ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TUYỂN TẬP 33 ĐỀ ÔN TẬP HỌC KÌ II

MÔN TOÁN 11

CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

NEW

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 1

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:..... **Mã đề thi**

PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tính $\lim\dfrac{6n+2021}{3n-1}$.

A. -2021. **B.** 2. **C.** -6. **D.** $\dfrac{2021}{3}$.

Câu 2. Tính $\lim\left(n^3-3n-7\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** -7. **D.** -9.

Câu 3. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+1}+x\right)$

A. -2. **B.** 2. **C.** $-\infty$. **D.** 1.

Câu 4. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+x-3}{x^3-1}$

A. 2. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** 3.

Câu 5. Giá trị của $\lim\limits_{x\to1}\left(2x^2-3x+2\right)$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 6. Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0=-1$.

A. $y=\left(x+1\right)\left(x^2+2\right)$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x^2+1}$.

Câu 7. Cho các số thực a,b,c thỏa mãn $\begin{cases}a+c>b+1\\a+b+c+1<0\end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị hàm số $f\left(x\right)=x^3+ax^2+bx+c$ với Ox là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 8. Số gia Δy của hàm số $f\left(x\right)=x^3+1$ tại $x_0=-1$ ứng với biến số $\Delta x=1$ là

A. -1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{2} & \text{khi } x\le1\\ ax+b & \text{khi } x>1\end{cases}$. Với giá trị nào sau đây của a,b thì hàm số có đạo hàm tại $x=1$?

A. $a=1;b=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $a=\dfrac{1}{2};b=\dfrac{1}{2}$. **C.** $a=\dfrac{1}{2};b=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $a=1;b=\dfrac{1}{2}$.

Câu 10. Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{x}$. Đạo hàm của f tại $x=\sqrt{2}$ là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y=2x+\dfrac{1}{x}$ là:

A. $y'=2+\dfrac{1}{x^2}$. **B.** $y'=2-\dfrac{1}{x^2}$.

C. $y'=2-\frac{1}{x}$. **D.** $y'=2x-\frac{1}{x^2}$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y=\frac{3-2x}{x+1}$ là:

A. $\frac{5}{(x+1)^2}$. **B.** $\frac{-5}{(x+1)^2}$. **C.** $\frac{-5}{x+1}$. **D.** $\frac{5}{x+1}$.

Câu 13. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{2x+3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'=\frac{1}{(2x+3)^2}$. **B.** $y'=\frac{-5}{(2x+3)^2}$.

C. $y'=\frac{5}{(2x+3)^2}$. **D.** $y'=\frac{-1}{(2x+3)^2}$.

Câu 14. Cho hàm số $y=\sqrt{2x^2+5x+9}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'=\frac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x+9}}$. **B.** $y'=\frac{2x+5}{\sqrt{2x^2+5x+9}}$.

C. $y'=\frac{1}{2\sqrt{2x^2+5x+9}}$. **D.** $y'=\frac{4x+5}{\sqrt{2x^2+5x+9}}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=x^4+3x$. Giá trị $f'(0)$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 16. Biết đồ thị hàm số $y=\frac{ax+b}{x+1}\ (C);(a,b\in\mathbb{Z})$ đi qua điểm $A(2;0)$ và có hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $B(0;-2)$ bằng 3.Tính $S=a-b$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -2.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^3-5\right).\sqrt{x}$ trên $(0;+\infty)$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{7}{2}\sqrt{x^5}-\frac{5}{2\sqrt{x}}$. **B.** $3x^2-\frac{5}{2\sqrt{x}}$. **C.** $\frac{7}{2}\sqrt[5]{x^2}-\frac{5}{2\sqrt{x}}$. **D.** $3x^2-\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Câu 18. Hàm số nào sau đây có đạo hàm là $\cos 2x$

A. $y=\frac{1}{2}\sin 2x+4$. **B.** $y=-\frac{1}{2}\sin 2x+4$. **C.** $y=\frac{1}{2}\cos 2x$. **D.** $y=\sin 2x$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{2021}\sin x+\cos 2021x$ là:

A. $y'=\sqrt{2021}\cos x-\sin 2021x$. **B.** $y'=\sqrt{2021}\cos x-2021\sin 2021x$.

C. $y'=\sqrt{2021}\cos x+\sin 2021x$. **D.** $y'=\sqrt{2021}\cos x+2021\sin 2021x$.

Câu 20. Đạo hàm của hàm số $y=\tan\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ là:

A. $y'=-\frac{1}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}$. **B.** $y'=-\frac{2}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}$.

C. $y'=\frac{1}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}$. **D.** $y'=\frac{2}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)=\sin^4 2x+\cos^4 2x$, khi đó $f'(x)$ bằng?

A. $2\sin 8x$. **B.** $2\cos 8x$.

C. $-2\cos 8x$. **D.** $-2\sin 8x$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\cos^2 x+x & \text{khi } x\ge 0\\ \sin 2x & \text{khi } x<0\end{cases}$, khi đó $f'(\pi)+f'\left(\dfrac{-\pi}{4}\right)$ bằng

A. 0. **B.** π. **C.** $1+\pi$. **D.** 1.

Câu 23. Cho $f(x)=\sin^2 x-\cos^2 x-x$. Khi đó $f'(x)$ bằng

A. $1-\sin 2x$. **B.** $-1+2\sin 2x$. **C.** $-1+\sin x.\cos x$. **D.** $1+2\sin 2x$

Câu 24. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y=f(x)=x\sin x-3$ là biểu thức nào trong các biểu thức sau?

A. $f''(x)=2\cos x-x\sin x$. **B.** $f''(x)=-x\sin x$.

C. $f''(x)=\sin x-x\cos x$. **D.** $f''(x)=1+\cos x$.

Câu 25. Cho hàm số $y=\sin 2x$. Hãy chọn câu đúng.

A. $y^2+(y')^2=4$. **B.** $4y-y''=0$.

C. $4y+y''=0$. **D.** $y=y'\tan 2x$.

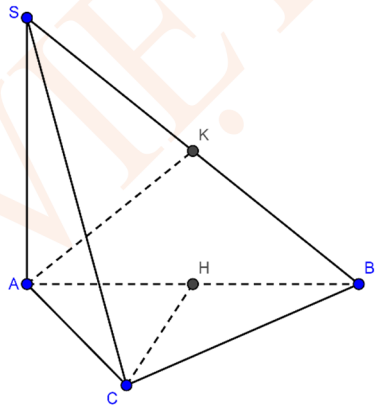
Câu 26: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{B'A'}$. **C.** $\overrightarrow{D'C'}$. **D.** $\overrightarrow{BA}$.

Câu 27: Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O. Qua O có mấy đường thẳng vuông góc với Δ cho trước?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh $SA\perp(ABC)$ và đáy ABC là tam giác cân ở C. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AB và SB. Khẳng định nào sau đây **sai**?



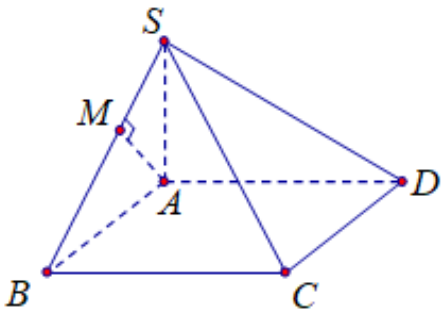
A. $CH\perp SA$. **B.** $CH\perp SB$. **C.** $CH\perp AK$. **D.** $AK\perp SB$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc đáy. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $AC\perp(SBD)$. **B.** $BC\perp(SAB)$.

C. $BD\perp(SAC)$. **D.** $CD\perp(SAD)$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông. Từ A kẻ $AM\perp SB$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $AM \perp (SBD)$. **B.** $AM \perp (SBC)$.

C. $SB \perp (MAC)$. **D.** $AM \perp (SAD)$.

Câu 31. Cho tứ diện ABCD có $AB \perp (BCD)$. Trong ΔBCD vẽ các đường cao BE và DF cắt nhau ở O. Trong (ADC) vẽ $DK \perp AC$ tại K. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $(ADC) \perp (ABE)$. **B.** $(ADC) \perp (DFK)$.

C. $(ADC) \perp (ABC)$. **D.** $(BDC) \perp (ABE)$.

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AB \perp (ADC)$. **B.** $BC \perp AD$. **C.** $CD \perp (ABD)$. **D.** $AC \perp BD$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Chọn mệnh đề **sai**

A. $(SAC) \perp (SBD)$. **B.** $(SAB) \perp (SBC)$.

C. $(SCD) \perp (SAD)$. **D.** $(SBC) \perp (SCD)$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách S đến đáy là?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 35. Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1 . Khoảng cách từ A đến mặt đáy là

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. Cho dãy số (u_n) xác định bởi : $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \frac{1}{u_n}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tính giới hạn của dãy (u_n).

Câu 2. Tìm các giá trị của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$?

Câu 3. Một chất điểm chuyển động có quãng đường được cho bởi phương trình $s(t) = \frac{1}{4}t^4 - t^3 + \frac{5}{2}t^2 + 10t$, trong đó $t > 0$ với t tính bằng giây (s) và s tính bằng mét (m). Tính vận tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm chất điểm có gia tốc chuyển động nhỏ nhất.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD).

-------HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.A	4.B	5.B	6.B	7.D	8.B	9.A	10.B
11.B	12.B	13.C	14.A	15.D	16.B	17.A	18.A	19.B	20.D
21.D	22.D	23.B	24.A	25.C	26.C	27.D	28.D	29.A	30.B
31.C	32.B	33.D	34.A	35.C					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN TRẮC NGHIỆM .

Câu 1. Tính $\lim\dfrac{6n+2021}{3n-1}$.

A. -2021. **B.** 2. **C.** -6. **D.** $\dfrac{2021}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\lim\dfrac{6n+2021}{3n-1}=\lim\dfrac{6+\dfrac{2021}{n}}{3-\dfrac{1}{n}}=\dfrac{6+0}{3-0}=2$.

Câu 2. Tính $\lim\left(n^3-3n-7\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** -7. **D.** -9.

Lời giải

Ta có: $\lim\left(n^3-3n-7\right)=\lim\left[n^3\left(1-\dfrac{3}{n^2}-\dfrac{7}{n^3}\right)\right]=+\infty$ vì $\lim(n^3)=+\infty$ và

$\lim\left(1-\dfrac{3}{n^2}-\dfrac{7}{n^3}\right)=1>0.$

Câu 3. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+1}+x\right)$

A. -2. **B.** 2. **C.** $-\infty$. **D.** 1.

Lời giải

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+1}+x\right)$$
$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{4x+1}{\sqrt{x^2+4x+1}-x}$$
$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{4x+1}{-x\sqrt{1+\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-x}$$
$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{4+\dfrac{1}{x}}{-\sqrt{1+\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-1}$$
$$=\frac{4}{-1-1}=-2.$$

Câu 4. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+x-3}{x^3-1}$

A. 2. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** 3.

Lời giải

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^2+x-3}{x^3-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}-\frac{3}{x^3}}{1-\frac{1}{x^3}}=0$$

Câu 5. Giá trị của $\lim\limits_{x\to1}\left(2x^2-3x+2\right)$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B.

Câu 6. Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0=-1$.

A. $y=\left(x+1\right)\left(x^2+2\right)$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x^2+1}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ không xác định tại $x_0=-1$ nên gián đoạn tại $x_0=-1$.

Câu 7. Cho các số thực a,b,c thỏa mãn $\begin{cases}a+c>b+1\\a+b+c+1<0\end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị hàm số $f\left(x\right)=x^3+ax^2+bx+c$ với Ox là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Dễ thấy, hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

$\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-\infty\\f\left(-1\right)=a-b+c-1>0\end{cases}$

$\Rightarrow$đồ thị hàm số có ít nhất 1 giao điểm với Ox trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$.

$\begin{cases}f\left(-1\right)=a-b+c-1>0\\f\left(1\right)=a+b+c+1<0\end{cases}\Rightarrow$đồ thị hàm số có ít nhất 1 giao điểm với Ox trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

$\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=+\infty\\f\left(1\right)=a+b+c+1<0\end{cases}$

$\Rightarrow$đồ thị hàm số có ít nhất 1 giao điểm với Ox trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 8. Số gia Δy của hàm số $f\left(x\right)=x^3+1$ tại $x_0=-1$ ứng với biến số $\Delta x=1$ là

A. -1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\Delta y=f\left(x_0+\Delta x\right)-f\left(x_0\right)=f\left(0\right)-f\left(-1\right)=1-0=1$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{2} & \text{khi } x\le1\\ ax+b & \text{khi } x>1\end{cases}$. Với giá trị nào sau đây của a,b thì hàm số có đạo hàm tại $x=1$?

A. $a=1;b=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $a=\dfrac{1}{2};b=\dfrac{1}{2}$. **C.** $a=\dfrac{1}{2};b=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $a=1;b=\dfrac{1}{2}$ **Lời giải**

Hàm số liên tục tại $x=1$ nên ta có $a+b=\frac{1}{2}$.

Hàm số có đạo hàm tại $x=1$ nên giới hạn 2 bên của $\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ bằng nhau và ta có:

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{ax+b-\frac{1}{2}}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{ax+b-(a+b)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{a(x-1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}a=a$$

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{\frac{x^2}{2}-\frac{1}{2}}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{(x+1)(x-1)}{2(x-1)}=\lim_{x\to 1^-}\frac{(x+1)}{2}=1$$

Vậy $a=1;b=-\frac{1}{2}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{x}$. Đạo hàm của f tại $x=\sqrt{2}$ là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

$$f'(x)=-\frac{1}{x^2}\Rightarrow f'\left(\sqrt{2}\right)=-\frac{1}{2}$$

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y=2x+\frac{1}{x}$ là:

A. $y'=2+\frac{1}{x^2}$. **B.** $y'=2-\frac{1}{x^2}$.

C. $y'=2-\frac{1}{x}$. **D.** $y'=2x-\frac{1}{x^2}$.

Lời giải

Ta có : $y'=\left(2x+\frac{1}{x}\right)'=(2x)'+\left(\frac{1}{x}\right)'=2-\frac{1}{x^2}$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y=\frac{3-2x}{x+1}$ là:

A. $\frac{5}{(x+1)^2}$. **B.** $\frac{-5}{(x+1)^2}$. **C.** $\frac{-5}{x+1}$. **D.** $\frac{5}{x+1}$.

Lời giải

Ta có :

$$y'=\left(\frac{3-2x}{x+1}\right)'=\frac{(3-2x)'.(x+1)-(3-2x).(x+1)'}{(x+1)^2}=\frac{-2.(x+1)-(3-2x)}{(x+1)^2}=\frac{-5}{(x+1)^2}.$$

Câu 13. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{2x+3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'=\frac{1}{(2x+3)^2}$. **B.** $y'=\frac{-5}{(2x+3)^2}$.

C. $y'=\frac{5}{(2x+3)^2}$. **D.** $y'=\frac{-1}{(2x+3)^2}$.

Lời giải

$$y'=\frac{(x-1)'(2x+3)-(x-1)(2x+3)'}{(2x+3)^2}=\frac{2x+3-(x-1).2}{(2x+3)^2}=\frac{2x+3-2x+2}{(2x+3)^2}=\frac{5}{(2x+3)^2}.$$

Câu 14. Cho hàm số $y=\sqrt{2x^2+5x+9}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'=\frac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x+9}}$. **B.** $y'=\frac{2x+5}{\sqrt{2x^2+5x+9}}$.

C. $y'=\frac{1}{2\sqrt{2x^2+5x+9}}$. **D.** $y'=\frac{4x+5}{\sqrt{2x^2+5x+9}}$.

Lời giải

$$y'=\frac{(2x^2+5x+9)'}{2\sqrt{2x^2+5x+9}}=\frac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x+9}}.$$

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=x^4+3x$. Giá trị $f'(0)$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $f(x)=x^4+3x \Rightarrow f'(x)=4x^3+3$ nên $f'(0)=3$.

Câu 16. Biết đồ thị hàm số $y=\frac{ax+b}{x+1}(C);(a,b\in\mathbb{Z})$ đi qua điểm $A(2;0)$ và có hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $B(0;-2)$ bằng 3. Tính $S=a-b$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải

Vì đồ thị (C) đi qua điểm $A(2;0)$ nên $2a+b=0$ (1).

Ta có $y'=\frac{a-b}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(0)=a-b$.

gt $y'(0)=3 \Leftrightarrow a-b=3$ (2).

Từ (1) và (2) ta được $\begin{cases}2a+b=0\\a-b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-2\end{cases}$

Do đó $S=a-b=3$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y=(x^3-5).\sqrt{x}$ trên $(0;+\infty)$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{7}{2}\sqrt{x^5}-\frac{5}{2\sqrt{x}}$. **B.** $3x^2-\frac{5}{2\sqrt{x}}$. **C.** $\frac{7}{2}\sqrt[5]{x^2}-\frac{5}{2\sqrt{x}}$. **D.** $3x^2-\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Lời giải

Ta có

$y=(x^3-5).\sqrt{x}$

$\Rightarrow y'=(x^3-5)'.\sqrt{x}+(x^3-5)\sqrt{x}'$

$\Rightarrow y'=3x^2.\sqrt{x}+(x^3-5)\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$\Rightarrow y'=\frac{7}{2}\sqrt{x^5}-\frac{5}{2\sqrt{x}}$.

Câu 18. Hàm số nào sau đây có đạo hàm là $\cos 2x$

A. $y=\frac{1}{2}\sin 2x+4$. **B.** $y=-\frac{1}{2}\sin 2x+4$. **C.** $y=\frac{1}{2}\cos 2x$. **D.** $y=\sin 2x$.

Lời giải

Ta có

$y=\frac{1}{2}\sin 2x+4$

$\Rightarrow y'=\cos 2x$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{2021}\sin x+\cos 2021x$ là:

A. $y'=\sqrt{2021}\cos x-\sin 2021x$. **B.** $y'=\sqrt{2021}\cos x-2021\sin 2021x$.

C. $y'=\sqrt{2021}\cos x+\sin 2021x$. **D.** $y'=\sqrt{2021}\cos x+2021\sin 2021x$.

Lời giải

+) Ta có:

$y'=\left(\sqrt{2021}\sin x+\cos 2021x\right)'=\sqrt{2021}\left(\sin x\right)'+\left(\cos 2021x\right)'$

$=\sqrt{2021}\left(\sin x\right)'-\left(2021x\right)'\sin 2021x=\sqrt{2021}\cos x-2021\sin 2021x$.

Câu 20. Đạo hàm của hàm số $y=\tan\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ là:

A. $y'=-\frac{1}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}$. **B.** $y'=-\frac{2}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}$.

C. $y'=\frac{1}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}$. **D.** $y'=\frac{2}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}$.

Lời giải

Ta có:

+ $y'=\frac{\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)'}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}=\frac{2}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}$.

Câu 21. Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin^4 2x+\cos^4 2x$, khi đó $f'\left(x\right)$ bằng

A. $2\sin 8x$. **B.** $2\cos 8x$. **C.** $-2\cos 8x$. **D.** $-2\sin 8x$.

Lời giải

Ta có $f\left(x\right)=\left(\sin^2 2x+\cos^2 2x\right)^2-2\sin^2 2x.\cos^2 2x=1-\frac{1}{2}\sin^2 4x=1-\frac{1-\cos 8x}{4}$

$\Rightarrow f'\left(x\right)=-2\sin 8x$.

Câu 22. Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\cos^2 x+x & \text{khi } x\ge 0\\ \sin 2x & \text{khi } x<0\end{cases}$, khi đó $f'\left(\pi\right)+f'\left(\frac{-\pi}{4}\right)$ bằng

A. 0. **B.** π. **C.** $1+\pi$. **D.** 1.

Lời giải

Với $x>0$, $f'\left(x\right)=\left(\cos^2 x+x\right)'=1-2\sin x\cos x=1-\sin 2x\Rightarrow f'\left(\pi\right)=1$

Với $x<0$, $f'(x)=(\sin 2x)'=2\cos 2x \Rightarrow f'\left(\frac{-\pi}{4}\right)=0$

$\Rightarrow f'(\pi)+f'\left(\frac{-\pi}{4}\right)=1$.

Câu 23. Cho $f(x)=\sin^2 x-\cos^2 x-x$. Khi đó $f'(x)$ bằng

A. $1-\sin 2x$. **B.** $-1+2\sin 2x$. **C.** $-1+\sin x.\cos x$. **D.** $1+2\sin 2x$ **Lời giải**

Ta có $f(x)=\sin^2 x-\cos^2 x-x=-\cos 2x-x \Rightarrow f'(x)=2\sin 2x-1$.

Câu 24. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y=f(x)=x\sin x-3$ là biểu thức nào trong các biểu thức sau?

A. $f''(x)=2\cos x-x\sin x$. **B.** $f''(x)=-x\sin x$.

C. $f''(x)=\sin x-x\cos x$. **D.** $f''(x)=1+\cos x$.

Lời giải

Ta có $y'=f'(x)=(x\sin x-3)'=\sin x+x\cos x$

Vậy $y''=f''(x)=(\sin x+x\cos x)'=2\cos x-x\sin x$.

Câu 25. Cho hàm số $y=\sin 2x$. Hãy chọn câu đúng.

A. $y^2+(y')^2=4$. **B.** $4y-y''=0$.

C. $4y+y''=0$. **D.** $y=y'\tan 2x$.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

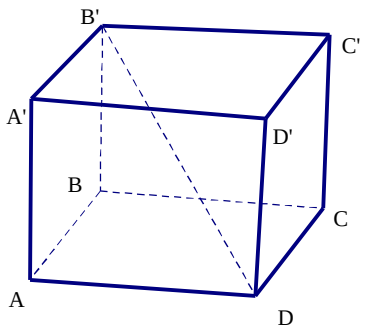
Ta có $y'=2\cos 2x$ và $y''=-4\sin 2x$.

$4y+y''=4\sin 2x-4\sin 2x=0$.

Câu 26: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{B'A'}$. **C.** $\overrightarrow{D'C'}$. **D.** $\overrightarrow{BA}$.

Lời giải



Dễ dàng thấy $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{D'C'}$.

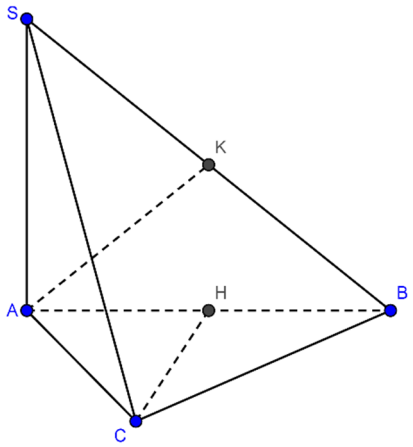
Câu 27: Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O. Qua O có mấy đường thẳng vuông góc với Δ cho trước?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Qua điểm O có thể dựng vô số đường thẳng vuông góc với Δ, các đường thẳng đó cùng nằm trong một mặt phẳng vuông góc với Δ.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh $SA\perp(ABC)$ và đáy ABC là tam giác cân ở C. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AB và SB. Khẳng định nào sau đây **sai**?



A. $CH \perp SA$. **B.** $CH \perp SB$. **C.** $CH \perp AK$. **D.** $AK \perp SB$.

Lời giải

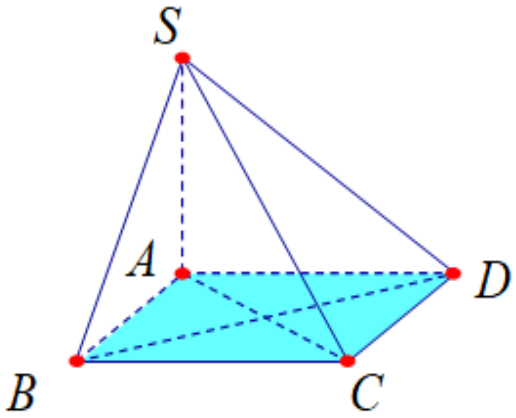
Do ΔABC cân tại C nên $CH \perp AB$. Suy ra $CH \perp (SAB)$. Vậy các câu A, B, C đúng nên D sai.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc đáy. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $AC \perp (SBD)$. **B.** $BC \perp (SAB)$.

C. $BD \perp (SAC)$. **D.** $CD \perp (SAD)$.

Lời giải



Ta có:

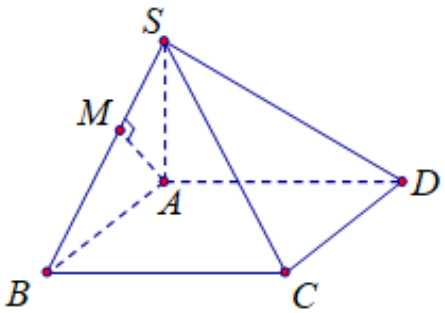
$+ \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

$+ \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$.

$+ \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$.

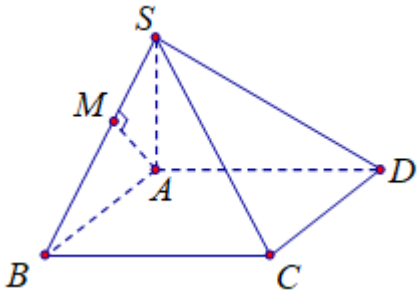
Suy ra: đáp án A sai.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông. Từ A kẻ $AM \perp SB$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $AM \perp (SBD)$.
B. $AM \perp (SBC)$.
C. $SB \perp (MAC)$.
D. $AM \perp (SAD)$.

Lời giải



Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ (1).

Do $ABCD$ là hình vuông nên $BC \perp AB$ (2).

Từ $(1), (2) \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$ (3).

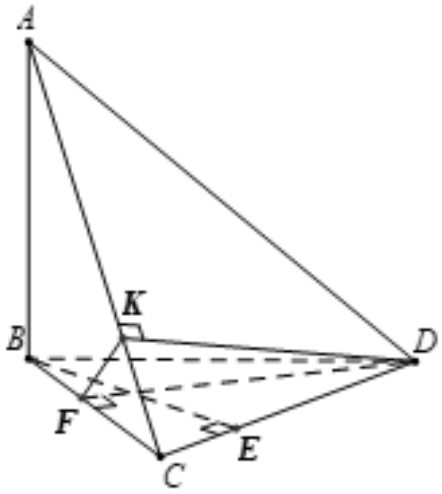
Theo giả thiết, ta có $AM \perp SB$ (4).

Từ $(3), (4) \Rightarrow AM \perp (SBC)$.

Câu 31. Cho tứ diện ABCD có $AB \perp (BCD)$. Trong ΔBCD vẽ các đường cao BE và DF cắt nhau ở O. Trong (ADC) vẽ $DK \perp AC$ tại K. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $(ADC) \perp (ABE)$.
B. $(ADC) \perp (DFK)$.
C. $(ADC) \perp (ABC)$.
D. $(BDC) \perp (ABE)$.

Lời giải



$\left.\begin{array}{l} CD \perp BE \\ CD \perp AB \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} CD \perp (ABE) \\ CD \subset (ADC) \end{array}\right\} \Rightarrow (ADC) \perp (ABE)$.

Vậy **A** đúng.

$\left.\begin{array}{l} DF \perp BC \\ DF \perp AB \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} DF \perp (ABC) \\ AC \subset (ABC) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} DF \perp AC \\ DK \perp AC \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} AC \perp (DFK) \\ AC \subset (ADC) \end{array}\right\} \Rightarrow (ADC) \perp (DFK)$

Vậy **B đúng**.

$\left.\begin{array}{l} CD \perp BE \\ CD \perp AB \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} CD \perp (ABE) \\ CD \subset (BDC) \end{array}\right\} \Rightarrow (BDC) \perp (ABE)$.

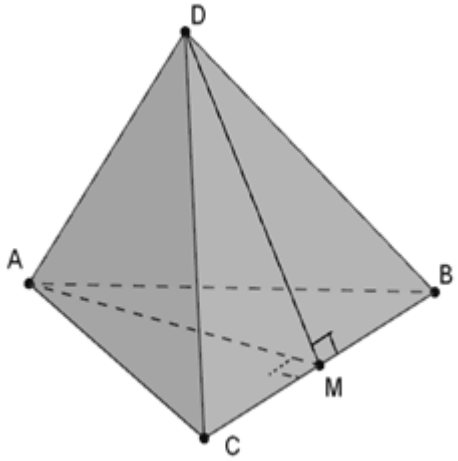
Vậy **D đúng**.

Vậy **C sai.**

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AB \perp (ADC)$. **B.** $BC \perp AD$. **C.** $CD \perp (ABD)$. **D.** $AC \perp BD$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BC.

$\begin{cases} AB = AC \\ DB = DC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp DM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ADM) \Rightarrow BC \perp AD.$

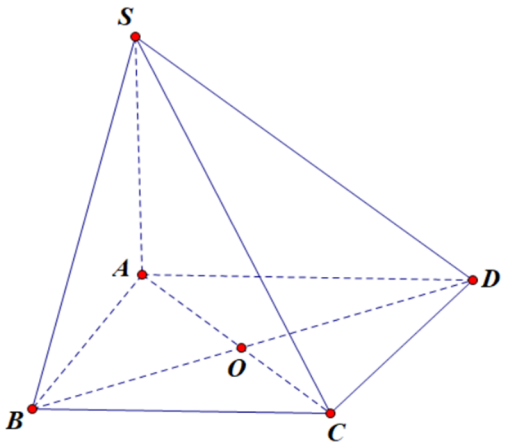
Chọn đáp án **B.**

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Chọn nhận định SAI

A. $(SAC) \perp (SBD)$. **B.** $(SAB) \perp (SBC)$.

C. $(SCD) \perp (SAD)$. **D.** $(SBC) \perp (SCD)$.

Lời giải



$\begin{cases} BD \perp (SAC) \\ BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \perp (SBD).$

$\begin{cases} BC \perp (SAB) \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \perp (SBC).$

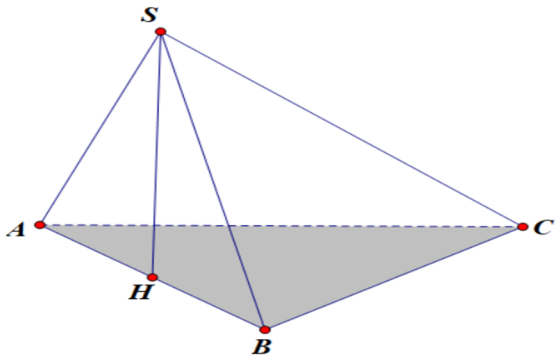
$\begin{cases} CD \perp (SAD) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAD) \perp (SCD).$

Chọn đáp án D.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách S đến đáy là?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải



Vẽ đường cao SH của tam giác SAB

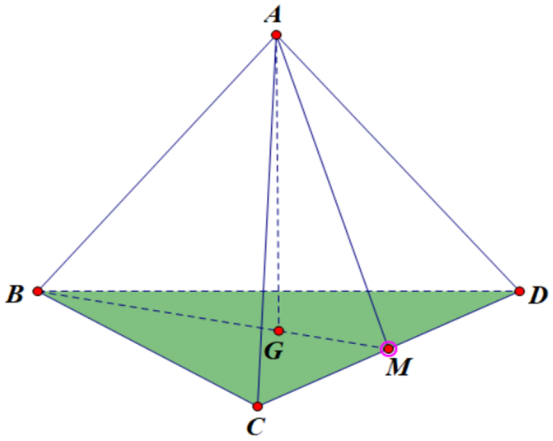
$\begin{cases} (SAB) \cap (ABC) = AB \\ (SAB) \perp (ABC) \\ SH \perp AB \\ SH \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC).$

Vậy khoảng cách từ S xuống (ABC) chính là đường cao SH của tam giác đều SAB cạnh bằng a. Khi đó $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 35. Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1 . Khoảng cách từ A đến mặt đáy là

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải



Kẻ đường trung tuyến BM . Tam giác BCD đều nên BM cũng là đường cao.
G là trọng tâm tam giác BCD.
$ABCD$ là tứ diện đều nên $AG \perp (BCD)$. Vậy khoảng cách từ A đến đáy chính là AG .

BM là đường cao của tam giác đều nên $BM = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

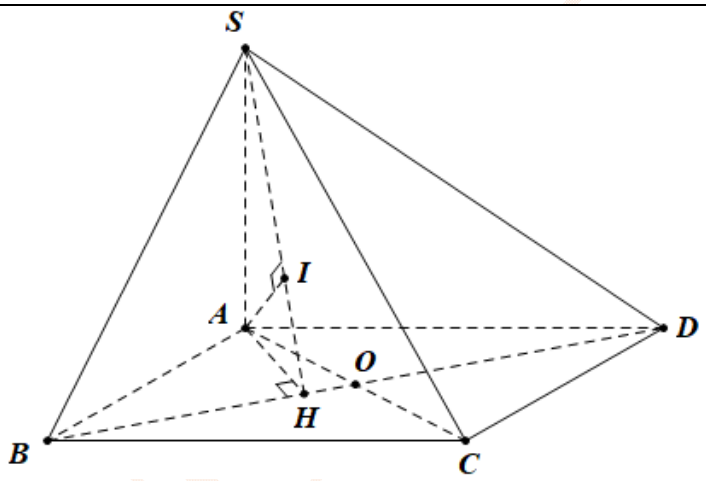
$BG = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3}\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Áp dụng Pytago trong tam giác AGB vuông tại G có $AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Vậy khoảng cách từ A tới đáy là $AG = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

PHẦN TỰ LUẬN .

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 **0,5 điểm**	Dự đoán $u_n = \frac{n+1}{n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ (*) Chứng minh (*) bằng phương pháp quy nạp : Với $n = 1 \to u_1 = 2$ (đúng). Giả sử (*) đúng với $n = k\,(k \geq 1)$ nghĩa là $u_k = \frac{k+1}{k}$ Ta chứng minh (*) đúng khi $n = k+1$.Nghĩa là ta phải chứng minh : $u_{k+1} = \frac{k+2}{k+1}$ Thật vậy theo bài ra và giả thiết quy nap ta có $u_{k+1} = 2 - \frac{1}{u_k} = 2 - \frac{1}{\frac{k+1}{k}} = \frac{k+2}{k+1}$ đúng , nghĩa là (*)cũng đúng với $n = k+1$.	**0,25 đ**
	Ta có $\lim u_n = \lim \frac{n+1}{n} = 1$. Vậy $\lim u_n = 1$.	**0,25đ**
Câu 2 **0,5 điểm**	$f(0) = m+1$. $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} \left(m + \frac{1-x}{1+x} \right) = m+1$.	**0,25 đ**

	$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\left(\dfrac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x}\right)=$ $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{-2x}{x\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\right)}=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{-2}{\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\right)}=-1.$ Để hàm liên tục tại $x=0$ thì $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=f(0)$ $\Leftrightarrow m+1=-1\Leftrightarrow m=-2.$	**0,25 đ**
Câu 3 **1,0đ** \	Gọi $v(t)$, $a(t)$ lần lượt là vận tốc và gia tốc của chất điểm. Theo ý nghĩa hình học của đạo hàm, ta suy ra $\begin{cases} v(t)=s'(t)=t^3-3t^2+5t+10 \\ a(t)=v'(t)=3t^2-6t+5 \end{cases}$.	**0,5 đ**
	Lại có $a(t)=3t^2-6t+5=3(t-1)^2+2\geq 2$ với mọi t Suy ra gia tốc chuyển động của chất điểm nhỏ nhất bằng 2 khi $t=1$.	**0,25 đ**
	Vận tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm gia tốc nhỏ nhất là $v(1)=(1)^3-3\cdot 1^2+5\cdot 1+10=13\ (m/s).$	**0,25 đ**
Câu 4 **1,0 điểm**	 Ta có $AC\cap(SBD)=O$ nên $\dfrac{\mathrm{d}(C,(SBD))}{\mathrm{d}(A,(SBD))}=\dfrac{CO}{AO}=1$ (vì O là trung điểm AC) Suy ra $\mathrm{d}(C,(SBD))=\mathrm{d}(A,(SBD))$.	**0,25 đ**
	Gọi H, I lần lượt là hình chiếu của A lên BD, SH, ta có $\begin{cases} AI\perp SH \\ AI\perp BD\ (BD\perp AH, BD\perp SA\Rightarrow BD\perp(SAH)\Rightarrow BD\perp AI) \end{cases}$ Suy ra $AI\perp(SBD)$ (vì $SH\cap BD=H$ và $SH, BD\subset(SBD)$). Suy ra $\mathrm{d}(A,(SBD))=AI$.	**0,25 đ**
	Xét tam giác ABD vuông tại A với AH là đường cao, ta có $AH=\dfrac{AB\cdot AD}{\sqrt{AB^2+AD^2}}=\dfrac{a\cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2+a^2}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.$	**0,25 đ**
	Xét tam giác SAH vuông tại A với AI là đường cao, ta có	**0,25 đ**

	$AI = \dfrac{AH \cdot AS}{\sqrt{AH^2 + AS^2}} = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{\dfrac{3a^2}{4} + 3a^2}} = \dfrac{a\sqrt{15}}{5}.$ Vậy khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.	

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 2

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. $\lim \frac{1}{2n+7}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{7}$.

Câu 2. Vi phân của hàm số $y=\frac{x+3}{1-2x}$ tại $x=-3$ là

A. $\mathrm{d}y=\frac{1}{7}\mathrm{d}x$. **B.** $\mathrm{d}y=7\mathrm{d}x$. **C.** $\mathrm{d}y=-\frac{1}{7}\mathrm{d}x$. **D.** $\mathrm{d}y=-7\mathrm{d}x$.

Câu 3. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Nếu $\lim|u_n|=+\infty$ thì $\lim u_n=+\infty$. **B.** Nếu $\lim|u_n|=+\infty$ thì $\lim u_n=-\infty$.

C. Nếu $\lim u_n=0$ thì $\lim|u_n|=0$. **D.** Nếu $\lim u_n=-a$ thì $\lim|u_n|=a$.

Câu 4. Tính giá trị giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^4-2x^5}{2x^4+3x^5+2}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** $-\frac{2}{7}$. **C.** $-\frac{1}{7}$. **D.** $-\frac{1}{12}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O. Các mặt phẳng (SAC), (SBD) cùng vuông góc với đáy. Hãy xác định đường thẳng vuông góc với $(ABCD)$ trong những đường sau đây?

A. SB. **B.** SA. **C.** SO. **D.** SC.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD. Khi đó

A. $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CG}$. **B.** $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}=3\overrightarrow{CG}$.

C. $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}=3\overrightarrow{GC}$. **D.** $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{CG}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=x^4-2x^2+3$. Tính $f''(1)$.

A. $f''(1)=16$ **B.** $f''(1)=12$ **C.** $f''(1)=0$ **D.** $f''(1)=8$

Câu 8. Trong các mệnh đề mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hàm số $y=\cos x$ liên tục trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số $y=\sin x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y=\tan x$ liên tục trên $\mathbb{R}$. **D.** Hàm số $y=2x+1$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 9. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hình hộp chữ nhật là lăng trụ đứng.

B. Hình lăng trụ đứng có đáy là hình chữ nhật được gọi là hình hộp chữ nhật.

C. Hình lăng trụ là hình hộp đứng.

D. Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có tất cả các cạnh bằng nhau.

Câu 10. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\frac{x^2+x}{x-2}$ tại điểm $x=1$.

A. $f'(1)=-4$. **B.** $f'(1)=-3$. **C.** $f'(1)=-2$. **D.** $f'(1)=-5$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$, mặt đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=a$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC).

A. $d=\frac{a}{2}$. **B.** $d=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $d=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $d=a$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y=2\sqrt{x}-3$ là

A. $y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}-3$. **B.** $y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$. **C.** $y'=\frac{1}{\sqrt{x}}-3$. **D.** $y'=\frac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 13. Cho hàm số $y=2x^3-x+3\,(P)$. Phương trình tiếp tuyến với (P) tại $M(0;3)$ là

A. $y=4x-1$. **B.** $y=11x+3$. **C.** $y=-x-3$. **D.** $y=-x+3$.

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Số đo góc giữa hai đường thẳng BC, SA bằng

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 15. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-2x^3-4x^2+5\right)$

A. 3. **B.** -2. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Câu 16. Xét hai mệnh đề sau:

(I): $f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì $f(x)$ liên tục tại x_0.

(II): $f(x)$ liên tục tại x_0 thì $f(x)$ có đạo hàm tại x_0.

A. Mệnh đề (I) đúng, (II) sai. **B.** Cả 2 mệnh đề (I) và (II) đều sai.

C. Cả 2 mệnh đề (I) và (II) đều đúng. **D.** Mệnh đề (II) đúng, (I) sai.

Câu 17. Hàm số $y=x-\frac{4}{x}$ có đạo hàm bằng

A. $\frac{x^2+4}{x^2}$. **B.** $\frac{-x^2-4}{x^2}$. **C.** $\frac{x^2-4}{x^2}$. **D.** $\frac{-x^2+4}{x^2}$.

Câu 18. Hàm số $y=x^2.\cos x$ c ó đạo hàm là

A. $y'=2x\sin x-x^2\cos x$. **B.** $y'=2x\cos x-x^2\sin x$.

C. $y'=2x\cos x+x^2\sin x$. **D.** $y'=2x\sin x+x^2\cos x$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)=a\sin x+\frac{1}{2}\cos x+1$ có đạo hàm là $f'(x)$. Để $f'(0)=\frac{1}{2}$ thì a bằng bao nhiêu?

A. $a=-\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a=\frac{1}{2}$. **C.** $a=-\frac{1}{2}$. **D.** $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 20. Hàm số $y=\frac{x^2-44x+2}{2x-1}$ liên tục trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

C. $(-\infty;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$ và $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 21. Cho $I=\lim\limits_{x\to0}\frac{2\left(\sqrt{3x+1}-1\right)}{x}$ và $J=\lim\limits_{x\to-1}\frac{x^2-x-2}{x+1}$. Khi đó $I-J$ bằng

A. 0. **B.** 6. **C.** 3. **D.** -6.

Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=AC=AD$ và $\widehat{BAC}=\widehat{BAD}=60°,\widehat{CAD}=90°$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{IJ}$ và $\overrightarrow{CD}$.

A. $90°$. **B.** $120°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$ Gọi M và $\mathcal{P}$ lần lượt là trung điểm của AB và CD Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{b},\overrightarrow{AC}=\vec{c},\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{c}+\vec{d}+\vec{b})$ **B.** $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{d}+\vec{b}-\vec{c})$

C. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{c}+\vec{b}-\vec{d})$ **D.** $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{c}+\vec{d}-\vec{b})$

Câu 24. Cho hàm số $f(x)=\cos x$, tìm số gia tương ứng của hàm số biết $x_0=\frac{\pi}{3},\Delta x=\pi$.

A. -1. **B.** 0. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** π.

Câu 25. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại B, $AB=BC=a$, $AA'=a\sqrt{2}$, M là trung điểm BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a}{\sqrt{7}}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)=\frac{x-1}{3x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x)<0$ là

A. $\varnothing$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 27. Cho chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, tam giác ABC vuông tại B. Biết $SA=AB=BC$. Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC).

A. $arc\cos\frac{1}{3}$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 28. Cho hàm số $y=\cos x+m\sin 2x(C)$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị m để tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=\pi$, $x=\frac{\pi}{3}$ song song hoặc trùng nhau.

A. $m=-2\sqrt{3}$. **B.** $m=-\frac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $m=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $m=\sqrt{3}$.

Câu 29. Cho hàm số $y=x.\cos x$. Tính giá trị biểu thức $M=xy+xy''-2(y'-\cos x)$.

A. $M=-1$. **B.** $M=2$. **C.** $M=1$. **D.** $M=0$.

Câu 30. Cho hàm số $y=x^3-3x^2$. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ trị hàm số song song với trục hoành?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 31. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t)=2t^2$, trong đó $t>0$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t=2$ giây.

A. 8m/s. **B.** 4 m/s. **C.** 2 m/s. **D.** 3 m/s.

Câu 32. Tìm m để hàm số $y=\frac{(m+1)x^3}{3}-(m+1)x^2+(3m+2)x+1$ có $y'\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

A. $m\le-\frac{1}{2}$ **B.** $m<-1$ **C.** $m\le 1$ **D.** $m\le -1$

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ và tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x_A;x_B;x_C;x_D$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **SAI**?

A. $f'(x_A).f'(x_B).f'(x_D)>0$. **B.** $f'(x_A).f'(x_B).f'(x_C).f'(x_D)>0$.

C. $f'(x_A)<0;f'(x_D)>0$. **D.** $f'(x_A).f'(x_B).f'(x_C)=0$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=120°,SA\perp(ABCD)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng $60°$, khi đó

A. $SA=\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **B.** $SA=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $SA=\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $SA=a\sqrt{6}$.

Câu 35. Cho biết $L=\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{\sqrt{1+ax^2}-bx-2}{4x^3-3x+1}=c$ với $a,\ b,\ c\in\mathbb{R}$. Tìm số nghiệm thực của phương trình $ax^4-2bx^2+c-2=0$.

A. 1. **B. 3.** **C. 0.** **D. 2.**

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+1}{2x^2-x+4}$.

Câu 37. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$. Tìm các nghiệm của phương trình $f^{(4)}\left(x\right)=-8$ thuộc đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$

Câu 38. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=x^3-3x^2-9x$ tại điểm có hoành độ $x_0=1$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bằng $4a$; Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm H trên OA; góc giữa mặt phẳng (SAD) và mặt đáy bằng 45^o. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAD).

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP ÁN CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	A	C	C	C	B	D	C	C	D	B	D	D	A	C	A	A	B
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
B	D	B	A	D	A	B	A	B	B	D	C	A	D	B	A	C	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\frac{1}{2n+7} = \lim\frac{\frac{1}{n}}{2+\frac{7}{n}} = 0.$

Câu 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = \frac{7}{(1-2x)^2} \Rightarrow y'(-3) = \frac{1}{7} \Rightarrow \mathrm{d}y = \frac{1}{7}\mathrm{d}x$.

Câu 3.

Lời giải

Chọn C

Câu 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^4-2x^5}{2x^4+3x^5+2} = -\frac{1}{7}$.

Câu 5.

Lời giải

Chọn C

Các mặt phẳng (SAC), (SBD) cùng vuông góc với $(ABCD)$ nên giao tuyến của chúng là SO vuông góc với $(ABCD)$.

Câu 6.

Lời giải

Chọn B

G là trọng tâm tam giác ABD nên $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=\vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}-3\overrightarrow{CG}=\vec{0}$

$\Rightarrow \overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}=3\overrightarrow{CG}$.

Câu 7.

Lời giải

Chọn D

+) $f'(x)=\left(x^4-2x^2+3\right)'=4x^3-4x,$

+) $f''(x)=\left(4x^3-4x\right)'=12x^2-4$

+) $f''(1)=8$.

Câu 8.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\tan x$ xác định khi $x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$ nên không liên tục trên $\mathbb{R}$. Chỉ liên tục trên tập xác định của nó.

Câu 9.

Lời giải

Chọn C

Đáp án "Hình lăng trụ là hình hộp đứng" là sai do hình lăng trụ có thể là hình hộp có cạnh bên không vuông góc với đáy.

Câu 10.

Lời giải

Chọn D

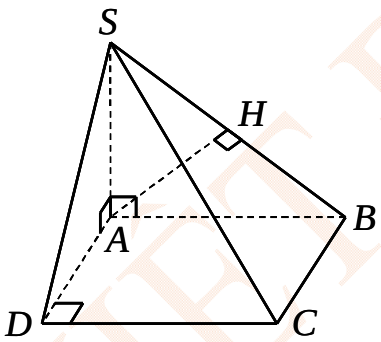
Ta có $f'(x)=\frac{(x^2+x)'(x-2)-(x^2+x)(x-2)'}{(x-2)^2}$

$=\frac{(2x+1)(x-2)-(x^2+x)}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x-2}{(x-2)^2}\Rightarrow f'(1)=-5.$

Câu 11.

Lời giải

Chọn B



Vì $SA\perp(ABCD)$ nên $SA\perp AB$.

Vì $SA=AB=a$ nên ΔSAB vuông cân tại A. Suy ra $SB=a\sqrt{2}$.

Gọi H là trung điểm của SB, suy ra $AH\perp SB\ (1)$

Ta có $SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA\perp BC\ (2)$.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $BC\perp AB\ (3)$.

Từ (2) và (3) suy ra $BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp AH\ (4)$

Từ (1) và (4) suy ra $AH\perp(SBC)$ tại H.

Do đó khoảng cách từ A đến (SBC) là $d(A,(SBC))=AH=\frac{1}{2}SB=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 12.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=2.\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 13.

Lời giải

Chọn D

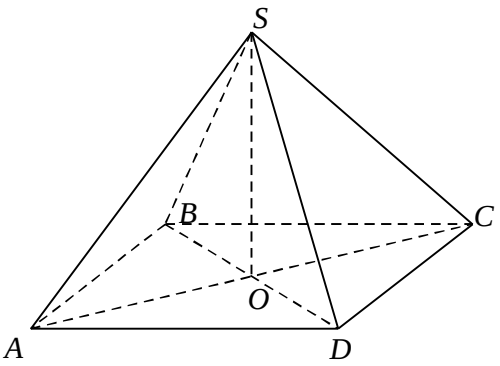
Ta có $y'=6x^2-1\Rightarrow k=y'(0)=-1$.

Vậy phương trình tiếp tuyến: $y=-x+3$.

Câu 14.

Lời giải

Chọn A



Vì $AD//BC$ nên góc giữa BC và SA là góc giữa AD và SA.
Hình chóp có tất cả các cạnh đều bằng a nên ΔSAD đều, suy ra $(AD,SA)=60°$.

Câu 15.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-2x^3-4x^2+5\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}x^3\left(-2-\frac{4}{x}+\frac{5}{x^3}\right)=-\infty$.

Câu 16.

Lời giải

ChọnA

Câu 17.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=1+\frac{4}{x^2}\Leftrightarrow y'=\frac{x^2+4}{x^2}$.

Câu 18.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=2x.\cos x+x^2.(-\sin x)=2x\cos x-x^2.\sin x$.

Câu 19.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=a\cos x-\frac{1}{2}\sin x$.

Mà $f'(0)=\frac{1}{2}\Leftrightarrow a\cos 0-\frac{1}{2}\sin 0=\frac{1}{2}\Leftrightarrow a=\frac{1}{2}$.

Vậy $a=\frac{1}{2}$.

Câu 20.

Lời giải

Chọn D

Hàm phân thức liên tục trên TXĐ.

☼ Phân tích:

Áp dụng tính chất hàm số liên tục.

Câu 21.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$I=\lim_{x\to 0}\frac{2\left(\sqrt{3x+1}-1\right)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{6x}{x\left(\sqrt{3x+1}+1\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{6}{\sqrt{3x+1}+1}=3.$$

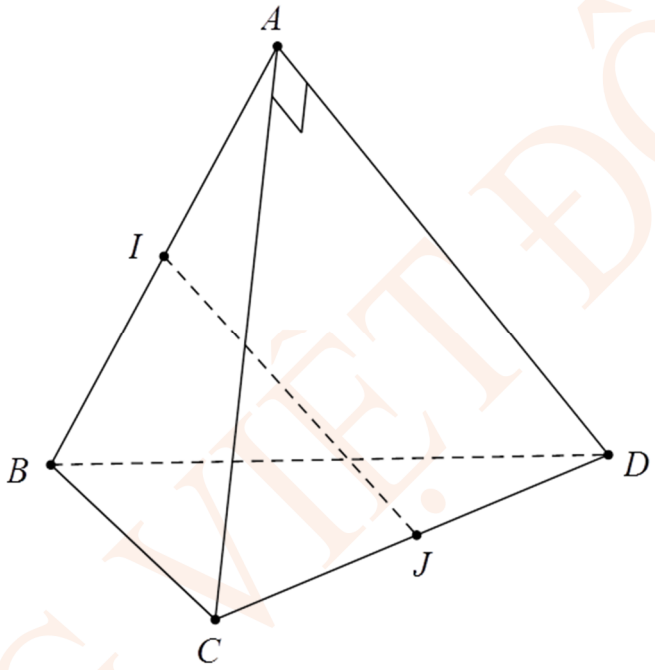
$$J=\lim_{x\to -1}\frac{x^2-x-2}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(x-2)}{x+1}=\lim_{x\to -1}(x-2)=-3.$$

Khi đó $I-J=6$.

Câu 22.

