; 3)$ và có 1 VTCP là $\vec{u} = (1; 1; -2)$.

Gọi \vec{n} là VTPT của mặt phẳng (P) .

Ta có $\begin{cases} \vec{n} \perp \overline{AM} \\ \vec{n} \perp \vec{u} \end{cases}$ nên \vec{n} cùng phương với $[\overline{AM}, \vec{u}] = (-5; -5; -5)$, ta chọn $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Vậy phương trình của mặt phẳng (P) là: $x + y + z - 4 = 0$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 45$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 13 = 0$. Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có tâm $I(a; b; c)$ thì giá trị của $a + b + c$ bằng

- A.** -11 . **B.** 5 . **C.** 2 . **D.** 1 .

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $A(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 3\sqrt{5}$.

Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có tâm $I(a; b; c) \Rightarrow I$ là hình

chiếu của A lên mp $(P) \Leftrightarrow \begin{cases} I \in (P) \\ \overline{IA} = kn_p \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b - c - 13 = 0 \\ 1 - a = k \\ 2 - b = k \\ -1 - c = -k \end{cases} \Rightarrow (1 - k) + (2 - k) - (-1 + k) - 13 = 0 \Leftrightarrow k = -3 \Rightarrow I(4; 5; -4).$$

Vậy $a + b + c = 5$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; -4)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có diện tích bằng

- A.** 116π . **B.** $\frac{29\pi}{4}$. **C.** 29π . **D.** 16π .

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Giả sử mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0.$$

$$(S) \text{ đi qua 4 điểm } O, A, B, C \text{ nên ta có hệ phương trình: } \begin{cases} d = 0 \\ 9 - 6a + d = 0 \\ 4 + 4b + d = 0 \\ 16 + 8c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = -1 \\ c = -2 \\ d = 0 \end{cases}.$$

Suy ra mặt cầu (S) có tâm $I\left(\frac{3}{2}; -1; -2\right)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \frac{\sqrt{29}}{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu (S) bằng $\frac{29\pi}{4}$.

Cách 2:

Khối tứ diện $OABC$ có 3 cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc tại O . Khi đó mặt cầu ngoại

tiếp khối tứ diện $OABC$ có bán kính $R = \frac{\sqrt{OA^2 + OB^2 + OC^2}}{2} = \frac{\sqrt{29}}{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp $OABC$ bằng $\frac{29\pi}{4}$.

Câu 39: Cho các số phức $z_1 = 3 - 2i, z_2 = 1 + 4i, z_3 = -1 + i$ có điểm biểu diễn hình học trong mặt phẳng Oxy lần lượt là các điểm A, B, C . Tính diện tích tam giác ABC .

- A. $2\sqrt{17}$. B. 12. C. $4\sqrt{13}$. D. 9.

Lời giải

Chọn D

$z_1 = 3 - 2i, z_2 = 1 + 4i, z_3 = -1 + i$ có điểm biểu diễn hình học trong mặt phẳng Oxy lần lượt là các điểm $A, B, C \Rightarrow A(3; -2), B(1; 4), C(-1; 1)$.

$$\overline{AB} = (x_1; y_1), \overline{AC} = (x_2; y_2) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} |x_1 y_2 - x_2 y_1|.$$

$$\overline{AB} = (-2; 6), \overline{AC} = (-4; 3)$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là: } S = \frac{1}{2} |(-2) \cdot 3 - (-4) \cdot 6| = 9.$$

Câu 40: Cho biết $\int_1^e \frac{\sqrt{\ln x + 3}}{x} dx = \frac{a}{3} + b\sqrt{3}$ với a, b là các số nguyên. Giá trị biểu thức $\frac{1}{2^b} + \log_2 a$ bằng

- A. -1. B. $\frac{7}{2}$. C. 8. D. 6.

Lời giải

Chọn C

$$\int_1^e \frac{\sqrt{\ln x + 3}}{x} dx = \int_1^e \sqrt{\ln x + 3} d(\ln x + 3) = \frac{2}{3} \sqrt{(\ln x + 3)^3} \Big|_1^e = \frac{2}{3} (8 - 3\sqrt{3}) = \frac{16}{3} - 2\sqrt{3}.$$

Do đó: $a = 16, b = -2$.

Vậy $\frac{1}{2^b} + \log_2 a = \frac{1}{2^{-2}} + \log_2 16 = 8$.

- Câu 41:** Cho số phức z thỏa mãn $\frac{(-1+i)z+2}{1-2i} = 2+3i$. Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = a+bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của $a+b$ bằng
- A. -12. B. -6. C. 1. **D. -1.**

Lời giải

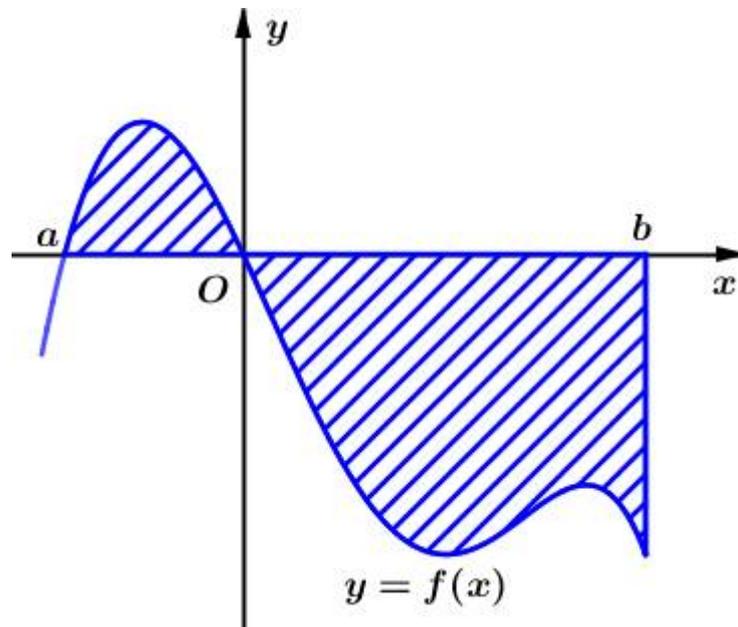
Chọn D

Ta có $\frac{(-1+i)z+2}{1-2i} = 2+3i \Leftrightarrow (-1+i)z+2 = (1-2i)(2+3i) = 8-i$.

$\Leftrightarrow z = \frac{6-i}{-1+i} = -\frac{7}{2} - \frac{5}{2}i \Rightarrow \bar{z} = -\frac{7}{2} + \frac{5}{2}i$.

Do đó $a = -\frac{7}{2}, b = \frac{5}{2} \Rightarrow a+b = -1$.

- Câu 42:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và thỏa mãn $\int_a^0 f(x) dx = m, \int_0^b f(x) dx = n$. Diện tích hình phẳng trong hình vẽ bên bằng



- A. $m-n$. B. $m+n$. C. $m.n$. **D. $n-m$.**

Lời giải

Chọn A

Diện tích cần tìm bằng $S = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b [-f(x)] dx = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx = m-n$.

- Câu 43:** Cho số phức z thỏa mãn $\frac{3-4i}{z} = \frac{(2+3i)\bar{z}}{|z|^2} + 2+i$, giá trị của $|z|$ bằng
- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{2}$. C. 1. **D. $\sqrt{10}$.**

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx.$$

$$\text{Vậy } \int_1^3 f(x) dx = \int_0^3 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx = 12 - 5 = 7.$$

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên tập \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_1^2 f(3x-6) dx = 3$, $f(-3) = 2$.

Giá trị của $\int_{-3}^0 xf'(x) dx$ bằng

A. 11.

B. 9.

C. 6.

D. -3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } t = 3x - 6 \Rightarrow dt = 3 dx \Rightarrow dx = \frac{1}{3} dt.$$

$$\text{Với } x = 1 \Rightarrow t = -3.$$

$$\text{với } x = 2 \Rightarrow t = 0.$$

$$\text{Khi đó, } \int_1^2 f(3x-6) dx = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \int_{-3}^0 f(t) dt = 3 \Leftrightarrow \int_{-3}^0 f(t) dt = 9.$$

$$\text{Xét } I = \int_{-3}^0 xf'(x) dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó, } I = x.f(x) \Big|_{-3}^0 - \int_{-3}^0 f(x) dx = 0.f(0) - (-3).f(-3) - 9 = 3.2 - 9 = -3.$$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(3; 2; -2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 4z - 7 = 0$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (P) tại M . Giá trị của biểu thức $\frac{MA}{MB}$

bằng

A. 1.

B. $\frac{11}{4}$.

C. $\frac{5}{21}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có đường thẳng AB đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và có vectơ chỉ phương là $\overline{AB} = (2; 4; -5)$ nên

$$\text{có phương trình tham số là } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 4t \\ z = 3 - 5t \end{cases}.$$

$$\text{Gọi } M = AB \cap (P) \Rightarrow M(1+2t; -2+4t; 3-5t) \in AB.$$

$$\text{Mặt khác } M \in (P) \text{ nên suy ra } (1+2t) + 2(-2+4t) - 4(3-5t) - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 30t = 22 \Rightarrow t = \frac{11}{15} \Rightarrow M\left(\frac{37}{15}; \frac{14}{15}; -\frac{10}{15}\right).$$

$$\text{Ta có } \overline{MA} = \left(-\frac{22}{15}; -\frac{44}{15}; \frac{55}{15}\right) \Rightarrow MA = \sqrt{\frac{5445}{225}}.$$

$$\overrightarrow{MB} = \left(\frac{8}{15}, \frac{16}{15}, -\frac{20}{15} \right) \Rightarrow MB = \sqrt{\frac{720}{225}}. \text{ Khi đó } \frac{MA}{MB} = \frac{\sqrt{5445}}{\sqrt{720}} = \frac{11}{4}.$$

Đề: 13

Đề ôn tập kiểm tra cuối kỳ 2. Môn Toán Lớp 12
File word Full lời giải chi tiết

Câu 1: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức z_1 ?

- Ⓐ. $P(-1; -\sqrt{2}i)$. Ⓑ. $Q(-1; \sqrt{2}i)$. Ⓒ. $N(-1; \sqrt{2})$. Ⓓ. $M(-1; -\sqrt{2})$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và nhận $\vec{n} = (1; -2; 3)$ làm vector pháp tuyến có phương trình là

- Ⓐ. $x - 2y - 3z + 6 = 0$. Ⓑ. $x - 2y - 3z - 6 = 0$.
Ⓒ. $x - 2y + 3z - 12 = 0$. Ⓓ. $x - 2y + 3z + 12 = 0$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

- Ⓐ. $M(1; -1; -3)$. Ⓑ. $N(3; -2; -1)$. Ⓒ. $P(1; -1; -5)$. Ⓓ. $Q(5; -3; 3)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(1; -2; 4)$, $F(1; -2; -3)$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho tổng $ME + MF$ có giá trị nhỏ nhất. Tìm tọa độ của điểm M .

- Ⓐ. $M(-1; 2; 0)$. Ⓑ. $M(-1; -2; 0)$. Ⓒ. $M(1; -2; 0)$. Ⓓ. $M(1; 2; 0)$.

Câu 5: Tính tích phân $I = \int_0^1 2e^x dx$.

- Ⓐ. $I = e^2 - 2e$. Ⓑ. $I = 2e$. Ⓒ. $I = 2e + 2$. Ⓓ. $I = 2e - 2$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 + 2 \sin x$ và $f(0) = 3$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- Ⓐ. $f(x) = 3x - 2 \cos x + 5$. Ⓑ. $f(x) = 3x + 2 \cos x + 3$.
Ⓒ. $f(x) = 3x - 2 \cos x + 3$. Ⓓ. $f(x) = 3x + 2 \cos x + 5$.

Câu 7: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 + 2i)z + i\bar{z} = 7 + 5i$. Tính $S = 4a + 3b$.

- Ⓐ. $S = 7$. Ⓑ. $S = 24$. Ⓒ. $S = -7$. Ⓓ. $S = 0$.

Câu 8: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$.

- Ⓐ. $\int 3^x dx = 3^x + C$. Ⓑ. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$. Ⓒ. $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$. Ⓓ. $\int 3^x dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C$.

Câu 9: Biết $\int_2^3 \frac{1}{x+1} dx = \ln \frac{m}{n}$, khi đó, tổng $m + n$ bằng

(A). 12.

(B). 7.

(C). 1.

(D). 5.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) , biết (α) song song với $(P): 2x + y - 2z + 11 = 0$ và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là một đường tròn có chu vi bằng 8π .

(A). $2x + y - 2z + 11 = 0$.

(B). $2x - y - 2z - 7 = 0$.

(C). $2x + y - 2z - 5 = 0$.

(D). $2x + y - 2z - 7 = 0$.

Câu 11: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx$.

(A). $I = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$.

(B). $I = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(C). $I = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(D). $I = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là?

(A). $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

(B). $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

(C). $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

(D). $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $3f(x) + xf'(x) = x^{2018}$, với mọi $x \in [0;1]$. Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

(A). $I = \frac{1}{2018 \cdot 2021}$.

(B). $I = \frac{1}{2019 \cdot 2020}$.

(C). $I = \frac{1}{2019 \cdot 2021}$.

(D). $I = \frac{1}{2018 \cdot 2019}$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính bằng công thức?

(A). $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

(B). $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

(C). $S = \int_a^b f^2(x) dx$.

(D). $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và a là số dương. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

(A). $\int_a^a f(x) dx = 0$.

(B). $\int_a^a f(x) dx = a^2$.

(C). $\int_a^a f(x) dx = 2a$.

(D). $\int_a^a f(x) dx = 1$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 2)$. Tính độ dài đoạn thẳng OM .

- Ⓐ. $OM = \sqrt{5}$. Ⓑ. $OM = 9$. Ⓒ. $OM = \sqrt{3}$. Ⓓ. $OM = 3$.

Câu 17: Biết $\int f(x)dx = -x^2 + 2x + C$. Tính $\int f(-x)dx$.

- Ⓐ. $x^2 + 2x + C'$. Ⓑ. $-x^2 + 2x + C'$. Ⓒ. $-x^2 - 2x + C'$. Ⓓ. $x^2 - 2x + C'$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là?

- Ⓐ. $I(4; -3; 1)$. Ⓑ. $I(-4; 3; 1)$. Ⓒ. $I(-4; 3; -1)$. Ⓓ. $I(4; 3; 1)$.

Câu 19: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z = 4-3i+2z$. Số phức liên hợp của số phức z là?

- Ⓐ. $\bar{z} = 2+i$. Ⓑ. $\bar{z} = -2+i$. Ⓒ. $\bar{z} = -2-i$. Ⓓ. $\bar{z} = 2-i$.

Câu 20: Biết phương trình $z^2 + 2z + m = 0$ ($m \in \mathbb{R}$) có một nghiệm phức $z_1 = -1+3i$ và z_2 là nghiệm phức còn lại. Số phức $z_1 + 2z_2$ là?

- Ⓐ. $-3+3i$. Ⓑ. $-3-9i$. Ⓒ. $-3-3i$. Ⓓ. $-3+9i$.

Câu 21: Cho vật thể B giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$. Cắt vật thể B với mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x , ($0 \leq x \leq 2$) ta được thiết diện có diện tích bằng $x^2(2-x)$. Thể tích của vật thể B là:

- Ⓐ. $V = \frac{2}{3}\pi$. Ⓑ. $V = \frac{2}{3}$. Ⓒ. $V = \frac{4}{3}$. Ⓓ. $V = \frac{4}{3}\pi$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$ và $(Q): x+2y-2z-1=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là:

- Ⓐ. $\frac{4}{9}$. Ⓑ. $\frac{2}{3}$. Ⓒ. $\frac{4}{3}$. Ⓓ. $-\frac{4}{3}$.

Câu 23: Cho số phức $z = -3-2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

- Ⓐ. -1 . Ⓑ. $-i$. Ⓒ. -5 . Ⓓ. $-5i$.

Câu 24: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và $y = x$ bằng

- Ⓐ. $\frac{8}{3}$. Ⓑ. $-\frac{4}{3}$. Ⓒ. $\frac{4}{3}$. Ⓓ. $\frac{2}{3}$.

Câu 25: Số phức $z = \frac{4-3i}{i}$ có phần thực là:

- Ⓐ. 3 . Ⓑ. -3 . Ⓒ. -4 . Ⓓ. 4 .

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x^3 + 2x - 2) = 3x - 1$. Tính

$$I = \int_1^{10} f(x) dx.$$

- Ⓐ. $\frac{135}{4}$. Ⓑ. $\frac{125}{4}$. Ⓒ. $\frac{105}{4}$. Ⓓ. $\frac{75}{4}$.

Câu 27: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- Ⓐ. $\int \sin x dx = \cos x + C$. Ⓑ. $\int \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{x^2} + C$. Ⓒ. $\int e^x dx = e^x + C$. Ⓓ. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ \vec{u} biết $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$.

- Ⓐ. $\vec{u} = (5; -3; 2)$. Ⓑ. $\vec{u} = (2; -3; 5)$. Ⓒ. $\vec{u} = (2; 5; -3)$. Ⓓ. $\vec{u} = (-3; 5; 2)$.

Câu 29: Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính môđun của số phức \bar{z} .

- Ⓐ. $|\bar{z}| = a^2 + b^2$. Ⓑ. $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$. Ⓒ. $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 - b^2}$. Ⓓ. $|\bar{z}| = \sqrt{a + b}$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; -1; 3)$ tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

- Ⓐ. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$. Ⓑ. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$.
Ⓒ. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 2$. Ⓓ. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 3$.

Câu 31: Biết $\int f(x) dx = F(x) + C$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- Ⓐ. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$. Ⓑ. $\int_a^b f(x) dx = F(b) \cdot F(a)$.
Ⓒ. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$. Ⓓ. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

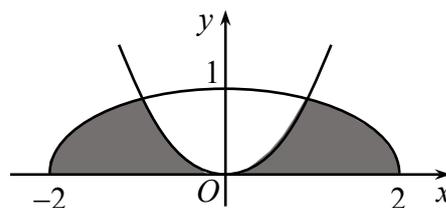
Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; -1; 2)$ và $N(2; 1; 4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN .

- Ⓐ. $3x + y - 1 = 0$. Ⓑ. $y + z - 3 = 0$. Ⓒ. $x - 3y - 1 = 0$. Ⓓ. $2x + y - 2z = 0$.

Câu 33: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và nửa đường elip có phương trình

$$y = \frac{1}{2}\sqrt{4-x^2} \text{ và trục hoành. Gọi } S \text{ là diện tích của, biết } S = \frac{a\pi + b\sqrt{3}}{c}.$$

$$P = a + b + c.$$



- Ⓐ. $P = 9$. Ⓑ. $P = 12$. Ⓒ. $P = 15$. Ⓓ. $P = 17$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(2;-3;1)$ có phương trình tham số là:

Ⓐ.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = 3 + 4t \end{cases}$$

Ⓑ.
$$\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -8 + 5t \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = 5 - 4t \end{cases}$$

Ⓒ.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = -3 - 2t \end{cases}$$

Ⓓ.
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 5t \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = 1 + 4t \end{cases}$$

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;-2;1)$, $B(2;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm H của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là

- Ⓐ. $H(0;-5;-1)$. Ⓑ. $H(1;-5;-1)$. Ⓒ. $H(4;1;0)$. Ⓓ. $H(5;0;-1)$.

Câu 36: Tính tích phân $A = \int \frac{1}{x \ln x} dx$ bằng cách đặt $t = \ln x$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- Ⓐ. $A = \int dt$. Ⓑ. $A = \int \frac{1}{t^2} dt$. Ⓒ. $A = \int t dt$. Ⓓ. $A = \int \frac{1}{t} dt$.

Câu 37: Biết rằng $\int_0^1 xe^{2x} dx = ae^2 + b$. Tính $P = a + b$.

- Ⓐ. $P = \frac{1}{2}$. Ⓑ. $P = 0$. Ⓒ. $P = \frac{1}{4}$. Ⓓ. $P = 1$.

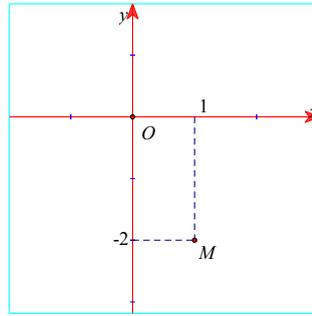
Câu 38: Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}$, $y = 0$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ quanh Ox .

- Ⓐ. $V = 3$. Ⓑ. π . Ⓒ. 1 . Ⓓ. 3π .

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho m, n là hai số thực dương thỏa mãn $m + 2n = 1$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $(P): mx + ny + mnz - mn = 0$ với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Khi mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có bán kính nhỏ nhất thì $2m + n$ có giá trị bằng

- Ⓐ. $\frac{3}{5}$. Ⓑ. $\frac{4}{5}$. Ⓒ. $\frac{2}{5}$. Ⓓ. 1 .

Câu 40: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z tìm phần thực và phần ảo của số phức z .



- (A). Phần thực là 1 và phần ảo là $-2i$. (B). Phần thực là -2 và phần ảo là 1.
 (C). Phần thực là -2 và phần ảo là i . (D). Phần thực là 1 và phần ảo là -2 .

Câu 41: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$.

- (A). $\int (2x+1)dx = \frac{x^2}{2} + x + C$. (B). $\int (2x+1)dx = x^2 + x + C$.
 (C). $\int (2x+1)dx = 2x^2 + 1 + C$. (D). $\int (2x+1)dx = x^2 + C$.

Câu 42: Một ô tô đang chạy với vận tốc 54km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a(t) = 3t - 8$ (m/s²) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Quãng đường mà ô tô đi được sau 10s kể từ lúc tăng tốc là

- (A). 150m. (B). 250m. (C). 246m. (D). 540m.

Câu 43: Xét số phức $z = a + bi$ ($a, b \in R, b > 0$) thỏa mãn $|z| = 1$. Tính $P = 2a + 4b^2$ khi $|z^3 - z + 2|$ đạt giá trị lớn nhất.

- (A). $P = 4$. (B). $P = 2 - \sqrt{2}$. (C). $P = 2$. (D). $P = 2 + \sqrt{2}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(2; -1; 2)$ và nhận $\vec{u}(-1; 2; -1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là :

- (A). $\Delta: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. (B). $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$.
 (C). $\Delta: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$. (D). $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 45: Số phức $z = 2 - 3i$ có phần ảo là.

- (A). 2. (B). 3. (C). $3i$. (D). -3 .

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ và điểm $I(2; 1; -1)$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ cắt trục Ox tại hai điểm A, B . Tính độ dài đoạn AB .

- (A). $AB = 2\sqrt{6}$. (B). $AB = 24$. (C). $AB = 4$. (D). $AB = \sqrt{6}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- Ⓐ. $\vec{n} = (1; 1; -2)$. Ⓑ. $\vec{n} = (0; 0; -2)$. Ⓒ. $\vec{n} = (1; -2; 1)$. Ⓓ. $\vec{n} = (-2; 1; 1)$.

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

- Ⓐ. $I(2; -1; 0), R = 4$. Ⓑ. $I(2; -1; 0), R = 2$. Ⓒ. $I(-2; 1; 0), R = 2$. Ⓓ. $I(-2; 1; 0), R = 4$.

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây **thuộc** mặt phẳng $x - 3y + 2z + 1 = 0$?

- Ⓐ. $N(0; 1; 1)$. Ⓑ. $Q(2; 0; -1)$. Ⓒ. $M(3; 1; 0)$. Ⓓ. $P(1; 1; 1)$.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = -2 + t \end{cases}$, điểm

$M(1; 2; -1)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 10y + 14z + 64 = 0$. Gọi Δ' là đường thẳng đi qua M cắt đường thẳng Δ tại A , cắt mặt cầu tại B sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$ và điểm B có hoành độ là số nguyên. Mặt phẳng trung trực đoạn AB có phương trình là

- Ⓐ. $2x + 4y - 4z - 19 = 0$. Ⓑ. $3x - 6y - 6z - 62 = 0$.
 Ⓒ. $2x - 4y - 4z - 43 = 0$. Ⓓ. $3x + 6y - 6z - 31 = 0$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	A	C	D	A	D	B	B	D	A	B	C	A	A	D	A	C	B	C	C	C	C	C	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	B	B	A	D	B	A	B	A	D	A	D	B	D	B	B	C	A	D	A	A	C	A	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức z_1 ?

- A. $P(-1; -\sqrt{2}i)$. B. $Q(-1; \sqrt{2}i)$. C. $N(-1; \sqrt{2})$. **D. $M(-1; -\sqrt{2})$.**

Lời giải

$$z^2 + 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + \sqrt{2}i \\ z = -1 - \sqrt{2}i \end{cases}$$

z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm $\Rightarrow z_1 = -1 - \sqrt{2}i$.

Vậy $M(-1; -\sqrt{2})$ là điểm biểu diễn số phức z_1 .

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và nhận $\vec{n} = (1; -2; 3)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

A. $x - 2y - 3z + 6 = 0$.

B. $x - 2y - 3z - 6 = 0$.

C. $x - 2y + 3z - 12 = 0$.

D. $x - 2y + 3z + 12 = 0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (α) là $(x-1) - 2(y-2) + 3(z+3) = 0 \Rightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

A. $M(1; -1; -3)$.

B. $N(3; -2; -1)$.

C. $P(1; -1; -5)$.

D. $Q(5; -3; 3)$.

Lời giải

Thay tọa độ điểm M vào phương trình đường thẳng d ta được $\frac{-2}{2} = \frac{1}{-1} = \frac{-2}{4}$. Vậy điểm M không thuộc đường thẳng d .

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(1; -2; 4)$, $F(1; -2; -3)$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho tổng $ME + MF$ có giá trị nhỏ nhất. Tìm tọa độ của điểm M .

A. $M(-1; 2; 0)$.

B. $M(-1; -2; 0)$.

C. $M(1; -2; 0)$.

D. $M(1; 2; 0)$.

Lời giải

Hai điểm $E(1; -2; 4)$, $F(1; -2; -3)$ nằm về hai phía mặt phẳng (Oxy) .

Vì $\vec{EF} = (0; 0; -7) \Rightarrow EF$ vuông góc với (Oxy) .

Vậy điểm M thuộc (Oxy) sao cho tổng $ME + MF$ có giá trị nhỏ nhất là giao điểm của EF với (Oxy) , hay chính là hình chiếu vuông góc của E trên (Oxy) .

Vậy $M = (1; -2; 0)$.

Câu 5: Tính tích phân $I = \int_0^1 2e^x dx$.

A. $I = e^2 - 2e$.

B. $I = 2e$.

C. $I = 2e + 2$.

D. $I = 2e - 2$.

Lời giải

Ta có $I = \int_0^1 2e^x dx = 2e^x \Big|_0^1 = 2e - 2$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 + 2 \sin x$ và $f(0) = 3$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $f(x) = 3x - 2 \cos x + 5$.

B. $f(x) = 3x + 2 \cos x + 3$.

C. $f(x) = 3x - 2 \cos x + 3$.

D. $f(x) = 3x + 2 \cos x + 5$.

Lời giải

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (3 + 2 \sin x) dx = 3x - 2 \cos x + C.$$

$$f(0) = 3 \Leftrightarrow 3 \cdot 0 - 2 \cos 0 + C = 3 \Leftrightarrow C = 5.$$

Câu 7. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 + 2i)z + i\bar{z} = 7 + 5i$. Tính $S = 4a + 3b$.

A. $S = 7$.

B. $S = 24$.

C. $S = -7$.

D. $S = 0$.

Lời giải

$$(1 + 2i)z + i\bar{z} = 7 + 5i \Leftrightarrow (1 + 2i) \cdot (a + bi) + i(a - bi) = 7 + 5i \Leftrightarrow a - 2b + b + (2a + b + a)i = 7 + 5i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 7 \\ 3a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -4 \end{cases}. \text{ Vậy } S = 4 \cdot 3 + 3 \cdot (-4) = 0.$$

Câu 8. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$.

A. $\int 3^x dx = 3^x + C$.

B. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

C. $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$.

D. $\int 3^x dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C$.

Lời giải

Câu 9. Biết $\int_2^3 \frac{1}{x+1} dx = \ln \frac{m}{n}$, khi đó, tổng $m + n$ bằng

A. 12.

B. 7.

C. 1.

D. 5.

Lời giải

$$\int_2^3 \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| \Big|_2^3 = \ln \frac{4}{3}. \text{ Suy ra } m=4, n=3 \Rightarrow m+n=7.$$

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) , biết (α) song song với $(P): 2x + y - 2z + 11 = 0$ và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là một đường tròn có chu vi bằng 8π .

A. $2x + y - 2z + 11 = 0$.

B. $2x - y - 2z - 7 = 0$.

C. $2x + y - 2z - 5 = 0$.

D. $2x + y - 2z - 7 = 0$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 + 11} = 5$.

Chu vi thiết diện bằng 8π nên bán kính r của đường tròn thỏa mãn $8\pi = 2\pi r \Leftrightarrow r = 4$

$$d(I, (\alpha)) = \sqrt{R^2 - r^2} = 3.$$

Phương trình mặt phẳng (α) song song với $(P): 2x + y - 2z + 11 = 0$ có dạng

$$(\alpha): 2x + y - 2z + m = 0 (m \neq 11).$$

$$d(I, (\alpha)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 2 - 2 \cdot 3 + m|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 3 \Leftrightarrow |m - 2| = 9 \Leftrightarrow m = 11 \vee m = -7. \text{ Đòi chiếu điều kiện}$$

suy ra $(\alpha): 2x + y - 2z - 7 = 0$.

Câu 11: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx$.

A. $I = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$.

B. $I = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $I = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $I = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}.$$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là ?

A. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = -1 + t \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = -1 - t \end{cases}$$

Lời giải

Đường thẳng d qua $A(2; -1; 1)$ có VTCP $\vec{u}_d = (2; -1; -1)$

$$\text{Phương trình tham số của } d : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $3f(x) + xf'(x) = x^{2018}$, với mọi $x \in [0; 1]$. Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

$$\text{A. } I = \frac{1}{2018.2021}.$$

$$\text{B. } I = \frac{1}{2019.2020}.$$

$$\text{C. } I = \frac{1}{2019.2021}.$$

$$\text{D. } I = \frac{1}{2018.2019}.$$

Lời giải

Cách 1:

$$3f(x) + xf'(x) = x^{2018} \Rightarrow 3x^2 f(x) + x^3 \cdot f'(x) = x^{2020} \Rightarrow (x^3 f(x))' = x^{2020}$$

$$\Rightarrow x^3 f(x) = \int x^{2020} dx = \frac{1}{2021} \cdot x^{2021} + c.$$

$$\text{Chọn } x^3 f(x) = \frac{1}{2021} \cdot x^{2021} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2021} \cdot x^{2018}.$$

$$\text{Do đó } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{1}{2021} x^{2018} dx = \frac{1}{2021} \cdot \frac{1}{2019} x^{2019} \Big|_0^1 = \frac{1}{2021 \cdot 2019}.$$

Cách 2:

Từ $3f(x) + x.f'(x) = x^{2018}$. Ta chọn $f(x)$ là một hàm đa thức bậc 2018.

$$\text{Đặt } f(x) = a_{2018}x^{2018} + a_{2017}x^{2017} + \dots + a_1x + a_0$$

$$\Rightarrow 3f(x) + x.f'(x) = (3a_{2018} + 2018a_{2018})x^{2018} + (3a_{2017} + 2017a_{2017})x^{2017} + \dots + (3a_1 + a_1)x + 3a_1.$$

$$\text{Đồng nhất hệ số ta được } \begin{cases} 2021a_{2018} = 1 \\ a_i = 0, \forall i = 0, 2017 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2021} x^{2018}.$$

$$\text{Do đó } I = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{1}{2021} x^{2018} dx = \frac{1}{2021} \cdot \frac{x^{2019}}{2019} \Big|_0^1 = \frac{1}{2019 \cdot 2021}.$$

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính bằng công thức ?

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. **B.** $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. **C.** $S = \int_a^b f^2(x) dx$. **D.** $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = a, x = b$ được tính bằng công thức $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và a là số dương. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng** ?

A. $\int_a^a f(x) dx = 0$. **B.** $\int_a^a f(x) dx = a^2$. **C.** $\int_a^a f(x) dx = 2a$. **D.** $\int_a^a f(x) dx = 1$.

Lời giải

Ta có $\int_a^a f(x) dx = F(a) - F(a) = 0$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 2)$. Tính độ dài đoạn thẳng OM .

A. $OM = \sqrt{5}$. **B.** $OM = 9$. **C.** $OM = \sqrt{3}$. **D.** $OM = 3$.

Lời giải

Ta có $\overline{OM} = (2; -1; 2) \Rightarrow OM = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = 3$.

Câu 17: Biết $\int f(x) dx = -x^2 + 2x + C$. Tính $\int f(-x) dx$.

A. $x^2 + 2x + C'$. **B.** $-x^2 + 2x + C'$. **C.** $-x^2 - 2x + C'$. **D.** $x^2 - 2x + C'$.

Lời giải

Ta có $f(x) = (-x^2 + 2x + C)' = -2x + 2 \Rightarrow f(-x) = -2(-x) + 2 = 2x + 2$
 $\Rightarrow \int f(-x) dx = \int (2x + 2) dx = x^2 + 2x + C'$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là ?

A. $I(4; -3; 1)$. **B.** $I(-4; 3; 1)$. **C.** $I(-4; 3; -1)$. **D.** $I(4; 3; 1)$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(-4; 3; -1)$.

Câu 19: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z = 4-3i+2z$. Số phức liên hợp của số phức z là ?

- A. $\bar{z} = 2+i$. B. $\bar{z} = -2+i$. C. $\bar{z} = -2-i$. D. $\bar{z} = 2-i$.

Lời giải

Ta có $(1+2i)z = 4-3i+2z \Leftrightarrow (1+2i-2)z = 4-3i \Leftrightarrow z = \frac{4-3i}{2i-1} = -2-i \Rightarrow \bar{z} = -2+i$.

Câu 20: Biết phương trình $z^2 + 2z + m = 0$ ($m \in \mathbb{R}$) có một nghiệm phức $z_1 = -1+3i$ và z_2 là nghiệm phức còn lại. Số phức $z_1 + 2z_2$ là ?

- A. $-3+3i$. B. $-3-9i$. C. $-3-3i$. D. $-3+9i$.

Lời giải

Ta có $z_1 + z_2 = -2 \Rightarrow z_2 = -2 - z_1 = -2 - (-1+3i) = -1-3i$

$\Rightarrow z_1 + 2z_2 = (-1+3i) + 2(-1-3i) = -3-3i$.

Câu 21: Cho vật thể B giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$. Cắt vật thể B với mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x , ($0 \leq x \leq 2$) ta được thiết diện có diện tích bằng $x^2(2-x)$. Thể tích của vật thể B là:

- A. $V = \frac{2}{3}\pi$. B. $V = \frac{2}{3}$. C. $V = \frac{4}{3}$. D. $V = \frac{4}{3}\pi$.

Lời giải

Thể tích vật thể B là: $V = \int_0^2 x^2(2-x)dx = \left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$ và $(Q): x+2y-2z-1=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là:

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $-\frac{4}{3}$.

Lời giải

Ta có: $(P) \parallel (Q)$ nên chọn điểm $A\left(0; 0; \frac{3}{2}\right) \in (P)$.

Khi đó: $d((P); (Q)) = d(A; (Q)) = \frac{\left| 0 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot \frac{3}{2} - 1 \right|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{4}{3}$.

Câu 23: Cho số phức $z = -3-2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

- A. -1 . B. $-i$. C. -5 . D. $-5i$.

Lời giải

Số phức z có phần thực là -3 và phần ảo là -2 .

Vậy tổng phần thực và phần ảo là -5 .

Câu 24: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và $y = x$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $-\frac{4}{3}$. **C. $\frac{4}{3}$.** D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và $y = x$:

$$x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là: $S = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \left| \int_0^2 (x^2 - 2x) dx \right| = \frac{4}{3}$.

Câu 25: Số phức $z = \frac{4-3i}{i}$ có phần thực là:

- A. 3. **B. -3 .** C. -4 . D. 4.

Lời giải

$z = \frac{4-3i}{i} = -3-4i$. Vậy phần thực của z là -3 .

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x^3 + 2x - 2) = 3x - 1$. Tính

$$I = \int_1^{10} f(x) dx.$$

- A. $\frac{135}{4}$.** B. $\frac{125}{4}$. C. $\frac{105}{4}$. D. $\frac{75}{4}$.

Lời giải

Đặt $x = t^3 + 2t - 2 \Rightarrow dx = (3t^2 + 2) dt$.

Đổi cận $x = 1 \Rightarrow t^3 + 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = 1$.

$x = 10 \Rightarrow t^3 + 2t - 12 = 0 \Rightarrow t = 2$.

Vậy $I = \int_1^2 f(t^3 + 2t - 2)(3t^2 + 2) dt = \int_1^2 (3t - 1)(3t^2 + 2) dt = \frac{135}{4}$.

Câu 27: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\int \sin x dx = \cos x + C$. B. $\int \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{x^2} + C$. **C. $\int e^x dx = e^x + C$.** D. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$.

Lời giải

A sai vì $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

B sai vì $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

C đúng vì $\int e^x dx = e^x + C$.

D sai vì $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ \vec{u} biết $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$.

- A. $\vec{u} = (5; -3; 2)$. B. $\vec{u} = (2; -3; 5)$. C. $\vec{u} = (2; 5; -3)$. D. $\vec{u} = (-3; 5; 2)$.

Lời giải

Vì $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$ nên $\vec{u} = (2; -3; 5)$.

Câu 29: Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính môđun của số phức \bar{z} .

- A. $|\bar{z}| = a^2 + b^2$. B. $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$. C. $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 - b^2}$. D. $|\bar{z}| = \sqrt{a + b}$.

Lời giải

Do $|\bar{z}| = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; -1; 3)$ tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

- A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$. B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$.
C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 2$. D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 3$.

Lời giải

Ta có mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z = 0$ nên $d(I; (Oxy)) = 3$

\Rightarrow phương trình mặt cầu là $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 31: Biết $\int f(x) dx = F(x) + C$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$. B. $\int_a^b f(x) dx = F(b).F(a)$.
C. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$. D. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

Lời giải

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;-1;2)$ và $N(2;1;4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN .

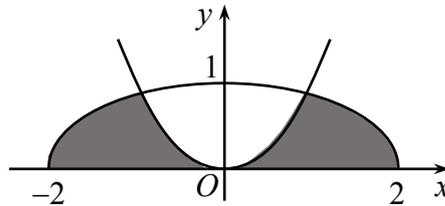
- A. $3x + y - 1 = 0$. B. $y + z - 3 = 0$. C. $x - 3y - 1 = 0$. D. $2x + y - 2z = 0$.

Lời giải

Trung điểm I của đoạn MN có tọa độ $I(2;0;3)$ và $\overline{MN} = (0;2;2)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN đi qua I và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (0;1;1)$ nên có phương trình là $y + z - 3 = 0$.

Câu 33: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và nửa đường elip có phương trình $y = \frac{1}{2}\sqrt{4-x^2}$ và trục hoành. Gọi S là diện tích của, biết $S = \frac{a\pi + b\sqrt{3}}{c}$. Tính $P = a + b + c$.



- A. $P = 9$. B. $P = 12$. C. $P = 15$. D. $P = 17$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol và nửa đường elip là: $\sqrt{3}x^2 = \sqrt{4-x^2}$
 $\Leftrightarrow 3x^4 + x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

$$\text{Vậy } S = 2 \left(\int_0^1 \frac{\sqrt{3}}{2} x^2 dx + \int_1^2 \frac{1}{2} \sqrt{4-x^2} dx \right) = 2 \left(\frac{\sqrt{3}x^3}{6} \Big|_0^1 + \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx \right) = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{6} + S_1 \right)$$

$$\text{Trong đó } S_1 = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx.$$

$$\text{Đặt } x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt.$$

$$\text{Đổi cận } x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}.$$

$$x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Vậy } S_1 = 2 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt = \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Suy ra } S = 2 \left(\frac{4\pi - \sqrt{3}}{12} \right) = \frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = 4 \\ b = -1 \\ c = 6 \end{cases} \Rightarrow P = a + b + c = 9.$$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(2;-3;1)$ có phương trình tham số là:

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = 3 + 4t \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -8 + 5t \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = 5 - 4t \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = -3 - 2t \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 5t \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = 1 + 4t \end{cases}$$

Lời giải

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(2;-3;1)$ là đường thẳng đi qua $A(1;2;-3)$ và

nhận $\overline{AB} = (1;-5;4)$ làm vector chỉ phương nên có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = -3 + 4t \end{cases}$

Ta thấy điểm $M(3;-8;5)$ là điểm thuộc đường thẳng nên đường thẳng có phương trình tham

$$\text{số } \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -8 + 5t \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = 5 - 4t \end{cases}$$

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;-2;1)$, $B(2;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm H của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là

$$\text{A. } H(0;-5;-1).$$

$$\text{B. } H(1;-5;-1).$$

$$\text{C. } H(4;1;0).$$

$$\text{D. } H(5;0;-1).$$

Lời giải

Đường thẳng AB đi qua $A(1;-2;1)$ và nhận $\overline{AB} = (1;3;2)$ làm vector chỉ phương nên có

$$\text{phương trình tham số } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 3t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Vì $H \in AB$ nên $H(1+t;-2+3t;1+2t)$

Mặt khác $H \in (P)$ nên ta có $1 + t + 2 - 3t + 2 + 4t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$ suy ra $H(0; -5; -1)$.

Câu 36. Tính tích phân $A = \int \frac{1}{x \ln x} dx$ bằng cách đặt $t = \ln x$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $A = \int dt$ B. $A = \int \frac{1}{t^2} dt$ C. $A = \int t dt$ D. $A = \int \frac{1}{t} dt$

Lời giải

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$. Khi đó $A = \int \frac{1}{x \ln x} dx = \int \frac{1}{t} dt$.

Câu 37. Biết rằng $\int_0^1 xe^{2x} dx = ae^2 + b$. Tính $P = a + b$.

- A. $P = \frac{1}{2}$ B. $P = 0$ C. $P = \frac{1}{4}$ D. $P = 1$

Lời giải

Xét tích phân $\int_0^1 xe^{2x} dx$. Đặt $\begin{cases} x = u \\ e^{2x} dx = dv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dx = du \\ \frac{1}{2} e^{2x} = v \end{cases}$.

Khi đó $\int_0^1 xe^{2x} dx = \frac{1}{2} xe^{2x} \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{4} e^{2x} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{4}$.

$\Rightarrow a = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{4}$. Vậy $P = \frac{1}{2}$.

Câu 38. Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}$, $y = 0$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ quanh Ox .

- A. $V = 3$ B. π C. 1 D. 3π

Lời giải

Áp dụng công thức tính thể tích vật thể tròn xoay ta có

$$V = \pi \int_0^1 2x dx = \pi x^2 \Big|_0^1 = 3\pi$$

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho m, n là hai số thực dương thỏa mãn $m + 2n = 1$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $(P): mx + ny + mnz - mn = 0$ với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Khi mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có bán kính nhỏ nhất thì $2m + n$ có giá trị bằng

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. 1

Lời giải

Phương trình mặt phẳng $(P): mx + ny + mnz - mn = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{n} + \frac{y}{m} + \frac{z}{1} = 1$.

Do A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (P) với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz nên

$A(n; 0; 0); B(0; m; 0); C(0; 0; 1)$ khi đó tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là $I\left(\frac{n}{2}; \frac{m}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

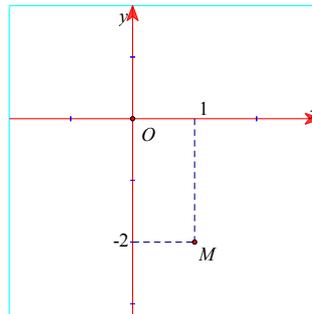
Theo đề bài ta có $m + 2n = 1 \Leftrightarrow m = 1 - 2n \Rightarrow I\left(\frac{n}{2}; \frac{1-2n}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là $R = OI = \frac{1}{2}\sqrt{5n^2 - 4n + 2} = \frac{1}{2}\sqrt{5\left(n - \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{6}{5}}$
 $\geq \frac{1}{2}\sqrt{\frac{6}{5}}$.

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ nhỏ nhất khi $n = \frac{2}{5} \Rightarrow m = \frac{1}{5}$.

$$\Rightarrow 2m + n = \frac{4}{5}.$$

Câu 40. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z tìm phần thực và phần ảo của số phức z .



A. Phần thực là 1 và phần ảo là $-2i$.

C. Phần thực là -2 và phần ảo là i .

B. Phần thực là -2 và phần ảo là 1.

D. Phần thực là 1 và phần ảo là -2 .

Lời giải

Ta có số phức $z = 1 + 2i$ nên phần thực là 1 và phần ảo là -2 .

Câu 41: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$.

A. $\int (2x + 1)dx = \frac{x^2}{2} + x + C$.

B. $\int (2x + 1)dx = x^2 + x + C$.

C. $\int (2x + 1)dx = 2x^2 + 1 + C$.

D. $\int (2x + 1)dx = x^2 + C$.

Lời giải

$$\int (2x + 1)dx = x^2 + x + C.$$

Câu 42: Một ô tô đang chạy với vận tốc 54km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a(t) = 3t - 8$ (m/s²) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Quãng đường mà ô tô đi được sau 10s kể từ lúc tăng tốc là

A. 150m.

B. 250m.

C. 246m.

D. 540m.

Lời giải

Đổi đơn vị : 54km/h = 15m/s

$$\text{Vận tốc xe : } v(t) = 15 + \int_0^t (3t - 8) dt = \frac{3}{2}t^2 - 8t + 15.$$

Quãng đường mà ô tô đi được sau 10s kể từ lúc tăng tốc là :

$$L = \int_0^{10} v(t)dt = \int_0^{10} \left(\frac{3}{2}t^2 - 8t + 15 \right) dt = 250 \text{ (m)} .$$

Câu 43: Xét số phức $z = a + bi$ ($a, b \in R, b > 0$) thỏa mãn $|z| = 1$. Tính $P = 2a + 4b^2$ khi $|z^3 - z + 2|$ đạt giá trị lớn nhất .