Lời giải

Chọn A



$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DJ}\,(1)$

$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CJ}\,(2)$

Lấy $(1)+(2)$ ta được:

$2\overrightarrow{IJ}=\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}\right)+\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\right)+\left(\overrightarrow{DJ}+\overrightarrow{CJ}\right)=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$

Hay $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right).$

$$\overrightarrow{IJ}.\overrightarrow{CD}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right).\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}\right)$$

$$=\frac{1}{2}AD^2-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}-\frac{1}{2}AC^2-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}.$$

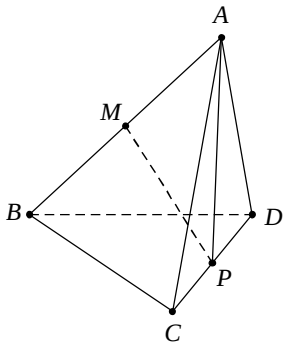
$$=-\frac{1}{2}.AB.AD.\cos 60^0+\frac{1}{2}AB.AC.\cos 60^0=0$$

Vậy: $\overrightarrow{IJ}\perp\overrightarrow{CD}$.

Câu 23.

Lời giải

Chọn D



Vì M, P lần lượt là trung điểm của AB, $CD \Rightarrow \begin{cases} 2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AP} \end{cases}$.

Ta có $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right) = -\frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} + \frac{1}{2}\vec{d}$.

Câu 24.

Lời giải

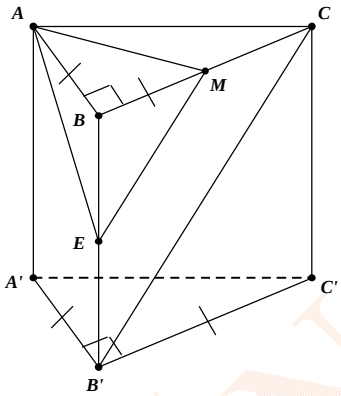
Chọn A

Ta có : $\Delta y = f\left(x_0 + \Delta x\right) - f\left(x_0\right) = f\left(\frac{4\pi}{3}\right) - f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1$.

Câu 25.

Lời giải

Chọn B



Gọi E là trung điểm của BB'. Khi đó: $EM \;//\; B'C \Rightarrow B'C \;//\; (AME)$

Ta có: $d\left(AM, B'C\right) = d\left(B'C, \left(AME\right)\right) = d\left(C, \left(AME\right)\right) = d\left(B, \left(AME\right)\right)$

Xét khối chóp $BAME$ có các cạnh BE, AB, BM đôi một vuông góc với nhau nên

$$\frac{1}{d^2\left(B, \left(AME\right)\right)} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{MB^2} + \frac{1}{EB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{d^2\left(B, \left(AME\right)\right)} = 7a^2 \Leftrightarrow d^2\left(B, \left(AME\right)\right) = \frac{a^2}{7}$$

$$\Leftrightarrow d\left(B, \left(AME\right)\right) = \frac{a}{\sqrt{7}}.$$

Câu 26.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

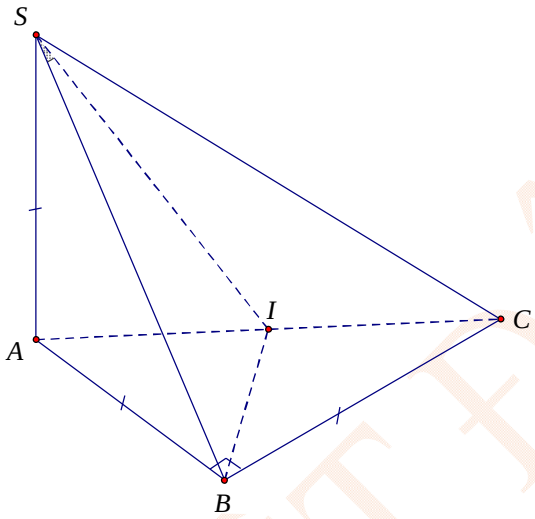
Ta có: $f'(x)=\dfrac{1}{3x^2} \Rightarrow f'(x)>0$ với $\forall x \neq 0$.

Vậy Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x)<0$ là $\varnothing$.

Câu 27.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của $AC \Rightarrow BI \perp AC$ (vì ΔABC vuông cân tại A). (1)
Mặt khác: $SA \perp BI$ (vì $SA \perp (ABC)$) (2)
Từ (1) và (2), suy ra: $BI \perp (SAC)$.
$\Rightarrow SI$ là hình chiếu của SB lên (SAC).
$\Rightarrow \widehat{(SB,(SAC))} = \widehat{(SB,SI)} = \widehat{BSI}$.

Xét ΔBSI vuông tại I, ta có: $\sin\widehat{BSI} = \frac{BI}{SB} = \frac{\frac{AB\sqrt{2}}{2}}{AB\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$.
$\Rightarrow \widehat{BSI} = 30°$.

Câu 28.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=-\sin x+2m\cos 2x$.

Theo đề: $y'(\pi)=y'\left(\dfrac{\pi}{3}\right) \Rightarrow 2m=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}-m \Leftrightarrow m=-\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 29.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = \cos x - x.\sin x \Rightarrow y'' = -2\sin x - x.\cos x$.
Khi đó $xy + xy'' = x^2\cos x + x(-2\sin x - x\cos x) = -2x\sin x$.
Và $2(y' - \cos x) = 2(\cos x - x\sin x - \cos x) = -2x\sin x$.
Vậy $xy + xy'' = 2(y' - \cos x) \Rightarrow M = 0$.

Câu 30.

Lời giải

Chọn C

Xét $y' = 3x^2 - 6x$

Tiếp tuyến song song với trục hoành có hệ số góc bằng 0 nên tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Với $x = 0 \Rightarrow y = 0$ ta có tiếp tuyến là: $y = 0$

Với $x = 2 \Rightarrow y = -4$ ta có tiếp tuyến là: $y = -4$

Câu 31.

Lời giải

Chọn A

Ta tính được $s'(t) = 4t$.

Vận tốc của chất điểm $v(t) = s'(t) = 4t \Rightarrow v(2) = 4.2 = 8$ (m/s).

Câu 32.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = (m+1)x^2 - 2(m+1)x + (3m+2)$

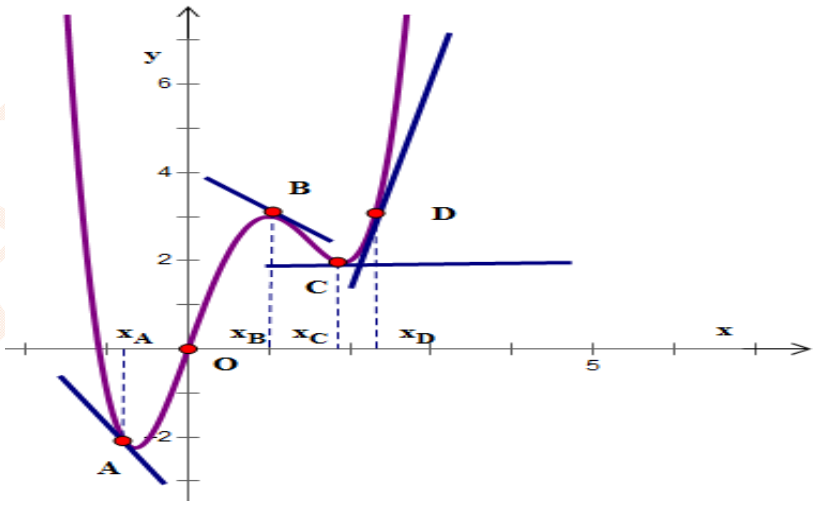
TH1: $m = -1, y' = -1, y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra $m = -1$ thỏa yêu cầu bài toán.

TH2: $m \ne -1$,

$$\begin{aligned} & y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow & (m+1)x^2 - 2(m+1)x + (3m+2) \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m+1 < 0 \\ \Delta' = (m+1)^2 - (m+1)(3m+2) \le 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m < -1 \\ -2m^2 - 3m - 1 \le 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m < -1 \\ \left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ m \ge -\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \end{cases} \\ \Leftrightarrow & m < -1 \end{aligned}$$

Vậy $m \le -1$

Câu 33.



Lời giải

Chọn B

Tiếp tuyến tại A là một đường thẳng có chiều hướng đi xuống nên $f'(x_A) < 0$.

Tiếp tuyến tại B là một đường thẳng có chiều hướng đi xuống nên $f'(x_B) < 0$.

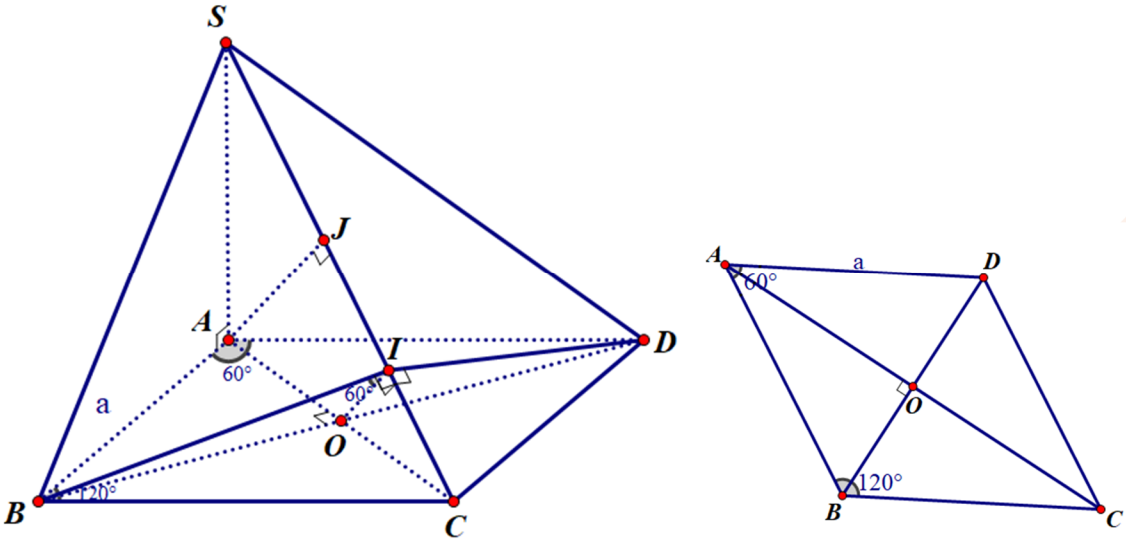
Tiếp tuyến tại C là một đường thẳng nằm ngang nên $f'(x_C) = 0$.

Tiếp tuyến tại D là một đường thẳng có chiều hướng đi lên nên $f'(x_D) > 0$.

Câu 34.

Lời giải

Chọn A



Vì $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{ABC} = 120°$ nên suy ra $\widehat{BAD} = 60°$, suy ra ΔBAD đều cạnh a, do vậy ta thu được kết quả: $BD = a, AC = 2AO = 2.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Trong mặt phẳng (SAC) dựng $OI \perp SC$ tại I.

Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC \Rightarrow SC \perp (BDI) \Rightarrow \begin{cases} SC \perp BI \\ SC \perp DI \end{cases}$.

Mặc khác, BI và DI là 2 đường cao hạ từ 2 đỉnh tương ứng của hai tam giác bằng nhau ΔSBC và ΔSCD, nên $BI = DI$ suy ra ΔBID cân tại I.

Vì $\begin{cases} (SBC) \cap (SCD) = SC \\ BI \perp SC \\ DI \perp SC \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(SBC),(SCD)}\right) = \left(\widehat{BI, DI}\right)$.

Nếu $\widehat{BID} < 90°$ thì $\widehat{BID} = \left(\widehat{BI, DI}\right) = 60°$. Khi đó ΔBID đều cạnh a, điều này không thể xảy ra vì trong tam giác vuông $IDC, ID < CD = a$.

Do vậy $\widehat{BID} > 90° \Rightarrow \widehat{BID} = 180° - \left(\widehat{BI, DI}\right) = 120° \Rightarrow \widehat{BIO} = 60°$.

Xét tam giác vuông BIO, ta có $\tan \widehat{BIO} = \dfrac{OB}{OI} \Rightarrow OI = \dfrac{OB}{\tan 60°} = \dfrac{a}{2\sqrt{3}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Trong mặt phẳng (SAC) dựng $AJ \perp SC$ tại J, khi đó $AJ = 2OI = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác vuông SAC, đường cao AJ ta có: $\dfrac{1}{SA^2} = \dfrac{1}{AJ^2} - \dfrac{1}{AC^2} = \dfrac{3}{a^2} - \dfrac{1}{3a^2} = \dfrac{8}{3a^2} \Rightarrow SA = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 35.

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy $4x^3 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow (2x-1)^2(x+1) = 0$ có nghiệm kép $x = \frac{1}{2}$.

Vì L hữu hạn nên phương trình $\sqrt{1+ax^2}-bx-2=0$ phải có nghiệm kép là $x=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow 1+ax^2-(bx+2)^2=0$ có nghiệm kép $x=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow (a-b^2)x^2-4bx-3=0$ có nghiệm kép $x=\frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-b^2\neq 0 \\ \Delta = 16b^2+4(a-b^2).3=0 \\ (a-b^2).\left(\frac{1}{2}\right)^2-4.b.\frac{1}{2}-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b^2\neq 0 \\ a-b^2=-\frac{4}{3}b^2 \\ -\frac{4}{3}b^2.\left(\frac{1}{2}\right)^2-4.b.\frac{1}{2}-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=-3.$$

Thử lại: Khi $a=b=-3$ ta có $\sqrt{1-3x^2}+3x-2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-3x^2\geq 0 \\ 1-3x^2=(2-3x)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-3x^2\geq 0 \\ 4x^2-4x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ (thỏa mãn).

Khi đó $L=\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{\sqrt{1-3x^2}+3x-2}{4x^3-3x+1}=\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{\frac{-3(2x-1)^2}{\sqrt{1-3x^2}-(3x-2)}}{(2x-1)^2(x+1)}=\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{-3}{(\sqrt{1-3x^2}-3x+2)(x+1)}=-2$

Suy ra $c=-2$.

Vậy ta có phương trình $-3x^4+6x^2-4=0$ vô nghiệm.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

Ta có: $y=\dfrac{x^2+x+1}{2x^2-x+4}\Rightarrow y'=\dfrac{(2x+1)(2x^2-x+4)-(x^2+x+1)(4x-1)}{(2x^2-x+4)^2}=\dfrac{-3x^2+4x+5}{(2x^2-x+4)^2}$.

Câu 37.

Lời giải

$f'(x)=-2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$, $f''(x)=-4\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$, $f'''(x)=8\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$, $f^{(4)}(x)=16\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$.

$f^{(4)}(x)=-8\Leftrightarrow\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)=-\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

Vì $x\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ nên lấy được $x=\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 38.

Lời giải

Tung độ của tiếp điểm là $y_0=f(1)=-11$.

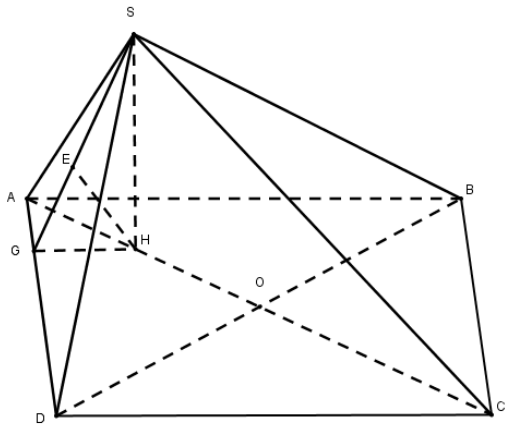
Hệ số góc của tiếp tuyến là $k=f'(1)=-12$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x_0=1$ là:

$y=-12(x-1)-11\Leftrightarrow y=-12x+1$.

Câu 39.

Lời giải



Ta có $d(B,(SAD)) = d(C,(SAD))$ (vì $BC // (SAD)$).

Mặt khác $CA = 4HA \Rightarrow d(C,(SAD)) = 4d(H,(SAD))$.

Từ H kẻ $HG \perp AD \Rightarrow AD \perp SH$, do đó $\widehat{SGH} = \widehat{((SAD),(ABCD))} = 45^o$.

Tam giác SHG vuông cân tại H nên ta có $SG = HG\sqrt{2} = \dfrac{AB}{4}\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

Kẻ $HE \perp SG$, dễ thấy $d(H,(SAD)) = HE = \dfrac{SG}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

vậy $d(B,(SAD)) = 4d(H,(SAD)) = 2a\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 3

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. $\lim \dfrac{1}{5n+2}$ bằng

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $+\infty$.

Câu 2. $\lim\limits_{n\to+\infty} 2^n$ bằng.

A. 2. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Câu 3. Giới hạn $\lim\limits_{x\to-1}\left(x^2-x+7\right)$ bằng?

A. 5. **B.** 9. **C.** 0. **D.** 7.

Câu 4. Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $-\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **B.** $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **C.** $\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **D.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$.

Câu 5. Giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(3x-\sqrt{9x^2-1}\right)$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** -1.

Câu 6. Cho hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{1-x^3}{1-x}, \text{khi } x<1\\ 1 \quad\quad , \text{khi } x\ge1\end{cases}$. Hãy chọn kết luận đúng

A. y liên tục phải tại $x=1$. **B.** y liên tục tại $x=1$.

C. y liên tục trái tại $x=1$. **D.** y liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} \text{ khi } x\ne1\\ m-2 \text{ khi } x=1\end{cases}$. Tìm m để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-4$.

Câu 8. Phát biểu nào trong các phát biểu sau là đúng?

A. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trái tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

B. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm phải tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

C. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm $-x_0$.

D. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

Câu 9. Cho $f(x)=x^{2018}-1009x^2+2019x$. Giá trị của $\lim\limits_{\Delta x\to0}\dfrac{f(\Delta x+1)-f(1)}{\Delta x}$ bằng:

A. 1009. **B.** 1008. **C.** 2018. **D.** 2019.

Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. Tính $y'(3)$

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $-\dfrac{3}{4}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y=x^3+2x+1$.

A. $y'=3x^2+2x$. **B.** $y'=3x^2+2$. **C.** $y'=3x^2+2x+1$. **D.** $y'=x^2+2$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x^2+3}$. Tính giá trị của biểu thức $S=f(1)+4f'(1)$.

A. $S=4$. **B.** $S=2$. **C.** $S=6$. **D.** $S=8$.

Câu 13. Cho hàm số $y=\sqrt{2x^2+5x-4}$. Đạo hàm y' của hàm số là

A. $y'=\dfrac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$. **B.** $y'=\dfrac{2x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

C. $y'=\dfrac{2x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}$. **D.** $y'=\dfrac{4x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

Câu 14. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+5$ tại điểm có hoành độ $x=-1$.

A. $y=4x-6$. **B.** $y=4x+2$. **C.** $y=4x+6$. **D.** $y=4x-2$.

Câu 15. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2-5x$. Tập nghiệm của bất phương trình $y'\ge 0$ là

A. $[-1;5]$. **B.** $\varnothing$.

C. $(-\infty;-1)\cup(5;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1]\cup[5;+\infty)$.

Câu 16. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s=2t^2+3t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0=2$ (giây) bằng.

A. 22 (m/s).

B. 19 (m/s).

C. 9 (m/s).

D. 11 (m/s).

Câu 17. Cho hàm số $y=x^3-3x+2017$. Bất phương trình $y'<0$ có tập nghiệm là:

A. $S=(-1;1)$. **B.** $S=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

C. $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y=\cos 2x+1$ là

A. $y'=-\sin 2x$. **B.** $y'=2\sin 2x$. **C.** $y'=-2\sin 2x+1$. **D.** $y'=-2\sin 2x$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y=\cos(2x+1)$ là:

A. $y'=2\sin(2x+1)$ **B.** $y'=-2\sin(2x+1)$ **C.** $y'=-\sin(2x+1)$ **D.** $y'=\sin(2x+1)$.

Câu 20. Đạo hàm của hàm số $y=5\sin x-3\cos x$ tại $x_0=\dfrac{\pi}{2}$ là:

A. $y'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=3$. **B.** $y'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=5$. **C.** $y'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-3$. **D.** $y'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-5$.

Câu 21. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sin 2x-2\cos x+1$.

A. $y' = -2\cos 2x + 2\sin x$. **B.** $y' = 2\cos 2x + 2\sin x$.
C. $y' = 2\cos 2x - 2\sin x$. **D.** $y' = -\cos 2x - 2\sin x$

Câu 22. Cho $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x - x$. Khi đó $f'(x)$ bằng
A. $1 - \sin 2x$. **B.** $-1 + 2\sin 2x$. **C.** $-1 + \sin x.\cos x$. **D.** $1 + 2\sin 2x$.

Câu 23. Tính $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ biết $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$
A. -2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 0. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 24. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{3x+1}{x+2}$ là
A. $y'' = \frac{10}{(x+2)^2}$ **B.** $y'' = -\frac{5}{(x+2)^4}$ **C.** $y'' = -\frac{5}{(x+2)^3}$ **D.** $y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$

Câu 25. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \cos^2 x$ là
A. $y'' = -2\cos 2x$. **B.** $y'' = -2\sin 2x$. **C.** $y'' = 2\cos 2x$. **D.** $y'' = 2\sin 2x$.

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?
A. 12. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 8.

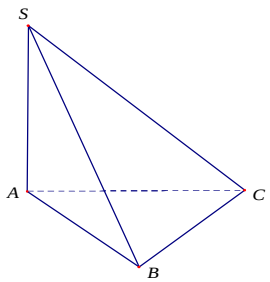
Câu 27. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α). Nếu (β) chứa a và cắt (β) theo giao tuyến là b thì a và b là hai đường thẳng
A. cắt nhau. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** song song với nhau.

Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD.
A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B$.
A. $60°$ **B.** $45°$ **C.** $75°$ **D.** $90°$

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SC, SD. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $AH \perp (SCD)$. **B.** $BD \perp (SAC)$. **C.** $AK \perp (SCD)$. **D.** $BC \perp (SAC)$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC đều cạnh a và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tìm góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC).



A. 60^o. **B.** 45^o. **C.** 135^o. **D.** 90^o.

Câu 32. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm của BC, mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. $(ABB')\perp(ACC')$. **B.** $(AC'M)\perp(ABC)$.

C. $(AMC')\perp(BCC')$. **D.** $(ABC)\perp(ABA')$.

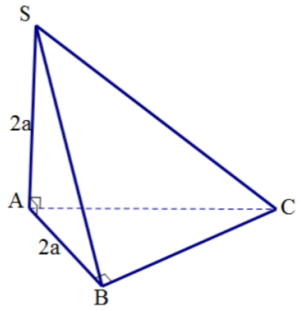
Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'BC'D'$. Tính góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ACC'A')$.

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 34. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD=2a$, $CD=a$, $AA'=a\sqrt{2}$. Đường chéo AC' có độ dài bằng

A. $a\sqrt{5}$. **B.** $a\sqrt{7}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $SA=AB=2a$, tam giác ABC vuông tại B (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $a\sqrt{3}$. **B.** a. **C.** $2a$. **D.** $a\sqrt{2}$.

PHẦN 2. TỰ LUẬN

Câu 1. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2-3x+1}-(ax+b)\right)=0$. Tìm a,b

Câu 2. Tìm a để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4} & khi\ x>4\\ \dfrac{(a+2)x}{4} & khi\ x\le 4\end{cases}$ liên tục trên tập xác định.

Câu 3. Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-2$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị thực của a để qua điểm $A(a;2)$ có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị (C).

Câu 4. Cho hình chop $S.ABC$ có đáy ABC là một tam giác đều cạnh a, cạnh SA vuông góc với (ABC) và $SA=h$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $60°$. Tính khoảng cách từ A đến (SBC) theo a và h.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.b	4.C	5.C	6.A	7.C	8.D	9.D	10.B
11.B	12.A	13.A	14.C	15.D	16.D	17.A	18.D	19.B	20.A
21.B	22.B	23.D	24.D	25.A	26.A	27.D	28.A	29.A	30.C
31.B	32.B	33.d	34.B	35.D					

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. $\lim \dfrac{1}{5n+2}$ bằng

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn B

$$\lim \frac{1}{5n+2} = \lim \frac{1}{n}\left(\frac{1}{5+\frac{2}{n}}\right) = 0.\frac{1}{5} = 0.$$

Câu 2. $\lim\limits_{n\to+\infty} 2^n$ bằng.

A. 2. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Lời giải

ChOn **B.**

Câu 3. Giới hạn $\lim\limits_{x\to-1}\left(x^2-x+7\right)$ bằng?

A. 5. **B.** 9. **C.** 0. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to-1}\left(x^2-x+7\right) = (-1)^2-(-1)+7 = 9$.

Câu 4. Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $-\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **B.** $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **C.** $\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **D.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$.

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2} = -3$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2} = -3$ (loại).

Vì $\lim\limits_{x\to2^+}(-3x+4) = -2$; $\lim\limits_{x\to2^+}(x-2) = 0$; $x-2>0, \forall x>2$ nên $\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{-3x+4}{x-2} = -\infty$

Câu 5. Giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(3x-\sqrt{9x^2-1}\right)$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x\to-\infty}\left(3x-\sqrt{9x^2-1}\right) = \lim_{x\to-\infty}\left(3x+x\sqrt{9-\frac{1}{x^2}}\right) = \lim_{x\to-\infty} x\left(3+\sqrt{9-\frac{1}{x^2}}\right) = -\infty$$

Câu 6. Cho hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{1-x^3}{1-x}, \text{khi } x<1\\ 1 \quad\quad , \text{khi } x\ge 1\end{cases}$. Hãy chọn kết luận đúng

A. y liên tục phải tại $x=1$. **B.** y liên tục tại $x=1$.

C. y liên tục trái tại $x=1$. **D.** y liên tục trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y(1)=1$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+} y=1$; $\lim\limits_{x\to 1^-} y=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{1-x^3}{1-x}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{(1-x)(1+x+x^2)}{1-x}=\lim\limits_{x\to 1^-}(1+x+x^2)=4$

Nhận thấy: $\lim\limits_{x\to 1^+} y=y(1)$. Suy ra y liên tục phải tại $x=1$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} \text{ khi } x\ne 1\\ m-2 \quad \text{khi } x=1\end{cases}$. Tìm m để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-4$.

Lời giải

Chọn C

Do $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}(x+1)=2$ nên hàm số liên tục tại $x=1$ khi

$\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)\Leftrightarrow m-2=2\Leftrightarrow m=4$. Khi đó hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 8. Phát biểu nào trong các phát biểu sau là đúng?

A. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trái tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

B. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm phải tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

C. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm $-x_0$.

D. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

Lời giải

Chọn D

Ta có định lí sau:

Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

Câu 9. Cho $f(x)=x^{2018}-1009x^2+2019x$. Giá trị của $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(\Delta x+1)-f(1)}{\Delta x}$ bằng:

A. 1009. **B.** 1008. **C.** 2018. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn D.

Theo định nghĩa đạo hàm ta có $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(\Delta x+1)-f(1)}{\Delta x}=f'(1)$.

Mà $f'(x)=2018x^{2017}-2018x+2019\Rightarrow f'(1)=2019$.

Vậy giá trị của $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(\Delta x+1)-f(1)}{\Delta x}=2019$.

Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. Tính $y'(3)$

A. $\frac{5}{2}$. **B.** $-\frac{3}{4}$. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=\frac{x+2}{x-1}\Rightarrow y'=\frac{-3}{(x-1)^2}$

$y'(3)=\frac{-3}{(3-1)^2}=-\frac{3}{4}$.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y=x^3+2x+1$.

A. $y'=3x^2+2x$. **B.** $y'=3x^2+2$. **C.** $y'=3x^2+2x+1$. **D.** $y'=x^2+2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=3x^2+2$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x^2+3}$. Tính giá trị của biểu thức $S=f(1)+4f'(1)$.

A. $S=4$. **B.** $S=2$. **C.** $S=6$. **D.** $S=8$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x)=\sqrt{x^2+3}\Rightarrow f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$.

Vậy $S=f(1)+4f'(1)=4$.

Câu 13. Cho hàm số $y=\sqrt{2x^2+5x-4}$. Đạo hàm y' của hàm số là

A. $y'=\frac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$. **B.** $y'=\frac{2x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

C. $y'=\frac{2x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}$. **D.** $y'=\frac{4x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\left(\sqrt{2x^2+5x-4}\right)'=\frac{\left(2x^2+5x-4\right)'}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}=\frac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$

Câu 14. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+5$ tại điểm có hoành độ $x=-1$.

A. $y=4x-6$. **B.** $y=4x+2$. **C.** $y=4x+6$. **D.** $y=4x-2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=4x^3-8x$, $y'(-1)=4$

Điểm thuộc đồ thị đã cho có hoành độ $x=-1$ là: $M(-1;2)$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M(-1;2)$ là:

$y=y'(-1)(x+1)+2\Leftrightarrow y=4(x+1)+2\Leftrightarrow y=4x+6$.

Câu 15. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2-5x$. Tập nghiệm của bất phương trình $y'\geq 0$ là

A. $[-1;5]$. **B.** $\varnothing$.

C. $(-\infty;-1)\cup(5;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1]\cup[5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$y=\frac{1}{3}x^3-2x^2-5x \Rightarrow y'=x^2-4x-5$

$y'\geq 0 \Leftrightarrow x^2-4x-5\geq 0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-1]\cup[5;+\infty)$.

Câu 16. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s=2t^2+3t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0=2$ (giây) bằng.

A. 22 (m/s).

B. 19 (m/s).

C. 9 (m/s).

D. 11 (m/s).

Lời giải

Chọn D

Phương trình vận tốc của chất điểm được xác định bởi $v=s'=4t+3$.

Suy ra vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0=2$ (giây) bằng $v(2)=4.2+3=11$.

Câu 17. Cho hàm số $y=x^3-3x+2017$. Bất phương trình $y'<0$ có tập nghiệm là:

A. $S=(-1;1)$. **B.** $S=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

C. $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn A

$y=x^3-3x+2017 \Rightarrow y'=3x^2-3$, $y'<0 \Leftrightarrow x^2-1<0 \Leftrightarrow -1<x<1$.

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y=\cos 2x+1$ là

A. $y'=-\sin 2x$. **B.** $y'=2\sin 2x$. **C.** $y'=-2\sin 2x+1$. **D.** $y'=-2\sin 2x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=\cos 2x+1 \Rightarrow y'=(\cos 2x+1)'=-(2x)'\sin 2x+(1)'=-2\sin 2x$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y=\cos(2x+1)$ là:

A. $y'=2\sin(2x+1)$ **B.** $y'=-2\sin(2x+1)$ **C.** $y'=-\sin(2x+1)$ **D.** $y'=\sin(2x+1)$.

Lời giải

Chọn B

$y=\cos(2x+1) \Rightarrow y'=-(2x+1)'.\sin(2x+1)=-2\sin(2x+1)$

Câu 20. Đạo hàm của hàm số $y=5\sin x-3\cos x$ tại $x_0=\frac{\pi}{2}$ là:

A. $y'\left(\frac{\pi}{2}\right)=3$. **B.** $y'\left(\frac{\pi}{2}\right)=5$. **C.** $y'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-3$. **D.** $y'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 5\cos x + 3\sin x \Rightarrow y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$.

Câu 21. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x - 2\cos x + 1$.

A. $y' = -2\cos 2x + 2\sin x$. **B.** $y' = 2\cos 2x + 2\sin x$.

C. $y' = 2\cos 2x - 2\sin x$. **D.** $y' = -\cos 2x - 2\sin x$

Lời giải

Chọn B

$y' = 2\cos 2x + 2\sin x$.

Câu 22. Cho $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x - x$. Khi đó $f'(x)$ bằng

A. $1 - \sin 2x$. **B.** $-1 + 2\sin 2x$. **C.** $-1 + \sin x.\cos x$. **D.** $1 + 2\sin 2x$.

Lời giải

Ta có $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x - x = -\cos 2x - x \Rightarrow f'(x) = 2\sin 2x - 1$.

Câu 23. Tính $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ biết $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

A. -2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 0. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $f(x) = \frac{\cos x}{1+\sin x} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{1+\sin x} \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{1+\sin\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{2}$

Câu 24. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{3x+1}{x+2}$ là

A. $y'' = \frac{10}{(x+2)^2}$ **B.** $y'' = -\frac{5}{(x+2)^4}$ **C.** $y'' = -\frac{5}{(x+2)^3}$ **D.** $y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = 3 - \frac{5}{x+2} \Rightarrow y' = \frac{5}{(x+2)^2}; y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$

Câu 25. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \cos^2 x$ là

A. $y'' = -2\cos 2x$. **B.** $y'' = -2\sin 2x$. **C.** $y'' = 2\cos 2x$. **D.** $y'' = 2\sin 2x$.

Lời giải

Chọn A

$y' = 2\cos x.(-\sin x) = -\sin 2x \Rightarrow y'' = -2\cos 2x$.

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

A. 12. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Số vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là số các chỉnh hợp chập 2 của phần tử $\Rightarrow$ số vectơ là $A_4^2 = 12$.

Câu 27. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α). Nếu (β) chứa a và cắt (β) theo giao tuyến là b thì a và b là hai đường thẳng

A. cắt nhau. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** song song với nhau.

Lời giải

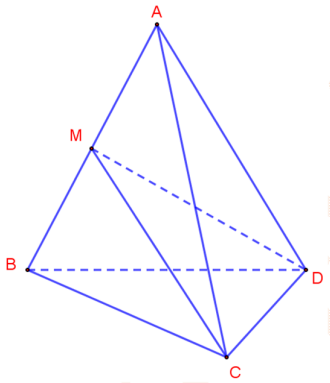
Chọn D

Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD.

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của AB.

Vì hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều nên $CM \perp AB, DM \perp AB$.

Khi đó $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}.(\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MD}) = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{MD} = 0$.

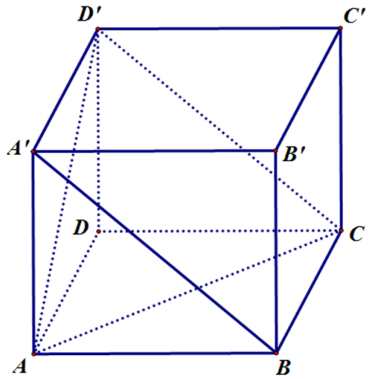
Vậy góc giữa hai đường thẳng AB và CD là $90°$.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B$.

A. $60°$ **B.** $45°$ **C.** $75°$ **D.** $90°$

Lời giải

Chọn A

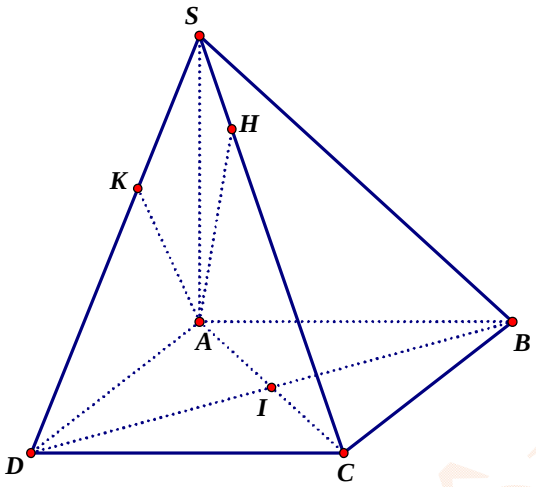


Do $A'BCD'$ là hình bình hành nên $A'B//D'C$. Suy ra góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B$ bằng góc giữa hai đường thẳng AC và $D'C$ và đó chính là góc $\widehat{ACD'} = 60°$ (do $\Delta ACD'$ đều).

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SC, SD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AH \perp (SCD)$. **B.** $BD \perp (SAC)$. **C.** $AK \perp (SCD)$. **D.** $BC \perp (SAC)$.

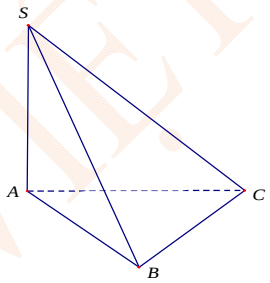
Lời giải



Có $\left.\begin{matrix} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{matrix}\right\} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK$.

Có $\left.\begin{matrix} AK \perp SD \\ AK \perp CD \end{matrix}\right\} \Rightarrow AK \perp (SCD)$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC đều cạnh a và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tìm góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC).



A. 60°. **B.** 45°. **C.** 135°. **D.** 90°.

Lời giải

Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SCA}$.

Tam giác SAC vuông cân tại A nên góc $\widehat{SCA} = 45^\circ$.

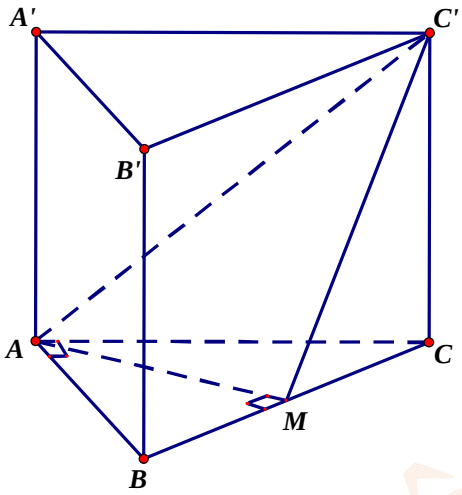
Câu 32. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm của BC, mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. $(ABB') \perp (ACC')$. **B.** $(AC'M) \perp (ABC)$.

C. $(AMC') \perp (BCC')$. **D.** $(ABC) \perp (ABA')$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $BC \perp AM$ và $BC \perp AA'$ nên $BC \perp (AA'M) \Rightarrow (ABC) \perp (AA'B'B)$.

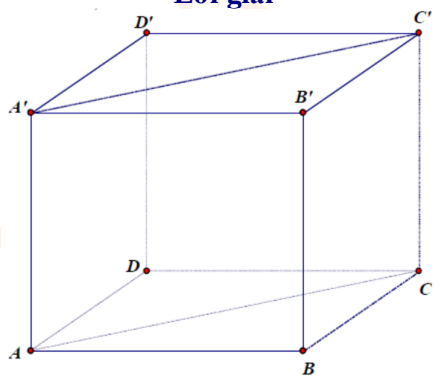
Nếu $(AC'M) \perp (ABC)$ thì suy ra $(AC'M) \equiv (AA'B'B)$: Vô lý.

Do đó B **sai**.

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'BC'D'$. Tính góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ACC'A')$.

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải



Do $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow (ACC'A') \perp (ABCD)$.

Câu 34. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD = 2a$, $CD = a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Đường chéo AC' có độ dài bằng

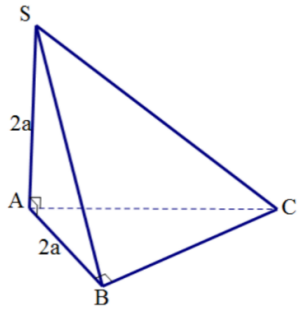
A. $a\sqrt{5}$. **B.** $a\sqrt{7}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

$AC' = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = \sqrt{a^2 + (2a)^2 + (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{7}$.

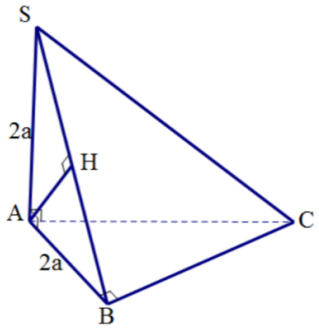
Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = AB = 2a$, tam giác ABC vuông tại B (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $a\sqrt{3}$. **B.** a. **C.** $2a$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm cạnh SB.

$\begin{cases} AH \perp BC\left(BC \perp (SAB)\right) \\ AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Do đó khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là $AH = \dfrac{SB}{2} = \dfrac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.

PHẦN 2. TỰ LUẬN

Câu 1. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2-3x+1}-(ax+b)\right)=0$. Tìm a,b

Lời giải

Ta có

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2-3x+1}-(ax+b)\right)=0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\left(\sqrt{4x^2-3x+1}-ax\right)-b\right)=0$

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{4x^2-3x+1-a^2x^2}{\sqrt{4x^2-3x+1}+ax}-b\right)=0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\left(4-a^2\right)x^2-3x+1}{\sqrt{4x^2-3x+1}+ax}-b\right)=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4-a^2=0 \\ a>0 \\ \dfrac{-3}{2+a}-b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-\dfrac{3}{4}. \end{cases}$

Vậy $a-4b=5$.

Câu 2. Tìm a để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4} & khi\ x>4\\ \dfrac{(a+2)x}{4} & khi\ x\le 4\end{cases}$ liên tục trên tập xác định.

Lời giải

• Txđ: $D=\mathbb{R}$

Với $x<4$ ta có $f(x)=\dfrac{(a+2)x}{4}\Rightarrow f(x)$ liên tục trên $(-\infty;4)$

Với $x>4$ ta có: $f(x)=\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4}\Rightarrow f(x)=\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4}$ liên tục trên $(4;+\infty)$

• Tại $x=4$ ta có: $f(4)=a+2$

Ta có $\lim\limits_{x\to 4^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{(a+2)x}{4}=a+2$

$\lim\limits_{x\to 4^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 4^+}\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4}=\lim\limits_{x\to 4^+}\dfrac{1}{\sqrt{2x+1}+\sqrt{x+5}}=\dfrac{1}{6}$

Để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=4$ thì

$\lim\limits_{x\to 4^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 4^+}f(x)=f(4)\Leftrightarrow a+2=\dfrac{1}{6}\Leftrightarrow a=-\dfrac{11}{6}$

Câu 3. Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-2$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị thực của a để qua điểm $A(a;2)$ có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị (C).

Lời giải

Ta có $y'=-3x^2+6x$.

Gọi phương trình đường thẳng qua điểm $A(a;2)$ là: $y=k(x-a)+2$.

Đường thẳng $y=k(x-a)+2$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số thì hệ sau có nghiệm:

$\begin{cases}-x^3+3x^2-2=k(x-a)+2\\ k=-3x^2+6x\end{cases}$

$\Rightarrow -x^3+3x^2-2=(-3x^2+6x)(x-a)+2$

$\Leftrightarrow -x^3+3x^2-4=(-3x^2+6x)(x-a)$

$\Leftrightarrow (x-2)(-x^2+x+2)=-3x(x-2)(x-a)$

$\Leftrightarrow (x-2)(2x^2+(1-3a)x+2)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ 2x^2+(1-3a)x+2=0\quad (*)\end{array}\right.$

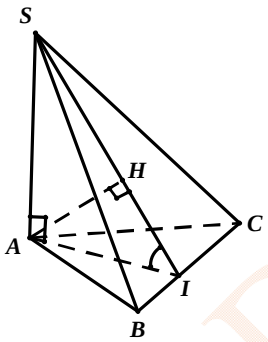
Để qua điểm $A(a;2)$ có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị (C) thì phương trình $(*)$ có nghiệm phân biệt khác 2

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta>0\\ 6-3a\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}(1-3a)^2-16>0\\ a\ne 2\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}a>\dfrac{5}{3}\\ a<-1\end{array}\right.\\ a\ne 2\end{cases}$

Vậy $a \in (-\infty;-1) \cup \left(\frac{5}{3};2\right) \cup (2;+\infty)$.

Câu 4. Cho hình chop S.ABC có đáy ABC là một tam giác đều cạnh a, cạnh SA vuông góc với (ABC) và $SA = h$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $60°$. Tính khoảng cách từ A đến (SBC) theo a và h.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của BC, ta có $\begin{cases} AI \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow (SAI) \perp BC$

Vậy $\widehat{AIS}$ chính là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC)

$\Rightarrow \widehat{ASB} = 60°$.

Trong (SBC) kẻ $AH \perp SI$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp (SAI) \\ AH \subset (SAI) \end{cases} \Rightarrow AH \perp BC$.

Vậy $\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SI \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A,(SBC)) = AH$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác AIS ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{h^2} = \frac{4h^2+3a^2}{3a^2h^2} \Rightarrow AH = \frac{ah\sqrt{3}}{\sqrt{4h^2+3a^2}}$

hay $d(A,(SBC)) = \frac{ah\sqrt{3}}{\sqrt{4h^2+3a^2}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 4

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Cho hai hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm x_0. Đạo hàm của $f(x)$ tại điểm x_0 là

A. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{h}$ (nếu tồn tại giới hạn).

B. $f(x_0)$.

C. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ (nếu tồn tại giới hạn).

D. $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$.

Câu 2. Đạo hàm cấp 2 hàm số $y=\sin x$ có đạo hàm cấp hai là?

A. $y''=-\cos x$. **B.** $y''=\cos x$. **C.** $y''=\sin x$. **D.** $y''=-\sin x$.

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-2x\right)$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-2x\right)$. **B.** $-2\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-2x\right)$.

C. $2\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-2x\right)$. **D.** $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-2x\right)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$. Khi đó $y'(0)$ bằng

A. $-\dfrac{7}{3}$. **B.** $\dfrac{7}{9}$. **C.** $-\dfrac{7}{9}$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 5. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3+3x\right)=+\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3+3x\right)=3$.

C. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3+3x\right)=1$. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3+3x\right)=-\infty$.

Câu 6. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại điểm $A(3;1)$ có hệ số góc là

A. 3. **B.** -3. **C.** -9. **D.** 9.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$ và $x_0\in(a;b)$. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là liên tục tại x_0 nếu

A. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=b$. **B.** $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$.

C. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=x_0$. **D.** $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=a$.

Câu 8. Tính giới hạn $I=\lim\dfrac{2n+2017}{3n+2018}$.

A. $I=\dfrac{2017}{2018}$. **B.** $I=1$. **C.** $I=\dfrac{2}{3}$. **D.** $I=\dfrac{3}{2}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC).

A. $a\sqrt{6}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $2a\sqrt{3}$.

Câu 10. Khối chóp đều $S.ABCD$ có mặt đáy là

A. Hình vuông. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình thoi.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y=(x-5)^4$.

A. $y'=-5(x-5)^3$. **B.** $y'=4(x-5)^3$. **C.** $y'=(x-5)^3$. **D.** $y'=-20(x-5)^5$.

Câu 12. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+2}{x-1}$ ta được kết quả là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 13. Tính vi phân của hàm số $y=\frac{2x+3}{2x-1}$.

A. $dy=-\frac{7}{(2x-1)^2}dx$. **B.** $dy=\frac{4}{(2x-1)^2}dx$.

C. $dy=-\frac{4}{(2x-1)^2}dx$. **D.** $dy=-\frac{8}{(2x-1)^2}dx$.

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(x^5-\dfrac{4}{x}\right)^3$.

A. $y'=3\left(x^5-\dfrac{4}{x}\right).\left(5x^4+\dfrac{4}{x^2}\right)$. **B.** $y'=3\left(x^5-\dfrac{4}{x}\right)^2.\left(5x^4+\dfrac{4}{x^2}\right)$.

C. $y'=3\left(x^5-\dfrac{4}{x}\right).\left(5x^4-\dfrac{4}{x^2}\right)$. **D.** $y'=3\left(x^5-\dfrac{4}{x}\right)^2.\left(5x^4-\dfrac{4}{x^2}\right)$.

Câu 15. Trong không gian cho hai đường thẳng a và b lần lượt có vectơ chỉ phương là $\vec{u},\vec{v}$. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng a và b. Khẳng định nào sau đây là ***đúng***?

A. $\alpha=\left|(\vec{u},\vec{v})\right|$. **B.** $\cos\alpha=\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right)$.

C. Nếu a và b vuông góc với nhau thì $\vec{u}.\vec{v}=\sin\alpha$. **D.** Nếu a và b vuông góc với nhau thì $\vec{u}.\vec{v}=0$.

Câu 16. Biết $\lim u_n=5;\lim v_n=a;\lim(u_n+3v_n)=2019$, khi đó a bằng

A. 671. **B.** $\frac{2024}{3}$. **C.** $\frac{2018}{3}$. **D.** $\frac{2014}{3}$.

Câu 17. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vectơ đúng?

A. $\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{AD}$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng nhau và $ABCD$ là hình vuông. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $AC\perp(SBD)$. **B.** $AC\perp(SBC)$. **C.** $AC\perp(SCD)$. **D.** $SA\perp(ABCD)$.

Câu 19. Cho hàm số $y=\sin^3x$. Rút gọn biểu thức $M=y''+9y$.

A. $M=6\cos x$. **B.** $M=-6\sin x$. **C.** $M=\sin x$. **D.** $M=6\sin x$.

Câu 20. Một chất điểm chuyển động thẳng quãng đường được xác định bởi phương trình $s=t^3-3t^2-5$ trong đó quãng đường s tính bằng mét (m), thời gian t tính bằng giây (s). Khi đó gia tốc tức thời của chuyển động tại giây thứ 10 là

A. $60\,m/s^2$. **B.** $6\,m/s^2$. **C.** $54\,m/s^2$. **D.** $240\,m/s^2$.

Câu 21. Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}+3x^2-2$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k=-9$.

A. $y-16=-9(x-3)$. **B.** $y-16=-9(x+3)$.

C. $y+16=-9(x+3)$. **D.** $y=-9(x+3)$.

Câu 22. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M là trung điểm cạnh bên BB'. Đặt $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{CC'}=\vec{c}$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. $\overrightarrow{AM}=-\vec{a}+\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{AM}=\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$.

C. $\overrightarrow{AM}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{AM}=\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}-\vec{c}$.

Câu 23. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4}$ bằng :

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{24}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 0.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) là trung điểm của cạnh BC. Biết ΔSBC đều, tính góc giữa SA và (ABC).

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y=\frac{1}{2}\sin 2x+\cos x$ tại $x_0=\frac{\pi}{2}$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 26. Số gia của hàm số $f(x)=x^2-4x+1$ ứng với x và Δx là

A. $\Delta x(\Delta x+2x-4)$. **B.** $2x+\Delta x$. **C.** $\Delta x.(2x-4\Delta x)$. **D.** $2x-4\Delta x$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{3}\cos x+\sin x+2x$. Phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 28. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BC' và CD'.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $2a$.

Câu 29. Hàm số nào sau đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\sqrt{x}$. **B.** $y=\frac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^2-2x+3$. **D.** $y=\tan x$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)=x^4+2x^2-3$. Tìm x để $f'(x)>0$.

A. $x>0$. **B.** $x<-1$. **C.** $x<0$. **D.** $-1<x<0$.

Câu 31. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$?

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $120°$. **D.** $90°$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)=-x^3+3mx^2-12x+3$ với m là tham số thực. Số giá trị nguyên của m để $f'(x)\le 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B. Biết $AB = BC = 1$, $AD = 2$. Các mặt chéo (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng $60°$. Bán kính mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 34. Biết rằng $b>0$, $a+b=5$ và $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=2$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $a-b\ge 0$. **B.** $a^2+b^2>10$. **C.** $a^2-b^2>6$. **D.** $1\le a\le 3$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Gọi Δ_1,Δ_2 lần lượt là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)=3x^2.f(3x-4)$ tại điểm có hoành độ bằng 2. Biết Δ_1 vuông góc với Δ_2 và $0<f(2)\le 1$. Khi đó, Δ_1 và Δ_2 lần lượt có phương trình là

A. $\Delta_1: y=-\dfrac{\sqrt{3}}{6}x+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$, $\Delta_2: y=2\sqrt{3}x-\dfrac{11\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\Delta_1: y=\dfrac{1}{6}x+\dfrac{2}{3}$, $\Delta_2: y=-6x+24$.

C. $\Delta_1: y=\dfrac{\sqrt{3}}{6}x$, $\Delta_2: y=-2\sqrt{3}x+\dfrac{13\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\Delta_1: y=-\dfrac{1}{6}x+\dfrac{4}{3}$, $\Delta_2: y=6x$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Tính đạo hàm của các hàm số $y=(5x^2+4x-1)^4(7x-3)^5$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)=2\cos^2(4x-1)$. Chứng minh rằng: $|f'(x)|\le 8, \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 38. Tìm đạo hàm của hàm số sau $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{3x+1}-\sqrt{3x}}$.

Câu 39. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD).

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP ÁN CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	D	B	C	A	D	B	C	C	A	B	D	D	B	D	D	A	A
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
D	C	B	A	B	B	A	A	C	A	C	A	B	C	B	C	D	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa của đạo hàm B đúng.

Câu 2.

Lời giải

Chọn D

$y=\sin x \Rightarrow y'=\cos x \Rightarrow y''=-\sin x$.

Câu 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=\sin\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)\Rightarrow y'=\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)'\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)=-2\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)$.

Câu 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=-\frac{7}{(x-3)^2}\Rightarrow y'(0)=-\frac{7}{9}$.

Câu 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3+3x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}x^3\left(1+\frac{3}{x^2}\right)=+\infty$ (Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}x^3=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{3}{x^2}\right)=1$).

Câu 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=f'(x)=3x^2-6x$

Hệ số góc của tiếp tuyến của hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại điểm $A(3;1)$ là: $f'(3)=3.3^2-6.3=9$.

Câu 7.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào **ĐỊNH NGHĨA 1** SGK Đại số và Giải tích 11 (trang 136):

"Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng K và $x_0\in K$. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là liên tục tại x_0 nếu $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$".

Ta thay khoảng K bởi khoảng $(a;b)$ sẽ được mệnh đề đúng.

Câu 8.