A. $P = 4$.

B. $P = 2 - \sqrt{2}$.

C. $P = 2$.

D. $P = 2 + \sqrt{2}$.

Lời giải

$$|z| = 1 \Rightarrow \bar{z} = \frac{1}{z}$$

Do $b > 0 \Rightarrow -1 < a < 1$

$$\text{Ta có : } |z^3 - z + 2| = \left| z - \frac{1}{z} + \frac{2}{z^2} \right| = \left| z - \bar{z} + 2\bar{z}^2 \right| = 2|bi + (a - bi)^2|$$

$$= 2|bi + a^2 - b^2 - 2abi| = 2\sqrt{(a^2 - b^2)^2 + (b - 2ab)^2}$$

$$= 2\sqrt{b^2 - 4ab^2 + 1} = 2\sqrt{1 - a^2 - 4a(1 - a^2) + 1}$$

$$= 2\sqrt{4a^3 - a^2 - 4a + 2}$$

Biểu thức trên đạt GTLN trên miền $-1 < a < 1$ khi $a = \frac{-1}{2} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Vậy $P = 2a + 4b^2 = 2$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(2; -1; 2)$ và nhận $\vec{u}(-1; 2; -1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là :

A. $\Delta: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

B. $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

C. $\Delta: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải

Đường thẳng Δ đi qua $A(2; -1; 2)$ và nhận $\vec{u}(-1; 2; -1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình

chính tắc là : $\Delta: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 45: Số phức $z = 2 - 3i$ có phần ảo là.

A. 2 .

B. 3 .

C. $3i$.

D. -3 .

Lời giải

Số phức $z = 2 - 3i$ có phần ảo là -3.

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ và điểm $I(2; 1; -1)$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ cắt trục Ox tại hai điểm A, B . Tính độ dài đoạn AB .

A. $AB = 2\sqrt{6}$.

B. $AB = 24$.

C. $AB = 4$.

D. $AB = \sqrt{6}$.

Lời giải

$$\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1} \text{ qua } A(-2;1;0) \text{ và có một véctơ chỉ phương là } \vec{n} = (2;2;-1).$$

Mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ nên bán kính của mặt cầu là

$$R = d(I, \Delta) = \frac{|\overrightarrow{AI}, \vec{n}|}{|\vec{n}|} = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Phương trình mặt cầu } (S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 8.$$

$$\text{Mặt cầu } (S) \text{ cắt trục } Ox \text{ tại } A(2+\sqrt{6};0;0) \text{ và } B(2-\sqrt{6};0;0).$$

$$\text{Suy ra độ dài đoạn } AB = 2\sqrt{6}.$$

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$. Một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (1;1;-2)$.

B. $\vec{n} = (0;0;-2)$.

C. $\vec{n} = (1;-2;1)$.

D. $\vec{n} = (-2;1;1)$.

Lời giải

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(2;-1;0), R = 4$.

B. $I(2;-1;0), R = 2$.

C. $I(-2;1;0), R = 2$.

D. $I(-2;1;0), R = 4$.

Lời giải

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây **thuộc** mặt phẳng $x - 3y + 2z + 1 = 0$?

A. $N(0;1;1)$.

B. $Q(2;0;-1)$.

C. $M(3;1;0)$.

D. $P(1;1;1)$.

Lời giải

Thế tọa độ từng phương án vào phương trình của mặt phẳng (P)

Thế điểm $N(0;1;1)$ ta có $0 - 3 + 2 + 1 = 0$.

Thế điểm $Q(2;0;-1)$ ta có $2 - 0 - 2 + 1 \neq 0$.

Thế điểm $M(3;1;0)$ ta có $3 - 3 + 0 + 1 \neq 0$.

Thế điểm $P(1;1;1)$ ta có $1-3+2+1 \neq 0$.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3+t \\ y = -1-t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = -2+t \end{cases}$, điểm

$M(1;2;-1)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 10y + 14z + 64 = 0$. Gọi Δ' là đường thẳng đi qua

M cắt đường thẳng Δ tại A , cắt mặt cầu tại B sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$ và điểm B có hoành độ là số nguyên. Mặt phẳng trung trực đoạn AB có phương trình là

A. $2x + 4y - 4z - 19 = 0$.

B. $3x - 6y - 6z - 62 = 0$.

C. $2x - 4y - 4z - 43 = 0$.

D. $3x + 6y - 6z - 31 = 0$.

Lời giải

Δ' là đường thẳng đi qua M cắt đường thẳng Δ tại A suy ra tọa độ $A(3+a; -1-a; -2+a)$.

$$\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3\overline{AM} = \pm \overline{AB}$$

Trường hợp 1:

$$3\overline{AM} = \overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(-2-a) = x-3-a \\ 3(3+a) = y+1+a \\ 3(1-a) = z+2-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3-2a \\ y = 8+2a \\ z = 1-2a \end{cases} \text{ suy ra } B(-3-2a; 8+2a; 1-2a)$$

Do $B \in (S)$ nên

$$(-3-2a)^2 + (8+2a)^2 + (1-2a)^2 - 4(-3-2a) + 10(8+2a) + 14(1-2a) + 64 = 0$$

$$\Leftrightarrow 12a^2 + 40a + 244 = 0, \text{ phương trình vô nghiệm}$$

Trường hợp 2:

$$3\overline{AM} = -\overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(-2-a) = -(x-3-a) \\ 3(3+a) = -(y+1+a) \\ 3(1-a) = -(z+2-a) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9+4a \\ y = -10-4a \\ z = -5+4a \end{cases}$$

Suy ra $B(9+4a; -10-4a; -5+4a)$

Do $B \in (S)$ nên

$$(9+4a)^2 + (-10-4a)^2 + (-5+4a)^2 - 4(9+4a) + 10(-10-4a) + 14(-5+4a) + 64 = 0$$

$$\Leftrightarrow 48a^2 + 112a + 64 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Điểm B có hoành độ là số nguyên nên $B(5; -6; -9)$; $A(2; 0; -3)$.

Mặt phẳng trung trực đoạn AB đi qua trung điểm $I\left(\frac{7}{2}; -3; -6\right)$ và có một véc tơ pháp tuyến

$\vec{n} = (-1; 2; 2)$ nên có phương trình $\left(x - \frac{7}{2}\right) - 2(y + 3) - 2(z + 6) = 0 \Leftrightarrow 2x - 4y - 4z - 43 = 0$

Đề: 14

Đề ôn tập kiểm tra cuối kỳ 2. Môn Toán Lớp 12
File word Full lời giải chi tiết

- Câu 1.** Phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ có hai nghiệm $z_1; z_2$ trên tập số phức. Tính giá trị của biểu thức $P = z_1^2 + z_2^2$.
- (A). $P = -6$. (B). $P = 4$. (C). $P = 14$. (D). $P = -9$.
- Câu 2.** Một người lái xe ô tô đang chạy với vận tốc $24(m/s)$ thì người lái xe phát hiện vật cản đường ở phía trước nên người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -6t + 24 (m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, xe ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?
- (A). 27. (B). 18. (C). 24. (D). 48.
- Câu 3.** Cho số phức $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?
- (A). $|z^2| = |z|^2$. (B). z^2 là số thực. (C). $z + \bar{z} = 2bi$. (D). $z\bar{z} = a^2 - b^2$.
- Câu 4.** Biết $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ là số phức thỏa mãn $(3 - 2i)z - 2i\bar{z} = 15 - 8i$. Tổng $a + b$ có giá trị bằng
- (A). -1. (B). 9. (C). 1. (D). 5.
- Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách h từ điểm $M(1; 3; 2)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}$.
- (A). $h = 2\sqrt{2}$. (B). $h = 3$. (C). $h = \sqrt{2}$. (D). $h = 2$.
- Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị (C) , trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục hoành bằng
- (A). $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. (B). $V = \pi \int_a^b f(x) dx$. (C). $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. (D). $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$.
- Câu 7.** Cho số phức z thỏa mãn $|z + 3 + 2i| = 4$. Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.
- (A). $I(-3; -2), R = 2$. (B). $I(-3; -2), R = 16$. (C). $I(-3; -2), R = 4$. (D). $I(3; 2), R = 4$.
- Câu 8.** Số phức liên hợp của số phức $z = i(1 - 2i)$ có điểm biểu diễn là điểm nào dưới đây?
- (A). $F(-2; 1)$. (B). $B(-1; 2)$. (C). $E(2; -1)$. (D). $A(1; 2)$.
- Câu 9.** Cho số phức z thỏa mãn $(1 - i)z = (2 - 3i) - (6 - i)$. Tìm phần thực và phần ảo của z .
- (A). Phần thực là -1 , phần ảo là $-3i$. (B). Phần thực là -3 , phần ảo là $-i$.
(C). Phần thực là 1 , phần ảo là -3 . (D). Phần thực là -1 , phần ảo là -3 .

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 3z - 6 = 0$ và đường thẳng

$$\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}. \text{ Mệnh đề nào sau đây đúng?}$$

- Ⓐ. Δ cắt và không vuông góc với (α) . Ⓑ. $\Delta \perp (\alpha)$.
 Ⓒ. $\Delta // (\alpha)$. Ⓓ. $\Delta \subset (\alpha)$.

Câu 11. Cho số phức z thỏa mãn $(1-2i)z + (2+i)^2 = 4+3i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} bằng

- Ⓐ. $\frac{4}{5}$. Ⓑ. $\frac{28}{5}$. Ⓒ. $\frac{14}{5}$. Ⓓ. $\frac{2}{5}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

- Ⓐ. $P(5; -2; -1)$. Ⓑ. $M(-2; 1; 3)$. Ⓒ. $Q(-1; 0; -5)$. Ⓓ. $N(2; -1; -3)$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 5 = 0$. Tọa độ giao điểm M của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là

- Ⓐ. $M(0; 3; -1)$. Ⓑ. $M(3; 0; -1)$. Ⓒ. $M(0; 3; 1)$. Ⓓ. $M(-1; 0; 3)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z - 8 = 0$ và đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 - 4t \\ z = 5 - 5t \end{cases}. \text{ Tính số đo góc giữa đường thẳng } d \text{ và mặt phẳng } (P).$$

- Ⓐ. 90° . Ⓑ. 30° . Ⓒ. 45° . Ⓓ. 60° .

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 \end{cases}$. Một vector chỉ

phương \vec{u} của d là

- Ⓐ. $\vec{u} = (3; 1; 2)$. Ⓑ. $\vec{u} = (-1; 1; 0)$. Ⓒ. $\vec{u} = (2; -1; 0)$. Ⓓ. $\vec{u} = (-2; 1; 2)$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 2. Nếu M có hoành độ âm thì giá trị của tổng $S = a + b + c$ bằng

- Ⓐ. -11 . Ⓑ. -1 . Ⓒ. -9 . Ⓓ. -8 .

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 2t' \\ y = 2 - t' \\ z = -1 \end{cases}$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ. Hai đường thẳng d và d' trùng nhau.

- Ⓐ. Hai đường thẳng d và d' song song với nhau.
- Ⓑ. Hai đường thẳng d và d' cắt nhau.
- Ⓒ. Hai đường thẳng d và d' chéo nhau.

Câu 18. Tính môđun số phức nghịch đảo của số phức $z = (3 + 4i)^2$.

- Ⓐ. $\frac{1}{5}$.
- Ⓑ. $\frac{1}{25}$.
- Ⓒ. 5.
- Ⓓ. 25.

Câu 19. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = (1 - i)\bar{z} + 2i$ là

- Ⓐ. Một đường elip.
- Ⓑ. Một đường thẳng.
- Ⓒ. Một đường tròn có bán kính bằng $2\sqrt{2}$.
- Ⓓ. Một đường tròn có bán kính bằng 2.

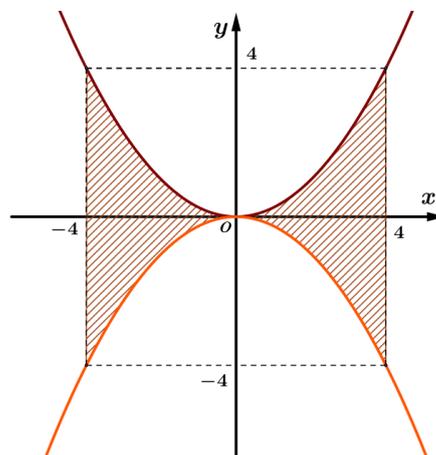
Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$. Hình chiếu d' của d trên mặt phẳng Oxy có phương trình là

- Ⓐ. $d': \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2t \\ z = 0 \end{cases}$.
- Ⓑ. $d': \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$.
- Ⓒ. $d': \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 \\ z = 2t \end{cases}$.
- Ⓓ. $d': \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 0 \end{cases}$.

Câu 21. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực âm và phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = i^{2019}z_0$?

- Ⓐ. $M(-1; -3)$.
- Ⓑ. $M(1; 3)$.
- Ⓒ. $M(-3; 1)$.
- Ⓓ. $M(3; 1)$.

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol $y = \frac{x^2}{4}$; $y = \frac{-x^2}{4}$ và hai đường thẳng $x = -4$; $x = 4$ (phần tô đen trong hình vẽ)



Cho (H) quay quanh trục Ox ta được vật thể tròn xoay có thể tích bằng

- Ⓐ. $\frac{64}{5}\pi$.
- Ⓑ. $\frac{32}{3}\pi$.
- Ⓒ. $\frac{128}{5}\pi$.
- Ⓓ. 64π .

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{6}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$. Biết đường thẳng d cắt mặt cầu (S) theo dây cung AB . Độ dài AB là

- Ⓐ. 4. Ⓑ. $2\sqrt{5}$. Ⓒ. $2\sqrt{3}$. Ⓓ. $4\sqrt{2}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-5=0$ và hai điểm $A(-3;0;1), B(1;-1;3)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A , song song với (P) sao cho khoảng cách từ B đến d là lớn nhất.

- Ⓐ. $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$. Ⓑ. $d: \frac{x+3}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}$.
 Ⓒ. $d: \frac{x+3}{3} = \frac{y}{-6} = \frac{z-1}{-7}$. Ⓓ. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x=1 \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases}, \Delta_2: \begin{cases} x=4+t \\ y=3-2t \\ z=1-t \end{cases}$. Gọi (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 . Bán kính mặt cầu bằng:

- Ⓐ. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. Ⓑ. $\sqrt{2}$. Ⓒ. $\frac{3}{2}$. Ⓓ. $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Câu 26. Trong tất cả các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+1| = \left| \frac{z+\bar{z}}{2} + 3 \right|$, gọi số phức $z = a+bi$ là số phức có môđun nhỏ nhất. Tính $S = 2a+b$.

- Ⓐ. 2. Ⓑ. -2. Ⓒ. 0. Ⓓ. -4.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $A(0;0;0), B(2;0;0), C(0;2;0)$ và $A'(0;0;2)$. Góc giữa hai đường thẳng CC' và $A'B$ có số đo bằng

- Ⓐ. 45° . Ⓑ. 60° . Ⓒ. 90° . Ⓓ. 30° .

Câu 28. Vòm cửa lớn của một trung tâm văn hóa có dạng hình parabol. Người ta dự định lắp cửa kính cường lực cho vòm cửa này. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào biết rằng vòm cửa cao 8(m) và rộng 8(m) (như hình vẽ)



- Ⓐ. $\frac{28}{3} \text{ (m}^2\text{)}$. Ⓑ. $\frac{128}{3} \text{ (m}^2\text{)}$. Ⓒ. $\frac{131}{3} \text{ (m}^2\text{)}$. Ⓓ. $\frac{64}{3} \text{ (m}^2\text{)}$.

Câu 29. Tính $P = \left|1 + \sqrt{3}i\right|^{2020} - \left|1 - \sqrt{3}i\right|^{2018}$.

- Ⓐ. $P = 2^{1010}$. Ⓑ. $P = 2^{1009}$. Ⓒ. $P = 3 \cdot 2^{2018}$. Ⓓ. $P = 4$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A , cắt d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình

- Ⓐ. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$. Ⓑ. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$.
 Ⓒ. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$. Ⓓ. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A	D	A	B	A	A	C	C	D	D	A	B	A	A	C
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	D	B	C	D	D	C	B	C	A	D	A	B	C	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ có hai nghiệm $z_1; z_2$ trên tập số phức. Tính giá trị của biểu thức $P = z_1^2 + z_2^2$.

Ⓐ. $P = -6$. Ⓑ. $P = 4$. Ⓒ. $P = 14$. Ⓓ. $P = -9$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 2i \\ z_2 = -1 - 2i \end{cases}$

$P = z_1^2 + z_2^2 = (-1 + 2i)^2 + (-1 - 2i)^2 = 2(1 + 4i^2) = -6$.

Câu 2. Một người lái xe ô tô đang chạy với vận tốc $24(m/s)$ thì người lái xe phát hiện vật cản đường ở phía trước nên người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -6t + 24 (m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, xe ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?

Ⓐ. 27. Ⓑ. 18. Ⓒ. 24. Ⓓ. 48.

Lời giải

Chọn D

Ô tô dừng lại khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow -6t + 24 = 0 \Leftrightarrow t = 4$.

Do đó từ lúc đạp phanh ($t = 0$) đến khi dừng hẳn ($t = 4$), ô tô di chuyển được quãng đường là:

$S = \int_0^4 (-6t + 24) dt = (-3t^2 + 24t) \Big|_0^4 = 48$.

Câu 3. Cho số phức $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- Ⓐ. $|z^2| = |z|^2$. Ⓑ. z^2 là số thực. Ⓒ. $z + \bar{z} = 2bi$. Ⓓ. $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$.

Lời giải

Chọn A

$$z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi; |z| = \sqrt{a^2 + b^2}; z^2 = (a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi.$$

$$|z^2| = |(a^2 - b^2) + 2abi| = \sqrt{(a^2 - b^2)^2 + (2ab)^2} = \sqrt{(a^2 + b^2)^2} = a^2 + b^2.$$

$$|z|^2 = (\sqrt{a^2 + b^2})^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow |z^2| = |z|^2 \Rightarrow \text{phương án A đúng.}$$

$$z^2 = (a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi \text{ là số thực là mệnh đề sai.}$$

$$z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a \Rightarrow \text{phương án C sai.}$$

$$z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 \Rightarrow \text{phương án D sai.}$$

Câu 4. Biết $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức thỏa mãn $(3 - 2i)z - 2i\bar{z} = 15 - 8i$. Tổng $a + b$ có giá trị bằng

A. -1.

B. 9.

C. 1.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

$$z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi.$$

$$(3 - 2i)z - 2i\bar{z} = 15 - 8i \Leftrightarrow (3 - 2i)(a + bi) - 2i(a - bi) - 15 + 8i = 0 \Leftrightarrow 3a - 15 + (-4a + 3b + 8)i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 15 = 0 \\ -4a + 3b + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b = 9.$$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách h từ điểm $M(1; 3; 2)$ đến đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}$$

A. $h = 2\sqrt{2}$.

B. $h = 3$.

C. $h = \sqrt{2}$.

D. $h = 2$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng Δ đi qua điểm $N(1; 1; 0)$ và có một VTCP $\vec{u} = (1; 1; -1)$, $\overline{NM} = (0; 2; 2)$.

$$h = d(M, \Delta) = \frac{|\overline{NM}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{16 + 4 + 4}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị (C) , trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục hoành bằng

$$\text{A. } V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx. \quad \text{B. } V = \pi \int_a^b f(x) dx. \quad \text{C. } V = \pi \int_a^b |f(x)| dx. \quad \text{D. } V = \int_a^b [f(x)]^2 dx.$$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Theo tính chất ta có } V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$$

- Câu 7.** Cho số phức z thỏa mãn $|z+3+2i|=4$. Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.
A. $I(-3;-2), R=2$. **B.** $I(-3;-2), R=16$. **C.** $I(-3;-2), R=4$. **D.** $I(3;2), R=4$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

Suy ra $z+3+2i = (x+3) + (y+2)i \Rightarrow |z+3+2i| = \sqrt{(x+3)^2 + (y+2)^2} = 4$.

Do đó $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 16$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-3;-2)$, bán kính $R=4$.

- Câu 8.** Số phức liên hợp của số phức $z = i(1-2i)$ có điểm biểu diễn là điểm nào dưới đây?
A. $F(-2;1)$. **B.** $B(-1;2)$. **C.** $E(2;-1)$. **D.** $A(1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = i(1-2i) = 2+i \Rightarrow \bar{z} = 2-i$.

Do đó điểm biểu diễn \bar{z} là $E(2;-1)$.

- Câu 9.** Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z = (2-3i) - (6-i)$. Tìm phần thực và phần ảo của z .
A. Phần thực là -1 , phần ảo là $-3i$. **B.** Phần thực là -3 , phần ảo là $-i$.
C. Phần thực là 1 , phần ảo là -3 . **D.** Phần thực là -1 , phần ảo là -3 .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(1-i)z = (2-3i) - (6-i) \Leftrightarrow (1-i)z = -4-2i \Leftrightarrow z = \frac{-4-2i}{1-i}$

$\Leftrightarrow z = \frac{(-4-2i)(1+i)}{2} \Leftrightarrow z = \frac{-2-6i}{2} \Leftrightarrow z = -1-3i$.

Vậy phần thực của z là -1 , phần ảo là -3 .

- Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y+3z-6=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Δ cắt và không vuông góc với (α) . **B.** $\Delta \perp (\alpha)$.
C. $\Delta // (\alpha)$. **D.** $\Delta \subset (\alpha)$.

Lời giải

Chọn D

Véc tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (-1;-1;1)$; véc tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = (1;2;3)$.

Vì $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$ nên $\Delta // (\alpha)$ hoặc $\Delta \subset (\alpha)$.

Lấy $M(-1;-1;3) \in \Delta$, ta thấy $M \in (\alpha)$.

Vậy $\Delta \subset (\alpha)$.

- Câu 11.** Cho số phức z thỏa mãn $(1-2i)z + (2+i)^2 = 4+3i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} bằng
- A.** $\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{28}{5}$. **C.** $\frac{14}{5}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } (1-2i)z + (2+i)^2 = 4+3i \Leftrightarrow z = \frac{4+3i-(2+i)^2}{(1-2i)} = \frac{3}{5} + \frac{1}{5}i.$$

$$\Rightarrow \bar{z} = \frac{3}{5} - \frac{1}{5}i \Rightarrow \text{Số phức } \bar{z} \text{ có phần thực là } \frac{3}{5}, \text{ phần ảo là } -\frac{1}{5}.$$

$$\text{Vậy hiệu phần thực và phần ảo của số phức } \bar{z} \text{ là } \frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{4}{5}.$$

- Câu 12.** Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?
- A.** $P(5; -2; -1)$. **B.** $M(-2; 1; 3)$. **C.** $Q(-1; 0; -5)$. **A.** $N(2; -1; -3)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ điểm $P(5; -2; -1)$ vào đường thẳng d ta có

$$\frac{5-2}{3} = \frac{-2+1}{-1} = \frac{-1+3}{2} \Leftrightarrow 1 = 1 = 1 \text{ (đúng)}.$$

Vậy điểm $P(5; -2; -1)$ thuộc đường thẳng d .

Thay tọa độ điểm $M(-2; 1; 3)$ vào đường thẳng d ta có

$$\frac{-2-2}{3} = \frac{1+1}{-1} = \frac{3+3}{2} \Leftrightarrow -\frac{4}{3} = -2 = 3 \text{ (vô lý)}.$$

Vậy điểm $M(-2; 1; 3)$ không thuộc đường thẳng d .

- Câu 13.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z-5=0$. Tọa độ giao điểm M của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là
- A.** $M(0; 3; -1)$. **B.** $M(3; 0; -1)$. **C.** $M(0; 3; 1)$. **D.** $M(-1; 0; 3)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 1+2t \end{cases}$$

$$\text{Thay } \Delta \text{ vào } (P) \text{ ta được: } 1+t+2.(2-t)+1+2t-5=0 \Leftrightarrow t=-1.$$

Thay $t = -1$ vào Δ ta được:
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow M(0; 3; -1).$$

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z - 8 = 0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 - 4t \\ z = 5 - 5t \end{cases}. \text{ Tính số đo góc giữa đường thẳng } d \text{ và mặt phẳng } (P).$$

- A.** 90° . **B.** 30° . **C.** 45° . **D.** 60° .

Lời giải

Chọn A

Từ phương trình mặt phẳng (P) suy ra vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (3; 4; 5)$.

Từ phương trình mặt phẳng d suy ra vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (-3; -4; -5)$.

Vì vectơ pháp tuyến của (P) và vectơ chỉ phương của d cùng phương nên đường thẳng d và mặt phẳng (P) vuông góc nhau. Suy ra, góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng 90° .

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 \end{cases}$. Một vectơ chỉ phương

\vec{u} của d là

- A.** $\vec{u} = (3; 1; 2)$. **B.** $\vec{u} = (-1; 1; 0)$. **C.** $\vec{u} = (2; -1; 0)$. **D.** $\vec{u} = (-2; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình của đường thẳng d ta có một vectơ chỉ phương của d là $\vec{v} = (-2; 1; 0)$.

Do đó, vectơ $\vec{u} = -\vec{v} = (2; -1; 0)$ cũng là một vectơ chỉ phương của d .

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 2. Nếu M có hoành độ âm thì giá trị của tổng $S = a + b + c$ bằng

- A.** -11 . **B.** -1 . **C.** -9 . **D.** -8 .

Lời giải

Chọn C

Vì $M \in d$ nên ta có $M(t; -1 + 2t; -2 + 3t)$.

Theo giả thiết $d(M, (P)) = 2 \Leftrightarrow \frac{|t + 2(-1 + 2t) - 2(-2 + 3t) + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 2$

$$|5-t|=6 \Leftrightarrow \begin{cases} 5-t=6 \\ 5-t=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ t=11 \end{cases} \text{ (loại)}$$

Vì M có hoành độ âm nên ta có đáp số $M(-1; -3; -5)$.

Vậy $S = -1 - 3 - 5 = -9$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3-t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=2t' \\ y=2-t' \\ z=-1 \end{cases}$.

Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A.** Hai đường thẳng d và d' trùng nhau.
- B.** Hai đường thẳng d và d' song song với nhau.
- C.** Hai đường thẳng d và d' cắt nhau.
- D.** Hai đường thẳng d và d' chéo nhau.

Lời giải

Chọn D

Ta có vectơ chỉ phương của d và d' lần lượt là $\vec{u} = (1; 1; -1)$ và $\vec{u}' = (2; -1; 0)$

Ta thấy $\frac{2}{1} \neq \frac{-1}{1} \neq \frac{0}{-1}$ do đó d và d' cắt nhau hoặc chéo nhau

$$\text{Ta xét hệ phương trình } \begin{cases} 1+t=2t' \\ 2+t=2-t' \\ 3-t=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t-2t'=-1 \\ t+t'=0 \\ t=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=4 \\ t'=-4 \\ 12=-1 \end{cases} \text{ (Hệ vô nghiệm)}$$

Vậy d và d' chéo nhau.

Câu 18. Tính môđun số phức nghịch đảo của số phức $z = (3+4i)^2$.

- A.** $\frac{1}{5}$.
- B.** $\frac{1}{25}$.
- C.** 5.
- D.** 25.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = (3+4i)^2 \Leftrightarrow z = -7+24i$ suy ra số phức nghịch đảo của z là $\frac{1}{z} = \frac{1}{-7+24i}$

$$= -\frac{7}{625} - \frac{24}{625}i$$

$$\text{Vậy } \left| \frac{1}{z} \right| = \left| -\frac{7}{625} - \frac{24}{625}i \right| = \frac{1}{25}$$

Câu 19. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = (1-i)\bar{z} + 2i$ là

- A.** Một đường elip.
- B.** Một đường thẳng.
- C.** Một đường tròn có bán kính bằng $2\sqrt{2}$.
- D.** Một đường tròn có bán kính bằng 2.

Lời giải

Chọn C

Gọi số phức $w = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

$$+ \text{Ta có } w = (1-i)\bar{z} + 2i \Rightarrow \bar{z} = \frac{(x+yi) - 2i}{1-i} = \frac{x-y+2}{2} + \frac{(x+y-2)i}{2}$$

$$+ \text{Mà } |z| = 2 \Leftrightarrow \left(\frac{x-y+2}{2}\right)^2 + \left(\frac{x+y-2}{2}\right)^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4y - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y-2)^2 = 8.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w là một đường tròn có bán kính bằng $2\sqrt{2}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$. Hình chiếu d' của d trên mặt phẳng Oxy có phương trình là

A. $d': \begin{cases} x = 1+t \\ y = -2t \\ z = 0 \end{cases}$ B. $d': \begin{cases} x = t \\ y = -1+2t \\ z = 0 \end{cases}$ C. $d': \begin{cases} x = 2+t \\ y = 2 \\ z = 2t \end{cases}$ **D. $d': \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2t \\ z = 0 \end{cases}$**

Lời giải

Chọn D

$$+ \text{Phương trình tham số của đường thẳng } d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2t \\ z = -1+t \end{cases}$$

$$+ \text{Do mặt phẳng } (Oxy): z = 0 \text{ nên hình chiếu của } d \text{ lên } (Oxy) \text{ là } \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2t \\ z = 0 \end{cases}$$

Câu 21. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực âm và phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = i^{2019}z_0$?

A. $M(-1; -3)$. B. $M(1; 3)$. C. $M(-3; 1)$. **D. $M(3; 1)$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow z = -1 \pm 3i \Rightarrow z_0 = -1 + 3i$$

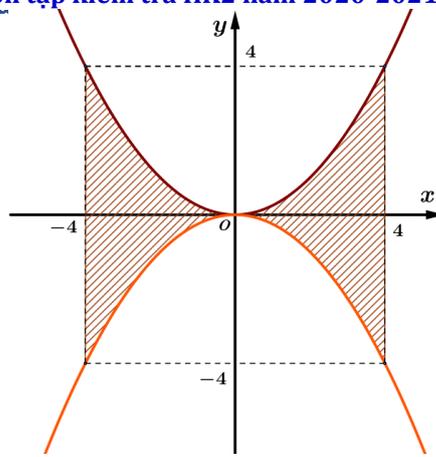
$$\text{Mà } i^{2019} = (i^2)^{1009} i = (-1)^{1009} i = -i$$

$$\text{Nên } w = i^{2019}z_0 = -i(-1 + 3i) = 3 + i$$

Vậy $M(3; 1)$

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol $y = \frac{x^2}{4}$;

$$y = \frac{-x^2}{4} \text{ và hai đường thẳng } x = -4; x = 4 \text{ (phần tô đen trong hình vẽ)}$$



Cho (H) quay quanh trục Ox ta được vật thể tròn xoay có thể tích bằng

- A. $\frac{64}{5}\pi$. B. $\frac{32}{3}\pi$. C. $\frac{128}{5}\pi$. D. 64π .

Lời giải

Chọn C

Do hai parabol đối xứng nhau qua trục Ox nên thể tích sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai parabol cũng bằng thể tích sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi một parabol với trục Ox

$$\text{Vậy } V = \pi \int_{-4}^4 \left(\frac{x^2}{4}\right)^2 dx = \frac{128}{5}\pi$$

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{6}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$. Biết đường thẳng d cắt mặt cầu (S) theo dây cung AB . Độ dài AB là

- A. 4. B. $2\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9 \Rightarrow I(1;1;0) \vee R=3$$

$$d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{6} \Rightarrow d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 6t \end{cases}$$

$$M(3;2;0) \in d \Rightarrow d(I, d) = \frac{|\vec{u}, \overline{IM}|}{|\vec{u}|} = 2$$

$$\text{Ta có } R^2 = d^2(I, d) + \frac{AB^2}{4} \Rightarrow AB = 2\sqrt{R^2 - d^2(I, d)} = 2\sqrt{5}.$$

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$ và hai điểm $A(-3;0;1), B(1;-1;3)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A , song song với (P) sao cho khoảng cách từ B đến d là lớn nhất.

A. $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

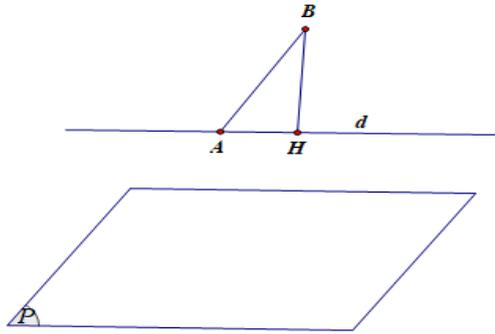
B. $d: \frac{x+3}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}$.

C. $d: \frac{x+3}{3} = \frac{y}{-6} = \frac{z-1}{-7}$.

D. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu của B lên $d \Rightarrow AH \leq AB \Rightarrow AH_{\max} = AB$

Vậy $\begin{cases} d \perp AB \\ d // (P) \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d = [\vec{AB}, \vec{n}_p] = (2; -6; -7) \Rightarrow d: \frac{x+3}{2} = \frac{y}{-6} = \frac{z-1}{-7}$

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x=1 \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases}$, $\Delta_2: \begin{cases} x=4+t \\ y=3-2t \\ z=1-t \end{cases}$. Gọi

(S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 . Bán kính mặt cầu bằng:

A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

+ (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 lần lượt tại M, N thì MN là đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 ; bán kính mặt cầu là $R = \frac{MN}{2}$.

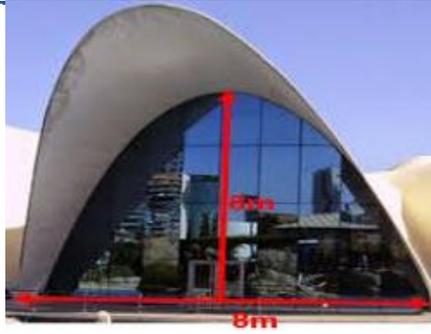
Ta có: $M(1; 2+t; -t) \in \Delta_1$; $N(4+t'; 3-2t'; 1-t') \in \Delta_2$

$\vec{MN} = (3+t'; 1-2t'-t; 1-t'+t)$.

Δ_1 và Δ_2 có vectơ chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}_1 = (0; 1; -1)$, $\vec{u}_2 = (1; -2; -1)$

+ $\begin{cases} \vec{MN} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \vec{MN} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -t'-2t=0 \\ 6t'+t=0 \end{cases} \Leftrightarrow t=t'=0 \Rightarrow \vec{MN} = (3; 1; 1) \Rightarrow MN = \sqrt{11}$.

Vậy $R = \frac{\sqrt{11}}{2}$.

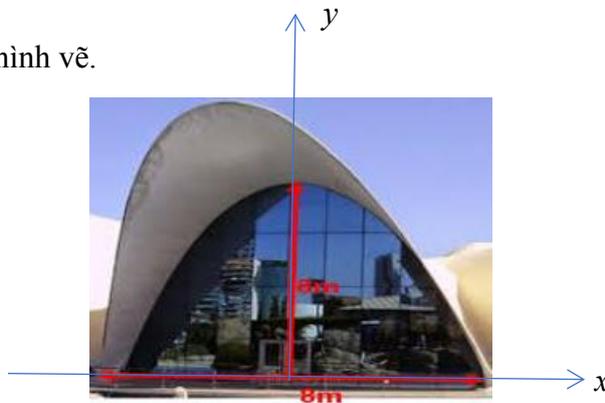


- A. $\frac{28}{3}$ (m²). B. $\frac{128}{3}$ (m²). C. $\frac{131}{3}$ (m²). D. $\frac{64}{3}$ (m²).

Lời giải

Chọn B

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Với hệ trục đã chọn, Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đỉnh $A(0;8)$ và đi qua điểm $B(-4;0)$, $C(4;0)$ nên có phương trình: $y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$.

Diện tích S mặt kính cần lắp là diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi (P) , trục hoành, đường thẳng $x = -4$; $x = 4$. Do đó: $S = \int_{-4}^4 \left(-\frac{1}{2}x^2 + 8\right) dx = \frac{128}{3}$ (m²).

- Câu 29.** Tính $P = |1 + \sqrt{3}i|^{2020} - |1 - \sqrt{3}i|^{2018}$.
 A. $P = 2^{1010}$. B. $P = 2^{1009}$. C. $P = 3 \cdot 2^{2018}$. D. $P = 4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $P = |1 + \sqrt{3}i|^{2020} - |1 - \sqrt{3}i|^{2018} = 2^{2020} - 2^{2018} = 2^{2018}(2^2 - 1) = 3 \cdot 2^{2018}$.

- Câu 30.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A , cắt d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$.
 C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Chọn A

Đường thẳng Δ đi qua điểm A song song với mặt phẳng $(\alpha) \Rightarrow \Delta$ nằm trong mặt phẳng (Q) qua A và song song với mặt phẳng (α) .

$$\Rightarrow (Q): x + y - z - 4 = 0.$$

Giả sử Δ cắt d tại $M \Rightarrow M$ là giao điểm của d và mặt phẳng (Q) .

$$\Rightarrow M(2; 0; -2).$$

Khi đó đường thẳng Δ qua A và nhận $\overrightarrow{AM} = (1; -2; -1)$ làm vectơ chỉ phương.

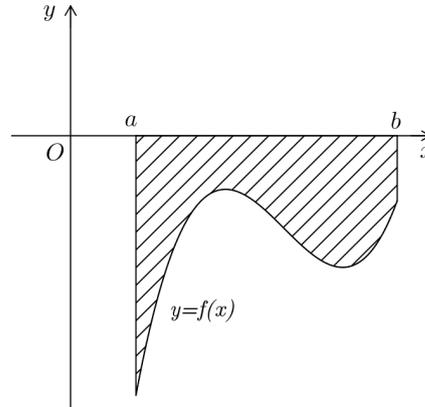
$$\Rightarrow \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}.$$

Đề: 15

Đề ôn tập kiểm tra cuối kỳ 2. Môn Toán Lớp 12
File word Full lời giải chi tiết

Câu 1. Cho số phức $z = 5 - 2i$. Phần ảo của số phức z bằng
 (A). 3. (B). 4. (C). 11. (D). -2.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$.



Khi quay hình phẳng như hình vẽ trên quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là

(A). $\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. (B). $\int_a^b [f(x)]^2 dx$. (C). $-\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. (D). $-\int_a^b f(x) dx$.

Câu 3. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$ bằng

(A). $-\cot x + C$. (B). $\cot x + C$. (C). $-\frac{1}{\sin x} + C$. (D). $\tan x + C$.

Câu 4. $\int_1^2 \left(2x + 1 + \frac{1}{x} \right) dx$ bằng

(A). $4 - \ln 2$. (B). $4 \ln 2$. (C). $4 + \ln 2$. (D). 4.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(2; -2; 1)$ đi qua gốc tọa độ O thì có bán kính bằng

(A). 9. (B). $\sqrt{3}$. (C). 3. (D). 1.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(5; -4; 1)$. Trung điểm đoạn thẳng AB có tọa độ là

(A). $(3; -1; -1)$. (B). $(3; -1; 1)$. (C). $(2; -3; 2)$. (D). $(3; 1; -1)$.

Câu 7. $\int x^\pi dx$ bằng

(A). $x^\pi + C$. (B). $\pi x^{\pi-1} + C$. (C). $\frac{x^\pi}{\ln \pi} + C$. (D). $\frac{x^{\pi+1}}{\pi+1} + C$.

Câu 8. Cho số phức z có biểu diễn hình học trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(3; -4)$. Môđun của z bằng

(A). 25. (B). 5. (C). 1. (D). $\sqrt{5}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$ có một vectơ chỉ

phương là

(A). $\vec{u}_3 = (1; 3; 3)$. (B). $\vec{u}_4 = (2; -1; 0)$. (C). $\vec{u}_2 = (1; 3; 0)$. (D). $\vec{u}_1 = (2; -1; 3)$.

Câu 10. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Giá trị của $z \bar{z}$ bằng

(A). 5. (B). 9. (C). 13. (D). $\sqrt{13}$.

- Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -3; 1)$ và $\vec{b} = (-1; 4; -2)$. Giá trị của biểu thức $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng
 (A). -16. (B). -4. (C). 4. (D). 16.
- Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -4)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
 (A). $(0; 2; -4)$. (B). $(0; 0; -4)$. (C). $(3; 0; -4)$. (D). $(3; 2; 0)$.
- Câu 13.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, các đường thẳng $x = a$, $x = b$ và trục Ox là
 (A). $-\int_a^b f(x) dx$. (B). $\int_a^b f(x) dx$. (C). $\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. (D). $\pi \int_a^b f(x) dx$.
- Câu 14.** Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^{2x}$ là
 (A). $2e^{2x} + C$. (B). $\frac{1}{2}e^{2x} + C$. (C). $e^{2x} + C$. (D). $4e^{2x-1} + C$.
- Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 5)$. Khoảng cách từ M đến trục Oz bằng
 (A). $\sqrt{5}$. (B). 5. (C). 1. (D). 2.
- Câu 16.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-3}$ là
 (A). $\frac{1}{2} \ln|2x-3| + C$. (B). $2 \ln|2x-3| + C$. (C). $\frac{1}{3} \ln|2x-3| + C$. (D). $\ln|2x-3| + C$.
- Câu 17.** $\int_0^1 |x-2| dx$ bằng
 (A). 2. (B). $\frac{3}{2}$. (C). $-\frac{1}{2}$. (D). $\frac{1}{2}$.
- Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 4 = 0$ đi qua điểm nào sau đây?
 (A). $N(0; 2; 0)$. (B). $M(1; 0; 0)$. (C). $P(0; 0; -4)$. (D). $Q(1; -1; 1)$.
- Câu 19.** Gọi các số phức z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $3z^2 - 2z + 12 = 0$. Giá trị của biểu thức $M = 2|z_1| - 3|z_2|$ bằng
 (A). 2. (B). -4. (C). -2. (D). -12.
- Câu 20.** Trong không gian cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 4 = 0$. Khoảng cách từ $M(3; 1; -2)$ đến mặt phẳng (P) bằng
 (A). $\frac{1}{3}$. (B). 2. (C). 3. (D). 1.
- Câu 21:** Cho biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (4 - \sin x) dx = a\pi + b$, với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $a + b$ bằng
 (A). -4. (B). 6. (C). 1. (D). 1.
- Câu 22:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $((S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 17$ cắt trục Oz tại hai điểm A, B . Độ dài đoạn AB bằng
 (A). $4\sqrt{13}$. (B). $2\sqrt{17}$. (C). $2\sqrt{3}$. (D). $\sqrt{17}$.
- Câu 23.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ có bán kính bằng
 (A). 11. (B). $\sqrt{3}$. (C). 25. (D). 5.
- Câu 24.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ và thoả mãn $\int_0^1 f'(x) dx = -3$. Giá trị của biểu thức $f(0) - f(1)$

- (A). -2. (B). 1. (C). 3. (D). -3.

Câu 25. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x \cdot \cos 2x$ là

- (A). $-\frac{1}{3} \cos 3x + \cos x + C$. (B). $\frac{1}{3} \cos 3x + \cos x + C$.
 (C). $\frac{1}{3} \cos 3x - \cos x + C$. (D). $-\cos 3x + \cos x + C$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_1^2 f(x) dx = 3$, $\int_0^2 f(x) dx = -5$. Giá trị của biểu thức $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- (A). 8. (B). -11. (C). -8. (D). -2.

Câu 27. Cho số phức $z = 2 - i + \frac{-1+i}{1-3i}$. Giá trị của $|z|$ bằng

- (A). $\sqrt{2}$. (B). $2\sqrt{3}$. (C). 2. (D). $\sqrt{10}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (5; 3; -2)$ và $\vec{b} = (m; -1; m+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là góc tù?

- (A). 2. (B). 3. (C). 1. (D). 5.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập \mathbb{R} , một nguyên hàm của $f(x)$ là $F(x)$ thỏa mãn $F(1) = -3$ và $F(0) = 1$. Giá trị $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- (A). -4. (B). -3. (C). -2. (D). 4.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x + y - 4z - 12 = 0$ cắt trục Ox tại A , cắt trục Oz tại B . Chu vi tam giác OAB bằng

- (A). 6. (B). 12. (C). 36. (D). 5.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = -3 + t \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$, giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- (A). $(4; -3; 0)$. (B). $(2; -2; 0)$. (C). $(0; -1; -1)$. (D). $(-2; 0; -2)$.

Câu 32. Cho hai số phức $z = 3 - 4i$ và $z' = (2 + m) + mi (m \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z'| = |iz|$. Tổng tất cả các giá trị của m bằng

- (A). -1. (B). $\frac{\sqrt{46}}{2}$. (C). 0. (D). -2.

Câu 33. Hàm số $f(x) = e^{-x} + 2x - 5$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- (A). $y = -e^{-x} + \frac{1}{2}x^2 - 5x + 1$. (B). $y = e^{-x} + x^2 - 5x$.
 (C). $y = -e^{-x} + 2$. (D). $y = -e^{-x} + x^2 - 5x + 3$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 45$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 13 = 0$. Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có tâm $I(a; b; c)$ thì giá trị của $a + b + c$ bằng

- (A). 5. (B). 2. (C). -11. (D). 1.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 0; 0)$; $B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; -4)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có diện tích bằng

- (A). 116π . (B). 29π . (C). 16π . (D). $\frac{29\pi}{4}$.