Lời giải

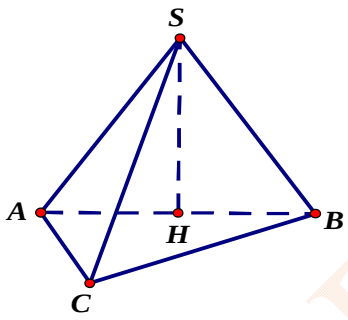
Chọn C

Ta có $I=\lim\dfrac{2n+2017}{3n+2018}=\lim\dfrac{2+\dfrac{2017}{n}}{3+\dfrac{2018}{n}}=\dfrac{2}{3}$.

Câu 9.

Lời giải

Chọn C



Trong (SAB), kẻ $SH\perp AB$

vì $(SAB)\perp(ABC)\Rightarrow SH\perp(ABC)\Rightarrow d\left(S,(ABC)\right)=SH=\dfrac{2a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$

(do tam giác SAB đều cạnh $2a$).

Câu 10.

Lời giải

Chọn A

Vì $S.ABCD$ là khối chóp đều suy ra $ABCD$ là tứ giác đều.

Vậy $ABCD$ là hình vuông.

Câu 11.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $(u^n)'=nu^{n-1}.u'$

Ta có $y'=4(x-5)^3.(x-5)'=4(x-5)^3$.

Câu 12.

Lời giải

Chọn D

Dễ thấy $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+2}{x-1}=\dfrac{2+2}{2-1}=4$.

Câu 13.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=\frac{2x+3}{2x-1}\Rightarrow y'=-\frac{8}{(2x-1)^2}$.

Vậy $\mathrm{d}y=\mathrm{d}\left(\frac{2x+3}{2x-1}\right)=y'\mathrm{d}x=-\frac{8}{(2x-1)^2}\mathrm{d}x$.

Câu 14.

Lời giải

Chọn B

$y' = 3\left(x^5 - \frac{4}{x}\right)^2 . \left(5x^4 - 4.\left(-\frac{1}{x^2}\right)\right) = 3\left(x^5 - \frac{4}{x}\right)^2 . \left(5x^4 + \frac{4}{x^2}\right).$

Câu 15.

Lời giải

Chọn D

Câu 16.

Lời giải

Chọn D

+) Ta có $\lim(u_n + 3v_n) = \lim u_n + 3\lim v_n = 5 + 3a$ mà $\lim(u_n + 3v_n) = 2019$

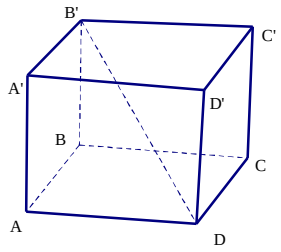
$\Rightarrow 5 + 3a = 2019 \Leftrightarrow a = \frac{2014}{3}.$

Câu 17.

Lời giải

Chọn A

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

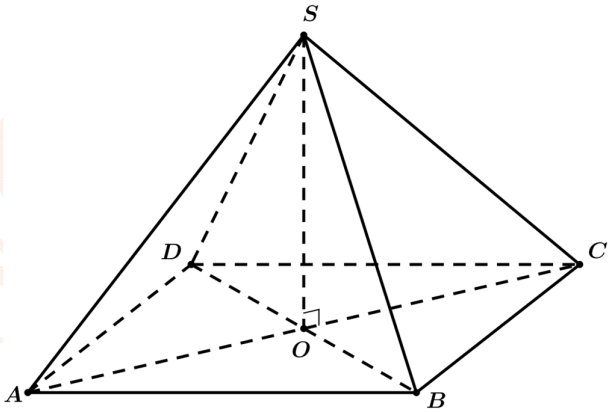


.

Câu 18.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Do hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp AC$ (1).

Lại do $ABCD$ là hình vuông nên $AC \perp BD$ (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra $AC \perp (SBD)$.

Câu 19.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = \sin^3 x \Rightarrow y' = 3\sin^2 x.\cos x$ và $y'' = 6\sin x.\cos^2 x - 3\sin^3 x$.

Khi đó $M = y'' + 9y = 6\sin x.\cos^2 x - 3\sin^3 x + 9\sin^3 x = 6\sin x(\sin^2 x + \cos^2 x) = 6\sin x$.

Câu 20.

Lời giải

Chọn A

Ta có $v(t)=s'(t)=3t^2-6t$; $a(t)=v'(t)=6t-6$.

Gia tốc chuyển động tại giây thứ 10 là $a(10)=v'(10)=6.10-6=54\,(m/s^2)$.

Câu 21.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M\left(x_0;y_0\right)$ là tiếp điểm.

Ta có: $y=\frac{x^3}{3}+3x^2-2\Rightarrow y'=x^2+6x$.

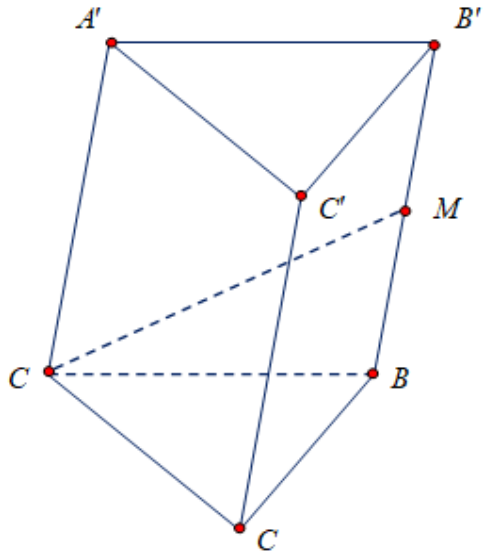
Vì tiếp tuyến có hệ số góc $k=-9\Rightarrow y'\left(x_0\right)=-9\Leftrightarrow x_0^2+6x_0=-9\Leftrightarrow x_0=-3\Rightarrow y_0=16.$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) là: $y-y_0=k\left(x-x_0\right)\Leftrightarrow y-16=-9\left(x+3\right).$

Câu 22.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB'}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB'}-\overrightarrow{CA}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CB'}-2\overrightarrow{CA}\right).$

Theo quy tắc hình bình hành ta lại có: $\overrightarrow{CB'}=\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{CB}$.

Do đó: $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\left(2\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CC'}-2\overrightarrow{CA}\right)=-\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CC'}=-\vec{a}+\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 23.

Lời giải

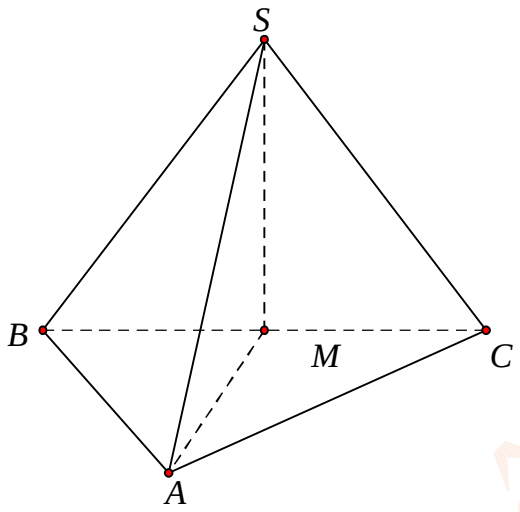
Chọn B

$$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4}=\lim_{x\to2}\frac{x-2}{(x-2)(x+2)\left(\sqrt{x+7}+3\right)}=\lim_{x\to2}\frac{1}{(x+2)\left(\sqrt{x+7}+3\right)}=\frac{1}{24}.$$

Câu 24.

Lời giải

Chọn B



Gọi Mlà trung điểm của BC. Khi đó góc giữa SAvà (ABC)là góc giữa SAvà MA.

Tam giác SAMvuông tại Mcó $SM = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$nên $\widehat{SAM} = 45°$.

Câu 25.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = \cos 2x - \sin x$.

Nên $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos \pi - \sin \frac{\pi}{2} = -1 - 1 = -2$.

Câu 26.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\Delta y = f(\Delta x + x) - f(x) = (\Delta x + x)^2 - 4(\Delta x + x) + 1 - (x^2 - 4x + 1)$

$= \Delta x^2 + 2\Delta x.x + x^2 - 4\Delta x - 4x + 1 - x^2 + 4x - 1 = \Delta x^2 + 2\Delta x.x - 4\Delta x$

$= \Delta x(\Delta x + 2x - 4)$.

Câu 27.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$f'(x) = -\sqrt{3}\sin x + \cos x + 2$

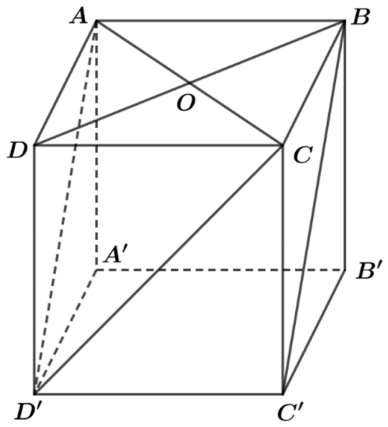
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\sqrt{3}\sin x + \cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x - \cos x = 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x = 1$

$\Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

Câu 28.

Lời giải

Chọn A



$ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương $\Rightarrow BC' \,//\, AD' \Rightarrow BC' \,//\, (ACD')$; $CD' \subset (ACD')$
$\Rightarrow d(BC';\, CD') = d\big(BC';\, (ACD')\big) = d\big(B;\, (ACD')\big) = d\big(D;\, (ACD')\big) = h.$

.

Tứ diện $D.ACD'$ có $DA,\ DC,\ DD'$ đôi một vuông góc.

$\Rightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{DD'^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 29.

Lời giải

Chọn C

Ta có hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ là hàm đa thức nên xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm $y = \sqrt{x}$ xác định trên $[0;+\infty)$, hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, hàm số $y = \tan x$ xác định với mọi $x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$ nên không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 30.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = 4x^3 + 4x = 4x(x^2 + 1)$$

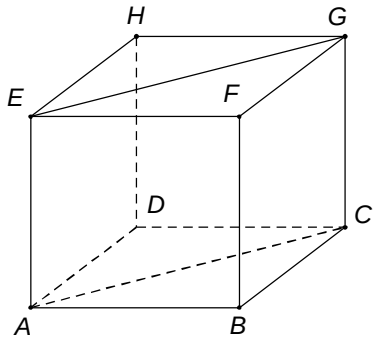
Vì $x^2 + 1 > 0, \forall x$

Nên $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

Câu 31.

Lời giải

Chọn B



Vì $\cos(AB,CD)=\frac{\left|-\frac{1}{4}AB.CD\right|}{AB.CD}=\frac{1}{4}$ ($AEGC$ là hình chữ nhật) nên $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{EG})=(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=\widehat{BAC}=45^0$ ($ABCD$ là hình vuông).

Câu 32.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=-3x^2+6mx-12$.

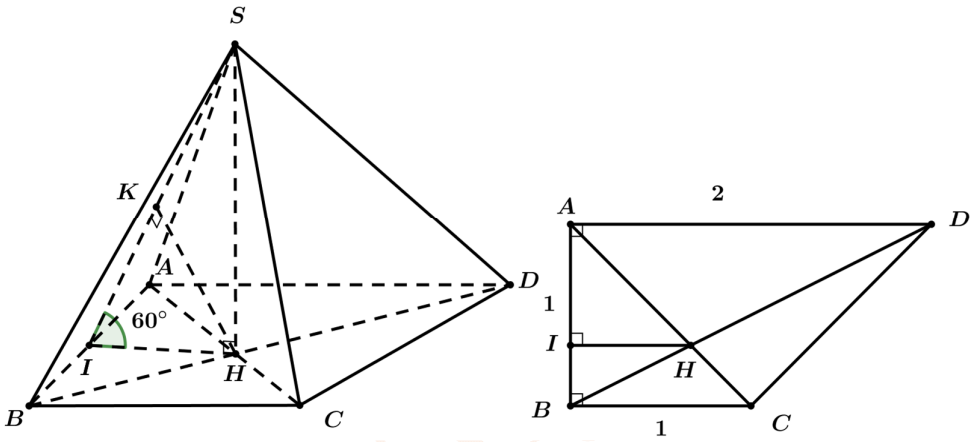
$f'(x)\le 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}-3<0\\ \Delta'=9m^2-36\le 0\end{cases}\Leftrightarrow -2\le m\le 2$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m để $f'(x)\le 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Câu 33.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là giao điểm của AC và BD.

Vì (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ nên $SH\perp(ABCD)$.

Trong $(ABCD)$, kẻ $HI\perp AB$ tại I. Khi đó, $[(SAB),(ABCD)]=\widehat{SIH}=60°$.

Gọi R là bán kính mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (SAB).

$\Rightarrow R=\mathrm{d}[D,(SAB)]$ (1).

Mà $DH\cap(SAB)=\{B\}\Rightarrow\frac{\mathrm{d}[D,(SAB)]}{\mathrm{d}[H,(SAB)]}=\frac{BD}{BH}=\frac{BH+DH}{BH}=1+\frac{DH}{BH}=1+\frac{DA}{BC}=1+2=3$.

$\Rightarrow \mathrm{d}[D,(SAB)]=3.\mathrm{d}[H,(SAB)]$ (2).

•Xác định $\mathrm{d}[H,(SAB)]$:

Vì $\begin{cases}AB\perp SH\\ AB\perp HI\end{cases}\Rightarrow AB\perp(SHI)\Rightarrow(SAB)\perp(SHI)$.

Trong (SHI), kẻ $HK\perp SI$ tại K. Ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(SHI)\\ (SAB)\cap(SHI)=SI\\ HK\subset(SHI)\\ HK\perp SI\end{cases}\Rightarrow HK\perp(SAB)$.

$\Rightarrow \mathrm{d}[H,(SAB)]=HK$ (3).

•Tính HK:

Ta có $\frac{HI}{AD}=\frac{BH}{BD}=\frac{1}{3}\Rightarrow HI=\frac{AD}{3}=\frac{2}{3}\Rightarrow HK=HI.\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{3}$ (4).

•Tính R:

Từ (1), (2), (3), (4) $\Rightarrow R=3\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$.

Câu 34.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(\sqrt[3]{ax+1}-1\right)+\left(1-\sqrt{1-bx}\right)}{x}$

$=\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sqrt[3]{ax+1}-1}{x}+\dfrac{1-\sqrt{1-bx}}{x}\right)$

$=\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{\left(\sqrt[3]{ax+1}-1\right)\left(\sqrt[3]{(ax+1)^2}+\sqrt[3]{ax+1}+1\right)}{x\left(\sqrt[3]{(ax+1)^2}+\sqrt[3]{ax+1}+1\right)}+\dfrac{\left(1-\sqrt{1-bx}\right)\left(1+\sqrt{1-bx}\right)}{x\left(1+\sqrt{1-bx}\right)}\right]$

$=\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{ax+1-1}{x\left(\sqrt[3]{(ax+1)^2}+\sqrt[3]{ax+1}+1\right)}+\dfrac{(1-1+bx)}{x\left(1+\sqrt{1-bx}\right)}\right]=\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{a}{\sqrt[3]{(ax+1)^2}+\sqrt[3]{ax+1}+1}+\dfrac{b}{1+\sqrt{1-bx}}\right]$

$=\dfrac{a}{3}+\dfrac{b}{2}.$

Ta có

$$\begin{cases}\dfrac{a}{3}+\dfrac{b}{2}=2\\ a+b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=2\end{cases}.$$

Nên $a^2-b^2=9-4=5>6$ là mệnh đề sai.

Câu 35.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $y=g(x)=3x^2.f(3x-4)$ nên ta có:

$g'(x)=6x.f(3x-4)+9x^2.f'(3x-4),\ \forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra $g'(2)=12.f(2)+36.f'(2)$.

Theo đầu bài, Δ_1,Δ_2 lần lượt là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)=3x^2.f(3x-4)$ tại điểm có hoành độ bằng 2 và $\Delta_1\perp\Delta_2$ nên ta có:

$$f'(2).g'(2)=-1\Leftrightarrow f'(2)\left[12.f(2)+36.f'(2)\right]=-1\Leftrightarrow f(2)=-\frac{1}{12.f'(2)}-3.f'(2).$$

Hơn nữa, $0<f(2)\le 1$ nên $f'(2)<0$. Khi đó, áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta được:

$$f(2)=-\frac{1}{12.f'(2)}-3.f'(2)\ge 2\sqrt{\left(-\frac{1}{12.f'(2)}\right)\left(-3.f'(2)\right)}=1.$$

Do đó, $f(2)=1$. Dấu " = " xảy ra khi $\dfrac{1}{12.f'(2)}=3.f'(2)\Leftrightarrow\left[f'(2)\right]^2=\dfrac{1}{36}$, mà theo trên $f'(2)<0$ nên

$f'(2)=-\dfrac{1}{6}$. Suy ra, $g'(2)=\dfrac{-1}{f'(2)}=6$ và $g(2)=3.2^2f(2)=12$.

Vậy, tiếp tuyến Δ_1 có phương trình: $y=f'(2)(x-2)+f(2)=-\dfrac{1}{6}(x-2)+1=-\dfrac{1}{6}x+\dfrac{4}{3}$.

Tiếp tuyến Δ_2 có phương trình: $y=g'(2)(x-2)+g(2)=6(x-2)+12=6x$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

Ta có: $y' = \left[\left(5x^2+4x-1\right)^4\right]'\left(7x-3\right)^5 + \left[\left(7x-3\right)^5\right]'\left(5x^2+4x-1\right)^4$.

$y' = 4\left(5x^2+4x-1\right)^3\left(10x+4\right)\left(7x-3\right)^5 + 5\left(7x-3\right)^4.7.\left(5x^2+4x-1\right)^4$.

$y' = \left(5x^2+4x-1\right)^3\left(7x-3\right)^4\left[4\left(10x+4\right)\left(7x-3\right)+35\left(5x^2+4x-1\right)\right]$.

$y' = \left(5x^2+4x-1\right)^3\left(7x-3\right)^4\left(455x^2+132x-83\right)$.

Câu 37.

Lời giải

Ta có:

$f'(x) = -16\sin\left(4x-1\right)\cos\left(4x-1\right) = -8\sin\left(8x-2\right)$

$\Rightarrow \left|f'(x)\right| = \left|-8\sin\left(8x-2\right)\right| = 8\left|\sin\left(8x-2\right)\right| \le 8$

Dấu "=" xảy ra khi: $\left[\begin{array}{l}\sin\left(8x-2\right)=1 \Leftrightarrow 8x-2=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{16}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{k\pi}{8}\\ \sin\left(8x-2\right)=-1 \Leftrightarrow 8x-2=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=\dfrac{-\pi}{16}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{k\pi}{8}\end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Câu 38.

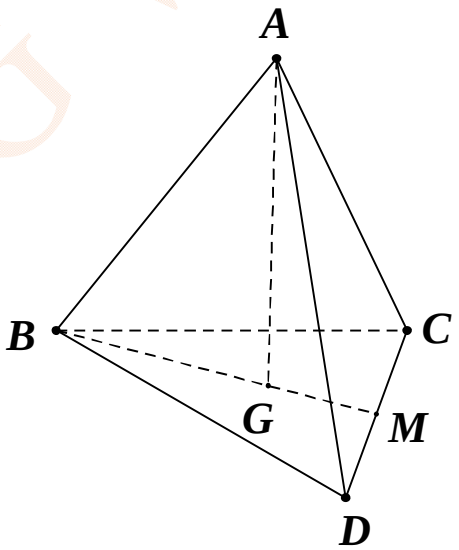
Lời giải

Ta có $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{3x+1}-\sqrt{3x}} = \dfrac{\sqrt{3x+1}+\sqrt{3x}}{3x+1-3x} = \sqrt{3x+1}+\sqrt{3x}$

$f'(x) = \dfrac{\left(3x+1\right)'}{2\sqrt{3x+1}} + \dfrac{\left(3x\right)'}{2\sqrt{3x}} = \dfrac{3}{2\sqrt{3x+1}} + \dfrac{3}{2\sqrt{3x}}$

Câu 39.

Lời giải



+ Gọi M là trung điểm CD, G là trọng tâm ΔBCD.

+ Tứ diện $ABCD$ là tứ diện đều nên $AG \perp \left(BDC\right)$ do đó $d\left(A,\left(BDC\right)\right) = AG$.

+ ΔABG vuông tại G có $AB = a$,

$BG=\frac{2}{3}BM=\frac{2}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}.\Rightarrow AG=\sqrt{AB^2-BG^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.Vậy $d\left(A,\left(BDC\right)\right)=AG=\frac{a\sqrt{6}}{3}$ (đvđd).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 5

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=\cot 2x$. Giá trị $f'\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 2. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. Trong không gian, nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

B. Nếu một mặt phẳng và đường thẳng không nằm trong mặt phẳng ấy cùng vuông góc với một đường thẳng thì chúng song song với nhau.

C. Nếu mặt phẳng và đường thẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

D. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên K và có đồ thị là đường cong (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a;f(a))$, $a\in K$.

A. $y=f'(a)(x+a)+f(a)$. **B.** $y=f(a)(x-a)+f'(a)$.

C. $y=f'(a)(x-a)-f(a)$. **D.** $y=f'(a)(x-a)+f(a)$.

Câu 4. Tính $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^3+2x^2+1}{2x^5+1}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** -2. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y=\frac{x^4}{2}+\frac{5x^3}{3}-\sqrt{2x}+a^2$ (a là hằng số) bằng

A. $2x^3+5x^2-\frac{1}{\sqrt{2x}}+2a$. **B.** $2x^3+5x^2+\frac{1}{2\sqrt{2x}}$.

C. $2x^3+5x^2-\frac{1}{\sqrt{2x}}$. **D.** $2x^3+5x^2-\sqrt{2}$.

Câu 6. Hàm số $y=\sin\left(\frac{\pi}{3}-4x\right)$ có đạo hàm là

A. $y'=-\cos\left(\frac{\pi}{3}-4x\right)$. **B.** $y'=-4\cos\left(\frac{\pi}{3}-4x\right)$.

C. $y'=4\cos\left(\frac{\pi}{3}-4x\right)$. **D.** $y'=\cos\left(\frac{\pi}{3}-4x\right)$.

Câu 7. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=-x^4+4x^3-3x^2+2x+1$ tại điểm $x=-1$.

A. $f'(-1)=14$. **B.** $f'(-1)=15$. **C.** $f'(-1)=24$. **D.** $f'(-1)=4$.

Câu 8. Tìm vi phân của hàm số $y=\sin\left(\frac{\pi}{6}-3x\right)$.

A. $dy=-3\cos\left(\frac{\pi}{6}-3x\right)dx$. **B.** $dy=3\cos\left(\frac{\pi}{6}-3x\right)dx$.

C. $dy=\cos\left(\frac{\pi}{6}-3x\right)dx$. **D.** $dy=-3\sin\left(\frac{\pi}{6}-3x\right)dx$.

Câu 9. Cho một hàm số $f(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu phương trình $f(x)=0$ có nghiệm trong khoảng $(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ phải liên tục trên khoảng $(a;b)$.

B. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục, tăng trên đoạn $[a;b]$ và $f(a).f(b)>0$ thì phương trình $f(x)=0$ không có ngiệm trong khoảng $(a;b)$.

C. Nếu $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a).f(b)>0$ thì phương trình $f(x)=0$ không có nghiệm trên khoảng $(a;b)$.

D. Nếu $f(a).f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(a;b)$.

Câu 10. $\lim\frac{n+1}{2n+1}$bằng

A. $+\infty$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác ABC trọng tâm G, M là trung điểm của BC. Hình chiếu của S lên (ABC) là I. Tính khoảng cách từ S đến (ABC).

A. SI. **B.** SG. **C.** SA **D.** SM.

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, thực hiện phép toán: $\vec{x}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}$

A. $\vec{x}=\overrightarrow{AC'}$. **B.** $\vec{x}=\overrightarrow{BD'}$.

C. $\vec{x}=\overrightarrow{BD}$. **D.** $\vec{x}=\overrightarrow{CA'}$.

Câu 13. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(1+3x-x^3\right)$ bằng

A. -1. **B.** $-\infty$. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ c ó đạo hàm cấp một là $y'=-4x^5$. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y=f(x)$ là

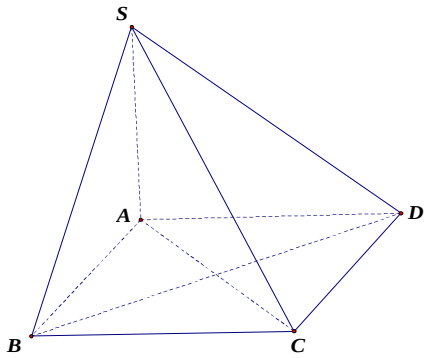
A. $y''=-4.5.x^4$. **B.** $y^{[2]}=-20x^4$. **C.** $y''=5.4.x^4$. **D.** $y''=20x^4$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 là $f'(x_0)$. Khẳng định nào sau đây **sai**.

A. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ **B.** $f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$

C. $f'(x_0)=\lim\limits_{h\to0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ **D.** $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x+x_0)-f(x_0)}{x-x_0}$

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$ và $ABCD$ là hình vuông. Khẳng định nào sau đây đúng?

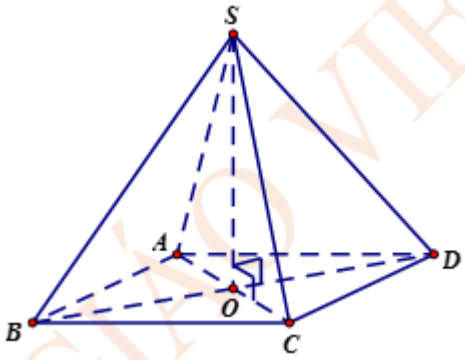


A. $AC \perp (SCD)$. **B.** $AC \perp (SBD)$. **C.** $BD \perp (SAD)$. **D.** $BD \perp (SAC)$.

Câu 17. Cho $\lim u_n = a > 0$, $\lim v_n = 0$, $(v_n > 0, \forall n)$. Giới hạn $\lim \dfrac{u_n}{v_n}$ bằng

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $\pm\infty$.

Câu 18. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ như hình dưới. Góc giữa hai đường thẳng SO và CD có số đo bằng



A. 0°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Câu 19. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là 1 điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{PI} = k\left(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD}\right)$.

A. $k = 2$. **B.** $k = 4$. **C.** $k = \dfrac{1}{2}$. **D.** $k = \dfrac{1}{4}$.

Câu 20. Cho đường cong $y = \cos\left(\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{x}{2}\right)$ và điểm M thuộc đường cong sao cho tiếp tuyến tại M song song với đường thẳng $y = \dfrac{1}{2}x + 5$. Tọa độ điểm M là

A. $\left(\dfrac{\pi}{3}; 0\right)$. **B.** $\left(\dfrac{-5\pi}{3}; 1\right)$. **C.** $\left(\dfrac{-5\pi}{3}; 0\right)$. **D.** $\left(\dfrac{5\pi}{3}; 1\right)$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = \sin 3x + \cot 2x$. Biết $f'(x) = a\cos 3x + \dfrac{b}{\sin^2 2x}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b$.

A. -1. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$. Tập nghiệm S của bất phương trình $f'(x) \le 0$ là

A. $S = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$. **B.** $S = (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$.

C. $S = [0; 2]$. **D.** $S = [-2; 0]$.

Câu 23. Cho hàm số $y = x + \dfrac{5}{x}$ có đạo hàm là y'. Rút gọn biểu thức $M = xy' + y$.

A. $M = 2x$. **B.** $M = -2x$. **C.** $M = x$. **D.** $M = \dfrac{10}{x}$.

Câu 24. Tính số gia của hàm số $y = \frac{1}{x}$ tại điểm x (bất kì khác 0) ứng với số gia Δx.

A. $\Delta y = -\frac{\Delta x}{x(x+\Delta x)}$. **B.** $\Delta y = -\frac{\Delta x}{x+\Delta x}$. **C.** $\Delta y = \frac{\Delta x}{x+\Delta x}$. **D.** $\Delta y = \frac{\Delta x}{x(x+\Delta x)}$.

Câu 25. Cho hình thang vuông $ABCD$ vuông ở A và $D, AD = 2a$. Trên đường thẳng vuông góc với $(ABCD)$ tại D lấy điểm S với $SD = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DC và SA.

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x-2}$. Tính $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$.

A. $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = -\frac{3}{2}$. **B.** $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \frac{2}{3}$. **C.** $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \frac{3}{2}$. **D.** $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = -\frac{2}{3}$.

Câu 27. Một chất điểm chuyển động thẳng theo phương trình $S = t^3 + 3t^2 - 4$, trong đó S tính bằng mét (m), t tính bằng giây (s). Tại thời điểm $t = 5(s)$ gia tốc của chất điểm bằng

A. $36m/s^2$. **B.** $30m/s^2$. **C.** $105m/s^2$. **D.** $70m/s^2$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a, tâm O. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan\alpha = 1$. **B.** $\tan\alpha = \sqrt{2}$. **C.** $\alpha = 60°$. **D.** $\alpha = 75°$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC = a\sqrt{2}$, các cạnh còn lại đều bằng a. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 30. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + x + 1$ song song với đường thẳng $y = 6x + 4$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 31. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x-2 & \text{khi } x < 1 \\ x^2+4 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Hàm số liên tục trên $[1;+\infty)$. **B.** Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số liên tục tại $x = 1$. **D.** Hàm số liên tục trên $(-\infty;1]$.

Câu 32. Cho hàm số $y = (m+2)x^3 + \frac{3}{2}(m+2)x^2 + 3x - 1$, m l à tham số. Số giá trị nguyên của m để $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ l à

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** Vô số.

Câu 33. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$, biết khoảng cách từ điểm $I(-1;1)$ đến tiếp tuyến là lớn nhất.

A. $y = -x + 2, y = -x - 2$. **B.** $y = -x + 2, y = -x - 1$.

C. $y = x + 2, y = x - 2$. **D.** $y = -x + 1, y = -x - 1$.

Câu 34. Biết rằng $\frac{(2-a)x-3}{\sqrt{x^2+1}-x}$ có giới hạn là $+\infty$ khi $x \to +\infty$ (với a là tham số). Tính giá trị nhỏ nhất của $P = a^2 - 2a + 4$.

A. $P_{\min} = 5$. **B.** $P_{\min} = 1$. **C.** $P_{\min} = 3$. **D.** $P_{\min} = 4$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B. Biết $AB = a, AA' = 2a, BC = 2a$. Gọi M là trung điểm của $A'C'$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (MBC).

A. $\frac{3a\sqrt{17}}{17}$. **B.** $\frac{a\sqrt{17}}{17}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{17}}{17}$. **D.** $\frac{4a\sqrt{17}}{17}$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Tìm đạo hàm của hàm số sau: $y=6\sqrt{x}-\frac{1}{x^2}$ với $x>0$.

Câu 37. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y=\frac{\sin 2x+\cos 2x}{2\sin 2x-\cos 2x}$, giải phương trình $y'=-6$.

Câu 38. Cho hàm số: $y=f(x)=x\sqrt{x^2+1}$ (C)

c)Tính $y'=f'(x)$ (Ghi rõ từng bước vận dụng công thức và rút gọn hết sức có thể)

d)Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ bằng 0 (Được sử dụng máy tính để tính đạo hàm).

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy và $SB=2a$, biết góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng $30°$. Tính khoảng cách từ S đến $(ABCD)$.

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP ÁN CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	B	D	C	C	B	C	A	B	C	A	B	D	A	D	D	B	B
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
D	C	D	C	A	A	D	B	A	B	B	A	A	C	A	C	D	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=\dfrac{-2}{\sin^2 2x} \Rightarrow f'\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=-\dfrac{-2}{\sin^2\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)}=-2$.

Câu 2.

Lời giải

Chọn B

Sai vì hai mặt phẳng có thể cắt nhau.

Sai vì hai đường thẳng có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

Sai vì đường thẳng có thể nằm trong mặt phẳng.

Câu 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $M\left(a;f\left(a\right)\right)\in\left(C\right)$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đường cong $\left(C\right)$ tại điểm $M\left(a;f\left(a\right)\right)$ có dạng:

$y=f'\left(a\right)\left(x-a\right)+f\left(a\right)$.

Câu 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3+2x^2+1}{2x^5+1}=\dfrac{\left(-1\right)^3+2.\left(-1\right)^2+1}{2\left(-1\right)^5+1}=-2$.

Câu 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=2x^3+5x^2-\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$.

Câu 6.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng thức đạo hàm của hàm số hợp: $\left(\sin u\right)'=u'.\cos u$.

Câu 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = -4x^3 + 12x^2 - 6x + 2$.

Suy ra $f'(-1) = -4(-1)^3 + 12(-1)^2 - 6(-1) + 2 = 24$.

Câu 8.

Lời giải

Chọn A

$\mathrm{d}y=\left(\sin\left(\frac{\pi}{6}-3x\right)\right)'\mathrm{d}x=\left(\frac{\pi}{6}-3x\right)'.\cos\left(\frac{\pi}{6}-3x\right)\mathrm{d}x=-3\cos\left(\frac{\pi}{6}-3x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 9.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $f(x)$ liên tục, tăng trên đoạn $[a;b]$ và $f(a).f(b)>0$

Khi đó, $\left[\begin{array}{l}0<f(a)<f(b)\\f(a)<f(b)<0\end{array}\right.$ nên phương trình $f(x)=0$ không có ngiệm trong khoảng $(a;b)$.

Câu 10.

Lời giải

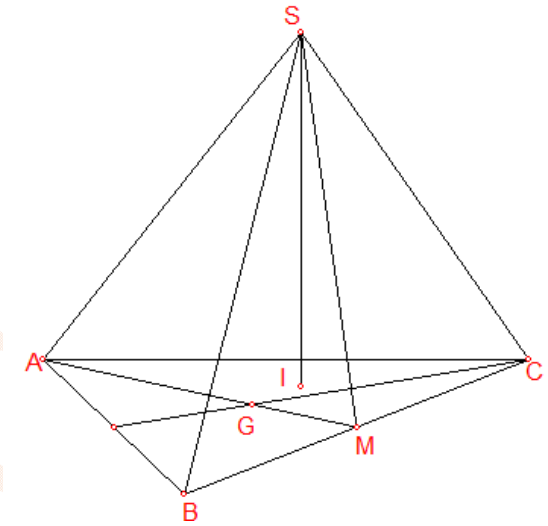
Chọn C

$\lim\frac{n+1}{2n+1}=\lim\frac{1+\frac{1}{n}}{2+\frac{1}{n}}=\frac{1}{2}$.

Câu 11.

Lời giải

Chọn A



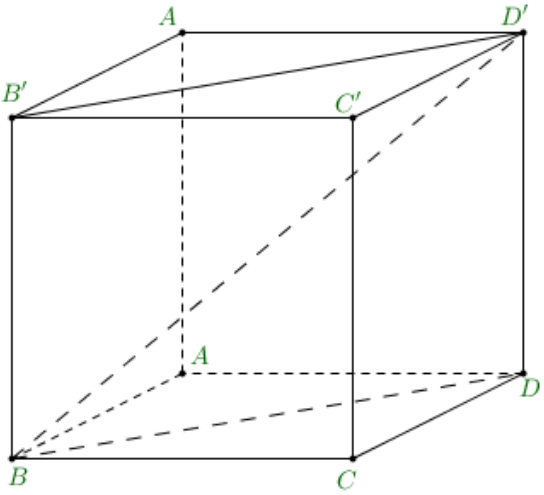
Ta có: Hình chiếu của S lên (ABC) là I nên $SI\perp(ABC)$ và $I\in(ABC)$.

Do đó, $d(I,(ABC))=SI$.

Câu 12.

Lời giải

Chọn B



Áp dụng quy tắc hình hộp ta có $\vec{x} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

Câu 13.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(1+3x-x^3\right) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{3}{x^2}-1\right)x^3 = +\infty$, đáp án D.

Câu 14.

Lời giải

Chọn A

$y' = -4x^5 \Rightarrow y'' = -4.5.x^4$.

Câu 15.

Lời giải

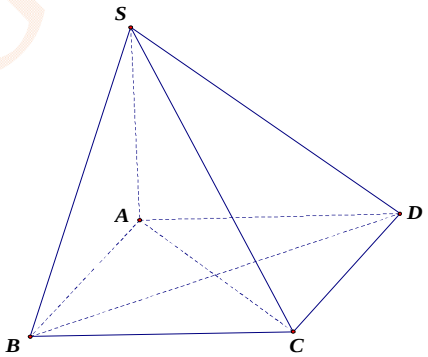
Chọn D

Áp dụng định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm.

Câu 16.

Lời giải

Chọn D



Ta có:

$BD \perp AC(1)$ (do $ABCD$ là hình vuông)

$BD \perp SA(2)$ (do $SA \perp (ABCD)$) .

Từ (1) và (2) suy ra $BD \perp (SAC)$.

Câu 17.

Lời giải

Chọn B

Nếu $\lim u_n = a > 0, \lim v_n = 0$ và $v_n > 0, \forall n$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$.

Câu 18.

Lời giải

Chọn B

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$ mà $CD \subset (ABCD)$ do đó $SO \perp CD$.

Câu 19.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} = 2\overrightarrow{PM}$, $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PN}$

nên $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PM} + 2\overrightarrow{PN} = 2(\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN}) = 2.2.\overrightarrow{PI} = 4\overrightarrow{PI}$. Vậy $k = \frac{1}{4}$.

Câu 20.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ của điểm M trong các phương án vào phương trình hàm số, ta loại được các phương án A, C.

Vì tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0)$ song song với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 5$ nên $y'(x_0) = \frac{1}{2}$.

Dùng MTCT tính đạo hàm của hàm số ta tìm được đáp án D.

Câu 21.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = (\sin 3x + \cot 2x)' = 3\cos 3x + \frac{-2}{\sin^2 2x}$. Vì $a, b \in \mathbb{Z}$ nên $a = 3$, $b = -2$.

Vậy $a + b = 1$.

Câu 22.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $f'(x) \le 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x \le 0 \Leftrightarrow 0 \le x \le 2$.

Câu 23.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 1 - \frac{5}{x^2} \Rightarrow M = x\left(1 - \frac{5}{x^2}\right) + x + \frac{5}{x} = 2x$.

Câu 24.

Lời giải

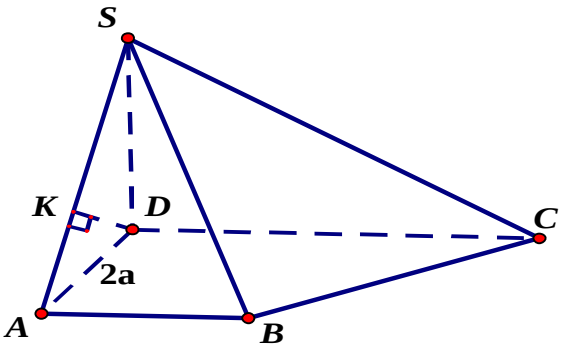
Chọn A

Ta có $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = \frac{1}{x + \Delta x} - \frac{1}{x} = -\frac{\Delta x}{x(x + \Delta x)}$.

Câu 25.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SD \end{cases} \Rightarrow CD \perp SA.$

Dựng $DK \perp SA\,(K \in SA)$, khi đó DK là đoạn vuông góc chung của SA, CD.

Do đó $d(DC, SA) = DK$. Xét tam giác SAD vuông tại D có DK là đường cao:

$$\frac{1}{DK^2} = \frac{1}{SD^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{3}{4a^2} \Rightarrow DK = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

Câu 26.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{4(x-2)}{(x-2)\left(\sqrt{4x+1}+3\right)} = \lim_{x\to 2} \frac{4}{\sqrt{4x+1}+3} = \frac{2}{3}$$

Câu 27.

Lời giải

Chọn A

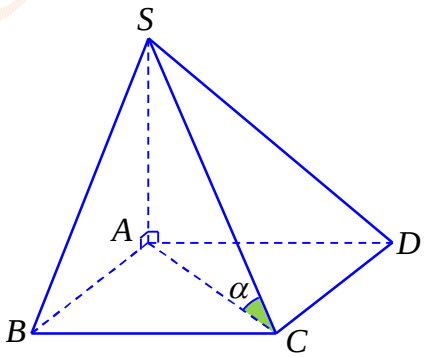
Ta có $v(t) = S'(t) = 3t^2 + 6t$

$a(t) = v'(t) = 6t + 6 \Rightarrow a(5) = 36\,m/s^2$.

Câu 28.

Lời giải

Chọn B



Ta có AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$.

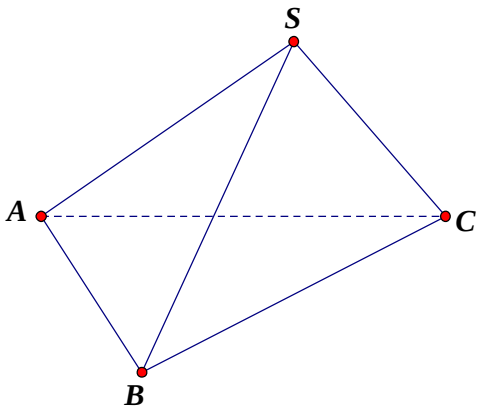
$\Rightarrow (SC, \widehat{(ABCD)}) = \widehat{SCA} = \alpha$.

Tam giác SAC vuông tại A có $\tan\alpha = \frac{SA}{AC}$, với $AC = a\sqrt{2}$ thì $\tan\alpha = \sqrt{2}$.

Câu 29.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\cos\left(\overrightarrow{SB},\overrightarrow{AC}\right)=\dfrac{\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{SB}\right|.\left|\overrightarrow{AC}\right|}=\dfrac{\left(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{AB}\right).\overrightarrow{AC}}{a^2}=\dfrac{\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{a^2}=\dfrac{-\dfrac{a^2}{2}+0}{a^2}=-\dfrac{1}{2}.$

Vậy góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng $120°$.

Câu 30.

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình tiếp tuyến có dạng $y-y_0=y'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)$ với $M\left(x_0;y_0\right)$ là tiếp điểm.

Tính $y'=3x^2-2x+1$. Vì tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-x^2+x+1$ song song với đường thẳng $y=6x+4$ nên $y'\left(x_0\right)=6\Leftrightarrow 3x_0^2-2x_0+1=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=\dfrac{5}{3}.\\x_0=-1.\end{array}\right.$

Với $x_0=\dfrac{5}{3}\Rightarrow y_0=\dfrac{122}{27}$.

Với $x_0=-1\Rightarrow y_0=-2$.

Ta được hai tiếp điểm $M_1\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{122}{27}\right)$ và $M_2\left(-1;-2\right)$.

Với tiếp điểm $M_1\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{122}{27}\right)$, ta được tiếp tuyến là đường thẳng $y-\dfrac{122}{27}=6\left(x-\dfrac{5}{3}\right)\Leftrightarrow y=6x-\dfrac{148}{27}$ (nhận).

Với tiếp điểm $M_2\left(-1;-2\right)$, ta được tiếp tuyến là đường thẳng $y+2=6\left(x+1\right)\Leftrightarrow y=6x+4$ (loại).

Câu 31.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1^+}\left(x^2+4\right)=5=f\left(1\right).$

và $\lim\limits_{x\to 1^-}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1^-}\left(3x-2\right)=1\neq f\left(1\right)$

Với mọi $x_0\in\left(1;+\infty\right)$ ta có : $\lim\limits_{x\to x_0}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to x_0}\left(x^2+4\right)=x_0^2+4=f\left(x_0\right).$

Vậy hàm số liên tục trên $\left[1;+\infty\right)$.

Câu 32.

Lời giải

Chọn C

$y' = 3(m+2)x^2 + 3(m+2)x + 3$.

-TH1: $m+2=0 \Leftrightarrow m=-2$ k hi đó $y' = 3 > 0\ \forall x \in \mathbb{R}$ (thỏa mãn).

-TH2: $m+2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$.

Khi đó

$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (m+2)x^2 + (m+2)x + 1 \geq 0\ \ \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+2 > 0 \\ \Delta = m^2 - 4 \leq 0 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ -2 \leq m \leq 2 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$\Rightarrow m \in \{-1, 0, 1, 2\}$.

Từ trường hợp 1 và 2 có tất cả 5 giá trị của tham số m t hỏa yêu cầu bài toán.

Câu 33.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M\left(a; \frac{a+2}{a+1}\right)$ với $a \neq -1$ là điểm thuộc (C).

Đạo hàm $y' = \frac{-1}{(x+1)^2} \Rightarrow k = y'(a) = -\frac{1}{(a+1)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến $\Delta: y = \frac{-1}{(a+1)^2}(x-a) + \frac{a+2}{a+1} \Leftrightarrow x + (a+1)^2 y - a^2 - 4a - 2 = 0$.

Ta có $d[I, \Delta] = \frac{|-2a-2|}{\sqrt{1+(a+1)^4}} = \frac{2|a+1|}{\sqrt{1+(a+1)^4}} = \frac{2}{\sqrt{(a+1)^2 + \frac{1}{(a+1)^2}}}$.

Để $d[I, \Delta]$ lớn nhất $\Leftrightarrow (a+1)^2 + \frac{1}{(a+1)^2}$ nhỏ nhất. Mà $(a+1)^2 + \frac{1}{(a+1)^2} \geq 2$.

Dấu $''='$ xảy ra khi $(a+1)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = -2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta: y = -x + 2 \\ \Delta: y = -x - 2 \end{array}\right.$.

Câu 34.

Lời giải

Chọn C

Khi $x \to +\infty$ thì $\sqrt{x^2} = x \to \sqrt{x^2+1} - x \sim \sqrt{x^2} - x = x - x = 0$

$\to$ Nhân lượng liên hợp:

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{(2-a)x-3}{\sqrt{x^2+1}-x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \left((2-a)x - 3\right)\left(\sqrt{x^2+1} + x\right) = \lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \left(2 - a - \frac{3}{x}\right)\left(\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + 1\right)$.

Vì $\begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + 1\right) = 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{(2-a)x-3}{\sqrt{x^2+1}-x} = +\infty$

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} \left(2 - a - \frac{3}{x}\right) = 2 - a > 0 \Rightarrow a < 2$.

Giải nhanh : ta có $x \to +\infty \to \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}-x}$

$= \left((2-a)x - 3\right)\left(\sqrt{x^2+1} + x\right) \sim (2-a)x.\left(\sqrt{x^2} + x\right) = 2(2-a)x \to +\infty \Leftrightarrow a < 2$.

Khi đó $P = a^2 - 2a + 4 = (a-1)^2 + 3 \geq 3, P = 3 \Leftrightarrow a = 1 < 2 \Rightarrow P_{\min} = 3$.

Câu 35.

Lời giải

Chọn D

Gọi D, E lần lượt là trung điểm của AC, BC.

Trong hình chữ nhật $ACC'A'$ có MD là đường trung bình nên ta có $MD = AA' = 2a;\ MD \parallel AA'$

$\Rightarrow MD \perp (ABC) \Rightarrow MD \perp BC\ \ (1)$.

Xét ΔABC có DE là đường trung bình nên ta có $DE=\frac{AB}{2}=\frac{a}{2}$; $DE//AB\Rightarrow DE\perp BC$ (2).

Từ (1) và (2), suy ra $BC\perp(MDE)$ (3).

Trong (MDE) kẻ $DF\perp ME$ tại F. (4).

Mà $DF\subset(MDE)$ kết hợp với (3) suy ra $DF\perp BC$ (5).

Từ (4) và (5), ta có $DF\perp(MBC)$ hay $d\left(D,(MBC)\right)=DF$.

Xét ΔMDE vuông tại D có đường cao DF, nên ta có

$$\frac{1}{DF^2}=\frac{1}{DM^2}+\frac{1}{DE^2}=\frac{1}{(2a)^2}+\frac{4}{a^2}=\frac{17}{4a^2}\Rightarrow DF=\frac{2a\sqrt{17}}{17}.$$

Mặt khác, $\frac{d\left(A,(MBC)\right)}{d\left(D,(MBC)\right)}=\frac{AC}{DC}=2\Rightarrow d\left(A,(MBC)\right)=2d\left(D,(MBC)\right)=2DF=\frac{4a\sqrt{17}}{17}$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

Ta có: $\left(6\sqrt{x}-\frac{1}{x^2}\right)'=\frac{3}{\sqrt{x}}+\frac{2}{x^3}$.

Câu 37.

Lời giải

ĐK: $2\sin 2x-\cos 2x\neq 0$.

Ta có

$$y'=\frac{(2\cos 2x-2\sin 2x)(2\sin 2x-\cos 2x)-(\sin 2x+\cos 2x)(4\cos 2x+2\sin 2x)}{(2\sin 2x-\cos 2x)^2}=\frac{-6}{(2\sin 2x-\cos 2x)^2}$$

$$y'=-6\Leftrightarrow\frac{-6}{(2\sin 2x-\cos 2x)^2}=-6\Leftrightarrow(2\sin 2x-\cos 2x)^2=1$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2\sin 2x-\cos 2x=1\\2\sin 2x-\cos 2x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{2}{\sqrt{5}}\sin 2x-\frac{1}{\sqrt{5}}\cos 2x=\frac{1}{\sqrt{5}}\\\frac{2}{\sqrt{5}}\sin 2x-\frac{1}{\sqrt{5}}\cos 2x=-\frac{1}{\sqrt{5}}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin(2x-\alpha)=\sin\alpha\\\sin(2x-\alpha)=\sin(-\alpha)\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}2x-\alpha=\alpha+k2\pi\\2x-\alpha=\pi-\alpha+k2\pi\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}2x-\alpha=-\alpha+k2\pi\\2x-\alpha=\pi+\alpha+k2\pi\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k\pi\\x=\frac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\x=\frac{\pi}{2}+\alpha+k\pi\end{array}\right.\end{array}\right.\quad(k\in\mathbb{Z})\text{ với }\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{5}};\cos\alpha=\frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Câu 38.

Lời giải

a) Ta có:

$y = f(x) = x\sqrt{x^2+1}$

$y' = (x)'\sqrt{x^2+1} + x(\sqrt{x^2+1})' = \sqrt{x^2+1} + x\dfrac{(x^2+1)'}{2\sqrt{x^2+1}} = \sqrt{x^2+1} + \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+1}} = \dfrac{x^2+1+x^2}{\sqrt{x^2+1}} = \dfrac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$

b) Với $x = 0 \Rightarrow f(0) = 0$

$f'(0) = 1 = k$

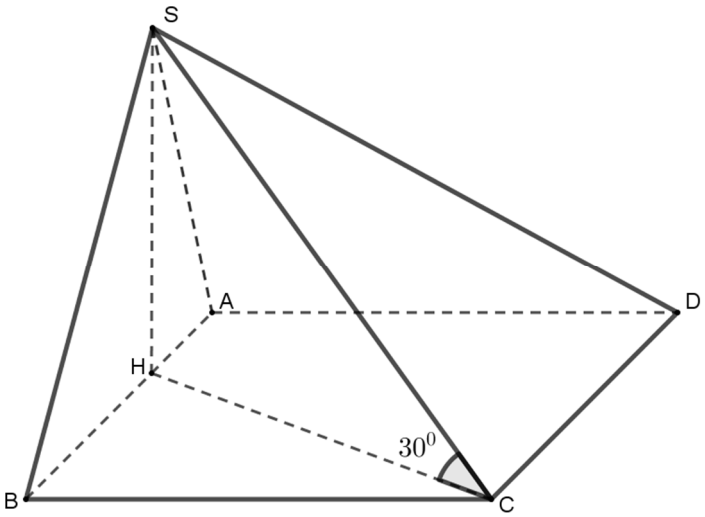
Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số có dạng:

$y - y_0 = k(x - x_0) \Leftrightarrow y - 0 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số là: $y = x$

Câu 39.

Lời giải



Trong tam giác SAB kẻ đường cao $SH\ (H \in AB)$.

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD). \\ SH \perp AB \end{cases}$$

Vậy $SH = d(S,(ABCD))$

Ta có:

$$\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp AB \\ AB \subset (SAB), SH \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB\ (SB \subset SAB).$$

Do đó tam giác SBC vuông tại B.

$SC = \sqrt{SB^2 + BC^2} = a\sqrt{5}$ (định lý Pytago)

$SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp HC\ (HC \subset (ABCD)) \Rightarrow$ Tam giác SHC vuông tại H.

$SH = SC.\sin 30° = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Vậy khoảng cách từ S đến $(ABCD)$ bằng $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 6

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. Nếu $|q|<1$ thì $\lim q^n>0$.

B. Nếu $|q|<1$ thì $\lim q^n=1$.

C. Nếu $|q|<1$ thì $\lim q^n\ge 1$.

D. Nếu $|q|<1$ thì $\lim q^n=0$.

Câu 2. Tính $\lim u_n$, với $u_n=\dfrac{5n^2+3n-7}{n^2}$.