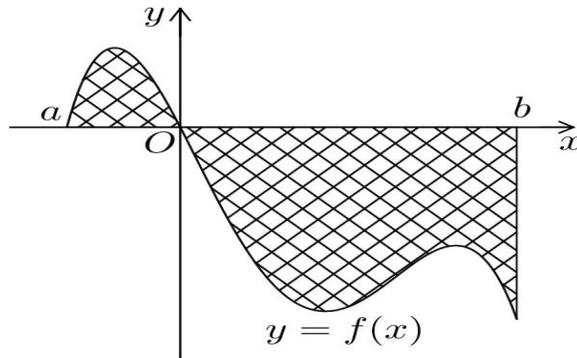
Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của a để $\int_0^a (2x-3)dx \leq 4$?

- (A). 6. (B). 5. (C). 3. (D). 4.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{(-1+i)z+2}{1-2i} = 2+3i$. Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = a+bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của $a+b$ bằng

- (A). -1. (B). -12. (C). -6. (D). 1.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và thỏa mãn $\int_a^0 f(x)dx = m$, $\int_0^b f(x)dx = n$. Diện tích hình phẳng trong hình vẽ bên bằng



- (A). $m.n$. (B). $m-n$. (C). $m+n$. (D). $n-m$.

Câu 39. Cho các số phức $z_1 = 3-2i$, $z_2 = 1+4i$ và $z_3 = -1+i$ có biểu diễn hình học trong mặt phẳng tọa độ Oxy lần lượt là các điểm A, B, C . Diện tích tam giác ABC bằng:

- (A). $2\sqrt{17}$. (B). 12. (C). $4\sqrt{13}$. (D). 9.

Câu 40. Cho biết $\int_1^e \frac{\sqrt{\ln x + 3}}{x} dx = \frac{a}{3} + b\sqrt{3}$, với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $\frac{1}{2^b} + \log_2 a$ bằng

- (A). -1. (B). $\frac{7}{2}$. (C). 8. (D). 6.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) chứa điểm $A(3; -1; 2)$ và đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = t \\ y = 1+t \\ z = 3-2t \end{cases} . \text{ Mặt phẳng } (P) \text{ có phương trình là}$$

- (A). $3x-5y-z+8=0$. (B). $2x+y-2z-6=0$.
(C). $x+y+z-4=0$. (D). $x-2y+z-7=0$.

Câu 42. Cho biết $\int_0^1 \frac{x-1}{x+2} dx = a + b \ln \frac{3}{2}$, với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $a-2b$ bằng

- (A). 6. (B). 3. (C). -5. (D). 7.

Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{3-4i}{z} = \frac{(2+3i)\bar{z}}{|z|^2} + 2+i$, giá trị của $|z|$ bằng

- (A). $\sqrt{5}$. (B). $\sqrt{10}$. (C). 1. (D). $\sqrt{2}$.

Câu 44. Cho biết $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx = \frac{a\sqrt{2}-1}{b}$ với a, b là các số tự nhiên. Giá trị của $a^2 - b^2$ bằng

- (A). -5. (B). 5. (C). 2. (D). 7.

- Câu 45.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên tập hợp \mathbb{R} thỏa mãn $\int_1^2 f(3x-6)dx = 3$ và $f(-3) = 2$. Giá trị của $\int_{-3}^0 x f'(x) dx$ bằng
 (A). -3. (B). 11. (C). 6. (D). 9.
- Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(3; 2; -2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 4z - 7 = 0$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (P) tại M . Giá trị của biểu thức $\frac{MA}{MB}$ bằng:
 (A). $\frac{5}{21}$. (B). 1. (C). $\frac{1}{3}$. (D). $\frac{11}{4}$.
- Câu 47.** Gọi z là một nghiệm của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Giá trị của biểu thức $M = z^{2019} + z^{2018} + \frac{1}{z^{2019}} + \frac{1}{z^{2018}} + 5$ bằng
 (A). 5. (B). 2. (C). 7. (D). -1.
- Câu 48.** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 3i| = |z + 1 - i|$ và $|z|^2 + 2(z + \bar{z}) = 5$?
 (A). 1. (B). 0. (C). 2. (D). 4.
- Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$ và điểm $M(3; 1; 2)$. Điểm A di chuyển trên mặt cầu (S) thỏa mãn $\overline{OA} \cdot \overline{MA} = 2$ thì điểm A thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?
 (A). $x + y + 6z - 2 = 0$. (B). $3x + y + 2z - 3 = 0$.
 (C). $5x + y - 2z - 4 = 0$. (D). Không có mặt phẳng chứa điểm A.
- Câu 50.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(3x) = f(x) - 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $\int_0^1 f(x) dx = 5$.
 Giá trị $\int_1^3 f(x) dx$ bằng
 (A). 4. (B). 10. (C). 7. (D). 12.

BẢNG ĐÁP ÁN

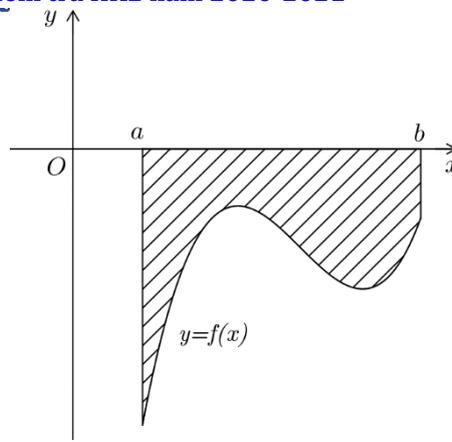
1.D	2.A	3.A	4.C	5.C	6.A	7.D	8.B	9.C	10.C
11.A	12.D	13.B	14.B	15.A	16.A	17.B	18.D	19.C	20.D
21.C	22.B	23.D	24.C	25.A	26.C	27.C	28.A	29.A	30.B
31.B	32.D	33.C	34.A	35.B	36.D	37.A	38.B	39.D	40.C
41.C	42.D	43.B	44.A	45.A	46.D	47.B	48.C	49.D	50.C

- Câu 1.** Cho số phức $z = 5 - 2i$. Phần ảo của số phức z bằng
 A. 3. (B). 4. (C). 11. (D). -2.

Lời giải

Với $a, b \in \mathbb{R}$ thì phần ảo của số phức $z = a + bi$ là b .
 Do đó phần ảo của số phức $z = 5 - 2i$ là -2 .

- Câu 2.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$.



Khi quay hình phẳng như hình vẽ trên quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là

- A.** $\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. **B.** $\int_a^b [f(x)]^2 dx$. **C.** $-\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. **D.** $-\int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, đường thẳng $x = a, x = b$ và trục hoành quanh Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$$

Câu 3. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$ bằng

- A.** $-\cot x + C$. **B.** $\cot x + C$. **C.** $-\frac{1}{\sin x} + C$. **D.** $\tan x + C$.

Lời giải

Ta có $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$.

Câu 4. $\int_1^2 \left(2x + 1 + \frac{1}{x} \right) dx$ bằng

- A.** $4 - \ln 2$. **B.** $4 \ln 2$. **C.** $4 + \ln 2$. **D.** 4 .

Lời giải

Ta có: $\int_1^2 \left(2x + 1 + \frac{1}{x} \right) dx = \left(2 \cdot \frac{x^2}{2} + x + \ln|x| \right) \Big|_1^2 = (x^2 + x + \ln x) \Big|_1^2 = 4 + \ln 2$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(2; -2; 1)$ đi qua gốc tọa độ O thì có bán kính bằng

- A.** 9. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Gọi R là bán kính mặt cầu tâm $I(2; -2; 1)$ và đi qua gốc tọa độ O , vậy:

$$R = OI = \sqrt{(x_I - x_O)^2 + (y_I - y_O)^2 + (z_I - z_O)^2} = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3 \Rightarrow \text{chọn C.}$$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(5; -4; 1)$. Trung điểm đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. (3; -1; -1).

B. (3; -1; 1).

C. (2; -3; 2).

D. (3; 1; -1).

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x_M; y_M; z_M)$ là trung điểm đoạn AB

Ta có:

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1+5}{2} = 3 \\ y_M = \frac{2+(-4)}{2} = -1 \\ z_M = \frac{(-3)+1}{2} = -1 \end{cases} \text{ Vậy } M(3; -1; -1).$$

Câu 7. $\int x^\pi dx$ bằng

A. $x^\pi + C$.

B. $\pi x^{\pi-1} + C$.

C. $\frac{x^\pi}{\ln \pi} + C$.

D. $\frac{x^{\pi+1}}{\pi+1} + C$.

Lời giải

$$\int x^\pi dx = \frac{x^{\pi+1}}{\pi+1} + C.$$

Câu 8. Cho số phức z có biểu diễn hình học trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(3; -4)$. Môđun của z bằng

A. 25.

B. 5.

C. 1.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

$$z = 3 - 4i. \text{ Suy ra } |z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5.$$

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3 = (1; 3; 3)$.

B. $\vec{u}_4 = (2; -1; 0)$.

C. $\vec{u}_2 = (1; 3; 0)$.

D. $\vec{u}_1 = (2; -1; 3)$.

Lời giải

Một véctơ chỉ phương của đường thẳng d là: $\vec{u} = (1; 3; 0)$.

Câu 10. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Giá trị của $z \cdot \bar{z}$ bằng

A. 5.

B. 9.

C. 13.

D. $\sqrt{13}$.

Lời giải

Cho số phức $z = a + bi$, khi đó: $z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$

Ta có $z \cdot \bar{z} = 3^2 + 2^2 = 13$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -3; 1)$ và $\vec{b} = (-1; 4; -2)$. Giá trị của biểu thức $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

A. -16.

B. -4.

C. 4.

D. 16.

Lời giải

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-1) + (-3) \cdot 4 + 1 \cdot (-2) = -16.$$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;-4)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(0;2;-4)$. B. $(0;0;-4)$. C. $(3;0;-4)$. **D. $(3;2;0)$.**

Lời giải

Hình chiếu của $A(3;2;-4)$ lên mặt phẳng (Oxy) là $A'(3;2;0)$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a;b]$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, các đường thẳng $x=a$, $x=b$ và trục Ox là

- A. $-\int_a^b f(x) dx$. **B. $\int_a^b f(x) dx$.** C. $\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. D. $\pi \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Tổng quát

Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên D ($[a;b] \subset D$).

Diện tích giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và các đường thẳng

$$x=a, x=b \text{ là } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

Phương trình trục Ox là $y=0$. Do đó áp dụng cho bài toán trên ta có diện tích cần tìm là:

$$S = \int_a^b |f(x) - 0| dx = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^b f(x) dx. \text{ (} f(x) \text{ không âm nên } |f(x)| = f(x)\text{)}$$

Câu 14. Họ nguyên hàm của hàm số $y=e^{2x}$ là

- A. $2e^{2x} + C$. **B. $\frac{1}{2}e^{2x} + C$.** C. $e^{2x} + C$. D. $4e^{2x-1} + C$.

Lời giải

$$\text{Nguyên hàm } \int e^{2x} dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C.$$

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;5)$. Khoảng cách từ M đến trục Oz bằng

- A. $\sqrt{5}$.** B. 5. C. 1. D. 2.

Lời giải

Gọi $M'(a;b;c)$ là hình chiếu của M lên $Oz \Rightarrow M'(0;0;5)$.

$$\text{Do đó, khoảng cách từ } M \text{ đến trục } Oz \text{ là } MM' = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}.$$

Câu 16. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-3}$ là

- A. $\frac{1}{2} \ln|2x-3| + C$.** B. $2 \ln|2x-3| + C$. C. $\frac{1}{3} \ln|2x-3| + C$. D. $\ln|2x-3| + C$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int \frac{1}{2x-3} dx = \frac{1}{2} \ln|2x-3| + C.$$

$$\text{Ta có } \int_0^{\frac{\pi}{2}} (4 - \sin x) dx = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = 4x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2\pi - 1.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 2 - 1 = 1.$$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $((S): x^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 17$ cắt trục Oz tại hai điểm A, B .

Độ dài đoạn AB bằng

A. $4\sqrt{13}$.

B. $2\sqrt{17}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{17}$.

Lời giải

Gọi M là giao điểm của (S) với trục Oz .

Ta có $M \in Oz \Rightarrow M(0; 0; t)$.

Mà $M \in (S)$ nên:

$$0^2 + 0^2 + (t + 2)^2 = 17 \Leftrightarrow (t + 2)^2 = 17 \Leftrightarrow |t + 2| = \sqrt{17} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 - \sqrt{17} \\ t = -2 + \sqrt{17} \end{cases}.$$

Suy ra tọa độ các giao điểm là: $A(0; 0; -2 - \sqrt{17})$, $B(0; 0; -2 + \sqrt{17}) \Rightarrow AB = 2\sqrt{17}$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ có bán kính bằng

A. 11.

B. $\sqrt{3}$.

C. 25.

D. 5.

Lời giải

ore

Gọi phương trình mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$, $(a^2 + b^2 + c^2 - d > 0)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} -2a = -2 \\ -2b = 4 \\ -2c = -6 \\ d = -11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 3 \\ d = -11 \end{cases}.$$

Do đó, bán kính của mặt cầu $(S): R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2 + 11} = 5$.

Vậy bán kính của mặt cầu đã cho là: $R = 5$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ và thoả mãn $\int_0^1 f'(x) dx = -3$. Giá trị của

biểu thức $f(0) - f(1)$

A. -2.

B. 1.

C. 3.

D. -3.

Lời giải

ore

Ta có: $\int_0^1 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^1 = f(1) - f(0) = -3$.

Suy ra: $f(0) - f(1) = 3$.

Câu 25: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x \cdot \cos 2x$ là

A. $-\frac{1}{3} \cos 3x + \cos x + C$.

B. $\frac{1}{3} \cos 3x + \cos x + C$.

C. $\frac{1}{3} \cos 3x - \cos x + C.$

D. $-\cos 3x + \cos x + C.$

Lời giải

Ta có $f(x) = 2 \sin x \cdot \cos 2x = \sin(-x) + \sin 3x = -\sin x + \sin 3x.$

$$\Rightarrow \int f(x) dx = \int (-\sin x + \sin 3x) dx = -\int \sin x dx + \int \sin 3x dx = \cos x - \frac{1}{3} \cos 3x + C.$$

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_1^2 f(x) dx = 3, \int_0^2 f(x) dx = -5.$ Giá trị của biểu thức $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. 8.

B. -11.

C. -8.

D. -2.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx = -5 - 3 = -8.$$

Câu 27. Cho số phức $z = 2 - i + \frac{-1+i}{1-3i}.$ Giá trị của $|z|$ bằng

A. $\sqrt{2}.$

B. $2\sqrt{3}.$

C. 2.

D. $\sqrt{10}.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } z = 2 - i + \frac{-1+i}{1-3i} = \frac{8}{5} - \frac{6}{5}i. \text{ Do đó } |z| = \sqrt{\left(\frac{8}{5}\right)^2 + \left(-\frac{6}{5}\right)^2} = 2.$$

Câu 28. Trong không gian $Oxyz,$ cho các vector $\vec{a} = (5; 3; -2)$ và $\vec{b} = (m; -1; m+3).$ Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để góc giữa hai vector \vec{a} và \vec{b} là góc tù?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 5.

Lời giải

Góc giữa hai vector \vec{a} và \vec{b} là góc tù khi và chỉ khi

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) < 0 \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} < 0 \Leftrightarrow 5 \cdot m + 3 \cdot (-1) + (-2) \cdot (m+3) < 0 \Leftrightarrow 3m - 9 < 0 \Leftrightarrow m < 3.$$

Vì m là số nguyên dương nên $m \in \{1; 2\}.$ Vậy có 2 giá trị m nguyên dương thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R},$ một nguyên hàm của $f(x)$ là $F(x)$ thỏa mãn

$$F(1) = -3 \text{ và } F(0) = 1. \text{ Giá trị } \int_0^1 f(x) dx \text{ bằng}$$

A. -4.

B. -3.

C. -2.

D. 4.

Lời giải

$$\text{Theo lý thuyết ta có: } \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x) dx = F(1) - F(0) = -3 - 1 = -4.$$

Câu 30. Trong không gian $Oxyz,$ mặt phẳng $(P): 3x + y - 4z - 12 = 0$ cắt trục Ox tại $A,$ cắt trục Oz tại $B.$ Chu vi tam giác OAB bằng

A. 6.

B. 12.

C. 36.

D. 5.

Lời giải

Ta có:

$$A = (P) \cap Ox \Rightarrow A(4; 0; 0); B = (P) \cap Oz \Rightarrow B(0; 0; -3).$$

$$\overline{OA} = (4; 0; 0) \Rightarrow OA = |\overline{OA}| = \sqrt{4^2 + 0^2 + 0^2} = 4.$$

$$\overline{OB} = (0; 0; -3) \Rightarrow OB = |\overline{OB}| = \sqrt{0^2 + 0^2 + (-3)^2} = 3.$$

$$\overline{BA} = (4; 0; 3) \Rightarrow AB = |\overline{BA}| = \sqrt{4^2 + 0^2 + 3^2} = 5.$$

Khi đó chu vi tam giác OAB bằng: $OA + OB + AB = 4 + 3 + 5 = 12$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = -3 + t \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$, giao điểm của d với mặt

phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(4; -3; 0)$.

B. $(2; -2; 0)$.

C. $(0; -1; -1)$.

D. $(-2; 0; -2)$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm I của d với mặt phẳng (Oxy) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = -3 + t \\ z = 1 - t \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \\ z = 0 \\ t = 1 \end{cases}. \text{ Do đó } I(2; -2; 0).$$

Câu 32. Cho hai số phức $z = 3 - 4i$ và $z' = (2 + m) + mi (m \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z'| = |iz|$. Tổng tất cả các giá trị của m bằng

A. -1 .

B. $\frac{\sqrt{46}}{2}$.

C. 0 .

D. -2 .

Lời giải

$$\text{Ta có: } |z'| = |iz| = |i| \cdot |z| \Leftrightarrow \sqrt{(2+m)^2 + m^2} = 5 \Leftrightarrow 2m^2 + 4m - 21 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-2 + \sqrt{46}}{2} \\ m = \frac{-2 - \sqrt{46}}{2} \end{cases}.$$

Tổng tất cả các giá trị của m là -2 .

Câu 33. Hàm số $f(x) = e^{-x} + 2x - 5$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $y = -e^{-x} + \frac{1}{2}x^2 - 5x + 1$.

B. $y = e^{-x} + x^2 - 5x$.

C. $y = -e^{-x} + 2$.

D. $y = -e^{-x} + x^2 - 5x + 3$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = -e^{-x} + 2$ nên $f(x) = e^{-x} + 2x - 5$ là một nguyên hàm của hàm số $y = -e^{-x} + 2$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 45$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 13 = 0$. Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có tâm $I(a; b; c)$ thì giá trị của $a + b + c$ bằng

A. 5.

B. 2.

C. -11.

D. 1.

Lời giải

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 45$ có tâm $A(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 3\sqrt{5}$.

Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có tâm $I(a; b; c)$ nên I là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P) .

Đường thẳng AI đi qua A , vuông góc với mặt phẳng (P) nên AI có vectơ chỉ phương là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Phương trình đường thẳng AI có dạng:
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$$

Tọa độ của I là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = -1 - t \\ x + y - z - 13 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ x = 4 \\ y = 5 \\ z = -4 \end{cases} \Rightarrow I(4; 5; -4).$$

Ta có $a + b + c = 4 + 5 - 4 = 5$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 0; 0); B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; -4)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có diện tích bằng

A. 116π .

B. 29π .

C. 16π .

D. $\frac{29\pi}{4}$.

Lời giải

Gọi phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm O, A, B, C có dạng là:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0.$$

Do mặt cầu đi qua 4 điểm O, A, B, C nên thay lần lượt tọa độ O, A, B, C vào phương trình

mặt cầu, ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} d = 0 \\ 9 - 6a + d = 0 \\ 4 + 4b + d = 0 \\ 16 - 8c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ a = \frac{3}{2} \\ b = -1 \\ c = 2 \end{cases}$$

Do đó ta có bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{\frac{9}{4} + 1 + 4 - 0} = \sqrt{\frac{29}{4}}$.

Nên diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{29}{4} = 29\pi$.

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của a để $\int_0^a (2x-3) dx \leq 4$?

A. 6.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Cách 2: dùng MTCT

Bước 1: Tính tích phân rồi lưu lại là A.

Bước 2: Rút $a = A - b \ln \frac{3}{2}$.

Bước 3: MODE 7 nhập $f(x) = A - x \ln \frac{3}{2}$ với Start: -9, End: 9, Step: 1.

Được cặp số $x = -3$, $f(x) = 1$ thỏa mãn. Suy ra $a = 1, b = -3$.

Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{3-4i}{z} = \frac{(2+3i)\bar{z}}{|z|^2} + 2+i$, giá trị của $|z|$ bằng

- A. $\sqrt{5}$. **B. $\sqrt{10}$.** C. 1. D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Điều kiện: $z \neq 0$. Vì $z\bar{z} = |z|^2$ nên ta có

$$\frac{3-4i}{z} = \frac{(2+3i)\bar{z}}{|z|^2} + 2+i \Leftrightarrow \frac{3-4i}{z} = \frac{(2+3i)\bar{z}.z}{|z|^2.z} + 2+i \Leftrightarrow \frac{3-4i}{z} = \frac{2+3i}{z} + 2+i$$

$$\Leftrightarrow 3-4i = 2+3i+(2+i)z \Leftrightarrow (2+i)z = 1-7i \Leftrightarrow z = \frac{1-7i}{2+i} \Leftrightarrow z = \frac{(1-7i)(2-i)}{2^2+1^2} \Leftrightarrow z = -1-3i.$$

Vậy $|z| = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$.

Câu 44. Cho biết $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx = \frac{a\sqrt{2}-1}{b}$ với a, b là các số tự nhiên. Giá trị của $a^2 - b^2$ bằng

- A. -5.** B. 5. C. 2. D. 7.

Lời giải

Cách 1: $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 (x^2+1)^{\frac{1}{2}} d(x^2+1) = \frac{1}{3} (x^2+1)\sqrt{x^2+1} \Big|_0^1 = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$.

$\Rightarrow a = 2, b = 3$.

Vậy $a^2 - b^2 = -5$.

Cách 2: Đặt $\sqrt{x^2+1} = t \Rightarrow x^2+1 = t^2 \Rightarrow x dx = t dt$.

Ta có $x = 0 \Rightarrow t = 1, x = 1 \Rightarrow t = \sqrt{2}$.

Khi đó: $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx = \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_1^{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}-1}{3} \Rightarrow a = 2, b = 3$.

Vậy $a^2 - b^2 = -5$.

Cách 3: dùng MTCT

Bước 1: Tính tích phân rồi lưu lại là A.

Bước 2: Rút $b = \frac{a\sqrt{2}-1}{A}$.

Bước 3: MODE 7 nhập $f(x) = \frac{x\sqrt{2}-1}{A}$ với Start: 0, End: 18, Step: 1.

Được cặp số $x = 2$, $f(x) = 3$ thỏa mãn. Suy ra $a = 2, b = 3$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên tập hợp \mathbb{R} thỏa mãn $\int_1^2 f(3x-6)dx = 3$ và

$f(-3) = 2$. Giá trị của $\int_{-3}^0 x f'(x)dx$ bằng

A. -3.

B. 11.

C. 6.

D. 9.

Lời giải

Đặt $t = 3x - 6 \Rightarrow dt = 3dx$.

Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = -3, x = 2 \Rightarrow t = 0$.

$$\int_1^2 f(3x-6)dx = \frac{1}{3} \int_{-3}^0 f(t)dt = 3 \Rightarrow \int_{-3}^0 f(t)dt = 9 \Rightarrow \int_{-3}^0 f(x)dx = 9.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \int_{-3}^0 x f'(x)dx = x f(x) \Big|_{-3}^0 - \int_{-3}^0 f(x)dx = 0 \cdot f(0) + 3 \cdot f(-3) - 9 = -3.$$

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(3; 2; -2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 4z - 7 = 0$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (P) tại M . Giá trị của biểu thức

$\frac{MA}{MB}$ bằng:

A. $\frac{5}{21}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{11}{4}$.

Lời giải

Cách 1: Ta có $\overline{AB} = (2; 4; -5)$.

$$\text{Đường thẳng } AB \text{ có phương trình } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 4t \\ z = 3 - 5t \end{cases}, t \text{ là tham số.}$$

Giả sử AB cắt mặt phẳng (P) tại điểm $M(1 + 2t; -2 + 4t; 3 - 5t) \in AB$.

$$\text{Do } M \in (P) \text{ nên } 1 + 2t + 2(-2 + 4t) - 4(3 - 5t) - 7 = 0 \Leftrightarrow -22 + 30t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{11}{15}.$$

$$\text{Ta được } M\left(\frac{37}{15}; \frac{14}{15}; \frac{-2}{3}\right).$$

$$\text{Suy ra } \overline{MA} = \left(-\frac{22}{15}; -\frac{44}{15}; \frac{11}{3}\right), \overline{MB} = \left(\frac{8}{15}; \frac{16}{15}; -\frac{4}{3}\right).$$

$$\text{Nên } \overline{MA} = -\frac{11}{4}\overline{MB} \Rightarrow MA = \frac{11}{4}MB \text{ hay } \frac{MA}{MB} = \frac{11}{4}.$$

$$\text{Cách 2: Ta có: } \frac{MA}{MB} = \frac{d(A; (P))}{d(B; (P))} = \frac{|1 - 4 - 12 - 7|}{|3 + 4 + 8 - 7|} = \frac{11}{4}.$$

Câu 47. Gọi z là một nghiệm của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Giá trị của biểu thức

$$M = z^{2019} + z^{2018} + \frac{1}{z^{2019}} + \frac{1}{z^{2018}} + 5 \text{ bằng}$$

A. 5.

B. 2.

C. 7.

D. -1.

Lời giải

Nhận xét: $z = -1$ không là nghiệm phương trình nên

$$z^2 - z + 1 = 0 \text{ tương đương } (z^2 - z + 1)(z + 1) = 0 \Leftrightarrow z^3 = -1$$

$$\text{Do đó } M = (z^3)^{673} + z^2 \cdot (z^3)^{672} + \frac{1}{(z^3)^{673}} + \frac{z}{z^3 (z^3)^{672}} + 5 = -1 + z^2 - 1 - z + 5 = z^2 - z + 1 + 2 = 2$$

Câu 48. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 3i| = |z + 1 - i|$ và $|z|^2 + 2(z + \bar{z}) = 5$?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Cách 1.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có

$$+) |z - 2 + 3i| = |z + 1 - i| \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = (x + 1)^2 + (y - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow 6x - 8y - 11 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{6x - 11}{8}.$$

$$+) |z|^2 + 2(z + \bar{z}) = 5 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2(x + yi + x - yi) = 5$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 5 = 0.$$

$$\text{Thay vào, ta được } x^2 + \left(\frac{6x - 11}{8}\right)^2 + 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow 100x^2 + 124x - 199 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-31 + 4\sqrt{371}}{50} \\ x = \frac{-31 - 4\sqrt{371}}{50} \end{cases}.$$

$$\text{Với } x = \frac{-31 + 4\sqrt{371}}{50} \Rightarrow y = \frac{-92 + 3\sqrt{371}}{50} \Rightarrow z = \frac{-31 + 4\sqrt{371}}{50} + \left(\frac{-92 + 3\sqrt{371}}{50}\right)i.$$

$$\text{Với } x = \frac{-31 - 4\sqrt{371}}{50} \Rightarrow y = \frac{-92 - 3\sqrt{371}}{50} \Rightarrow z = \frac{-31 - 4\sqrt{371}}{50} + \left(\frac{-92 - 3\sqrt{371}}{50}\right)i.$$

Vậy có hai số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách 2.

Từ và suy ra số các số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán bằng số giao điểm của đường thẳng $\Delta: 6x - 8y - 11 = 0$ với đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 5 = 0$.

Đường tròn (C) có tâm $I(-2; 0)$ và bán kính $R = 3$.

Ta có $d(I, \Delta) = \frac{|-12 - 11|}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{23}{10} < R$ nên Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

Do đó, có hai số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 4$ và điểm $M(3; 1; 2)$. Điểm A di chuyển trên mặt cầu (S) thỏa mãn $\overline{OA} \cdot \overline{MA} = -3$ thì điểm A thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $x + y + 6z - 2 = 0$.

B. $3x + y + 2z - 3 = 0$.

C. $5x + y - 2z - 4 = 0$.

D. Không có mặt phẳng chứa điểm A

Lời giải

Cách 1

Gọi A có tọa độ là $A(x; y; z)$. $\overline{OA} = (x; y; z)$, $\overline{MA} = (x - 3; y - 1; z - 2)$.

Vì $A(x; y; z)$ thuộc mặt cầu (S) nên ta có $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$.

Ta có $\overline{OA} \cdot \overline{MA} = -3 \Leftrightarrow x(x-3) + y(y-1) + z(z-2) = -3$.

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 3x - y - 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 - 4 - x - y - 6z + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 - 4 = x + y + 6z - 2 \Leftrightarrow x + y + 6z - 2 = 0.$$

Điểm A thuộc mặt phẳng $(\alpha): x + y + 6z - 2 = 0$

Ta thấy $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$ có tâm $I(1; 0; -2)$ bán kính $R = 2$

$d(I, (\alpha)) = \frac{13}{\sqrt{38}} > 2 = R$ suy ra $(S) \cap (\alpha) = \emptyset$ suy ra vô lý. Vậy không có mặt phẳng chứa

điểm A thỏa mãn yêu cầu A di chuyển trên mặt cầu (S) và $\overline{OA} \cdot \overline{MA} = -3$.

Cách 2

Gọi A có tọa độ là $A(x; y; z)$. $\overline{OA} = (x; y; z)$, $\overline{MA} = (x-3; y-1; z-2)$.

Vì $A(x; y; z)$ thuộc mặt cầu (S) nên ta có $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$.

Ta có $\overline{OA} \cdot \overline{MA} = -3 \Leftrightarrow x(x-3) + y(y-1) + z(z-2) = -3$.

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 3x - y - 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + (z-1)^2 = \frac{1}{2}.$$

Suy ra A thuộc mặt cầu (S') có tâm $I'\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$ bán kính $R' = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$ có tâm $I(1; 0; -2)$ bán kính $R = 2$

Ta thấy $II' = \frac{\sqrt{38}}{2} > 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} = R + R'$ suy ra $(S) \cap (S') = \emptyset$.

Vậy không có mặt phẳng chứa điểm A thỏa mãn yêu cầu A di chuyển trên mặt cầu (S) và $\overline{OA} \cdot \overline{MA} = -3$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$ và điểm $M(3; 1; 2)$.

Điểm A di chuyển trên mặt cầu (S) thỏa mãn $\overline{OA} \cdot \overline{MA} = 2$ thì điểm A thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $x + y + 6z - 2 = 0$.

B. $3x + y + 2z - 3 = 0$.

C. $5x + y - 2z - 4 = 0$.

D. $2x - 4z - 1 = 0$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(3x) = f(x) - 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $\int_0^1 f(x) dx = 5$.

Giá trị $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

A. 4.

B. 10.

C. 7.

D. 12.

Lời giải

Cách 1: Ta có: $f(3x) = f(x) - 2x \Rightarrow \int_0^1 f(3x) dx = \int_0^1 [f(x) - 2x] dx$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f(3x) dx = \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 2x dx \Leftrightarrow \int_0^1 f(3x) dx = 5 - x^2 \Big|_0^1 \Leftrightarrow \int_0^1 f(3x) dx = 4$$

$$\text{Mặt khác } \int_0^1 f(3x) dx = \frac{1}{3} \int_0^1 f(3x) d(3x) = \frac{1}{3} \int_0^3 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_0^3 f(x) dx$$

Từ và suy ra $\int_0^3 f(x) dx = 3 \int_0^1 f(3x) dx = 3 \cdot 4 = 12$.

Do đó $\int_1^3 f(x) dx = \int_0^3 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx = 12 - 5 = 7$.

Cách 2: Ta có $\int_0^1 f(3x) dx = \frac{1}{3} \int_0^1 f(3x) d(3x) = \frac{1}{3} \int_0^3 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_0^3 f(x) dx$.

Khi đó $\int_0^3 f(x) dx = 3 \int_0^1 f(3x) dx \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 3 \int_0^1 [f(x) - 2x] dx$

$$\Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx - 3 \int_0^1 2x dx$$

$$\Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx = 2 \cdot 5 - 3x^2 \Big|_0^1 = 10 - 3 = 7.$$

Đề: 16

Đề ôn tập kiểm tra cuối kỳ 2. Môn Toán Lớp 12

File word Full lời giải chi tiết

Câu 1: Trong không gian của hệ trục Oxyz, cho hai đường thẳng $(\Delta_1): \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và

$(\Delta_2): \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng

- Ⓐ. (Δ_1) và (Δ_2) song song với nhau Ⓑ. (Δ_1) cắt và không vuông góc với (Δ_2)
 Ⓒ. (Δ_1) và (Δ_2) chéo nhau và vuông góc Ⓓ. (Δ_1) cắt và vuông góc với (Δ_2)

Câu 2: Xét các số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z + 2 - 3i| = 2\sqrt{2}$. Tính $P = 3x - y$ khi $|z + 1 + 6y| + |z - 7 - 2i|$ đạt giá trị lớn nhất

- Ⓐ. -17 Ⓑ. 7. Ⓒ. 3. Ⓓ. 1

Câu 3: Tính môđun của số phức z thỏa mãn $(3 + 2i)(1 - i)z + 3 + i = 32 - 10i$.

- Ⓐ. $|z| = \sqrt{35}$ Ⓑ. $|z| = \sqrt{31}$. Ⓒ. $|z| = \sqrt{37}$. Ⓓ. $|z| = \sqrt{34}$

Câu 4: Cho số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = i$. Biết $w = z_1 + z_2$. Môđun của số phức $\frac{w^{2017}}{2^{2018}}$ là

- Ⓐ. 1. Ⓑ. $\sqrt{2}$. Ⓒ. 2. Ⓓ. $\frac{\sqrt{2}}{2^{1010}}$.

Câu 5: Biết $\int_0^1 x \sin x dx = a \sin 1 + b \cos 1 + c (a, b, c \in \mathbb{Z})$. Tính $a + b + c = ?$

- Ⓐ. 0. Ⓑ. -1. Ⓒ. 3. Ⓓ. 1.

Câu 6: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (0 \leq x \leq 3)$

là một hình chữ nhật có hai kích thước là x và $2\sqrt{9 - x^2}$.

- Ⓐ. $V = 4\pi \int_0^3 (9 - x^2) dx$. Ⓑ. $V = \int_0^3 (x + 2\sqrt{9 - x^2}) dx$.
 Ⓒ. $V = \int_0^3 2x\sqrt{9 - x^2} dx$. Ⓓ. $V = 2 \int_0^3 (x + 2\sqrt{9 - x^2}) dx$.

Câu 7: Tích phân $\int_0^1 \frac{1}{2x+5} dx$ bằng

- Ⓐ. $\frac{-4}{35}$. Ⓑ. $\frac{1}{2} \log \frac{7}{5}$. Ⓒ. $\frac{1}{2} \ln \frac{5}{7}$. Ⓓ. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(2; -3; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua d .

- Ⓐ. $M'(0; -3; 3)$. Ⓑ. $M'(1; -3; 2)$. Ⓒ. $M'(3; -3; 0)$. Ⓓ. $M'(-1; -2; 0)$.

Câu 9: Hàm số $F(x) = 3x^2 - \sqrt{x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- Ⓐ. $f(x) = x^3 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$. Ⓑ. $f(x) = 6x - \frac{1}{2\sqrt{x}}$. Ⓒ. $f(x) = 6x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. Ⓓ. $f(x) = x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Câu 10: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = ax + \frac{b}{x^2}$ ($a, b \in \mathbb{R}; x \neq 0$) biết rằng $F(-1) = 1$, $F(1) = 4$ và $f(1) = 0$.

- Ⓐ. $F(x) = \frac{3x^2}{4} + \frac{3}{2x} + \frac{7}{4}$. Ⓑ. $F(x) = \frac{3x^2}{2} + \frac{3}{4x} - \frac{7}{4}$.
 Ⓒ. $F(x) = \frac{3x^2}{2} - \frac{3}{2x} - \frac{1}{2}$. Ⓓ. $F(x) = \frac{3x^2}{4} - \frac{3}{2x} - \frac{7}{4}$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $2f(x) + 3f(-x) = \frac{1}{x^2 + 4}$. Tính tích phân

$$I = \int_{-2}^2 f(x) dx.$$

- Ⓐ. $I = -\frac{\pi}{20}$. Ⓑ. $I = \frac{\pi}{10}$. Ⓒ. $I = \frac{\pi}{20}$. Ⓓ. $I = -\frac{\pi}{10}$.

Câu 12: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(3; -1; 0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -2)$ có phương trình là

- Ⓐ. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = -2 \end{cases}$. Ⓑ. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - t \\ z = -2 + t \end{cases}$. Ⓒ. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -2t \end{cases}$. Ⓓ. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -2t \end{cases}$.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -3), B(2; -3; 1)$.

- Ⓐ. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 5t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$. Ⓑ. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -8 + 5t \\ z = 5 - 4t \end{cases}$. Ⓒ. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$. Ⓓ. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$.

Câu 14: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích khối $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- Ⓐ. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$. Ⓑ. $(P): 6x + 3y + 2z + 18 = 0$.
 Ⓒ. $(P): 6x + 3y + 2z + 6 = 0$. Ⓓ. $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $S(-1; 6; 2), A(0; 0; 6), B(0; 3; 0), C(-2; 0; 0)$. Gọi H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện $SABC$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm S, B, H là

- Ⓐ. $x + y - z - 3 = 0$. Ⓑ. $7x + 5y - 4z - 15 = 0$.
 Ⓒ. $x + 5y - 7z - 15 = 0$. Ⓓ. $x + y - z - 3 = 0$.

Câu 16: Phương trình mặt phẳng qua $M(2; -3; 4)$ và cách điểm $A(0; 1; -2)$ một khoảng lớn nhất là

- Ⓐ. $2x - y - 2z + 1 = 0$. Ⓑ. $x + y - 2z + 9 = 0$.

Ⓒ. $2x + y - 2z + 3 = 0$. Ⓓ. $x - 2y + 3z - 20 = 0$.

Câu 17: Khẳng định nào sau đây sai?

Ⓐ. $\int 2^x dx = \frac{2^{x+1}}{x+1} + C$. Ⓑ. $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

Ⓒ. $\int dx = x + C$. Ⓓ. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

Câu 18: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2 = 0$. Mặt cầu có tâm $I(2; -1; 3)$ và tiếp xúc với (P) tại điểm $H(a; b; c)$. Tính $abc = ?$

Ⓐ. $abc = 1$. Ⓑ. $abc = 4$. Ⓒ. $abc = 2$. Ⓓ. $abc = 0$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $\int f(x) dx = F(x) + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$. Ⓑ. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.

Ⓒ. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$. Ⓓ. $\int_a^b f(x) dx = F(b) \cdot F(a)$.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 6 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

Ⓐ. $I(1; -3; 0), R = 16$. Ⓑ. $I(-1; 3; 0), R = 16$.

Ⓒ. $I(-1; 3; 0), R = 4$. Ⓓ. $I(1; -3; 0), R = 4$.

Câu 21: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = \frac{(2x^2 + x)\sin x - (x-1)\cos x}{x \sin x + \cos x}$, trục hoành và

hai đường thẳng $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{4}$. Biết diện tích của hình phẳng D bằng

$\frac{\pi^2 + 4\pi}{16} + a \ln 2 + b \ln(\pi + 4)$, với a, b là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ. $2a + b = 12$. Ⓑ. $2a - b = -12$. Ⓒ. $2a - b = -6$. Ⓓ. $2a + b = 6$.

Câu 22: Nếu $\int_{2001}^{2018} f(x) dx = 10$ và $\int_{2018}^{2019} f(x) dx = 5$ thì $\int_{2001}^{2019} f(x) dx = ?$

Ⓐ. -5 . Ⓑ. 15 . Ⓒ. 2 . Ⓓ. 5 .

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của véc tơ $\vec{u} = -6\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k}$.

Ⓐ. $\vec{u} = (3; 4; 2)$. Ⓑ. $\vec{u} = (-3; 4; 2)$. Ⓒ. $\vec{u} = (-6; 8; 4)$. Ⓓ. $\vec{u} = (6; 8; 4)$.

Câu 24: Cho hình phẳng (H) giới hạn đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục Ox . Thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh trục Ox bằng:

Ⓐ. $V = \frac{9}{2}\pi$. Ⓑ. $V = \frac{81}{10}\pi$. Ⓒ. $V = \frac{81}{10}$. Ⓓ. $V = \frac{9}{2}$.

Câu 25: Khi tìm nguyên hàm $\int \frac{x+2}{\sqrt{x-1}} dx$ bằng cách đặt $t = \sqrt{x-1}$, ta được nguyên hàm nào sau đây?

Ⓐ. $\int 2t(t^2 + 3) dt$. Ⓑ. $\int \frac{t^2 + 3}{2} dt$. Ⓒ. $\int \frac{t^2 + 3}{t} dt$. Ⓓ. $\int 2(t^2 + 3) dt$.

- Câu 26:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 4y + z = 0$.
Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua A và song song với mặt phẳng (α) .
- Ⓐ. $x - 4y + z - 4 = 0$. Ⓑ. $2x + y + 2z + 10 = 0$.
Ⓒ. $x - 4y + z + 4 = 0$. Ⓓ. $2x + y + 2z - 10 = 0$.
- Câu 27:** Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w = (5 - 12i)z + 1 - 2i$ trong mặt phẳng Oxy là
- Ⓐ. Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 13$.
Ⓑ. Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 169$.
Ⓒ. Đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$.
Ⓓ. Đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 169$.
- Câu 28:** Số phức $z = 5 - i$ có điểm biểu diễn là điểm có tọa độ nào dưới đây?
- Ⓐ. $(1;5)$. Ⓑ. $(5;1)$. Ⓒ. $(5;-1)$. Ⓓ. $(-1;5)$.
- Câu 29:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (x; 2; 1)$, $\vec{v} = (1; -1; 2x)$. Tích vô hướng của \vec{u} và \vec{v} .
- Ⓐ. $x + 2$. Ⓑ. $3x + 2$.
Ⓒ. $-2 - x$. Ⓓ. $3x - 2$.
- Câu 30:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
- Ⓐ. Mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 4 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x - 3y - 2z + 1 = 0$ vuông góc Ⓒ.
Ⓑ. Mặt phẳng $(R): x - 3y + 2z = 0$ đi qua gốc tọa độ.
Ⓒ. Mặt phẳng $(H): x + 4y = 0$ song song với trục Oz .
Ⓓ. Mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 4 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x - y + 2z + 1 = 0$ song song.
- Câu 31:** Số phức $z = 2018 - 2019i$ có phần ảo là:
- Ⓐ. -2019 . Ⓑ. $-2019i$. Ⓒ. 2019 . Ⓓ. $2019i$.
- Câu 32:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$?
- Ⓐ. $J(0;1;0)$. Ⓑ. $I(1;0;0)$. Ⓒ. $K(0;0;1)$. Ⓓ. $O(0;0;0)$.
- Câu 33:** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $f'(x) = x + \sin x$ và $f(0) = 1$. Tìm $f(x)$.
- Ⓐ. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x + 2$. Ⓑ. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x - 2$.
Ⓒ. $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x + \frac{1}{2}$. Ⓓ. $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x$.
- Câu 34:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$.
- Khoảng cách từ điểm $M(-2;4;-1)$ đến mặt phẳng (α) cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $\frac{\sqrt{15}}{15}$.

B. $\frac{\sqrt{30}}{15}$.

C. $\frac{2\sqrt{15}}{15}$.

D. $\frac{2\sqrt{30}}{15}$.

Câu 35: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x-5}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{3}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+8t \\ z = 3+2t \end{cases} \text{ bằng}$$

A. 60° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 45° .

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$ và điểm $I(1;1;0)$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \frac{25}{6}$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{5}{6}$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{5}{\sqrt{6}}$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{25}{6}$.

Câu 37: Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 36 - 4t$ (m/s). Tính quãng đường vật di chuyển từ thời điểm $t = 3(s)$ đến khi dừng hẳn.

A. $72 m$.

B. $40 m$.

C. $54 m$.

D. $90 m$.

Câu 38: Trong không gian cho hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 3 = 0$ và có điểm $M(1; -2; 13)$. Tính khoảng cách từ d từ điểm M đến mặt phẳng (P) .

A. $d = \frac{10}{3}$.

B. $d = -\frac{4}{3}$.

C. $d = \frac{4}{3}$.

D. $d = \frac{7}{3}$.

Câu 39: Biết rằng phương trình $(z+3)(z^2 - 2z + 10) = 0$ có ba nghiệm phức là z_1, z_2, z_3 . Giá trị của $|z_1| + |z_2| + |z_3|$ bằng.

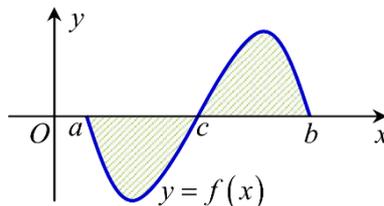
A. 23 .

B. 5 .

C. $3 + \sqrt{10}$.

D. $3 + 2\sqrt{10}$.

Câu 40: Kí hiệu S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và đường thẳng $x = a; x = b$ (như hình bên). Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?



A. $S = -\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

B. $S = \int_a^b f(x)dx$.

C. $S = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

D. $S = \left| \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx \right|$.

Câu 41: Biết $z_1, z_2 = 5 - 4i$ và z_3 là ba nghiệm của phương trình $z^3 + bz^2 + cz + d = 0$ ($b, c, d \in \mathbb{R}$), trong đó z_3 là nghiệm có phần ảo dương. Phần ảo của số phức $w = z_1 + 3z_2 + 2z_3$ bằng

A. 0 .

B. -4 .

C. -12 .

D. -8 .

Câu 42: Cho $\int_{-3}^2 f(x)dx = -7$. Tính $\int_{-3}^2 3.f(x)dx$?

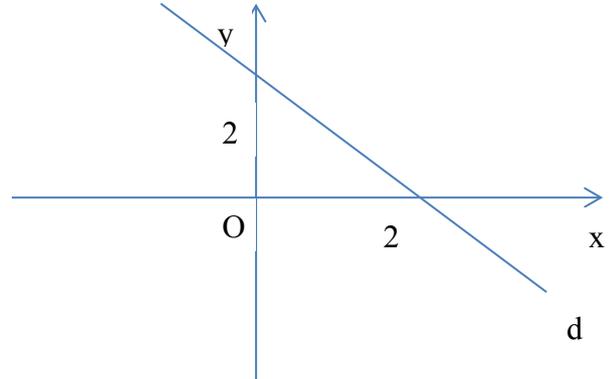
- (A). 21. (B). -21. (C). -4. (D). 4.

Câu 43: Miền hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = e^{-x}$, $x = 2$, $x = 5$ và trục Ox . Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là

- (A). $V = \int_2^5 e^{-2x} dx$ (B). $V = \pi \int_2^5 e^{-x} dx$ (C). $V = \pi \int_2^5 e^{-2x} dx$ (D). $V = \int_2^5 e^{-x} dx$.

Câu 44: Trong các số phức có điểm biểu diễn thuộc đường thẳng d trên hình vẽ, gọi z là số phức có mô đun nhỏ nhất. Khi đó:

- (A). $|z| = 2\sqrt{2}$.
 (B). $|z| = \sqrt{2}$.
 (C). $|z| = 1$.
 (D). $|z| = 2$.



Câu 45: Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $C(3;2;3)$, đường cao AH nằm trên đường

thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{-2}$ và đường phân giác trong BD của góc B nằm trên

đường thẳng $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-3}{1}$. Diện tích tam giác ABC là

- (A). $2\sqrt{3}$. (B). $4\sqrt{3}$. (C). 8. (D). 4.

Câu 46: Cho hai số phức $z_1 = 5 - 2i$, $z_2 = 3 + i$. Phần thực của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là:

- (A). $-\frac{11}{10}$. (B). $\frac{13}{10}$. (C). $-\frac{11}{29}$. (D). $\frac{13}{29}$.

Câu 47: Cho phương trình bậc hai trên tập số phức: $az^2 + bz + c = 0$ và $\Delta = b^2 - 4ac$. Chọn khẳng định sai

- (A). Nếu $\Delta \neq 0$ thì phương trình có hai nghiệm.
 (B). Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình vô nghiệm.
 (C). Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép.
 (D). Nếu phương trình có hai nghiệm z_1, z_2 thì $z_1 + z_2 = -\frac{b}{a}$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;-4)$, $B(-3;5;2)$. M là điểm sao cho biểu thức $MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó khoảng cách từ M đến gốc tọa độ là:

- (A). $\sqrt{14}$. (B). $\frac{3\sqrt{19}}{2}$. (C). $2\sqrt{5}$. (D). $\sqrt{62}$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_{-5}^1 f(x)dx = 9$. Tính tích phân

$$I = \int_0^2 [f(1-3x) + 9] dx.$$

- Ⓐ. 27. Ⓑ. 15. Ⓒ. 75. Ⓓ. 21.

Câu 50: Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a \leq b$) có diện tích S là

- Ⓐ. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. Ⓑ. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. Ⓒ. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. Ⓓ. $S = \int_a^b f(x) dx$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.C	4.B	5.A	6.C	7.D	8.A	9.B	10.A
11.C	12.D	13.B	14.A	15.C	16.D	17.A	18.A	19.A	20.C
21.A	22.B	23.C	24.B	25.D	26.C	27.B	28.C	29.D	30.C
31.A	32.D	33.A	34.D	35.C	36.D	37.A	38.C	39.D	40.A
41.B	42.B	43.C	44.B	45.A	46.B	47.B	48.C	49.D	50.B

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian của hệ trục Oxyz, cho hai đường thẳng $(\Delta_1): \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và

$(\Delta_2): \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng

- Ⓐ. (Δ_1) và (Δ_2) song song với nhau Ⓑ. (Δ_1) cắt và không vuông góc với (Δ_2)
 Ⓒ. (Δ_1) và (Δ_2) chéo nhau và vuông góc. Ⓓ. (Δ_1) cắt và vuông góc với (Δ_2)

Lời giải

Chọn D

(Δ_1) có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1(2; -1; 4)$ và (Δ_2) có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2(3; 2; -1)$

Ta có $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2.3 + (-1).2 + 4.(-1) = 0 \Rightarrow \vec{u}_1 \perp \vec{u}_2$ (Loại A và B)

Lấy hai điểm $M_1(-3; 1; -1)$ và $M_2(-4; -2; 4)$ lần lượt thuộc (Δ_1) và (Δ_2) .

$$[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = 0.$$

Vậy (Δ_1) và (Δ_2) đồng phẳng và vuông góc $\Rightarrow (\Delta_1)$ cắt và vuông góc với (Δ_2)

Câu 2. Xét các số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z + 2 - 3i| = 2\sqrt{2}$. Tính $P = 3x - y$ khi

$|z+1+6y|+|z-7-2i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. -17

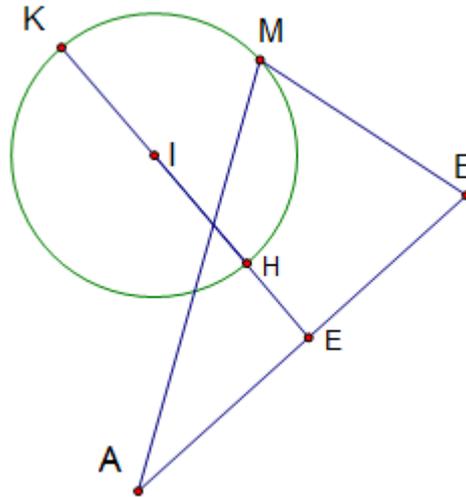
B. 7.

C. 3.

D. 1

Lời giải

Chọn A



Ta có $|z+2-3i|=2\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2+(y-3)^2}=2\sqrt{2} \Leftrightarrow (x+2)^2+(y-3)^2=8$

Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z thì M thuộc đường tròn tâm $I(-2;3)$ bán kính $2\sqrt{2}$.

Gọi $A(-1;-6), B(7;2)$.

$$|z+1+6i|+|z-7-2i| \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2+(y+6)^2} + \sqrt{(x-7)^2+(y-2)^2}$$

$|z+1+6i|+|z-7-2i|$ đạt giá trị lớn nhất tương đương $MA+MB$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta dễ dàng kiểm tra được $IA=IB$, nên I thuộc trung trực của đoạn AB .

Theo bất đẳng thức Bunhia : $(MA+MB)^2 \leq (MA^2+MB^2)(1^2+1^2)$ (1)

$$\text{Mà } ME^2 = \frac{2(MA^2+MB^2)}{4} - \frac{AB^2}{4} \Rightarrow MA^2+MB^2 = \frac{4ME^2+AB^2}{2}; ME \leq KE \text{ (2)}$$

(E là trung điểm của AB , IE cắt đường tròn lần lượt tại K, H)

Từ (1) và (2) ta có $(MA+MB)^2 \leq 4KE^2+AB^2$.

Dấu bằng xảy ra khi $MA=MB$ và M trùng với K

Tìm tọa độ của K .

Viết phương trình IE : $x+y-1=0$.

Tọa độ của K, H là nghiệm của hệ $\begin{cases} (x-2)^2 + (y-3)^2 = 8 \\ x+y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ x=-4 \\ y=5 \end{cases}$

Để dàng kiểm tra $H(0; -1), K(-4; 5)$.

Thay vào $P = 3x - y = -17$

Câu 3. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $(3+2i)(1-i)z + 3+i = 32-10i$.

A. $|z| = \sqrt{35}$

B. $|z| = \sqrt{31}$.

C. $|z| = \sqrt{37}$.

D. $|z| = \sqrt{34}$

Lời giải

Chọn C

$$(3+2i)(1-i)z + 3+i = 32-10i \Leftrightarrow (5-i)z = 29-11i \Leftrightarrow z = \frac{29-11i}{5-i} = 6-i$$

Vậy $|z| = \sqrt{37}$.

Câu 4. Cho số phức $z_1 = 1-2i$ và $z_2 = i$. Biết $w = z_1 + z_2$. Môđun của số phức $\frac{w^{2017}}{2^{2018}}$ là:

A. 1.

B. $\sqrt{2}$.

C. 2.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2^{1010}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $w = z_1 + z_2 = 1-2i+i = 1-i$.

Nên $w^{2017} = (1-i)^{2017} = (1-i)[(1-i)^2]^{1008} = (1-i)(-2i)^{1008} = (1-i)2^{1008}$.

Khi đó $\frac{w^{2017}}{2^{2018}} = 1-i \Leftrightarrow \left| \frac{w^{2017}}{2^{2018}} \right| = |1-i| = \sqrt{2}$.

Câu 5. Biết $\int_0^1 x \sin x dx = a \sin 1 + b \cos 1 + c (a, b, c \in \mathbb{Z})$. Tính $a+b+c = ?$

A. 0.

B. -1.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\int_0^1 x \sin x dx = (-x \cos x + \sin x) \Big|_0^1 = -\cos 1 + \sin 1.$$

Khi đó $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow a+b+c = 0.$

Câu 6. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=3$, biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình chữ nhật có hai kích thước là x và $2\sqrt{9-x^2}$.

A. $V = 4\pi \int_0^3 (9-x^2) dx$.

B. $V = \int_0^3 (x+2\sqrt{9-x^2}) dx$.

C. $V = \int_0^3 2x\sqrt{9-x^2} dx$.

D. $V = 2 \int_0^3 (x+2\sqrt{9-x^2}) dx$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích thiết diện là: $S(x) = 2x\sqrt{9-x^2}$.

Khi đó $V = \int_0^3 S(x) dx = \int_0^3 2x\sqrt{9-x^2} dx$.

Câu 7. Tích phân $\int_0^1 \frac{1}{2x+5} dx$ bằng

A. $\frac{-4}{35}$.

B. $\frac{1}{2} \log \frac{7}{5}$.

C. $\frac{1}{2} \ln \frac{5}{7}$.

D. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^1 \frac{1}{2x+5} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{d(2x+5)}{2x+5} = \frac{1}{2} \ln|2x+5| \Big|_0^1 = \frac{1}{2} (\ln 7 - \ln 5) = \frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 1)$ và đường thẳng

$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua d .

A. $M'(0; -3; 3)$.

B. $M'(1; -3; 2)$.

C. $M'(3; -3; 0)$.

D. $M'(-1; -2; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (P) là mặt phẳng qua M và vuông góc với d . Khi đó (P) nhận véc tơ $\vec{u}_d = (2; -1; 2)$ làm véc tơ pháp tuyến. Suy ra $(P): 2(x-2) - (y+3) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 2z - 9 = 0$.

Gọi I là giao điểm của (P) và d .

Tọa độ I là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2} \\ 2x - y + 2z - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x - 2y = 5 \\ 2y + z = -4 \\ 2x - y + 2z = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \\ z = 2 \end{cases}$$

M' đối xứng với M qua d nên I là trung điểm của MM' . Suy ra
$$\begin{cases} x_{M'} = 2x_I - x_M = 0 \\ y_{M'} = 2y_I - y_M = -3 \\ z_{M'} = 2z_I - z_M = 3 \end{cases}$$

Vậy $M'(0; -3; 3)$.

• Do các hàm số $f(x)$ và $g(x) = \frac{1}{x^2+4}$ liên tục trên \mathbb{R} nên lấy tích phân hai vế của (1) trên

$$\text{đoạn } [-2; 2], \text{ ta được: } \int_{-2}^2 [2f(x) + 3f(-x)] dx = \int_{-2}^2 \frac{1}{x^2+4} dx.$$

$$\Leftrightarrow 2 \int_{-2}^2 f(x) dx + 3 \int_{-2}^2 f(-x) dx = \int_{-2}^2 \frac{1}{x^2+4} dx \quad (2).$$

• Ký hiệu $K = \int_{-2}^2 f(-x) dx$, $M = \int_{-2}^2 \frac{1}{x^2+4} dx$. Khi đó từ (2) suy ra: $2I + 3K = M$ (3).

+ Xét $K = \int_{-2}^2 f(-x) dx$:

$$\text{Đặt } t = -x \Rightarrow -dt = dx.$$

$$\text{Đổi cận: } x = -2 \Rightarrow t = 2; x = 2 \Rightarrow t = -2.$$

$$\text{Suy ra } K = - \int_2^{-2} f(t) dt = \int_{-2}^2 f(t) dt = \int_{-2}^2 f(x) dx = I \text{ hay } I = K \quad (4).$$

+ Tính $M = \int_{-2}^2 \frac{1}{x^2+4} dx$:

$$\text{Đặt } x = 2 \tan t \Rightarrow dx = \frac{2}{\cos^2 t} dt = 2(1 + \tan^2 t) dt.$$

$$\text{Đổi cận: } x = -2 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{4}; x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{Suy ra } M = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{4 \tan^2 t + 4} \cdot 2(1 + \tan^2 t) dt = \frac{1}{2} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} dt = \frac{\pi}{4} \text{ hay } M = \int_{-2}^2 \frac{1}{x^2+4} dx = \frac{\pi}{4} \quad (5).$$

• Thay (4) và (5) (3), ta được: $5I = \frac{\pi}{4} \Rightarrow I = \frac{\pi}{20}$.

Câu 12. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(3; -1; 0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -2)$ có phương trình là

A.
$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = -2 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - t \\ z = -2 + t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -2t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -2t \end{cases}$$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua điểm $M(3; -1; 0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -2)$ có phương trình

$$\text{là: } \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = -2t \end{cases}$$

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -3), B(2; -3; 1)$.

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 5t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -8 + 5t \\ z = 5 - 4t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overline{BA} = (-1; 5; -4)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm A, B .

\Rightarrow Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm A, B là $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 5t \\ z = -3 - 4t \end{cases}$.

Phương trình này tương đương với phương trình $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -8 + 5t \\ z = 5 - 4t \end{cases}$.

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích khối $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

B. $(P): 6x + 3y + 2z + 18 = 0$.

C. $(P): 6x + 3y + 2z + 6 = 0$.

D. $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi mặt phẳng (P) cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ (với $a, b, c > 0$).

\Rightarrow phương trình $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì $M(1; 2; 3) \in (P)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1$.

Ta có $OABC$ là tứ diện vuông tại $O \Rightarrow V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{abc}{6}$ (1).

Lại có $1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \geq 3\sqrt{\frac{6}{abc}} \Leftrightarrow \frac{abc}{6} \geq 3^3$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow V_{OABC} \geq 3^3$. Suy ra thể tích khối tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 27

khi $\frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 3, b = 6, c = 9$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

Câu 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $S(-1; 6; 2), A(0; 0; 6), B(0; 3; 0), C(-2; 0; 0)$. Gọi H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện $SABC$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm S, B, H là

A. $x + y - z - 3 = 0$.

B. $7x + 5y - 4z - 15 = 0$.

C. $x + 5y - 7z - 15 = 0.$

D. $x + y - z - 3 = 0.$

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 3x - 2y - z + 6 = 0.$

$\Rightarrow \vec{n}_{(ABC)} = (3; -2; -1).$

Ta có $\vec{SB} = (1; -3; -2) \Rightarrow [\vec{n}_{(ABC)}, \vec{SB}] = (1; 5; -7).$

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua 3 điểm $S, B, H.$

Ta có $SH \perp (ABC) \Rightarrow (P) \perp (ABC), SB \subset (P) \Rightarrow \vec{n}_{(P)} = (1; 5; -7).$

Lại có $B(0; 3; 0) \in (P)$ nên phương trình mặt phẳng $(P): x + 5y - 7z - 15 = 0.$

Câu 16. Phương trình mặt phẳng qua $M(2; -3; 4)$ và cách điểm $A(0; 1; -2)$ một khoảng lớn nhất là

A. $2x - y - 2z + 1 = 0.$

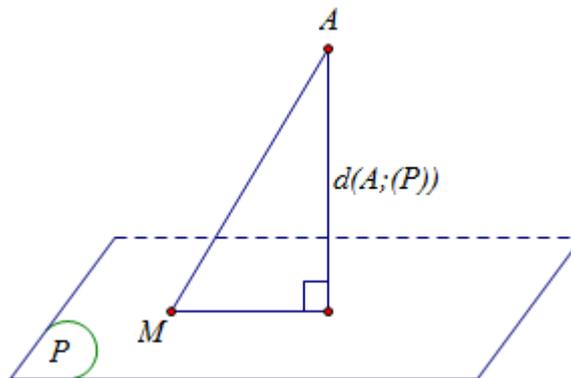
B. $x + y - 2z + 9 = 0.$

C. $2x + y - 2z + 3 = 0.$

D. $x - 2y + 3z - 20 = 0.$

Lời giải

Chọn D



Ta thấy $d(A; (P)) \leq MA \Rightarrow d(A; (P))$ lớn nhất bằng $MA \Leftrightarrow MA \perp (P) \Rightarrow (P)$ có VTPT là vectơ $\vec{MA}.$

Ta có: (P) qua điểm $M(2; -3; 4)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{MA} = (-2; 4; -6).$

Suy ra phương trình mặt phẳng $(P): -2x + 4y - 6z - 40 = 0 \Leftrightarrow (P): x - 2y + 3z - 20 = 0.$

Câu 17. Khẳng định nào sau đây sai ?

A. $\int 2^x dx = \frac{2^{x+1}}{x+1} + C.$

B. $\int \sin x dx = -\cos x + C.$

C. $\int dx = x + C.$

D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$

Lời giải

Chọn A

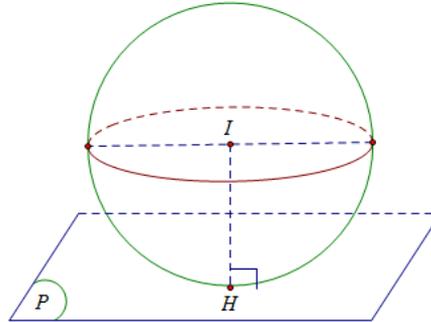
Ta có: $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$ nên phương án A sai.

Câu 18. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2 = 0$. Mặt cầu có tâm $I(2; -1; 3)$ và tiếp xúc với (P) tại điểm $H(a; b; c)$. Tính $abc = ?$

- A.** $abc = 1$. **B.** $abc = 4$. **C.** $abc = 2$. **D.** $abc = 0$.

Lời giải

Chọn A



Từ giả thiết $\Rightarrow IH \perp (P)$ và $H \in (P)$ (*).

Ta có:
$$\begin{cases} \vec{n}_p = (2; -1; 2) \\ \vec{IH} = (a-2; b+1; c-3) \end{cases}$$

Từ (*) $\Rightarrow \begin{cases} \vec{IH} = k \vec{n}_p \\ H \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2 = 2k \\ b+1 = -k \\ c-3 = 2k \\ 2a-b+2c-2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2k+2 \\ b = -k-1 \\ c = 2k+3 \\ 2a-b+2c-2 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow 2(2k+2) + (k+1) + 2(2k+3) - 2 = 0 \Leftrightarrow k = -1 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow abc = 0$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $\int f(x) dx = F(x) + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$. **B.** $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.
C. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$. **D.** $\int_a^b f(x) dx = F(b) \cdot F(a)$.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa tích phân, ta có $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 6 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

- A.** $I(1; -3; 0), R = 16$. **B.** $I(-1; 3; 0), R = 16$. **C.** $I(-1; 3; 0), R = 4$. **D.** $I(1; -3; 0), R = 4$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu đã cho có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

$$\text{Thoả mãn } \begin{cases} -2a = 2 \\ -2b = -6 \\ -2c = 0 \\ d = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = 0 \\ d = 6 \end{cases}.$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - d = (-1)^2 + 3^2 + 0^2 + 6 = 16 > 0.$$

Vậy mặt cầu có tâm $I(-1; 3; 0)$ và bán kính $R = 4$.

- Câu 21.** Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = \frac{(2x^2 + x)\sin x - (x-1)\cos x}{x \sin x + \cos x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{4}$. Biết diện tích của hình phẳng D bằng $\frac{\pi^2 + 4\pi}{16} + a \ln 2 + b \ln(\pi + 4)$, với a, b là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.** $2a + b = 12$. **B.** $2a - b = -12$. **C.** $2a - b = -6$. **D.** $2a + b = 6$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } y = \frac{(2x^2 + x)\sin x - (x-1)\cos x}{x \sin x + \cos x} = 2x + 1 - \frac{3x \cos x}{x \sin x + \cos x}.$$

$$\text{Ta chứng minh được: } y > 0, \forall x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$$

$$\text{Diện tích hình phẳng } D: S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left| 2x + 1 - \frac{3x \cos x}{x \sin x + \cos x} \right| dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(2x + 1 - \frac{3x \cos x}{x \sin x + \cos x} \right) dx$$

$$= (x^2 + x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - 3 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d(x \sin x + \cos x)}{x \sin x + \cos x} = \frac{\pi^2 + 4\pi}{16} - 3 \ln |x \sin x + \cos x| \Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \frac{\pi^2 + 4\pi}{16} - 3 \ln \frac{\sqrt{2}}{8} (\pi + 4) = \frac{\pi^2 + 4\pi}{16} + \frac{15}{2} \ln 2 - 3 \ln (\pi + 4) = \frac{\pi^2 + 4\pi}{16} + \frac{15}{2} \ln 2 - 3 \ln (\pi + 4).$$

$$\Rightarrow a = \frac{15}{2}, b = -3$$

Vậy $2a + b = 12$.

Câu 22. Nếu $\int_{2001}^{2018} f(x) dx = 10$ và $\int_{2018}^{2019} f(x) dx = 5$ thì $\int_{2001}^{2019} f(x) dx = ?$

- A. -5 . B. 15 . C. 2 . D. 5 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_{2001}^{2019} f(x) dx = \int_{2001}^{2018} f(x) dx + \int_{2018}^{2019} f(x) dx \Leftrightarrow \int_{2001}^{2019} f(x) dx = 15$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của véc tơ $\vec{u} = -6\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k}$.

- A. $\vec{u} = (3; 4; 2)$. B. $\vec{u} = (-3; 4; 2)$. C. $\vec{u} = (-6; 8; 4)$. D. $\vec{u} = (6; 8; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u} = -6\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (-6; 8; 4)$.

Câu 24. Cho hình phẳng (H) giới hạn đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục Ox . Thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh trục Ox bằng:

- A. $V = \frac{9}{2}\pi$. B. $V = \frac{81}{10}\pi$. C. $V = \frac{81}{10}$. D. $V = \frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ với trục Ox thỏa mãn phương trình:

$$3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy $V = \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4) dx = \pi \left(3x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{1}{5}x^5 \right) \Big|_0^3 = \frac{81}{10}\pi$.

Câu 25. Khi tìm nguyên hàm $\int \frac{x+2}{\sqrt{x-1}} dx$ bằng cách đặt $t = \sqrt{x-1}$, ta được nguyên hàm nào sau đây?

- A. $\int 2t(t^2 + 3) dt$. B. $\int \frac{t^2 + 3}{2} dt$. C. $\int \frac{t^2 + 3}{t} dt$. D. $\int 2(t^2 + 3) dt$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x-1} \Leftrightarrow t^2 = x-1 \Leftrightarrow x = t^2 + 1 \Rightarrow dx = 2tdt.$$

$$\text{Khi đó: } \int \frac{x+2}{\sqrt{x-1}} dx = \int \frac{t^2+3}{t} \cdot 2tdt = \int 2(t^2+3) dt.$$

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(\alpha): x-4y+z=0$.

Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua A và song song với mặt phẳng (α) .

A. $x-4y+z-4=0$.

B. $2x+y+2z+10=0$.

C. $x-4y+z+4=0$.

D. $2x+y+2z-10=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng (β) song song với mặt phẳng (α) có dạng: $x-4y+z+m=0, m \neq 0$.

Vì mặt phẳng (β) đi qua $A(1;2;3)$ nên ta có $1-4 \cdot 2+3+m=0 \Leftrightarrow m=4$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình mặt phẳng $(\beta): x-4y+z+4=0$

Câu 27. Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w=(5-12i)z+1-2i$ trong mặt phẳng Oxy là

A. Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 13$.

B. Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 169$.

C. Đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$.

D. Đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 169$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $w = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } w = (5-12i)z+1-2i &\Leftrightarrow (x-1) + (y+2)i = (5-12i)z \Leftrightarrow |(x-1) + (y+2)i| = |(5-12i)z| \\ &\Leftrightarrow |(x-1) + (y+2)i| = |(5-12i)| \cdot |z| \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = (5^2 + 12^2) \cdot 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 169 \end{aligned}$$

Câu 28. Số phức $z = 5-i$ có điểm biểu diễn là điểm có tọa độ nào dưới đây?

A. $(1;5)$.

B. $(5;1)$.

C. $(5;-1)$.

D. $(-1;5)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z = 5-i$ có điểm biểu diễn là điểm $(5;-1)$

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (x;2;1)$, $\vec{v} = (1;-1;2x)$. Tích vô hướng của \vec{u} và \vec{v} .

A. $x + 2$.

B. $3x + 2$.

C. $-2 - x$.

D. $3x - 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{u} \cdot \vec{v} = x \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 2x = 3x - 2$.

Câu 30. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 4 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x - 3y - 2z + 1 = 0$ vuông góc.

B. Mặt phẳng $(R): x - 3y + 2z = 0$ đi qua gốc tọa độ.

C. Mặt phẳng $(H): x + 4y = 0$ song song với trục Oz .

D. Mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 4 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x - y + 2z + 1 = 0$ song song.

Lời giải

Chọn C

A. Mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 4 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x - 3y - 2z + 1 = 0$ vuông góc là đúng vì $1 \cdot 1 + (-3) \cdot (-1) + (-2) \cdot 2 = 0$.

B. Mặt phẳng $(R): x - 3y + 2z = 0$ đi qua gốc tọa độ là đúng vì $0 - 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 0$.

C. Mặt phẳng $(H): x + 4y = 0$ song song với trục Oz là sai vì mặt phẳng (K) chứa Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

D. Mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 4 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x - y + 2z + 1 = 0$ song song là đúng vì $\frac{1}{1} = \frac{-1}{-1} = \frac{2}{2}$.

Câu 31. Số phức $z = 2018 - 2019i$ có phần ảo là:

A. -2019 .

B. $-2019i$.

C. 2019 .

D. $2019i$.

Lời giải

Chọn A

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$?

A. $J(0; 1; 0)$.

B. $I(1; 0; 0)$.

C. $K(0; 0; 1)$.

D. $O(0; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Đáp án A, B, C sai vì khi ta thay tọa độ các điểm đó vào phương trình mặt phẳng thấy thỏa mãn vậy các điểm J, I, K đều thuộc mặt phẳng.

Còn khi thay tọa độ điểm O vào phương trình thì ta được $-1 = 0$ (vô lý).
 Vậy điểm O không thuộc phương trình mặt phẳng.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $f'(x) = x + \sin x$ và $f(0) = 1$. Tìm $f(x)$.

A. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x + 2.$

B. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x - 2.$

C. $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x + \frac{1}{2}.$

D. $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int f'(x)dx = \int (x + \sin x)dx = \frac{x^2}{2} - \cos x + c.$

Vì $f(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)$ nên $f(x)$ có dạng: $\int f'(x)dx.$

nên $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x + c$

Ta lại có $f(0) = 1 \Leftrightarrow -1 + c = 1 \Leftrightarrow c = 2.$

Vậy $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x + 2.$

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}.$

Khoảng cách từ điểm $M(-2; 4; -1)$ đến mặt phẳng (α) cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $\frac{\sqrt{15}}{15}.$

B. $\frac{\sqrt{30}}{15}.$

C. $\frac{2\sqrt{15}}{15}.$

D. $\frac{2\sqrt{30}}{15}.$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $K(2; 1; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; -1; 2).$

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $N(2; 3; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (-2; 0; 1).$

Ta có $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-1; -5; -2).$

Suy ra mặt phẳng (α) có dạng $x + 5y + 2z + d = 0.$

Do (α) cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 nên

$d(K, (\alpha)) = d(N, (\alpha)) \Leftrightarrow |d + 7| = |d + 17| \Leftrightarrow d = -12.$

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $x + 5y + 2z - 12 = 0.$

Suy ra $d(M, (\alpha)) = \frac{|-2 + 5 \cdot 4 + 2 \cdot (-1) - 12|}{\sqrt{1 + 25 + 4}} = \frac{2\sqrt{30}}{15}.$

Câu 35. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x-5}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{3}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+8t \\ z = 3+2t \end{cases} \text{ bằng}$$

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Lời giải

Chọn C

d_1 có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2; -1; 3)$.

d_2 có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (1; 8; 2)$.

$$\text{Khi đó } \cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{|2 - 8 + 6|}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{69}} = 0.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng trên bằng 90° .

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$ và điểm $I(1; 1; 0)$.

Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \frac{25}{6}$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{5}{6}$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{5}{\sqrt{6}}$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{25}{6}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Bán kính mặt cầu } R = d(I, (P)) = \frac{|1+1-2 \cdot 0+3|}{\sqrt{6}} = \frac{5}{\sqrt{6}}.$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{25}{6}$.

Câu 37. Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 36 - 4t$ (m/s). Tính quãng đường vật di chuyển từ thời điểm $t = 3(s)$ đến khi dừng hẳn.

- A. $72 m$. B. $40 m$. C. $54 m$. D. $90 m$.

Lời giải

Chọn A

Khi xe dừng hẳn thì $v = 0 \Leftrightarrow 36 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 9$.

$$\text{Khi đó, quãng đường } s = \int_3^9 (36 - 4t) dt = (36t - 2t^2) \Big|_3^9 = 72 (m).$$

Vậy quãng đường $s = 72 m$.

Câu 38. Trong không gian cho hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 3 = 0$ và có điểm $M(1; -2; 13)$. Tính khoảng cách từ d từ điểm M đến mặt phẳng (P) .

- A. $d = \frac{10}{3}$. B. $d = -\frac{4}{3}$. C. $d = \frac{4}{3}$. D. $d = \frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2(-2) - 13 + 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = \frac{4}{3}.$$

Câu 39. Biết rằng phương trình $(z+3)(z^2 - 2z + 10) = 0$ có ba nghiệm phức là z_1, z_2, z_3 . Giá trị của $|z_1| + |z_2| + |z_3|$ bằng.

- A. 23. B. 5. C. $3 + \sqrt{10}$. D. $3 + 2\sqrt{10}$.

Lời giải

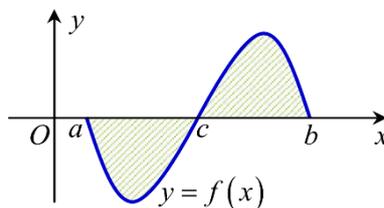
Chọn D

$$\text{Ta có: } (z+3)(z^2 - 2z + 10) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z+3=0 \\ z^2 - 2z + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -3 \\ z = 1 \pm 3i \end{cases}.$$

Khi đó, $z_1 = -3; z_2 = 1 + 3i; z_3 = 1 - 3i$.

$$\text{Suy ra: } |z_1| + |z_2| + |z_3| = \sqrt{(-3)^2 + 0^2} + \sqrt{1^2 + 3^2} + \sqrt{1^2 + (-3)^2} = 3 + 2\sqrt{10}.$$

Câu 40. Kí hiệu S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và đường thẳng $x = a; x = b$ (như hình bên). Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

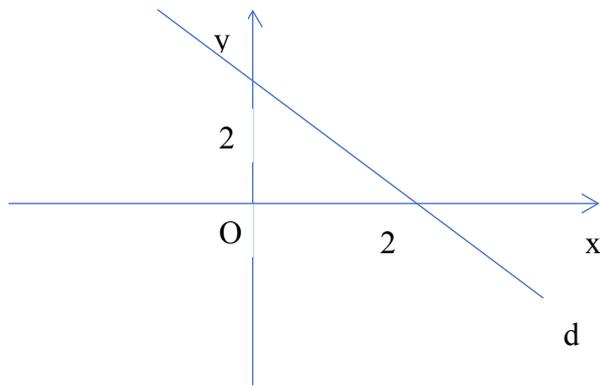


- A. $S = -\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$. B. $S = \int_a^b f(x)dx$.
- C. $S = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$. D. $S = \left| \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx \right|$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ ta thấy: $x \in (a; c) \Rightarrow f(x) < 0$ và $x \in (c; b) \Rightarrow f(x) > 0$.



A. $|z| = 2\sqrt{2}$.

B. $|z| = \sqrt{2}$.

C. $|z| = 1$.

D. $|z| = 2$

Lời giải

Chọn B

+) Ta có $|z| = OM$ với M là điểm biểu diễn cho số phức z .

+) Đường thẳng d cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại $A(2;0)$, $B(0;2)$

+) Do M thuộc d nên để OM nhỏ nhất khi $OM \perp d \Rightarrow OM = \frac{AB}{2} \Rightarrow |z| = \frac{\sqrt{2^2 + 2^2}}{2} = \sqrt{2}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $C(3;2;3)$, đường cao AH nằm trên đường

thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{-2}$ và đường phân giác trong BD của góc B nằm trên đường

thẳng $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-3}{1}$. Diện tích tam giác ABC là

A. $2\sqrt{3}$.

B. $4\sqrt{3}$.

C. 8.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

+) Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ A do vậy $H(2+t; 3+t; 3-2t)$. Vì

$$\overline{CH} \perp \overline{AH} \Rightarrow \overline{CH} \cdot \vec{u}_{AH} = 0 \quad (1).$$

+) $\overline{CH}(t-1; 1+t; -2t)$; $\vec{u}_{AH}(1; 1; -2)$. Từ (1) $\Rightarrow t-1+1+t+4t=0 \Rightarrow t=0 \Rightarrow H(2; 3; 3)$

+) Do $B \in d_2 \Rightarrow B(1+t; 4-2t; 3+t)$, $\overline{BH}(1-t; 2t-1; -t)$, $\overline{HC}(-1; 1; 0)$. Mà 2 véc tơ

này cùng phương nên $\overline{BH} = k\overline{HC} \Rightarrow \begin{cases} k = -1 \\ t = 0 \end{cases} \Rightarrow B(1; 4; 3)$.

+) Gọi I là chân đường vuông góc hạ từ C do vậy $I(1+t; 4-2t; 3+t)$. Vì

$$\overline{CI} \perp d_2 \Rightarrow \overline{CI} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \Rightarrow I(2; 2; 4).$$

+) Gọi là C' đối xứng với C qua đường phân giác thì I là trung điểm của $CC' \Rightarrow C'(1; 2; 5)$

$$+) C' \in AB \text{ nên } \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC'} \text{ cùng phương } \overrightarrow{BA} = k\overrightarrow{BC'} \Rightarrow \begin{cases} k=1 \\ t=-1 \end{cases} \Rightarrow A(1;2;5).$$

$$+) \overrightarrow{BA}(0;-2;2); \overrightarrow{BC}(2;-2;0); [\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}] = (4;-4;4) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}]| = 2\sqrt{3}.$$

Câu 46. Cho hai số phức $z_1 = 5 - 2i$, $z_2 = 3 + i$. Phần thực của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là:

- A. $-\frac{11}{10}$. B. $\frac{13}{10}$. C. $-\frac{11}{29}$. D. $\frac{13}{29}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\frac{z_1}{z_2} = \frac{13}{10} - \frac{11}{10}i$ là số phức có phần thực là $\frac{13}{10}$, phần ảo là $-\frac{11}{10}$.

Câu 47. Cho phương trình bậc hai trên tập số phức: $az^2 + bz + c = 0$ và $\Delta = b^2 - 4ac$. Chọn khẳng định sai

- A. Nếu $\Delta \neq 0$ thì phương trình có hai nghiệm.
 B. Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình vô nghiệm.
 C. Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép.
 D. Nếu phương trình có hai nghiệm z_1, z_2 thì $z_1 + z_2 = -\frac{b}{a}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình bậc hai trên tập số phức: $az^2 + bz + c = 0$ có $\Delta < 0$ thì có hai nghiệm phức.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;-4), B(-3;5;2)$. M là điểm sao cho biểu thức $MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó khoảng cách từ M đến gốc tọa độ là:

- A. $\sqrt{14}$. B. $\frac{3\sqrt{19}}{2}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{62}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là điểm thỏa $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$. Suy ra $I(-2, 4, 0)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } MA^2 + 2MB^2 &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 = 3MI^2 + IA^2 + 2IB^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB}) \\ &= 3MI^2 + IA^2 + 2IB^2 \geq IA^2 + 2IB^2 \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi M trùng I

$$\text{Vậy } M(-2, 4, 0) \Rightarrow OM = 2\sqrt{5}.$$

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_{-5}^1 f(x)dx = 9$. Tính tích phân

$$I = \int_0^2 [f(1-3x) + 9] dx.$$

- A. 27. B. 15. C. 75. **D. 21.**

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = 1 - 3x \Rightarrow dt = -3dx \Rightarrow dx = -\frac{1}{3}dt$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = 2 \Rightarrow t = -5$.

Khi đó

$$I = -\frac{1}{3} \int_1^{-5} [f(t) + 9] dt = \frac{1}{3} \int_{-5}^1 f(t) dt + 3 \int_{-5}^1 dt = \frac{1}{3} \int_{-5}^1 f(x) dx + 3t \Big|_{-5}^1 = \frac{1}{3} \cdot 9 + 3[1 - (-5)] = 21.$$

Câu 50. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a \leq b$) có diện tích S là

- A. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. **B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.** C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn B

Theo công thức tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của một hàm số, ta có

$$S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

Đề: 17

Đề ôn tập kiểm tra cuối kỳ 2. Môn Toán Lớp 12
File word Full lời giải chi tiết

Câu 1. Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 5x + 6}$.

- Ⓐ. $I = \ln \frac{2}{3}$. Ⓑ. $I = \ln \frac{3}{2}$. Ⓒ. $I = \ln \frac{3}{4}$. Ⓓ. $I = \ln \frac{4}{3}$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$, có tâm I và bán kính R là

- Ⓐ. $I(-1; -2; 1), R = 2$. Ⓑ. $I(-1; -2; 1), R = 4$. Ⓒ. $I(1; 2; -1), R = 4$. Ⓓ. $I(1; 2; -1), R = 2$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1; -1; 3)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; -3)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 4 = 0$. Gọi $M(a, b, c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $T = |3\overline{MA} - 2\overline{MB} + \overline{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $S = a + b + c$.

- Ⓐ. $S = 1$. Ⓑ. $S = 3$. Ⓒ. $S = -1$. Ⓓ. $S = 2$.

Câu 4. Trên mặt phẳng phức, cho điểm A biểu diễn số phức $z = 2 - 4i$, điểm B biểu diễn số phức $w = 2 + 6i$. Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó điểm M biểu diễn số phức nào trong các số phức sau:

- Ⓐ. $2 - 4i$. Ⓑ. $2 + 4i$. Ⓒ. $2 + i$. Ⓓ. $1 + 2i$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 0; 2)$ cắt d_1 và vuông góc với d_2 .

Ⓐ. $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{4}$. Ⓑ. $\Delta: \frac{x-5}{-2} = \frac{y-6}{-3} = \frac{z-2}{4}$.

Ⓒ. $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{-4}$. Ⓓ. $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-4}$.

Câu 6. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

- Ⓐ. $S = -5$. Ⓑ. $S = \frac{7}{3}$. Ⓒ. $S = -\frac{7}{3}$. Ⓓ. $S = 5$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- Ⓐ. $M(3; 2; 1)$. Ⓑ. $M(-3; 2; 1)$. Ⓒ. $M(3; -2; -1)$. Ⓓ. $M(1; -1; 2)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): y + 2z = 0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 + 2t \\ z = 1 \end{cases}. \text{ Tìm tọa độ giao điểm } M \text{ của mặt phẳng } (\alpha) \text{ và đường thẳng } d.$$

- Ⓐ. $M(0; -2; 1)$. Ⓑ. $M(5; -2; 1)$. Ⓒ. $M(1; 6; 1)$. Ⓓ. $M(5; 2; 1)$.

Câu 9. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cdot \cos x dx$ và $u = \sin x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ. $I = 2 \int_0^1 u du$. Ⓑ. $I = - \int_{-1}^0 u^2 du$. Ⓒ. $I = \int_0^1 u^2 du$. Ⓓ. $I = - \int_0^1 u^2 du$.

Câu 10. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - e^x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1; x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

- Ⓐ. $V = 6 - e^2 - e$. Ⓑ. $V = \pi(6 - e^2 + e)$.
 Ⓒ. $V = 6 - e^2 + e$. Ⓓ. $V = \pi(6 - e^2 - e)$.

Câu 11. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được là

- Ⓐ. 243(m/s). Ⓑ. 27(m/s). Ⓒ. 36(m/s). Ⓓ. 144(m/s).

Câu 12. Số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 là

- Ⓐ. $4 - 3i$. Ⓑ. $3 - 4i$. Ⓒ. $4 + 3i$. Ⓓ. $3 + 4i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là

- Ⓐ. $\vec{n} = (2; -1; 1)$. Ⓑ. $\vec{n} = (2; 0; 1)$. Ⓒ. $\vec{n} = (2; 0; -1)$. Ⓓ. $\vec{n} = (2; 1; -1)$.

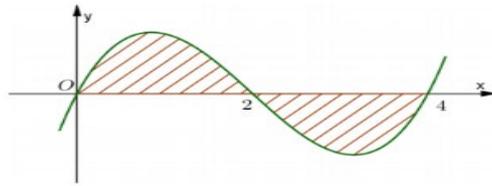
Câu 14. Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (0 \leq x \leq \pi)$ là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

- Ⓐ. $V = 3$. Ⓑ. $V = 3\pi$. Ⓒ. $V = 2\pi\sqrt{3}$. Ⓓ. $V = 2\sqrt{3}$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(-5; 1; 3)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + z - 1 = 0$ và $(\beta): x - 2y + 3z + 2 = 0$.

- Ⓐ. $7x + 5y + z - 27 = 0$. Ⓑ. $7x + 5y + z + 27 = 0$.
 Ⓒ. $-7x - 5y - z + 37 = 0$. Ⓓ. $-7x - 5y - z - 37 = 0$.

Câu 16. Tìm công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox (phần gạch chéo trong hình bên)



(A). $S = -\int_0^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx.$

(B). $S = \int_0^2 f(x)dx - \int_2^4 f(x)dx.$

(C). $S = \int_0^4 f(x)dx.$

(D). $S = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx.$

Câu 17. $\int_2^5 f(x)dx = 10.$ Khi đó $\int_5^2 [2 - 4f(x)]dx$ bằng ?

(A). 34.

(B). 40.

(C). 32.

(D). 36.

Câu 18. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$ có phương trình:

(A). $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}.$

(B). $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{4}.$

(C). $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}.$

(D). $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}.$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; -3; 1)$ là

(A). $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}.$

(B). $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}.$

(C). $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}.$

(D). $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}.$

Câu 20. Cho số phức $z = 3 + i$. Điểm biểu diễn của z có tọa độ là

(A). $(-3; 1).$

(B). $(3; -1).$

(C). $(3; 1).$

(D). $(3; i).$

Câu 21. Cho số phức z thỏa mãn: $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là

(A). 0.

(B). 2.

(C). 1.

(D). 3.

Câu 22. Cho số phức $z = a + bi$. Môđun của số phức z bằng ?

(A). $a^2 - b^2.$

(B). $\sqrt{a^2 - b^2}.$

(C). $a^2 + b^2.$

(D). $\sqrt{a^2 + b^2}.$

Câu 23. Cho hai số phức $z_1 = -3 + 6i, z_2 = 1 - i$ có các điểm biểu diễn mặt phẳng phức lần lượt là A và B . Tính độ dài đoạn AB .

(A). $AB = \sqrt{65}.$

(B). $AB = \sqrt{3}.$

(C). $AB = \sqrt{11}.$

(D). $AB = \sqrt{29}.$

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + x + 6 = 0$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng:

(A). 2.

(B). 3.

(C). 1.

(D). 6.

Câu 25. Số phức $z = \frac{3-4i}{4-i}$ bằng:

(A). $z = \frac{16}{15} - \frac{11}{15}i$.

(B). $z = \frac{9}{25} - \frac{23}{25}i$.

(C). $z = \frac{9}{5} - \frac{4}{5}i$.

(D). $z = \frac{16}{17} - \frac{13}{17}i$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng (d) đi qua điểm

$A(1; -1; -3)$ và song song với đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$.

(A). $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+3}{2}$.

(B). $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-3}$.

(C). $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+3}{1}$.

(D). $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

Câu 27. Cho họ nguyên hàm của hàm số: $f(x) = 2x + \sin 2x$ là:

(A). $x^2 - 2 \cos 2x + C$.

(B). $x^2 + 2 \cos 2x + C$.

(C). $x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

(D). $x^2 + \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Câu 28. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)\bar{z} = 7+4i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w = z - 3i$.

(A). $\bar{w} = 3+i$.

(B). $\bar{w} = 3-i$.

(C). $\bar{w} = 3+7i$.

(D). $\bar{w} = 3-7i$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y - 6 = 0$ và (Q) . Biết rằng điểm $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ xuống mặt phẳng (Q) . Số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng

(A). 60° .

(B). 45° .

(C). 30° .

(D). 90° .

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho vector \vec{a} thỏa mãn $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của vector \vec{a} là

(A). $(1; -3; 2)$.

(B). $(2; -3; 1)$.

(C). $(2; 1; -3)$.

(D). $(1; 2; -3)$.