A. 0. **B.** 5. **C.** 3. **D.** -7.

Câu 3. Chọn khẳng định đúng:

A. $\lim\limits_{x\to x_0} c=x_0$

B. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=L$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=L$

C. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=L$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=L$

D. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=L$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=L$

Câu 4. Chọn khẳng định sai:

A. Hàm số đa thức liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a;b)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm x_0 nếu $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên một khoảng nếu nó liên tục tại mọi điểm của khoảng đó.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm thỏa mãn $f'(-2)=-1$. Giới hạn $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{f(x)-f(-2)}{x+2}$ bằng

A. -2. **B.** 3. **C.** -1. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{4}{3}x^3-2x^2+x+1$ là:

A. $y'=4x^2-2x+1$ **B.** $y'=\dfrac{4}{3}x^2-2x+1$

C. $y'=4x^2-4x+1$ **D.** $y'=4x^3-4x+1$

Câu 7. Gọi Δx là số gia của x tại $\frac{\pi}{6}$, khi đó công thức tính đạo hàm hàm số $y=\sin(x)$ tại $x=\frac{\pi}{6}$ bằng định nghĩa là:

A. $y'\left(\frac{\pi}{6}\right)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\cos\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\Delta x}{2}\right)$.

B. $y'\left(\frac{\pi}{6}\right)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\sin\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\Delta x}{2}\right)$.

C. $y'\left(\frac{\pi}{6}\right)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\cos\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\Delta x}{2}\right)$.

D. $y'\left(\frac{\pi}{6}\right)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\Delta x}{2}\right)$.

Câu 8. Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$. Giá trị $y'(0)$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x^2+5x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{1}{2\sqrt{x^2+5x}}$ **B.** $\frac{2x+5}{2\sqrt{x^2+5x}}$. **C.** $\frac{2x+5}{\sqrt{x^2+5x}}$. **D.** $-\frac{2x+5}{2\sqrt{x^2+5x}}$

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $f(x)=x^3(x+1)$ bằng

A. $f'(x)=x^4+x^3$.

B. $f'(x)=4x^4+3x^3$.

C. $f'(x)=3x^3+4x^2$.

D. $f'(x)=4x^3+3x^2$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2+3x-4}{x-1} & \text{khi } x>1\\ -2ax+1 & \text{khi } x\le 1\end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục tại điểm $x=1$.

A. $a=-2$. **B.** $a=-1$. **C.** $a=3$. **D.** $a=2$.

Câu 11. Với $x>0$, đạo hàm của hàm số $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{x}}$ bằng

A. $f'(x)=\frac{x-1}{2x\sqrt{x}}$.

B. $f'(x)=2\sqrt{x}$.

C. $f'(x)=\frac{x-1}{2}$.

D. $f'(x)=\frac{3x+1}{2x\sqrt{x}}$.

Câu 11. Hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ có đạo hàm là

A. $y'=\frac{-2}{(x+1)}$. **B.** $y'=\frac{1}{(x+1)^2}$. **C.** $y'=\frac{2}{(x+1)^2}$. **D.** $y'=\frac{-1}{(x+1)^2}$.

Câu 12. Cho $f(x)=\sin x+\cos x$. Khi đó $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y=3\sin x+5$ là

A. $y'=3\cos x$. **B.** $y'=-3\cos x$. **C.** $y'=\cos x$. **D.** $y'=3\cos x+5$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=\cos 2x\sin x$ là

A. $y'=\cos 2x-\sin x$. **B.** $y'=-2\sin 2x.\cos x-\cos 2x.\cos x$.

C. $y'=-2\sin 2x.\cos x-\cos x.\sin 2x$. **D.** $y'=-2\sin 2x.\sin x+\cos 2x.\cos x$.

Câu 15. Hàm số $y=\frac{\sin x-x\cos x}{\cos x+x\sin x}$ có đạo hàm bằng

A. $\frac{-x^2.\sin 2x}{(\cos x+x.\sin x)^2}$. **B.** $\frac{-x^2.\sin^2 x}{(\cos x+x.\sin x)^2}$. **C.** $\frac{-x^2.\cos 2x}{(\cos x+x.\sin x)^2}$. **D.** $\left(\frac{x}{\cos x+x.\sin x}\right)^2$.

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $y=\sin 3x-5\cos 4x+2021$ là

A. $3\cos 3x-20\sin 4x$. **B.** $3\cos 3x+20\sin 4x+2021$.

C. $3\cos 3x+20\sin 4x$. **D.** $\cos 3x+5\sin 4x$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y=\sin^2 2x$ là:

A. $\cos^2 2x$ **B.** $2\cos^2 2x$ **C.** $2\sin 4x$ **D.** $\sin 4x$

Câu 18. Cho chuyển động được xác định bởi phương trình $s=3t^3+4t^2-t$, trong đó t được tính bằng giây và s được tính bằng mét. Vận tốc của chuyển động khi $t=4s$ bằng

A. $175m/s$. **B.** $41m/s$. **C.** $176m/s$. **D.** $20m/s$.

Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số $y=\frac{2x}{x-1}$

A. $y'=\frac{2}{(x-1)^2}$. **B.** $y'=\frac{2}{(x-1)}$. **C.** $y'=\frac{-2}{(x-1)^2}$. **D.** $y'=\frac{-2}{(x-1)}$.

Câu 20. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+5$ tại điểm có hoành độ $x=-1$.

A. $y=4x-6$. **B.** $y=4x+2$. **C.** $y=4x+6$. **D.** $y=4x-2$.

Câu 21. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Số đo góc giữa vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng:

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 22. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O. Qua O có mấy đường thẳng vuông góc với Δ?

A. 1. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 3.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều và mặt bên (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Gọi H là trung điểm của AB

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $AC \perp (SAB)$. **B.** $CH \perp (SAB)$. **C.** $BC \perp (SAB)$. **D.** $SA \perp (ABC)$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Khi đó tang của góc giữa SC và (SAB) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 25. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân tại A. Gọi I là trung điểm của BC Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $(A'BC) \perp (ABC)$. **B.** $(A'AI) \perp (BCC'B')$.

C. $(A'AI) \perp (ABB'A')$. **D.** $(A'BC) \perp (A'B'C')$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 4a$ và ΔABC đều cạnh a. Gọi M là trung điểm của SB. Khoảng cách từ M đến (ABC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** a. **C.** $4a$. **D.** $2a$.

Câu 27. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị của hàm số $y = x^3$ tại điểm có hệ số góc bằng 3 là

A. $y = 3x - 2$. **B.** $y = 3x - 2; y = 3x + 2$.

C. $y = 3x + 2$. **D.** $y = 3x$.

Câu 28. Với a, b là hai số thực dương, tính $A = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + 3x - 2021}}{bx + 5}$.

A. $A = \frac{\sqrt{a}}{b}$. **B.** $A = -\frac{\sqrt{a}}{b}$.

C. $A = -\infty$. **D.** $A = -\frac{\sqrt{a}}{5}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Các tam giác SAB, SAD, SAC là các tam giác vuông tại A. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SC và BD biết $SA = a\sqrt{3}$, $AB = a$, $AD = 3a$.

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{4}{\sqrt{130}}$ **D.** $\frac{8}{\sqrt{130}}$

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2} \text{ khi } x \neq 2 \\ mx + 1 \text{ khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số liên tục tại $x = 2$.

A. $m=\frac{17}{2}$. **B.** $m=\frac{15}{2}$. **C.** $m=\frac{13}{2}$. **D.** $m=\frac{11}{2}$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=BC=a$, cạnh bên $AA'=a\sqrt{6}$. Góc tạo bởi $A'C$ và (ABC) bằng

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Câu 32. Giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(4x^3-2x^2-x-2021\right)$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 4. **C.** -4. **D.** $+\infty$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) bằng:

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 34. Tính giá trị của $L=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+3x-4}{x-1}$.

A. $L=-5$. **B.** $L=0$. **C.** $L=-3$. **D.** $L=5$.

Câu 35. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(B'D'C)$

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

II. TỰ LUẬN

Câu 36. Cho số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases}-8+4a-2b+c>0\\8+4a+2b+c<0\end{cases}$. Tìm số nghiệm của phương trình $x^3+ax^2+bx+c=0$?

Câu 37. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $AB=a$, $AA'=a\sqrt{2}$. Gọi I,M lần lượt là trung điểm các cạnh BC và CC'.

a) Chứng minh rằng $(AIA')\perp(BCC'B')$ và $B'C\perp(AIM)$.

b) Gọi α là góc giữa mp $(A'BC)$ và mp (ABC). Tính $\sin\alpha$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B, các mặt bên SAB, SBC là những tam giác vuông tại A và C.

a) Chứng minh rằng: $AC\perp SB$.

b) Biết $AB=a$, $\widehat{ABC}=120^\circ$ và góc giữa mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng đáy bằng 45°. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB theo a.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HƯỚNG DẪN GIẢI

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. Nếu $|q|<1$ thì $\lim q^n>0$.

B. Nếu $|q|<1$ thì $\lim q^n=1$.

C. Nếu $|q|<1$ thì $\lim q^n\geq 1$.

D. Nếu $|q|<1$ thì $\lim q^n=0$.

Lời giải

Theo định lí về dãy số có giới hạn 0 ta có: Nếu $|q|<1$ thì $\lim q^n=0$.

Câu 2. Tính $\lim u_n$, với $u_n=\dfrac{5n^2+3n-7}{n^2}$.

A. 0. **B.** 5. **C.** 3. **D.** −7.

Lời giải

Ta có: $\lim u_n=\lim\left(\dfrac{5n^2}{n^2}+\dfrac{3n}{n^2}-\dfrac{7}{n^2}\right)=\lim\left(5+\dfrac{3}{n}-\dfrac{7}{n^2}\right)=5$.

Câu 3. Chọn khẳng định đúng:

A. $\lim\limits_{x\to x_0}c=x_0$

B. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=L$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=L$

C. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=L$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=L$

D. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=L$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=L$

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=L$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=L$.

Câu 4. Chọn khẳng định sai:

A. Hàm số đa thức liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a;b)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm x_0 nếu $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên một khoảng nếu nó liên tục tại mọi điểm của khoảng đó.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a;b)$

và $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f(a)$, $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f(b)$

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm thỏa mãn $f'(-2)=-1$. Giới hạn $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{f(x)-f(-2)}{x+2}$ bằng

A. -2. **B.** 3. **C.** -1. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Chọn C.

Theo định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm:

"Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định trên khoảng $(a;b)$ và $x_0\in(a;b)$. Nếu tồn tại giới hạn (hữu hạn) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ thì giới hạn gọi là đạo hàm của hàm số tại x_0."

Vậy $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{f(x)-f(-2)}{x+2}=f'(-2)=-1$.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{4}{3}x^3-2x^2+x+1$ là:

A. $y'=4x^2-2x+1$ **B.** $y'=\dfrac{4}{3}x^2-2x+1$

C. $y'=4x^2-4x+1$ **D.** $y'=4x^3-4x+1$

Lời giải.

Chọn C.

Ta có: $y'=\left(\dfrac{4}{3}x^3-2x^2+x+1\right)'=\dfrac{4}{3}.3.x^2-2.2x+1=4x^2-4x+1$.

Câu 7. Gọi Δx là số gia của x tại $\dfrac{\pi}{6}$, khi đó công thức tính đạo hàm hàm số $y=\sin(x)$ tại $x=\dfrac{\pi}{6}$ bằng định nghĩa là:

A. $y'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\cos\left(\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{\Delta x}{2}\right)$. **B.** $y'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\sin\left(\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{\Delta x}{2}\right)$.

C. $y'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\cos\left(\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\Delta x}{2}\right)$. **D.** $y'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\sin\left(\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\Delta x}{2}\right)$.

Lời giải

Ta có: $\Delta y=f\left(\Delta x+\dfrac{\pi}{6}\right)-f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\sin\left(\Delta x+\dfrac{\pi}{6}\right)-\sin\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=2.\cos\left(\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\Delta x}{2}\right).\sin\left(\dfrac{\Delta x}{2}\right)$

$$\Rightarrow \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\left(2.\cos\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\Delta x}{2}\right).\frac{\sin\left(\frac{\Delta x}{2}\right)}{\Delta x}\right)=\lim_{\Delta x\to 0}\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\Delta x}{2}\right).\frac{\sin\left(\frac{\Delta x}{2}\right)}{\frac{\Delta x}{2}}\right)$$

Vì $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\left(\dfrac{\sin\left(\dfrac{\Delta x}{2}\right)}{\dfrac{\Delta x}{2}}\right)=1$ nên $y'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\left(\cos\left(\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\Delta x}{2}\right)\right)$.

Câu 8. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Giá trị $y'(0)$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Ta có: $y=\dfrac{2x+1}{x-1}\Rightarrow y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}\Rightarrow y'(0)=-3$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x^2+5x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{1}{2\sqrt{x^2+5x}}$ **B.** $\dfrac{2x+5}{2\sqrt{x^2+5x}}$. **C.** $\dfrac{2x+5}{\sqrt{x^2+5x}}$. **D.** $-\dfrac{2x+5}{2\sqrt{x^2+5x}}$

Lời giải

Ta có: $f(x)=\sqrt{x^2+5x}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{\left(x^2+5x\right)'}{2\sqrt{x^2+5x}}=\dfrac{2x+5}{2\sqrt{x^2+5x}}$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $f(x)=x^3(x+1)$ bằng

A. $f'(x)=x^4+x^3$. **B.** $f'(x)=4x^4+3x^3$.

C. $f'(x)=3x^3+4x^2$. **D.** $f'(x)=4x^3+3x^2$.

Lời giải

Ta có $f(x)=x^4+x^3$, suy ra $f'(x)=4x^3+3x^2$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+3x-4}{x-1} & \text{khi } x>1\\ -2ax+1 & \text{khi } x\le 1\end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục tại điểm $x=1$.

A. $a=-2$. **B.** $a=-1$. **C.** $a=3$. **D.** $a=2$.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f(1)=1-2a$

và $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}(-2ax+1)=1-2a$; $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2+3x-4}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}(x+4)=5$.

Hàm số đã cho liên tục tại $x=1\Leftrightarrow f(1)=\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)\Leftrightarrow 1-2a=5\Leftrightarrow a=-2$.

Câu 11. Với $x>0$, đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x}}$ bằng

A. $f'(x)=\dfrac{x-1}{2x\sqrt{x}}$. **B.** $f'(x)=2\sqrt{x}$.

C. $f'(x)=\dfrac{x-1}{2}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{3x+1}{2x\sqrt{x}}$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=\dfrac{(x+1)'.\sqrt{x}-\left(\sqrt{x}\right)'.(x+1)}{\left(\sqrt{x}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{x}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}(x+1)}{x}=\dfrac{\dfrac{2x-x-1}{2\sqrt{x}}}{x}=\dfrac{x-1}{2x\sqrt{x}}$.

Câu 11. Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ có đạo hàm là

A. $y'=\dfrac{-2}{(x+1)}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}$. **C.** $y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}$. **D.** $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}$.

Lời giải

Ta có: $y'=\dfrac{(x-1)'(x+1)-(x-1)(x+1)'}{(x+1)^2}=\dfrac{x+1-(x-1)}{(x+1)^2}=\dfrac{2}{(x+1)^2}$.

Câu 12. Cho $f(x)=\sin x+\cos x$. Khi đó $f'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$.

C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=\cos x-\sin x$

Do đó $f'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\cos\dfrac{\pi}{6}-\sin\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$.

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y=3\sin x+5$ là

A. $y'=3\cos x$. **B.** $y'=-3\cos x$. **C.** $y'=\cos x$. **D.** $y'=3\cos x+5$.

Lời giải

Ta có: $y=3\sin x+5\Rightarrow y'=(3\sin x)'+5'=3\cos x$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=\cos 2x\sin x$ là

A. $y'=\cos 2x-\sin x$. **B.** $y'=-2\sin 2x.\cos x-\cos 2x.\cos x$.

C. $y' = -2\sin 2x.\cos x - \cos x.\sin 2x$. **D.** $y' = -2\sin 2x.\sin x + \cos 2x.\cos x$.

Lời giải

Ta có : $y = \cos 2x.\sin x$

$\Rightarrow y' = (\cos 2x)'\sin x + \cos 2x(\sin x)' = -2\sin 2x.\sin x + \cos 2x.\cos x$.

Câu 15. Hàm số $y = \dfrac{\sin x - x\cos x}{\cos x + x\sin x}$ có đạo hàm bằng

A. $\dfrac{-x^2.\sin 2x}{(\cos x + x.\sin x)^2}$. **B.** $\dfrac{-x^2.\sin^2 x}{(\cos x + x.\sin x)^2}$. **C.** $\dfrac{-x^2.\cos 2x}{(\cos x + x.\sin x)^2}$. **D.** $\left(\dfrac{x}{\cos x + x.\sin x}\right)^2$.

Lời giải

Ta có

$$y' = \frac{(\sin x - x\cos x)'(\cos x + x\sin x) - (\cos x + x\sin x)'(\sin x - x\cos x)}{(\cos x + x\sin x)^2}$$

$$= \frac{x\sin x(\cos x + x\sin x) - x\cos x(\sin x - x\cos x)}{(\cos x + x\sin x)^2} = \left(\frac{x}{\cos x + x\sin x}\right)^2.$$

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $y = \sin 3x - 5\cos 4x + 2021$ là

A. $3\cos 3x - 20\sin 4x$. **B.** $3\cos 3x + 20\sin 4x + 2021$.

C. $3\cos 3x + 20\sin 4x$. **D.** $\cos 3x + 5\sin 4x$.

Lời giải

Ta có: $y' = (\sin 3x)' - 5(\cos 4x)' + (2021)' = (3x)'.\cos 3x - 5.(4x)'.(-\sin 4x)$

$= 3\cos 3x + 20\sin 4x$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 2x$ là:

A. $\cos^2 2x$ **B.** $2\cos^2 2x$ **C.** $2\sin 4x$ **D.** $\sin 4x$

Lời giải

Ta có: $y' = (\sin^2 2x)'$

$= 2\sin 2x(\sin 2x)'$

$= 2\sin 2x \cdot \cos 2x \cdot (2x)'$

$= \sin 4x \cdot 2$

$= 2\sin 4x$

Câu 18. Cho chuyển động được xác định bởi phương trình $s = 3t^3 + 4t^2 - t$, trong đó t được tính bằng giây và s được tính bằng mét. Vận tốc của chuyển động khi $t = 4s$ bằng

A. $175m/s$. **B.** $41m/s$. **C.** $176m/s$. **D.** $20m/s$.

Lời giải

Ta có $v = s' = 9t^2 + 8t - 1$.

Vận tốc của chuyển động khi $t = 4s$ bằng $v(4) = 9.4^2 + 8.4 - 1 = 175(m/s)$.

Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{2x}{x-1}$

A. $y' = \dfrac{2}{(x-1)^2}$. **B.** $y' = \dfrac{2}{(x-1)}$. **C.** $y' = \dfrac{-2}{(x-1)^2}$. **D.** $y' = \dfrac{-2}{(x-1)}$.

Lời giải

$y = \dfrac{2x}{x-1} \Rightarrow y' = \dfrac{-2}{(x-1)^2}$.

Câu 20. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 5$ tại điểm có hoành độ $x = -1$.

A. $y = 4x - 6$. **B.** $y = 4x + 2$. **C.** $y = 4x + 6$. **D.** $y = 4x - 2$.

Lời giải

Ta có $y' = 4x^3 - 8x$, $y'(-1) = 4$

Điểm thuộc đồ thị đã cho có hoành độ $x = -1$ là: $M(-1;2)$.

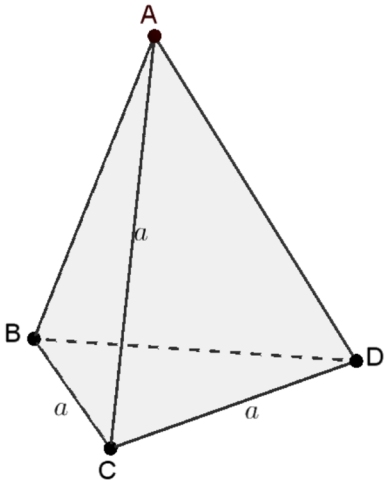
Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M(-1;2)$ là:

$y = y'(-1)(x+1) + 2 \Leftrightarrow y = 4(x+1) + 2 \Leftrightarrow y = 4x + 6$.

Câu 21. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Số đo góc giữa vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng:

A. 30^o. **B.** 45^o. **C.** 60^o. **D.** 90^o.

Lời giải



Ta có $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}\right) = \widehat{BAC}$.

Vì tam giác ABC đều cạnh a nên $\widehat{BAC} = 60^0$

Vậy góc giữa vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60°.

Câu 22. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O. Qua O có mấy đường thẳng vuông góc với Δ?

A. 1. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 3.

Lời giải

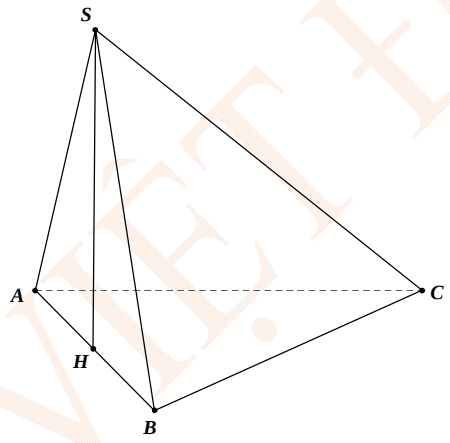
Chọn C

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều và mặt bên (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Gọi H là trung điểm của AB

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $AC \perp (SAB)$. **B.** $CH \perp (SAB)$. **C.** $BC \perp (SAB)$. **D.** $SA \perp (ABC)$.

Lời giải



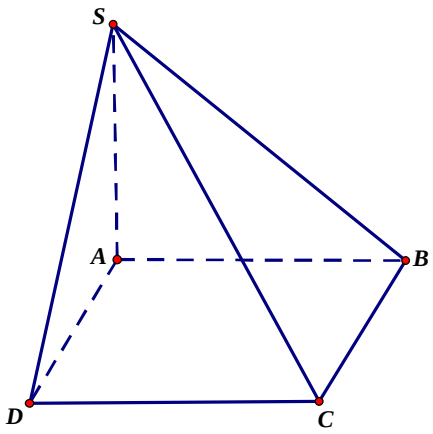
Vì ΔABC đều mà H là trung điểm AB nên $CH \perp AB$

Mà $(SAB) \cap (ABC) = AB$ và $(SAB) \perp (ABC)$ nên $CH \perp (SAB)$

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Khi đó tang của góc giữa SC và (SAB) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải



Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ (1)

Vì $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AB \perp BC$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ $BC \perp (SAB) \Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC trên (SAB).

$\Rightarrow \left(\widehat{SC,(SAB)}\right) = \left(\widehat{SC,SB}\right)$

Vì $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \triangle SBC$ vuông tại $B \Rightarrow \left(\widehat{SC,SB}\right) = \widehat{BSC}$

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow \triangle SAB$ vuông tại $A \Rightarrow SB = \sqrt{AB^2 + SA^2} = a\sqrt{5}$.

Ta có $\tan \widehat{BSC} = \dfrac{BC}{SB} = \dfrac{a}{a\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

Câu 25. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân tại A. Gọi I là trung điểm của BC Mệnh đề nào sau đây là đúng?

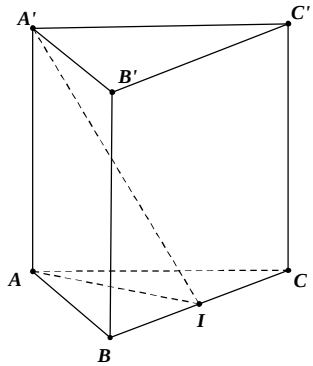
A. $(A'BC) \perp (ABC)$.

B. $(A'AI) \perp (BCC'B')$.

C. $(A'AI) \perp (ABB'A')$.

D. $(A'BC) \perp (A'B'C')$.

Lời giải



Vì I là trung điểm của BC trong tam giác cân ABC nên $AI \perp BC$ (1)

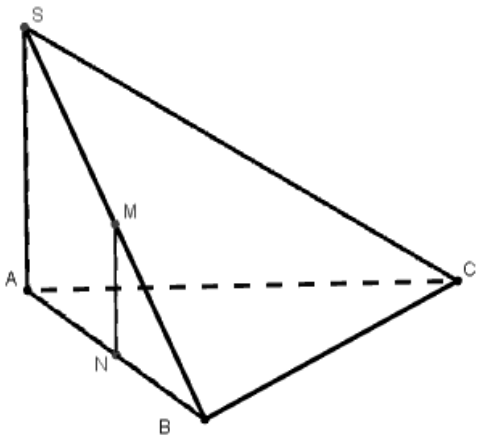
Mà lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $A'A \perp BC$ (2)

Từ $(1)\&(2)\Rightarrow (A'AI)\perp (BCC'B')\supset BC$

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp (ABC)$, $SA=4a$ và ΔABC đều cạnh a. Gọi M là trung điểm của SB. Khoảng cách từ M đến (ABC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** a. **C.** $4a$. **D.** $2a$.

Lời giải



Gọi N là trung điểm AB.

Ta có: $MN//SA$ mà $SA\perp (ABC)\Rightarrow MN\perp (ABC)$ tại N.

Vậy $d(M,(ABC))=MN=\frac{1}{2}SA=2a$.

Câu 27. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị của hàm số $y=x^3$ tại điểm có hệ số góc bằng 3 là

A. $y=3x-2$. **B.** $y=3x-2; y=3x+2$.

C. $y=3x+2$. **D.** $y=3x$.

Lời giải

Ta có: $y'=3x^2$.

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị hàm số $y=x^3$.

Do $f'(x_0)=3$.

Nên ta có phương trình: $3x_0^2=3\Leftrightarrow x_0^2=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=1\Rightarrow y_0=1 \\ x_0=-1\Rightarrow y_0=-1 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=x^3$ là $y=3x-2; y=3x+2$.

Câu 28. Với a, b là hai số thực dương, tính $A=\lim\limits_{x\to -\infty}\frac{\sqrt{ax^2+3x-2021}}{bx+5}$.

A. $A=\dfrac{\sqrt{a}}{b}$.

B. $A=-\dfrac{\sqrt{a}}{b}$.

C. $A=-\infty$.

D. $A=-\dfrac{\sqrt{a}}{5}$.

Lời giải

Ta có:

$$A=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{ax^2+3x-2021}}{bx+5}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|x|\sqrt{a+\dfrac{3}{x}-\dfrac{2021}{x^2}}}{x\left(b+\dfrac{5}{x}\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{a+\dfrac{3}{x}-\dfrac{2021}{x^2}}}{x\left(b+\dfrac{5}{x}\right)}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{a+\dfrac{3}{x}-\dfrac{2021}{x^2}}}{b+\dfrac{5}{x}}=-\frac{\sqrt{a}}{b}.$$

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Các tam giác SAB, SAD, SAC là các tam giác vuông tại A. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SC và BD biết $SA=a\sqrt{3}$, $AB=a$, $AD=3a$.

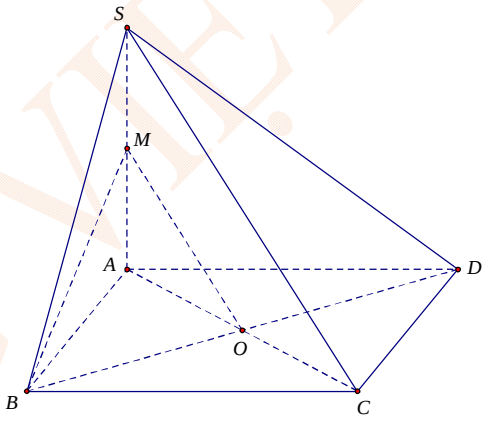
A. $\dfrac{1}{2}$

B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\dfrac{4}{\sqrt{130}}$

D. $\dfrac{8}{\sqrt{130}}$

Lời giải



Ta có các tam giác SAB, SAD, SAC là các tam giác vuông tại A.

Nên $SA\perp AB, SA\perp AD\Rightarrow SA\perp(ABCD)$

Gọi $O=AC\cap BD$. Và M là trung điểm của SA. Do đó $OM//SC$ (tính chất đường trung bình) hay $SC//(MBD)$ nên $\widehat{(SC,BD)}=\widehat{(OM,BD)}=\widehat{MOB}$

Có $BM=\sqrt{AM^2+AB^2}=\sqrt{\dfrac{SA^2}{4}+AB^2}=\sqrt{\dfrac{3a^2}{4}+a^2}=\dfrac{a\sqrt{7}}{2}$,

$BD=AC=\sqrt{AD^2+DC^2}=\sqrt{9a^2+a^2}=a\sqrt{10}$

$SC=\sqrt{AC^2+SA^2}=\sqrt{10a^2+3a^2}=a\sqrt{13}$

$MO=\dfrac{SC}{2}=\dfrac{a\sqrt{13}}{2}$, $BO=\dfrac{BD}{2}=\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$. Áp dụng định lý cosin trong tam giác MOB.

Ta được $BM^2=OM^2+OB^2-2OM.OB.\cos\widehat{MOB}$

$\Leftrightarrow \cos\widehat{MOB}=\dfrac{OM^2+OB^2-BM^2}{2OM.OB}=\dfrac{8}{\sqrt{130}}$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-8}{x-2} \text{ khi } x\neq 2\\ mx+1 \text{ khi } x=2\end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số liên tục tại $x=2$.

A. $m=\dfrac{17}{2}$. **B.** $m=\dfrac{15}{2}$. **C.** $m=\dfrac{13}{2}$. **D.** $m=\dfrac{11}{2}$.

Lời giải

Ta có: Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f(2)=2m+1$ và $\lim\limits_{x\to 2}f(x)=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\left(x^2+2x+4\right)=12$.

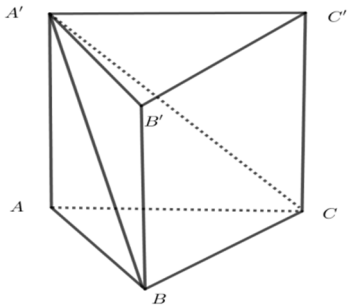
(có thể dùng MTCT để tính giới hạn của hàm số)

Để $f(x)$ liên tục tại $x=2$ thì $\lim\limits_{x\to 2}f(x)=f(2)\Leftrightarrow 2m+1=12\Leftrightarrow m=\dfrac{11}{2}$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=BC=a$, cạnh bên $AA'=a\sqrt{6}$. Góc tạo bởi $A'C$ và (ABC) bằng

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Lời giải



Dễ thấy AC là hình chiếu vuông góc của $A'C$ trên mặt phẳng (ABC) nên góc tạo bởi $A'C$ và (ABC) là $\widehat{A'CA}$.

Ta có: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}$.

Suy ra $\tan\widehat{A'CA}=\dfrac{AA'}{AC}=\dfrac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{A'CA}=60^0$.

Câu 32. Giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(4x^3-2x^2-x-2021\right)$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 4. **C.** -4. **D.** $+\infty$.

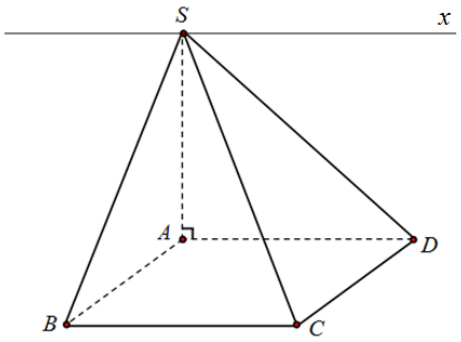
Lời giải

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(4x^3-2x^2-x-2021\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}x^3\left(4-2\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}-2021\dfrac{1}{x^3}\right)=-\infty$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) bằng:

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải



Ta có: $(SBC)\cap(SAD)=Sx\ //\ BC\ //\ AD$.

Ta chứng minh được $BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SB\Rightarrow Sx\perp SB$.

Lại có: $SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA\perp AD\Rightarrow SA\perp Sx$.

Vậy góc giữa mặt phẳng (SBC) và (SAD) là góc $\widehat{BSA}=45°$.

Câu 34. Tính giá trị của $L=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+3x-4}{x-1}$.

A. $L=-5$. **B.** $L=0$. **C.** $L=-3$. **D.** $L=5$.

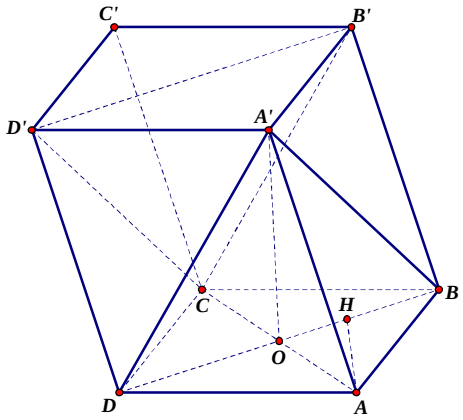
Lời giải

Ta có: $L=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+3x-4}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x+4)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}(x+4)=5$.

Câu 35. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(B'D'C)$

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải



Ta có $(A'BD)//(B'D'C)$ nên khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là $d(C,(A'BD))=d(A,(A'BD))$(do O là trung điểm của AC.

Kẻ $AH\perp BD$ tại H. Ta có $AH\perp BD$ và $AH\perp A'O$ nên $AH\perp(A'BD)$ hay $AH=d(A,(A'BD))$.

Ta có $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AD^2}\Rightarrow AH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(B'D'C)$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

II. TỰ LUẬN

Câu 36. Cho số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases}-8+4a-2b+c>0\\8+4a+2b+c<0\end{cases}$. Tìm số nghiệm của phương trình $x^3+ax^2+bx+c=0$?

Lời giải

Đặt $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Khi đó $\begin{cases}f(2)=8+4a+2b+c<0\\f(-2)=-8+4a-2b+c>0\end{cases}$

$f(x)$ là hàm đa thức liên tục trên $\mathbb{R}$.

$\begin{cases}f(2)<0\\f(-2)>0\end{cases}\Rightarrow f(-2).f(2)<0\Rightarrow$ $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(-2;2)$.

$\begin{cases}f(2)<0\\\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty\end{cases}\Rightarrow$ $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(2;+\infty)$.

$\begin{cases}f(-2)>0\\\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty\end{cases}\Rightarrow$ $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(-\infty;-2)$.

Mà $f(x)=0$ là phương trình bậc ba nên $f(x)=0$ có nhiều nhất 3 nghiệm.

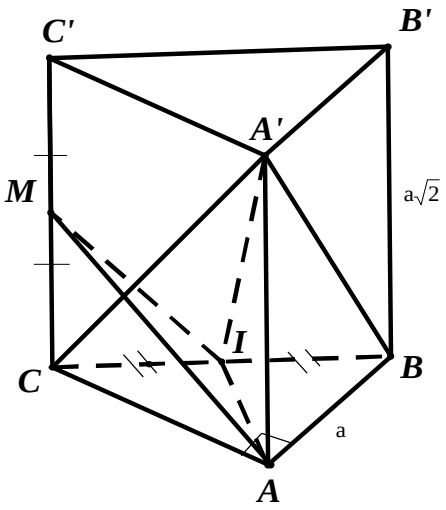
Vậy $f(x)=0$ có đúng 3 nghiệm.

Câu 37. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $AB=a$, $AA'=a\sqrt{2}$. Gọi I,M lần lượt là trung điểm các cạnh BC và CC'.

a) Chứng minh rằng $(AIA') \perp (BCC'B')$ và $B'C \perp (AIM)$.

b) Gọi α là góc giữa mp $(A'BC)$ và mp (ABC). Tính $\sin\alpha$.

Lời giải



a) Ta có $AI \perp (BCC'B') \Rightarrow (AIA') \perp (BCC'B')$.

Ta có $AI \perp (BCC'B')$ nên $B'C \perp AI$. Mặt khác $B'C \perp IM$ vì $BCC'B'$ là hình vuông.

Vậy $B'C \perp (AIM)$.

b) Ta có $A'A \perp (ABC)$ và $AI \perp BC$ nên $\widehat{((A'BC),(ABC))} = \widehat{AIA'}$

$$A'I^2 = AA'^2 + AI^2 = \left(a\sqrt{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{5a^2}{2} \Rightarrow A'I = \frac{\sqrt{10}}{2}a.$$

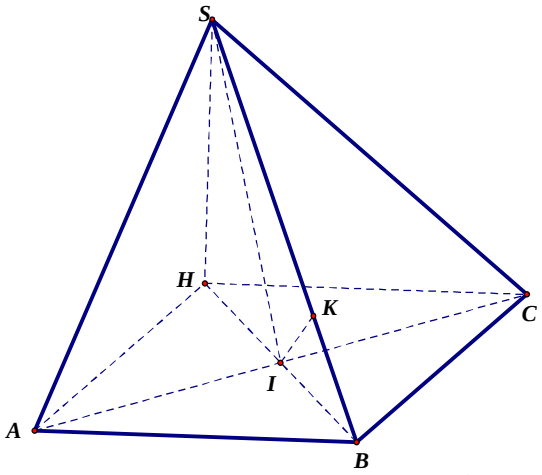
$$\Rightarrow \sin\widehat{AIA'} = \frac{AA'}{A'I} = \frac{a\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{10}}{2}a} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B, các mặt bên SAB, SBC là những tam giác vuông tại A và C.

a) Chứng minh rằng: $AC \perp SB$.

b) Biết $AB = a$, $\widehat{ABC} = 120^\circ$ và góc giữa mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng đáy bằng 45°. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB theo a.

Lời giải



a) Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC).

Ta có $\begin{cases} SH \perp (ABC) \\ SC \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHC) \Rightarrow BC \perp HC$

Tương tự $BA \perp HA$.

Suy ra $\Delta HAB = \Delta HCB \Rightarrow HA = HC$.

Khi đó HB là đường trung trực của đoạn AC.

Do đó $HB \perp AC$.

Lại có $SH \perp AC \Rightarrow AC \perp (SBH)$.

Suy ra $AC \perp SB$.

b) Gọi I là giao điểm của BH và AC. Ta có I là trung điểm của AC.

Ta có $BI = BC.\cos 60^\circ = \dfrac{a}{2}$, $BH = \dfrac{BC}{\cos 60^\circ} = 2a \Rightarrow HI = \dfrac{3a}{2}$.

Mặt khác $\begin{cases} (SAC) \cap (ABC) = AC \\ HI \perp AC \\ SH \perp AC \Rightarrow SI \perp AC \end{cases}$.

Do đó góc giữa hai mặt phẳng $((SAC), (ABC)) = (SI, HI) = \widehat{SIH} = 45^\circ$.

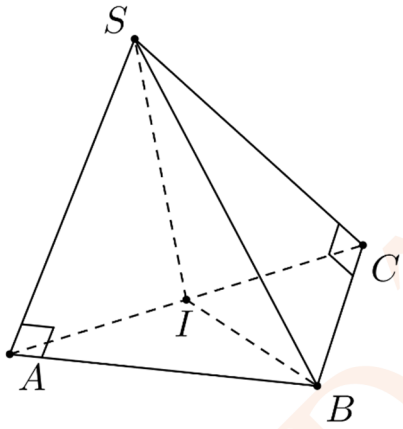
Suy ra $SH = HI.\tan 45^\circ = \dfrac{3a}{2}$ và $SB = \sqrt{SH^2 + HB^2} = \dfrac{5a}{2}$.

Kẻ $IK \perp SB$ thì IK là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau AC và SB.

Ta có $\dfrac{IK}{SH} = \dfrac{IB}{SB} \Rightarrow IK = \dfrac{IB.SH}{SB} = \dfrac{\dfrac{a}{2}.\dfrac{3a}{2}}{\dfrac{5a}{2}} = \dfrac{3a}{10}$.

Vậy khoảng cách cần tìm là $\frac{3a}{10}$.

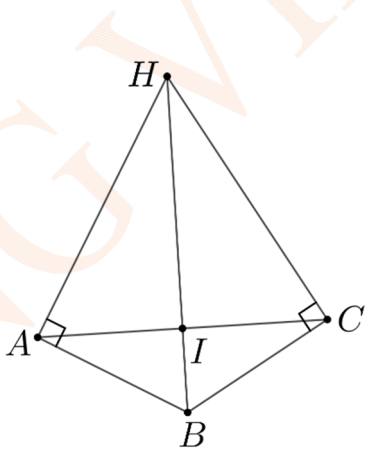
Cách 2

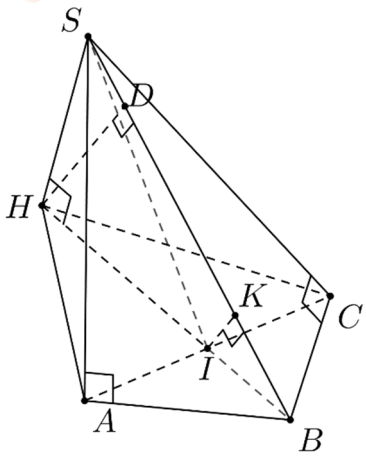


a) Từ giả thiết suy ra ΔSAB và ΔSCB là hai tam giác vuông bằng nhau, suy ra tam giác ΔSAC cân tại S .

Gọi I là trung điểm của AC suy ra $\begin{cases} AC \perp SI \\ AC \perp BI \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBI) \Rightarrow AC \perp SB$.

b) Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow H$ thuộc đường thẳng BI .





Ta có $\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp SC \end{cases} \Rightarrow BC \perp HC$, tương tự $BA \perp HA$, kết hợp với giả thiết suy ra tam giác ΔHAC đều, cạnh $AC = 2IA = a\sqrt{3} \Rightarrow HI = \frac{3a}{2}$, $BI = AB.\cos 60° = \frac{a}{2} \Rightarrow IB = \frac{1}{4}HB$ và $HB = HI + IB = 2a$.

Gọi D và K lần lượt là hình chiếu của H và I trên $SB \Rightarrow IK = \frac{1}{4}HD$ và $IK = d(AC, SB)$.

Ta có góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC) bằng $\widehat{SIH} = 45° \Rightarrow SH = HI = \dfrac{3a}{2}$.

$\dfrac{1}{HD^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HB^2} \Rightarrow HD = \dfrac{6a}{5} \Rightarrow IK = \dfrac{3a}{10}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 7

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. $\lim \dfrac{1}{2n+7}$ bằng

A. $\dfrac{1}{7}$. **B.** $+\infty$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 0.

Câu 2. $\lim\left(\dfrac{2020}{2021}\right)^n$ bằng.

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 2.

Câu 3. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 1}\left(3x^2-2x+1\right)$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 4. Trong các giới hạn dưới đây, giới hạn nào là $+\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{2x-1}{4-x}$. **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x^3+2x+3\right)$. **C.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$. **D.** $\lim\limits_{x\to 4^+}\dfrac{2x-1}{4-x}$.

Câu 5. Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+2}+x+2\right)$.

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** -2.

Câu 6. Cho hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{x^2-7x+12}{x-3} & \text{khi } x\neq 3\\ -1 & \text{khi } x=3\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số liên tục nhưng không có đạo hàm tại $x_0=3$.

B. Hàm số gián đoạn và không có đạo hàm tại $x_0=3$.

C. Hàm số có đạo hàm nhưng không liên tục tại $x_0=3$.

D. Hàm số liên tục và có đạo hàm tại $x_0=3$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt[3]{4x}-2}{x-2} & ,\ x\neq 2\\ ax+3 & ,\ x=2\end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $a=-1$. **B.** $a=\dfrac{1}{6}$. **C.** $a=\dfrac{4}{3}$. **D.** $a=-\dfrac{4}{3}$.

Câu 8. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{x}$. Tính tỉ số $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ theo x_0 và Δx (trong đó Δx là số gia của đối số tại x_0 và Δy là số gia tương ứng của hàm số) được kết quả là

A. $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=-\dfrac{1}{x_0+\Delta x}$. **B.** $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{1}{x_0+\Delta x}$. **C.** $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{1}{x_0\left(x_0+\Delta x\right)}$. **D.** $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=-\dfrac{1}{x_0\left(x_0+\Delta x\right)}$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}x^2+1, & x\ge 1\\ 2x, & x<1.\end{cases}$ Mệnh đề **sai** là

A. $f'(1)=2$. **B.** f không có đạo hàm tại $x_0=1$.

C. $f'(0)=2$. **D.** $f'(2)=4$.

Câu 10. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{x}+x$ tại điểm $x_0=4$ là:

A. $y'(4)=\frac{9}{2}$. **B.** $y'(4)=6$. **C.** $y'(4)=\frac{3}{2}$. **D.** $y'(4)=\frac{5}{4}$.

Câu 11. Khẳng định nào sau đây **sai**

A. $y=x\Rightarrow y'=1$. **B.** $y=x^3\Rightarrow y'=3x^2$.

C. $y=x^5\Rightarrow y'=5x$. **D.** $y=x^4\Rightarrow y'=4x^3$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y=\frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. $\frac{1-3x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$. **B.** $\frac{1+3x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$. **C.** $\frac{1-3x}{x^2+1}$. **D.** $\frac{2x^2-x-1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

Câu 13. Cho các hàm số $u=u(x), v=v(x)$ có đạo hàm trên khoảng J và $v(x)\ne 0$ với $\forall x\in J$. Mệnh đề nào sau đây ***sai?***

A. $\left[u(x)+v(x)\right]'=u'(x)+v'(x)$. **B.** $\left[\frac{1}{v(x)}\right]'=\frac{v'(x)}{v^2(x)}$.

C. $\left[u(x).v(x)\right]'=u'(x).v(x)+v'(x).u(x)$. **D.** $\left[\frac{u(x)}{v(x)}\right]'=\frac{u'(x).v(x)-v'(x).u(x)}{v^2(x)}$.

Câu 14. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+5$ tại điểm có hoành độ $x=-1$.

A. $y=4x-6$.

B. $y=4x+2$.

C. $y=4x+6$.

D. $y=4x-2$.

Câu 15. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+x^2-2x+1$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M\left(1;\frac{1}{3}\right)$ là:

A. $y=3x-2$. **B.** $y=-3x+2$. **C.** $y=x-\frac{2}{3}$. **D.** $y=-x+\frac{2}{3}$

Câu 16. Một chất điểm chuyển động có phương trình $S=2t^4+6t^2-3t+1$ với t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Hỏi gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t=3(s)$ bằng bao nhiêu?

A. $88(m/s^2)$. **B.** $228(m/s^2)$. **C.** $64(m/s^2)$. **D.** $76(m/s^2)$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)=x^4+2x^2-3$. Tìm x để $f'(x)>0$?

A. $-1<x<0$. **B.** $x<0$. **C.** $x>0$. **D.** $x<-1$.

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin x+\cos x+3$ là:

A. $f'(x)=\sin x-\cos x$. **B.** $f'(x)=\cos x+\sin x+3$.

C. $f'(x)=\cos x-\sin x$. **D.** $f'(x)=-\sin x-\cos x$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin^2 x$ là:

A. $f'(x)=2\sin x$. **B.** $f'(x)=2\cos x$.

C. $f'(x)=-\sin(2x)$. **D.** $f'(x)=\sin(2x)$.

Câu 20. Với $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$, hàm số $y=2\sqrt{\sin x}-2\sqrt{\cos x}$ có đạo hàm là?

A. $y'=\dfrac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}+\dfrac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{\sqrt{\sin x}}+\dfrac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

C. $y'=\dfrac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}-\dfrac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\sqrt{\sin x}}-\dfrac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

Câu 21. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{\cos 2x}$.

A. $y'=\dfrac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$. **B.** $y'=\dfrac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$. **C.** $y'=\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$. **D.** $y'=\dfrac{-\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$.

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin^2 2x-\cos 3x$.

A. $f'(x)=2\sin 4x-3\sin 3x$. **B.** $f'(x)=2\sin 4x+3\sin 3x$.

C. $f'(x)=\sin 4x+3\sin 3x$. **D.** $f'(x)=2\sin 2x+3\sin 3x$

Câu 23. Cho hàm số $y=\cos 3x.\sin 2x$. Tính $y'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 24. Cho $y=\sqrt{2x-x^2}$, tính giá trị biểu thức $A=y^3.y''$.

A. 1. **B.** 0. **C.** -1. **D.** Đáp án khác.

Câu 25. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+x+1$. Phương trình $y''=0$ có nghiệm.

A. $x=2$. **B.** $x=4$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Câu 26. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?

A. Ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng nếu có hai trong ba vectơ đó cùng phương.

B. Ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng nếu có một trong ba vectơ đó bằng vectơ $\vec{0}$.

C. Ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi ba vectơ đó cùng có giá thuộc một mặt phẳng.

D. Cho hai vectơ không cùng phương $\vec{a}$ và $\vec{b}$ và một vectơ $\vec{c}$ trong không gian. Khi đó $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi có cặp số m, n duy nhất sao cho $\vec{c}=m\vec{a}+n\vec{b}$.

Câu 27. Cho hình tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. AB và CD cắt nhau. **B.** AB và CD chéo nhau.

C. AB và CD song song. **D.** Tồn tại một mặt phẳng chứa AB và CD.

Câu 28. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB. Góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

A. $135°$. **B.** $150°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng:

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 30. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là hai tam giác đều. Gọi M là trung điểm của AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $CM \perp (ABD)$. **B.** $AB \perp (MCD)$.

C. $AB \perp (BCD)$. **D.** $DM \perp (ABC)$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy là góc giữa hai đường thẳng nào dưới đây?

A. SB và AB. **B.** SB và SC. **C.** SA và SB. **D.** SB và BC.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và SB vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SBD)?

A. (SBC). **B.** (SAD). **C.** (SCD). **D.** (SAC).

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $0°$. **D.** $90°$.

Câu 34. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $30°$. Hình chiếu H của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của $B'C'$. Tính theo a khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 35. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{19}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{38}}{19}$.

PHẦN 2. TỰ LUẬN

Câu 1. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $c^2 + a = 18$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{ax^2+bx}-cx\right) = -2$. Tính $P = a + b + 5c$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x-\sqrt{x+2}}{x^2-4} & \text{khi } x > 2 \\ x^2 + +3b & \text{khi } x < 2 \\ 2a + b - 6 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$. Tính $I = a + b$?

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2mx + m}{x + m}$. Giá trị m để đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm và tiếp tuyến của đồ thị tại hai điểm đó vuông góc.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $BA = BC = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB. Tính khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD).

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.B	4.A	5.A	6.D	7.D	8.D	9.B	10.D
11.C	12.A	13.B	14.C	15.C	16.B	17.C	18.C	19.D	20.A
21.B	22.B	23.D	24.C	25.C	26.D	27.B	28.C	29.A	30.B
31.A	32.D	33.C	34.A	35.B					

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. $\lim \dfrac{1}{2n+7}$ bằng

A. $\dfrac{1}{7}$. **B.** $+\infty$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim \dfrac{1}{2n+7} = \lim \dfrac{\frac{1}{n}}{2+\frac{7}{n}} = 0$.

Câu 2. $\lim \left(\dfrac{2020}{2021}\right)^n$ bằng.

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng $\lim q^n = 0$, $|q| < 1$

Câu 3. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 1}\left(3x^2-2x+1\right)$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải.

Chọn B

$\lim\limits_{x\to 1}\left(3x^2-2x+1\right) = 3.1^2 - 2.1 + 1 = 2.$

Câu 4. Trong các giới hạn dưới đây, giới hạn nào là $+\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to 4^-} \dfrac{2x-1}{4-x}$. **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x^3+2x+3\right)$. **C.** $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2+x+1}{x-1}$. **D.** $\lim\limits_{x\to 4^+} \dfrac{2x-1}{4-x}$.

Lời giải

Chọn A

Xét $\lim\limits_{x\to 4^-} \dfrac{2x-1}{4-x}$

Ta có $\lim\limits_{x\to 4^-}(2x-1) = 7 > 0$, $\lim\limits_{x\to 4^-}(4-x) = 0$ và $4-x>0$ với mọi $x<4$

Do đó $\lim\limits_{x\to 4^-} \dfrac{2x-1}{4-x} = +\infty$.

Câu 5. Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+2}+x+2\right)$.

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+2}+x+2\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+x+2-(x+2)^2}{\sqrt{x^2+x+2}-x-2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-3x-2}{\sqrt{x^2+x+2}-x-2}.$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-3-\frac{2}{x}}{-\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}-1-\frac{2}{x}}=\frac{3}{2}.$$

Câu 6. Cho hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{x^2-7x+12}{x-3} & \text{khi } x\neq 3\\ -1 & \text{khi } x=3\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số liên tục nhưng không có đạo hàm tại $x_0=3$.

B. Hàm số gián đoạn và không có đạo hàm tại $x_0=3$.

C. Hàm số có đạo hàm nhưng không liên tục tại $x_0=3$.

D. Hàm số liên tục và có đạo hàm tại $x_0=3$.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-7x+12}{x-3}=\lim\limits_{x\to3}(x-4)=-1=y(3)$ nên hàm số liên tục tại $x_0=3$.