Câu 31. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = 2x - x^2$ và $x + y = 2$ là

(A). $\frac{1}{6}(\text{dvdt})$.

(B). $\frac{6}{5}(\text{dvdt})$.

(C). $\frac{1}{2}(\text{dvdt})$.

(D). $\frac{5}{2}(\text{dvdt})$.

Câu 32. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \frac{3}{x}$ là

(A). $2 - \frac{3}{x^2} + C$.

(B). $x^2 - \frac{3}{x^2} + C$.

(C). $x^2 + 3 \ln|x| + C$.

(D). $x^2 + 3 \ln x + C$.

Câu 33. Cho $\int_1^{e^2} f(x) dx = 2018$. Tính $\int_0^1 4e^{2x} f(e^{2x}) dx$.

(A). $I = 4036$.

(B). $I = 1009$.

(C). $I = 2018$.

(D). $I = \frac{1009}{2}$.

Câu 34. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x + yi) + (4 - 2i) = 5x + 2i$ với i là đơn vị ảo.

(A). $x = -2; y = 0$.

(B). $x = -2; y = 4$.

(C). $x = 2; y = 0$.

(D). $x = 2; y = 4$.

- Câu 35.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;2)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 2x + 3y - z + 3 = 0$ có phương trình là
- Ⓐ. $-2x - 3y + z - 4 = 0$. Ⓑ. $2x + 3y - z = 0$.
 Ⓒ. $x - y + z - 4 = 0$. Ⓓ. $2x + 3y - z - 2 = 0$.
- Câu 36.** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 3z + 9 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Phần thực của số phức $w = 2019z_1 - 2020\overline{z_2}$ bằng
- Ⓐ. 3. Ⓑ. -3. Ⓒ. $\frac{3}{2}$. Ⓓ. $-\frac{3}{2}$.
- Câu 37.** Trong mặt phẳng Oxy , tìm tập hợp biểu diễn các số phức thỏa mãn: $|z - 2i - 1| = 2|z - i - 1|$
- Ⓐ. Đường tròn tâm $I\left(1; \frac{2}{3}\right)$, $R = \frac{2}{3}$. Ⓑ. Đường tròn tâm $I\left(-1; -\frac{2}{3}\right)$, $R = \frac{2}{3}$.
 Ⓒ. Đường tròn tâm $I\left(1; \frac{2}{3}\right)$, $R = \frac{4}{9}$. Ⓓ. Đường tròn tâm $I\left(-1; -\frac{2}{3}\right)$, $R = \frac{4}{9}$.
- Câu 38.** Cho $z_1 = 2m + (m - 2)i$ và $z_2 = 3 - 4mi$, với m là số thực. Biết z_1, z_2 là số thuần ảo. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- Ⓐ. $m \in (-5; -2)$. Ⓑ. $m \in [2; 5]$. Ⓒ. $m \in (-3; 0)$. Ⓓ. $m \in [0; 2)$.
- Câu 39.** Biết tích phân $\int_0^a (e^x + 4) dx = e + 3$ với $a > 0$. Tìm a ?
- Ⓐ. $a = \ln 2$. Ⓑ. $a = 2$. Ⓒ. $a = 1$. Ⓓ. $a = e$.
- Câu 40.** Giả sử hàm số f liên tục trên đoạn $[0; 2]$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x) dx = 6$. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2 \sin x) \cos x dx$?
- Ⓐ. $I = -6$. Ⓑ. $I = 6$. Ⓒ. $I = -3$. Ⓓ. $I = 3$.
- Câu 41.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$ là
- Ⓐ. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{3}$. Ⓑ. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{1}$.
 Ⓒ. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Ⓓ. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{3}$.
- Câu 42.** Biết $\int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}} = a \ln 3 + b \ln 5$ (a, b là các số nguyên). Tính $S = a^2 + ab + 3b^2$
- Ⓐ. $S = 2$. Ⓑ. $S = 4$. Ⓒ. $S = 5$. Ⓓ. $S = 0$.

Câu 43. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Giá trị $|z_1| + |z_2|$ bằng:

- (A). $2\sqrt{5}$. (B). 10. (C). 3. (D). $\sqrt{5}$.

Câu 44. Trong các số phức thỏa điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Tìm mô đun nhỏ nhất của số phức $z + 2i$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A). $3 + \sqrt{2}$. (B). $3\sqrt{2}$. (C). $\sqrt{5}$. (D). $3\sqrt{5}$.

Câu 45. Cho số phức $z = 1 + i^2 + i^4 + \dots + i^{2n} + \dots + i^{2016}$, $n \in \mathbb{N}$. Mô đun của z bằng

- (A). 2. (B). 1. (C). 1008. (D). 2016.

Câu 46. Cho $z = 3 + 2i$. Tìm mô đun của z

- (A). $|z| = \sqrt{13}$. (B). $|z| = \sqrt{5}$. (C). $|z| = 5$. (D). $|z| = 13$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$.

Biết $f'(x)\cos x + f(x)\sin x = 1, \forall x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ và $f(0) = 1$. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx$ là

- (A). $I = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$. (B). $I = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$. (C). $I = \frac{1}{2}$. (D). $I = \frac{1}{2} + \frac{\pi}{3}$.

Câu 48. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$. Khi đó $\int_0^1 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- (A). 7. (B). 19. (C). 17. (D). 9.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua gốc tọa độ song song với (P) .

- (A). $x + y - z = 0$. (B). $x + y + 2z = 0$. (C). $x + y - 2z = 0$. (D). $x + y - 2z + 1 = 0$.

Câu 50. Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{3 \ln x + 1}{x} dx$ và đặt $t = \ln x$ thì ta được tích phân

- (A). $I = \int_0^1 \frac{3t+1}{e^t} dt$. (B). $I = \int_1^e \frac{3t+1}{t} dt$. (C). $I = \int_1^e (3t+1) dt$. (D). $I = \int_0^1 (3t+1) dt$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	D	C	C	A	B	B	C	B	C	D	C	D	B	B	A	A	D	C	A	D	A	A	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	A	B	B	A	C	A	D	B	C	A	D	C	D	A	C	A	B	B	A	A	D	C	D

Câu 1. Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 5x + 6}$.

A. $I = \ln \frac{2}{3}$.

B. $I = \ln \frac{3}{2}$.

C. $I = \ln \frac{3}{4}$.

D. $I = \ln \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 5x + 6} = \int_0^1 \frac{1}{(x-3)(x-2)} dx = \int_0^1 \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2} \right) dx = \ln \left| \frac{x-3}{x-2} \right| \Big|_0^1 = \ln 2 - \ln \frac{3}{2} = \ln \frac{4}{3}.$$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$, có tâm I và bán kính R là

A. $I(-1; -2; 1), R = 2$.

B. $I(-1; -2; 1), R = 4$.

C. $I(1; 2; -1), R = 4$.

D. $I(1; 2; -1), R = 2$.

Lời giải

Chọn D

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1; -1; 3)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; -3)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 4 = 0$. Gọi $M(a, b, c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $T = |3\overline{MA} - 2\overline{MB} + \overline{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $S = a + b + c$.

A. $S = 1$.

B. $S = 3$.

C. $S = -1$.

D. $S = 2$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là điểm thỏa $3\overline{IA} - 2\overline{IB} + \overline{IC} = \vec{0} \Rightarrow I(-2; -3; 3)$.

Ta có:

$$\begin{aligned} T &= |3\overline{MA} - 2\overline{MB} + \overline{MC}| = |3\overline{MI} + 3\overline{IA} - 2\overline{MI} - 2\overline{IB} + \overline{MI} + \overline{IC}| \\ &= |2\overline{MI} + 3\overline{IA} - 2\overline{IB} + \overline{IC}| = |2\overline{MI}| = 2MI. \end{aligned}$$

Mặt khác : $T = |3\overline{MA} - 2\overline{MB} + \overline{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất

$\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất.

$\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I lên (P) .

Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P) .

$$\Rightarrow d: \frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-3}{-1}.$$

\Rightarrow Tọa độ điểm M là giao điểm của d và (P) .

$$\Rightarrow \text{Tọa độ điểm } M \text{ thỏa hệ phương trình } \begin{cases} \frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-3}{-1} \\ x+y-z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=1 \\ x+z=1 \\ x+y-z=4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=-1 \end{cases} \Rightarrow M(2;1;-1).$$

Vậy $S = 2 + 1 + (-1) = 2$.

Câu 4. Trên mặt phẳng phức, cho điểm A biểu diễn số phức $z = 2 - 4i$, điểm B biểu diễn số phức $w = 2 + 6i$. Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó điểm M biểu diễn số phức nào trong các số phức sau:

- A.** $2 - 4i$. **B.** $2 + 4i$. **C.** $2 + i$. **D.** $1 + 2i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A(2; -4)$, $B(2; 6)$ suy ra tọa độ trung điểm M là $(2; 1)$. Khi đó điểm M biểu diễn số phức nào $2 + i$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 0; 2)$ cắt d_1 và vuông góc với d_2 .

- A.** $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{4}$. **B.** $\Delta: \frac{x-5}{-2} = \frac{y-6}{-3} = \frac{z-2}{4}$.
C. $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{-4}$. **D.** $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-4}$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $B(1+t; -1+2t; -t)$ là giao điểm của đường thẳng Δ và d_1 .

Khi đó $\overrightarrow{AB} = (t; 0-1+2t; -t-2)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ .

$$\overrightarrow{u_{d_2}} = (1; 2; 2).$$

$$\text{Vì } \Delta \perp d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_{d_2}} = 0 \Leftrightarrow t + 2(-1+2t) + 2(-t-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 2.$$

$$\text{Suy ra } B(3; 3; -2), \overrightarrow{AB} = (2; 3; -4).$$

$$\text{Vậy phương trình đường thẳng } \Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{-4}.$$

Câu 6. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

- A.** $S = -5$. **B.** $S = \frac{7}{3}$. **C.** $S = -\frac{7}{3}$. **D.** $S = 5$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } z + 1 + 3i - |z|i = 0$$

$$\Leftrightarrow a + bi + 1 + 3i - \sqrt{a^2 + b^2}i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ b+3-\sqrt{a^2+b^2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b+3=\sqrt{b^2+1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-\frac{4}{3} \\ b \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-\frac{4}{3} \end{cases}.$$

Vậy $S = a + 3b = -1 - 4 = -5$.

- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?
- A.** $M(3; 2; 1)$. **B.** $M(-3; 2; 1)$. **C.** $M(3; -2; -1)$. **D.** $M(1; -1; 2)$.

Lời giải

Chọn B

$$d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}.$$

Thay tọa độ điểm M vào phương trình của đường thẳng d :

$$\text{Với điểm } M(3; 2; 1): \frac{3+3}{1} = \frac{2-2}{-1} = \frac{1-1}{2} \text{ (không thỏa mãn).}$$

$$\text{Với điểm } M(-3; 2; 1): \frac{-3+3}{1} = \frac{2-2}{-1} = \frac{1-1}{2} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy đường thẳng d đi qua điểm $M(-3; 2; 1)$.

- Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): y + 2z = 0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 + 2t \\ z = 1 \end{cases}. \text{ Tìm tọa độ giao điểm } M \text{ của mặt phẳng } (\alpha) \text{ và đường thẳng } d.$$

- A.** $M(0; -2; 1)$. **B.** $M(5; -2; 1)$. **C.** $M(1; 6; 1)$. **D.** $M(5; 2; 1)$.

Lời giải

Chọn B

$$(\alpha): y + 2z = 0 \quad (1).$$

$$d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 + 2t \\ z = 1 \end{cases} \quad (2).$$

$$\text{Thay (2) vào (1) ta được: } (\alpha): 4 + 2t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -3 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -2 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow M(5; -2; 1).$$

- Câu 9.** Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cdot \cos x dx$ và $u = \sin x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = 2 \int_0^1 u du$.

B. $I = - \int_{-1}^0 u^2 du$.

C. $I = \int_0^1 u^2 du$.

D. $I = - \int_0^1 u^2 du$.

Lời giải

Chọn C

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cdot \cos x dx.$$

Đặt $u = \sin x \Rightarrow du = \cos x dx$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow u = 0$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow u = 1$.

$$\Rightarrow I = \int_0^1 u^2 du.$$

Câu 10. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - e^x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$; $x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $V = 6 - e^2 - e$.

B. $V = \pi(6 - e^2 + e)$.

C. $V = 6 - e^2 + e$.

D. $V = \pi(6 - e^2 - e)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } V = \int_1^2 (\sqrt{4x - e^x})^2 dx = \pi \int_1^2 (4x - e^x) dx = \pi (2x^2 - e^x) \Big|_1^2 = \pi(6 - e^2 + e).$$

Câu 11. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được là

A. 243(m/s).

B. 27(m/s).

C. 36(m/s).

D. 144(m/s).

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$v(t) = s'(t) = -t^2 + 12t.$$

$$v'(t) = -2t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = 6 \in [0; 9].$$

$$\text{Ta có: } v(0) = 0; v(6) = 36; v(9) = 27.$$

Vậy vận tốc lớn nhất của vật đạt được là 36(m/s) trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động.

Câu 12. Số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 là

A. $4 - 3i$.

B. $3 - 4i$.

C. $4 + 3i$.

D. $3 + 4i$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa số phức ta chọn đáp án D .

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (2; -1; 1)$. B. $\vec{n} = (2; 0; 1)$. C. $\vec{n} = (2; 0; -1)$. D. $\vec{n} = (2; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{n} = (2; 0; -1)$.

Câu 14. Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

- A. $V = 3$. B. $V = 3\pi$. C. $V = 2\pi\sqrt{3}$. D. $V = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:
$$V = \int_0^{\pi} \frac{(2\sqrt{\sin x})^2 \sqrt{3}}{4} dx = \sqrt{3} \int_0^{\pi} |\sin x| dx = 2\sqrt{3}.$$

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(-5; 1; 3)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + z - 1 = 0$ và $(\beta): x - 2y + 3z + 2 = 0$.

- A. $7x + 5y + z - 27 = 0$. B. $7x + 5y + z + 27 = 0$.
C. $-7x - 5y - z + 37 = 0$. D. $-7x - 5y - z - 37 = 0$.

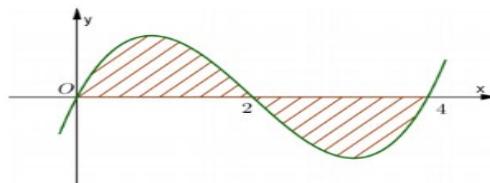
Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{n}_p = [\vec{n}_\beta; \vec{n}_\alpha] = (7; 5; 1)$

$\Rightarrow (P): 7(x + 5) + 5(y - 1) + 1(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 7x + 5y + z + 27 = 0.$

Câu 16. Tìm công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox (phần gạch chéo trong hình bên)



- A. $S = -\int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx$. B. $S = \int_0^2 f(x) dx - \int_2^4 f(x) dx$.

C. $S = \int_0^4 f(x)dx.$

D. $S = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $S = \int_0^4 |f(x)|dx = \int_0^2 f(x)dx - \int_2^4 f(x)dx.$

Câu 17. $\int_2^5 f(x)dx = 10.$ Khi đó $\int_5^2 [2 - 4f(x)]dx$ bằng ?

A. 34.

B. 40.

C. 32.

D. 36.

Lời giải

Chọn A

$$\int_5^2 [2 - 4f(x)]dx = -\int_2^5 [2 - 4f(x)]dx = -2\int_2^5 dx + 4\int_2^5 f(x)dx = -2(5-2) + 4 \cdot 10 = 34.$$

Câu 18. Trong không gian với hệ trục Oxyz, đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau

$$d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5} \text{ và } d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1} \text{ có phương trình:}$$

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}.$

B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{4}.$

C. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}.$

D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}.$

Lời giải

Chọn A

Gọi d là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau đã cho.

Gọi $M = d \cap d_1 \Rightarrow M(2+2t; 3+3t; -4-5t); N = d \cap d_2 \Rightarrow N(-1+3t'; 4-2t'; 4-t')$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-3+3t'-2t; 1-2t'-3t; 8-t'+5t).$

Vì

$$\begin{cases} d \perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{u_{d_1}} = 0 \\ d \perp d_2 \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{u_{d_2}} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(-3+3t'-2t) + 3(1-2t'-3t) - 5(8-t'+5t) = 0 \\ 3(-3+3t'-2t) - 2(1-2t'-3t) - (8-t'+5t) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -38t + 5t' = 43 \\ -5t + 14t' = 19 \end{cases}$$

$\Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t' = 1 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (2; 2; 2); M(0; 0; 1). \text{ Chọn } \overrightarrow{u_d} = (2; 2; 2).$

Vậy phương trình đường thẳng d là: $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$

Câu 19. Trong không gian Oxyz, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; -3; 1)$ là

A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}.$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; -3; 1)$ có phương

$$\text{trình tham số là } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

Câu 20. Cho số phức $z = 3 + i$. Điểm biểu diễn của z có tọa độ là

- A. $(-3; 1)$. B. $(3; -1)$. C. $(3; 1)$. D. $(3; i)$.

Lời giải

Chọn C

$z = 3 + i \Leftrightarrow z = 3 + 1i \Rightarrow$ điểm biểu diễn của z có tọa độ là $(3; 1)$.

Câu 21. Cho số phức z thỏa mãn: $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i \Leftrightarrow (3 + 2i)z + 3 - 4i = 4 + i \Leftrightarrow z = \frac{1 + 5i}{3 + 2i} \Leftrightarrow z = 1 + i.$$

Vậy hiệu phần thực và phần ảo của số phức z bằng 0.

Câu 22. Cho số phức $z = a + bi$. Môđun của số phức z bằng ?

- A. $a^2 - b^2$. B. $\sqrt{a^2 - b^2}$. C. $a^2 + b^2$. D. $\sqrt{a^2 + b^2}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 23. Cho hai số phức $z_1 = -3 + 6i, z_2 = 1 - i$ có các điểm biểu diễn mặt phẳng phức lần lượt là A và B . Tính độ dài đoạn AB .

- A. $AB = \sqrt{65}$. B. $AB = \sqrt{3}$. C. $AB = \sqrt{11}$. D. $AB = \sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } A(-3; 6), B(1; -1) \text{ suy ra } AB = \sqrt{(1+3)^2 + (-1-6)^2} = \sqrt{65}.$$

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + x + 6 = 0$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng:

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 6.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } d(O, (P)) = \frac{|2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 0 + 6|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 2.$$

Câu 25. Số phức $z = \frac{3-4i}{4-i}$ bằng:

A. $z = \frac{16}{15} - \frac{11}{15}i$. **B.** $z = \frac{9}{25} - \frac{23}{25}i$. **C.** $z = \frac{9}{5} - \frac{4}{5}i$. **D.** $z = \frac{16}{17} - \frac{13}{17}i$.

Lời giải

Chọn D

$$z = \frac{3-4i}{4-i} = \frac{(3-4i)(4+i)}{16+1} = \frac{12-13i-4i^2}{17} = \frac{16}{17} - \frac{13}{17}i.$$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng (d) đi qua điểm

$A(1; -1; -3)$ và song song với đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$.

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+3}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-3}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+3}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

Lời giải

Chọn B

$$\vec{u}_\Delta = (2; 1; -3).$$

Đường (d) đi qua điểm $A(1; -1; -3)$ và song song với đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$ nên nhận $\vec{u}_\Delta = (2; 1; -3)$ làm véc tơ chỉ phương. Phương trình chính tắc của đường thẳng (d) là:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-3}.$$

Câu 27. Cho họ nguyên hàm của hàm số: $f(x) = 2x + \sin 2x$ là:

A. $x^2 - 2 \cos 2x + C$. **B.** $x^2 + 2 \cos 2x + C$. **C.** $x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x + C$. **D.** $x^2 + \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\int f(x) dx = \int (2x + \sin 2x) dx = x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x + C.$$

Câu 28. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)\bar{z} = 7+4i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w = z - 3i$.

A. $\bar{w} = 3 + i$.

B. $\bar{w} = 3 - i$.

C. $\bar{w} = 3 + 7i$.

D. $\bar{w} = 3 - 7i$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = a + bi$, ta có

$$(1 + 2i)\bar{z} = 7 + 4i \Leftrightarrow (1 + 2i)(a - bi) = 7 + 4i \Leftrightarrow (a + 2b) + (2a - b)i = 7 + 4i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 7 \\ 2a - b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

Suy ra $z = 3 + 2i$, ta có $w = 3 - i \Rightarrow \bar{w} = 3 + i$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y - 6 = 0$ và (Q) . Biết rằng điểm $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ xuống mặt phẳng (Q) . Số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng

A. 60° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn B

Ta có $(P): x - y - 6 = 0 \Rightarrow \vec{n}_P(1; -1; 0)$.

Theo giả thiết điểm $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ xuống mặt phẳng (Q) nên $\vec{n}_Q = \vec{OH} = (2; -1; -2)$.

$$\text{Do đó } \cos((P); (Q)) = \frac{|\vec{n}_P \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| |\vec{n}_Q|} = \frac{|1 \cdot 2 + (-1)(-1) + 0 \cdot (-2)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Suy ra $((P); (Q)) = 45^\circ$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho vector \vec{a} thỏa mãn $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của vector \vec{a} là

A. $(1; -3; 2)$.

B. $(2; -3; 1)$.

C. $(2; 1; -3)$.

D. $(1; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 31. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = 2x - x^2$ và $x + y = 2$ là

A. $\frac{1}{6}$ (đvdt).

B. $\frac{6}{5}$ (đvdt).

C. $\frac{1}{2}$ (đvdt).

D. $\frac{5}{2}$ (đvdt).

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm là $2x - x^2 = 2 - x$ (1).

$$(1) \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = 2x - x^2$ và $x + y = 2$ là

$$S = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx = - \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x \right) \Big|_1^2 = - \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{6} \right) = \frac{1}{6}.$$

Câu 32. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \frac{3}{x}$ là

- A.** $2 - \frac{3}{x^2} + C$. **B.** $x^2 - \frac{3}{x^2} + C$. **C.** $x^2 + 3 \ln|x| + C$. **D.** $x^2 + 3 \ln x + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\int f(x) dx = \int \left(2x + \frac{3}{x} \right) dx = x^2 + 3 \ln|x| + C.$$

Câu 33. Cho $\int_1^{e^2} f(x) dx = 2018$. Tính $\int_0^1 4e^{2x} f(e^{2x}) dx$.

- A.** $I = 4036$. **B.** $I = 1009$. **C.** $I = 2018$. **D.** $I = \frac{1009}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } t = e^{2x} \Rightarrow dt = 2e^{2x} dx \Rightarrow e^{2x} dx = \frac{1}{2} dt$$

$$\text{Ta được } \int_0^1 4e^{2x} f(e^{2x}) dx = \frac{1}{2} \int_1^{e^2} 4f(t) dt = 2 \int_1^{e^2} f(t) dt = 2 \cdot 2018 = 4036.$$

Câu 34. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x + yi) + (4 - 2i) = 5x + 2i$ với i là đơn vị ảo.

- A.** $x = -2; y = 0$. **B.** $x = -2; y = 4$. **C.** $x = 2; y = 0$. **D.** $x = 2; y = 4$.

Lời giải

Chọn D

$$(3x + yi) + (4 - 2i) = 5x + 2i \Leftrightarrow 3x + 4 + (y - 2)i = 5x + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4 = 5x \\ y - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}.$$

Vậy $x = 2; y = 4$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 0; 2)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 2x + 3y - z + 3 = 0$ có phương trình là

- A.** $-2x - 3y + z - 4 = 0$. **B.** $2x + 3y - z = 0$. **C.** $x - y + z - 4 = 0$. **D.** $2x + 3y - z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

A. $m \in (-5; -2)$.

B. $m \in [2; 5]$.

C. $m \in (-3; 0)$.

D. $m \in [0; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z_1, z_2 = 6m + 3(m-2)i - 8m^2i - 4m(m-2)i^2 = 4m^2 - 2m + (-8m^2 + 3m - 6)i$.

Mà z_1, z_2 là số thuần ảo nên $4m^2 - 2m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m = 0 \end{cases}$.

Vậy $m \in [0; 2)$.

Câu 39. Biết tích phân $\int_0^a (e^x + 4) dx = e + 3$ với $a > 0$. Tìm a ?

A. $a = \ln 2$.

B. $a = 2$.

C. $a = 1$.

D. $a = e$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_0^a (e^x + 4) dx = (e^x + 4x)|_0^a = e^a + 4a - 1 \Rightarrow e^a + 4a - 1 = e + 3 \Leftrightarrow f(a) = f(1) \Leftrightarrow a = 1$

(Do hàm số $f(x) = e^x + 4x - 1$ đồng biến trên \mathbb{R}).

Câu 40. Giả sử hàm số f liên tục trên đoạn $[0; 2]$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x) dx = 6$. Tính tích phân

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2 \sin x) \cos x dx?$$

A. $I = -6$.

B. $I = 6$.

C. $I = -3$.

D. $I = 3$.

Lời giải

Chọn D

Xét $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2 \sin x) \cos x dx$.

Đặt $t = 2 \sin x \Rightarrow dt = 2 \cos x dx \Rightarrow \frac{1}{2} dt = \cos x dx$.

Với $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 2$.

$$\Rightarrow I = \int_0^2 f(t) \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3.$$

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$ là

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

D. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Vì đường thẳng Δ cần tìm vuông góc với mặt phẳng (P) nên Δ nhận vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P = (2; -1; 3)$ làm vector chỉ phương.

Vậy, phương trình đường thẳng Δ là: $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 42. Biết $\int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}} = a \ln 3 + b \ln 5$ (a, b là các số nguyên). Tính $S = a^2 + ab + 3b^2$

A. $S = 2$.

B. $S = 4$.

C. $S = 5$.

D. $S = 0$.

Lời giải

Chọn C

Đặt: $u = \sqrt{3x+1} \Rightarrow u^2 = 3x+1 \Rightarrow 2udu = 3dx \Rightarrow dx = \frac{2}{3}udu; x = \frac{u^2-1}{3}$.

Đổi cận:

x	1	5
u	2	4

Khi đó ta có: $I = \int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}} = \int_2^4 \frac{\frac{2}{3}u du}{\frac{u^2-1}{3} \cdot u} = 2 \int_2^4 \frac{du}{u^2-1} = 2 \int_2^4 \left(\frac{1}{u-1} - \frac{1}{u+1} \right) du$

$\Leftrightarrow I = (\ln|x-1| - \ln|x+1|) \Big|_2^4 = (\ln 3 - \ln 5) - (-\ln 3) = 2 \ln 3 - \ln 5$.

Suy ra $\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow S = 2^2 + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot (-1)^2 = 5$.

Câu 43. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Giá trị $|z_1| + |z_2|$ bằng:

A. $2\sqrt{5}$.

B. 10.

C. 3.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

$z^2 - 3z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i \\ z_2 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i \end{cases}$.

$$|z_1| + |z_2| = 2\sqrt{5}.$$

Câu 44. Trong các số phức thỏa điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Tìm mô đun nhỏ nhất của số phức $z + 2i$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $3 + \sqrt{2}$. B. $3\sqrt{2}$. C. $\sqrt{5}$. D. $3\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $w = z + 2i = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó $z = x + (y - 2)i$.

$$|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$$

$$\Leftrightarrow |x + (y - 2)i - 2 - 4i| = |x + (y - 2)i - 2i|$$

$$\Leftrightarrow |(x - 2) + (y - 6)i| = |x + (y - 4)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 6)^2} = \sqrt{x^2 + (y - 4)^2}$$

$$\Leftrightarrow x + y - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = 6 - x.$$

$$|w| = |z + 2i| = |x + yi| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (6 - x)^2} = \sqrt{2x^2 - 12x + 36} = \sqrt{2(x - 3)^2 + 18} \geq \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Vậy $|z + 2i|$ nhỏ nhất bằng $3\sqrt{2}$.

Câu 45. Cho số phức $z = 1 + i^2 + i^4 + \dots + i^{2n} + \dots + i^{2016}$, $n \in \mathbb{N}$. Môđun của z bằng

- A. 2. B. 1. C. 1008. D. 2016.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét: $z_1 = i^2 + i^4 + \dots + i^{2n} + \dots + i^{2016}$, $n \in \mathbb{N}$ là tổng của 1008 số hạng đầu của cấp số nhân với $u_1 = 1$; $q = i^2$.

$$\text{Ta có: } z_1 = \frac{u_1(1 - q^{1008})}{1 - q} = \frac{i^2[1 - (i^2)^{1008}]}{1 - i^2} = 0.$$

Suy ra: $z = 1 + z_1 = 1$.

Vậy: $|z| = 1$.

Câu 46. Cho $z = 3 + 2i$. Tìm môđun của z

- A. $|z| = \sqrt{13}$. B. $|z| = \sqrt{5}$. C. $|z| = 5$. D. $|z| = 13$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $|z| = |3 + 2i| = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$.

Biết $f'(x)\cos x + f(x)\sin x = 1, \forall x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ và $f(0) = 1$. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx$ là

- A.** $I = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$. **B.** $I = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$. **C.** $I = \frac{1}{2}$. **D.** $I = \frac{1}{2} + \frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Với $x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$, ta có: $f'(x)\cos x + f(x)\sin x = 1$.

$$\Leftrightarrow f'(x) \frac{1}{\cos x} + f(x) \frac{\sin x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$\Leftrightarrow \left[f(x) \cdot \frac{1}{\cos x} \right]' = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$\Leftrightarrow \int \left[f(x) \cdot \frac{1}{\cos x} \right]' dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx.$$

$$\Leftrightarrow f(x) \cdot \frac{1}{\cos x} = \tan x + C \quad \text{với } C \text{ là hằng số.}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \sin x + C \cos x.$$

Mặt khác: $f(0) = 1 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow f(x) = \sin x + \cos x$.

$$\text{Do đó: } I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sin x + \cos x) dx = (\sin x - \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}.$$

Câu 48. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$. Khi đó $\int_0^1 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A.** 7. **B.** 19. **C.** 17. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \int_0^1 [2f(x) + 3g(x)] dx = 2 \int_0^1 f(x) dx + 3 \int_0^1 g(x) dx = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 5 = 19.$$

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua gốc tọa độ song song với (P) .

- A.** $x + y - z = 0$. **B.** $x + y + 2z = 0$. **C.** $x + y - 2z = 0$. **D.** $x + y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (Q) qua gốc tọa độ song song với $(P): x + y - 2z - 1 = 0$ có phương trình:
 $x + y - 2z = 0$.

Câu 50. Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{3 \ln x + 1}{x} dx$ và đặt $t = \ln x$ thì ta được tích phân

- A. $I = \int_0^1 \frac{3t+1}{e^t} dt$. B. $I = \int_1^e \frac{3t+1}{t} dt$. C. $I = \int_1^e (3t+1) dt$.
 D. $I = \int_0^1 (3t+1) dt$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$.

Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = 0$; $x = e \Rightarrow t = 1$.

Khi đó: $I = \int_1^e \frac{3 \ln x + 1}{x} dx = \int_0^1 (3t + 1) dt$.

Đề: 18

Đề ôn tập kiểm tra cuối kỳ 2. Môn Toán Lớp 12
File word Full lời giải chi tiết

- Câu 1.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{2}{(x+1)^2}$, trục hoành, đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 4$ là
- (A). $S = \frac{8}{5}$. (B). $S = -\frac{8}{5}$. (C). $S = \frac{1}{5}$. (D). $S = 1$.
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu có phương trình: $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Xác định tâm I và tính bán kính R của mặt cầu đã cho.
- (A). $I(-1; 3; 0), R = 3$. (B). $I(1; -3; 0), R = 3$. (C). $I(-1; 3; 0), R = 9$. (D). $I(1; -3; 0), R = 9$.
- Câu 3.** Khối tứ diện đều có tính chất nào?
- (A). Mỗi mặt của nó là một tứ giác đều và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của ba mặt.
(B). Mỗi mặt của nó là một tam giác đều và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của ba mặt.
(C). Mỗi mặt của nó là một tứ giác đều và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của bốn mặt.
(D). Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của bốn mặt.
- Câu 4.** Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = (1+i)^2 - (3+3i)$ là.
- (A). $-3-i$. (B). $\sqrt{10}$. (C). 4 . (D). -4 .
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua $M(1; -1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$.
- (A). $2x - y + 3z - 9 = 0$. (B). $2x - y + 3z - 6 = 0$
(C). $2x + y + 3z - 9 = 0$. (D). $2x - y + 3z + 9 = 0$.
- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(2; 1; 1)$. Độ dài đoạn AB bằng
- (A). 6 . (B). 2 . (C). $\sqrt{2}$. (D). $\sqrt{6}$.
- Câu 7.** Để tính $\int x \ln(2+x) dx$ theo phương pháp nguyên hàm từng phần, ta đặt:
- (A). $\begin{cases} u = \ln(2+x) \\ dv = dx \end{cases}$ (B). $\begin{cases} u = \ln(2+x) \\ dv = x dx \end{cases}$ (C). $\begin{cases} u = x \\ dv = \ln(2+x) dx \end{cases}$ (D). $\begin{cases} u = x \ln(2+x) \\ dv = dx \end{cases}$
- Câu 8.** Cho số phức $z = 1 - \sqrt{2}i$. Tìm phần ảo của số phức $P = \frac{1}{z}$.
- (A). $\frac{\sqrt{2}}{3}$. (B). $\sqrt{2}$. (C). $-\sqrt{2}$. (D). $-\frac{\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 9.** Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là
- (A). $S_{xq} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$. (B). $S_{xq} = \pi r l$. (C). $S_{xq} = \pi r h$. (D). $S_{xq} = 2 \pi r l$.
- Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $r = 4$ có phương trình là
- (A). $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$. (B). $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16.$

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4.$

Câu 11. Họ các nguyên hàm của hàm số $y = x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x}$ là

A. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C.$

B. $\frac{x^3}{3} - 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C.$

C. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C.$

D. $\frac{x^3}{3} + 3\ln x - \frac{4}{3}\sqrt{x^3}.$

Câu 12. Cho hai số thực x, y thỏa mãn phương trình $x + 2i = 3 + 4iy$. Khi đó, giá trị của x và y là

A. $x = 3, y = \frac{1}{2}.$

B. $x = 3, y = -\frac{1}{2}.$

C. $x = 3i, y = \frac{1}{2}.$

D. $x = 3, y = 2.$

Câu 13. Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ là

A. $z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$

B. $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i.$

C. $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i.$

D. $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$

Câu 14. Cho số phức $z = 2 + 5i$. Số phức $w = iz + \bar{z}$ là

A. $w = -3 - 3i.$

B. $w = -7 - 7i.$

C. $w = 7 - 3i.$

D. $w = 3 + 7i.$

Câu 15. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên \mathbb{R} . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx.$

B. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx.$

C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx.$

D. $\int 2f(x)dx = 2\int f(x)dx.$

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^2 (f(x) + 2x)dx = 5$. Tính $\int_0^2 f(x)dx$.

A. $-9.$

B. $9.$

C. $1.$

D. $-1.$

Câu 17. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(3; -2; 3), B(-1; 2; 5), C(1; 0; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $G(-1; 0; 3).$

B. $G(1; 0; 3).$

C. $G(0; 0; -1).$

D. $G(3; 0; -1).$

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-1	3	2	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

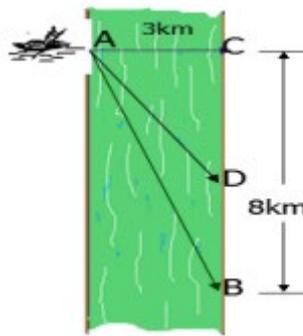
Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 0; 0), N(0; 1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

Ⓐ. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1.$ Ⓑ. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1.$ Ⓒ. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0.$ Ⓓ. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1.$

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$.
 Tính bán kính r của mặt cầu

Ⓐ. $r = 4.$ Ⓑ. $r = \sqrt{2}.$ Ⓒ. $r = \sqrt{26}.$ Ⓓ. $r = 2\sqrt{2}.$

Câu 21. Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí A tới điểm B về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3 km (như hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B , hay có thể chèo trực tiếp đến B , hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm D giữa C và B và sau đó chạy đến B . Biết anh ấy có thể chèo thuyền 6 km/h, chạy 8 km/h và quãng đường $BC = 8$ km. Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Tính khoảng thời gian ngắn nhất (đơn vị: giờ) để người đàn ông đến B .



Ⓐ. $1 + \frac{\sqrt{7}}{8}.$ Ⓑ. $\frac{\sqrt{7}}{8}.$ Ⓒ. $\frac{9}{\sqrt{7}}.$ Ⓓ. $\frac{3}{2}.$

Câu 22. Số phức z thỏa mãn $z = 5 - 8i$ có phần ảo là

Ⓐ. 5. Ⓑ. 8. Ⓒ. $-8i.$ Ⓓ. $-8.$

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình tham số của Δ là

Ⓐ. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$ Ⓑ. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ Ⓒ. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$ Ⓓ. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

Ⓐ. $\vec{u}_4 = (-2; -1; 3).$ Ⓑ. $\vec{u}_2 = (1; 0; 1).$ Ⓒ. $\vec{u}_3 = (2; -1; -3).$ Ⓓ. $\vec{u}_1 = (2; -1; 3).$

Câu 25. Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ đạt cực tiểu tại

Ⓐ. 1. Ⓑ. $-1.$ Ⓒ. 2. Ⓓ. $-2.$

Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Cho $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$. Tìm tọa độ \vec{u} .

Ⓐ. $\vec{u} = (3; -2; 2).$ Ⓑ. $\vec{u} = (3; 2; -2).$ Ⓒ. $\vec{u} = (-2; 3; 2).$ Ⓓ. $\vec{u} = (2; 3; -2).$

Câu 27. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

Ⓐ. $y = (\sqrt{3} - 1)^x.$ Ⓑ. $y = \left(\frac{3}{4}\right)^x.$ Ⓒ. $y = (\pi)^x.$ Ⓓ. $y = (0, 25)^x.$

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[3;5]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số ; trục hoành và hai đường thẳng $x=3; x=5$. Thể tích khối tròn xoay khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức:

- Ⓐ. $V = \pi^2 \int_3^5 f^2(x) dx$. Ⓑ. $V = \pi \int_3^5 f^2(x) dx$. Ⓒ. $V = 2\pi \int_3^5 f^2(x) dx$. Ⓓ. $V = \pi^2 \int_3^5 f(x) dx$.

Câu 29. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$?

- Ⓐ. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C$. Ⓑ. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.
 Ⓒ. $\int \cos 2x dx = -2 \sin 2x + C$. Ⓓ. $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

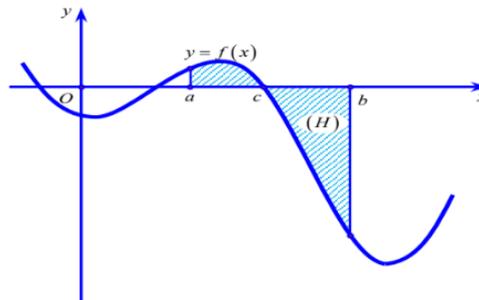
Câu 30. Cho hình trụ có chiều cao bằng $2a$, bán kính đáy bằng a . Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

- Ⓐ. $2\pi a^2$. Ⓑ. πa^2 . Ⓒ. $2a^2$. Ⓓ. $4\pi a^2$.

Câu 31. Tập xác định của hàm số $y = (x+1)^{-2}$ là

- Ⓐ. $[-1; +\infty)$. Ⓑ. \mathbb{R} . Ⓒ. $(-1; +\infty)$. Ⓓ. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ có đồ thị như hình bên và $c \in [a; b]$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 0, x = a, x = b$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



- Ⓐ. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. Ⓑ. $S = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$.
 Ⓒ. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$. Ⓓ. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Câu 33. Tập xác định của hàm số $y = \ln x^2$ là

- Ⓐ. $(0; +\infty)$. Ⓑ. \mathbb{R} . Ⓒ. $(-\infty; 0)$. Ⓓ. $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

Câu 34. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Bán kính mặt cầu bằng

- Ⓐ. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Ⓑ. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Ⓒ. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Ⓓ. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 1); B(1; 0; 4); C(0; -2; -1)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với \overline{BC} là

- Ⓐ. $2x + y + 2z - 5 = 0$. Ⓑ. $x + 2y + 5z - 5 = 0$. Ⓒ. $x - 2y + 3z - 7 = 0$. Ⓓ. $x - 2y + 5z + 5 = 0$.

- Câu 36.** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z-1| = |z+\bar{z}+2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một
- Ⓐ. đường thẳng. Ⓑ. đường tròn. Ⓒ. parabol. Ⓓ. hypebol.
- Câu 37.** Một khối lập phương có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối lập phương đó.
- Ⓐ. $V = 8a^3$. Ⓑ. $V = 2\sqrt{2}a^3$. Ⓒ. $64a^3$. Ⓓ. $V = 3\sqrt{3}a^3$.
- Câu 38.** Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Biết $SA = a$, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.
- Ⓐ. $V = \frac{2a^3}{3}$. Ⓑ. $V = \frac{a^3}{2}$. Ⓒ. $V = \frac{a^3}{6}$. Ⓓ. $V = 2a^3$.
- Câu 39.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-2)(2x+3)$. Tìm số điểm cực trị của $f(x)$.
- Ⓐ. 1. Ⓑ. 0. Ⓒ. 3. Ⓓ. 2.
- Câu 40.** Trong không gian với hệ trục tọa độ, cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y+3z-6=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- Ⓐ. $\Delta \perp (\alpha)$. Ⓑ. $\Delta // (\alpha)$.
 Ⓒ. Δ cắt và không vuông góc với (α) . Ⓓ. $\Delta \subset (\alpha)$.
- Câu 41.** Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + 6z + 5 = 0$ trong đó z_1 có phần ảo âm. Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là.
- Ⓐ. $-6; 1$. Ⓑ. $-6; -1$. Ⓒ. $-1; -6$. Ⓓ. $6; 1$.
- Câu 42.** Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $\ln(4^x + 1) - mx \geq 0$ có nghiệm $x \in [1; 2]$.
- Ⓐ. $m \leq \frac{1}{2} \ln 17$. Ⓑ. $m < \ln 5$. Ⓒ. $m > \frac{1}{2} \ln 17$. Ⓓ. $m \leq \ln 5$.
- Câu 43.** Một ô tô đang chạy đều với vận tốc 15 m/s thì phía trước xuất hiện chướng ngại vật nên người lái đạp phanh gấp. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $-a \text{ m/s}^2$. Biết ô tô chuyển động thêm được 20m thì dừng hẳn. Hỏi a thuộc khoảng nào dưới đây?
- Ⓐ. $(5; 6)$. Ⓑ. $(6; 7)$. Ⓒ. $(4; 5)$. Ⓓ. $(3; 4)$.
- Câu 44.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; -2; 1)$, $A(1; 2; -3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm một vector chỉ phương \vec{u} của đường thẳng Δ đi qua M , vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng bé nhất.
- Ⓐ. $\vec{u} = (3; 4; -4)$. Ⓑ. $\vec{u} = (2; 2; -1)$. Ⓒ. $\vec{u} = (1; 0; 2)$. Ⓓ. $\vec{u} = (1; 7; -1)$.
- Câu 45.** Cho số phức z thỏa $|z-1+i| = 2$. Chọn phát biểu đúng:
- Ⓐ. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường thẳng.
 Ⓑ. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường Parabol.
 Ⓒ. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 4.
 Ⓓ. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 2.

Câu 46. Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y = x^4 - 3(m+1)x^2 + 3m + 2$; m là tham số, m là giá trị dương để (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt và tiếp tuyến của (C_m) tại giao điểm có hoành độ lớn nhất hợp với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 24. Hỏi m có giá trị nằm trong khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ. $m \in (1; 2)$. Ⓑ. $m \in \left(0; \frac{1}{3}\right)$. Ⓒ. $m \in (1; 7)$. Ⓓ. $m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 47. Cho parabol $(P): y = x^2$ và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2019$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d . Tìm giá trị lớn nhất S_{\max} của S .

- Ⓐ. $S_{\max} = \frac{2019^3 - 1}{6}$. Ⓑ. $S_{\max} = \frac{2019^3 + 1}{6}$. Ⓒ. $S_{\max} = \frac{2019^3}{3}$. Ⓓ. $S_{\max} = \frac{2019^3}{6}$.

Câu 48. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$ và hai đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 3 - t' \\ y = 1 + t' \\ z = 1 - 2t' \end{cases}$. Biết rằng có 2 đường thẳng có các đặc điểm: song song với (P) ; cắt d, d' tạo với d góc 30° . Tính cosin của góc tạo bởi hai đường thẳng đó.

- Ⓐ. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Ⓑ. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. Ⓒ. $\frac{1}{2}$. Ⓓ. $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8$ và hai điểm $A(4; 4; 3)$, $B(1; 1; 1)$. Gọi (C) là tập hợp các điểm $M \in (S)$ để $|MA - 2MB|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết rằng (C) là một đường tròn bán kính R . Tính R .

- Ⓐ. $\sqrt{6}$. Ⓑ. $\sqrt{3}$. Ⓒ. $\sqrt{7}$. Ⓓ. $2\sqrt{2}$.

Câu 50. Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $|iz + \sqrt{2} - i| = 1$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Giá trị lớn nhất của $|z_1| + |z_2|$ bằng

- Ⓐ. $2\sqrt{3}$. Ⓑ. $3\sqrt{2}$. Ⓒ. 3. Ⓓ. 4.

BẢNG ĐÁP ÁN

1A	2B	3B	4D	5A	6D	7B	8A	9B	10C	11C	12A	13C	14A	15A
16C	17B	18D	19A	20D	21A	22D	23C	24C	25A	26A	27C	28B	29B	30D
31D	32D	33D	34A	35B	36C	37B	38A	39D	40D	41B	42D	43A	44C	45D
46D	47D	48C	49C	50D										

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{2}{(x+1)^2}$, trục hoành, đường thẳng $x = 0$

và đường thẳng $x = 4$ là

- Ⓐ. $S = \frac{8}{5}$. Ⓑ. $S = -\frac{8}{5}$. Ⓒ. $S = \frac{1}{5}$. Ⓓ. $S = 1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } S = \int_0^4 \frac{2}{(x+1)^2} dx = \left(\frac{-2}{x+1} \right) \Big|_0^4 = \frac{8}{5}.$$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu có phương trình: $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Xác định tâm I và tính bán kính R của mặt cầu đã cho.

A. $I(-1; 3; 0), R = 3$.

B. $I(1; -3; 0), R = 3$.

C. $I(-1; 3; 0), R = 9$.

D. $I(1; -3; 0), R = 9$.

Lời giải

Chọn B

$$I(1; -3; 0), R = 3.$$

Câu 3. Khối tứ diện đều có tính chất nào?

A. Mỗi mặt của nó là một tứ giác đều và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của ba mặt.

B. Mỗi mặt của nó là một tam giác đều và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của ba mặt.

C. Mỗi mặt của nó là một tứ giác đều và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của bốn mặt.

D. Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của bốn mặt.

Lời giải

Chọn B

Để thấy tính chất của khối tứ diện đều là: mỗi mặt của nó là một tam giác đều và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của ba mặt.

Câu 4. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = (1+i)^2 - (3+3i)$ là.

A. $-3 - i$.

B. $\sqrt{10}$.

C. 4 .

D. -4 .

Lời giải

Chọn D

$$z = (1+i)^2 - (3+3i) = 1 + 2i + i^2 - 3 - 3i = -3 - i.$$

Tổng phần thực và phần ảo của z là $-3 + (-1) = -4$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua

$M(1; -1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$.

A. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

B. $2x - y + 3z - 6 = 0$

C. $2x + y + 3z - 9 = 0$.

D. $2x - y + 3z + 9 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Do mặt phẳng qua điểm $M(1; -1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng Δ nên véc tơ pháp tuyến của nó chính là $\vec{u}_\Delta = (2; -1; 3)$.

Ta có $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $r = 4$ có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$. B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$.
 C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$. D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $r = 4$ có phương trình là: $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$.

Câu 11. Họ các nguyên hàm của hàm số $y = x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x}$ là

- A. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$. B. $\frac{x^3}{3} - 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$.
 C. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$. D. $\frac{x^3}{3} + 3\ln x - \frac{4}{3}\sqrt{x^3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\int \left(x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x} \right) dx = \int x^2 dx + 3 \int \frac{1}{x} dx - 2 \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^3}{3} + 3 \ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C.$$

Câu 12. Cho hai số thực x, y thỏa mãn phương trình $x + 2i = 3 + 4iy$. Khi đó, giá trị của x và y là

- A. $x = 3, y = \frac{1}{2}$. B. $x = 3, y = -\frac{1}{2}$. C. $x = 3i, y = \frac{1}{2}$. D. $x = 3, y = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$x + 2i = 3 + 4iy \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 2 = 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Câu 13. Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ là

- A. $z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. B. $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.
 C. $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. D. $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Lời giải

Chọn C

$$z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}.$$

Nghiệm phức có phần ảo dương là $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 14. Cho số phức $z = 2 + 5i$. Số phức $w = iz + \bar{z}$ là

- A.** $w = -3 - 3i$. **B.** $w = -7 - 7i$.
C. $w = 7 - 3i$. **D.** $w = 3 + 7i$.

Lời giải

Chọn A

$$w = iz + \bar{z} = i(2 + 5i) + (2 - 5i) = 2i - 5 + (2 - 5i) = -3 - 3i.$$

Câu 15. Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên \mathbb{R} . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A.** $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$. **B.** $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.
C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$. **D.** $\int 2f(x)dx = 2\int f(x)dx$.

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất nguyên hàm, đáp án B, C, D đúng.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^2 (f(x) + 2x)dx = 5$. Tính $\int_0^2 f(x)dx$.

- A.** -9 . **B.** 9 . **C.** 1 . **D.** -1 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \int_0^2 (f(x) + 2x)dx = 5 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x)dx + \int_0^2 (2x)dx = 5 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x)dx + x^2 \Big|_0^2 = 5$$

$$\Leftrightarrow \int_0^2 f(x)dx + 4 = 5 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x)dx = 1.$$

Vậy $\int_0^2 f(x)dx = 1$ nên chọn đáp án C.

Câu 17. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(3; -2; 3)$, $B(-1; 2; 5)$, $C(1; 0; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A.** $G(-1; 0; 3)$. **B.** $G(1; 0; 3)$. **C.** $G(0; 0; -1)$. **D.** $G(3; 0; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:
$$\begin{cases} x = \frac{3+(-1)+1}{3} \\ y = \frac{-2+2+0}{3} \\ z = \frac{3+5+1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 3 \end{cases}.$$

Vậy $G(1;0;3)$ nên chọn đáp án B.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-		+	0	-	
y	$-\infty$		↗ 2		↘ -1		↗ 3		↘ 2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$; nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$. Do đó, đáp án D đúng.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

- A.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$. **C.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$. **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải

Chọn A

Vì các điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;2)$ lần lượt nằm trên ba trục tọa độ, nên phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (MNP) là

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1.$$

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu

- A.** $r = 4$. **B.** $r = \sqrt{2}$. **C.** $r = \sqrt{26}$. **D.** $r = 2\sqrt{2}$.

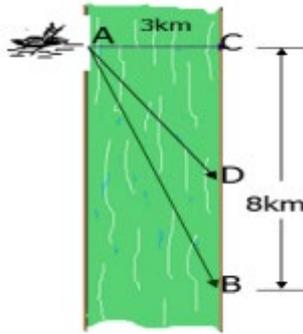
Lời giải

Chọn D

Ta có: $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 8$.

Vậy mặt cầu có bán kính $r = 2\sqrt{2}$.

Câu 21. Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí A tới điểm B về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3 km (như hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B , hay có thể chèo trực tiếp đến B , hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm D giữa C và B và sau đó chạy đến B . Biết anh ấy có thể chèo thuyền 6 km/h, chạy 8 km/h và quãng đường $BC = 8$ km. Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Tính khoảng thời gian ngắn nhất (đơn vị: giờ) để người đàn ông đến B .



A. $1 + \frac{\sqrt{7}}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{7}}{8}$.

C. $\frac{9}{\sqrt{7}}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $CD = x$ ($0 \leq x \leq 8$), khi đó $DB = 8 - x$; $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{3^2 + x^2} = \sqrt{9 + x^2}$.

Lưu ý: $x = 0$ người đàn ông chèo thuyền trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B
 $x = 8$ người đàn ông chèo thuyền trực tiếp đến B

Suy ra thời gian người đàn ông chèo thuyền đến B theo một trong ba cách là:

$$t_x = \frac{AD}{6} + \frac{DB}{8} = \frac{\sqrt{9+x^2}}{6} + \frac{8-x}{8} \text{ (giờ)}.$$

Xét hàm: $t_x = \frac{\sqrt{9+x^2}}{6} + \frac{8-x}{8} \Rightarrow t'_x = \frac{x}{6\sqrt{9+x^2}} - \frac{1}{8} = \frac{4x - 3\sqrt{9+x^2}}{24\sqrt{9+x^2}}$.

Có: $t'_x = 0 \Leftrightarrow \frac{4x - 3\sqrt{9+x^2}}{24\sqrt{9+x^2}} = 0 \Leftrightarrow 4x - 3\sqrt{9+x^2} = 0$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{9+x^2} = 4x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 7x^2 = 81 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{9}{\sqrt{7}} \in [0; 8].$$

Ta có bảng biến thiên:

Chọn B

Câu 29. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$?

A. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C$.

B. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

C. $\int \cos 2x dx = -2 \sin 2x + C$.

D. $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Lời giải

Chọn B

Câu 30. Cho hình trụ có chiều cao bằng $2a$, bán kính đáy bằng a . Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $2\pi a^2$.

B. πa^2 .

C. $2a^2$.

D. $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi r h = 2\pi \cdot a \cdot 2a = 4\pi a^2$.

Câu 31. Tập xác định của hàm số $y = (x+1)^{-2}$ là

A. $[-1; +\infty)$.

B. \mathbb{R} .

C. $(-1; +\infty)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Lời giải

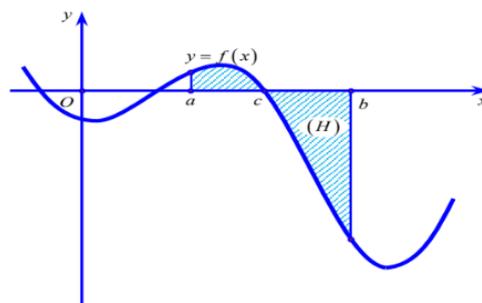
Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số $y = (x+1)^{-2}$ là

$x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = (x+1)^{-2}$ là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ có đồ thị như hình bên và $c \in [a; b]$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 0$, $x = a$, $x = b$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

B. $S = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$.

C. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ ta có :

$$S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_b^c f(x) dx .$$

Vậy $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ là mệnh đề sai.

Câu 33. Tập xác định của hàm số $y = \ln x^2$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. \mathbb{R} . C. $(-\infty; 0)$. **D. $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.**

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số $y = \ln x^2$ là $x^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$

Tập xác định của hàm số $y = \ln x^2$ là $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

Câu 34. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Bán kính mặt cầu bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.** B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Do } S = 4\pi R^2 \Leftrightarrow \frac{8\pi a^2}{3} = 4\pi R^2 \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 1); B(1; 0; 4); C(0; -2; -1)$.

Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với \overline{BC} là

- A. $2x + y + 2z - 5 = 0$.** **B. $x + 2y + 5z - 5 = 0$.** C. $x - 2y + 3z - 7 = 0$. D. $x - 2y + 5z + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn B

$$\overline{BC} = (-1; -2; -5)$$

Do mặt phẳng qua $A(2; -1; 1)$ và có vector pháp tuyến $\overline{BC} = (-1; -2; -5)$

$$Ax + By + Cz + D = 0 \Leftrightarrow -1.2 - 2.(-1) - 5.1 + D = 0 \Leftrightarrow D = 5$$

Vậy phương trình mặt phẳng $x + 2y + 5z - 5 = 0$.

Câu 36. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z-1| = |z+\bar{z}+2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một

- A. đường thẳng.** **B. đường tròn.** **C. parabol.** **D. hypebol.**

Lời giải

Chọn C

Giả sử $z = x + yi$

$$2|z-1| = |z+\bar{z}+2| \Leftrightarrow 2|x+yi-1| = |2x+2|$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{(x-1)^2+y^2} = \sqrt{(2x+2)^2} \Leftrightarrow 4(x^2-2x+1+y^2) = (2x+2)^2$$

$$\Leftrightarrow 4x^2-8x+4+4y^2 = 4x^2+8x+4 \Leftrightarrow 4y^2-16x=0 \Leftrightarrow y^2-4x=0 \Leftrightarrow x = \frac{y^2}{4}$$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z-1| = |z+\bar{z}+2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một parabol.

Câu 37. Một khối lập phương có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối lập phương đó.

A. $V = 8a^3$.

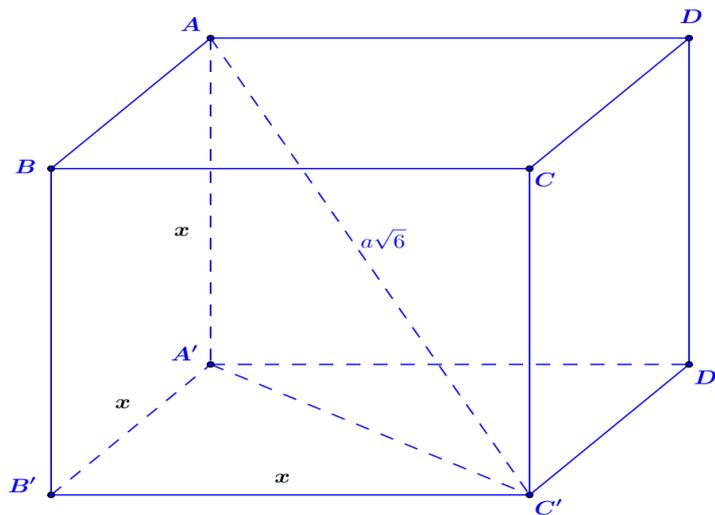
B. $V = 2\sqrt{2}a^3$.

C. $64a^3$.

D. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử cạnh của hình lập phương là x

Ta có $A'C' = \sqrt{A'B'^2 + B'C'^2} = x\sqrt{2}$; $AC' = \sqrt{AA'^2 + A'C'^2} = x\sqrt{3}$.

Theo giả thiết ta có $x\sqrt{3} = a\sqrt{6} \Rightarrow x = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích của khối lập phương là: $V = x^3 = 2\sqrt{2}a^3$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Biết $SA = a$, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{2a^3}{3}$.

B. $V = \frac{a^3}{2}$.

C. $V = \frac{a^3}{6}$.

D. $V = 2a^3$.

Lời giải

Chọn A

Lời giải

Chọn B

Phương trình $2z^2 + 6z + 5 = 0$ có hai nghiệm là: $z_1 = \frac{-3+i}{2}$; $z_2 = \frac{-3-i}{2}$.

Vậy ta có $z_1 + 3z_2 = \frac{-3+i}{2} + 3\left(\frac{-3-i}{2}\right) = -6-i$.

Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là: $-6; -1$.

Bài 42. Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $\ln(4^x + 1) - mx \geq 0$ có nghiệm $x \in [1; 2]$.

A. $m \leq \frac{1}{2} \ln 17$.

B. $m < \ln 5$.

C. $m > \frac{1}{2} \ln 17$.

D. $m \leq \ln 5$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình $\ln(4^x + 1) - mx \geq 0 \Leftrightarrow \ln(4^x + 1) \geq mx \Leftrightarrow m \leq \frac{\ln(4^x + 1)}{x}$ vì $x \in [1; 2]$.

Xét hàm số $y = \frac{\ln(4^x + 1)}{x}$.

Ta có $y' = \frac{x \cdot \frac{4^x \ln 4}{4^x + 1} - \ln(4^x + 1)}{x^2} = \frac{x \cdot 4^x \ln 4 - (4^x + 1) \ln(4^x + 1)}{x^2 (4^x + 1)}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x \cdot 4^x \ln 4 - (4^x + 1) \ln(4^x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{(4^x + 1) \ln(4^x + 1)}{4^x \ln 4} = \frac{\left(\frac{4^x + 1}{4^x}\right) \ln(4^x + 1)}{\ln 4} = \frac{1}{\ln 4} \cdot \left(1 + \left(\frac{1}{4}\right)^x\right) \ln(4^x + 1)$.

Xét phương trình $f(x) = \frac{1}{\ln 4} \cdot \left(1 + \left(\frac{1}{4}\right)^x\right) \ln(4^x + 1) - x = 0$ trên đoạn $[1; 2]$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{\ln 4} \cdot \left[\left(\ln \frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x \ln(4^x + 1) + \left(1 + \left(\frac{1}{4}\right)^x\right) \cdot \frac{4^x \ln 4}{4^x + 1} \right] - 1$
 $= \frac{1}{\ln 4} \cdot \left[-\ln 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x \ln(4^x + 1) + \left(\frac{4^x + 1}{4^x}\right) \cdot \frac{4^x \ln 4}{4^x + 1} \right] - 1 = \frac{1}{\ln 4} \cdot \left[-(\ln 4) \left(\frac{1}{4}\right)^x \ln(4^x + 1) + \ln 4 \right] - 1$
 $= -\left(\frac{1}{4}\right)^x \ln(4^x + 1) + 1 - 1 = -\left(\frac{1}{4}\right)^x \ln(4^x + 1) < 0, \forall x \in [1; 2]$.

Vậy hàm số $f(x) = \frac{1}{\ln 4} \cdot \left(1 + \left(\frac{1}{4}\right)^x\right) \ln(4^x + 1) - x$ nghịch biến trên đoạn $[1; 2]$.

Ta có $f(1) = \frac{1}{\ln 4} \cdot \left(1 + \left(\frac{1}{4}\right)^1\right) \ln(4^1 + 1) - 1 = \frac{1}{\ln 4} \cdot \left(\frac{5}{4}\right) \ln(5) - 1 = \frac{5}{4} \cdot \ln \frac{5}{4} - 1 < 0$.

Nên ta có $f(x) = \frac{1}{\ln 4} \cdot \left(1 + \left(\frac{1}{4}\right)^x\right) \ln(4^x + 1) - x < 0, \forall x \in [1; 2]$.

Vậy hàm số $y = \frac{\ln(4^x + 1)}{x}$ nghịch biến trên đoạn $[1; 2]$.

Ta có $y(1) = \frac{\ln(4^1 + 1)}{1} = \ln 5$.

Vậy để bất phương trình $\ln(4^x + 1) - mx \geq 0$ có nghiệm $x \in [1; 2]$ thì $m \leq y(1) = \ln 5$.

Câu 43. Một ô tô đang chạy đều với vận tốc 15 m/s thì phía trước xuất hiện chướng ngại vật nên người lái đạp phanh gấp. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $-a \text{ m/s}^2$. Biết ô tô chuyển động thêm được 20 m thì dừng hẳn. Hỏi a thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.** $(5; 6)$. **B.** $(6; 7)$. **C.** $(4; 5)$. **D.** $(3; 4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có biểu thức vận tốc: $v_{(t)} = 15 - at \text{ (m/s)}$

Tại thời điểm xe dừng hẳn $v_{(t)} = 0 \Rightarrow 15 - at = 0 \Rightarrow t = \frac{15}{a}$

Do ô tô đi được 20 m thì dừng hẳn

$$\Rightarrow S = \int_0^{\frac{15}{a}} v_{(t)} dt = 20 \Leftrightarrow \int_0^{\frac{15}{a}} (15 - at) dt = 20 \Leftrightarrow \left(15t - \frac{at^2}{2} \right) \Big|_0^{\frac{15}{a}} = 20$$

$$\Leftrightarrow 15 \left(\frac{15}{a} \right) - \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{15}{a} \right)^2 = 20 \Leftrightarrow \frac{225}{a} - \frac{225}{2a} = 20 \Leftrightarrow 225 = 40a \Rightarrow a = 5,625 \in (5; 6).$$

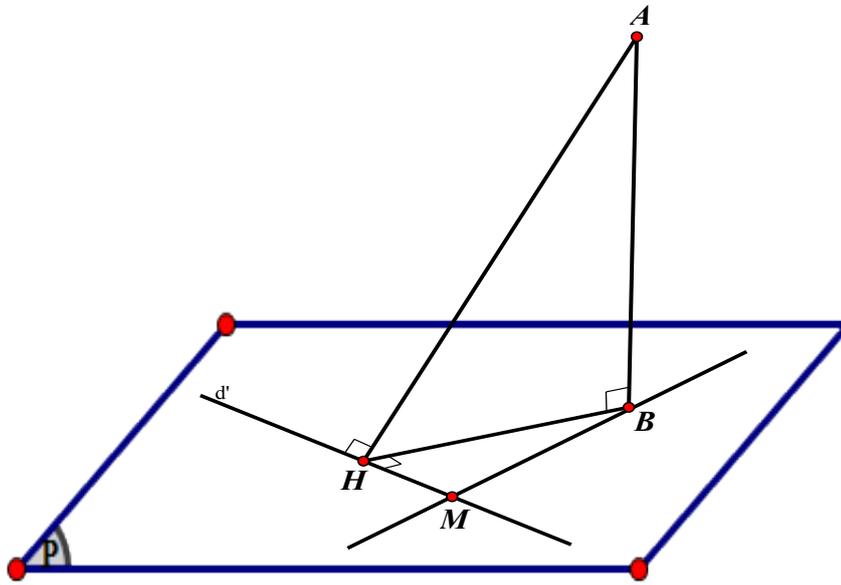
Câu 44. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; -2; 1)$, $A(1; 2; -3)$ và đường thẳng

$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm một vector chỉ phương \vec{u} của đường thẳng Δ đi qua M , vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng bé nhất.

- A.** $\vec{u} = (3; 4; -4)$. **B.** $\vec{u} = (2; 2; -1)$. **C.** $\vec{u} = (1; 0; 2)$. **D.** $\vec{u} = (1; 7; -1)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi (P) là mặt qua M và vuông góc với đường thẳng d

$$\vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = (2; 2; -1) \Rightarrow 2(x+2) + 2(y+2) - 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - z + 9 = 0 \quad (P)$$

Gọi d' là đường thẳng qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) : $\vec{u}_{d'} = \vec{n}_{(P)} = (2; 2; -1)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - t \end{cases} \quad d'$$

Gọi B là giao điểm của d' và (P) :

$$2(1+2t) + 2(2+2t) + 3 + t + 9 = 0 \Rightarrow 9t = -18 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow B(-3; -2; -1)$$

Kẻ $AH \perp \Delta \Rightarrow AH \geq AB$ nên khoảng cách từ A đến Δ nhỏ nhất bằng AB

Vậy đường thẳng Δ đi qua 2 điểm $M; B$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = \overline{MB} = (1; 0; 2)$.

Câu 45. Cho số phức z thỏa $|z - 1 + i| = 2$. Chọn phát biểu đúng:

- A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường thẳng.
- B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường Parabol.
- C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 4.
- D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 2.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = x + yi$; $(x, y \in \mathbb{R})$.

$$\text{Ta có } |z - 1 + i| = 2 \Leftrightarrow |x + yi - 1 + i| = 2 \Leftrightarrow |x - 1 + (y + 1)i| = 2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có tâm $(1; -1)$ và bán kính bằng 2.

Câu 46. Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y = x^4 - 3(m+1)x^2 + 3m + 2$; m là tham số, m là giá trị dương để (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt và tiếp tuyến của (C_m) tại giao điểm có hoành độ

lớn nhất hợp với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 24. Hỏi m có giá trị nằm trong khoảng nào dưới đây?

- A. $m \in (1; 2)$. B. $m \in \left(0; \frac{1}{3}\right)$. C. $m \in (1; 7)$. D. $m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và trục hoành là:

$$x^4 - 3(m+1)x^2 + 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm \sqrt{3m+2} \end{cases}.$$

Vì m dương nên hoành độ lớn nhất là $x = \sqrt{3m+2}$.

Ta có: $y' = 4x^3 - 6(m+1)x$.

Phương trình tiếp tuyến của (C_m) tại $(3m+2; 0)$ là $y = y'(\sqrt{3m+2})(x - \sqrt{3m+2})$.

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{3m+2} \cdot (6m+2)(x - \sqrt{3m+2})$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{3m+2} \cdot (6m+2)x - 2(9m^2 + 9m + 2) \quad (d)$$

$$\text{Gọi } A = (d) \cap Ox \Rightarrow A \left(\frac{2(9m^2 + 9m + 2)}{(6m+2)\sqrt{3m+2}}; 0 \right); B = (d) \cap Oy \Rightarrow B(0; 2(9m^2 + 9m + 2)).$$

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow S_{\Delta OAB} = 24 \Leftrightarrow \frac{1}{2} OA \cdot OB = 24 \Leftrightarrow (3m+1)^2 \cdot (3m+2)^2 = 24(3m+1)\sqrt{3m+2}$$

$$\Leftrightarrow (3m+1)(3m+2)^2 = 24\sqrt{3m+2} \quad (1).$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{3m+2} \Rightarrow t^2 - 1 = 3m+1, (t > 0).$$

$$\text{Phương trình (1) trở thành: } (t^2 - 1)t^4 = 24t \Leftrightarrow t(t^5 - t^3 - 24) = 0 \Leftrightarrow t = 2 \text{ (vì } t > 0 \text{)}.$$

$$\Rightarrow m = \frac{2}{3}.$$

Câu 47. Cho parabol $(P): y = x^2$ và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2019$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d . Tìm giá trị lớn nhất S_{\max} của S .

- A. $S_{\max} = \frac{2019^3 - 1}{6}$. B. $S_{\max} = \frac{2019^3 + 1}{6}$. C. $S_{\max} = \frac{2019^3}{3}$. D. $S_{\max} = \frac{2019^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $A(a; a^2), B(b; b^2) (a < b)$.

$$AB = (b-a)\sqrt{1+(a+b)^2} \geq b-a \Rightarrow b-a \leq 2019.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a+b=0$.

Phương trình đường thẳng $AB: y = (a+b)x - ab$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } S &= \int_a^b |(a+b)x - ab - x^2| dx = \int_a^b ((a+b)x - ab - x^2) dx \\ &= \left[\frac{1}{2}(a+b)x^2 - abx - \frac{1}{3}x^3 \right]_a^b = \frac{1}{6}(b-a)^3. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } S \leq \frac{2019^3}{6}.$$

$$\text{Vậy } S_{\max} = \frac{2019^3}{6} \text{ khi } \begin{cases} a+b=0 \\ b-a=2019 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2019}{2} \\ b = \frac{2019}{2} \end{cases}.$$

Câu 48. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$ và hai đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x=3-t' \\ y=1+t' \\ z=1-2t' \end{cases}. \text{ Biết rằng có 2 đường thẳng có các đặc điểm: song}$$

song với (P) ; cắt d, d' tạo với d góc 30° . Tính cosin của góc tạo bởi hai đường thẳng đó.

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $M(1+t; t; 2+2t) \in d$, $N(3-t'; 1+t'; 1-2t') \in d'$.

$$\overline{MN} = (2-t'-t; 1+t'-t; -1-2t'-2t), \overline{n_p} = (1; 1; -1), \overline{u_d} = (1; 1; 2)$$

Theo giả thiết ta có: $\overline{MN} \cdot \overline{n_p} = 0 \Leftrightarrow 2t' + 4 = 0 \Leftrightarrow t' = -2$.

$$\cos 30^\circ = \frac{|\overline{MN} \cdot \overline{u_d}|}{|\overline{MN}| |\overline{u_d}|} \Leftrightarrow \frac{|(4-t) + (-1-t) + 2(3-2t)|}{\sqrt{(4-t)^2 + (-1-t)^2 + (3-2t)^2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|9-6t|}{\sqrt{6t^2 - 18t + 26}\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 36t^2 - 108t - 144 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 4 \\ t_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M_1(5; 4; 10) \\ M_2(0; -1; 0) \end{cases}.$$

Khi đó $\overline{M_1N} = (0; -5; -5)$, $\overline{M_2N} = (5; 0; 5)$. Gọi α là góc tạo bởi hai đường thẳng trên, ta có

$$\cos \alpha = \frac{|\overline{M_1N} \cdot \overline{M_2N}|}{|\overline{M_1N}| |\overline{M_2N}|} = \frac{25}{\sqrt{50} \cdot \sqrt{50}} = \frac{1}{2}.$$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8$ và hai điểm $A(4; 4; 3)$, $B(1; 1; 1)$. Gọi (C) là tập hợp các điểm $M \in (S)$ để $|MA - 2MB|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết rằng (C) là một đường tròn bán kính R . Tính R .

- A. $\sqrt{6}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{7}$. D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; 3)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Với $M(x; y; z) \in (S)$ tùy ý, ta có $T = |MA - 2MB| \geq 0$. Do đó, $\min T = 0 \Leftrightarrow MA = 2MB$.

Khi đó, ta có $(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 4[(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2]$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 2z - 29 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - \frac{2}{3}z - \frac{29}{3} = 0.$$

$$\text{Ta được hệ } \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - \frac{2}{3}z - \frac{29}{3} = 0 \\ x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8 \\ z = 2 \end{cases}$$

(Lấy PT thứ nhất trừ theo về cho PT thứ hai ta được $\frac{16}{3}z - \frac{32}{3} = 0 \Leftrightarrow z - 2 = 0$)

Do đó M thuộc đường tròn (C) là giao tuyến của $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8$ và $(P): z - 2 = 0$.

Ta có $d(I; (P)) = 1$ nên đường tròn (C) có bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{7}$.

Câu 50. Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $|iz + \sqrt{2} - i| = 1$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Giá trị lớn nhất của $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. $2\sqrt{3}$. B. $3\sqrt{2}$. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|iz + \sqrt{2} - i| = 1 \Leftrightarrow |z - (1 + i\sqrt{2})| = 1$ (1); $|z_1 - z_2| = 2$ (2).

Gọi $z_0 = 1 + i\sqrt{2}$ có điểm biểu diễn là $I(1; \sqrt{2})$.

Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 .

Từ (1) và (2) ta có: $IA = IB = 1$ và $AB = 2 \Rightarrow IA + IB = AB$.

Suy ra: I là trung điểm của AB .

Ta có: $|z_1| + |z_2| = OA + OB \leq \sqrt{2(OA^2 + OB^2)}$.

$$\sqrt{2(OA^2 + OB^2)} = \sqrt{2(\overline{OI + IA})^2 + 2(\overline{OI + IB})^2} = \sqrt{4OI^2 + AB^2} = \sqrt{16} = 4.$$

Dấu bằng xảy ra khi : $OA = OB = 2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2| = 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của $|z_1| + |z_2|$ bằng 4.

Đề: 19

Đề ôn tập kiểm tra cuối kỳ 2. Môn Toán Lớp 12
File word Full lời giải chi tiết

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - (3 + 2i)| = 2$ là:

- (A). Đường tròn tâm $I(3;2)$, bán kính $R = 2$. (B). Đường tròn tâm $I(-3;2)$, bán kính $R = 2$.
(C). Đường tròn tâm $I(3;2)$, bán kính $R = \sqrt{2}$. (D). Đường tròn tâm $I(3;-2)$, bán kính $R = 2$.

Câu 2: Cho $w = \frac{z^2 - (\bar{z})^2}{1 + z \cdot \bar{z}}$ với z là số phức tùy ý cho trước với phần thực và phần khác 0. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A). w là số ảo. (B). $w = -1$. (C). $w = 1$. (D). w là số thực

Câu 3: Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm phức của phương trình: $(z^2 + z)^2 + 4(z^2 + z) - 12 = 0$. Tính

$$S = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2.$$

- (A). $S = 18$. (B). $S = 16$. (C). $S = 17$. (D). $S = 15$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 \\ z = -1 + 2t \end{cases}$, vectơ nào dưới đây là

một vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- (A). $\vec{u}_4 = (-1; 3; 2)$. (B). $\vec{u}_1 = (1; 0; -2)$. (C). $\vec{u}_2 = (1; 3; -1)$. (D). $\vec{u}_3 = (1; 0; 2)$.

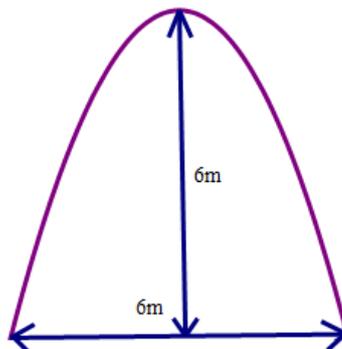
Câu 5: Cho số phức $z = 3 + 4i$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- (A). z là số thực (B). $\bar{z} = 3 - 4i$.
(C). Phần ảo của số phức z bằng 4. (D). $|z| = 5$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; -2)$; $B(3; 2; 0)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

- (A). $(x-3)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 20$. (B). $(x-3)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 5$.
(C). $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$. (D). $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 20$.

Câu 7: Cửa lớn của một trung tâm giải trí có dạng hình Parabol. Người ta dự định lắp cửa bằng cường lực 12 ly với đơn giá 800.000. Tính chi phí để lắp cửa



- (A). 9.600.000 đồng. (B). 19.200.000 đồng. (C). 33.600.000 đồng. (D). 7.200.000 đồng.

Ⓐ. $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-5}{-2}$. Ⓑ. $\Delta: \frac{x-4}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{2}$.

Ⓒ. $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+5}{2}$. Ⓓ. $\Delta: \frac{x-4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{2}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Cho hai điểm $A(-3;5;-5)$, $B(5;-3;7)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Tìm tọa độ điểm M trên mặt phẳng (P) sao cho $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất.

Ⓐ. $M(-2;1;1)$. Ⓑ. $M(2;-1;1)$. Ⓒ. $M(6;-18;12)$. Ⓓ. $M(-6;18;12)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Cho hai điểm $M(3;0;0)$, $N(2;2;2)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua M, N cắt các trục Oy, Oz lần lượt tại $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $b \neq 0$, $c \neq 0$. Hệ thức nào dưới đây là đúng?

Ⓐ. $b + c = 6$. Ⓑ. $bc = 3(b + c)$. Ⓒ. $bc = b + c$. Ⓓ. $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{6}$.

Câu 19: Cho $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cot^3 x}{\sin^2 x} dx$ và $u = \cot x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng

Ⓐ. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} u^3 du$. Ⓑ. $I = \int_0^1 u^3 du$. Ⓒ. $I = -\int_0^1 u^3 du$. Ⓓ. $I = \int_0^1 u du$.

Câu 20: Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$ biết $\int_0^2 f(x) dx = 8$. Tính

$\int_0^2 [f(2-x) + 1] dx$.

Ⓐ. -9 . Ⓑ. 9 . Ⓒ. 10 . Ⓓ. -6 .

Câu 21: Tìm các số thực x, y thỏa mãn $(1-3i)x - 2y + (1+2y)i = -3-6i$.

Ⓐ. $x = -5; y = -4$. Ⓑ. $x = 5; y = 4$. Ⓒ. $x = 5; y = -4$. Ⓓ. $x = -5; y = 4$.

Câu 22: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + bz + c = 0$, ($c \neq 0$). Tính $P = \frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2}$ theo b, c .

Ⓐ. $P = \frac{b^2 + 2c}{c}$. Ⓑ. $P = \frac{b^2 + 2c}{c^2}$. Ⓒ. $P = \frac{b^2 + 2c}{c}$. Ⓓ. $P = \frac{b^2 - 2c}{c^2}$.

Câu 22: Tìm các giá trị thực của tham số m để số phức $z = m^3 + 3m^2 - 4 + (m-1)i$ là số thuần ảo.

Ⓐ. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$. Ⓑ. $m = 1$. Ⓒ. $m = -2$. Ⓓ. $m = 0$.

Câu 23: Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 1 + 3i| = |z - 2 - i|$

- Ⓐ. Đường tròn đường kính AB với $A(1;-3)$, $B(2;1)$.
 Ⓑ. Đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(1;-3)$, $B(2;1)$.
 Ⓒ. Trung điểm của đoạn thẳng AB với $A(1;-3)$, $B(2;1)$.
 Ⓓ. Đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(-1;3)$, $B(-2;-1)$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = m^2 + 4$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) .

Ⓐ. $m = 0$. Ⓑ. $m = 2, m = -2$ Ⓒ. $m = \sqrt{5}$. Ⓓ. $m = \sqrt{5}, m = -\sqrt{5}$

Câu 25: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos^2 2x dx = \frac{\pi}{a} + \frac{b}{c}$, với a, b, c là các số nguyên dương, $\frac{b}{c}$ tối giản. Tính $P = a + b + c$

- (A). $P = 15$. (B). $P = 23$. (C). $P = 24$. (D). $P = 25$.

Câu 26: Cho $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2x+a}}$, với $a > 0$. Tìm a nguyên để $I \geq 1$.

- (A). $a = 1$. (B). $a = 0$.
(C). Vô số giá trị của a . (D). Không có giá trị nào của a .

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm $A(-1; 0; 3)$ qua mặt phẳng $(P): x + 3y - 2z - 7 = 0$.

- (A). $A'(-1; -6; 1)$. (B). $A'(0; 3; 1)$. (C). $A'(1; 6; -1)$. (D). $A'(11; 0; -5)$.

Câu 28: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$.

- (A). $\int f(x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$. (B). $\int f(x) dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C$.
(C). $\int f(x) dx = 3^x + C$. (D). $\int f(x) dx = 3^x \cdot \ln 3 + C$.

Câu 29: Số phức $z = 4 - 3i$ có điểm biểu diễn là

- (A). $M(4; 3)$. (B). $M(3; 4)$. (C). $M(4; -3)$. (D). $M(-3; 4)$.

Câu 30: Tính $I = \int_{-1}^1 \frac{x^3}{x^2 + 2} dx$.

- (A). $I = 1$. (B). $I = 0$. (C). $I = 3$. (D). $I = -3$.

Câu 31: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4y + 5z + 8 = 0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) có số đo là:

- (A). 45° . (B). 90° . (C). 30° . (D). 60° .

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu?

- (A). $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 10 = 0$. (B). $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 2z - 2 = 0$.
(C). $x^2 + 2y^2 + z^2 + 2x - 2y - 2z - 2 = 0$. (D). $x^2 - y^2 + z^2 + 2x - 2y - 2z - 2 = 0$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (0 \leq x \leq 3)$ là một hình vuông cạnh là $\sqrt{9 - x^2}$. Tính thể tích V của vật thể.

- (A). $V = 171$ (B). $V = 171\pi$. (C). $V = 18$. (D). $V = 18\pi$.

Câu 34: Tìm số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$.

- (A). $z = \frac{2}{3} - 4i$. (B). $z = -\frac{2}{3} + 4i$. (C). $z = \frac{2}{3} + 4i$. (D). $z = -\frac{2}{3} - 4i$.

Câu 35: Biết $\int \frac{(x-1)^{2016}}{(x+2)^{2018}} dx = \frac{1}{a} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^b + C, x \neq -2$, với a, b nguyên dương. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A). $a < b$. (B). $a = b$. (C). $a = 3b$. (D). $b - a = 4034$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ của \vec{u} là

- (A). $\vec{u} = (2; 3; -1)$. (B). $\vec{u} = (2; -1; 3)$. (C). $\vec{u} = (2; 3; 1)$. (D). $\vec{u} = (2; -3; -1)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(\alpha): x + 3y + z - 2 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A). Đường thẳng d cắt mặt phẳng (α) .
- (B). Đường thẳng d nằm trên mặt phẳng (α) .
- (C). Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) .
- (D). Đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) .

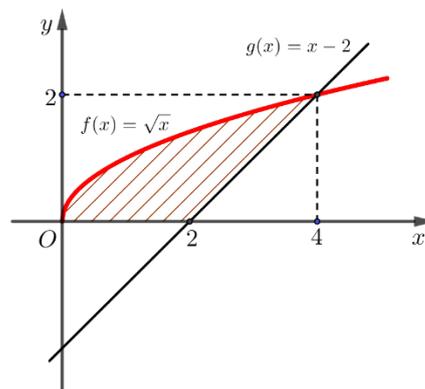
Câu 38: Cho hai hàm số $F(x) = (x^2 + ax + b)e^x$, $f(x) = (x^2 + 3x + 4)e^x$. Biết a, b là các số thực để $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tính $S = a + b$.

- (A). $S = -6$.
- (B). $S = 12$.
- (C). $S = 6$.
- (D). $S = 4$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(e; +\infty)$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln x}$ và $f(e^2) = 0$. Tính $f(e^4)$.

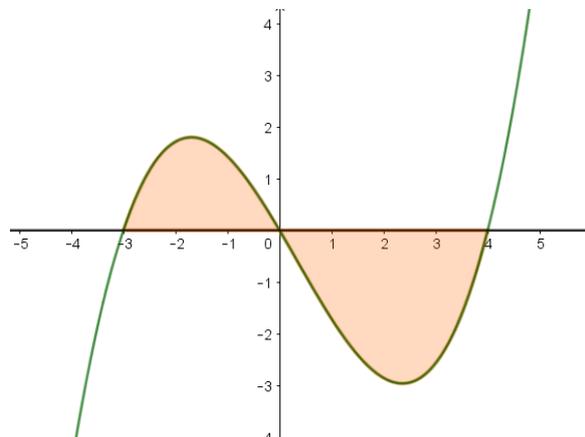
- (A). $f(e^4) = \ln 2$.
- (B). $f(e^4) = -\ln 2$.
- (C). $f(e^4) = 3 \ln 2$.
- (D). $f(e^4) = 2$.

Câu 40: Cho hình phẳng (H) . Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.



- (A). $V = 8\pi$.
- (B). $V = 10\pi$.
- (C). $V = \frac{8\pi}{3}$.
- (D). $V = \frac{16\pi}{3}$.

Câu 41: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích S của hình phẳng được tính theo công thức dưới đây?



- (A). $S = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx$.
- (B). $S = \int_{-3}^4 f(x) dx$.
- (C). $S = -\int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx$.
- (D). $S = \int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$.

Câu 42: Tìm số thực $m > 1$ thỏa mãn $\int_1^m x(2 \ln x + 1) dx = 2m^2$.

- (A). $m = e$.
- (B). $m = 2$.
- (C). $m = 0$.
- (D). $m = e^2$.

Câu 43: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ là đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R = 3$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- Ⓐ. $|z-1|=3$. Ⓑ. $|z-i|=3$. Ⓒ. $|z-i|=\sqrt{3}$. Ⓓ. $|z+i|=\sqrt{3}$.

Câu 44: Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $-i\sqrt{3}$ và $i\sqrt{3}$ làm nghiệm?

- Ⓐ. $z^2+5=0$. Ⓑ. $z^2+3=0$. Ⓒ. $z^2+9=0$. Ⓓ. $z^2+\sqrt{3}=0$.

Câu 45: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-1+i|=1$ và $z_2=2iz_1$. Tìm giá trị nhỏ nhất P_{\min} của biểu thức $P=|2z_1-z_2|$.

- Ⓐ. $P_{\min}=2-\sqrt{2}$. Ⓑ. $P_{\min}=8-\sqrt{2}$. Ⓒ. $P_{\min}=2-2\sqrt{2}$. Ⓓ. $P_{\min}=4-2\sqrt{2}$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;2;1)$, $M(3;0;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M , nằm trong mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ điểm A đến Δ là nhỏ nhất. Gọi véc tơ $\vec{u}=(a;b;c)$ là một véc tơ chỉ phương của Δ (a, b, c là các số nguyên có ước chung lớn nhất là 1). Tính $P=a+b+c$

- Ⓐ. -1 Ⓑ. 1 Ⓒ. 2 Ⓓ. 0

Câu 47: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=\sqrt{2}$, $|z_2|=2$. Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z_1 và z_2 . Biết góc giữa hai vectơ \vec{OM}, \vec{ON} bằng 45° . Tính giá trị của biểu thức

$$P = \left| \frac{z_1+z_2}{z_1-z_2} \right|.$$

- Ⓐ. $\sqrt{5}$. Ⓑ. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. Ⓒ. $\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$. Ⓓ. $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-2}$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;2)$; $N(1;-1;-1)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z+2=0$. Một mặt cầu đi qua $M; N$ tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm E . Biết E luôn thuộc một đường tròn cố định, tính bán kính đường tròn đó.

- Ⓐ. $R = \frac{\sqrt{10}}{2}$. Ⓑ. $R = \sqrt{10}$. Ⓒ. $R = 10$. Ⓓ. $R = 2\sqrt{5}$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0)=1$ và $f'(x)=(6x-3x^2).f(x)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có nghiệm duy nhất.

- Ⓐ. $\begin{cases} m > e^4 \\ 0 < m < 1 \end{cases}$. Ⓑ. $1 < m < e^4$. Ⓒ. $\begin{cases} m > e^4 \\ m < 1 \end{cases}$. Ⓓ. $1 \leq m \leq e^4$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.C	4.B	5.A	6.B	7.B	8.B	9.D	10.A
11.D	12.B	13.D	14.D	15.D	16.D	17.C	18.D	19.B	20.C
21.B	22.A	23.B	24.D	25.D	26.D	27.C	28.A	29.C	30.B
31.D	32.B	33.C	34.C	35.C	36.D	37.B	38.D	39.A	40.D
41.A	42.D	43.B	44.B	45.D	46.D	47.A	48.D	49.A	

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-(3+2i)|=2$ là:

- A.** Đường tròn tâm $I(3;2)$, bán kính $R=2$. **B.** Đường tròn tâm $I(-3;2)$, bán kính $R=2$.
C. Đường tròn tâm $I(3;2)$, bán kính $R=\sqrt{2}$. **D.** Đường tròn tâm $I(3;-2)$, bán kính $R=2$.

Lời giải

Gọi số phức $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $|z - (3 + 2i)| = 2 \Leftrightarrow |x + yi - (3 + 2i)| = 2 \Leftrightarrow |(x - 3) + (y - 2)i| = 2$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x - 3)^2 + (y - 2)^2} = 2 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(3;2)$, bán kính $R=2$.

Câu 2: Cho $w = \frac{z^2 - (\bar{z})^2}{1 + z\bar{z}}$ với z là số phức tùy ý cho trước với phần thực và phần ảo khác 0. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** w là số ảo. **B.** $w = -1$. **C.** $w = 1$. **D.** w là số thực.

Lời giải

Gọi số phức $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

Ta có: $w = \frac{z^2 - (\bar{z})^2}{1 + z\bar{z}} = \frac{(x + yi)^2 - (x - yi)^2}{1 + x^2 + y^2} = \frac{x^2 + 2xyi - y^2 - x^2 + 2xyi + y^2}{1 + x^2 + y^2}$
 $= \frac{4xy}{1 + x^2 + y^2}i$.

Vậy w là số ảo.

Câu 3: Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm phức của phương trình: $(z^2 + z)^2 + 4(z^2 + z) - 12 = 0$. Tính

$S = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2$.

- A.** $S = 18$. **B.** $S = 16$. **C.** $S = 17$. **D.** $S = 15$.

Lời giải

Ta có: $(z^2 + z)^2 + 4(z^2 + z) - 12 = 0 \Leftrightarrow (z^2 + z - 2)(z^2 + z + 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 + z - 2 = 0 \\ z^2 + z + 6 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 \\ z_2 = -2 \\ z_3 = \frac{-1 + i\sqrt{23}}{2} \\ z_4 = \frac{-1 - i\sqrt{23}}{2} \end{cases}$

Suy ra $S = 1^2 + (-2)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{23}}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{23}}{2}\right)^2 = 17$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 \\ z = -1 + 2t \end{cases}$, vectơ nào dưới đây là một

vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A.** $\vec{u}_4 = (-1; 3; 2)$. **B.** $\vec{u}_1 = (1; 0; -2)$. **C.** $\vec{u}_2 = (1; 3; -1)$. **D.** $\vec{u}_3 = (1; 0; 2)$.