$\lim\limits_{x\to3}\dfrac{(x^2-7x+12)-(3^2-7.3+12)}{x-3}=\lim\limits_{x\to3}\dfrac{(x^2-7x+12)}{x-3}=\lim\limits_{x\to3}(x-4)=-1\Rightarrow y'(3)=-1.$

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt[3]{4x}-2}{x-2} & ,\ x\neq 2\\ ax+3 & ,\ x=2\end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $a=-1$. **B.** $a=\dfrac{1}{6}$. **C.** $a=\dfrac{4}{3}$. **D.** $a=-\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$.

Nếu $x\neq2$, ta có $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{4x}-2}{x-2}$. Hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{4x}-2}{x-2}$ xác định và liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Tại $x=2$, ta có:

$f(2)=2a+3.$

$$\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2} \frac{\sqrt[3]{4x}-2}{x-2}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{\left(\sqrt[3]{4x}-2\right)\left[\left(\sqrt[3]{4x}\right)^2+2\sqrt[3]{4x}+4\right]}{(x-2)\left[\left(\sqrt[3]{4x}\right)^2+2\sqrt[3]{4x}+4\right]}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{4(x-2)}{(x-2)\left[\left(\sqrt[3]{4x}\right)^2+2\sqrt[3]{4x}+4\right]}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{4}{\left(\sqrt[3]{4x}\right)^2+2\sqrt[3]{4x}+4}$$

$$= \frac{1}{3}$$

Hàm số liên tục tại $x=2$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 2a+3 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow a = -\frac{4}{3}$.

Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a = -\frac{4}{3}$.

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{1}{x}$. Tính tỉ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ theo x_0 và Δx (trong đó Δx là số gia của đối số tại x_0 và Δy là số gia tương ứng của hàm số) được kết quả là

A. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{1}{x_0+\Delta x}$. **B.** $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{x_0+\Delta x}$. **C.** $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{x_0(x_0+\Delta x)}$. **D.** $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{1}{x_0(x_0+\Delta x)}$.

Lời giải

Chọn D

$$\Delta y = \frac{1}{x_0+\Delta x} - \frac{1}{x_0} = -\frac{\Delta x}{x_0(x_0+\Delta x)}.$$

Suy ra $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{1}{x_0(x_0+\Delta x)}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \ge 1 \\ 2x, & x < 1. \end{cases}$ Mệnh đề **sai** là

A. $f'(1) = 2$. **B.** f không có đạo hàm tại $x_0 = 1$.

C. $f'(0) = 2$. **D.** $f'(2) = 4$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^-} \frac{2x-2}{x-1} = 2$;

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{x^2+1-2}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} (x+1) = 2.$$

Vậy $f'(1^-) = f'(1^+) = f'(1) = 2$. Suy ra hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 1$. Vậy B sai.

Câu 10. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x} + x$ tại điểm $x_0 = 4$ là:

A. $y'(4) = \frac{9}{2}$. **B.** $y'(4) = 6$. **C.** $y'(4) = \frac{3}{2}$. **D.** $y'(4) = \frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}+1\Rightarrow y'(4)=\frac{1}{2\sqrt{4}}+1=\frac{5}{4}.$

Câu 11. Khẳng định nào sau đây **sai**

A. $y=x\Rightarrow y'=1.$ **B.** $y=x^3\Rightarrow y'=3x^2.$

C. $y=x^5\Rightarrow y'=5x.$ **D.** $y=x^4\Rightarrow y'=4x^3.$

Lời giải

Chọn C

+) Ta có: $y=x^n\Rightarrow y'=n.x^{n-1},\forall n\in\mathbb{N}^*$ do đó các mệnh đề A, B, D đúng.

Vì $y=x^5\Rightarrow y'=5x^4$ nên mệnh đề C sai.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y=\frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. $\frac{1-3x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}.$ **B.** $\frac{1+3x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}.$ **C.** $\frac{1-3x}{x^2+1}.$ **D.** $\frac{2x^2-x-1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\frac{\sqrt{x^2+1}-\frac{(x+3)x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=\frac{1-3x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}.$

Câu 13. Cho các hàm số $u=u(x),v=v(x)$ có đạo hàm trên khoảng J và $v(x)\neq 0$ với $\forall x\in J$. Mệnh đề nào sau đây ***sai?***

A. $[u(x)+v(x)]'=u'(x)+v'(x).$ **B.** $\left[\frac{1}{v(x)}\right]'=\frac{v'(x)}{v^2(x)}.$

C. $[u(x).v(x)]'=u'(x).v(x)+v'(x).u(x).$ **D.** $\left[\frac{u(x)}{v(x)}\right]'=\frac{u'(x).v(x)-v'(x).u(x)}{v^2(x)}.$

Lời giải

Chọn B

Câu 14. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+5$ tại điểm có hoành độ $x=-1.$

A. $y=4x-6.$

B. $y=4x+2.$

C. $y=4x+6.$

D. $y=4x-2.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=4x^3-8x,\ y'(-1)=4.$

Điểm thuộc đồ thị đã cho có hoành độ $x=-1$ là: $M(-1;2).$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M(-1;2)$ là:

$y=y'(-1)(x+1)+2\Leftrightarrow y=4(x+1)+2\Leftrightarrow y=4x+6.$

Câu 15. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+x^2-2x+1$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M\left(1;\frac{1}{3}\right)$ là:

A. $y=3x-2$. **B.** $y=-3x+2$. **C.** $y=x-\frac{2}{3}$. **D.** $y=-x+\frac{2}{3}$

Lời giải

Chọn C

$y'=x^2+2x-2$

$y'(1)=1+2-2=1$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M\left(1;\frac{1}{3}\right)$ là:

$y=y'(1)(x-1)+\frac{1}{3}=x-1+\frac{1}{3}=x-\frac{2}{3}$

Câu 16. Một chất điểm chuyển động có phương trình $S=2t^4+6t^2-3t+1$ với t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Hỏi gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t=3(s)$ bằng bao nhiêu?

A. $88(m/s^2)$. **B.** $228(m/s^2)$. **C.** $64(m/s^2)$. **D.** $76(m/s^2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $a(t)=S''=\left(2t^4+6t^2-3t+1\right)''=24t^2+12$

Vậy tại thời điểm $t=3$ thì gia tốc của chuyển động bằng: $a(3)=24.3^2+12=228\ (m/s^2)$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)=x^4+2x^2-3$. Tìm x để $f'(x)>0$?

A. $-1<x<0$. **B.** $x<0$. **C.** $x>0$. **D.** $x<-1$.

Lời giải

Chọn C

$f'(x)>0\Leftrightarrow 4x^3+4x>0\Leftrightarrow 4x(x^2+1)>0\Leftrightarrow x>0$.

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin x+\cos x+3$ là:

A. $f'(x)=\sin x-\cos x$. **B.** $f'(x)=\cos x+\sin x+3$.

C. $f'(x)=\cos x-\sin x$. **D.** $f'(x)=-\sin x-\cos x$.

Lời giải

Chọn C

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin^2 x$ là:

A. $f'(x)=2\sin x$. **B.** $f'(x)=2\cos x$.

C. $f'(x)=-\sin(2x)$. **D.** $f'(x)=\sin(2x)$.

Lời giải

Chọn D

$f'(x)=2\sin x.(\sin x)'=2\sin x.\cos x=\sin 2x$.

Câu 20. Với $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$, hàm số $y=2\sqrt{\sin x}-2\sqrt{\cos x}$ có đạo hàm là?

A. $y'=\dfrac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}+\dfrac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{\sqrt{\sin x}}+\dfrac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

C. $y'=\dfrac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}-\dfrac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\sqrt{\sin x}}-\dfrac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $y'=2\cdot\dfrac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}+2\cdot\dfrac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}=\dfrac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}+\dfrac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$.

Câu 21. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{\cos 2x}$.

A. $y'=\dfrac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$. **B.** $y'=\dfrac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$. **C.** $y'=\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$. **D.** $y'=\dfrac{-\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=\dfrac{(\cos 2x)'}{2\sqrt{\cos 2x}}=\dfrac{-2\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}=\dfrac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

Vậy $y'=\dfrac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin^2 2x-\cos 3x$.

A. $f'(x)=2\sin 4x-3\sin 3x$. **B.** $f'(x)=2\sin 4x+3\sin 3x$.

C. $f'(x)=\sin 4x+3\sin 3x$. **D.** $f'(x)=2\sin 2x+3\sin 3x$

Lời giải

$f'(x)=2\sin 2x.(\sin 2x)'+3\sin 3x=2.2.\sin 2x.\cos 2x+3\sin 3x=2\sin 4x+3\sin 3x$.

Câu 23. Cho hàm số $y=\cos 3x.\sin 2x$. Tính $y'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $y'=(\cos 3x)'.\sin 2x+\cos 3x.(\sin 2x)'=-3\sin 3x.\sin 2x+2\cos 3x.\cos 2x$.

Do đó $y'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=-3\sin\pi.\sin\dfrac{2\pi}{3}+2\cos\pi.\cos\dfrac{2\pi}{3}=1$.

Câu 24. Cho $y=\sqrt{2x-x^2}$, tính giá trị biểu thức $A=y^3.y''$.

A. 1. **B.** 0. **C.** -1. **D.** Đáp án khác.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=\dfrac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$, $y''=\dfrac{-1}{\left(\sqrt{2x-x^2}\right)^3}$

Do đó: $A=y^3.y''=-1$.

Câu 25. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+x+1$. Phương trình $y''=0$ có nghiệm.

A. $x=2$. **B.** $x=4$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=3x^2-6x+1$, $y''=6x-6\Rightarrow y''=0\Leftrightarrow x=1$

Câu 26. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?

A. Ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng nếu có hai trong ba vectơ đó cùng phương.

B. Ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng nếu có một trong ba vectơ đó bằng vectơ $\vec{0}$.

C. Ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi ba vectơ đó cùng có giá thuộc một mặt phẳng.

D. Cho hai vectơ không cùng phương $\vec{a}$ và $\vec{b}$ và một vectơ $\vec{c}$ trong không gian. Khi đó $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi có cặp số m, n duy nhất sao cho $\vec{c}=m\vec{a}+n\vec{b}$.

Lời giải

Chọn D

Theo định lý về tính đồng phẳng của ba vectơ chọn D

Câu 27. Cho hình tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. AB và CD cắt nhau. **B.** AB và CD chéo nhau.

C. AB và CD song song. **D.** Tồn tại một mặt phẳng chứa AB và CD.

Lời giải

Chọn B

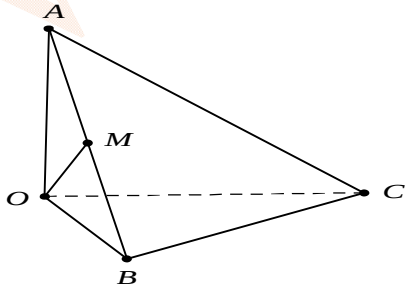
Do $ABCD$ là hình tứ diện nên bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng (loại đáp án A, C, D).

Câu 28. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB. Góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

A. $135°$. **B.** $150°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)\\ \overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{OM}.\overrightarrow{BC}=-\dfrac{1}{2}OB^2=-\dfrac{a^2}{2}$.

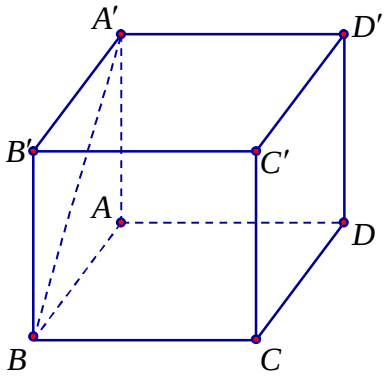
$BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=a\sqrt{2}$ và $OM=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{1}{2}\sqrt{OA^2+OB^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó: $\cos\left(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{BC}\right)=\dfrac{\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{BC}}{OM.BC}=\dfrac{-\dfrac{a^2}{2}}{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a\sqrt{2}}=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow\left(\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{BC}\right)=120°$.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng:

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải



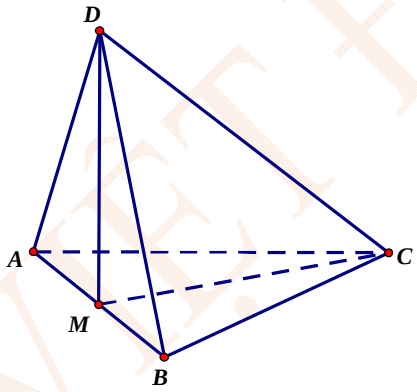
Có $CD//AB \Rightarrow (BA',CD) = (BA',BA) = \widehat{ABA'} = 45^\circ$ (do $ABB'A'$ là hình vuông).

Câu 30. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là hai tam giác đều. Gọi M là trung điểm của AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $CM \perp (ABD)$. **B.** $AB \perp (MCD)$.

C. $AB \perp (BCD)$. **D.** $DM \perp (ABC)$.

Lời giải



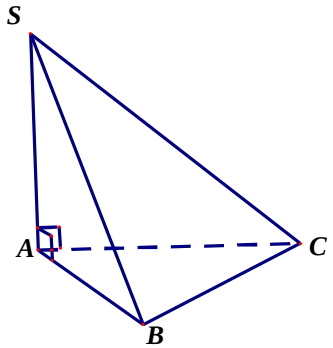
$\left.\begin{matrix} CM \perp AB \\ DM \perp AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow AB \perp (CDM)$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy là góc giữa hai đường thẳng nào dưới đây?

A. SB và AB. **B.** SB và SC. **C.** SA và SB. **D.** SB và BC.

Lời giải

Chọn A



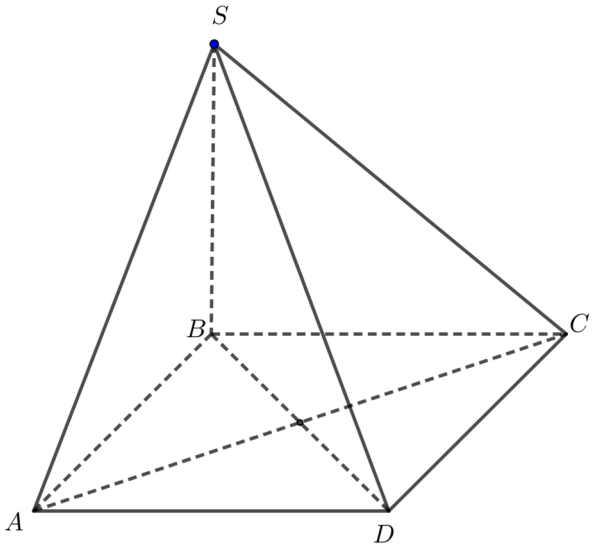
Ta có: Hình chiếu của SB trên mặt phẳng (ABC) là AB nên góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy là góc giữa hai đường thẳng SB và AB.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và SB vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SBD)?

A. (SBC). **B.** (SAD). **C.** (SCD). **D.** (SAC).

Lời giải

Chọn D



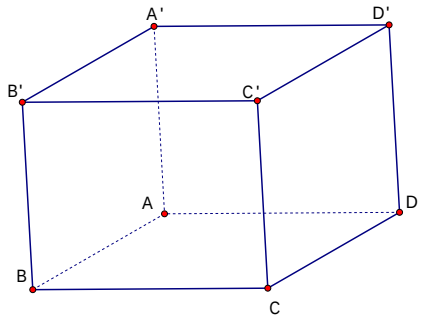
Ta có $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD) \Rightarrow (SAC) \perp (SBD)$.

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $0°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C

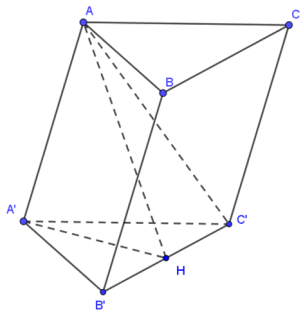


Ta thấy hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ là hai mặt đáy của hình lập phương nên chúng song song với nhau.

Vậy góc giữa $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng $\left(\widehat{(ABCD),(A'B'C'D')}\right) = 0°$.

Câu 34. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $30°$. Hình chiếu H của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của $B'C'$. Tính theo a khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Lời giải

Chọn A.

Góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $30°$ nên $\widehat{AA'H} = 30°$.

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

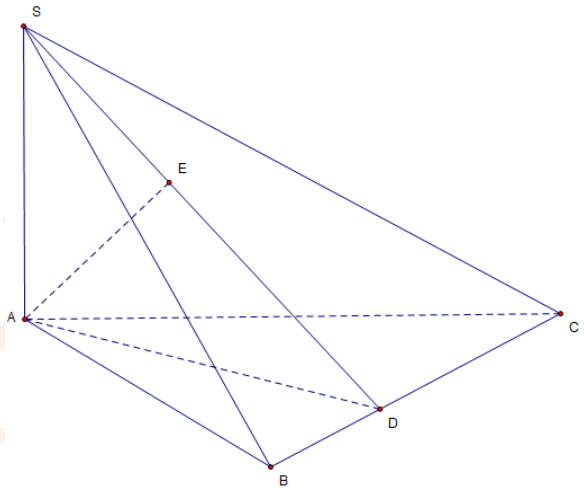
$AH = AA'.\sin\widehat{AA'H} = AA'.\sin 30° = \dfrac{a}{2}$.

Câu 35. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{57}}{19}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{57}}{19}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{19}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{38}}{19}$.

Lời giải

Chọn B



Từ A kẻ $AD \perp BC$ mà $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$

$\Rightarrow BC \perp (SAD) \Rightarrow (SAD) \perp (SBC)$ mà $(SAD) \cap (SBC) = SD$

$\Rightarrow$ Từ A kẻ $AE \perp SD \Rightarrow AE \perp (SBC)$

$\Rightarrow d(A;(SBC)) = AE$

Trong $\triangle ABC$ vuông tại A ta có: $\dfrac{1}{AD^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2} = \dfrac{4}{3a^2}$

Trong $\triangle SAD$ vuông tại A ta có: $\dfrac{1}{AE^2} = \dfrac{1}{AS^2} + \dfrac{1}{AD^2} = \dfrac{19}{12a^2} \Rightarrow AE = \dfrac{2a\sqrt{57}}{19}$

PHẦN 2. TỰ LUẬN

Câu 1. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $c^2+a=18$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{ax^2+bx}-cx\right)=-2$. Tính $P=a+b+5c$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{ax^2+bx}-cx\right)=-2 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(a-c^2\right)x^2+bx}{\sqrt{ax^2+bx}+cx}=-2$.

Điều này xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a-c^2=0 \quad (a,\, c>0) \\ \dfrac{b}{\sqrt{a}+c}=-2 \end{cases}$. (Vì nếu $c\le 0$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{ax^2+bx}-cx\right)=+\infty$).

Mặt khác, ta cũng có $c^2+a=18$.

Do đó, $\begin{cases} a=c^2=9 \\ b=-2\left(\sqrt{a}+c\right) \end{cases} \Leftrightarrow a=9$, $b=-12$, $c=3$. Vậy $P=a+b+5c=12$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-\sqrt{x+2}}{x^2-4} & \text{khi } x>2 \\ x^2++3b & \text{khi } x<2 \\ 2a+b-6 & \text{khi } x=2 \end{cases}$ liên tục tại $x=2$. Tính $I=a+b$?

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-\sqrt{x+2}}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\left(x-\sqrt{x+2}\right)\left(x+\sqrt{x+2}\right)}{\left(x^2-4\right)\left(x+\sqrt{x+2}\right)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-x-2}{\left(x^2-4\right)\left(x+\sqrt{x+2}\right)}$

$=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+2)(x+\sqrt{x+2})}==\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+1}{(x+2)(x+\sqrt{x+2})}=\dfrac{3}{16}$

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}(x^2+ax+3b)=2a+3b+4$

$f(2)=2a+b-6$

Hàm số liên tục tại $x=2 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=f(2) \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+3b+4=\dfrac{3}{16} \\ 2a+b-4=\dfrac{3}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{179}{32} \\ b=-5 \end{cases}$

Vậy $a+b=\dfrac{19}{32}$.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2mx+m}{x+m}$. Giá trị m để đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm và tiếp tuyến của đồ thị tại hai điểm đó vuông góc.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $(C): y=\dfrac{x^2-2mx+m}{x+m}$ và trục hoành:

$\dfrac{x^2-2mx+m}{x+m}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2mx+m=0 \ (*) \\ x\ne -m \end{cases}$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2mx+m}{x+m}$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác $-m \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=m^2-m>0\\ 3m^2+m\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<0\vee m>1\\ m\neq -\dfrac{1}{3}\end{cases}$.

Gọi $M(x_0;y_0)$ là giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành thì $y_0=x_0^2-2mx_0+m=0$ và hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại M là:

$$k=y'(x_0)=\frac{(2x_0-2m)(x_0-1)-(x_0^2-2mx_0+m)}{(x_0+m)^2}=\frac{2x_0-2m}{x_0+m}.$$

Vậy hệ số góc của hai tiếp tuyến với (C) tại hai giao điểm với trục hoành là $k_1=\dfrac{2x_1-2m}{x_1+m}$, $k_2=\dfrac{2x_2-2m}{x_2+m}$.

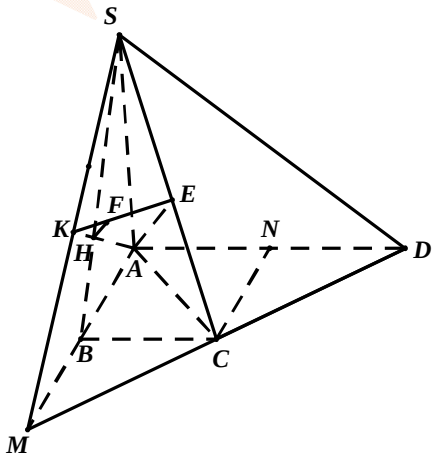
Hai tiếp tuyến này vuông góc $\Leftrightarrow k_1.k_2=-1 \Leftrightarrow \left(\dfrac{2x_1-2m}{x_1+m}\right)\left(\dfrac{2x_2-2m}{x_2+m}\right)=-1$

$\Leftrightarrow 4\left[x_1x_2-m(x_1+x_2)+m^2\right]=-\left[x_1x_2+m(x_1+x_2)+m^2\right](**)$.

Ta lại có $\begin{cases}x_1x_2=m\\ x_1+x_2=2m\end{cases}$, do đó $(**)\Leftrightarrow m^2-5m=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=0\\ m=5\end{array}\right.$. Nhận $m=5$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $BA=BC=a$, $AD=2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB. Tính khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD).

Lời giải



Trong $(ABCD)$ gọi $M=AB\cap CD$, trong (SAM) gọi $K=AH\cap SM$, kẻ $AE\perp SC$ tại E và gọi N là trung điểm của AD.

Dễ thấy $ABCN$ là hình vuông nên $NC=AB=a$. Do đó $NA=NC=ND=a\Rightarrow \Delta ACD$ vuông tại $C\Rightarrow CD\perp AC$, lại có $CD\perp SA\Rightarrow CD\perp (SAC)\Rightarrow (SAC)\perp (SCD)$.

Vậy $\begin{cases}(SAC)\perp(SCD)\\(SAC)\cap(SCD)=SC\\AE\subset(SAC)\\AE\perp SC\end{cases}\Rightarrow AE\perp(SCD).$

Trong (AKE) kẻ $HF//AE, F\in KE$, thì từ (1) suy ra $HF\perp(SCD)$

$\Rightarrow d\left(H,(SCD)\right)=HF$.

Do $BC//AD\Rightarrow\dfrac{MB}{MA}=\dfrac{BC}{AD}=\dfrac{a}{2a}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow MA=2AB=2a\Rightarrow B$ là trung điểm của MA.

Lại có $\dfrac{BH}{BS}=\dfrac{BH.BS}{BS^2}=\dfrac{BA^2}{AB^2+AS^2}=\dfrac{a^2}{a^2+(a\sqrt{2})^2}=\dfrac{1}{3}$.

Vậy H là trọng tâm của tam giác SAM, do đó $\dfrac{HF}{AE}=\dfrac{KH}{KA}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow HF=\dfrac{1}{3}AE$.

Tứ diện $ADMS$ có ba cạnh AD, AM, AS đôi một vuông góc và $AE\perp(SMD)$ nên $\dfrac{1}{AE^2}=\dfrac{1}{AD^2}+\dfrac{1}{AM^2}+\dfrac{1}{AS^2}=\dfrac{1}{4a^2}+\dfrac{1}{4a^2}+\dfrac{1}{2a^2}=\dfrac{1}{a^2}\Rightarrow AE=a$.

Vậy $d\left(H_s(SCD)\right)=HF=\dfrac{1}{3}AE=\dfrac{a}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 8

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM *(7 điểm)*

Câu 1: Phát biểu nào sau đây là **sai** ?

A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số).

B. $\lim q^n = 0 \left(|q| > 1\right)$.

C. $\lim \frac{1}{n} = 0$.

D. $\lim \frac{1}{n^k} = 0 \left(k > 1\right)$.

Câu 2: Cho hàm số $f\left(x\right)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = 2$ và $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 2$. Giá trị của $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 3: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $\left(-2\right)^n$. **B.** $\left(\frac{1}{3}\right)^n$. **C.** $\left(\frac{5}{3}\right)^n$. **D.** $\left(\frac{-5}{3}\right)^n$.

Câu 4: Cho hai hàm số $f\left(x\right), g\left(x\right)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x \to 1} f\left(x\right) = 3$ và $\lim\limits_{x \to 1} g\left(x\right) = 2$. Giá trị của $\lim\limits_{x \to 1}\left[f\left(x\right) + g\left(x\right)\right]$ bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 5: Cho hai dãy số $\left(u_n\right), \left(v_n\right)$ thỏa mãn $\lim u_n = 2$ và $\lim v_n = 3$. Giá trị của $\lim\left(u_n.v_n\right)$ bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 6: Tính tổng vô hạn sau: $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^n} + ...$.

A. $2^n - 1$. **B.** $\frac{1}{2}.\frac{\frac{1}{2^n} - 1}{\frac{1}{2} - 1}$. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 7: Hàm số $f\left(x\right) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi} \quad x \neq 1 \\ a & \text{khi} \quad x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$ thì a bằng?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 8: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x \to 3} \frac{f\left(x\right) - f\left(3\right)}{x - 3} = 2$. Kết quả đúng là

A. $f'\left(2\right) = 3$. **B.** $f'\left(x\right) = 2$. **C.** $f'\left(x\right) = 3$. **D.** $f'\left(3\right) = 2$.

Câu 9: Hàm số $y = x^2 + x + 1$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là

A. $y' = 3x$. **B.** $y' = 2 + x$. **C.** $y' = x^2 + x$. **D.** $y' = 2x + 1$.

Câu 10: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có $f'(2) = 4$ và $g'(2) = 6$. Đạo hàm của hàm số $f(x) + g(x)$ tại điểm $x = 2$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 10. **D.** -1.

Câu 11 : Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2x + 4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $2f(x)$ có đạo hàm là

A. $4x + 8$. **B.** $4x + 4$. **C.** $x + 2$. **D.** $2x + 6$.

Câu 12: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có $f'(1) = 3$ và $g'(1) = 1$. Đạo hàm của hàm số $f(x) - g(x)$ tại điểm $x = 1$ bằng

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** -1.

Câu 13: Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$ là

A. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$. **B.** $-\frac{1}{2\sqrt{x}}$. **C.** $x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 14: $y' = nx^{n-1}$ là đạo hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^2$ **B.** $y = x^n$ **C.** $y = x^{n-1}$ **D.** $y = x^{n+1}$

Câu 15: Đạo hàm của hàm số $y = 3x$ là

A. 3 **B.** 2 **C.** $3x^2$ **D.** 1

Câu 16: Hệ số góc k của tiếp tuyến đồ thị hàm số $y = x^3 + 1$ tại điểm $M(1;2)$ là

A. $k = 12$. **B.** $k = 3$. **C.** $k = 5$. **D.** $k = 4$.

Câu 17: Đạo hàm của hàm số $y = 3x^2 + \sqrt{x}$ là

A. $6x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. **B.** $6x - \frac{1}{2\sqrt{x}}$. **C.** $3x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. **D.** $6x + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 18: Đạo hàm của hàm số $y = \sin x$ là

A. $-\sin x$. **B.** $\sin x$. **C.** $-\cos x$. **D.** $\cos x$.

Câu 19: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 20: Đạo hàm của hàm số $y = \tan x$ là

A. $\frac{1}{\cos^2 x}$. **B.** $\sin x$. **C.** $-\cos x$. **D.** $\frac{1}{\sin^2 x}$

Câu 21: Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin 3x + \cos 2x$.

A. $y' = 3\cos 3x - 2\sin 2x$. **B.** $y' = \cos 3x - \sin 2x$.

C. $y' = 3\sin 3x - 2\cos 2x$. **D.** $y' = 3\cos 3x + 2\sin 2x$

Câu 22: Tính $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ biết $f(x) = \frac{\cos x}{1+\sin x}$

A. -2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 0. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 23: Đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x$ là

A. $2\cos 2x$. **B.** $-2\cos 2x$. **C.** $\cos 2x$. **D.** $-\cos 2x$.

Câu 24: Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = x^3 + 2x$ là

A. $6x$. **B.** $6x+2$. **C.** $3x$. **D.** $3x+2$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = (x+1)^3$. Giá trị của $f''(1)$ bằng

A. 12. **B.** 6. **C.** 24. **D.** 4.

Câu 26: Trong không gian, với $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ là ba vectơ bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\vec{a}(\vec{b}+\vec{c}) = \vec{a}.\vec{b} + \vec{a}.\vec{c}$. **B.** $\vec{a}(\vec{b}-\vec{c}) = \vec{a}.\vec{b} + \vec{a}.\vec{c}$.

C. $\vec{a}(\vec{b}+\vec{c}) = \vec{a}.\vec{b} - \vec{a}.\vec{c}$. **D.** $\vec{a}(\vec{b}+\vec{c}) = \vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c}$.

Câu 27: Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a \,//\, b$.

B. Nếu $a \,//\, b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.

C. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a \,//\, b$.

D. Nếu a và b cùng nằm trong mp $(\alpha) \,//\, c$ thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c.

Câu 28: Cho tứ diện đều $ABCD$ (Tứ diện có tất cả các cạnh bằng nhau). Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$

Câu 29: Trong không gian cho điểm A và mặt phẳng (P). Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Có đúng một đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P).

B. Có đúng hai đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P).

C. Có vô số đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P).

D. Không tồn tại đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P).

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc đáy. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $BC \perp (SAB)$. **B.** $AC \perp (SBD)$. **C.** $BD \perp (SAC)$. **D.** $CD \perp (SAD)$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của AB, BC và SB. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $(IJK) // (SAC)$. **B.** $BD \perp (IJK)$.

C. Góc giữa SC và BD có số đo $60°$. **D.** $BD \perp (SAC)$.

Câu 32: Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau.

B. Hình chóp đều là hình chóp có chân đường cao hạ từ đỉnh xuống mặt đáy trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

C. Hình chóp đều là tứ diện đều.

D. Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều.

Câu 33: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ACC'A')$.

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 34: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau thì vuông góc với mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia

B. Một đường thẳng là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau nếu nó vuông góc với cả hai đường thẳng đó

C. Đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau thì nằm trong mặt phẳng chứa đường thẳng này và vuông góc với đường thẳng kia

D. Một đường thẳng là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau nếu nó cắt cả hai đường thẳng đó.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $AB = a$ và $SB = \sqrt{2}a$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. a. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $2a$. **D.** $\sqrt{3}a$.

II. PHẦN TỰ LUẬN *(3 điểm)*

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x + a - 1 & \text{khi} \quad x \le 0 \\ \dfrac{\sqrt{1+2x} - 1}{x} & \text{khi} \quad x > 0 \end{cases}$. Tìm tất cả giá trị của a để hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 2: Cho tam giác đều ABC cạnh bằng *a*. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại B, ta lấy một điểm M sao cho MB = 2*a*. Gọi I là trung điểm của BC. Tính góc hợp bởi đường thẳng IM với mặt phẳng (ABC).

Câu 3

a) Cho ba số *a, b, c* thoả mãn hệ thức $2a + 3b + 6c = 0$. Chứng minh rằng phương trình sau có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng (0; 1):

$$ax^2+bx+c=0$$

b) Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C). Tìm điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

----------Hết----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

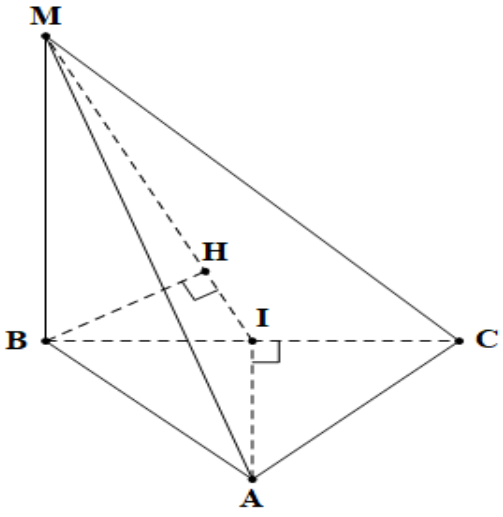
ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7 *điểm)*

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Đáp án	B	A	B	A	B	D	C	D	D	C	A	A	A	B
Câu	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Đáp án	A	B	A	D	A	A	B	D	A	A	A	A	B	D
Câu	29	30	31	32	33	34	35							
Đáp án	A	B	C	A	A	A	A							

** Mỗi câu trắc nghiệm đúng được 0,2 điểm.*

II. PHẦN TỰ LUẬN (3 *điểm)*

Câu 1		Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có: Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.	0,25
		$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-}(3x+a-1) = a-1.$ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{x} = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{2}{\sqrt{1+2x}+1} = 1.$ $f(0) = a-1.$	0,5
		Hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow$ Hàm số liên tục tại điểm $x=0 \Leftrightarrow a-1=1 \Leftrightarrow a=2.$	0,25
Câu 2			
		Tam giác ABC đều cạnh a , $IB = IC = \dfrac{a}{2} \Rightarrow AI \perp BC$ (1) $BM \perp (ABC) \Rightarrow BM \perp AI$ (2) Từ (1) và (2) ta có $AI \perp (MBC)$	0,5

		$BM \perp (ABC) \Rightarrow BI$ là hình chiếu của MI trên (ABC) $\Rightarrow (MI, \widehat{(ABC)}) = \widehat{MIB}, \tan\widehat{MIB} = \dfrac{MB}{IB} = 4$ $\Rightarrow \widehat{MIB} \approx 75°57'$	0,5
Câu 3	a)	Đặt $f(x)=ax^2+bx+c \Rightarrow f(x)$ liên tục trên R. • $f(0)=c$, $f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{9}a+\frac{2}{3}b+c=\frac{1}{9}(4a+6b+12c)-\frac{c}{3}=-\frac{c}{3}$	0,25
		.• Nếu $c=0$ thì $f\left(\frac{2}{3}\right)=0 \Rightarrow$ PT đã cho có nghiệm $\frac{2}{3}\in(0;1)$ • Nếu $c\neq 0$ thì $f(0).f\left(\frac{2}{3}\right)=-\frac{c^2}{3}<0 \Rightarrow$ PT đã cho có nghiệm $\alpha\in\left(0;\frac{2}{3}\right)\subset(0;1)$ Kết luận PT đã cho luôn có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng (0; 1)	0,25
Câu 3	b)	Gọi $M\left(x_0;\dfrac{x_0+2}{x_0+1}\right)$. Ta có $y'=-\dfrac{1}{(x+1)^2}$. Vì tiếp tuyến tại M tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân nên hệ số góc của tiếp tuyến đó bằng ± 1.	0,25
		Suy ra $-\dfrac{1}{(x_0+1)^2}=\pm 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \\ x_0=-2. \end{array}\right.$ • $x_0=0 \Rightarrow M(0;2)$. Khi đó tiếp tuyến tại M là $d: y=-x+2$, tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân. • $x_0=-2 \Rightarrow M(-2;0)$. Khi đó tiếp tuyến tại M là $d': y=-x-2$, tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân. Vậy $M(0;2)$ hoặc $M(-2;0)$.	0,25

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 9

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. $\lim \dfrac{1}{5n+3}$ bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Câu 2. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $(0,999)^n$. **B.** $(-1)^n$. **C.** $(-1,0001)^n$. **D.** $(1,2345)^n$.

Câu 3. Tính giới hạn $L=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{x+3}$

A. $L=-\infty$. **B.** $L=0$. **C.** $L=+\infty$. **D.** $L=1$.

Câu 4. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{-2x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 5. Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x}+2x\right)$

A. 2. **B.** $-\infty$. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x\neq 2\\ 4 & \text{khi } x=2\end{cases}$. Chọn mệnh đề đúng?

A. Hàm số liên tục tại $x=2$. **B.** Hàm số gián đoạn tại $x=2$.

C. $f(4)=2$. **D.** $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=2$.

Câu 7. Tìm m để hàm số $y=f(x)=\begin{cases}x^2+2\sqrt{x-2} & khi\ x\geq 2\\ 5x-5m+m^2 & khi\ x<2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $m=2;m=3$. **B.** $m=-2;m=-3$. **C.** $m=1;m=6$. **D.** $m=-1;m=-6$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x+x_0)-f(x_0)}{x-x_0}$. **B.** $f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$.

C. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$. **D.** $f'(x_0)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h+x_0)-f(x_0)}{h}$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3-x^2}{2} & \text{khi } x<1\\ \dfrac{1}{x} & \text{khi } x\geq 1\end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$.

B. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x=1$.

C. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$ và hàm số $f(x)$ cũng có đạo hàm tại $x=1$.

D. Hàm số $f(x)$ không có đạo hàm tại $x=1$.

Câu 10. Tính đạo hàm của hàm số $y=x(x+1)(x+2)(x+3)$ tại điểm $x_0=0$ là:

A. $y'(0)=5$. **B.** $y'(0)=6$. **C.** $y'(0)=0$. **D.** $y'(0)=-6$.

Câu 11. Hàm số $y=x^3-2x^2-4x+2018$ có đạo hàm là

A. $y'=3x^2-4x+2018$. **B.** $y'=3x^2-2x-4$.

C. $y'=3x^2-4x-4$. **D.** $y'=x^2-4x-4$.

Câu 12. Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(x^3-5\right)\sqrt{x}$.

A. $y'=\frac{7}{2}\sqrt[5]{x^2}-\frac{5}{2\sqrt{x}}$. **B.** $y'=\frac{7}{2}\sqrt{x^5}-\frac{5}{2\sqrt{x}}$.

C. $y'=3x^2-\frac{5}{2\sqrt{x}}$. **D.** $y'=3x^2-\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y=x^2-\frac{1}{x}$.

A. $y'=2x-\frac{1}{x^2}$. **B.** $y'=x-\frac{1}{x^2}$. **C.** $y'=x+\frac{1}{x^2}$. **D.** $y'=2x+\frac{1}{x^2}$.

Câu 14. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{2x-3}$ tại điểm có hoành độ $x_0=-1$ có hệ số góc bằng

A. 5. **B.** $-\frac{1}{5}$. **C.** -5. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 15. Một chất điểm chuyển động có vận tốc tức thời $v(t)$ phụ thuộc vào thời gian t theo hàm số $v(t)=-t^4+8t^2+500$. Trong khoảng thời gian $t=0$ đến $t=5$ chất điểm đạt vận tốc lớn nhất tại thời điểm nào?

A. $t=1$. **B.** $t=4$. **C.** $t=2$. **D.** $t=0$.

Câu 16. Cho hàm số $y=x^3+mx^2+3x-5$ với m là tham số. Tìm tập hợp M tất cả các giá trị của m để $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt:

A. $M=(-3;3)$. **B.** $M=(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$.

C. $M=\mathbb{R}$. **D.** $M=(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y=4\sin 2x+7\cos 3x+9$ là

A. $8\cos 2x-21\sin 3x+9$. **B.** $8\cos 2x-21\sin 3x$.

C. $4\cos 2x-7\sin 3x$. **D.** $4\cos 2x+7\sin 3x$.

Câu 18. Tìm đạo hàm của hàm số $y=\tan x$.

A. $y'=-\frac{1}{\cos^2 x}$. **B.** $y'=\frac{1}{\cos^2 x}$. **C.** $y'=\cot x$. **D.** $y'=-\cot x$.

Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{\cos 2x}$.

A. $y'=\dfrac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$. **B.** $y'=\dfrac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

C. $y'=\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$. **D.** $y'=\dfrac{-\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$.

Câu 20. Biết hàm số $y=5\sin 2x-4\cos 5x$ có đạo hàm là $y'=a\sin 5x+b\cos 2x$. Giá trị của $a-b$ bằng:

A. -30. **B.** 10. **C.** -1. **D.** -9.

Câu 21. Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{\cos 4x}{2}+3\sin 4x$.

A. $y'=12\cos 4x-2\sin 4x$. **B.** $y'=12\cos 4x+2\sin 4x$.

C. $y'=-12\cos 4x+2\sin 4x$. **D.** $y'=3\cos 4x-\dfrac{1}{2}\sin 4x$.

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sin^6 x+\cos^6 x+3\sin^2 x\cos^2 x$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=(3x-7)^5$. Tính $f''(2)$.

A. $f''(2)=0$. **B.** $f''(2)=20$. **C.** $f''(2)=-180$. **D.** $f''(2)=30$.

Câu 24. Cho hàm số $y=\sin^2 x$. Khi đó $y''(x)$ bằng

A. $y''=\dfrac{1}{2}cos2x$. **B.** $P=2\sin 2x$.

C. $y''=2\cos 2x$. **D.** $y''=2\cos x$.

Câu 25. Cho hàm số $y=\cos 3x.\sin 2x$. Tính $y'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 26. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai?**

A. Nếu giá của ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ cắt nhau từng đôi một thì ba vectơ đó đồng phẳng.

B. Nếu trong ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ có một vectơ $\vec{0}$ thì ba vectơ đó đồng phẳng.

C. Nếu giá của ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vectơ đó đồng phẳng.

D. Nếu trong ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ có hai vectơ cùng phương thì ba vectơ đó đồng phẳng.

Câu 27. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau

B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song

C. Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau

D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau

Câu 28. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính $\cos\left(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{A'C'}\right)$

A. $\cos\left(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{A'C'}\right)=0$. **B.** $\cos\left(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{A'C'}\right)=1$.

C. $\cos\left(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{A'C'}\right)=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\cos\left(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{A'C'}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2a$, $BC=a$. Các cạnh bên của hình chóp cùng bằng $a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SC.

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $\arctan 2$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $CD \perp (SBC)$. **B.** $SA \perp (ABC)$. **C.** $BC \perp (SAB)$. **D.** $BD \perp (SAC)$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:

A. $\arcsin\dfrac{3}{5}$. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 30^0.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $SA \perp BC$. **B.** $AB \perp BC$. **C.** $AB \perp SC$. **D.** $SB \perp BC$.

Câu 33. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Tang của góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng:

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $SA \perp (ABC)$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) là 60°. Độ dài cạnh SA bằng

A. $\dfrac{3a}{2}$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $2SA = AC = 2a$ và SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là

A. $\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{4a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

PHẦN 2. TỰ LUẬN

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x + x^2 + x^3 + ... + x^{2018}$. Tính $L = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{f(x) - f(2)}{x-2}$.

Câu 2. Gọi a, b là hai giá trị thực để hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt[3]{2x^2+6} - ax}{x^2-1}, x \neq 1 \\ (a+b)x + 2, \quad x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$. Biết rằng $b = \dfrac{m}{n}; m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $P = m + 2n$

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 6x + 4$ có đồ thị (C). Đường thẳng $y = ax + b$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N. Biết rằng tiếp tuyến của (C) tại M, N có cùng hệ số góc là 2. Tính $a + b$.

Câu 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có ba kích thước $AB = a, AD = b, AA' = c$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(DA'C')$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.B	4.B	5.B	6.A	7.A	8.A	9.D	10.B
11.C	12.B	13.D	14.B	15.C	16.D	17.B	18.B	19.B	20.B
21.A	22.B	23.C	24.C	25.D	26.A	27.C	28.A	29.A	30.A
31.C	32.C	33.A	34.A	35.C					

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. $\lim \dfrac{1}{5n+3}$ bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim \dfrac{1}{5n+3} = \lim \dfrac{\frac{1}{n}}{5+\frac{3}{n}} = 0$.

Câu 2. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $(0,999)^n$. **B.** $(-1)^n$. **C.** $(-1,0001)^n$. **D.** $(1,2345)^n$.

Lời giải

Chọn A

Do $0,999<1$ nên $\lim(0,999)^n = 0$.

Câu 3. Tính giới hạn $L = \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{x+3}$

A. $L=-\infty$. **B.** $L=0$. **C.** $L=+\infty$. **D.** $L=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $L = \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{x+3} = \dfrac{3-3}{3+3} = 0$.

Câu 4. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{-2x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}(-2x+1) = -1<0$, $\lim\limits_{x\to 1^+}(x-1)=0$, $x-1>0$ khi $x\to 1^+$.

Suy ra $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{-2x+1}{x-1} = -\infty$.

Câu 5. Tìm $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\sqrt{x^2+x}+2x\right)$

A. 2. **B.** $-\infty$. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x}+2x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(|x|\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}+2x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-x\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}+2x\right)$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x\left(2-\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}\right)\right)=-\infty$ vì $\lim\limits_{x\to-\infty}x=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2-\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}\right)=1$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x\neq 2\\ 4 & \text{khi } x=2\end{cases}$. Chọn mệnh đề đúng?

A. Hàm số liên tục tại $x=2$. **B.** Hàm số gián đoạn tại $x=2$.

C. $f(4)=2$. **D.** $\lim\limits_{x\to2}f(x)=2$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

$\lim\limits_{x\to2}f(x)=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{(x-2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}{x-2}=\lim\limits_{x\to2}\left(\sqrt{x+2}+2\right)=4$

$f(2)=4$

$\Rightarrow\lim\limits_{x\to2}f(x)=f(2)$

Vậy hàm số liên tục tại $x=2$.

Câu 7. Tìm m để hàm số $y=f(x)=\begin{cases}x^2+2\sqrt{x-2} & khi\ x\geq 2\\ 5x-5m+m^2 & khi\ x<2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $m=2;m=3$. **B.** $m=-2;m=-3$. **C.** $m=1;m=6$. **D.** $m=-1;m=-6$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $\mathbb{R}$.

+ Xét trên $(2;+\infty)$ khi đó $f(x)=x^2+2\sqrt{x-2}$.

$\forall x_0\in(2;+\infty):\lim\limits_{x\to x_0}\left({x_0}^2+2\sqrt{x_0-2}\right)={x_0}^2+2\sqrt{x_0-2}=f(x_0)\Rightarrow$ hàm số liên tục trên $(2;+\infty)$.

+ Xét trên $(-\infty;2)$ khi đó $f(x)=5x-5m+m^2$ là hàm đa thức liên tục trên $\mathbb{R}\Rightarrow$ hàm số liên tục trên $(-\infty;2)$.

+ Xét tại $x_0=2$, ta có: $f(2)=4$.

$\lim\limits_{x\to2^+}f(x)=\lim\limits_{x\to2^+}\left(x^2+2\sqrt{x-2}\right)=4;\lim\limits_{x\to2^-}f(x)=\lim\limits_{x\to2^-}\left(5x-5m+m^2\right)=m^2-5m+10$.

Để hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ thì nó phải liên tục tại $x_0=2$.

$\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to2^+}f(x)=\lim\limits_{x\to2^-}f(x)=f(2)\Leftrightarrow m^2-5m+10=4\Leftrightarrow m^2-5m+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\ m=3\end{array}\right.$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x+x_0)-f(x_0)}{x-x_0}$. **B.** $f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$.

C. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$. **D.** $f'(x_0)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h+x_0)-f(x_0)}{h}$.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3-x^2}{2} & \text{khi } x<1\\ \dfrac{1}{x} & \text{khi } x\ge 1\end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$.

B. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x=1$.

C. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$ và hàm số $f(x)$ cũng có đạo hàm tại $x=1$.

D. Hàm số $f(x)$ không có đạo hàm tại $x=1$.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{3-x^2}{2}=1$ và $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{1}{x}=1$. Do đó, hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$.

$\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{1-x^2}{2(x-1)}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{1+x}{-2}=-1$ và

$\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{1-x}{x(x-1)}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{-1}{x}=-1$. Do đó, hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x=1$.

Câu 10. Tính đạo hàm của hàm số $y=x(x+1)(x+2)(x+3)$ tại điểm $x_0=0$ là:

A. $y'(0)=5$. **B.** $y'(0)=6$. **C.** $y'(0)=0$. **D.** $y'(0)=-6$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=x(x+1)(x+2)(x+3)=(x^2+x)(x^2+5x+6)$

$\Rightarrow y'=(2x+1)(x^2+5x+6)+(x^2+x)(2x+5)$

$\Rightarrow y'(0)=6.$

Câu 11. Hàm số $y=x^3-2x^2-4x+2018$ có đạo hàm là

A. $y'=3x^2-4x+2018$. **B.** $y'=3x^2-2x-4$.

C. $y'=3x^2-4x-4$. **D.** $y'=x^2-4x-4$.

Lời giải

Chọn C

Câu 12. Tính đạo hàm của hàm số $y=(x^3-5)\sqrt{x}$.

A. $y'=\dfrac{7}{2}\sqrt[5]{x^2}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}$. **B.** $y'=\dfrac{7}{2}\sqrt{x^5}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}$.

C. $y'=3x^2-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}$. **D.** $y'=3x^2-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2.\sqrt{x}+\left(x^3-5\right)\dfrac{1}{2\sqrt{x}}=3x^2\sqrt{x}+\dfrac{1}{2}x^2\sqrt{x}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}=\dfrac{7}{2}x^2\sqrt{x}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}=\dfrac{7}{2}\sqrt{x^5}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}$.

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y=x^2-\dfrac{1}{x}$.

A. $y'=2x-\dfrac{1}{x^2}$. **B.** $y'=x-\dfrac{1}{x^2}$. **C.** $y'=x+\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $y'=2x+\dfrac{1}{x^2}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

Có $y'=2x+\dfrac{1}{x^2}$.

Câu 14. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-3}$ tại điểm có hoành độ $x_0=-1$ có hệ số góc bằng

A. 5. **B.** $-\dfrac{1}{5}$. **C.** -5. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$

Ta có $f'(x)=\dfrac{-5}{(2x-3)^2}$

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x_0=-1$:

$f'(-1)=\dfrac{-5}{(2.(-1)-3)^2}=\dfrac{-1}{5}$

Câu 15. Một chất điểm chuyển động có vận tốc tức thời $v(t)$ phụ thuộc vào thời gian t theo hàm số $v(t)=-t^4+8t^2+500$. Trong khoảng thời gian $t=0$ đến $t=5$ chất điểm đạt vận tốc lớn nhất tại thời điểm nào?

A. $t=1$. **B.** $t=4$. **C.** $t=2$. **D.** $t=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta tính $v'(t)=-4t^3+16t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=-2(L)\\t=2\end{array}\right.$

Ta có $v(0)=500, v(2)=516, v(5)=75$

Hàm số $v(t)$ liên tục trên $[0;5]$ nên chất điểm đạt vận tốc lớn nhất tại thời điểm $t=2$.

Câu 16. Cho hàm số $y=x^3+mx^2+3x-5$ với m là tham số. Tìm tập hợp M tất cả các giá trị của m để $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt:

A. $M=(-3;3)$. **B.** $M=(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$.

C. $M=\mathbb{R}$. **D.** $M=(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$y = x^3 + mx^2 + 3x - 5 \Rightarrow y' = 3x^2 + 2mx + 3$.

$y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow m < -3 \vee 3 < m$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y = 4\sin 2x + 7\cos 3x + 9$ là

A. $8\cos 2x - 21\sin 3x + 9$. **B.** $8\cos 2x - 21\sin 3x$.

C. $4\cos 2x - 7\sin 3x$. **D.** $4\cos 2x + 7\sin 3x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 8\cos 2x - 21\sin 3x$.

Câu 18. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \tan x$.

A. $y' = -\dfrac{1}{\cos^2 x}$. **B.** $y' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$. **C.** $y' = \cot x$. **D.** $y' = -\cot x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y = \tan x \Rightarrow y' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\cos 2x}$.