Lời giải

d có vector chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 0; 2) \Rightarrow \vec{u}_1 = (1; 0; -2) = -1\vec{u}$ cũng là một vector chỉ phương của đường thẳng d .

Câu 5: Cho số phức $z = 3 + 4i$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Mệnh đề nào dưới đây **sai** ?

- A.** z là số thực. **B.** $\bar{z} = 3 - 4i$.
C. Phần ảo của số phức z bằng 4. **D.** $|z| = 5$.

Lời giải.

Số phức có phần ảo bằng 0 là số thực.
 Mà số phức $z = 3 + 4i$ có phần ảo bằng 4.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; -2)$; $B(3; 2; 0)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

- A.** $(x-3)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 20$. **B.** $(x-3)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 5$.
C. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$. **D.** $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 20$.

Lời giải

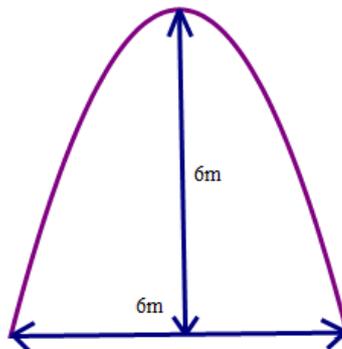
Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB :

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \Rightarrow I(3; 0; -1) \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases}$$

$$IA = \sqrt{(3-3)^2 + (-2-0)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{5}$$

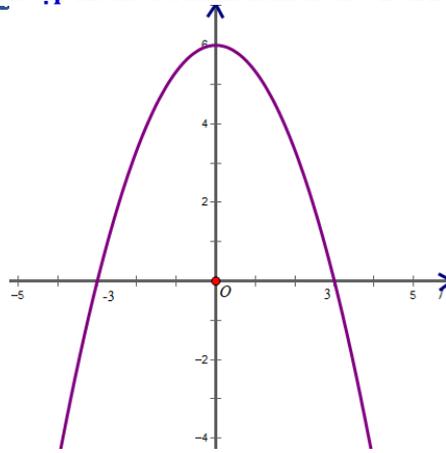
Mặt cầu có đường kính AB nên nhận I là trung điểm của AB làm tâm, bán kính $R = IA = \sqrt{5}$ có phương trình là: $(x-3)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 5$.

Câu 7: Cửa lớn của một trung tâm giải trí có dạng hình Parabol. Người ta dự định lắp cửa bằng cường lực 12 ly với đơn giá 800.000. Tính chi phí để lắp cửa.



- A.** 9.6.00.000 đồng. **B.** 19.200.000 đồng. **C.** 33.600.000 đồng. **D.** 7.200.000 đồng.

Lời giải



Vì cánh cửa có hình dạng (P) nên ta chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

Gọi (P) có dạng: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

Vì (P) đi qua điểm $(3;0)$ nên ta có: $9a + 3b + c = 0$

Và (P) có đỉnh là $(0;6)$ nên ta có: $0^2 \cdot a + 0b + c = 6 \Leftrightarrow c = 6$

(P) có trục đối xứng là $x = 0$ nên ta có: $\frac{-b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$

Thay $b = 0$ và $c = 6$ vào phương trình ta có: $9a + 6 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{-2}{3}$.

Vậy phương trình của (P) là: $y = \frac{-2}{3}x^2 + 6$.

Diện tích của cửa là: $S = 2 \cdot \int_0^3 \left(\frac{-2}{3}x^2 + 6 \right) dx = \left(\frac{-4}{9}x^3 + 12x \right) \Big|_0^3 = \frac{-4}{9} \cdot 3^3 + 12 \cdot 3 = 24 \text{ (m}^2\text{)}.$

Chi phí để lắp đặt cửa lớn là: $24 \cdot 800000 = 19.200.000$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; -1)$ và hai mặt phẳng

$(P): 2x - z + 1 = 0$, $(Q): y - 2 = 0$.

Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với hai mặt phẳng (P) , (Q)

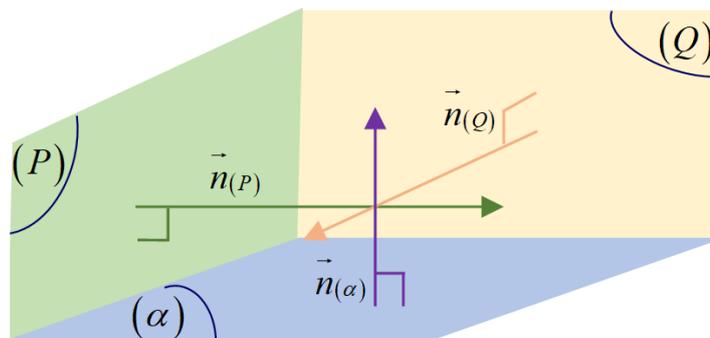
A. $(\alpha): 2x - y + z - 4 = 0$.

B. $(\alpha): x + 2z - 4 = 0$.

C. $(\alpha): 2x + y - 4 = 0$.

D. $(\alpha): x + 2y + z = 0$.

Lời giải



$(P): 2x - z + 1 = 0 \Rightarrow \vec{n}_{(P)} = (2; 0; -1)$

$(Q): y - 2 = 0 \Rightarrow \vec{n}_{(Q)} = (0; 1; 0)$

Vì $(\alpha) \perp (P) \Rightarrow \vec{u}_{(\alpha)} = \vec{n}_{(P)} = (2; 0; -1)$

Và $(\alpha) \perp (Q) \Rightarrow \vec{u}_{2(\alpha)} = \vec{n}_{(P)} = (0; 1; 0)$

Khi đó: $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \left(\left[\begin{array}{c|c|c} 0 & -1 & 2 \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline 2 & 0 & 1 \end{array} \right] \right) = (1; 0; 2)$

Ta có: (α) đi qua $A(2; -1; 1)$ và $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; 0; 2)$ là véc tơ pháp tuyến.

Suy ra, phương trình tổng quát của (α) là:

$$1.(x-2) + 0.(y+1) + 2.(z-1) = 0 \Leftrightarrow x - 2 + 2z - 2 = 0 \Leftrightarrow x + 2z - 4 = 0.$$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 0; 1)$, $B(-1; -2; 0)$, $C(2; 0; -1)$. Tập hợp các điểm M cách đều ba điểm A, B, C là đường thẳng Δ . Viết phương trình đường thẳng Δ .

A.
$$\begin{cases} x = \frac{1}{3} + t \\ y = -\frac{2}{3} + t \\ z = t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{1}{3} + t \\ y = -\frac{2}{3} - t \\ z = t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -\frac{3}{2} + t \\ z = t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} + t \\ y = -1 - t \\ z = -\frac{1}{2} + t \end{cases}$$

Lời giải

Cách 1:

Vì tập hợp các điểm M cách đều 3 điểm A, B, C là đường thẳng Δ nên Δ là đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC và $\Delta \perp (ABC)$.

Gọi $I(x; y; z)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khi đó: $IA = IB$, $IA = IC$ và

$$\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AI} \text{ đồng phẳng. Tức là: } \begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \\ [\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AI} = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Ta có: $\overline{AI} = (x; y; z-1)$, $\overline{BI} = (x+1; y+2; z)$, $\overline{CI} = (x-2; y; z+1)$,

$$\overline{AB} = (-1; -2; -1), \overline{AC} = (2; 0; -2) \Rightarrow [\overline{AB}, \overline{AC}] = (4; -4; 4).$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + (z-1)^2 = (x+1)^2 + (y+2)^2 + z^2 \\ x^2 + y^2 + (z-1)^2 = (x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 \\ 4x - 4y + 4z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 4y - 2z = 4 \\ 4x - 4z = 4 \\ 4x - 4y + 4z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -1 \\ z = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Mặt khác, $\Delta \perp (ABC)$ nên một véc tơ chỉ phương của Δ là

$$\vec{u}_{\Delta} = [\overline{AB}, \overline{AC}] = (4; -4; 4) = 4(1; -1; 1) \Rightarrow \text{phương trình đường thẳng } \Delta \text{ là } \begin{cases} x = \frac{1}{2} + t \\ y = -1 - t \\ z = -\frac{1}{2} + t \end{cases}$$

Cách 2:

Viết phương trình 2 mặt phẳng trung trực của 2 đoạn thẳng AB và AC . Giao tuyến của hai mặt phẳng đó là phương trình đường thẳng Δ cần tìm.

Cách 3:

Vì $\Delta \perp (ABC)$ nên \vec{u}_{Δ} cùng phương với vectơ $[\overline{AB}, \overline{AC}] = (4; -4; 4) = 4(1; -1; 1)$, suy ra loại 2 phương án A, C .

Sau đó chọn 1 điểm bất kì thuộc Δ từ phương án B hoặc D, kiểm tra tính chất $MA = MB = MC$ rồi suy ra chọn phương án D.

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$, véc tơ nào dưới đây

Câu 10:

là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

- A. $\vec{n}_1 = (3; 6; 2)$. B. $\vec{n}_3 = (-3; 6; 2)$. C. $\vec{n}_2 = (2; 1; 3)$. D. $\vec{n}_4 = (-3; 6; -2)$.

Lời giải

Ta có phương trình mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x + 6y + 2z - 6 = 0$.

Do đó một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (3; 6; 2)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) chứa trục Ox và đi qua điểm $M(2; -1; 3)$.

- A. $(\alpha): -y + 3z = 0$. B. $(\alpha): 2x - z + 1 = 0$.
C. $(\alpha): x + 2y + z - 3 = 0$. D. $(\alpha): 3y + z = 0$.

Lời giải

Cách 1: Ta có $\begin{cases} \vec{i} = (1; 0; 0) \\ \overrightarrow{OM} = (2; -1; 3) \end{cases} \Rightarrow [\vec{i}, \overrightarrow{OM}] = (0; -3; -1)$.

Do đó (α) qua điểm O và có 1 véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 3; 1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $3(y-0) + (z-0) = 0$ hay $3y + z = 0$.

Vậy chọn phương án D.

Cách 2

Mặt phẳng (α) chứa Ox nên loại B và C.

Thay tọa độ điểm M vào phương trình ở phương án A và D. Suy ra chọn phương án D.

Câu 12: Hàm số $f(x)$ nào dưới đây thoả mãn $\int f(x) dx = \ln|x+3| + C$?

- A. $f(x) = (x+3)\ln(x+3) - x$. B. $f(x) = \frac{1}{x+3}$.
C. $f(x) = \frac{1}{x+2}$. D. $f(x) = \ln(\ln(x+3))$.

Lời giải

Ta có $\int f(x) dx = \ln|x+3| + C \Rightarrow f(x) = (\ln|x+3| + C)' = \frac{(x+3)'}{x+3} = \frac{1}{x+3}$.

Vậy chọn phương án B.

Câu 13: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y^2 - 2y + x = 0$ và đường thẳng $x + y - 2 = 0$. Tính diện tích S của hình (H) .

- A. $S = 6$. B. $S = 14$. C. $S = \frac{17}{6}$. D. $S = \frac{1}{6}$.

Lời giải

Ta có $y^2 - 2y + x = 0 \Leftrightarrow x = -y^2 + 2y$; $x + y - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -y + 2$.

Phương trình tung độ giao điểm của đường cong $y^2 - 2y + x = 0$ và đường thẳng $x + y - 2 = 0$ là:

$$-y^2 + 2y = -y + 2 \Leftrightarrow y^2 - 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Diện tích S của hình (H) là $S = \int_1^2 \left| (-y^2 + 2y) - (-y + 2) \right| dy = \frac{1}{6}$.

Câu 14: Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+i)z - \frac{3+4i}{2-i} = (1-i)^2$. Tính

$P = 10a + 10b$.

A. $P = -42$.

B. $P = 20$.

C. $P = 4$.

D. $P = 2$.

Lời giải

Ta có $(1+i)z - \frac{3+4i}{2-i} = (1-i)^2 \Leftrightarrow z = \frac{(1-i)^2 + \frac{3+4i}{2-i}}{1+i} \Leftrightarrow z = \frac{3}{10} - \frac{1}{10}i$.

Suy ra $a = \frac{3}{10}$; $b = -\frac{1}{10}$.

Khi đó $P = 10a + 10b = 10 \cdot \frac{3}{10} + 10 \cdot \left(-\frac{1}{10}\right) = 2$.

Câu 15: Tìm phần thực a của số phức $z = i^2 + \dots + i^{2019}$.

A. $a = 1$.

B. $a = -2^{1009}$.

C. $a = 2^{1009}$.

D. $a = -1$.

Lời giải

Cách 1:

$$z = i^2 + \dots + i^{2019}$$

Với $n \geq 1$, ta có:

$$i^{4n} = 1, i^{4n+1} = i, i^{4n+2} = -1, i^{4n+3} = -i$$

$$\Rightarrow i^{4n} + i^{4n+1} + i^{4n+2} + i^{4n+3} = 0$$

$$\Rightarrow (i^4 + i^5 + i^6 + i^7) + \dots + (i^{2016} + i^{2017} + i^{2018} + i^{2019}) = 0$$

$$\Rightarrow z = i^2 + \dots + i^{2019} = i^2 + i^3 = -1 - i$$

$$\Rightarrow a = -1.$$

Cách 2:

Ta có $z = i^2 + \dots + i^{2019}$ là tổng của dãy một CSN với số hạng đầu tiên $u_1 = -1$, công bội $q = i$ và $n = 2018$.

Do đó ta có $z = i^2 \frac{i^{2018} - 1}{i - 1} = -1 - i$. Suy ra $a = -1$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 0 \\ z = -5+t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 - 2t' \\ z = 5 + 3t' \end{cases}$.

Viết phương trình đường vuông góc chung Δ của d_1 và d_2 .

A. $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-5}{-2}$.

B. $\Delta: \frac{x-4}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{2}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+5}{2}$.

D. $\Delta: \frac{x-4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{2}$.

Lời giải

Gọi A và B lần lượt là giao điểm của Δ với d_1 và d_2

$$\Rightarrow A(1+t; 0; -5+t); B(0; 4-2t'; 5+3t')$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-1-t; 4-2t'; 10+3t'-t).$$

$$\overrightarrow{u_1} = (1; 0; 1); \overrightarrow{u_2} = (0; -2; 3).$$

Do Δ vuông góc với d_1 và d_2 nên:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_1} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1-t+10+3t'-t=0 \\ -2(4-2t')+3(10+3t'-t)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2t+3t'=-9 \\ -3t+13t'=-22 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=3 \\ t'=-1 \end{cases} \Rightarrow A(4; 0; -2); B(0; 6; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-4; 6; 4).$$

Một vecto chỉ phương của Δ là: $\vec{u} = (-2; 3; 2)$.

Phương trình đường thẳng Δ qua A nhận $\vec{u} = (-2; 3; 2)$ làm vtcp là: $\Delta: \frac{x-4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{2}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Cho hai điểm $A(-3; 5; -5), B(5; -3; 7)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Tìm tọa độ điểm M trên mặt phẳng (P) sao cho $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất.

A. $M(-2; 1; 1)$.

B. $M(2; -1; 1)$.

C. $M(6; -18; 12)$.

D. $M(-6; 18; 12)$.

Lời giải

Cách 1.

Gọi $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$ nên ta có $a + b + c = 0$

$$\begin{aligned} MA^2 - 2MB^2 &= (-3-a)^2 + (5-b)^2 + (-5-c)^2 - 2[(5-a)^2 + (-3-b)^2 + (7-c)^2] \\ &= -a^2 - b^2 - c^2 + 26a - 22b + 38c - 107 = -[(a-13)^2 + (b+11)^2 + (c-19)^2] + 544. \end{aligned}$$

Theo BĐT Bunnhia ta có

$$a + b + c = 0 \Rightarrow |-21| = |(a-13) + (b+11) + (c-19)| \leq \sqrt{3[(a-13)^2 + (b+11)^2 + (c-19)^2]}$$

$$\Rightarrow (a-13)^2 + (b+11)^2 + (c-19)^2 \geq 147$$

$$MA^2 - 2MB^2 = -[(a-13)^2 + (b+11)^2 + (c-19)^2] + 544 \leq 397$$

Dấu bằng xảy ra khi:

$$\frac{a-13}{1} = \frac{b+11}{1} = \frac{c-19}{1} = -7 \Leftrightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=-18 \\ c=12 \end{cases} \Rightarrow M(6; -18; 12).$$

Cách 2.

M thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$ nên loại **B, D**.

Với $M(-2; 1; 1) \Rightarrow MA^2 - 2MB^2 = -149$, với $M(6; -18; 12) \Rightarrow MA^2 - 2MB^2 = 397$

Từ đó loại **A**. Vậy đáp án là **C**.

Cách 3.

Ta có thể dùng tâm tỷ cự như sau:

Gọi I thỏa mãn

$$IA - 2IB = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{IO} + \vec{OA} - 2(\vec{IO} + \vec{OB}) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OI} = 2\vec{OB} - \vec{OA} \Leftrightarrow I(13; -11; 19).$$

Khi đó: $MA^2 - 2MB^2 = (\overline{MA})^2 - 2(\overline{MB})^2 = (\overline{MI} + \overline{IA})^2 - 2(\overline{MI} + \overline{IB})^2 = -MI^2 + (IA^2 - 2IB^2)$ lớn nhất khi I là hình chiếu vuông góc của M lên $(P) \Rightarrow M(6; -18; 12)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Cho hai điểm $M(3; 0; 0)$, $N(2; 2; 2)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua M, N cắt các trục Oy, Oz lần lượt tại $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, $b \neq 0$, $c \neq 0$. Hệ thức nào dưới đây là đúng?

A. $b+c=6$.

B. $bc=3(b+c)$.

C. $bc=b+c$.

D. $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{6}$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua $M(3; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ nên phương trình mặt phẳng (P) theo đoạn chắn là: $\frac{x}{3} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Mặt phẳng (P) đi qua $N(2; 2; 2)$ suy ra $\frac{2}{3} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{6}$.

Câu 19: Cho $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cot^3 x}{\sin^2 x} dx$ và $u = \cot x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} u^3 du$.

B. $I = \int_0^1 u^3 du$.

C. $I = -\int_0^1 u^3 du$.

D. $I = \int_0^1 u du$.

Lời giải

Đặt $u = \cot x \Rightarrow du = -\frac{1}{\sin^2 x} dx$.

Khi đó $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow u = 1$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow u = 0$.

Suy ra $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cot^3 x}{\sin^2 x} dx = -\int_1^0 u^3 du = \int_0^1 u^3 du$.

Câu 20: Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 2]$ biết $\int_0^2 f(x) dx = 8$. Tính

$$\int_0^2 [f(2-x) + 1] dx.$$

A. -9.

B. 9.

C. 10.

D. -6.

Lời giải

Đặt $t = 2 - x \Rightarrow dt = -dx$.

Khi đó $x = 0 \Rightarrow t = 2$; $x = 2 \Rightarrow t = 0$.

Suy ra $\int_0^2 [f(2-x) + 1] dx = \int_2^0 f(t) dt + \int_0^2 dx = \int_0^2 f(t) dt + 2 = 10$.

Câu 21: Tìm các số thực x, y thỏa mãn $(1-3i)x-2y+(1+2y)i=-3-6i$.

- A. $x=-5; y=-4$. **B. $x=5; y=4$.** C. $x=5; y=-4$. D. $x=-5; y=4$.

Lời giải

Ta có:

$$(1-3i)x-2y+(1+2y)i=-3-6i \Leftrightarrow (x-2y)+(-3x+2y+1)i=-3-6i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-3 \\ -3x+2y+1=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}$$

Câu 22. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+bz+c=0, (c \neq 0)$. Tính $P = \frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2}$ theo b, c .

- A. $P = \frac{b^2+2c}{c}$. B. $P = \frac{b^2+2c}{c^2}$. C. $P = \frac{b^2+2c}{c}$. **D. $P = \frac{b^2-2c}{c^2}$.**

Lời giải

Ta có : $z_1+z_2=-b, z_1z_2=c$.

$$P = \frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2} = \frac{z_1^2+z_2^2}{z_1^2z_2^2} = \frac{(z_1+z_2)^2-2z_1z_2}{(z_1z_2)^2} = \frac{b^2-2c}{c^2}$$

Câu 22: Tìm các giá trị thực của tham số m để số phức $z = m^3 + 3m^2 - 4 + (m-1)i$ là số thuần ảo.

- A. $\begin{cases} m=1 \\ m=-2 \end{cases}$.** B. $m=1$. C. $m=-2$. D. $m=0$.

Lời giải

$$\text{Để số phức } z \text{ là số thuần ảo} \Leftrightarrow m^3 + 3m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-2 \end{cases}$$

Câu 23: Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z-1+3i| = |z-2-i|$

- A. Đường tròn đường kính AB với $A(1;-3), B(2;1)$.
B. Đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(1;-3), B(2;1)$.
 C. Trung điểm của đoạn thẳng AB với $A(1;-3), B(2;1)$.
 D. Đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(-1;3), B(-2;-1)$.

Lời giải

Gọi M, A, B lần lượt là điểm biểu diễn số phức $z, 1-3i, 2+i$.

$$\text{Ta có: } |z-1+3i| = |z-2-i| \Leftrightarrow |\overline{MA}| = |\overline{MB}| \Leftrightarrow MA = MB$$

Vậy tập hợp điểm M theo yêu cầu bài toán là: Đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(1;-3), B(2;1)$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = m^2 + 4$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) .

- A. $m=0$. B. $m=2, m=-2$ C. $m=\sqrt{5}$. **D. $m=\sqrt{5}, m=-\sqrt{5}$**

Lời giải

$$d(I, (oyz)) = R \Leftrightarrow \frac{|-3|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2}} = \sqrt{m^2 + 4} \Leftrightarrow m^2 + 4 = 9 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{5}.$$

Câu 25: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos^2 2x dx = \frac{\pi}{a} + \frac{b}{c}$, với a, b, c là các số nguyên dương, $\frac{b}{c}$ tối giản. Tính $P = a + b + c$

A. $P = 15$.

B. $P = 23$.

C. $P = 24$.

D. $P = 25$.

Lời giải

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos^2 2x dx = \int_0^{\frac{\pi}{8}} \left(\frac{1 + \cos 4x}{2} \right) dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{8}} (1 + \cos 4x) dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{4} \sin 4x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{8}} = \frac{\pi}{16} + \frac{1}{8}.$$

$$\Rightarrow a = 16, b = 1, c = 8.$$

$$\text{Vậy } P = a + b + c = 16 + 8 + 1 = 25.$$

Câu 26: Cho $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2x+a}}$, với $a > 0$. Tìm a nguyên để $I \geq 1$.

A. $a = 1$.

B. $a = 0$.

C. Vô số giá trị của a .

D. Không có giá trị nào của a .

Lời giải

$$\text{Đặt } t = \sqrt{2x+a} \Rightarrow t^2 = 2x+a \Rightarrow t dt = dx.$$

$$x = 0 \Rightarrow t = \sqrt{a}, x = 1 \Rightarrow t = \sqrt{2+a}$$

$$I = \int_{\sqrt{a}}^{\sqrt{2+a}} \frac{t dt}{t} = \int_{\sqrt{a}}^{\sqrt{2+a}} dt = t \Big|_{\sqrt{a}}^{\sqrt{2+a}} = \sqrt{2+a} - \sqrt{a}.$$

$$I \geq 1 \Leftrightarrow \sqrt{2+a} - \sqrt{a} \geq 1 \Leftrightarrow \sqrt{2+a} \geq \sqrt{a} + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ 2+a \geq a+1+2\sqrt{a} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ 2\sqrt{a} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a \leq \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < a \leq \frac{1}{4}.$$

Vậy không có giá trị nào của a .

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm $A(-1; 0; 3)$ qua mặt phẳng $(P): x + 3y - 2z - 7 = 0$.

A. $A'(-1; -6; 1)$.

B. $A'(0; 3; 1)$.

C. $A'(1; 6; -1)$.

D. $A'(11; 0; -5)$.

Lời giải

Tác giả: Kim Liên; Fb: Kim Liên

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) .

$$\text{Phương trình tham số của đường thẳng } \Delta \text{ là } \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases}.$$

Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng (P) . Suy ra $H = \Delta \cap (P)$.

Tham số t ứng với tọa độ điểm H là nghiệm của phương trình

$$(-1+t) + 3.3t - 2(3-2t) - 7 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Do đó $H(0;3;1)$.

Điểm A' đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (P) khi và chỉ khi H là trung điểm của đoạn thẳng AA' . Suy ra $A' = (1; 6; -1)$.

Câu 28: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$.

A. $\int f(x)dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C$.

C. $\int f(x)dx = 3^x + C$.

D. $\int f(x)dx = 3^x \cdot \ln 3 + C$.

Lời giải

Tác giả: Đào Thị Hương; Fb: Hương Đào

Ta có $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

Câu 29: Số phức $z = 4 - 3i$ có điểm biểu diễn là

A. $M(4;3)$.

B. $M(3;4)$.

C. $M(4;-3)$.

D. $M(-3;4)$.

Lời giải

Tác giả: Đào Thị Hương; Fb: Hương Đào

Số phức $z = 4 - 3i$ có điểm biểu diễn là $M(4;-3)$.

$$I = \int_{-1}^1 \frac{x^3}{x^2+2} dx$$

Câu 30: Tính

A. $I = 1$.

B. $I = 0$.

C. $I = 3$.

D. $I = -3$.

Lời giải

Cách 1: Sử dụng Máy tính cầm tay.

Cách 2: Ta có

$$I = \int_{-1}^1 \frac{x^3}{x^2+2} dx = \int_{-1}^1 \left(x - \frac{2x}{x^2+2} \right) dx = \int_{-1}^1 x dx - \int_{-1}^1 \frac{d(x^2+2)}{x^2+2} = \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^1 - \ln|x^2+2| \Big|_{-1}^1 = 0.$$

Câu 31: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$

và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4y + 5z + 8 = 0$.

Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) có số đo là:

A. 45° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải

Δ có VTCP $\vec{u} = (2;1;1)$.

(α) có VTPT $\vec{n} = (3;4;5)$.

$$\text{Ta có: } \sin(\widehat{\Delta, \alpha}) = \left| \cos(\vec{n}; \vec{u}) \right| = \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} \sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow \widehat{\Delta, \alpha} = 60^\circ.$$

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 10 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 2z - 2 = 0$.

C. $x^2 + 2y^2 + z^2 + 2x - 2y - 2z - 2 = 0$.

D. $x^2 - y^2 + z^2 + 2x - 2y - 2z - 2 = 0$.

Lời giải

Ta có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 2z - 2 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Phương trình này là phương trình mặt cầu tâm $I(-1;1;1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

PP làm nhanh trắc nghiệm:

Để dàng nhận thấy đáp án C, D không đúng do hệ số trước x^2, y^2, z^2 không bằng nhau.

Trong hai đáp án A, B thì hệ số của x^2, y^2, z^2 bằng nhau nhưng hệ số tự do trong đáp án B là số âm nên ta chọn ngay đáp án B.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (0 \leq x \leq 3)$ là một hình vuông cạnh là $\sqrt{9-x^2}$. Tính thể tích V của vật thể.

A. $V = 171$

B. $V = 171\pi$.

C. $V = 18$.

D. $V = 18\pi$.

Lời giải

Ta có thể tích của vật thể là $V = \int_0^3 (\sqrt{9-x^2})^2 dx = \int_0^3 (9-x^2) dx = \left(9x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^3 = 18$.

Câu 34: Tìm số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$.

A. $z = \frac{2}{3} - 4i$.

B. $z = -\frac{2}{3} + 4i$.

C. $z = \frac{2}{3} + 4i$.

D. $z = -\frac{2}{3} - 4i$.

Lời giải

Giả sử số phức cần tìm là $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$, ta có:

$$z + 2\bar{z} = 2 - 4i \Leftrightarrow x + yi + 2(x - yi) = 2 - 4i \Leftrightarrow 3x - yi = 2 - 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 2 \\ -y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = 4 \end{cases}$$

Suy ra $z = \frac{2}{3} + 4i$.

Câu 35: Biết $\int \frac{(x-1)^{2016}}{(x+2)^{2018}} dx = \frac{1}{a} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^b + C, x \neq -2$, với a, b nguyên dương. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < b$.

B. $a = b$.

C. $a = 3b$.

D. $b - a = 4034$.

Lời giải

Cách 1

Xét hàm số $F(x) = \frac{1}{a} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^b + C, x \neq -2$. Ta có:

$$F'(x) = \frac{b}{a} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^{b-1} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)' + C' = \frac{b}{a} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^{b-1} \frac{3}{(x+2)^2} = \frac{3b}{a} \frac{(x-1)^{b-1}}{(x+2)^{b-1+2}} = \frac{3b}{a} \frac{(x-1)^{b-1}}{(x+2)^{b+1}}$$

Khi đó $\frac{(x-1)^{2016}}{(x+2)^{2018}} = \frac{3b}{a} \frac{(x-1)^{b-1}}{(x+2)^{b+1}}$. Suy ra $\begin{cases} a = 3b \\ b = 2017 \end{cases}$.

Cách 2

Đặt $t = \frac{x-1}{x+2}$, $dt = \frac{3}{(x+2)^2} dx$, ta có:

$$\int \frac{(x-1)^{2016}}{(x+2)^{2018}} dx = \int \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^{2016} \frac{dx}{(x+2)^2} = \frac{1}{3} \int \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^{2016} \frac{3dx}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{1}{3} \int t^{2016} dt = \frac{t^{2017}}{3 \cdot 2017} + C = \frac{1}{3 \cdot 2017} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^{2017} + C. \text{ Khi đó}$$

$$\frac{1}{3 \cdot 2017} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^{2017} = \frac{1}{a} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^b. \text{ Suy ra } \begin{cases} b = 2017 \\ a = 3b \end{cases}. \text{ Vậy phương án C đúng.}$$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ của \vec{u} là

- A. $\vec{u} = (2; 3; -1)$. B. $\vec{u} = (2; -1; 3)$. C. $\vec{u} = (2; 3; 1)$. **D. $\vec{u} = (2; -3; -1)$.**

Lời giải

Theo định nghĩa tọa độ của một vectơ ta chọn đáp án **D**.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(\alpha): x + 3y + z - 2 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đường thẳng d cắt mặt phẳng (α) .
B. Đường thẳng d nằm trên mặt phẳng (α) .
 C. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) .
 D. Đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) .

Lời giải

Thay $\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ vào phương trình $x + 3y + z - 2 = 0$ ta được:

$$t + 3(1-t) - 1 + 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow 0t + 0 = 0.$$

Suy ra đường thẳng d nằm trên mặt phẳng (α) .

Câu 38: Cho hai hàm số $F(x) = (x^2 + ax + b)e^x$, $f(x) = (x^2 + 3x + 4)e^x$. Biết a, b là các số thực để $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = -6$. B. $S = 12$. C. $S = 6$. **D. $S = 4$.**

Lời giải

Nhận xét: Bài này sẽ chặt chẽ hơn nếu thêm điều kiện $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} .

Từ giả thiết ta có $F'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow (2x+a)e^x + (x^2 + ax + b)e^x = (x^2 + 3x + 4)e^x, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (2+a)x + a + b = x^2 + 3x + 4, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Đồng nhất hai vế ta có
$$\begin{cases} a+2=3 \\ a+b=4 \end{cases}$$

Suy ra $S = a + b = 4$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(e; +\infty)$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln x}$ và $f(e^2) = 0$. Tính $f(e^4)$.

- A.** $f(e^4) = \ln 2$. **B.** $f(e^4) = -\ln 2$. **C.** $f(e^4) = 3 \ln 2$. **D.** $f(e^4) = 2$.

Lời giải

Cách 1.

Từ giả thiết suy ra $f(x) = \int \frac{1}{x \cdot \ln x} dx, f(e^2) = 0$.

Ta có $f(x) = \int \frac{1}{x \cdot \ln x} dx = \int \frac{1}{\ln x} d(\ln x) = \ln(\ln x) + C, \forall x > e$.

$f(e^2) = 0 \Leftrightarrow \ln(\ln e^2) + C = 0 \Leftrightarrow C = -\ln 2 \Rightarrow f(x) = \ln(\ln x) - \ln 2$.

Suy ra $f(e^4) = \ln(\ln e^4) - \ln 2 = \ln 4 - \ln 2 = 2 \ln 2 - \ln 2 = \ln 2$.

Cách 2.

Ta có $\int_{e^2}^{e^4} \frac{1}{x \ln x} dx = f(e^4) - f(e^2)$ với $f(e^2) = 0$

Suy ra $f(e^4) = \int_{e^2}^{e^4} \frac{1}{x \ln x} dx \Leftrightarrow f(e^4) = \ln(\ln e^4) - \ln(\ln e^2) = \ln 2$.

Cách 3. Dùng máy tính cầm tay

Dạng toán: Cho hàm $f(x)$ biết $f'(x)$ và $f(a)$. Tính $f(b)$

Suy luận: Nếu $a < b$ ta có $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a) \Rightarrow f(b) = \int_a^b f'(x) dx + f(a)$.

Thao tác trên máy tính:

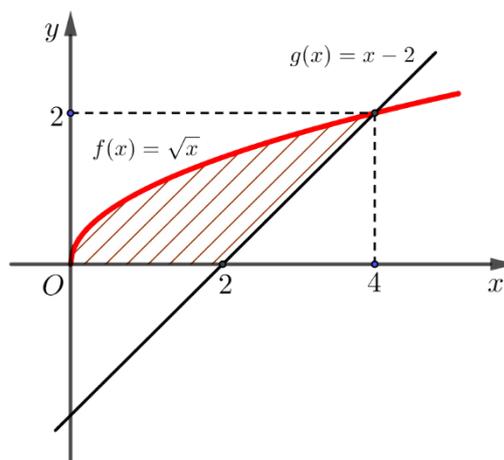
Nhập vào máy tính $\int_a^b f'(x) dx + f(a)$ rồi gán cho một biến nhớ, giả sử A.

Gọi biến nhớ A ra màn hình rồi trừ lần lượt kết quả ở các đáp án A, B, C, D. Phép trừ nào cho giá trị bằng 0 thì đáp án đó sẽ đúng.

Thao tác trên màn hình $\int_{e^2}^{e^4} \frac{1}{x \ln x} dx$, gán biến nhớ và thực hiện trừ lần lượt cho kết quả ở các

đáp án A, B, C, D. Phép trừ nào cho kết quả bằng 0 thì đáp án đó đúng.

Câu 40: Cho hình phẳng (H). Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.



- A. $V = 8\pi$. B. $V = 10\pi$. C. $V = \frac{8\pi}{3}$. **D. $V = \frac{16\pi}{3}$.**

Lời giải

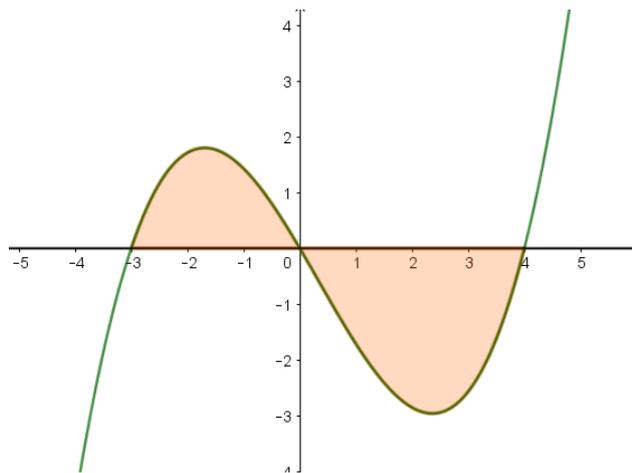
Gọi (D_1) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = 0$, $x = 4$, $f(x) = \sqrt{x}$ và trục hoành.

(D_2) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = 2$, $x = 4$, $g(x) = x - 2$ và trục hoành.

Kí hiệu V_1, V_2 tương ứng là thể tích của các khối tròn xoay tạo thành khi quay $(D_1), (D_2)$ quanh trục hoành.

$$\text{Khi đó, } V = V_1 - V_2 = \pi \int_0^4 f^2(x) dx - \pi \int_2^4 g^2(x) dx = \pi \int_0^4 x dx - \pi \int_2^4 (x-2)^2 dx = 8\pi - \frac{8\pi}{3} = \frac{16\pi}{3}.$$

Câu 41: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích S của hình phẳng được tính theo công thức dưới đây?



A. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-3}^4 f(x) dx$.

C. $S = -\int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$.

Lời giải

Ta có:

$$S = \int_{-3}^4 |f(x)| dx = \int_{-3}^0 |f(x)| dx + \int_0^4 |f(x)| dx = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx.$$

Câu 42: Tìm số thực $m > 1$ thỏa mãn $\int_1^m x(2 \ln x + 1) dx = 2m^2$.

- A. $m = e$. B. $m = 2$. C. $m = 0$. **D. $m = e^2$.**

Lời giải

Cách 1:

Gọi $I = \int_1^m x(2 \ln x + 1) dx$.

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = 2 \ln x + 1 \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } I = \frac{x^2}{2} (2 \ln x + 1) \Big|_1^m - \int_1^m \frac{2}{x} \cdot \frac{x^2}{2} dx$$

$$\Rightarrow I = \frac{x^2}{2} (2 \ln x + 1) \Big|_1^m - \int_1^m x dx = \frac{x^2}{2} (2 \ln x + 1) \Big|_1^m - \frac{x^2}{2} \Big|_1^m$$

$$\Rightarrow I = \left(x^2 \cdot \ln x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^m = (x^2 \cdot \ln x) \Big|_1^m$$

$$\Rightarrow I = m^2 \cdot \ln m.$$

Theo đề ta có: $I = 2m^2 \Rightarrow m^2 \cdot \ln m = 2m^2 \Rightarrow \ln m = 2 \ (m > 1) \Rightarrow m = e^2$. Chọn đáp án D.

Cách 2:

Dựa vào điều kiện $m > 1$, loại đáp án C.

Thế số, bấm máy tính kiểm tra, chọn đáp án D.

Câu 43: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ là đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R = 3$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $|z-1|=3$. **B. $|z-i|=3$.** C. $|z-i|=\sqrt{3}$. D. $|z+i|=\sqrt{3}$.

Lời giải

Cách 1.

Đặt $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

Vì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ là đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R = 3$ nên suy ra $a^2 + (b-1)^2 = 9$.

Ta có $z = a + bi \Rightarrow z - i = a + (b-1)i \Rightarrow |z - i| = \sqrt{a^2 + (b-1)^2} = 3$.

Cách 2.

Do điểm M biểu diễn số phức z nằm trên đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R = 3$ nên $MI = 3$ mà điểm $I(0;1)$ biểu diễn số phức i nên $|z - i| = 3$.

Câu 44: Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $-i\sqrt{3}$ và $i\sqrt{3}$ làm nghiệm?

- A. $z^2 + 5 = 0$. **B. $z^2 + 3 = 0$.** C. $z^2 + 9 = 0$. D. $z^2 + \sqrt{3} = 0$.

Lời giải

Tác giả: giang văn thảo; Fb: Văn thảo

Cách 1.

Giả sử hai số phức lần lượt là $z_1 = -i\sqrt{3}$ và $z_2 = i\sqrt{3}$

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} S = z_1 + z_2 = 0 \\ P = z_1 z_2 = 3 \end{cases}$$

Vậy z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $Z^2 - S.Z + P = 0$ hay $Z^2 + 3 = 0$

Cách 2.

Dùng máy tính thử trực tiếp hai nghiệm vào các đáp án thì thấy đáp án B thỏa mãn.

Câu 45: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 1 + i| = 1$ và $z_2 = 2iz_1$. Tìm giá trị nhỏ nhất P_{\min} của biểu thức $P = |2z_1 - z_2|$.

- A. $P_{\min} = 2 - \sqrt{2}$. **B. $P_{\min} = 8 - \sqrt{2}$.** C. $P_{\min} = 2 - 2\sqrt{2}$. **D. $P_{\min} = 4 - 2\sqrt{2}$.**

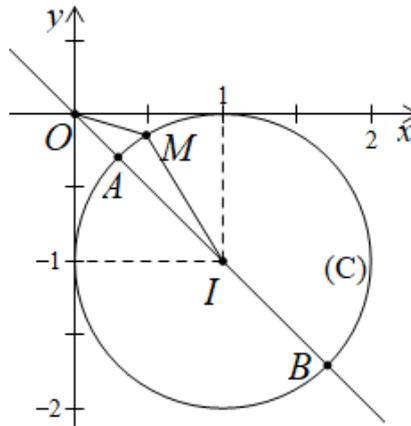
Lời giải

Từ $z_2 = 2iz_1$ ta được $P = |2z_1 - z_2| = |2z_1 - 2iz_1| = |(2 - 2i)z_1| = |2 - 2i| \cdot |z_1| = 2\sqrt{2} \cdot |z_1|$

Gọi $M(a;b)$ là điểm biểu diễn hình học của số phức z_1 .

Từ giả thiết $|z_1 - 1 + i| = 1$ ta được $|(a-1) + (b+1)i| = 1 \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b+1)^2 = 1$.

Suy ra M thuộc đường tròn (C) có tâm $I(1;-1)$ bán kính $R=1$.



Ta có $P = 2\sqrt{2}|z_1| = 2\sqrt{2}.OM$ nên P đạt giá trị nhỏ nhất khi OM là nhỏ nhất

Giả sử OI cắt đường tròn (C) tại hai điểm A, B với A nằm giữa O và I .

Ta có $OM + MI \geq OI \Leftrightarrow OM + MI \geq OA + AI \Leftrightarrow OM \geq OA$

Nên OM nhỏ nhất bằng OA khi $M \equiv A$ và $OM = OI - R = \sqrt{2} - 1$.

Khi đó $P_{\min} = 2\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1) = 4 - 2\sqrt{2}$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;2;1)$, $M(3;0;0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M , nằm trong mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ điểm A đến Δ là nhỏ nhất. Gọi véc tơ $\vec{u} = (a;b;c)$ là một véc tơ chỉ phương của Δ (a, b, c là các số nguyên có ước chung lớn nhất là 1). Tính $P = a + b + c$

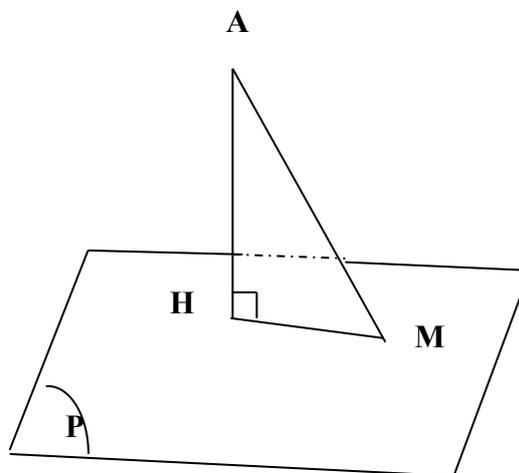
A. -1

B. 1

C. 2

D. 0

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P) . Khi đó AH là khoảng cách từ A đến (P) . Suy ra đường thẳng Δ cần tìm chính là đường thẳng nằm trong (P) đi qua M và H

+ Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) là
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số})$$

Ta có $H = (P) \cap d$ thay phương trình tham số d vào phương trình mặt phẳng ta được $3 + t + 2 + t + 1 + t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$

Vậy $H(2;1;0)$ là hình chiếu vuông góc của A trên (P)

+Đường thẳng Δ nhận \overline{MH} làm véc tơ chỉ phương. $\overline{MH} = (-1;1;0) \Rightarrow a+b+c=0$

Câu 47: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = \sqrt{2}, |z_2| = 2$. Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z_1 và z_2 . Biết góc giữa hai vectơ $\overline{OM}, \overline{ON}$ bằng 45° . Tính giá trị của biểu thức

$$P = \left| \frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2} \right|.$$

A. $\sqrt{5}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$.

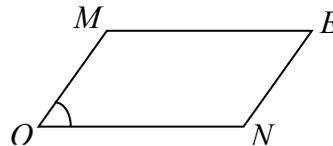
D. $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-2}$.

Lời giải

Cách 1:

Trong mặt phẳng phức với hệ trục tọa độ Oxy , gọi E là đỉnh thứ 4 của hình bình hành $OMEN$ thì dễ thấy $\overline{OM} - \overline{ON} = \overline{NM}$ và $\overline{OM} + \overline{ON} = \overline{OE}$.

Vì M, N lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z_1 và z_2 nên $|z_1 - z_2| = NM, |z_1 + z_2| = OE$



Trong tam giác OMN , ta có $MN^2 = OM^2 + ON^2 - 2.OM.ON.\cos 45^\circ = 2 \Rightarrow MN = \sqrt{2}$.

Trong tam giác OME , ta có $OE^2 = OM^2 + ME^2 - 2.OM.ME.\cos 135^\circ = 10 \Rightarrow OE = \sqrt{10}$.

Do đó: $P = \left| \frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2} \right| = \frac{|z_1 + z_2|}{|z_1 - z_2|} = \frac{OE}{MN} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{5}$.

Cách 2:

Chọn hai số phức thỏa yêu cầu bài toán là $z_1 = 1+i$ và $z_2 = 2$.

Khi đó: $P = \left| \frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2} \right| = \left| \frac{3+i}{-1+i} \right| = \sqrt{5}$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;2); N(1;-1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+2=0$. Một mặt cầu đi qua $M; N$ tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm E . Biết E luôn thuộc một đường tròn cố định, tính bán kính đường tròn đó.

A. $R = \frac{\sqrt{10}}{2}$.

B. $R = \sqrt{10}$.

C. $R = 10$.

D. $R = 2\sqrt{5}$.

Lời giải

à Hòa

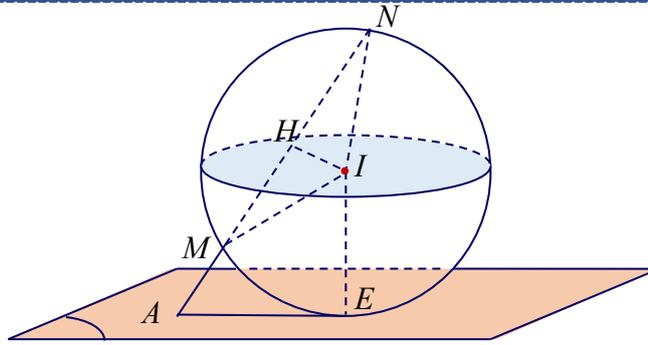
Phương trình đường thẳng $MN: \begin{cases} x = 1 \\ y = -t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$.

Đường thẳng MN cắt mặt phẳng (P) tại $A(1;1;5)$.

Ta có $AM = \sqrt{10}; AN = 2\sqrt{10}; MN = \sqrt{10}$

Gọi I là tâm mặt cầu và H là trung điểm của MN .

Ta có hình vẽ như sau:



Hướng giải thứ nhất:

Mặt phẳng (MNE) cắt mặt cầu theo một hình tròn. Phương tích của điểm A đối với đường tròn đó ta có đẳng thức: $AE^2 = AM \cdot AN = 20$.

Vậy điểm E luôn thuộc đường tròn tâm A bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

Hướng giải thứ hai:

Lần lượt xét các tam giác vuông EAI , HIM và HIA .

Ta có $AE^2 = IA^2 - IE^2 = IA^2 - IM^2$.

$AE^2 = AH^2 + IH^2 - MH^2 - IH^2 = AH^2 - MH^2 = 20$

Vậy điểm E luôn thuộc đường tròn tâm A bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = 1$ và $f'(x) = (6x - 3x^2) \cdot f(x)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất.

A. $\begin{cases} m > e^4 \\ 0 < m < 1 \end{cases}$

B. $1 < m < e^4$.

C. $\begin{cases} m > e^4 \\ m < 1 \end{cases}$

D. $1 \leq m \leq e^4$.

Lời giải

Theo giả thiết $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên ta có $f'(x) = (6x - 3x^2) \cdot f(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = 6x - 3x^2$.

Suy ra $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int (6x - 3x^2) dx \Rightarrow \ln f(x) = 3x^2 - x^3 + C$.

Mặt khác $f(0) = 1$ nên $C = \ln f(0) = \ln 1 = 0$. Vậy $\ln f(x) = 3x^2 - x^3 \Leftrightarrow f(x) = e^{3x^2 - x^3}$.

Ta có $f'(x) = (6x - 3x^2) \cdot e^{3x^2 - x^3}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0
$f(x)$	$+\infty$	1	e^4	0

Nhận xét:

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$. Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ suy ra phương trình $f(x) = m$ có

nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $\begin{cases} m > e^4 \\ 0 < m < 1 \end{cases}$

Đề: 20

Đề ôn tập kiểm tra cuối kỳ 2. Môn Toán Lớp 12
File word Full lời giải chi tiết

- Câu 1:** Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức z_1 ?
 Ⓐ. $P(-1; -\sqrt{2}i)$. Ⓑ. $Q(-1; \sqrt{2}i)$. Ⓒ. $N(-1; \sqrt{2})$. Ⓓ. $M(-1; -\sqrt{2})$.
- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và nhận $\vec{n} = (1; -2; 3)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là
 Ⓐ. $x - 2y - 3z + 6 = 0$. Ⓑ. $x - 2y - 3z - 6 = 0$.
 Ⓒ. $x - 2y + 3z - 12 = 0$. Ⓓ. $x - 2y + 3z + 12 = 0$.
- Câu 3:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?
 Ⓐ. $M(1; -1; -3)$. Ⓑ. $N(3; -2; -1)$. Ⓒ. $P(1; -1; -5)$. Ⓓ. $Q(5; -3; 3)$.
- Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(1; -2; 4)$, $F(1; -2; -3)$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho tổng $ME + MF$ có giá trị nhỏ nhất. Tìm tọa độ của điểm M .
 Ⓐ. $M(-1; 2; 0)$. Ⓑ. $M(-1; -2; 0)$. Ⓒ. $M(1; -2; 0)$. Ⓓ. $M(1; 2; 0)$.
- Câu 5:** Tính tích phân $I = \int_0^1 2e^x dx$.
 Ⓐ. $I = e^2 - 2e$. Ⓑ. $I = 2e$. Ⓒ. $I = 2e + 2$. Ⓓ. $I = 2e - 2$.
- Câu 6:** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 + 2 \sin x$ và $f(0) = 3$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?
 Ⓐ. $f(x) = 3x - 2 \cos x + 5$. Ⓑ. $f(x) = 3x + 2 \cos x + 3$.
 Ⓒ. $f(x) = 3x - 2 \cos x + 3$. Ⓓ. $f(x) = 3x + 2 \cos x + 5$.
- Câu 7:** Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 + 2i)z + i\bar{z} = 7 + 5i$. Tính $S = 4a + 3b$.
 Ⓐ. $S = 7$. Ⓑ. $S = 24$. Ⓒ. $S = -7$. Ⓓ. $S = 0$.
- Câu 8:** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$.
 Ⓐ. $\int 3^x dx = 3^x + C$. Ⓑ. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$. Ⓒ. $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$. Ⓓ. $\int 3^x dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C$.
- Câu 9:** Biết $\int_2^3 \frac{1}{x+1} dx = \ln \frac{m}{n}$, khi đó, tổng $m + n$ bằng
 Ⓐ. 12. Ⓑ. 7. Ⓒ. 1. Ⓓ. 5.
- Câu 10:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) , biết (α) song song với $(P): 2x + y - 2z + 11 = 0$ và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là một đường tròn có chu vi bằng 8π .
 Ⓐ. $2x + y - 2z + 11 = 0$. Ⓑ. $2x - y - 2z - 7 = 0$.
 Ⓒ. $2x + y - 2z - 5 = 0$. Ⓓ. $2x + y - 2z - 7 = 0$.

Câu 11: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx$.

- Ⓐ. $I = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$. Ⓑ. $I = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Ⓒ. $I = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. Ⓓ. $I = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là?

- Ⓐ. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Ⓑ. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.
 Ⓒ. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Ⓓ. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $3f(x) + xf'(x) = x^{2018}$, với mọi $x \in [0;1]$. Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- Ⓐ. $I = \frac{1}{2018.2021}$. Ⓑ. $I = \frac{1}{2019.2020}$. Ⓒ. $I = \frac{1}{2019.2021}$. Ⓓ. $I = \frac{1}{2018.2019}$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính bằng công thức?

- Ⓐ. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. Ⓑ. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. Ⓒ. $S = \int_a^b f^2(x) dx$. Ⓓ. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và a là số dương. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- Ⓐ. $\int_a^a f(x) dx = 0$. Ⓑ. $\int_a^a f(x) dx = a^2$. Ⓒ. $\int_a^a f(x) dx = 2a$. Ⓓ. $\int_a^a f(x) dx = 1$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 2)$. Tính độ dài đoạn thẳng OM .

- Ⓐ. $OM = \sqrt{5}$. Ⓑ. $OM = 9$. Ⓒ. $OM = \sqrt{3}$. Ⓓ. $OM = 3$.

Câu 17: Biết $\int f(x) dx = -x^2 + 2x + C$. Tính $\int f(-x) dx$.

- Ⓐ. $x^2 + 2x + C'$. Ⓑ. $-x^2 + 2x + C'$. Ⓒ. $-x^2 - 2x + C'$. Ⓓ. $x^2 - 2x + C'$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là?

- Ⓐ. $I(4; -3; 1)$. Ⓑ. $I(-4; 3; 1)$. Ⓒ. $I(-4; 3; -1)$. Ⓓ. $I(4; 3; 1)$.

Câu 19: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z = 4-3i+2z$. Số phức liên hợp của số phức z là?

- Ⓐ. $\bar{z} = 2+i$. Ⓑ. $\bar{z} = -2+i$. Ⓒ. $\bar{z} = -2-i$. Ⓓ. $\bar{z} = 2-i$.

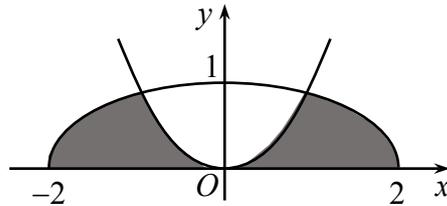
Câu 20: Biết phương trình $z^2 + 2z + m = 0$ ($m \in \mathbb{R}$) có một nghiệm phức $z_1 = -1+3i$ và z_2 là nghiệm phức còn lại. Số phức $z_1 + 2z_2$ là?

- Ⓐ. $-3+3i$. Ⓑ. $-3-9i$. Ⓒ. $-3-3i$. Ⓓ. $-3+9i$.

- Câu 21:** Cho vật thể B giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$. Cắt vật thể B với mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x , ($0 \leq x \leq 2$) ta được thiết diện có diện tích bằng $x^2(2-x)$. Thể tích của vật thể B là:
- Ⓐ. $V = \frac{2}{3}\pi$. Ⓑ. $V = \frac{2}{3}$. Ⓒ. $V = \frac{4}{3}$. Ⓓ. $V = \frac{4}{3}\pi$.
- Câu 22:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$ và $(Q): x+2y-2z-1=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là:
- Ⓐ. $\frac{4}{9}$. Ⓑ. $\frac{2}{3}$. Ⓒ. $\frac{4}{3}$. Ⓓ. $-\frac{4}{3}$.
- Câu 23:** Cho số phức $z = -3 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng
- Ⓐ. -1 . Ⓑ. $-i$. Ⓒ. -5 . Ⓓ. $-5i$.
- Câu 24:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và $y = x$ bằng
- Ⓐ. $\frac{8}{3}$. Ⓑ. $-\frac{4}{3}$. Ⓒ. $\frac{4}{3}$. Ⓓ. $\frac{2}{3}$.
- Câu 25:** Số phức $z = \frac{4-3i}{i}$ có phần thực là:
- Ⓐ. 3 . Ⓑ. -3 . Ⓒ. -4 . Ⓓ. 4 .
- Câu 26:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x^3 + 2x - 2) = 3x - 1$. Tính $I = \int_1^{10} f(x) dx$.
- Ⓐ. $\frac{135}{4}$. Ⓑ. $\frac{125}{4}$. Ⓒ. $\frac{105}{4}$. Ⓓ. $\frac{75}{4}$.
- Câu 27:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
- Ⓐ. $\int \sin x dx = \cos x + C$. Ⓑ. $\int \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{x^2} + C$.
 Ⓒ. $\int e^x dx = e^x + C$. Ⓓ. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$.
- Câu 28:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ \vec{u} biết $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$.
- Ⓐ. $\vec{u} = (5; -3; 2)$. Ⓑ. $\vec{u} = (2; -3; 5)$. Ⓒ. $\vec{u} = (2; 5; -3)$. Ⓓ. $\vec{u} = (-3; 5; 2)$.
- Câu 29:** Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính môđun của số phức \bar{z} .
- Ⓐ. $|\bar{z}| = a^2 + b^2$. Ⓑ. $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$. Ⓒ. $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 - b^2}$. Ⓓ. $|\bar{z}| = \sqrt{a + b}$.
- Câu 30:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; -1; 3)$ tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là
- Ⓐ. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$. Ⓑ. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$.
 Ⓒ. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 2$. Ⓓ. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 3$.
- Câu 31:** Biết $\int f(x) dx = F(x) + C$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
- Ⓐ. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$. Ⓑ. $\int_a^b f(x) dx = F(b) \cdot F(a)$.
 Ⓒ. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$. Ⓓ. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.
- Câu 32:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; -1; 2)$ và $N(2; 1; 4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN .

- (A). $3x + y - 1 = 0$. (B). $y + z - 3 = 0$. (C). $x - 3y - 1 = 0$. (D). $2x + y - 2z = 0$.

Câu 33: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và nửa đường elip có phương trình $y = \frac{1}{2}\sqrt{4-x^2}$ và trục hoành. Gọi S là diện tích của, biết $S = \frac{a\pi + b\sqrt{3}}{c}$. Tính $P = a + b + c$.



- (A). $P = 9$. (B). $P = 12$. (C). $P = 15$. (D). $P = 17$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(2; -3; 1)$ có phương trình tham số là:

- (A). $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \\ z = 3 + 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. (B). $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -8 + 5t \\ z = 5 - 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.
 (C). $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \\ z = -3 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. (D). $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 5t \\ z = 1 + 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1; -2; 1)$, $B(2; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm H của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là

- (A). $H(0; -5; -1)$. (B). $H(1; -5; -1)$. (C). $H(4; 1; 0)$. (D). $H(5; 0; -1)$.

Câu 36: Tính tích phân $A = \int \frac{1}{x \ln x} dx$ bằng cách đặt $t = \ln x$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- (A). $A = \int dt$. (B). $A = \int \frac{1}{t^2} dt$. (C). $A = \int t dt$. (D). $A = \int \frac{1}{t} dt$.

Câu 37: Biết rằng $\int_0^1 xe^{2x} dx = ae^2 + b$. Tính $P = a + b$.

- (A). $P = \frac{1}{2}$. (B). $P = 0$. (C). $P = \frac{1}{4}$. (D). $P = 1$.

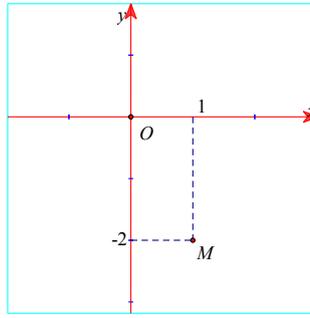
Câu 38: Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}$, $y = 0$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ quanh Ox .

- (A). $V = 3$. (B). π . (C). 1 . (D). 3π .

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho m, n là hai số thực dương thỏa mãn $m + 2n = 1$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $(P): mx + ny + mnz - mn = 0$ với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Khi mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có bán kính nhỏ nhất thì $2m + n$ có giá trị bằng

- (A). $\frac{3}{5}$. (B). $\frac{4}{5}$. (C). $\frac{2}{5}$. (D). 1 .

Câu 40: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z tìm phần thực và phần ảo của số phức z .



- (A). Phần thực là 1 và phần ảo là $-2i$. (B). Phần thực là -2 và phần ảo là 1.
 (C). Phần thực là -2 và phần ảo là i . (D). Phần thực là 1 và phần ảo là -2 .

Câu 41: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$.

- (A). $\int (2x + 1)dx = \frac{x^2}{2} + x + C$. (B). $\int (2x + 1)dx = x^2 + x + C$.
 (C). $\int (2x + 1)dx = 2x^2 + 1 + C$. (D). $\int (2x + 1)dx = x^2 + C$.

Câu 42: Một ô tô đang chạy với vận tốc 54km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a(t) = 3t - 8$ (m/s²) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Quãng đường mà ô tô đi được sau 10s kể từ lúc tăng tốc là

- (A). 150m. (B). 250m. (C). 246m. (D). 540m.

Câu 43: Xét số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, b > 0$) thỏa mãn $|z| = 1$. Tính $P = 2a + 4b^2$ khi $|z^3 - z + 2|$ đạt giá trị lớn nhất.

- (A). $P = 4$. (B). $P = 2 - \sqrt{2}$. (C). $P = 2$. (D). $P = 2 + \sqrt{2}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(2; -1; 2)$ và nhận $\vec{u}(-1; 2; -1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là:

- (A). $\Delta: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. (B). $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$.
 (C). $\Delta: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$. (D). $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 45: Số phức $z = 2 - 3i$ có phần ảo là.

- (A). 2. (B). 3. (C). $3i$. (D). -3 .

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ và điểm $I(2; 1; -1)$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ cắt trục Ox tại hai điểm A, B . Tính độ dài đoạn AB .

- (A). $AB = 2\sqrt{6}$. (B). $AB = 24$. (C). $AB = 4$. (D). $AB = \sqrt{6}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- (A). $\vec{n} = (1; 1; -2)$. (B). $\vec{n} = (0; 0; -2)$. (C). $\vec{n} = (1; -2; 1)$. (D). $\vec{n} = (-2; 1; 1)$.

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

- (A). $I(2; -1; 0), R = 4$. (B). $I(2; -1; 0), R = 2$. (C). $I(-2; 1; 0), R = 2$. (D). $I(-2; 1; 0), R = 4$.

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng $x - 3y + 2z + 1 = 0$?

- (A). $N(0; 1; 1)$. (B). $Q(2; 0; -1)$. (C). $M(3; 1; 0)$. (D). $P(1; 1; 1)$.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t, (t \in \mathbb{R}), \\ z = -2 + t \end{cases}$ điểm $M(1;2;-1)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 10y + 14z + 64 = 0$. Gọi Δ' là đường thẳng đi qua M cắt đường thẳng Δ tại A , cắt mặt cầu tại B sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$ và điểm B có hoành độ là số nguyên. Mặt phẳng trung trực đoạn AB có phương trình là
 Ⓐ. $2x + 4y - 4z - 19 = 0$. Ⓑ. $3x - 6y - 6z - 62 = 0$.
 Ⓒ. $2x - 4y - 4z - 43 = 0$. Ⓓ. $3x + 6y - 6z - 31 = 0$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	A	C	D	A	D	B	B	D	A	B	C	A	A	D	A	C	B	C	C	C	C	C	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	B	B	A	D	B	A	B	A	D	A	D	B	D	B	B	C	A	D	A	A	C	A	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức z_1 ?
 A. $P(-1; -\sqrt{2}i)$. B. $Q(-1; \sqrt{2}i)$. C. $N(-1; \sqrt{2})$. **D. $M(-1; -\sqrt{2})$.**

Lời giải

$$z^2 + 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + \sqrt{2}i \\ z = -1 - \sqrt{2}i \end{cases}$$

z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm $\Rightarrow z_1 = -1 - \sqrt{2}i$.

Vậy $M(-1; -\sqrt{2})$ là điểm biểu diễn số phức z_1 .

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và nhận $\vec{n} = (1; -2; 3)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là
 A. $x - 2y - 3z + 6 = 0$. B. $x - 2y - 3z - 6 = 0$.
 C. $x - 2y + 3z - 12 = 0$. **D. $x - 2y + 3z + 12 = 0$.**

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (α) là $(x-1) - 2(y-2) + 3(z+3) = 0 \Rightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0$.

- Câu 3:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?
- A.** $M(1; -1; -3)$. **B.** $N(3; -2; -1)$. **C.** $P(1; -1; -5)$. **D.** $Q(5; -3; 3)$.

Lời giải

Thay tọa độ điểm M vào phương trình đường thẳng d ta được $\frac{-2}{2} = \frac{1}{-1} = \frac{-2}{4}$. Vậy điểm M không thuộc đường thẳng d .

- Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(1; -2; 4)$, $F(1; -2; -3)$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho tổng $ME + MF$ có giá trị nhỏ nhất. Tìm tọa độ của điểm M .
- A.** $M(-1; 2; 0)$. **B.** $M(-1; -2; 0)$. **C.** $M(1; -2; 0)$. **D.** $M(1; 2; 0)$.

Lời giải

Hai điểm $E(1; -2; 4)$, $F(1; -2; -3)$ nằm về hai phía mặt phẳng (Oxy) .

Vì $\overline{EF} = (0; 0; -7) \Rightarrow EF$ vuông góc với (Oxy) .

Vậy điểm M thuộc (Oxy) sao cho tổng $ME + MF$ có giá trị nhỏ nhất là giao điểm của EF với (Oxy) , hay chính là hình chiếu vuông góc của E trên (Oxy) .

Vậy $M = (1; -2; 0)$.

- Câu 5:** Tính tích phân $I = \int_0^1 2e^x dx$.
- A.** $I = e^2 - 2e$. **B.** $I = 2e$. **C.** $I = 2e + 2$. **D.** $I = 2e - 2$.

Lời giải

Ta có $I = \int_0^1 2e^x dx = 2e^x \Big|_0^1 = 2e - 2$.

- Câu 6.** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 + 2 \sin x$ và $f(0) = 3$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?
- A.** $f(x) = 3x - 2 \cos x + 5$. **B.** $f(x) = 3x + 2 \cos x + 3$.
- C.** $f(x) = 3x - 2 \cos x + 3$. **D.** $f(x) = 3x + 2 \cos x + 5$.

Lời giải

$f(x) = \int f'(x) dx = \int (3 + 2 \sin x) dx = 3x - 2 \cos x + C$.

$f(0) = 3 \Leftrightarrow 3 \cdot 0 - 2 \cos 0 + C = 3 \Leftrightarrow C = 5$.

Câu 7. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 + 2i)z + i\bar{z} = 7 + 5i$. Tính $S = 4a + 3b$.

A. $S = 7$.

B. $S = 24$.

C. $S = -7$.

D. $S = 0$.

Lời giải

$$(1 + 2i)z + i\bar{z} = 7 + 5i \Leftrightarrow (1 + 2i) \cdot (a + bi) + i(a - bi) = 7 + 5i \Leftrightarrow a - 2b + b + (2a + b + a)i = 7 + 5i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 7 \\ 3a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -4 \end{cases}. \text{ Vậy } S = 4 \cdot 3 + 3 \cdot (-4) = 0.$$

Câu 8. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$.

A. $\int 3^x dx = 3^x + C$.

B. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

C. $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$.

D. $\int 3^x dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C$.

Lời giải

Câu 9. Biết $\int_2^3 \frac{1}{x+1} dx = \ln \frac{m}{n}$, khi đó, tổng $m + n$ bằng

A. 12.

B. 7.

C. 1.

D. 5.

Lời giải

$$\int_2^3 \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| \Big|_2^3 = \ln \frac{4}{3}. \text{ Suy ra } m = 4, n = 3 \Rightarrow m + n = 7.$$

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$.

Viết phương trình mặt phẳng (α) , biết (α) song song với $(P): 2x + y - 2z + 11 = 0$ và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là một đường tròn có chu vi bằng 8π .

A. $2x + y - 2z + 11 = 0$.

B. $2x - y - 2z - 7 = 0$.

C. $2x + y - 2z - 5 = 0$.

D. $2x + y - 2z - 7 = 0$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 + 11} = 5$.

Chu vi thiết diện bằng 8π nên bán kính r của đường tròn thỏa mãn $8\pi = 2\pi r \Leftrightarrow r = 4$

$$d(I, (\alpha)) = \sqrt{R^2 - r^2} = 3.$$

Phương trình mặt phẳng (α) song song với $(P): 2x + y - 2z + 11 = 0$ có dạng

$$(\alpha): 2x + y - 2z + m = 0 (m \neq 11).$$

$$d(I, (\alpha)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 2 - 2 \cdot 3 + m|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 3 \Leftrightarrow |m - 2| = 9 \Leftrightarrow m = 11 \vee m = -7. \text{ Đồi chiếu điều kiện}$$

suy ra $(\alpha): 2x + y - 2z - 7 = 0$.

Câu 11: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx$.

A. $I = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$.

B. $I = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $I = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $I = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là ?

A. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Lời giải

Đường thẳng d qua $A(2; -1; 1)$ có VTCP $\vec{u}_d = (2; -1; -1)$

Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $3f(x) + xf'(x) = x^{2018}$, với mọi $x \in [0; 1]$. Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

A. $I = \frac{1}{2018 \cdot 2021}$.

B. $I = \frac{1}{2019 \cdot 2020}$.

C. $I = \frac{1}{2019 \cdot 2021}$.

D. $I = \frac{1}{2018 \cdot 2019}$.

Lời giải

Cách 1:

$$3f(x) + xf'(x) = x^{2018} \Rightarrow 3x^2 f(x) + x^3 \cdot f'(x) = x^{2020} \Rightarrow (x^3 f(x))' = x^{2020}$$

$$\Rightarrow x^3 f(x) = \int x^{2020} dx = \frac{1}{2021} x^{2021} + c.$$

$$\text{Chọn } x^3 f(x) = \frac{1}{2021} x^{2021} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2021} x^{2018}.$$

$$\text{Do đó } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{1}{2021} x^{2018} dx = \frac{1}{2021} \cdot \frac{1}{2019} x^{2019} \Big|_0^1 = \frac{1}{2021 \cdot 2019}.$$

Cách 2:

Từ $3f(x) + x.f'(x) = x^{2018}$. Ta chọn $f(x)$ là một hàm đa thức bậc 2018.

$$\text{Đặt } f(x) = a_{2018}x^{2018} + a_{2017}x^{2017} + \dots + a_1x + a_0$$

$$\Rightarrow 3f(x) + x.f'(x) = (3a_{2018} + 2018a_{2018})x^{2018} + (3a_{2017} + 2017a_{2017})x^{2017} + \dots + (3a_1 + a_1)x + 3a_0.$$

$$\text{Đồng nhất hệ số ta được } \begin{cases} 2021a_{2018} = 1 \\ a_i = 0, \forall i = 0, 2017 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2021} x^{2018}.$$

$$\text{Do đó } I = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{1}{2021} x^{2018} dx = \frac{1}{2021} \cdot \frac{x^{2019}}{2019} \Big|_0^1 = \frac{1}{2019 \cdot 2021}.$$

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) được tính bằng công thức ?

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$ **B.** $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$ **C.** $S = \int_a^b f^2(x) dx.$ **D.** $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$, $x = b$ được tính bằng

$$\text{công thức } S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và a là số dương. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

A. $\int_a^a f(x) dx = 0.$ **B.** $\int_a^a f(x) dx = a^2.$ **C.** $\int_a^a f(x) dx = 2a.$ **D.** $\int_a^a f(x) dx = 1.$

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_a^a f(x) dx = F(a) - F(a) = 0.$$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 2)$. Tính độ dài đoạn thẳng OM .

A. $OM = \sqrt{5}.$ **B.** $OM = 9.$ **C.** $OM = \sqrt{3}.$ **D.** $OM = 3.$

Lời giải

Ta có $\overline{OM} = (2; -1; 2) \Rightarrow OM = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = 3$.

Câu 17: Biết $\int f(x)dx = -x^2 + 2x + C$. Tính $\int f(-x)dx$.

- A. $x^2 + 2x + C'$. B. $-x^2 + 2x + C'$. C. $-x^2 - 2x + C'$. D. $x^2 - 2x + C'$.

Lời giải

Ta có $f(x) = (-x^2 + 2x + C)' = -2x + 2 \Rightarrow f(-x) = -2(-x) + 2 = 2x + 2$
 $\Rightarrow \int f(-x)dx = \int (2x + 2)dx = x^2 + 2x + C'$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là ?

- A. $I(4; -3; 1)$. B. $I(-4; 3; 1)$. C. $I(-4; 3; -1)$. D. $I(4; 3; 1)$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(-4; 3; -1)$.

Câu 19: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z = 4-3i+2z$. Số phức liên hợp của số phức z là ?

- A. $\bar{z} = 2+i$. B. $\bar{z} = -2+i$. C. $\bar{z} = -2-i$. D. $\bar{z} = 2-i$.

Lời giải

Ta có $(1+2i)z = 4-3i+2z \Leftrightarrow (1+2i-2)z = 4-3i \Leftrightarrow z = \frac{4-3i}{2i-1} = -2-i \Rightarrow \bar{z} = -2+i$.

Câu 20: Biết phương trình $z^2 + 2z + m = 0$ ($m \in \mathbb{R}$) có một nghiệm phức $z_1 = -1+3i$ và z_2 là nghiệm phức còn lại. Số phức $z_1 + 2z_2$ là ?

- A. $-3+3i$. B. $-3-9i$. C. $-3-3i$. D. $-3+9i$.

Lời giải

Ta có $z_1 + z_2 = -2 \Rightarrow z_2 = -2 - z_1 = -2 - (-1+3i) = -1-3i$
 $\Rightarrow z_1 + 2z_2 = (-1+3i) + 2(-1-3i) = -3-3i$.

Câu 21: Cho vật thể B giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$. Cắt vật thể B với mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x , ($0 \leq x \leq 2$) ta được thiết diện có diện tích bằng $x^2(2-x)$. Thể tích của vật thể B là:

- A. $V = \frac{2}{3}\pi$. B. $V = \frac{2}{3}$. C. $V = \frac{4}{3}$. D. $V = \frac{4}{3}\pi$.

Lời giải

Thể tích vật thể B là: $V = \int_0^2 x^2(2-x)dx = \left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4\right)\Big|_0^2 = \frac{4}{3}$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$ và $(Q): x+2y-2z-1=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là:

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $-\frac{4}{3}$.

Lời giải

Ta có: $(P) // (Q)$ nên chọn điểm $A\left(0;0;\frac{3}{2}\right) \in (P)$.

Khi đó: $d((P);(Q)) = d(A;(Q)) = \frac{\left|0+2\cdot 0-2\cdot \frac{3}{2}-1\right|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}} = \frac{4}{3}$.

Câu 23: Cho số phức $z = -3 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

- A. -1 . B. $-i$. C. -5 . D. $-5i$.

Lời giải

Số phức z có phần thực là -3 và phần ảo là -2 .

Vậy tổng phần thực và phần ảo là -5 .

Câu 24: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và $y = x$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $-\frac{4}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và $y = x$:

$$x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là: $S = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \left| \int_0^2 (x^2 - 2x) dx \right| = \frac{4}{3}$.

Câu 25: Số phức $z = \frac{4-3i}{i}$ có phần thực là:

- A. 3 . B. -3 . C. -4 . D. 4 .

Lời giải

$z = \frac{4-3i}{i} = -3-4i$. Vậy phần thực của z là -3 .

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x^3 + 2x - 2) = 3x - 1$. Tính

$$I = \int_1^{10} f(x) dx.$$

A. $\frac{135}{4}$.

B. $\frac{125}{4}$.

C. $\frac{105}{4}$.

D. $\frac{75}{4}$.

Lời giải

Đặt $x = t^3 + 2t - 2 \Rightarrow dx = (3t^2 + 2) dt$.

Đổi cận $x = 1 \Rightarrow t^3 + 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = 1$.

$x = 10 \Rightarrow t^3 + 2t - 12 = 0 \Rightarrow t = 2$.

Vậy $I = \int_1^2 f(t^3 + 2t - 2)(3t^2 + 2) dt = \int_1^2 (3t - 1)(3t^2 + 2) dt = \frac{135}{4}$.

Câu 27: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\int \sin x dx = \cos x + C$. **B.** $\int \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{x^2} + C$. **C.** $\int e^x dx = e^x + C$. **D.** $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$.

Lời giải

A sai vì $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

B sai vì $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

C đúng vì $\int e^x dx = e^x + C$.

D sai vì $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ \vec{u} biết $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$.

A. $\vec{u} = (5; -3; 2)$. **B.** $\vec{u} = (2; -3; 5)$. **C.** $\vec{u} = (2; 5; -3)$. **D.** $\vec{u} = (-3; 5; 2)$.

Lời giải

Vì $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$ nên $\vec{u} = (2; -3; 5)$.

Câu 29: Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính môđun của số phức \bar{z} .

A. $|\bar{z}| = a^2 + b^2$. **B.** $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$. **C.** $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 - b^2}$. **D.** $|\bar{z}| = \sqrt{a + b}$.

Lời giải

Do $|\bar{z}| = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; -1; 3)$ tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 9$.

B. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 4$.

C. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 2$.

D. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 3$.

Lời giải

Ta có mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z = 0$ nên $d(I; (Oxy)) = 3$
 \Rightarrow phương trình mặt cầu là $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 31: Biết $\int f(x)dx = F(x) + C$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$.

B. $\int_a^b f(x)dx = F(b) \cdot F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.

D. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Lời giải

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; -1; 2)$ và $N(2; 1; 4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN .

A. $3x + y - 1 = 0$.

B. $y + z - 3 = 0$.

C. $x - 3y - 1 = 0$.

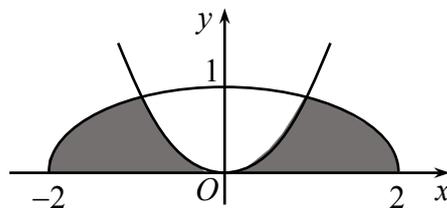
D. $2x + y - 2z = 0$.

Lời giải

Trung điểm I của đoạn MN có tọa độ $I(2; 0; 3)$ và $\overline{MN} = (0; 2; 2)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN đi qua I và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; 1; 1)$ nên có phương trình là $y + z - 3 = 0$.

Câu 33: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và nửa đường elip có phương trình $y = \frac{1}{2}\sqrt{4-x^2}$ và trục hoành. Gọi S là diện tích của, biết $S = \frac{a\pi + b\sqrt{3}}{c}$. Tính $P = a + b + c$.



A. $P = 9$.

B. $P = 12$.

C. $P = 15$.

D. $P = 17$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol và nửa đường elip là: $\sqrt{3}x^2 = \sqrt{4-x^2}$
 $\Leftrightarrow 3x^4 + x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

$$\text{Vậy } S = 2 \left(\int_0^1 \frac{\sqrt{3}}{2} x^2 dx + \int_1^2 \frac{1}{2} \sqrt{4-x^2} dx \right) = 2 \left(\frac{\sqrt{3}x^3}{6} \Big|_0^1 + \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx \right) = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{6} + S_1 \right)$$

$$\text{Trong đó } S_1 = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx.$$

$$\text{Đặt } x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt.$$

$$\text{Đổi cận } x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}.$$

$$x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Vậy } S_1 = 2 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt = \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Suy ra } S = 2 \left(\frac{4\pi - \sqrt{3}}{12} \right) = \frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = 4 \\ b = -1 \\ c = 6 \end{cases} \Rightarrow P = a + b + c = 9.$$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(2;-3;1)$ có phương trình tham số là:

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 + 4t \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -8 + 5t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5 - 4t \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = -3 - 2t \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 5t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + 4t \end{cases}$$

Lời giải

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(2;-3;1)$ là đường thẳng đi qua $A(1;2;-3)$ và

nhận $\overline{AB} = (1; -5; 4)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = -3 + 4t \end{cases}$

Ta thấy điểm $M(3; -8; 5)$ là điểm thuộc đường thẳng nên đường thẳng có phương trình tham

$$\text{số } \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -8 + 5t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5 - 4t \end{cases}$$

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;-2;1)$, $B(2;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm H của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là

A. $H(0; -5; -1)$.

B. $H(1; -5; -1)$.

C. $H(4; 1; 0)$.

D. $H(5; 0; -1)$.

Lời giải

Đường thẳng AB đi qua $A(1; -2; 1)$ và nhận $\overline{AB} = (1; 3; 2)$ làm vectơ chỉ phương nên có

$$\text{phương trình tham số } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 3t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Vì $H \in AB$ nên $H(1+t; -2+3t; 1+2t)$

Mặt khác $H \in (P)$ nên ta có $1+t+2-3t+2+4t-3=0 \Leftrightarrow t=-1$ suy ra $H(0; -5; -1)$.

Câu 36. Tính tích phân $A = \int \frac{1}{x \ln x} dx$ bằng cách đặt $t = \ln x$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $A = \int dt$

B. $A = \int \frac{1}{t^2} dt$

C. $A = \int t dt$

D. $A = \int \frac{1}{t} dt$

Lời giải

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$. Khi đó $A = \int \frac{1}{x \ln x} dx = \int \frac{1}{t} dt$

Câu 37. Biết rằng $\int_0^1 xe^{2x} dx = ae^2 + b$. Tính $P = a + b$.

A. $P = \frac{1}{2}$

B. $P = 0$

C. $P = \frac{1}{4}$

D. $P = 1$

Lời giải

Xét tích phân $\int_0^1 xe^{2x} dx$. Đặt $\begin{cases} x = u \\ e^{2x} dx = dv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dx = du \\ \frac{1}{2} e^{2x} = v \end{cases}$

$$\text{Khi đó } \int_0^1 xe^{2x} dx = \frac{1}{2} xe^{2x} \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{4} e^{2x} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{4}. \text{ Vậy } P = \frac{1}{2}.$$

Câu 38. Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}$, $y = 0$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ quanh Ox .

A. $V = 3$

B. π

C. 1

D. 3π

Lời giải

Áp dụng công thức tính thể tích vật thể tròn xoay ta có

$$V = \pi \int_0^1 2x dx = \pi x^2 \Big|_0^1 = 3\pi$$

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho m, n là hai số thực dương thỏa mãn $m + 2n = 1$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $(P): mx + ny + mnz - mn = 0$ với các trục tọa

độ Ox , Oy , Oz . Khi mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có bán kính nhỏ nhất thì $2m+n$ có giá trị bằng

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{4}{5}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D.1.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng $(P): mx + ny + mnz - mn = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{n} + \frac{y}{m} + \frac{z}{1} = 1$.

Do A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (P) với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz nên

$A(n;0;0); B(0;m;0); C(0;0;1)$ khi đó tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là $I\left(\frac{n}{2}; \frac{m}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Theo đề bài ta có $m+2n=1 \Leftrightarrow m=1-2n \Rightarrow I\left(\frac{n}{2}; \frac{1-2n}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

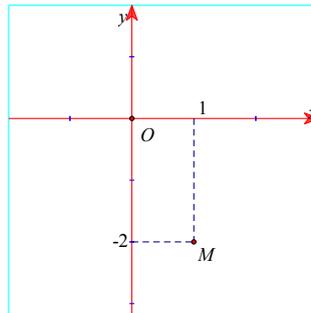
Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là $R=OI = \frac{1}{2}\sqrt{5n^2 - 4n + 2} = \frac{1}{2}\sqrt{5\left(n - \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{6}{5}}$

$\geq \frac{1}{2}\sqrt{\frac{6}{5}}$.

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ nhỏ nhất khi $n = \frac{2}{5} \Rightarrow m = \frac{1}{5}$.

$\Rightarrow 2m+n = \frac{4}{5}$.

Câu 40. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z tìm phần thực và phần ảo của số phức z .



A. Phần thực là 1 và phần ảo là $-2i$.

B. Phần thực là -2 và phần ảo là 1.

C. Phần thực là -2 và phần ảo là i .

D. Phần thực là 1 và phần ảo là -2 .

Lời giải

Ta có số phức $z = 1 + 2i$ nên phần thực là 1 và phần ảo là -2 .

Câu 41: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$.

A. $\int (2x+1)dx = \frac{x^2}{2} + x + C$.

B. $\int (2x+1)dx = x^2 + x + C$.

C. $\int (2x+1)dx = 2x^2 + 1 + C$.

D. $\int (2x+1)dx = x^2 + C$.

Lời giải

$\int (2x+1)dx = x^2 + x + C$.

Câu 42: Một ô tô đang chạy với vận tốc 54km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a(t) = 3t - 8 \text{ (m/s}^2\text{)}$ trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Quãng đường mà ô tô đi được sau 10s kể từ lúc tăng tốc là

- A. 150m . **B. 250m .** C. 246m . D. 540m .

Lời giải

Đổi đơn vị : 54km/h = 15m/s

$$\text{Vận tốc xe : } v(t) = 15 + \int_0^t (3t - 8) dt = \frac{3}{2}t^2 - 8t + 15 .$$

Quãng đường mà ô tô đi được sau 10s kể từ lúc tăng tốc là :

$$L = \int_0^{10} v(t) dt = \int_0^{10} \left(\frac{3}{2}t^2 - 8t + 15 \right) dt = 250 \text{ (m)} .$$

Câu 43: Xét số phức $z = a + bi$ ($a, b \in R, b > 0$) thỏa mãn $|z| = 1$. Tính $P = 2a + 4b^2$ khi $|z^3 - z + 2|$ đạt giá trị lớn nhất .

- A. $P = 4$. B. $P = 2 - \sqrt{2}$. **C. $P = 2$.** D. $P = 2 + \sqrt{2}$.

Lời giải

$$|z| = 1 \Rightarrow \bar{z} = \frac{1}{z}$$

Do $b > 0 \Rightarrow -1 < a < 1$

$$\text{Ta có : } |z^3 - z + 2| = \left| z - \frac{1}{z} + \frac{2}{z^2} \right| = \left| z - \bar{z} + 2\bar{z}^2 \right| = 2|bi + (a - bi)^2|$$

$$= 2|bi + a^2 - b^2 - 2abi| = 2\sqrt{(a^2 - b^2)^2 + (b - 2ab)^2}$$

$$= 2\sqrt{b^2 - 4ab^2 + 1} = 2\sqrt{1 - a^2 - 4a(1 - a^2)} + 1$$

$$= 2\sqrt{4a^3 - a^2 - 4a + 2}$$

Biểu thức trên đạt GTLN trên miền $-1 < a < 1$ khi $a = \frac{-1}{2} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Vậy $P = 2a + 4b^2 = 2$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(2; -1; 2)$ và nhận $\vec{u}(-1; 2; -1)$ làm vecto chỉ phương có phương trình chính tắc là :

A. $\Delta: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

B. $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

C. $\Delta: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải

Đường thẳng Δ đi qua $A(2; -1; 2)$ và nhận $\vec{u}(-1; 2; -1)$ làm vecto chỉ phương có phương trình

chính tắc là : $\Delta: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 45: Số phức $z = 2 - 3i$ có phần ảo là.

A. 2.

B. 3.

C. $3i$.

D. -3 .

Lời giải

Số phức $z = 2 - 3i$ có phần ảo là -3 .

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ và điểm $I(2;1;-1)$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ cắt trục Ox tại hai điểm A, B . Tính độ dài đoạn AB .

A. $AB = 2\sqrt{6}$.

B. $AB = 24$.

C. $AB = 4$.

D. $AB = \sqrt{6}$.

Lời giải

$\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ qua $A(-2;1;0)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{n} = (2;2;-1)$.

Mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ nên bán kính của mặt cầu là

$$R = d(I, \Delta) = \frac{\left| \left[\vec{AI}, \vec{n} \right] \right|}{|\vec{n}|} = 2\sqrt{2}.$$

Phương trình mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 8$.

Mặt cầu (S) cắt trục Ox tại $A(2+\sqrt{6};0;0)$ và $B(2-\sqrt{6};0;0)$.

Suy ra độ dài đoạn $AB = 2\sqrt{6}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (1;1;-2)$.

B. $\vec{n} = (0;0;-2)$.

C. $\vec{n} = (1;-2;1)$.

D. $\vec{n} = (-2;1;1)$.

Lời giải

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(2;-1;0), R = 4$.

B. $I(2;-1;0), R = 2$.

C. $I(-2;1;0), R = 2$.

D. $I(-2;1;0), R = 4$.

Lời giải

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng $x - 3y + 2z + 1 = 0$?

A. $N(0;1;1)$.

B. $Q(2;0;-1)$.

C. $M(3;1;0)$.

D. $P(1;1;1)$.

Lời giải

Thế tọa độ từng phương án vào phương trình của mặt phẳng (P)

Thế điểm $N(0;1;1)$ ta có $0-3+2+1=0$.

Thế điểm $Q(2;0;-1)$ ta có $2-0-2+1 \neq 0$.

Thế điểm $M(3;1;0)$ ta có $3-3+0+1 \neq 0$.

Thế điểm $P(1;1;1)$ ta có $1-3+2+1 \neq 0$.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=3+t \\ y=-1-t, (t \in \mathbb{R}), \\ z=-2+t \end{cases}$ điểm

$M(1;2;-1)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 10y + 14z + 64 = 0$. Gọi Δ' là đường thẳng đi qua

M cắt đường thẳng Δ tại A , cắt mặt cầu tại B sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$ và điểm B có hoành độ là số

nguyên. Mặt phẳng trung trực đoạn AB có phương trình là

A. $2x + 4y - 4z - 19 = 0$.

B. $3x - 6y - 6z - 62 = 0$.

C. $2x - 4y - 4z - 43 = 0$.

D. $3x + 6y - 6z - 31 = 0$.

Lời giải

Δ' là đường thẳng đi qua M cắt đường thẳng Δ tại A suy ra tọa độ $A(3+a; -1-a; -2+a)$.

$$\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3\overline{AM} = \pm \overline{AB}$$

Trường hợp 1:

$$3\overline{AM} = \overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(-2-a) = x-3-a \\ 3(3+a) = y+1+a \\ 3(1-a) = z+2-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3-2a \\ y = 8+2a \\ z = 1-2a \end{cases} \text{ suy ra } B(-3-2a; 8+2a; 1-2a)$$

Do $B \in (S)$ nên

$$(-3-2a)^2 + (8+2a)^2 + (1-2a)^2 - 4(-3-2a) + 10(8+2a) + 14(1-2a) + 64 = 0$$

$$\Leftrightarrow 12a^2 + 40a + 244 = 0, \text{ phương trình vô nghiệm}$$

Trường hợp 2:

$$3\overline{AM} = -\overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(-2-a) = -(x-3-a) \\ 3(3+a) = -(y+1+a) \\ 3(1-a) = -(z+2-a) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9+4a \\ y = -10-4a \\ z = -5+4a \end{cases}$$

Suy ra $B(9+4a; -10-4a; -5+4a)$

Do $B \in (S)$ nên

$$(9+4a)^2 + (-10-4a)^2 + (-5+4a)^2 - 4(9+4a) + 10(-10-4a) + 14(-5+4a) + 64 = 0$$

$$\Leftrightarrow 48a^2 + 112a + 64 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Điểm B có hoành độ là số nguyên nên $B(5; -6; -9)$; $A(2; 0; -3)$.

Mặt phẳng trung trực đoạn AB đi qua trung điểm $I\left(\frac{7}{2}; -3; -6\right)$ và có một véc tơ pháp tuyến

$\vec{n} = (-1; 2; 2)$ nên có phương trình $\left(x - \frac{7}{2}\right) - 2(y + 3) - 2(z + 6) = 0 \Leftrightarrow 2x - 4y - 4z - 43 = 0$