A. $y' = \dfrac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$.

B. $y' = \dfrac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

C. $y' = \dfrac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

D. $y' = \dfrac{-\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = \dfrac{(\cos 2x)'}{2\sqrt{\cos 2x}} = \dfrac{-2\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}} = \dfrac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

Vậy $y' = \dfrac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

Câu 20. Biết hàm số $y = 5\sin 2x - 4\cos 5x$ có đạo hàm là $y' = a\sin 5x + b\cos 2x$. Giá trị của $a - b$ bằng:

A. -30. **B.** 10. **C.** -1. **D.** -9.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 10\cos 2x + 20\sin 5x$. Suy ra: $\begin{cases} a = 20 \\ b = 10 \end{cases}$. Vậy $a - b = 10$

Câu 21. Tính đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{\cos 4x}{2} + 3\sin 4x$.

A. $y' = 12\cos 4x - 2\sin 4x$. **B.** $y' = 12\cos 4x + 2\sin 4x$.

C. $y' = -12\cos 4x + 2\sin 4x$. **D.** $y' = 3\cos 4x - \frac{1}{2}\sin 4x$.

Lời giải

Ta có $y' = -2\sin 4x + 12\cos 4x$.

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x\cos^2 x$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Có: $y = \left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)^3 - 3\sin^2 x\cos^2 x\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right) + 3\sin^2 x\cos^2 x = 1$.

$\Rightarrow y' = 0$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = (3x-7)^5$. Tính $f''(2)$.

A. $f''(2) = 0$. **B.** $f''(2) = 20$. **C.** $f''(2) = -180$. **D.** $f''(2) = 30$.

Lời giải

Chọn C

$f(x) = (3x-7)^5$

$f'(x) = 15(3x-7)^4$.

$f''(x) = 180(3x-4)^3$.

Vậy $f''(2) = -180$.

Câu 24. Cho hàm số $y = \sin^2 x$. Khi đó $y''(x)$ bằng

A. $y'' = \frac{1}{2}\cos 2x$. **B.** $P = 2\sin 2x$.

C. $y'' = 2\cos 2x$. **D.** $y'' = 2\cos x$.

Lời giải

Chọn C

$y = \sin^2 x \Rightarrow y' = 2\sin x.\cos x = \sin 2x \Rightarrow y'' = 2\cos 2x$

Câu 25. Cho hàm số $y = \cos 3x.\sin 2x$. Tính $y'\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $y' = (\cos 3x)'.\sin 2x + \cos 3x.(\sin 2x)' = -3\sin 3x.\sin 2x + 2\cos 3x.\cos 2x$.

Do đó $y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = -3\sin\pi.\sin\frac{2\pi}{3} + 2\cos\pi.\cos\frac{2\pi}{3} = 1$.

Câu 26. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai?**

A. Nếu giá của ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ cắt nhau từng đôi một thì ba vectơ đó đồng phẳng.

B. Nếu trong ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ có một vectơ $\vec{0}$ thì ba vectơ đó đồng phẳng.

C. Nếu giá của ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vectơ đó đồng phẳng.

D. Nếu trong ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ có hai vectơ cùng phương thì ba vectơ đó đồng phẳng.

Lời giải

Chọn A

+ Nắm vững khái niệm ba véctơ đồng phẳng.

Câu 27. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau

B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song

C. Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau

D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau

Lời giải

Chọn C

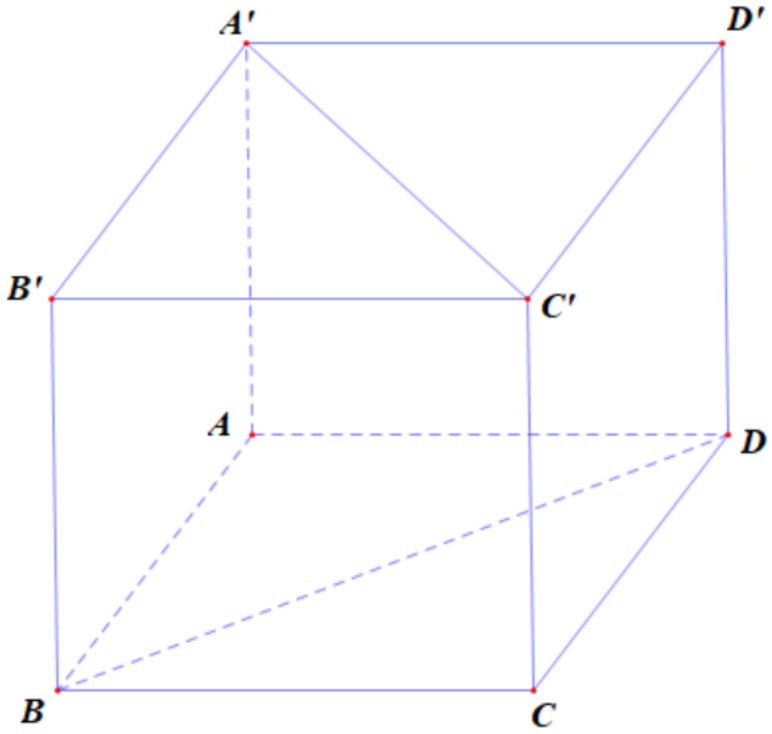
Câu 28. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính $\cos\left(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{A'C'}\right)$

A. $\cos\left(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{A'C'}\right)=0$. **B.** $\cos\left(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{A'C'}\right)=1$.

C. $\cos\left(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{A'C'}\right)=\frac{1}{2}$. **D.** $\cos\left(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{A'C'}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



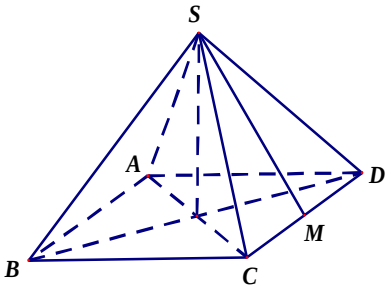
$BD\perp AC\,||\,A'C'\Rightarrow BD\perp A'C'\Rightarrow\cos\left(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{A'C'}\right)=0$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2a$, $BC=a$. Các cạnh bên của hình chóp cùng bằng $a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SC.

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $\arctan 2$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AB//CD$ nên $\left(\widehat{AB;SC}\right)=\left(\widehat{CD;SC}\right)=\widehat{SCD}$.

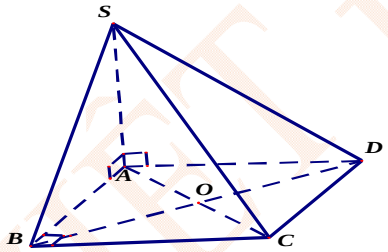
Gọi M là trung điểm của CD. Tam giác SCM vuông tại M và có $SC=a\sqrt{2}$, $CM=a$ nên là tam giác vuông cân tại M nên $\widehat{SCD}=45°$. Vậy $\left(\widehat{AB;SC}\right)=45°$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $CD\perp(SBC)$. **B.** $SA\perp(ABC)$. **C.** $BC\perp(SAB)$. **D.** $BD\perp(SAC)$.

Lời giải

Chọn A



Từ giả thiết, ta có : $SA\perp(ABC)\Rightarrow$ B đúng.

Ta có : $\begin{cases}BC\perp AB\\BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow$ C đúng.

Ta có: $\begin{cases}BD\perp AC\\BD\perp SA\end{cases}\Rightarrow BD\perp(SAC)\Rightarrow$ D đúng.

Do đó: A sai. Chọn **A.**

Nhận xét: Ta có cũng có thể giải như sau:

$\begin{cases}CD\perp AD\\CD\perp SA\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SAD)$

Mà (SCD) và (SAD) không song song hay

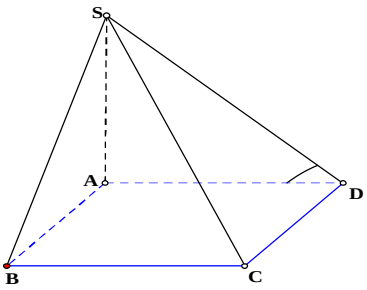
Trùng nhau nên $CD\perp(SCD)$ là sai. Chọn **A.**

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:

A. $\arcsin\frac{3}{5}$. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn C



Vì $SA \perp ABCD$ nên góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SDA}$.

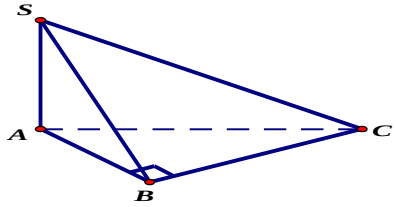
Trong tam giác vuông SDA ta có: $\tan \widehat{SDA} = \dfrac{SA}{AD} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SDA} = 60^0$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $SA \perp BC$. **B.** $AB \perp BC$. **C.** $AB \perp SC$. **D.** $SB \perp BC$.

Lời giải

Chọn C



$SA \perp BC$ đúng vì $SA \perp (ABC)$.

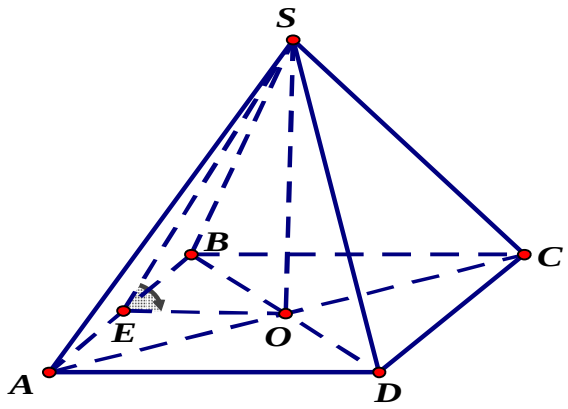
$AB \perp BC$ đúng vì ΔABC vuông tại B.

$SB \perp BC$ đúng vì $\begin{cases} AB \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Câu 33. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Tang của góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng:

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải



Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $\widehat{SEO}$; $EO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

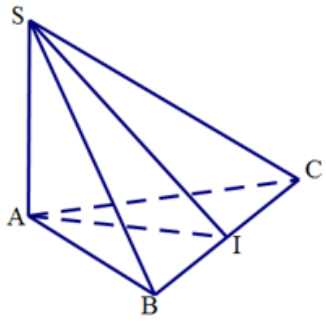
Xét ΔSEO vuông tại O, ta có $\tan\widehat{SEO}=\dfrac{SO}{EO}=1$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $SA\perp(ABC)$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) là 60°. Độ dài cạnh SA bằng

A. $\dfrac{3a}{2}$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm BC, khi đó $BC\perp AI$

Mặt khác $BC\perp AI, BC\perp SA\Rightarrow BC\perp(SAI)\Rightarrow BC\perp SI$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) là $\widehat{SIA}$.

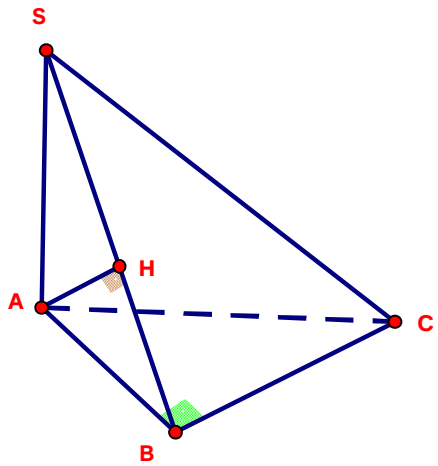
Tam giác SIA vuông tại A nên $\tan\widehat{SIA}=\dfrac{SA}{AI}\Leftrightarrow SA=IA.\tan\widehat{SIA}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}=\dfrac{3a}{2}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $2SA=AC=2a$ và SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là

A. $\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{4a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lờigiải

Chọn C



Kẻ $AH\perp SB(H\in SB)$.

Ta có: $\begin{cases}BC\perp AB\\ BC\perp SA(SA\perp(ABC))\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp AH\subset(SAB)$.

Vì $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Do đó khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là $d_{(A,(SBC))} = AH$.

Xét tam giác ABC vuông cân tại B, có $AC = 2a \Rightarrow AB = \dfrac{AC}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}a$.

Xét tam giác SAB vuông tại A, ta có: $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AB^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{2a^2} = \dfrac{3}{2a^2}$

$\Rightarrow AH^2 = \dfrac{2a^2}{3} \Rightarrow AH = \dfrac{\sqrt{6}a}{3}$.

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là $d_{(A,(SBC))} = AH = \dfrac{\sqrt{6}a}{3}$.

PHẦN 2. TỰ LUẬN

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x + x^2 + x^3 + ... + x^{2018}$. Tính $L = \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 1 + 2x + 3x^2 + ... + 2018x^{2017} \Leftrightarrow x.f'(x) = x + 2x^2 + 3x^3 + ... + 2018x^{2018}$

$\Leftrightarrow x.f'(x) = (2x - x) + (3x^2 - x^2) + (4x^3 - x^3) + ... + (2018x^{2017} - x^{2017}) + 2018x^{2018}$

$\Leftrightarrow x.f'(x) = (1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + ... + 2018x^{2018}) - (1 + x + x^2 + x^3 + ... + x^{2017}) + 2018x^{2018}$

$\Leftrightarrow xf'(x) = f'(x) - \dfrac{1 - x^{2018}}{1 - x} + 2018x^{2018} \Leftrightarrow f'(x) = \dfrac{2018x^{2018}}{(x-1)} + \dfrac{1 - x^{2018}}{(x-1)^2}$.

Do đó $L = \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) = 2018.2^{2018} + 1 - 2^{2018} = 2017.2^{2018} + 1$.

Câu 2. Gọi a, b là hai giá trị thực để hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt[3]{2x^2 + 6} - ax}{x^2 - 1}, x \neq 1 \\ (a + b)x + 2, \quad x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$. Biết rằng $b = \dfrac{m}{n}; m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $P = m + 2n$

Lời giải

$f(1) = a + b + 2$

Đặt $g(x) = \sqrt[3]{2x^2 + 6} - ax$, muốn f có giới hạn hữu hạn khi $x \to 1$ thì $g(1) = 0 \Rightarrow a = 2$. Khi đó,

$\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt[3]{2x^2 + 6} - ax}{x^2 - 1} = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{-8x^3 + 2x^2 + 6}{(x^2 - 1)\left[\sqrt[3]{2x^2 + 6}^2 + 2x\sqrt[3]{2x^2 + 6} + 4x^2\right]}$

$= \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{(-8x^2 - 6x - 6)}{(x + 1)\left[\sqrt[3]{2x^2 + 6}^2 + 2x\sqrt[3]{2x^2 + 6} + 4x^2\right]} = -\dfrac{5}{6}$

Để f liên tục tại $x=1$, nghĩa là: $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)\Leftrightarrow -\dfrac{5}{6}=a+b+2\Leftrightarrow b=-\dfrac{29}{6}\Rightarrow m=-29, n=6$

Vậy $P=m+2n=-29+2.6=-17$.

Câu 3. Cho hàm số $y=x^3-3x^2-6x+4$ có đồ thị (C). Đường thẳng $y=ax+b$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N. Biết rằng tiếp tuyến của (C) tại M, N có cùng hệ số góc là 2. Tính $a+b$.

Lời giải

$y'=3x^2-6x-6$

Xét phương trình $y'=2\Leftrightarrow 3x^2-6x-6=2\Leftrightarrow 3x^2-6x-8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3+\sqrt{33}}{3} \\ x=\dfrac{3-\sqrt{33}}{3}\end{array}\right.$

+) $x=\dfrac{3+\sqrt{33}}{3}\Rightarrow y\left(\dfrac{3+\sqrt{33}}{3}\right)=\dfrac{-36-16\sqrt{33}}{9}\Rightarrow M\left(\dfrac{3+\sqrt{33}}{3};\dfrac{-36-16\sqrt{33}}{9}\right)$

+) $x=\dfrac{3-\sqrt{33}}{3}\Rightarrow y\left(\dfrac{3-\sqrt{33}}{3}\right)=\dfrac{-36+16\sqrt{33}}{9}\Rightarrow N\left(\dfrac{3-\sqrt{33}}{3};\dfrac{-36+16\sqrt{33}}{9}\right)$

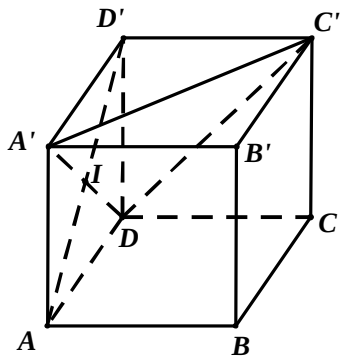
$\overrightarrow{MN}\left(-\dfrac{2\sqrt{33}}{3};\dfrac{32\sqrt{33}}{9}\right)\Rightarrow$ đường thẳng MN có hệ số góc $k=-\dfrac{16}{3}$.

Đường thẳng MN có phương trình: $y=-\dfrac{16}{3}\left(x-\dfrac{3+\sqrt{33}}{3}\right)+\dfrac{-36-16\sqrt{33}}{9}$

$\Leftrightarrow y=-\dfrac{16}{3}x+\dfrac{4}{3}\Rightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{16}{3} \\ b=\dfrac{4}{3}\end{cases}\Rightarrow a+b=-\dfrac{16}{3}+\dfrac{4}{3}=-4$.

Câu 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có ba kích thước $AB=a, AD=b, AA'=c$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(DA'C')$.

Lời giải



Gọi I là tâm của hình bình hành $ADD'A'$ thì I là trung điểm của AD'.

Ta có $\frac{d\left(A,\left(DA'C'\right)\right)}{d\left(D',\left(DA'C'\right)\right)}=\frac{IA}{ID'}=1\Rightarrow d\left(A,\left(DA'C'\right)\right)=d\left(D',\left(DA'C'\right)\right).$

Mặt khác ta có tứ diện $D'ADC'$ có các cạnh $D'D,D'A,D'C'$ đôi một vuông góc nên $\frac{1}{d^2\left(D',\left(DA'C'\right)\right)}=\frac{1}{D'D^2}+\frac{1}{D'A^{12}}+\frac{1}{D'C'^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2b^2c^2}.$

Vậy $d\left(A_s\left(DA'C'\right)\right)=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=\frac{abc}{\sqrt{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}}.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 10

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây **đúng?**

A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AA'}$. D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}$.

Câu 2. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{1-2x}$.

A. $y' = 2^{1-2x}\ln 2$. **B.** $y' = -2^{2-2x}\ln 2$. **C.** $y' = (1-2x).2^{-2x}$. **D.** $y' = -2.2^{1-2x}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a; b)$ và có đạo hàm tại điểm $x_0 \in (a; b)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $f'(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)+f(x_0)}{x+x_0}$. **B.** $f'(x_0) = \lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.

C. $f'(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$. **D.** $f'(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} [f(x) - f(x_0)]$.

Câu 4. Mệnh đề nào sau đây là **đúng?**

A. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c khi b song song hoặc trùng với c.

B. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai véctơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.

C. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.

D. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x$, giá trị của $f''(1)$ bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 8.

Câu 6. Tìm giới hạn $A = \lim\limits_{x \to +\infty} (x^4 - x^2 + x - 1)$.

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 - 2x + 1$ có đồ thị (C). Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(-1;2)$ bằng

A. -5. **B.** 25. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 8. Tìm mệnh đề đúng?

A. $(\cot x)' = \frac{-1}{\cos^2 x}$. **B.** $(\cot x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$. **C.** $(\cot x)' = \frac{1}{\sin^2 x}$. **D.** $(\cot x)' = \frac{-1}{\sin^2 x}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, $SA \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm của SC. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng nào?

A. IB. **B.** IO. **C.** IA. **D.** IC.

Câu 10. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Hai đường thẳng không đồng phẳng thì không có điểm chung.

B. Tồn tại duy nhất một đường thẳng qua một điểm và vuông góc với một mặt phẳng.

C. Hai đường thẳng song song thì đồng phẳng.

D. Tồn tại duy nhất một đường thẳng qua một điểm và song song với một đường thẳng.

Câu 11. Hàm số $y = (x+1)(x-2)$ có đạo hàm là

A. $y' = -3$. **B.** $y' = 2x - 1$. **C.** $y' = 2x + 1$ **D.** $y' = 1$.

Câu 12. Tính $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{4x^3-1}{3x^2+x+2}$

A. $\dfrac{11}{4}$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $-\dfrac{11}{4}$.

Câu 13. Cho hàm số $y=\dfrac{4}{x-1}$. Khi đó $y'(-1)$ bằng

A. 1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 14. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì đường thẳng nằm trong mặt phẳng này cũng vuông góc với mặt phẳng kia.

B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ 3 thì song song với nhau.

C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai mặt phẳng song song thì vuông góc với mặt phẳng còn lại.

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.

Câu 15. Với k là số nguyên âm, kết quả của giới hạn $\lim n^k$ là

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** 1.

Câu 16. $\lim\dfrac{2n^4-2n+2}{4n^4+2n+5}$ bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{2}{11}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $+\infty$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$ và có đạo hàm tại $x\in(a;b)$. Tìm mệnh đề đúng về vi phân của hàm số $y=f(x)$ tại x ứng với số gia Δ_x.

A. $df(x)=\Delta f(x).x'$ **B.** $df(x)=f(x)\Delta_x$.

C. $df(x)=\Delta f'(x).x'$. **D.** $df(x)=f'(x)\Delta_x$.

Câu 18. Khẳng định nào đúng:

A. Hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x-1}}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 19. Tứ diện $ABCD$ đều. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Tìm mệnh đề **sai?**

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$. **B.** Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) là góc $\widehat{ABC}$.

C. $AB\perp CD$. **D.** $AG\perp(BCD)$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3}{x-\sqrt{3}} & ,x\neq\sqrt{3}\\ 2\sqrt{3} & ,x=\sqrt{3}\end{cases}$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

(I). $f(x)$ liên tục tại $x=\sqrt{3}$.

(II). $f(x)$ gián đoạn tại $x=\sqrt{3}$.

(III). $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. Chỉ (I) và (III). **B.** Cả $(I),(II),(III)$ đều đúng.

C. Chỉ (I) và (II). **D.** Chỉ (II) và (III).

Câu 21. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=5$, các cạnh còn lại bằng 3, khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 22. Tìm $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x+2}{\sqrt{3x+10}+x}$. Kết quả là

A. $\frac{4}{7}$. **B.** 4. **C.** 7. **D.** $\frac{7}{4}$.

Câu 23. Cho hàm số $y=\cos 2x$. Công thức nào sau đây là đúng?

A. $y'=2\sin 2\,\mathrm{x}$ **B.** $y'=-\sin 2\,\mathrm{x}$. **C.** $y'=-2\sin 2\,\mathrm{x}$. **D.** $y'=\sin 2\,\mathrm{x}$.

Câu 24. Cho hàm số $y=\frac{x}{x^2-x+1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $2x.y'-3y^2\ge 0$ là

A. $\left[-2;\frac{1}{2}\right]$. **B.** $(-\infty;-2]\cup\left[0;\frac{1}{2}\right]$.

C. $\left(-2;\frac{1}{2}\right)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Câu 25. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=AC=AD$ và $BAC=BAD=60°$. Hãy xác định góc giữa cặp vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$?

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 26. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có hệ số góc nhỏ nhất là đường thẳng

A. $y=-3x-2$. **B.** $y=x$. **C.** $y=-3x+2$. **D.** $y=0$.

Câu 27. Cho hàm số $y=x+\sqrt{x}$. Khẳng định nào đúng?

A. $2xy''-y'=-1$. **B.** $2xy''+y'=1$. **C.** $2xy''+y'=-1$. **D.** $2xy''-y'=1$.

Câu 28. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Hãy phân tích (biểu diễn) véc tơ $\overrightarrow{BC'}$ qua các véc tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

A. $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{BC'}=-\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$. **C.** $\overrightarrow{BC'}=-\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$.

Câu 29. Đạo hàm của hàm số $y=\cot^3 x$ là:

A. $y'=\frac{3.\cot^2 x}{\sin^2 x}$. **B.** $y'=-\frac{3.\cot^2 x}{\sin^2 x}$.

C. $y'=\cot^2 x$. **D.** $y'=3.\cot^2 x.\sin x$.

Câu 30. Hàm số nào sau đây có số gia $\Delta y=-3$ tại $x_0=2$ và $\Delta x=-1$?

A. $y=x^2-1$. **B.** $y=2x+5$. **C.** $y=2x^3$. **D.** $y=\frac{1}{x}$.

Câu 31. Một vật chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S=t^3-\frac{1}{2}t^2+2t-1$ (t là thời gian tính bằng giây, S là đường đi tính bằng mét). Tính vận tốc (m/s) của vật tại thời điểm $t_0=2(s)$?

A. $6(m/s)$. **B.** $14(m/s)$. **C.** $9(m/s)$. **D.** $12(m/s)$.

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=mx^3+mx^2+m(m-1)x+2$ có $y'\ge 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

A. $m\ge\frac{4}{3}$. **B.** $m\le\frac{4}{3}$.

C. $m \le \frac{4}{3}$ và $m \ne 0$. **D.** $m = 0$ hoặc $m \ge \frac{4}{3}$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $3f(2x+1) - f(1-2x) = x^2 - 8x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

A. $y = -x + 2$. **B.** $y = -4x + 5$. **C.** $y = -x$. **D.** $y = x + 2$.

Câu 34. Biết $\lim\limits_{x \to a} \frac{1}{(x-a)^2} \cdot \left(x^2 - 8x + 10 + \frac{81}{x + 2\sqrt{x-1}} - 2\sqrt{x-1} \right) = \frac{21}{16}$ và $\lim\limits_{x \to b} \frac{4}{(x-b)^2} \cdot \left(x^2 - x + 2 - 2\sqrt{x} \right) = c$ với a, b, c là các số thực. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $b + c > a$. **B.** $a + b = c$. **C.** $a^2 - 5b^2 = 4c$. **D.** $a + c = 10b$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với cạnh $AB = 2a$, $AD = a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AB, SC tạo với đáy một góc bằng $45°$. Khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SCD) là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Tính đạo hàm của các hàm số $y = \sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 7}$. Giải bất phương trình $f'(x) \ge \frac{1}{2}$.

Câu 38. Viết phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0 = \frac{\pi}{12}$ của: $(C): y = f(x) = \sin x \cos x \cos 2x$.

Câu 39. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính theo a khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM), với M là trung điểm của CD.

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP ÁN CHI TIẾT

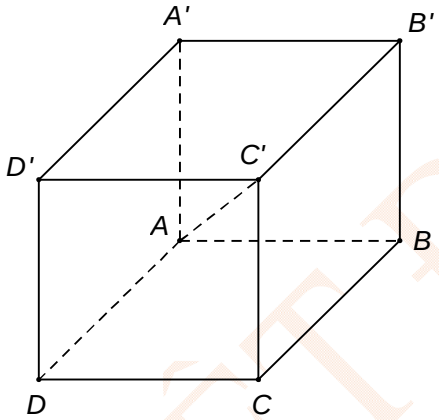
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	B	C	A	A	A	C	D	B	D	B	D	D	C	B	C	D	C
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
B	A	D	A	C	B	C	C	B	A	B	A	D	D	A	B	C	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

Chọn A



Ta có : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

Câu 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=-2.2^{1-2x}\ln 2=-2^{2-2x}\ln 2$.

Câu 3.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa đạo hàm tại một điểm, ta có $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.

Câu 4.

Lời giải

Chọn A

Phương án A: chỉ đúng trong cùng một mặt phẳng nhưng thiếu trường hợp b trùng với c không đúng trong không gian.

Phương án B: góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai véc tơ chỉ phương của hai đường thẳng đó khi góc giữa hai véc tơ chỉ phương là góc nhọn, nếu góc giữa véc tơ chỉ phương của hai đường thẳng đó là góc tù thì sai.

Phương án C: góc giữa hai đường thẳng có thể là góc vuông...

Câu 5.

Lời giải

Chọn A

$f'(x)=3x^2+2\Rightarrow f''(x)=6x\Rightarrow f''(1)=6$.

Câu 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $A=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^4-x^2+x-1\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}x^4\left(1-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x^4}\right)=+\infty.$

Câu 7.

Lời giải

Chọn C

$y'=3x^2-2$. Hệ số góc cần tìm là $k=f'(-1)=1.$

Câu 8.

Lời giải

Chọn D

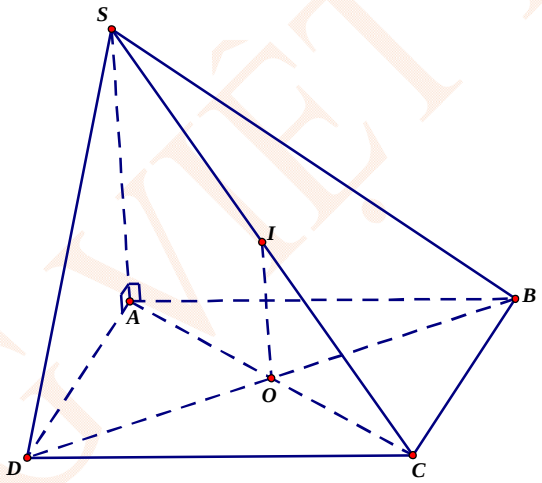
$\left(\cot x\right)'=\frac{-1}{\sin^2 x}$

Câu 9.

Lời giải

Chọn B

Do I là trung điểm của SC và O là trung điểm AC nên $IO//SA$. Do $SA\perp(ABCD)$ nên $IO\perp(ABCD)$, hay khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng IO.



Câu 10.

Lời giải

Chọn D

Câu 11.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=x-2+x+1=2x-1.$

Câu 12.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to-2}\frac{4x^3-1}{3x^2+x+2}=\frac{4(-2)^3-1}{3(-2)^2+(-2)+2}=-\frac{11}{4}.$

Câu 13.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = -\dfrac{4}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(-1) = -1.$

Câu 14.

Lời giải

Chọn C

Phương án A sai vì: Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này vuông góc với giao tuyến đều vuông góc với mặt phẳng kia.

Phương án B sai vì: thiếu trong cùng một mặt phẳng.

Phương án D sai vì: Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Câu 15.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim n^k = \lim \dfrac{1}{n^{-k}} = 0.$

Câu 16.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim \dfrac{2n^4 - 2n + 2}{4n^4 + 2n + 5} = \lim \dfrac{2 - \dfrac{2}{n^3} + \dfrac{2}{n^4}}{4 + \dfrac{2}{n^3} + \dfrac{5}{n^4}} = \dfrac{1}{2}.$

Câu 17.

Lời giải

Chọn D

Câu 18.

Lời giải

Chọn C

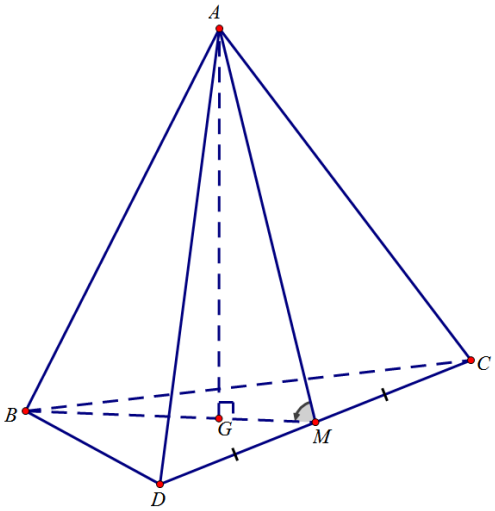
Hàm số $f(x) = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ vì có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Các hàm số $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}}{x-1}$, $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, hàm số $f(x) = \dfrac{x+1}{\sqrt{x-1}}$ có tập xác định $(1;+\infty)$ nên không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 19.

Lời giải

Chọn B



Glà trọng tâm tam giác BCDnên ta có $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AG}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$nên Dlà mệnh đề đúng.

Tứ diện $ABCD$đều nên ta có tính chất $AG\perp(BCD)$suy ra Clà mệnh đề đúng.

Gọi Mlà trung điểm của CD. Khi ấy B,G,Mthẳng hàng và $AG\perp(BCD)$ (tính chất tứ diện đều) nên $AG\perp CD$đồng thời $BM\perp CD$ (ΔBCD đều) suy ra $CD\perp(ABM)\Rightarrow AB\perp CD$nên Blà mệnh đề đúng.

Vì $AG\perp(BCD)$nên BGlà hình chiếu vuông góc của ABtrên (BCD)do đó góc giữa ABvà mặt phẳng (BCD)là góc $\widehat{ABG}$. Vậy Alà mệnh đề sai.

Câu 20.

Lời giải

Chọn A

Với $x\neq\sqrt{3}$ ta có hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3}{x-\sqrt{3}}$ liên tục trên khoảng $\left(-\infty;\sqrt{3}\right)$ và $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$, (1).

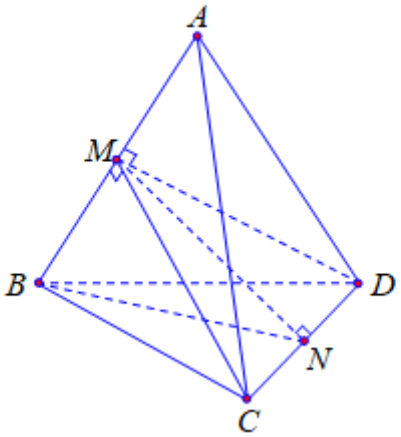
Với $x=\sqrt{3}$ ta có $f\left(\sqrt{3}\right)=2\sqrt{3}$ và $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}f(x)=\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\dfrac{x^2-3}{x-\sqrt{3}}=2\sqrt{3}=f\left(\sqrt{3}\right)$nên hàm số liên tục tại $x=\sqrt{3}$, (2)

Từ (1) và (2) ta có hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 21.

Lời giải

Chọn D



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD.

Ta có:

❍ Tam giác ABC cân tại $C\Rightarrow CM\perp AB$ (1)

❍ Tam giác ABD cân tại $D \Rightarrow DM \perp AB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AB \perp (MCD)$

Lại có $\Delta ABC = \Delta ABD \Rightarrow MC = MD \Rightarrow MN \perp CD \Rightarrow MN = d(AB, CD)$

Mặt khác

Tam giác BMN vuông tại M có $BM = \frac{5}{2}$, $BN = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ và $MN = \sqrt{BN^2 - BM^2} \Rightarrow MN = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Vậy $d(AB, CD) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 22.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x\to -2} \frac{x+2}{\sqrt{3x+10}+x} = \lim_{x\to -2} \frac{(x+2)\left(\sqrt{3x+10}-x\right)}{3x+10-x^2} = \lim_{x\to -2} \frac{\left(\sqrt{3x+10}-x\right)}{5-x} = \frac{4}{7}.$$

Câu 23.

Lời giải

Chọn C

Theo công thức: $y = \cos u \Rightarrow y' = -u'.\sin u$

Ta có: $y = \cos 2x \Rightarrow y' = -2\sin 2x$

Câu 24.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

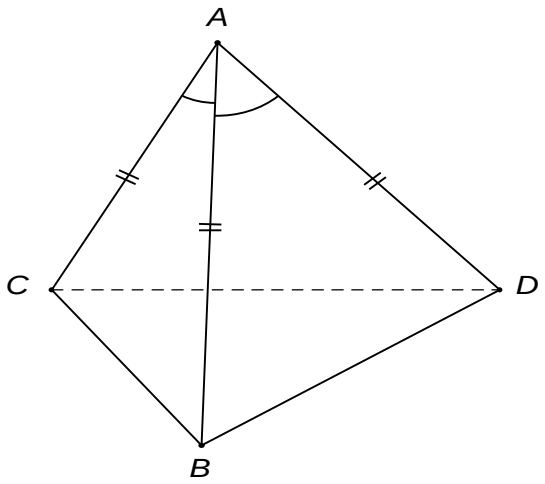
Ta có $y' = \frac{1.\left(x^2 - x + 1\right) - (2x-1).x}{\left(x^2 - x + 1\right)^2} = \frac{-x^2 + 1}{\left(x^2 - x + 1\right)^2}$.

$$2x.y' - 3y^2 \ge 0 \Leftrightarrow \frac{2x.\left(-x^2+1\right)}{\left(x^2 - x + 1\right)^2} - \frac{3.x^2}{\left(x^2 - x + 1\right)^2} \ge 0 \Leftrightarrow -2x^3 - 3x^2 + 2x \ge 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2] \cup \left[0; \frac{1}{2}\right].$$

Câu 25.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}.(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

$= |\overrightarrow{AB}|.|\overrightarrow{AD}|.\cos(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}) - |\overrightarrow{AB}|.|\overrightarrow{AC}|.\cos(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC})$

$= |\overrightarrow{AB}|.|\overrightarrow{AD}|.\cos 60° - |\overrightarrow{AB}|.|\overrightarrow{AC}|.\cos 60°.$

Mà $AC = AD \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = 0 \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 90°.$

Câu 26.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$. Phương trình tiếp tuyến tại M có dạng:

$y = k(x - x_0) + y_0$

Với $k = y'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0 = 3(x_0^2 - 2x_0 + 1) - 3 = 3(x_0 - 1)^2 - 3 \geq -3$

Hệ số góc k nhỏ nhất khi $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -1$

Vậy PTTT có dạng: $y = -3(x-1) - 1 = -3x + 2$.

Câu 27.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = [0; +\infty)$

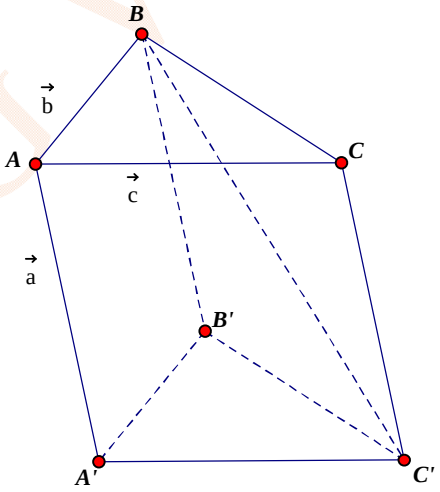
$y' = 1 + \dfrac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow y'' = \dfrac{-1}{4x\sqrt{x}}$

$2xy'' + y' = 2x.\dfrac{-1}{4x\sqrt{x}} + 1 + \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = 1.$

Câu 28.

Lời giải

Chọn D



Vì mặt bên $(BCC'B')$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ nên $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 29.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = (\cot^3 x)' = 3\cot^2 x(\cot x)' = -\dfrac{3\cot^2 x}{\sin^2 x}.$

Câu 30.

Lời giải

Chọn A

Xét đáp án A: $\Delta y = f(x_0+\Delta x)-f(x_0)=f(2-1)-f(2)=f(1)-f(2)=0-3=-3.$

Xét đáp án B: $\Delta y = f(x_0+\Delta x)-f(x_0)=f(2-1)-f(2)=f(1)-f(2)=7-9=-2.$

Xét đáp án C: $\Delta y = f(x_0+\Delta x)-f(x_0)=f(2-1)-f(2)=f(1)-f(2)=2-16=-14.$

Xét đáp án D: $\Delta y = f(x_0+\Delta x)-f(x_0)=f(2-1)-f(2)=f(1)-f(2)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}.$

Câu 31.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $v(t)=S'(t)=3t^2-t+2\Rightarrow v(2)=12.$

Câu 32.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'(x)=3mx^2+2mx+m(m-1).$

+) TH1: Nếu $m=0$ thì $y'=0$ thỏa mãn YCBT.

+) TH2: Nếu $m\neq 0$ thì $y'\geq 0,\forall x \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ \Delta'\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m^2-3m^2(m-1)\leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ 4-3m\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m\geq \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m\geq \frac{4}{3}.$

KL: vậy các giá trị m cần tìm là: $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m\geq \frac{4}{3} \end{array}\right.$

Câu 33.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3f(2x+1)-f(1-2x)=x^2-8x+2,\forall x\in\mathbb{R}\ \ (1).$

Với $x=0$ thay vào (1) ta được: $3f(1)-f(1)=2 \Leftrightarrow f(1)=1.$

Lấy đạo hàm hai vế của (1) ta được: $6f'(2x+1)+2f'(1-2x)=2x-8$ (2).

Với $x=0$ thay vào (2) ta được: $6f'(1)+2f'(1)=-8 \Leftrightarrow f'(1)=-1.$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là: $y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$\Leftrightarrow y=-(x-1)+1 \Leftrightarrow y=-x+2.$

Câu 34.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$x^2-8x+10+\frac{81}{x+2\sqrt{x-1}}-2\sqrt{x-1}=\frac{\left(x^2-8x+10\right)\left(x+2\sqrt{x-1}\right)+81-2\sqrt{x-1}\left(x+2\sqrt{x-1}\right)}{x+2\sqrt{x-1}}$$

$$=\frac{x^3-8x^2+6x+85+\left(2x^2-18x+20\right)\left(\sqrt{x-1}-2+2\right)}{x+2\sqrt{x-1}}$$

$$=\frac{x^3-4x^2-30x+125+\left(2x^2-18x+20\right)\dfrac{x-5}{\sqrt{x-1}+2}}{x+2\sqrt{x-1}}$$

$$=\frac{(x-5)\left[(6x+16)(x-5)+\left(x^2+x-25\right)\dfrac{x-5}{\sqrt{x-1}+2}\right]}{\left(x+2\sqrt{x-1}\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}=\frac{(x-5)^2\left(6x+16+\dfrac{x^2+x-25}{\sqrt{x-1}+2}\right)}{\left(x+2\sqrt{x-1}\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}.$$

Nên $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{(x-a)^2}.\left(x^2-8x+10+\dfrac{81}{x+2\sqrt{x-1}}-2\sqrt{x-1}\right)$

$$=\lim_{x\to a}\frac{1}{(x-a)^2}.\frac{(x-5)^2\left(6x+16+\dfrac{x^2+x-25}{\sqrt{x-1}+2}\right)}{\left(x+2\sqrt{x-1}\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}=\frac{21}{16}\Rightarrow a=5.$$

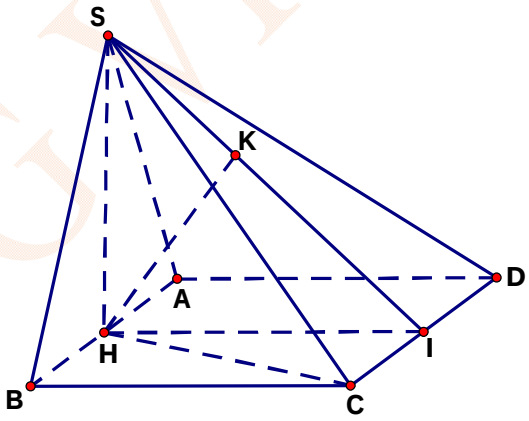
Mặt khác $\lim\limits_{x\to b}\dfrac{4}{(x-b)^2}.\left(x^2-x+2-2\sqrt{x}\right)=\lim\limits_{x\to b}\dfrac{4}{(x-b)^2}(x-1)^2\left[1+\dfrac{1}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}\right]=c.$

Suy ra $\begin{cases}b=1\\c=5\end{cases}$.

Câu 35.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\left(SC,(ABCD)\right)=(SC,HC)=\widehat{SCH}\Rightarrow\widehat{SCH}=45°$

$HC=\sqrt{BH^2+BC^2}=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}$

Tam giác SHC vuông cân tại H nên $SH=HC=a\sqrt{2}$

Từ H hạ HI vuông góc với CD tại I ta có I là trung điểm của CD, $(SHI)\perp(SCD)$ và $(SHI)\cap(SCD)=SI$

Từ H hạ $HK\perp SI$ tại K ta có $HK\perp(SCD)$ tại K suy ra $d\left(H,(SCD)\right)=HK$

Ta có $AB//(SCD)$, $H\in AB\Rightarrow d\left(A,(SCD)\right)=d\left(H,(SCD)\right)=HK$

Trong tam giác SHI vuông tại H đường cao HK ta có

$$\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{SH^2}+\frac{1}{HI^2}=\frac{1}{2a^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{3}{2a^2}\Rightarrow HK=\frac{a\sqrt{6}}{3}\Rightarrow d\left(A,(SCD)\right)=\frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

Ta có: $y' = \dfrac{\left(x^3 - 3x^2 + 2\right)'}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}} = \dfrac{3x^2 - 6x}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}}$.

Câu 37.

Lời giải

Xét tam thức: $x^2 + x + 7$ có $\begin{cases} \Delta = 1 - 28 = -27 < 0 \\ a = 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow x^2 + x + 7 > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = \dfrac{\left(x^2 + x + 7\right)'}{2\sqrt{x^2 + x + 7}} = \dfrac{2x + 1}{2\sqrt{x^2 + x + 7}}$.

Do đó $f'(x) \ge \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2 + x + 7}} \ge \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2x + 1 \ge \sqrt{x^2 + x + 7} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 \ge 0 \\ (2x+1)^2 \ge x^2 + x + 7 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -\dfrac{1}{2} \\ 4x^2 + 4x + 1 \ge x^2 + x + 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -\dfrac{1}{2} \\ 3x^2 + 3x - 6 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -\dfrac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x \le -2 \\ x \ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x \ge 1.$

Câu 38.

Lời giải

Ta có $y = f(x) = \sin x \cos x \cos 2x = \dfrac{1}{2}\sin 2x \cos 2x = \dfrac{1}{4}\sin 4x \Rightarrow f'(x) = \cos 4x \Rightarrow f'\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \cos\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{1}{2}$;

$f\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{1}{4}\sin\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{8}$

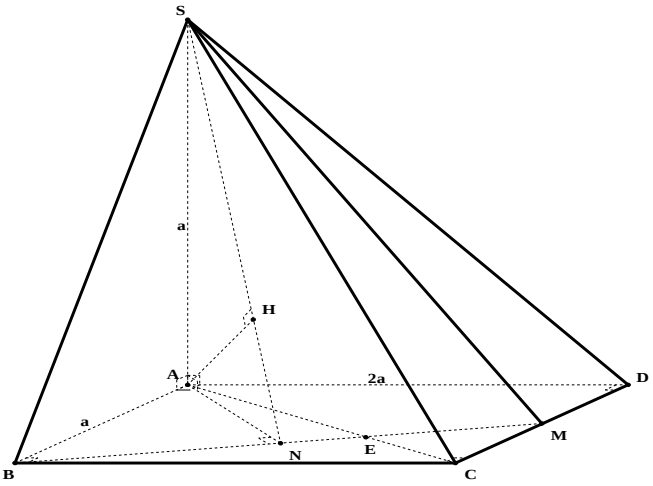
$\Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = \dfrac{\pi}{12}$ là:

$y = f'\left(\dfrac{\pi}{12}\right)\left(x - \dfrac{\pi}{12}\right) + f\left(\dfrac{\pi}{12}\right) \Leftrightarrow y = \dfrac{1}{2}\left(x - \dfrac{\pi}{12}\right) + \dfrac{\sqrt{3}}{8} \Leftrightarrow y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{3\sqrt{3} - \pi}{24}$.

Câu 39.

Lời giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $d\left(D,\left(SBM\right)\right)=d\left(C,\left(SBM\right)\right)=\dfrac{CE}{AE}d\left(A,\left(SBM\right)\right)\Leftrightarrow d\left(D,\left(SBM\right)\right)=\dfrac{1}{2}d\left(A,\left(SBM\right)\right).$

Dựng $AN\perp BM$ với N thuộc BM và $AH\perp SN$ với H thuộc SN.

Khi đó, $BM\perp AN$ và $BM\perp SA$, suy ra $BM\perp\left(SAN\right)$ nên $BM\perp AH$.

Và $AH\perp BM$ và $AH\perp SN$, suy ra $AH\perp\left(SBM\right)$ nên $d\left(A,\left(SBM\right)\right)=AH$.

Ta có $S_{ABM}=S_{ABCD}-2S_{ADM}\Leftrightarrow S_{ABM}=2a^2-2.\dfrac{1}{2}a^2\Leftrightarrow S_{ABM}=a^2$.

Mà $S_{ABM}=\dfrac{1}{2}AN.BM\Leftrightarrow AN=\dfrac{2.S_{ABM}}{BM}\Leftrightarrow AN=\dfrac{2a^2}{\sqrt{\left(2a\right)^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}}\Leftrightarrow AN=\dfrac{4a}{\sqrt{17}}.$

Trong tam giác vuông SAN, vuông tại A, với AH đường cao, ta có

$\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AN^2}+\dfrac{1}{AS^2}\Leftrightarrow AH=\dfrac{4a}{\sqrt{33}}.$

Vậy khoảng cách từ D đến mặt phẳng $\left(SBM\right)$ là $d\left(D,\left(SBM\right)\right)=\dfrac{2a}{\sqrt{33}}.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 11

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tính $L=\lim\dfrac{n-1}{n^3+3}$.

A. $L=1$. **B.** $L=0$. **C.** $L=3$. **D.** $L=2$.

Câu 2. $\lim\dfrac{100^{n+1}+3.99^n}{10^{2n}-2.98^{n+1}}$ là

A. $+\infty$. **B.** 100. **C.** $\dfrac{1}{100}$. **D.** 0.

Câu 3. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+3}{x+1}$ bằng?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}=+\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}=-\infty$. **C.** $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x^5}=+\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{\sqrt{x}}=+\infty$.

Câu 5. Biết $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{5x^2+2x}+x\sqrt{5}\right)=a\sqrt{5}+b$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $S=5a+b$.

A. $S=-5$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=1$. **D.** $S=5$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x^3-x}$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục tại $x=-1$. **B.** Hàm số liên tục tại $x=0$.

C. Hàm số liên tục tại $x=1$. **D.** Hàm số liên tục tại $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x+a-1 & khi\ \ x\le 0\\ \dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & khi\ \ x>0\end{cases}$. Tìm tất cả giá trị thực của a để hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $a=1$. **B.** $a=3$. **C.** $a=4$. **D.** $a=2$.

Câu 8. Số gia Δy của hàm số $f(x)=x^4$ tại $x_0=-1$ ứng với số gia của biến số $\Delta x=1$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}ax^2+bx & \text{khi } x\ge 1\\ 2x-1 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Để hàm số đã cho có đạo hàm tại $x=1$ thì $2a+b$ bằng:

A. 2. **B.** 5. **C.** -2. **D.** -5.

Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{4}{x-1}$. Khi đó $y'(-1)$ bằng

A. -1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y=-x^3+3mx^2+3\left(1-m^2\right)x+m^3-m^2$ (với m là tham số) bằng

A. $3x^2-6mx-3+3m^2$. **B.** $-x^2+3mx-1-3m$.

C. $-3x^2+6mx+1-m^2$. **D.** $-3x^2+6mx+3-3m^2$.

Câu 12. Hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng $\frac{1}{\sqrt{2x}}$?

A. $f(x)=2\sqrt{x}$. **B.** $f(x)=\sqrt{x}$. **C.** $f(x)=\sqrt{2x}$. **D.** $f(x)=-\frac{1}{\sqrt{2x}}$.

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y=\frac{2x}{x-1}$

A. $y'=\frac{2}{(x-1)^2}$. **B.** $y'=\frac{2}{(x-1)}$. **C.** $y'=\frac{-2}{(x-1)^2}$. **D.** $y'=\frac{-2}{(x-1)}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\frac{2x+a}{x-b}(a,b\in R;b\neq 1)$. Ta có $f'(1)$ bằng:

A. $\frac{-a+2b}{(b-1)^2}$. **B.** $\frac{a-2b}{(b-1)^2}$. **C.** $\frac{a+2b}{(b-1)^2}$. **D.** $\frac{-a-2b}{(b-1)^2}$.

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^3-2x^2\right)^2$ bằng:

A. $6x^5-20x^4-16x^3$. **B.** $6x^5-20x^4+4x^3$. **C.** $6x^5+16x^3$. **D.** $6x^5-20x^4+16x^3$.

Câu 16. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s=2t^2+3t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0=2$ (giây) bằng

A. $22(m/s)$. **B.** $19(m/s)$. **C.** $9(m/s)$. **D.** $11(m/s)$.

Câu 17. Cho hàm số $y=(m-1)x^3-3(m+2)x^2-6(m+2)x+1$. Tập giá trị của m để $y'\geq 0,\forall x\in R$ là

A. $[3;+\infty)$. **B.** $\varnothing$. **C.** $[4\sqrt{2};+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 18. Cho hàm số $u(x)$ có đạo hàm tại x là u'. Khi đó đạo hàm của hàm số $y=\sin^2 u$ tại x là

A. $y'=\sin 2u$. **B.** $y'=u'\sin 2u$. **C.** $y'=2\sin 2u$. **D.** $y'=2u'\sin 2u$.

Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sin 2x-\cos x$

A. $y'=2\cos x+\sin x$. **B.** $y'=\cos 2x+\sin x$.

C. $y'=2\cos 2x+\sin x$. **D.** $y'=2\cos x-\sin x$.

Câu 20. Tính đạo hàm của hàm số $y=x\sin x$

A. $y=\sin x-x\cos x$. **B.** $y=x\sin x-\cos x$. **C.** $y=\sin x+x\cos x$. **D.** $y=x\sin x+\cos x$.

Câu 21. Biết hàm số $y=5\sin 2x-4\cos 5x$ có đạo hàm là $y'=a\sin 5x+b\cos 2x$. Giá trị của $a-b$ bằng

A. -30. **B.** 10. **C.** -1. **D.** -9.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)=a\cos x+2\sin x-3x+1$. Tìm a để phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm.

A. $|a|<\sqrt{5}$. **B.** $|a|\geq\sqrt{5}$. **C.** $|a|>5$. **D.** $|a|<5$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=\sin 2x$. Tính $f'(x)$.

A. $f'(x)=2\sin 2x$. **B.** $f'(x)=\cos 2x$. **C.** $f'(x)=2\cos 2x$. **D.** $f'(x)=-\frac{1}{2}\cos 2x$.

Câu 24. Với $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$, hàm số $y=2\sqrt{\sin x}-2\sqrt{\cos x}$ có đạo hàm là?

A. $y'=\dfrac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}+\dfrac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{\sqrt{\sin x}}+\dfrac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

C. $y'=\dfrac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}-\dfrac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\sqrt{\sin x}}-\dfrac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

Câu 25. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y=-3\cos x$ tại điểm $x_0=\dfrac{\pi}{2}$.

A. $y''\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-3$. **B.** $y''\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=5$. **C.** $y''\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$. **D.** $y''\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=3$.

Câu 26. Cho hàm số $y=-\dfrac{1}{x}$. Đạo hàm cấp hai của hàm số là

A. $y^{(2)}=\dfrac{2}{x^3}$. **B.** $y^{(2)}=\dfrac{-2}{x^2}$. **C.** $y^{(2)}=\dfrac{-2}{x^3}$. **D.** $y^{(2)}=\dfrac{2}{x^2}$.

Câu 27. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng.

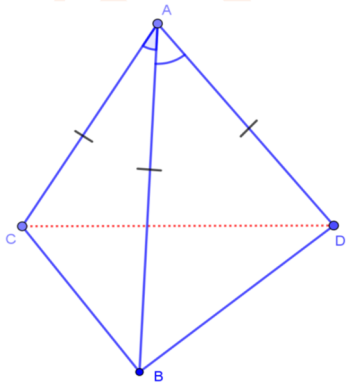
A. Ba véctơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng thì có $\vec{c}=m\vec{a}+n\vec{b}$ với m,n là các số duy nhất.

B. Ba véctơ không đồng phẳng khi có $\vec{d}=m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}$ với $\vec{d}$ là véctơ bất kì.

C. Ba véctơ đồng phẳng là ba véctơ có giá cùng song song với một mặt phẳng.

D. Ba véctơ đồng phẳng là ba véctơ cùng nằm trong một mặt phẳng.

Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{CAB}=\widehat{DAB}=60^\circ$, $AB=AD=AC$ (tham khảo như hình vẽ bên).



Gọi φ là góc giữa AB và CD. Chọn mệnh đề **đúng**?

A. $\varphi=60^\circ$. **B.** $\cos\varphi=\dfrac{1}{4}$. **C.** $\varphi=90^\circ$. **D.** $\cos\varphi=\dfrac{3}{4}$.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng.

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, $SA=SC, SB=SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $SA\perp(ABCD)$. **B.** $SO\perp(ABCD)$. **C.** $SC\perp(ABCD)$. **D.** $SB\perp(ABCD)$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh $a, SA\perp(ABCD), SA=a\sqrt{2}$. Tính góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

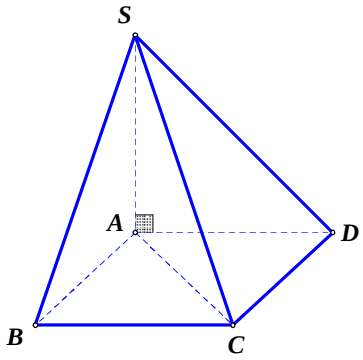
A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O và $SA=SC$, $SB=SD$. Mệnh đề nào sau đây **sai?**

A. $SC \perp (SBD)$. **B.** $SO \perp (ABCD)$.

C. $(SBD) \perp (ABCD)$. **D.** $(SAC) \perp (ABCD)$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt đáy (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng



A. Góc $\widehat{SDA}$. **B.** Góc $\widehat{SCA}$. **C.** Góc $\widehat{SCB}$. **D.** Góc $\widehat{ASD}$.

Câu 34. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = 3a, BD = 4a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC. Biết AC vuông góc BD. Tính MN.

A. $MN = \dfrac{5a}{2}$. **B.** $MN = \dfrac{7a}{2}$. **C.** $MN = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$. **D.** $MN = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SB = 3a, AB = 4a, BC = 2a$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\dfrac{12\sqrt{61}a}{61}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{14}a}{14}$. **C.** $\dfrac{4a}{5}$. **D.** $\dfrac{12\sqrt{29}a}{29}$.

PHẦN 2. TỰ LUẬN

Câu 1. Cho $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=5$ tìm a

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x<0\\ m+\dfrac{1-x}{1+x} & \text{khi } x\geq 0\end{cases}$ liên tục tại $x=0$.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2+3x+5}{x+1}$ có đồ thị là (C). Gọi S là tập hợp các số thực k sao cho trên (C) có hai điểm phân biệt M, N mà các tiếp tuyến của (C) có cùng hệ số góc k, đồng thời diện tích ΔOMN bằng 6 (O là gốc tọa độ). Tính tổng tất cả các số thuộc S.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình thoi cạnh a, các góc $\widehat{BAA'}=\widehat{BAD}=\widehat{DAA'}=60^0$. Tính khoảng cách từ A' đến $(ABCD)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.A	4.B	5.C	6.D	7.D	8.C	9.A	10.A
11.D	12.C	13.C	14.D	15.D	16.D	17.B	18.B	19.C	20.C
21.B	22.B	23.C	24.A	25.C	26.C	27.C	28.C	29.D	30.B
31.B	32.A	33.A	34.A	35.A					

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tính $L=\lim\dfrac{n-1}{n^3+3}$.

A. $L=1$. **B.** $L=0$. **C.** $L=3$. **D.** $L=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\dfrac{n-1}{n^3+3}=\lim\dfrac{\dfrac{1}{n^2}-\dfrac{1}{n^3}}{1+\dfrac{3}{n^3}}=\dfrac{0}{1}=0$.

Câu 2. $\lim\dfrac{100^{n+1}+3.99^n}{10^{2n}-2.98^{n+1}}$ là

A. $+\infty$. **B.** 100. **C.** $\dfrac{1}{100}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

$$\lim\frac{100^{n+1}+3.99^n}{10^{2n}-2.98^{n+1}}=\lim\frac{100+3.\left(\dfrac{99}{100}\right)^n}{1-2.\left(\dfrac{98}{100}\right)^n}=100$$

Câu 3. Giới hạn $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-2x+3}{x+1}$ bằng?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-2x+3}{x+1}=\dfrac{1^2-2.1+3}{1+1}=1$.

Câu 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{x}=+\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{x}=-\infty$. **C.** $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{x^5}=+\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{\sqrt{x}}=+\infty$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{x}=+\infty$ do $\lim\limits_{x\to0^+}x=0$ và $x>0$. Vậy đáp án A đúng.

Suy ra đáp án B sai.

Các đáp án C và D đúng. Giải thích tương tự đáp án **A.**

Câu 5. Biết $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{5x^2+2x}+x\sqrt{5}\right)=a\sqrt{5}+b$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $S=5a+b$.

A. $S=-5$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=1$. **D.** $S=5$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{5x^2+2x}+x\sqrt{5}\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x}{\sqrt{5x^2+2x}-x\sqrt{5}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2}{-\sqrt{5+\frac{2}{x}}-\sqrt{5}}=-\frac{1}{5}\sqrt{5}.$$

Suy ra: $a=-\frac{1}{5}$, $b=0$. Vậy $S=-1$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)=\frac{2x-1}{x^3-x}$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục tại $x=-1$. **B.** Hàm số liên tục tại $x=0$.

C. Hàm số liên tục tại $x=1$. **D.** Hàm số liên tục tại $x=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Tại $x=\frac{1}{2}$, ta có: $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}f(x)=\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{2x-1}{x^3-1}=0=f\left(\frac{1}{2}\right)$. Vậy hàm số liên tục tại $x=2$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x+a-1 & khi\ \ x\le 0\\ \dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & khi\ \ x>0\end{cases}$. Tìm tất cả giá trị thực của a để hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $a=1$. **B.** $a=3$. **C.** $a=4$. **D.** $a=2$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số liên tục tại mọi điểm $x\neq 0$ với bất kỳ a.

Với $x=0$ Ta có $f(0)=a-1$;

$\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to0^-}(3x+a-1)=a-1$;

$\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{\sqrt{1+2x}-1}{x}=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{2x}{x\left(\sqrt{1+2x}+1\right)}=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{2}{\sqrt{1+2x}+1}=1$;

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi hàm số liên tục tại $x=0\Leftrightarrow a-1=1\Leftrightarrow a=2$.

Câu 8. Số gia Δy của hàm số $f(x)=x^4$ tại $x_0=-1$ ứng với số gia của biến số $\Delta x=1$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

$\Delta y=f(x_0+\Delta)-f(x_0)=(-1+1)^4-1^4=-1$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}ax^2+bx & \text{khi}\ \ x\ge 1\\ 2x-1 & \text{khi}\ \ x<1\end{cases}$. Để hàm số đã cho có đạo hàm tại $x=1$ thì $2a+b$ bằng:

A. 2. **B.** 5. **C.** -2. **D.** -5.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x-1-1}{x-1}=2$;

$\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{ax^2+bx-a-b}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{a(x^2-1)+b(x-1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{(x-1)[a(x+1)+b]}{x-1}$

$=\lim\limits_{x\to 1^+}[a(x+1)+b]=2a+b$

Theo yêu cầu bài toán: $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}\Leftrightarrow 2a+b=2$.

Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{4}{x-1}$. Khi đó $y'(-1)$ bằng

A. -1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=-\dfrac{4}{(x-1)^2}\Rightarrow y'(-1)=-1$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y=-x^3+3mx^2+3(1-m^2)x+m^3-m^2$ (với m là tham số) bằng

A. $3x^2-6mx-3+3m^2$. **B.** $-x^2+3mx-1-3m$.

C. $-3x^2+6mx+1-m^2$. **D.** $-3x^2+6mx+3-3m^2$.

Lời giải

Chọn D

Câu 12. Hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng $\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$?

A. $f(x)=2\sqrt{x}$. **B.** $f(x)=\sqrt{x}$. **C.** $f(x)=\sqrt{2x}$. **D.** $f(x)=-\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=\left(\sqrt{2x}\right)'=\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$.

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{2x}{x-1}$

A. $y'=\dfrac{2}{(x-1)^2}$. **B.** $y'=\dfrac{2}{(x-1)}$. **C.** $y'=\dfrac{-2}{(x-1)^2}$. **D.** $y'=\dfrac{-2}{(x-1)}$.

Lời giải

Chọn C

$y=\dfrac{2x}{x-1}\Rightarrow y'=\dfrac{-2}{(x-1)^2}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x+a}{x-b}(a,b\in R;b\neq 1)$. Ta có $f'(1)$ bằng:

A. $\dfrac{-a+2b}{(b-1)^2}$. **B.** $\dfrac{a-2b}{(b-1)^2}$. **C.** $\dfrac{a+2b}{(b-1)^2}$. **D.** $\dfrac{-a-2b}{(b-1)^2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=\dfrac{2(x-b)-2x-a}{(x-b)^2}=\dfrac{-a-2b}{(x-b)^2}$

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^3-2x^2\right)^2$ bằng:

A. $6x^5-20x^4-16x^3$. **B.** $6x^5-20x^4+4x^3$. **C.** $6x^5+16x^3$. **D.** $6x^5-20x^4+16x^3$.

Lời giải

$y'=2\left(x^3-2x^2\right).\left(x^3-2x^2\right)'=2\left(x^3-2x^2\right)\left(3x^2-4x\right)=6x^5-20x^4+16x^3$.

Câu 16. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s=2t^2+3t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0=2$ (giây) bằng

A. $22(m/s)$. **B.** $19(m/s)$. **C.** $9(m/s)$. **D.** $11(m/s)$.

Lời giải

Chọn D

Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0=2$ (giây) là: $v(2)=s'(2)=11(m/s)$

Câu 17. Cho hàm số $y=(m-1)x^3-3(m+2)x^2-6(m+2)x+1$. Tập giá trị của m để $y'\ge 0,\forall x\in R$ là

A. $[3;+\infty)$. **B.** $\varnothing$. **C.** $[4\sqrt{2};+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Lời giải:

Chọn B

Ta có $y'=3(m-1)x^2-6(m+2)x-6(m+2)$.

$\Delta'_{y'}=27m^2+54m$.

$y'\ge 0,\forall x\in R\Leftrightarrow\begin{cases}m-1>0\\ \Delta'_{y'}\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>1\\ -2\le m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m\in\varnothing$.

Câu 18. Cho hàm số $u(x)$ có đạo hàm tại x là u'. Khi đó đạo hàm của hàm số $y=\sin^2 u$ tại x là

A. $y'=\sin 2u$. **B.** $y'=u'\sin 2u$. **C.** $y'=2\sin 2u$. **D.** $y'=2u'\sin 2u$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\left(\sin^2 u\right)'=2\sin u.(\sin u)'=2\sin u.\cos u.u'=u'\sin 2u$.

Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sin 2x-\cos x$

A. $y'=2\cos x+\sin x$. **B.** $y'=\cos 2x+\sin x$.

C. $y'=2\cos 2x+\sin x$. **D.** $y'=2\cos x-\sin x$.

Lời giải

Chọn C

$y=\sin 2x-\cos x\Rightarrow y'=2\cos 2x+\sin x$.

Câu 20. Tính đạo hàm của hàm số $y=x\sin x$

A. $y=\sin x-x\cos x$. **B.** $y=x\sin x-\cos x$. **C.** $y=\sin x+x\cos x$. **D.** $y=x\sin x+\cos x$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức tính đạo hàm của một tích $(u.v)'=u'v+v'u$ ta có

$(x\sin x)'=(x)'\sin x+x(\sin x)'=\sin x+x\cos x$

Vậy $y=x\sin x\Rightarrow y'=\sin x+x\cos x$

Câu 21. Biết hàm số $y=5\sin 2x-4\cos 5x$ có đạo hàm là $y'=a\sin 5x+b\cos 2x$. Giá trị của $a-b$ bằng

A. -30. **B.** 10. **C.** -1. **D.** -9.

Lời giải

Chọn B

$y'=20\sin 5x+10\cos 2x$

Vậy $a-b=10$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)=a\cos x+2\sin x-3x+1$. Tìm a để phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm.

A. $|a|<\sqrt{5}$. **B.** $|a|\ge\sqrt{5}$. **C.** $|a|>5$. **D.** $|a|<5$.

Lời giải

Chọn B

$f'(x)=2\cos x-a\sin x-3=0$ có nghiệm $\Leftrightarrow 4+a^2\ge 9\Leftrightarrow a^2\ge 5\Leftrightarrow |a|\ge\sqrt{5}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=\sin 2x$. Tính $f'(x)$.

A. $f'(x)=2\sin 2x$. **B.** $f'(x)=\cos 2x$. **C.** $f'(x)=2\cos 2x$. **D.** $f'(x)=-\frac{1}{2}\cos 2x$.

Lời giải

Ta có $f(x)=\sin 2x$, suy ra $f'(x)=2\cos 2x$.

Câu 24. Với $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$, hàm số $y=2\sqrt{\sin x}-2\sqrt{\cos x}$ có đạo hàm là?

A. $y'=\frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}+\frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$. **B.** $y'=\frac{1}{\sqrt{\sin x}}+\frac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

C. $y'=\frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}-\frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$. **D.** $y'=\frac{1}{\sqrt{\sin x}}-\frac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

Lời giải

Ta có: $y'=2\cdot\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}+2\cdot\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}=\frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}+\frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$.

Câu 25. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y=-3\cos x$ tại điểm $x_0=\frac{\pi}{2}$.

A. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right)=-3$. **B.** $y''\left(\frac{\pi}{2}\right)=5$. **C.** $y''\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$. **D.** $y''\left(\frac{\pi}{2}\right)=3$.

Lời giải

Chọn C

$y=-3\cos x\Rightarrow y'=3\sin x;y''=3\cos x$.

$y''\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$.

Câu 26. Cho hàm số $y=-\frac{1}{x}$. Đạo hàm cấp hai của hàm số là

A. $y^{(2)}=\frac{2}{x^3}$. **B.** $y^{(2)}=\frac{-2}{x^2}$. **C.** $y^{(2)}=\frac{-2}{x^3}$. **D.** $y^{(2)}=\frac{2}{x^2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=\frac{1}{x^2}$ nên $y^{(2)}=-\frac{\left(x^2\right)'}{x^4}=-\frac{2x}{x^4}=-\frac{2}{x^3}$.

Câu 27. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng.

A. Ba véctơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng thì có $\vec{c}=m\vec{a}+n\vec{b}$ với m,n là các số duy nhất.

B. Ba véctơ không đồng phẳng khi có $\vec{d}=m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}$ với $\vec{d}$ là véctơ bất kì.

C. Ba véctơ đồng phẳng là ba véctơ có giá cùng song song với một mặt phẳng.

D. Ba véctơ đồng phẳng là ba véctơ cùng nằm trong một mặt phẳng.

Lời giải

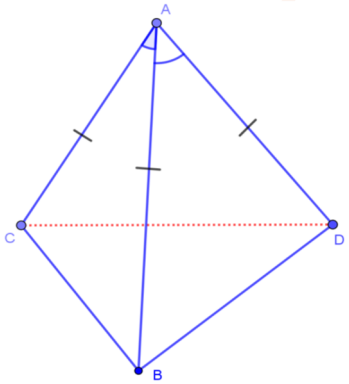
Chọn C

Câu A sai vì ba véctơ đồng phẳng là ba véctơ có giá cùng song song với cùng một mặt phẳng.

Câu B sai vì thiếu điều kiện 2 véctơ $\vec{a},\vec{b}$ không cùng phương.

Câu C sai vì $\vec{d}=m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}$ với $\vec{d}$ là véctơ bất kì không phải là điều kiện để 3 véctơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng.

Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{CAB}=\widehat{DAB}=60^\circ$, $AB=AD=AC$ (tham khảo như hình vẽ bên).



Gọi φ là góc giữa AB và CD. Chọn mệnh đề **đúng**?

A. $\varphi=60^\circ$. **B.** $\cos\varphi=\frac{1}{4}$. **C.** $\varphi=90^\circ$. **D.** $\cos\varphi=\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

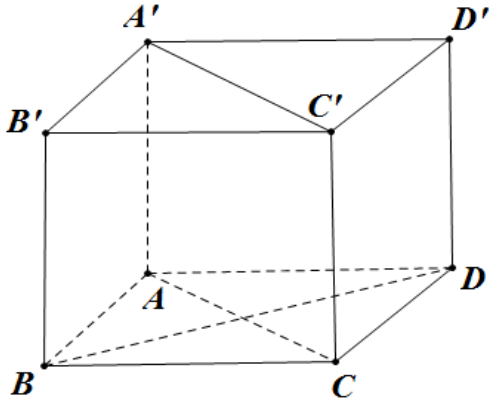
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB.AD\cos\widehat{DAB}-AB.AC.\cos\widehat{CAB}=0$.

$\Rightarrow\varphi=90^\circ$.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng.

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải



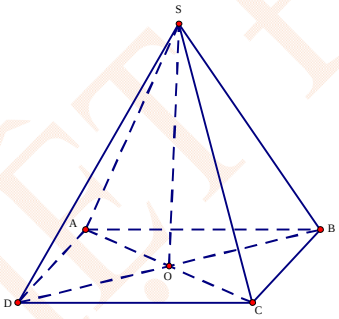
Ta có: $\left(\widehat{A'C';BD}\right)=\left(\widehat{AC;BD}\right)=90°$

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, $SA=SC, SB=SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $SA\perp(ABCD)$. **B.** $SO\perp(ABCD)$. **C.** $SC\perp(ABCD)$. **D.** $SB\perp(ABCD)$.

Lời giải

Chọn B



Ta có O là trung điểm của AC, BD

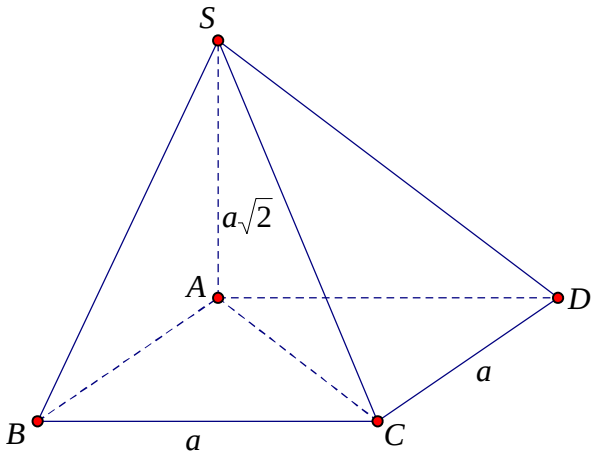
Mà $SA=SC, SB=SD\Rightarrow SO\perp AC, SO\perp BD$

$\Rightarrow SO\perp(ABCD)$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh $a, SA\perp(ABCD), SA=a\sqrt{2}$. Tính góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Lời giải



$(SC,(ABCD)) = (SC,AC) = \widehat{SCA}$.

Trong tam giác vuông SAC có $SA = AC = a\sqrt{2} \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^0$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O và $SA = SC$, $SB = SD$. Mệnh đề nào sau đây **sai?**

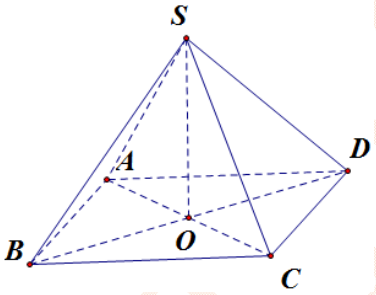
A. $SC \perp (SBD)$. **B.** $SO \perp (ABCD)$.

C. $(SBD) \perp (ABCD)$. **D.** $(SAC) \perp (ABCD)$.

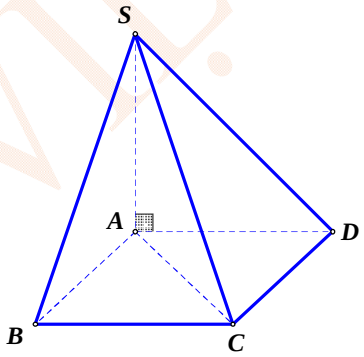
Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết suy ra $SO \perp AC; SO \perp BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$ mà $SO \subset (SBD)$, $SO \subset (SAC)$ $\Rightarrow (SBD) \perp (ABCD); (SAC) \perp (ABCD)$. Vậy $SC \perp (SBD)$ là mệnh đề **sai.**



Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt đáy (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng



A. Góc $\widehat{SDA}$. **B.** Góc $\widehat{SCA}$. **C.** Góc $\widehat{SCB}$. **D.** Góc $\widehat{ASD}$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} CD \perp (SAD) \\ (ABCD) \cap (SCD) = CD \end{cases} \Rightarrow ((ABCD),(SCD)) = \widehat{SDA}$.

Câu 34. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = 3a, BD = 4a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC. Biết AC vuông góc BD. Tính MN.

A. $MN = \dfrac{5a}{2}$. **B.** $MN = \dfrac{7a}{2}$. **C.** $MN = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$. **D.** $MN = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

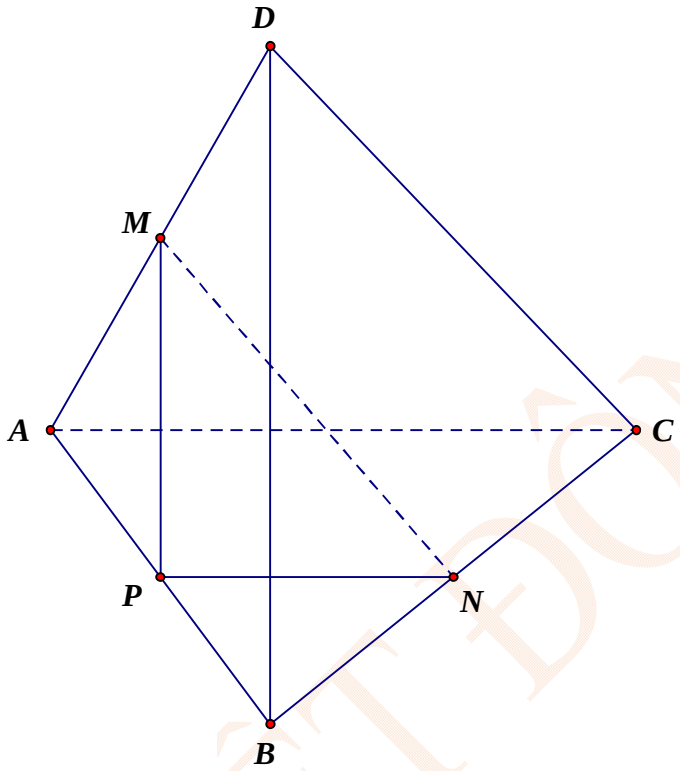
Lời giải

Chọn A

Gọi P là trung điểm AB

Ta có $\begin{cases} AC // PN \\ BD // PM \end{cases} \Rightarrow PN \perp PM$ và $PN = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{3a}{2}; PM = \dfrac{BD}{2} = 2a$

$MN = \sqrt{PM^2 + PN^2} = \dfrac{5a}{2}$

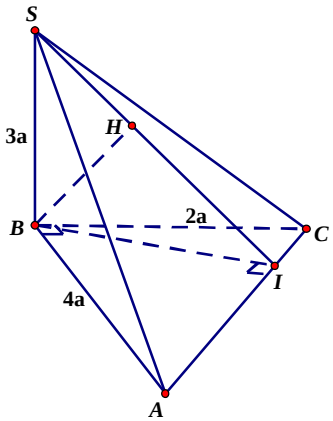


Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SB = 3a, AB = 4a, BC = 2a$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\dfrac{12\sqrt{61}a}{61}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{14}a}{14}$. **C.** $\dfrac{4a}{5}$. **D.** $\dfrac{12\sqrt{29}a}{29}$.

Lời giải

Chọn A



Từ B kẻ $BI \perp AC$ nối S với I và kẻ $BH \perp SI$ dễ thấy BH là khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC)

Ta có $B.SAC$ là tam diện vuông tại B nên:

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BS^2} + \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{BA^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{16a^2} = \frac{61}{144a^2} \Rightarrow BH = \frac{12\sqrt{61}a}{61}$$

PHẦN 2. TỰ LUẬN

Câu 1. Cho $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=5$ tìm a

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=5 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x^2+ax+5-x^2}{\sqrt{x^2+ax+5}-x}\right)=5 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{ax+5}{\sqrt{x^2+ax+5}-x}\right)=5$

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{a+\dfrac{5}{x}}{-\sqrt{1+\dfrac{a}{x}+\dfrac{5}{x^2}}-1}\right)=5 \Leftrightarrow \dfrac{a}{-2}=5 \Leftrightarrow a=-10.$

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x<0\\ m+\dfrac{1-x}{1+x} & \text{khi } x\ge 0\end{cases}$ liên tục tại $x=0.$

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\left(m+\dfrac{1-x}{1+x}\right)=m+1$

$\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to0^-}\left(\dfrac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x}\right)=\lim\limits_{x\to0^-}\left(\dfrac{-2x}{x\left(\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}\right)}\right)=\lim\limits_{x\to0^-}\left(\dfrac{-2}{\left(\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}\right)}\right)=-1$

$f(0)=m+1$

Để hàm liên tục tại $x=0$ thì $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=f(0)\Leftrightarrow m+1=-1\Rightarrow m=-2.$

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2+3x+5}{x+1}$ có đồ thị là (C). Gọi S là tập hợp các số thực k sao cho trên (C) có hai điểm phân biệt M, N mà các tiếp tuyến của (C) có cùng hệ số góc k, đồng thời diện tích ΔOMN bằng 6 (O là gốc tọa độ). Tính tổng tất cả các số thuộc S .

Lời giải

- Ta có: $y=\dfrac{2x^2+3x+5}{x+1}=2x+1+\dfrac{4}{x+1}\Rightarrow y'=2-\dfrac{4}{(x+1)^2}$

$\Rightarrow y'=k\Leftrightarrow 2-\dfrac{4}{(x+1)^2}=k\Leftrightarrow x=-1\pm\sqrt{\dfrac{4}{2-k}}$, đặt $a=\sqrt{\dfrac{4}{2-k}}>0$

$\Rightarrow M=\left(-1-a;-1-2a-\dfrac{4}{a}\right),\ N=\left(-1+a;-1+2a+\dfrac{4}{a}\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(2a;4a+\dfrac{8}{a}\right)\Rightarrow MN=2a\sqrt{1+\left(2+\dfrac{4}{a^2}\right)^2}$; đường thẳng MN có phương trình:

$$\left(2+\frac{4}{a^2}\right)x-y+1+\frac{4}{a^2}=0 \Rightarrow d\left(O;MN\right)=\frac{1+\frac{4}{a^2}}{\sqrt{1+\left(2+\frac{4}{a^2}\right)^2}}$$

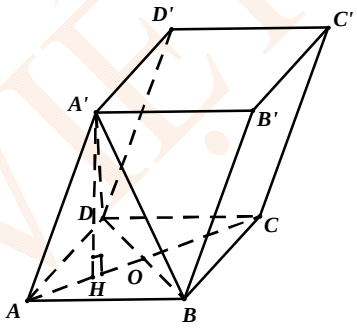
$$\Rightarrow 6=S_{\Delta OMN}=\frac{1}{2}.2a\sqrt{1+\left(2+\frac{4}{a^2}\right)^2}.\frac{1+\frac{4}{a^2}}{\sqrt{1+\left(2+\frac{4}{a^2}\right)^2}}=a\left(1+\frac{4}{a^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow a^2-6a+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=3-\sqrt{5}\\a=3+\sqrt{5}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}k_1=\frac{12-6\sqrt{5}}{7-3\sqrt{5}}\\k_2=\frac{12+6\sqrt{5}}{7+6\sqrt{5}}\end{array}\right..$$

Vậy $k_1+k_2=-3$.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình thoi cạnh a, các góc $\widehat{BAA'}=\widehat{BAD}=\widehat{DAA'}=60^0$. Tính khoảng cách từ A' đến $(ABCD)$.

Lời giải



Do $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAA'}=\widehat{BAD}=\widehat{DAA'}=60°$ nên các tam giác ABA',ABD,ADA' đều là các tam giác đều cạnh $a \Rightarrow A'A=A'B=A'D$ (A' cách đều ba đỉnh của ΔABD)

Gọi H là hình chiếu của A' trên $(ABCD)$ thì các tam giác vuông $A'HA$, $A'HB$, $A'HD$ bằng nhau nên $HA=HB=HD$ suy ra H là tâm của đường tròn ngoại tiếp ΔABD.

Gọi O giao điểm của AC và BD, ta có $AH=\frac{2}{3}AO=\frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$A'H=\sqrt{AA'^2-AH^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=a\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Vậy $d\left(A',(ABCD)\right)=A'H=a\sqrt{\frac{2}{3}}$ $\mathrm{d}\left(\mathrm{A}',\left(\mathrm{ABCD}\right)\right)=\mathrm{A}'\mathrm{H}=\mathrm{a}\sqrt{\frac{2}{3}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 12

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. $\lim \dfrac{1}{2n+5}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Câu 2. Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0

A. $\lim\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$. **B.** $\lim\left(\dfrac{5}{3}\right)^n$. **C.** $\lim\left(\dfrac{4}{3}\right)^n$. **D.** $\lim(2)^n$.

Câu 3. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 1}\left(2x^2-3x+1\right)$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 4. $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x+2}{x-1}$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\infty$ **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 5. Biết $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax+1}+bx\right)=-1$. Tính giá của biểu thức $P=a^2-2b^3$.

A. $P=32$. **B.** $P=0$. **C.** $P=16$. **D.** $P=8$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây liên tục tại $x=1$:

A. $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$. **B.** $f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{x^2-1}$. **C.** $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x}$. **D.** $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Câu 7. Tìm m để hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{2\sqrt[3]{x}-x-1}{x-1}, x\neq 1\\ mx+1 \quad ,x=1\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=-\dfrac{4}{3}$. **B.** $m=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $m=\dfrac{4}{3}$. **D.** $m=\dfrac{2}{3}$.

Câu 8. Tính số gia Δy của hàm số $y=\dfrac{1}{x}$ theo Δx tại $x_0=2$.

A. $\Delta y=\dfrac{4+\Delta x}{2(2+\Delta x)}$. **B.** $\Delta y=\dfrac{\Delta x}{2(2+\Delta x)}$. **C.** $\Delta y=\dfrac{1}{(\Delta x)^2}$. **D.** $\Delta y=-\dfrac{\Delta x}{2(2+\Delta x)}$.

Câu 9. $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ của hàm số $f(x)=\sqrt{3x+1}$ theo x là:

A. $\dfrac{3}{\sqrt{3x+1}}$. **B.** $\dfrac{3}{2\sqrt{3x+1}}$. **C.** $\dfrac{3x}{2\sqrt{3x+1}}$. **D.** $\dfrac{1}{2\sqrt{3x+1}}$.

Câu 10. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x+7}{x+4}$ tại $x=2$ ta được:

A. $f'(2)=\frac{1}{36}$. **B.** $f'(2)=\frac{11}{6}$. **C.** $f'(2)=\frac{3}{2}$. **D.** $f'(2)=\frac{5}{12}$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y=x^4-4x^2-3$ là

A. $y'=-4x^3+8x$. **B.** $y'=4x^2-8x$. **C.** $y'=4x^3-8x$. **D.** $y'=-4x^2+8x$

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y=\frac{x^4}{2}+\frac{5x^3}{3}-\sqrt{2x}+a^2$ (a là hằng số) bằng.

A. $2x^3+5x^2-\frac{1}{\sqrt{2x}}+2a$. **B.** $2x^3+5x^2+\frac{1}{2\sqrt{2x}}$.

C. $2x^3+5x^2-\frac{1}{\sqrt{2x}}$. **D.** $2x^3+5x^2-\sqrt{2}$.

Câu 13. Hàm số $y=\frac{1}{x^2+5}$ có đạo hàm bằng:

A. $y'=\frac{1}{\left(x^2+5\right)^2}$. **B.** $y'=\frac{2x}{\left(x^2+5\right)^2}$. **C.** $y'=\frac{-1}{\left(x^2+5\right)^2}$. **D.** $y'=\frac{-2x}{\left(x^2+5\right)^2}$.

Câu 14. Cho các hàm số $u=u(x),v=v(x)$ có đạo hàm trên khoảng J và $v(x)\neq 0$ với $\forall x\in J$. Mệnh đề nào sau đây ***sai?***

A. $\left[u(x)+v(x)\right]'=u'(x)+v'(x)$. **B.** $\left[\frac{1}{v(x)}\right]'=\frac{v'(x)}{v^2(x)}$.

C. $\left[u(x).v(x)\right]'=u'(x).v(x)+v'(x).u(x)$. **D.** $\left[\frac{u(x)}{v(x)}\right]'=\frac{u'(x).v(x)-v'(x).u(x)}{v^2(x)}$.

Câu 15. Tính đạo hàm của hàm số $y=\frac{2x^2-3x+7}{x^2+2x+3}$.

A. $y'=\frac{-7x^2+2x+23}{\left(x^2+2x+3\right)^2}$. **B.** $y'=\frac{7x^2-2x-23}{\left(x^2+2x+3\right)^2}$

C. $y'=\frac{7x^2-2x-23}{\left(x^2+2x+3\right)}$ **D.** $y'=\frac{8x^3+3x^2+14x+5}{\left(x^2+2x+3\right)^2}$

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{2-3x^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{-3x}{\sqrt{2-3x^2}}$. **B.** $\frac{1}{2\sqrt{2-3x^2}}$. **C.** $\frac{-6x^2}{2\sqrt{2-3x^2}}$. **D.** $\frac{3x}{\sqrt{2-3x^2}}$.

Câu 17. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+3}{x-2}$ tại điểm có hoành độ bằng 3, tương ứng là

A. $y=7x+13$. **B.** $y=-7x+30$. **C.** $y=3x+9$. **D.** $y=-x-2$.

Câu 18. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s=t^3-3t^2+5t+2$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động khi $t=3$ là

A. 24 m/s^2. **B.** 12 m/s^2. **C.** 17 m/s^2. **D.** 14 m/s^2.

Câu 19. Cho hàm số $y=(m+2)x^3+\frac{3}{2}(m+2)x^2+3x-1$, m là tham số. Số các giá trị nguyên m để $y'\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ là

A. 5. **B.** Có vô số giá trị nguyên m.

C. 3. **D.** 4

Câu 20. Đạo hàm của hàm số $y=\cos\sqrt{x^2+1}$ là

A. $y'=-\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\sin\sqrt{x^2+1}$. **B.** $y'=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\sin\sqrt{x^2+1}$.

C. $y'=\frac{x}{2\sqrt{x^2+1}}\sin\sqrt{x^2+1}$. **D.** $y'=-\frac{x}{2\sqrt{x^2+1}}\sin\sqrt{x^2+1}$.

Câu 21. Đạo hàm của hàm số $y=\tan x-\cot x$ là

A. $y'=\frac{1}{\cos^2 2x}$. **B.** $y'=\frac{4}{\sin^2 2x}$. **C.** $y'=\frac{4}{\cos^2 2x}$. **D.** $y'=\frac{1}{\sin^2 2x}$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y=\cos 3x$ là

A. $y=\sin 3x$. **B.** $y=-3\sin 3x$. **C.** $y=3\sin 3x$. **D.** $y=-\sin 3x$.

Câu 23. Cho $f(x)=\sin^3 ax$, $a>0$. Tính $f'(\pi)$

A. $f'(\pi)=3\sin^2(a\pi).\cos(a\pi)$. **B.** $f'(\pi)=0$.

C. $f'(\pi)=3a\sin^2(a\pi)$. **D.** $f'(\pi)=3a.\sin^2(a\pi).\cos(a\pi)$.

Câu 24. Đạo hàm của hàm số $y=\sin\left(\frac{3\pi}{2}-4x\right)$ là:

A. $-4\cos 4x$. **B.** $4\cos 4x$. **C.** $4\sin 4x$. **D.** $-4\sin 4x$

Câu 25. Cho hàm số $y=x^5-3x^4+x+1$ với $x\in\mathbb{R}$. Đạo hàm y'' của hàm số là

A. $y''=5x^3-12x^2+1$. **B.** $y''=5x^4-12x^3$.

C. $y''=20x^2-36x^3$. **D.** $y''=20x^3-36x^2$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)=x^3+2x$, giá trị của $f''(1)$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 27. Cho ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. Nếu $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ không đồng phẳng thì từ $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$ ta suy ra $m=n=p=0$.

B. Nếu có $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$, trong đó $m^2+n^2+p^2>0$ thì $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng.

C. Với ba số thực m, n, p thỏa mãn $m+n+p\neq 0$ ta có $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$ thì $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng.

D. Nếu giá của $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng qui thì $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC=a\sqrt{2}$, các cạnh còn lại đều bằng a. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 30. Cho tứ diện $MNPQ$ có hai tam giác MNP và QNP là hai tam giác cân lần lượt tại M và Q. Góc giữa hai đường thẳng MQ và NP bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=\sqrt{3}$ và $AA'=1$. Góc tạo bởi giữa đường thẳng AC' và (ABC) bằng

A. 45^o. **B.** 60^o. **C.** 30^o. **D.** 75^o.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều. Gọi H là trung điểm của cạnh AC. Tìm mệnh đề **sai?**

A. $(SAC)\perp(SBD)$. **B.** $SH\perp(ABCD)$. **C.** $(SBD)\perp(ABCD)$. **D.** $CD\perp(SAD)$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh $2a$, $SA=a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy. Góc giữa (SBD) và $(ABCD)$ bằng?

A. 90^0. **B.** 30^0. **C.** 45^0. **D.** 60^0.

Câu 34. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy là $a\sqrt{2}$ và tam giác SAC đều. Tính độ dài cạnh bên của hình chóp.

A. $2a$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** a.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}a}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}a}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$.

PHẦN 2. TỰ LUẬN

Câu 1. Tìm giới hạn $I=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+1-\sqrt{x^2-x+2}\right)$.

Câu 2. Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)}$

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=x^2(x^2-1)(x^2-4)(x^2-9)(x^2-16)$. Hỏi phương trình $f'(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, tam giác SAD đều và có cạnh bằng $2a$, $BC=3a$ các mặt bên tạo với đáy các góc bằng nhau. Tính khoảng cách từ $5S$ đến mặt phẳng $(ABCD)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.D	4.C	5.C	6.C	7.A	8.D	9.B	10.A
11.C	12.C	13.D	14.B	15.B	16.A	17.B	18.B	19.A	20.A
21.B	22.B	23.B	24.C	25.D	26.A	27.D	28.B	29.B	30.D
31.C	32.D	33.D	34.A	35.A					

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. $\lim \dfrac{1}{2n+5}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim \dfrac{1}{2n+5} = \lim \dfrac{1}{n}.\dfrac{1}{2+\dfrac{5}{n}} = 0$.

Câu 2. Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0

A. $\lim \left(\dfrac{2}{3}\right)^n$. **B.** $\lim \left(\dfrac{5}{3}\right)^n$. **C.** $\lim \left(\dfrac{4}{3}\right)^n$. **D.** $\lim (2)^n$.

Lời giải

Chọn A

$\lim q^n = 0 \ (|q|<1)$.

Câu 3. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 1}\left(2x^2-3x+1\right)$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1}\left(2x^2-3x+1\right)=0$.

Câu 4. $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{x+2}{x-1}$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\infty$ **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{x+2}{x-1} = -\infty$ vì $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 1}(x+2)=3>0 \\ \lim\limits_{x\to 1}(x-1)=0 \\ x-1<0, \forall x<1 \end{cases}$.

Câu 5. Biết $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax+1}+bx\right)=-1$. Tính giá của biểu thức $P=a^2-2b^3$.

A. $P=32$. **B.** $P=0$. **C.** $P=16$. **D.** $P=8$.

Lời giải

Chọn D

$\text{TH1: } b=2 \Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax+1}+2x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{ax+1}{\sqrt{4x^2+ax+1}-2x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{a+\dfrac{1}{x}}{-\sqrt{4+\dfrac{a}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-2}=-\dfrac{a}{4}.$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax+1}+bx\right)=-1\Leftrightarrow -\dfrac{a}{4}=-1\Rightarrow a=4.$

$\text{TH2: } b\neq 2 \Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+ax+1}+bx\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x\left(-\sqrt{4+\dfrac{a}{x}+\dfrac{1}{x^2}}+b\right)\right]=\begin{cases}-\infty \text{ neáu b > 2}\\ +\infty \text{ neáu b < 2}\end{cases}$

Vậy $a=4, b=2 \Rightarrow P=a^2-2b^3=0$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây liên tục tại $x=1$:

A. $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$. **B.** $f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{x^2-1}$. **C.** $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x}$. **D.** $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

A) $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$

$\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=+\infty$ suy ra $f(x)$ không liên tục tại $x=1$.

B) $f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{x^2-1}$

$\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x-2}{x-1}=-\infty$ suy ra $f(x)$ không liên tục tại $x=1$.

C) $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x}$

$\lim\limits_{x\to1}f(x)=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+x+1}{x}=3=f(1)$ suy ra $f(x)$ liên tục tại $x=1$.

D) $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$

$\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x+1}{x-1}=+\infty$ suy ra $f(x)$ không liên tục tại $x=1$.

Câu 7. Tìm m để hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{2\sqrt[3]{x}-x-1}{x-1}, x\neq1\\ mx+1 \quad\quad ,x=1\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m=-\dfrac{4}{3}$. **B.** $m=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $m=\dfrac{4}{3}$. **D.** $m=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

+) Xét $x\neq1$, hàm số $y=\dfrac{2\sqrt[3]{x}-x-1}{x-1}$ liên tục trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

+) Xét $x=1$, ta có $y(1)=m+1$ và

$\lim\limits_{x\to1}y=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2\sqrt[3]{x}-x-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2\left(\sqrt[3]{x}-1\right)-(x-1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}-1=\dfrac{2}{3}-1=-\dfrac{1}{3}.$

Đề hàm số liên tục tại $x=1$ thì $\lim\limits_{x\to 1} y = y(1) \Leftrightarrow m+1 = -\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow m = -\dfrac{4}{3}$.

Vậy với $m = -\dfrac{4}{3}$ thì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 8. Tính số gia Δy của hàm số $y = \dfrac{1}{x}$ theo Δx tại $x_0 = 2$.

A. $\Delta y = \dfrac{4+\Delta x}{2(2+\Delta x)}$. **B.** $\Delta y = \dfrac{\Delta x}{2(2+\Delta x)}$. **C.** $\Delta y = \dfrac{1}{(\Delta x)^2}$. **D.** $\Delta y = -\dfrac{\Delta x}{2(2+\Delta x)}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta y = \dfrac{1}{2+\Delta x} - \dfrac{1}{\Delta x} = -\dfrac{\Delta x}{\Delta x(2+\Delta x)}$.

Câu 9. $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ của hàm số $f(x) = \sqrt{3x+1}$ theo x là:

A. $\dfrac{3}{\sqrt{3x+1}}$. **B.** $\dfrac{3}{2\sqrt{3x+1}}$. **C.** $\dfrac{3x}{2\sqrt{3x+1}}$. **D.** $\dfrac{1}{2\sqrt{3x+1}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x\to 0} \dfrac{\sqrt{3(x+\Delta x)+1} - \sqrt{3x+1}}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x\to 0} \dfrac{3}{\sqrt{3(x+\Delta x)+1} + \sqrt{3x+1}} = \dfrac{3}{2\sqrt{3x+1}}$.

Câu 10. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{2x+7}{x+4}$ tại $x=2$ ta được:

A. $f'(2) = \dfrac{1}{36}$. **B.** $f'(2) = \dfrac{11}{6}$. **C.** $f'(2) = \dfrac{3}{2}$. **D.** $f'(2) = \dfrac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = \dfrac{1}{(x+4)^2} \Rightarrow f'(2) = \dfrac{1}{36}$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 3$ là

A. $y' = -4x^3 + 8x$. **B.** $y' = 4x^2 - 8x$. **C.** $y' = 4x^3 - 8x$. **D.** $y' = -4x^2 + 8x$

Lời giải

Chọn C

$y' = \left(x^4 - 4x^3 - 3\right)' = 4x^3 - 8x$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{x^4}{2} + \dfrac{5x^3}{3} - \sqrt{2x} + a^2$ (a là hằng số) bằng.

A. $2x^3 + 5x^2 - \dfrac{1}{\sqrt{2x}} + 2a$. **B.** $2x^3 + 5x^2 + \dfrac{1}{2\sqrt{2x}}$.

C. $2x^3 + 5x^2 - \dfrac{1}{\sqrt{2x}}$. **D.** $2x^3 + 5x^2 - \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}}$.

Câu 13. Hàm số $y = \frac{1}{x^2+5}$ có đạo hàm bằng:

A. $y' = \frac{1}{(x^2+5)^2}$. **B.** $y' = \frac{2x}{(x^2+5)^2}$. **C.** $y' = \frac{-1}{(x^2+5)^2}$. **D.** $y' = \frac{-2x}{(x^2+5)^2}$.

Lời giải

Chọn D

$y' = \frac{-2x}{(x^2+5)^2}$

Câu 14. Cho các hàm số $u = u(x), v = v(x)$ có đạo hàm trên khoảng J và $v(x) \neq 0$ với $\forall x \in J$. Mệnh đề nào sau đây ***sai?***

A. $[u(x)+v(x)]' = u'(x)+v'(x)$. **B.** $\left[\frac{1}{v(x)}\right]' = \frac{v'(x)}{v^2(x)}$.

C. $[u(x).v(x)]' = u'(x).v(x)+v'(x).u(x)$. **D.** $\left[\frac{u(x)}{v(x)}\right]' = \frac{u'(x).v(x)-v'(x).u(x)}{v^2(x)}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 15. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x^2-3x+7}{x^2+2x+3}$.

A. $y' = \frac{-7x^2+2x+23}{(x^2+2x+3)^2}$. **B.** $y' = \frac{7x^2-2x-23}{(x^2+2x+3)^2}$

C. $y' = \frac{7x^2-2x-23}{(x^2+2x+3)}$ **D.** $y' = \frac{8x^3+3x^2+14x+5}{(x^2+2x+3)^2}$

Lời giải

Chọn B

$y = \frac{2x^2-3x+7}{x^2+2x+3} \Rightarrow y' = \frac{(4x-3)(x^2+2x+3)-(2x+2)(2x^2-3x+7)}{(x^2+2x+3)^2} = \frac{7x^2-2x-23}{(x^2+2x+3)^2}$

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2-3x^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{-3x}{\sqrt{2-3x^2}}$. **B.** $\frac{1}{2\sqrt{2-3x^2}}$. **C.** $\frac{-6x^2}{2\sqrt{2-3x^2}}$. **D.** $\frac{3x}{\sqrt{2-3x^2}}$.

Lời giải

Ta có $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$.

$f'(x) = \left(\sqrt{2-3x^2}\right)' = \frac{(2-3x^2)'}{2\sqrt{2-3x^2}} = \frac{-6x}{2\sqrt{2-3x^2}} = \frac{-3x}{\sqrt{2-3x^2}}$.

Câu 17. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-2}$ tại điểm có hoành độ bằng 3, tương ứng là

A. $y=7x+13$. **B.** $y=-7x+30$. **C.** $y=3x+9$. **D.** $y=-x-2$.

Lời giải

Chọn B

$x=3\Rightarrow y=9$;

$y'=\dfrac{-7}{(x-2)^2}\Rightarrow y'(3)=-7$.

Phương trình tiếp tuyến tương ứng là $y=-7(x-3)+9\Leftrightarrow y=-7x+30$.

Câu 18. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s=t^3-3t^2+5t+2$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động khi $t=3$ là

A. $24\ \text{m/s}^2$. **B.** $12\ \text{m/s}^2$. **C.** $17\ \text{m/s}^2$. **D.** $14\ \text{m/s}^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $s'(t)=3t^2-6t+5\Rightarrow a(t)=s''(t)=6t-6\Rightarrow a(3)=12\ \text{m/s}^2$.

Câu 19. Cho hàm số $y=(m+2)x^3+\dfrac{3}{2}(m+2)x^2+3x-1$, m là tham số. Số các giá trị nguyên m để $y'\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ là

A. 5. **B.** Có vô số giá trị nguyên m.

C. 3. **D.** 4

Lời giải

Chọn A

$y'=3(m+2)x^2+3(m+2)x+3\geq 0\Rightarrow (m+2)x^2+(m+2)x+1\geq 0\ (1)$

Để phương trình (1) luôn thỏa mãn $\forall x\in\mathbb{R}$

TH1: $m+2=0\Rightarrow m=-2\Rightarrow y'=1\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$ (Nhận)

TH2: $m+2\neq 0\Rightarrow m\neq -2\Rightarrow \begin{cases} m+2>0\\ \Delta\leq 0\end{cases}\Rightarrow \begin{cases} m>-2\\ m^2-4\leq 0\end{cases}\Rightarrow \begin{cases} m>-2\\ -2\leq m\leq 2\end{cases}\Rightarrow -2<m\leq 2$

Kết hợp hai trường hợp: $m=-2;-1;0;1;2$.

Câu 20. Đạo hàm của hàm số $y=\cos\sqrt{x^2+1}$ là

A. $y'=-\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\sin\sqrt{x^2+1}$. **B.** $y'=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\sin\sqrt{x^2+1}$.

C. $y'=\dfrac{x}{2\sqrt{x^2+1}}\sin\sqrt{x^2+1}$. **D.** $y'=-\dfrac{x}{2\sqrt{x^2+1}}\sin\sqrt{x^2+1}$.

Lời giải

Chọn A

$y'=-\left(\sqrt{x^2+1}\right)'.\sin\sqrt{x^2+1}=-\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\sin\sqrt{x^2+1}$.

Câu 21. Đạo hàm của hàm số $y=\tan x-\cot x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{\cos^2 2x}$. **B.** $y'=\dfrac{4}{\sin^2 2x}$. **C.** $y'=\dfrac{4}{\cos^2 2x}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\sin^2 2x}$.

Lời giải

Chọn B

$y=\tan x-\cot x \Rightarrow y'=\dfrac{1}{\cos^2 x}+\dfrac{1}{\sin^2 x}=\dfrac{1}{\sin^2 x.\cos^2 x}=\dfrac{4}{\sin^2 2x}$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y=\cos 3x$ là

A. $y=\sin 3x$. **B.** $y=-3\sin 3x$. **C.** $y=3\sin 3x$. **D.** $y=-\sin 3x$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=\cos 3x$.

Ta có $y'=(\cos 3x)'=-(3x)'\sin 3x=-3\sin 3x$.

Vậy $y'=-3\sin 3x$.

Câu 23. Cho $f(x)=\sin^3 ax$, $a>0$. Tính $f'(\pi)$

A. $f'(\pi)=3\sin^2(a\pi).\cos(a\pi)$. **B.** $f'(\pi)=0$.

C. $f'(\pi)=3a\sin^2(a\pi)$. **D.** $f'(\pi)=3a.\sin^2(a\pi).\cos(a\pi)$.

Lời giải

$f(x)=\sin^3 ax \Rightarrow f'(x)=3a\sin^2 ax\cos ax$.

$\Rightarrow f'(\pi)=3a\sin^2 a\pi.\cos a\pi=0$.

Câu 24. Đạo hàm của hàm số $y=\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}-4x\right)$ là:

A. $-4\cos 4x$. **B.** $4\cos 4x$. **C.** $4\sin 4x$. **D.** $-4\sin 4x$

Lời giải

Chọn D

Ta có

$y=\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}-4x\right)=\sin\left(\pi+\dfrac{\pi}{2}-4x\right)=-\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-4x\right)=-\cos 4x$ $y'=(-\cos 4x)'=4\sin 4x$.

Câu 25. Cho hàm số $y=x^5-3x^4+x+1$ với $x\in\mathbb{R}$. Đạo hàm y'' của hàm số là

A. $y''=5x^3-12x^2+1$. **B.** $y''=5x^4-12x^3$.

C. $y''=20x^2-36x^3$. **D.** $y''=20x^3-36x^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=x^5-3x^4+x+1 \Rightarrow y'=5x^4-12x^3+1 \Rightarrow y''=20x^3-36x^2$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)=x^3+2x$, giá trị của $f''(1)$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

$f'(x)=3x^2+2$, $f''(x)=6x \Rightarrow f''(1)=6$.

Câu 27. Cho ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. Nếu $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ không đồng phẳng thì từ $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$ ta suy ra $m=n=p=0$.

B. Nếu có $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$, trong đó $m^2+n^2+p^2>0$ thì $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng.

C. Với ba số thực m, n, p thỏa mãn $m+n+p\neq 0$ ta có $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$ thì $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng.

D. Nếu giá của $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng qui thì $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng.

Lời giải

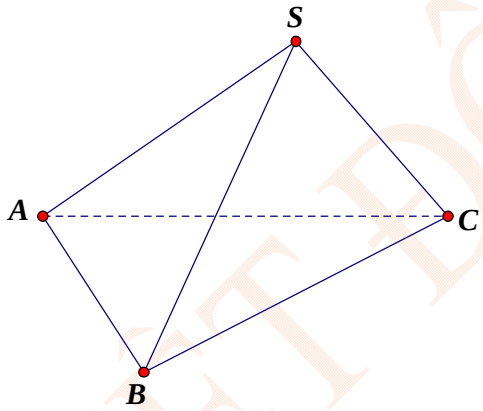
Chọn D

Câu D sai. Ví dụ phản chứng 3 cạnh của hình chóp tam giác đồng qui tại 1 đỉnh nhưng chúng không đồng phẳng.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC=a\sqrt{2}$, các cạnh còn lại đều bằng a. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải



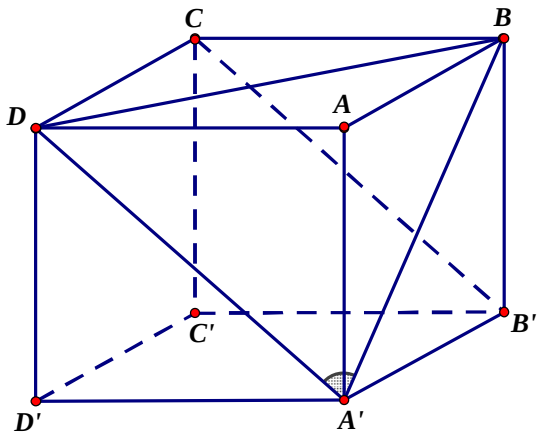
Ta có $\cos\left(\overrightarrow{SB},\overrightarrow{AC}\right)=\dfrac{\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{SB}\right|.\left|\overrightarrow{AC}\right|}=\dfrac{\left(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{AB}\right).\overrightarrow{AC}}{a^2}=\dfrac{\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{a^2}=\dfrac{-\dfrac{a^2}{2}+0}{a^2}=-\dfrac{1}{2}$.

Vậy góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng $120°$.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải



Ta có $B'C\ //\ A'D\Rightarrow\left(\widehat{A'B;B'C}\right)=\left(\widehat{A'B;A'D}\right)=\widehat{DA'B}$.

Xét $\Delta DA'B$ có $A'D=A'B=BD$ nên $\Delta DA'B$ là tam giác đều.

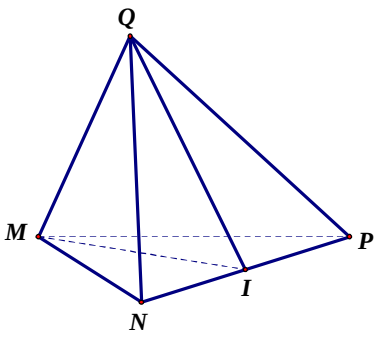
Vậy $\widehat{DA'B}=60°$.

Câu 30. Cho tứ diện $MNPQ$ có hai tam giác MNP và QNP là hai tam giác cân lần lượt tại M và Q. Góc giữa hai đường thẳng MQ và NP bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn D

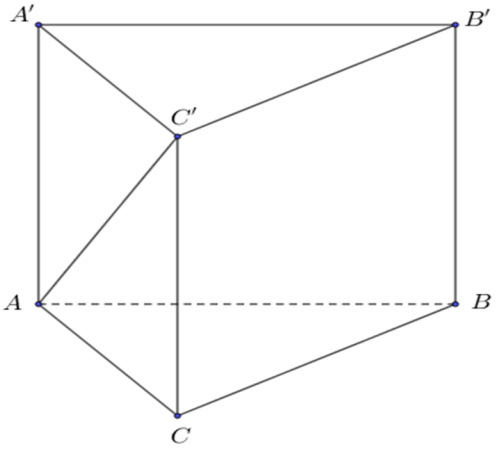


Gọi I là trung điểm cảu NP, ta có: $\begin{cases} NP \perp MI \\ NP \perp QI \end{cases} \rightarrow NP \perp (QIM) \rightarrow NP \perp QM$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=\sqrt{3}$ và $AA'=1$. Góc tạo bởi giữa đường thẳng AC' và (ABC) bằng

A. 45^o. **B.** 60^o. **C.** 30^o. **D.** 75^o.

Lời giải



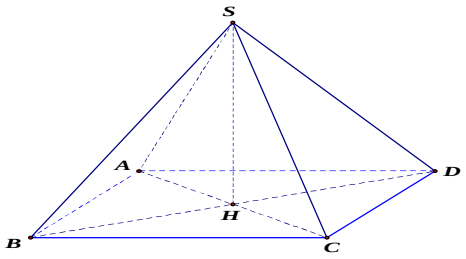
Ta có $\left(\widehat{AC',(ABC)}\right)=\left(\widehat{AC',AC}\right)=\widehat{CAC'}$, $\tan\widehat{C'AC}=\dfrac{CC'}{AC}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\widehat{C'AC}=30^o$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều. Gọi H là trung điểm của cạnh AC. Tìm mệnh đề **sai?**

A. $(SAC)\perp(SBD)$. **B.** $SH\perp(ABCD)$. **C.** $(SBD)\perp(ABCD)$. **D.** $CD\perp(SAD)$.

Lời giải

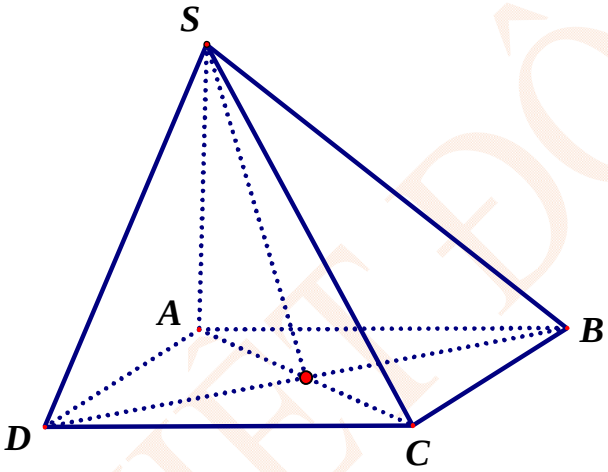
Chọn D



Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh $2a$, $SA=a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy. Góc giữa (SBD) và $(ABCD)$ bằng?

A. 90^0. **B.** 30^0. **C.** 45^0. **D.** 60^0.

Lời giải



Từ A ta kẻ đường vuông góc tới BD, thì chân đường vuông góc là tâm O của hình vuông, từ đây dễ thấy $SO\perp BD$, nên góc giữa hai mặt phẳng là góc SOA.

Xét tam giác ΔSOA có $\tan SOA=\dfrac{SA}{OA}=\dfrac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}}=\sqrt{3}$. Vậy góc cần tìm bằng

Câu 34. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy là $a\sqrt{2}$ và tam giác SAC đều. Tính độ dài cạnh bên của hình chóp.

A. $2a$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** a.

Lời giải

Chọn A

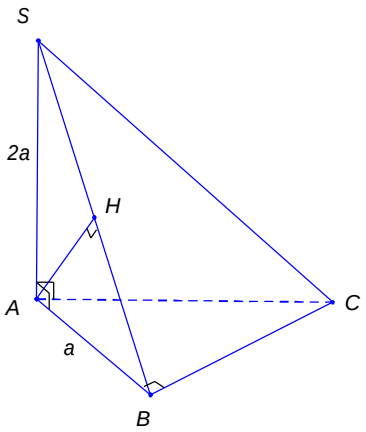
Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ nên $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $a\sqrt{2}$ nên $AC=2a$.
Tam giác SAC đều nên cạnh bên $SA=AC=2a$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}a}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}a}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Kẻ $AH \perp SB$. Khi đó $AH \perp BC \Rightarrow AH \perp (SBC)$

$\Rightarrow AH$ là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).

Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AH^2 = \frac{4a^2}{5} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

PHẦN 2. TỰ LUẬN

Câu 1. Tìm giới hạn $I = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(x + 1 - \sqrt{x^2 - x + 2} \right)$.

Lời giải

Ta có: $I = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(x + 1 - \sqrt{x^2 - x + 2} \right) \Leftrightarrow I = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2 - x^2 + x - 2}{x + \sqrt{x^2 - x + 2}} + 1 \right) \Leftrightarrow I = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{x - 2}{x + \sqrt{x^2 - x + 2}} + 1 \right)$

$\Leftrightarrow I = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}}} + 1 \right) \Leftrightarrow I = \frac{3}{2}$.

Câu 2. Tìm giới hạn $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)}$

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2 + 2 - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)}$

$= \lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{\sqrt{2}(x - 1)} + \lim\limits_{x \to 1} \frac{2 - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)} = I + J$.

Tính $I = \lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{\sqrt{2}(x - 1)} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2 + x + 2 - 4}{\sqrt{2}(x - 1)\left(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2 \right)}$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+2)}{\sqrt{2}(x-1)\left(\sqrt{x^2+x+2}+2\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{x+2}{\sqrt{2}\left(\sqrt{x^2+x+2}+2\right)}=\frac{3}{4\sqrt{2}}.$$

và $J=\lim_{x\to 1}\frac{2-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)}=\lim_{x\to 1}\frac{8-7x-1}{\sqrt{2}(x-1)\left[4+2\sqrt[3]{7x+1}+\left(\sqrt[3]{7x+1}\right)^2\right]}$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{-7}{\sqrt{2}\left[4+2\sqrt[3]{7x+1}+\left(\sqrt[3]{7x+1}\right)^2\right]}=\frac{-7}{12\sqrt{2}}.$$

Do đó $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)}=I+J=\frac{\sqrt{2}}{12}$

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=x^2(x^2-1)(x^2-4)(x^2-9)(x^2-16)$. Hỏi phương trình $f'(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

Lời giải

Cách 1: Nhận xét:

+) Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ có nghiệm $x=a, x=b$ và $f(x)\neq 0, \forall x\in(a;b)$ thì tồn tại duy nhất $x=x_0\in(a;b)$ sao cho $f'(x_0)=0$.

+) Hàm số $y=f(x)$ có nghiệm bội $x=x_0$ thì phương trình $f'(x)=0$ cũng có nghiệm $x=x_0$.

Từ đó ta có:

+) Phương trình $f(x)=0$ có các nghiệm là: $S=\{0;\pm 1;\pm 2;\pm 3;\pm 4\}$, trong đó nghiệm $x=0$ là nghiệm kép nên phương trình $f'(x)=0$ sẽ có 9 nghiệm là $x=0$ và các nghiệm lần lượt thuộc các khoảng $(-4;-3),(-3;-2),(-2;-1),(-1;0),(0;1),(1;2),(2;3),(3;4)$.

Cách 2: Ta có: $g(x)=f'(x)$ là hàm đa thức bậc 9 nên liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.

Dùng máy tính bấm đạo hàm tại một điểm ta có:

$g(-4).g(-3)<0, g(-3).g(-2)<0, g(-2).g(-1)<0, g(-1).g(-0,1)<0,$

$g(0,1).g(1)<0, g(1).g(2)<0, g(2).g(3)<0, g(3).g(4)<0$

Suy ra phương trình $g(x)=0$ luôn có ít nhất 8t nghiệm thuộc các khoảng

$(-4;-3),(-3;-2),(-2;-1),(-1;0,1),(0,1;1),(1;2),(2;3),(3;4)$.

Nhận thấy $g(0)=0$

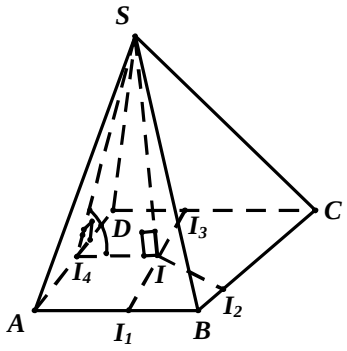
Vậy phương trình $f'(x)=0$ luôn có ít nhất 9 nghiệm.

Mà phương trình $f'(x)=0$ là phương trình bậc 9 nên có nhiều nhất nghiệm.

Suy ra phương trình $f'(x)=0$ có đúng 9 nghiệm.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, tam giác SAD đều và có cạnh bằng $2a$, $BC=3a$ các mặt bên tạo với đáy các góc bằng nhau. Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$.

Lời giải



Gọi I là hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$, Gọi I_1, I_2, I_3, I_4 lần lượt là hình chiếu của I trên các cạnh AB, BC, CD, DA thì các góc $\widehat{II_iS}$, $(i=1,4)$ là góc giữa các mặt bên và mặt đáy do đó chúng bằng nhau, suy ra các tam giác vuông SII_1, SII_2, SII_3, SII_4 bằng nhau nên $II_1 = II_2 = II_3 = II_4 \Rightarrow I$ là tâm đường tròn nội tiếp hình thang $ABCD$.

Vì tứ giác $ABCD$ ngoại tiếp nên $AB + DC = AD + BC = 5a$

Diện tích hình thang $ABCD$ là $S = \frac{1}{2}(AB + DC)AD = \frac{1}{2}.5a.2a = 5a^2$

Gọi p là nửa chu vi và r là bán kính đường tròn nội tiếp của hình thang $ABCD$ thì $p = \frac{AB + DC + AD + BC}{2} = \frac{10a}{2} = 5a$.

$S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{5a^2}{5a} = a \Rightarrow II_4 = r = a$.

Tam giác SAD đều và có cạnh $2a$ nên

$SI_4 = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow SI = \sqrt{SI_4^2 - II_4^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$

Vậy $d\left(S_s(ABCD)\right) = SI = a\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 13

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x)=ax+b$, với a,b là hai số thực đã cho. Chọn câu đúng.

A. $f'(x)=b$. **B.** $f'(x)=-b$. **C.** $f'(x)=a$. **D.** $f'(x)=-a$.

Câu 2. Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{4x-3}{x-1}$

A. $-\infty$. **B.** -2. **C.** $+\infty$. **D.** 2.

Câu 3. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau khi và chỉ khi

A. Mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều vuông góc với mặt phẳng kia.

B. Hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng vuông góc với nhau.

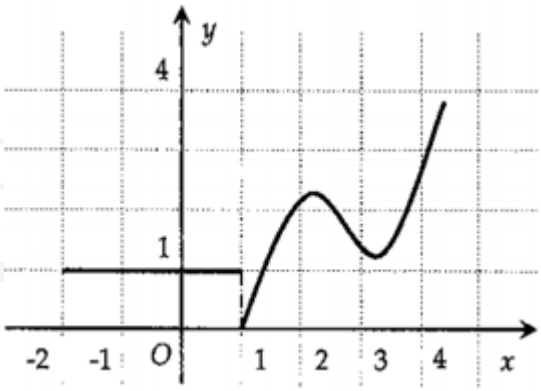
C. Mỗi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này vuông góc với một đường thẳng nằm trong mặt phẳng kia.

D. Mặt phẳng này chứa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm các đường thẳng đi qua 2 đỉnh của hình lập phương đã cho và vuông góc với đường thẳng AC

A. BD và $B'D'$. **B.** BC và $B'C'$. **C.** AD và $A'D'$. **D.** AB và $A'B'$.

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây sai?



A. Hàm số có đạo hàm tại $x=1$. **B.** Hàm số có đạo hàm tại $x=2$.

C. Hàm số có đạo hàm tại $x=3$. **D.** Hàm số có đạo hàm tại $x=0$.

Câu 6. Tính đạo hàm hàm số $y=\sin 2x$.

A. $y'=2\cos 2x$. **B.** $y'=\cos 2x$. **C.** $y'=-2\cos 2x$. **D.** $y'=-2\sin 2x$.

Câu 7. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=-x^3+x^2-3x+4$ tại điểm $M(1;1)$ là

A. -4. **B.** 0. **C.** -2. **D.** -1.

Câu 8. Cho $\lim u_n=-3$; $\lim v_n=2$. Khi đó $\lim(u_n-v_n)$ bằng

A. 1. **B.** -5. **C.** -1. **D.** 5.

Câu 9. Vi phân của hàm số $y=x^3+2x^2$ là

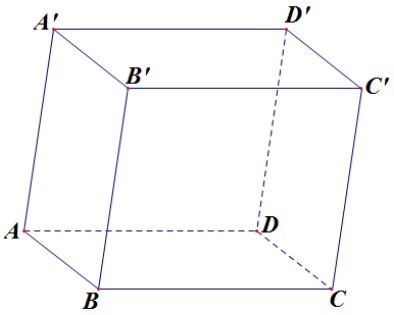
A. $dy=(3x^2-4x)dx$. **B.** $dy=(3x^2+x)dx$.

C. $dy=(3x^2+2x)dx$. **D.** $dy=(3x^2+4x)dx$.

Câu 10. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+1}{x-2}$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng?



A. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BA'}$. **B.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BC'}$.

C. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD'}$. **D.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD}$.

Câu 12. Xét hàm số $y=\frac{f(x)}{x}$ với $x\neq 0$. Đạo hàm của hàm số tương ứng là:

A. $\frac{f'(x)}{x^2}$. **B.** $\frac{f'(x)}{1}$. **C.** $\frac{xf'(x)-f(x)}{x^2}$. **D.** $\frac{f'(x)+x}{x^2}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$, SA vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ B đến (SAC).

A. $a\sqrt{3}$. **B.** a. **C.** $2a$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=-x^5+4x^4-11x^2+26$ tại $x_0=-1$ là

A. $y'(-1)=0$. **B.** $y'(-1)=11$. **C.** $y'(-1)=33$. **D.** $y'(-1)=1$.

Câu 15. Tính $I=\lim\frac{(2-3n)^2(n-4)}{(n+1)^3}$.

A. $I=3$. **B.** $I=-9$. **C.** $I=-3$. **D.** $I=9$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{2x-1}$. Tính $f''(-1)$.

A. $-\frac{8}{27}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{8}{27}$. **D.** $-\frac{4}{27}$.

Câu 17. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

I. $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a).f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có nghiệm.

II. $f(x)$ không liên tục trên $[a;b]$ và $f(a).f(b)\geq 0$ thì phương trình $f(x)=0$ vô nghiệm.

A. Cả I và II sai. **B.** Chỉ I đúng.

C. Chỉ II đúng. **D.** Cả I và II đúng.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a; $SA\perp AD$ và $SA=a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai đường thẳng SD và BC

A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

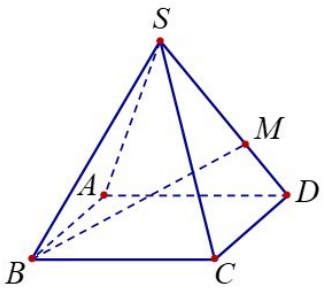
Câu 19. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x+2}$ có đạo hàm là $f'(x)$, hàm số $g(x)=4x+\sin\frac{\pi x}{4}$ có đạo hàm là $g'(x)$. Tính giá trị biểu thức $P=f'(2).g'(2)$.

A. $P=\frac{1}{4}$. **B.** $P=\frac{\pi}{16}$. **C.** $P=1$. **D.** $P=\frac{\pi+16}{16}$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Chọn mệnh đề **sai**?

A. $\left(\widehat{SA,CD}\right)=60°$. **B.** $\left(\widehat{SO,AD}\right)=90°$. **C.** $\left(\widehat{SA,BD}\right)=90°$. **D.** $\left(\overrightarrow{SA},\overrightarrow{CD}\right)=120°$.

Câu 21. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là điểm trên đoạn SD sao cho $SM = 2MD$.



Tan góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 22. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 - 9t + 2017$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Tính gia tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 3$ giây.

A. $6\ m/s^2$. **B.** $15\ m/s^2$. **C.** $9\ m/s^2$. **D.** $12\ m/s^2$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \sin 2x$ có đạo hàm là y' và y''. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $y^2 + (y')^2 = 4$. **B.** $4y + y'' = 0$. **C.** $y = y'.\tan 2x$. **D.** $4y - y'' = 0$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)=2\sin^2 x-3\cos^2 x$. Khi đó $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{a\sqrt{3}}{b}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $ab=10$. **B.** $a-b=5$. **C.** $a^2+b^2=29$. **D.** $a+b=7$.

Câu 25. Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$ song song với trục hoành là

A. ba. **B.** hai. **C.** một. **D.** không.

Câu 26. Tính số gia của hàm số $y=x^3+x^2+1$ tại điểm x_0 ứng với số gia $\Delta x=1$.

A. $\Delta y=3x_0^2-5x_0+2$. **B.** $\Delta y=3x_0^2+5x_0+3$.

C. $\Delta y=2x_0^3+3x_0^2+5x_0+2$. **D.** $\Delta y=3x_0^2+5x_0+2$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=x^3-2x^2+x+5$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $f'(x)=0$.

A. $S=\left\{-1;\frac{1}{3}\right\}$. **B.** $S=\left\{1;\frac{1}{3}\right\}$. **C.** $S=\left\{1;\frac{-1}{3}\right\}$. **D.** $S=\left\{-1;\frac{-1}{3}\right\}$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $a\sqrt{5}$. **C.** a. **D.** $2a$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=\frac{x+2}{x^2-x-6}$. Khẳng định nào sau đây đúng nhất?

A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{3;-2\}$. Ta có hàm số liên tục tại mọi $x\in D$ và hàm số gián đoạn tại $x=-2, x=3$.

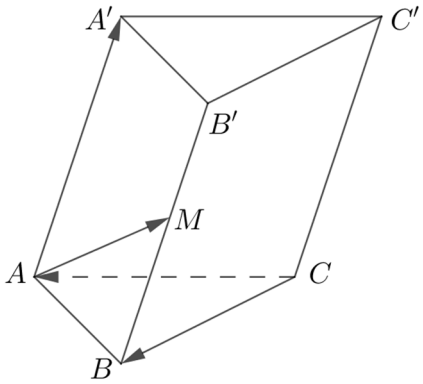
C. Hàm số liên tục tại $x=-2, x=3$.

D. Tất cả đều sai.

Câu 30. Giá trị $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$ bằng

A. $-\frac{1}{4}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB'. Đặt $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AA'}=\vec{c}$ (Tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=\vec{a}-\vec{c}+\frac{1}{2}\vec{b}$.

B. $\overrightarrow{AM}=\vec{b}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}$.

C. $\overrightarrow{AM}=\vec{b}-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$.

D. $\overrightarrow{AM}=\vec{a}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{b}$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)=mx^2-4x+m^2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đạo hàm $f'(x)<0$ với $\forall x\in(-1;2)$.

A. $-2\le m\le 1$. **B.** $-2\le m\le 1,\ m\ne 0$. **C.** $m\ge -2$. **D.** $m\le 1$.

Câu 33. Cho hàm số $y=x^3-mx^2+2m$, có đồ thị (C) với m là tham số thực. Gọi A là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ bằng 1. Viết phương trình tiếp tuyến Δ với đồ thị (C) tại A biết tiếp tuyến cắt đường tròn $(\gamma):x^2+(y-1)^2=9$ theo một dây cung có độ dài nhỏ nhất.

A. $y=-x-4$. **B.** $y=x+1$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=-x+4$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SCN) theo a.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 35. Cho $a;b;c$ là các số thực thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{ax^2+11}+bx-3}{5x^3-9x^2+3x+1}=c$. Gọi S là tập hợp các nghiệm của phương trình $6bx^4+(9a+33b)x^3+9ax^2-22c=0$. Tổng các phần tử của tập S bằng

A. 0. **B.** 11. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** -11.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{2x-1}$. Tính $f'''(1)$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)=x^2-3x+2$. Giải phương trình

$4f'(x)-(2x-5)f''(x)-x+1=2\sqrt{25-x^2}$.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+x-1$ có đồ thị là đường cong (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 1.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng $(ABCD)$ biết $SC=a\sqrt{5}$.

---------- HẾT ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP ÁN CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	C	D	A	A	A	A	B	D	A	C	C	B	D	D	A	B	C
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
C	D	A	D	B	B	B	B	B	D	B	C	C	A	D	C	A	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=(ax+b)'=a$.

Câu 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{4x-3}{x-1}=+\infty$ vì $\lim\limits_{x\to 1^+}(4x-3)=1$, $\lim\limits_{x\to 1^+}(x-1)=0$, $x-1>0$ khi $x\to 1^+$.

Câu 3.

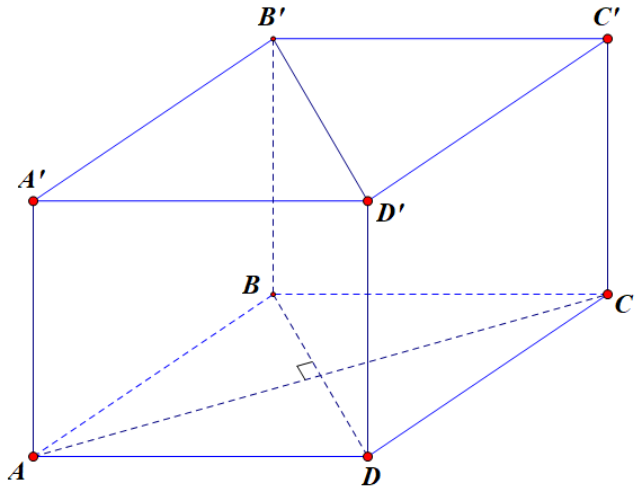
Lời giải

Chọn D

Câu 4.

Lời giải

Chọn A



Ta có $ABCD$ là hình vuông nên $AC\perp BD$.

$B'D'//BD\Rightarrow B'D'\perp AC$.

Câu 5.

Lời giải

Chọn A

Tại $x=1$ đồ thị hàm số không liên nét nên hàm số không liên tục.

Vậy hàm số không có đạo hàm tại $x=1$.

Câu 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = \sin 2x \Rightarrow y' = 2\cos 2x$.

Câu 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = -3x^2 + 2x - 3$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $M(1;1)$ là $y'(1) = -3.1^2 + 2.1 - 3 = -4$.

Câu 8.

Lời giải

Chọn B

$\lim(u_n - v_n) = \lim u_n - \lim v_n = -3 - 2 = -5$.

Câu 9.

Lời giải

Chọn D

Ta có $dy = \left(x^3 + 2x^2\right)' dx = (3x^2 + 4x)dx$.

Câu 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2+1}{x-2} = \frac{(1)^2+1}{1-2} = -2$.

Câu 11.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng quy tắc hình bình hành ta có: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$.

Suy ra $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

Câu 12.

Lời giải

Chọn C

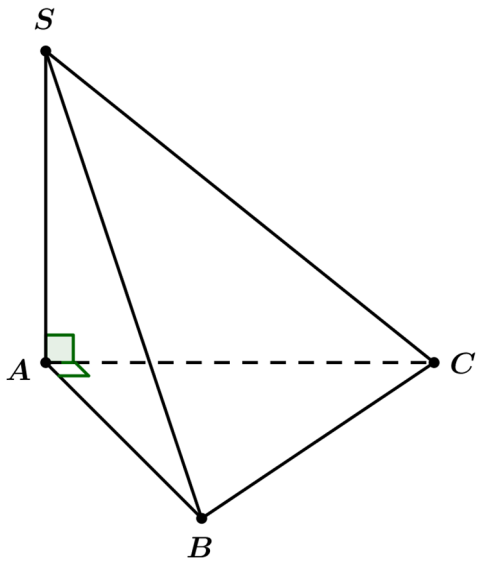
• Ta có: $y' = \frac{x.f'(x) - f(x)}{x^2}$.

Câu 13.

Lời giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp SA \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAC)$ nên $d\left(B,(SAC)\right) = AB = a$.

Câu 14.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = -5x^4 + 16x^3 - 22x \Rightarrow y'(-1) = -5(-1)^4 + 16(-1)^3 - 22(-1) = 1.$

Câu 15.

Lời giải

Chọn D

$$I = \lim \frac{(2-3n)^2 (n-4)}{(n+1)^3} = \lim \frac{\left(\frac{2}{n}-3\right)^2 \left(1-\frac{4}{n}\right)}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^3} = 9.$$

Câu 16.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

$f'(x) = \frac{-2}{(2x-1)^2}$, $f''(x) = \frac{8}{(2x-1)^3}$.

Khi đó $f''(-1) = -\frac{8}{27}$.

Câu 17.

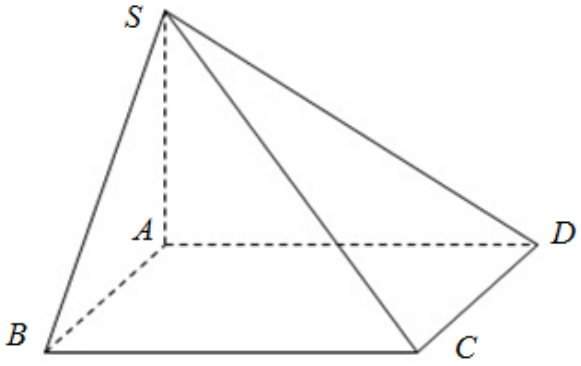
Lời giải

Chọn B

Câu 18.

Lời giải

Chọn C



Ta có $BC//AD \Rightarrow \left(\widehat{SD;BC}\right)=\left(\widehat{SD;AD}\right)=\widehat{SDA}$.

$\tan\widehat{SDA}=\dfrac{SA}{AD}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SDA}=60^0$.

Câu 19.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x+2}}$ và $g'(x)=4+\dfrac{\pi}{4}\cos\dfrac{\pi x}{4}$.

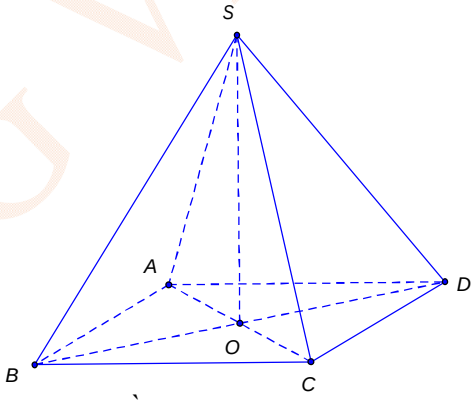
Do đó: $f'(2)=\dfrac{1}{2\sqrt{2+2}}=\dfrac{1}{4}$ và $g'(2)=4+\dfrac{\pi}{4}\cos\dfrac{\pi}{2}=4$.

Vậy $P=f'(2).g'(2)=\dfrac{1}{4}.4=1$.

Câu 20.

Lời giải

Chọn D



* Các mặt bên của hình chóp là các tam giác đều.

* $\left(\overrightarrow{SA},\overrightarrow{CD}\right)=\left(\overrightarrow{SA},\overrightarrow{BA}\right)=\left(\overrightarrow{AS},\overrightarrow{AB}\right)=\widehat{SAB}=60°$.

* $\begin{cases}SO\perp AC\\SO\perp BD\end{cases}\Rightarrow SO\perp(ABCD)\Rightarrow SO\perp AD\Rightarrow\left(\widehat{SO,AD}\right)=90°$.

* $\begin{cases}BD\perp SO\ \left(\text{do } SO\perp(ABCD)\right)\\BD\perp AC\end{cases}\Rightarrow BD\perp(SAC)\Rightarrow BD\perp SA\Rightarrow\left(\widehat{SA,BD}\right)=90°$.

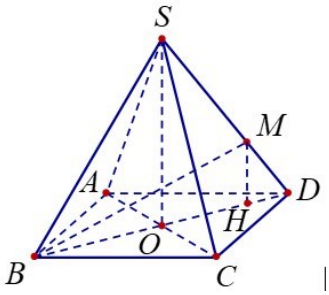
* $\left(\widehat{SA,CD}\right)=\left(\widehat{SA,AB}\right)=\widehat{SAB}=60°$.

Câu 21.

Lời giải

Chọn A

Ta có $BD = a\sqrt{2} \Rightarrow OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Xét tam giác SOD vuông tại O có: $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Kẻ $MH \perp BD$ tại H nên $\left(BM;(ABCD)\right) = \widehat{MBH}$

Do $MH \perp BD \Rightarrow MH // SO$. Ta có $\frac{MH}{SO} = \frac{MD}{SD} = \frac{HD}{OD} = \frac{1}{3}$.

$\Rightarrow MH = \frac{SO}{3} = \frac{a\sqrt{2}}{6}$ và $HD = \frac{1}{3}OD = \frac{a\sqrt{2}}{6} \Rightarrow BH = BD - HD = a\sqrt{2} - \frac{a\sqrt{2}}{6} = \frac{5a\sqrt{2}}{6}$.

Xét tam giác BHM vuông tại H có:

$tan\left(BM;(ABCD)\right) = \widehat{MBH} = \frac{MH}{BH} \Rightarrow tan\left(BM;(ABCD)\right) = \frac{1}{5}$.

Câu 22.

Lời giải

Chọn D

Ta có $s'(t) = 3t^2 - 6t - 9 \Rightarrow s''(t) = 6t - 6$.

Gia tốc của chất điểm $a(t) = s''(t) = 6t - 6 \Rightarrow a(3) = 6.3 - 6 = 12\ \ m/s^2$.

Câu 23.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 2\cos 2x \ \Rightarrow\ y'' = -4\sin 2x = -4y \Rightarrow y'' + 4y = 0$.

Câu 24.

Lời giải

Chọn B

$f'(x) = 4\sin x.\cos x + 6\cos x.\sin x = 5\sin 2x$.

$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 5\sin\frac{\pi}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 2 \end{cases}$.

$\Rightarrow C$ sai.

Câu 25.

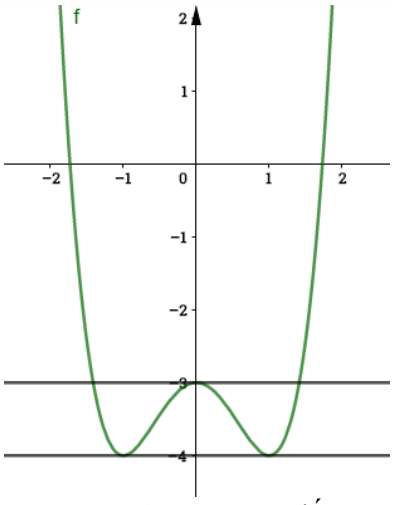
Lời giải

Chọn B

Tiếp tuyến song song với trục hoành thì sẽ có hệ số góc bằng $0 \Rightarrow$ tiếp điểm là cực trị hàm số

Ta có $y' = 4x^3 - 4x;\ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right. \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 3 cực trị

(Ở đây có thể nhớ nhanh hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 cực trị khi $ab < 0$)



Hàm số trùng phương có hai cực trị đối xứng qua Oy $\rightarrow$ một tiếp tuyến

Hàm số trùng phương có một cực trị khác thuộc Oy $\rightarrow$ một tiếp tuyến nữa

Vậy có hai tuyến song song với trục hoành.

Câu 26.

Lời giải

Chọn B

$\Delta y = f\left(x_0+\Delta x\right)-f\left(x_0\right) = f\left(x_0+1\right)-f\left(x_0\right) = \left[\left(x_0+1\right)^3+\left(x_0+1\right)^2+1\right]-\left(x_0^3+x_0^2+1\right) = 3x_0^2+5x_0+2.$

Câu 27.

Lời giải

Chọn B

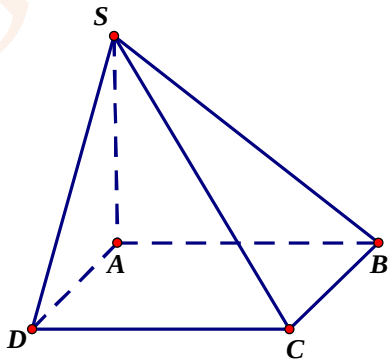
$f'\left(x\right) = 3x^2-4x+1$

$f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = \dfrac{1}{3}$

Câu 28.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $CD//AB$ nên $d\left(SB,CD\right) = d\left(CD,\left(SAB\right)\right) = d\left(C,\left(SAB\right)\right) = BC = 2a$.

Câu 29.

Lời giải

Chọn B

TXĐ : $D = \mathbb{R}\setminus\left\{3;-2\right\}$.

Ta có hàm số liên tục tại mọi $x \in D$ và hàm số gián đoạn tại $x = -2, x = 3$.

Câu 30.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{\left(\sqrt{x+1}+2\right)(x-3)}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{1}{\sqrt{x+1}+2}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 31.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AA'}=\vec{b}-\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{c}$

Câu 32.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=2mx-4$; $f'(x)=2mx-4<0$. (1)

TH1) $m=0$, ta được: (1) $\Leftrightarrow -4<0$ nên cũng thỏa $\forall x\in(-1;2)$.

TH2) $m>0$, ta được: (1) $\Leftrightarrow x<\dfrac{2}{m}\Rightarrow S=\left(-\infty;\dfrac{2}{m}\right)$.

Để $f'(x)<0$ với $\forall x\in(-1;2)\Leftrightarrow(-1;2)\subset S\Leftrightarrow\dfrac{2}{m}\geq 2\Leftrightarrow m\leq 1$.

TH3) $m<0$, ta được: (1) $\Leftrightarrow x>\dfrac{2}{m}\Rightarrow S=\left(\dfrac{2}{m};+\infty\right)$.

Để $f'(x)<0$ với $\forall x\in(-1;2)\Leftrightarrow(-1;2)\subset S\Leftrightarrow\dfrac{2}{m}\leq -1\Leftrightarrow m\geq -2$.

Vậy, $-2\leq m\leq 1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 33.

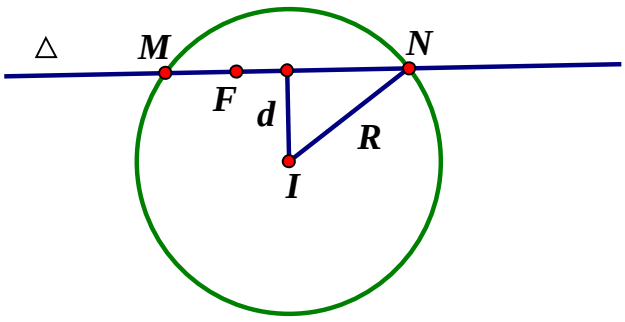
Lời giải

Chọn D

Đường tròn $(\gamma):x^2+(y-1)^2=4$ có tâm $I(0;1)$, $R=3$.

Ta có $A(1;1+m)$; $y'=3x^2-2mx\Rightarrow y'(1)=3-2m$.

Suy ra phương trình Δ: $y=(3-2m)(x-1)+1+m$. Dễ thấy Δ luôn đi qua điểm cố định $F\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{2}\right)$ và điểm F nằm trong đường tròn (γ)(do $IF=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}<R$).



Giả sử Δ cắt (γ) tại M, N. Thế thì ta có: $MN=2\sqrt{R^2-d^2(I;\Delta)}=2\sqrt{9-d^2(I;\Delta)}$.

Do đó MN nhỏ nhất $\Leftrightarrow d\left(I;\Delta\right)$ lớn nhất $\Leftrightarrow d\left(I;\Delta\right)=IF\Rightarrow \Delta\perp IF$.

Khi đó đường Δ có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}\perp\overline{IF}=\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$; $\vec{u}=\left(1;3-2m\right)$ nên ta có:

$\vec{u}.\vec{n}=0\Leftrightarrow 1.\frac{3}{2}+\left(3-2m\right).\frac{3}{2}=0\Leftrightarrow m=2$.

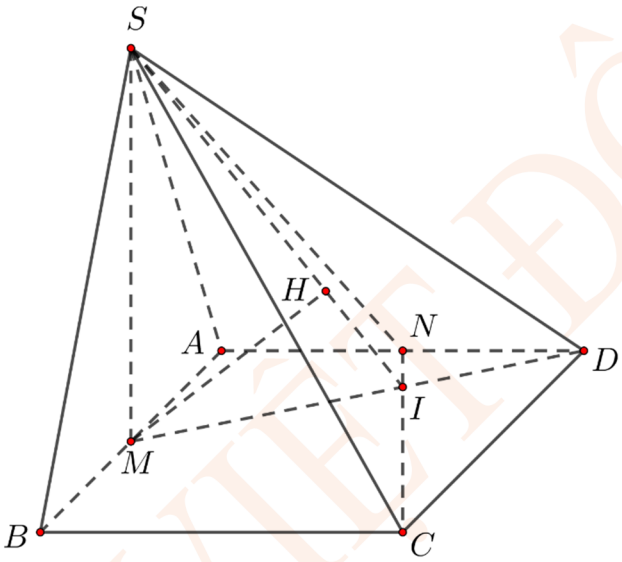
Với $m=2$ ta có $A\left(1;3\right)$, $y'\left(1\right)=-1$.

Phương trình tiếp tuyến là $y=-1.\left(x-1\right)+3\Leftrightarrow y=-x+4$.

Câu 34.

Lời giải

Chọn C



M là trung điểm của AB thì $SM\perp\left(ABCD\right)$. Ta có $SM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi I là giao điểm của NC và MD. Ta có $d\left(D;\left(SCN\right)\right)=\frac{ID}{IM}d\left(M;\left(SCN\right)\right)$.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $NC\perp DM$ tại I. $ID.CN=DN.DC\Leftrightarrow ID=\frac{DN.DC}{CN}=\frac{\frac{a}{2}.a}{\frac{a\sqrt{5}}{2}}=\frac{a\sqrt{5}}{5}$

$\Rightarrow IM=DM-ID=\frac{a\sqrt{5}}{2}-\frac{a\sqrt{5}}{5}=\frac{3a\sqrt{5}}{10}\Rightarrow\frac{ID}{IM}=\frac{2}{3}$.

Do $\begin{cases}IM\perp CN\\CN\perp SM\end{cases}\Rightarrow CN\perp\left(SMI\right)$. Kẻ $MH\perp SI$, vì $CN\perp MH$ nên $MH\perp\left(SCN\right)\Rightarrow MH=d\left(M;\left(SCN\right)\right)$.

Trong tam giác SMI có $\frac{1}{MH^2}=\frac{1}{SM^2}+\frac{1}{MI^2}=\frac{4}{3a^2}+\frac{20}{9a^2}=\frac{32}{9a^2}$.

Vậy $MH=\frac{3a\sqrt{2}}{8}\Rightarrow d\left(D;\left(SCN\right)\right)=\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 35.

Lời giải

Chọn A

Vì $5x^3-9x^2+3x+1=(x-1)^2(5x+1)$ và $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{ax^2+11}+bx-3}{5x^3-9x^2+3x+1}=c$ suy ra phương trình $\sqrt{ax^2+11}+bx-3=0(1)$ có nghiệm kép $x=1$.

+ $(1)\Leftrightarrow\sqrt{ax^2+11}=3-bx\Rightarrow ax^2+11=(3-bx)^2\Leftrightarrow(a-b^2)x^2+6bx+2=0(*)$.

+ (1) có nghiệm kép $x=1$ suy ra $(*)$ có nghiệm kép $x=1$.

+ $(*)$ có nghiệm kép $x=1\Leftrightarrow\begin{cases}a-b^2\neq 0\\a-b^2+6b+2=0\\9b^2-2(a-b^2)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-b^2\neq 0\\a-b^2+6b+2=0\\9b^2+12b+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-\frac{2}{3}\\a=\frac{22}{9}\end{cases}$ (2).

+ Thay trở lại ta có:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{ax^2+11}+bx-3}{5x^3-9x^2+3x+1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{\frac{22}{9}x^2+11}-\frac{2}{3}x-3}{5x^3-9x^2+3x+1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{22x^2+99}-2x-9}{3(x-1)^2(5x+1)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{22x^2+99-(2x+9)^2}{3(x-1)^2(5x+1)\left[\sqrt{22x^2+99}+(2x+9)\right]}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{18x^2-36x+18}{3(x-1)^2(5x+1)\left[\sqrt{22x^2+99}+(2x+9)\right]}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{18(x-1)^2}{3(x-1)^2(5x+1)\left[\sqrt{22x^2+99}+(2x+9)\right]}$$

$=\lim\limits_{x\to 1}\frac{6}{(5x+1)\left[\sqrt{22x^2+99}+(2x+9)\right]}=\frac{1}{22}$ (3).

+ Từ (2) và (3) suy ra $a=\frac{22}{9};b=-\frac{2}{3};c=\frac{1}{22}$.

+ Với $a=\frac{22}{9};b=-\frac{2}{3};c=\frac{1}{22}$ ta có phương trình $-4x^4+22x^2-1=0$ $(**)$.

+ Phương trình $(**)$ là phương trình trùng phương, S là tập hợp các nghiệm của phương trình $(**)$. Vậy tổng các phần tử của tập S bằng 0.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

Ta có: $f(x)=\sqrt{2x-1}\Rightarrow f'(x)=\frac{(2x-1)'}{2\sqrt{2x-1}}=\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$

$$\Rightarrow f''(x)=\frac{-\left(\sqrt{2x-1}\right)'}{2x-1}=\frac{-1}{(2x-1)\sqrt{2x-1}}=\frac{-1}{\sqrt{(2x-1)^3}}$$

$$\Rightarrow f'''(x)=\frac{\left(\sqrt{(2x-1)^3}\right)'}{(2x-1)^3}=\frac{3(2x-1)^2}{(2x-1)^3\sqrt{(2x-1)^3}}=\frac{3}{\sqrt{(2x-1)^5}}.$$

Vậy $f'''(1)=3$.

Câu 37.

Lời giải

Ta có $f'(x)=2x-3\Rightarrow f''(x)=2$.

Do đó $4f'(x)-(2x-5)f''(x)-x+1=2\sqrt{25-x^2}\Leftrightarrow 4(2x-3)-(2x-5).2-x+1=2\sqrt{25-x^2}$

$$\Leftrightarrow 8x-12-4x+10-x+1=2\sqrt{25-x^2} \Leftrightarrow 3x-1=2\sqrt{25-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge\dfrac{1}{3} \\ 9x^2-6x+1=4\left(25-x^2\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge\dfrac{1}{3} \\ 9x^2-6x+1=100-4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge\dfrac{1}{3} \\ 13x^2-6x-99=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge\dfrac{1}{3} \\ \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-\dfrac{33}{13} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=3.$$

Câu 38.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2-6x+1$.

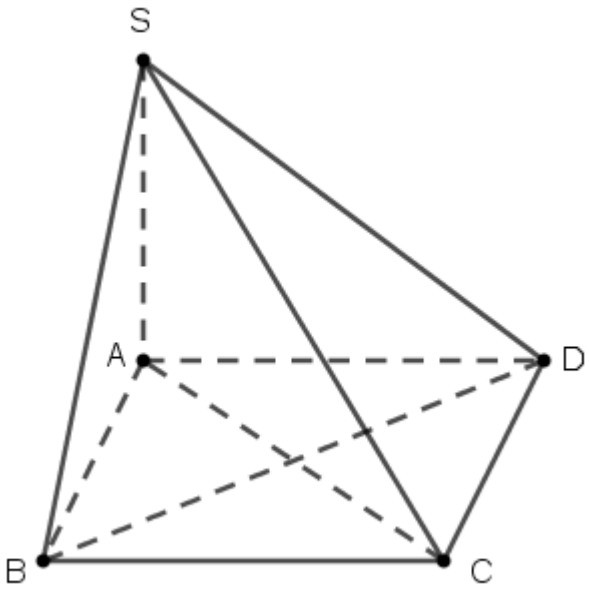
Gọi $M\left(x_0;y_0\right)$ là tiếp điểm.

Ta có $x_0=1$ do đó $y_0=1^3-3.1^2+1-1=-2$; $y'(1)=3.1^2-6.1+1=-2$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 là $y=y'(1)(x-1)+(-2)\Rightarrow y=-2x$.

Câu 39.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} (SAB)\cap(SAC)=SA \\ (SAB)\perp(ABCD) \\ (SAC)\perp(ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA\perp(ABCD)\Rightarrow d\left(S,(ABCD)\right)=SA.$

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $BC=AD=a\sqrt{3}$ và ΔABC vuông tại B.

Theo định lí Py-ta-go trong ΔABC vuông tại B có:

$$AC^2=AB^2+BC^2=a^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2=4a^2\Rightarrow AC=2a.$$

Theo định lí Py-ta-go trong ΔSAC vuông tại A ($SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA\perp AC$) có:

$$SA^2 = SC^2 - AC^2 = \left(a\sqrt{5}\right)^2 - \left(2a\right)^2 = a^2 \Rightarrow SA = a\,.$$

Vậy $d\left(S,\left(ABC\right)\right) = a\,.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 14

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. Vi phân của hàm số là

A. $dy=\dfrac{3dx}{(x-1)^2}$. **B.** $dy=\dfrac{-3dx}{(x-1)^2}$. **C.** $dy=-\dfrac{dx}{(x-1)^2}$. **D.** $dy=\dfrac{dx}{(x-1)^2}$.

Câu 2. Hàm số $y=\cot x$ có đạo hàm là

A. $y'=-\tan x$. **B.** $y'=-\dfrac{1}{\cos^2 x}$. **C.** $y'=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$. **D.** $y'=1+\cot^2 x$.

Câu 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân ở A, H là trung điểm BC. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hai mặt phẳng $(AA'B'B)$ và $(AA'C'C)$ vuông góc nhau.

B. $(AA'H)$ là mặt phẳng trung trực của BC.

C. Nếu O là hình chiếu vuông góc của A lên $(A'BC)$ thì $O\in A'H$.

D. Các mặt bên của $ABC.A'B'C'$ là các hình chữ nhật bằng nhau.

Câu 4. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x-6}{(x-5)^2}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 5. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\lim\dfrac{1}{n^k}=0$ với k là số nguyên dương.

B. Nếu $\lim u_n=a$ và $\lim v_n=+\infty$ thì $\lim\dfrac{u_n}{v_n}=0$.

C. Nếu $|q|<1$ thì $\lim q^n=0$.

D. Nếu $\lim u_n=a$ và $\lim v_n=b$ thì $\lim\dfrac{u_n}{v_n}=\dfrac{a}{b}$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên K và $x_0\in K$. Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại x_0 khi và chỉ khi

A. $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=f(x_0)$. **B.** $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=f(x_0)$.

C. $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=f(x_0)$. **D.** $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$ và $x_0\in(a;b)$. Khi đó đạo hàm của hàm số $y=f(x)$ tại x_0 (nếu có) được xác định bởi công thức nào dưới đây?

A. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x_0-x}$. **B.** $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.

C. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x_0)-f(x)}{x-x_0}$. **D.** $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

C. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

Câu 9. Cho hàm số $y=2x^3+1$. Khi đó $y'(-1)$ bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** -6. **D.** -2.

Câu 10. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y=x^4-2x^2-1$ tại điểm $x=-1$?

A. $y''(-1)=0$. **B.** $y''(-1)=-16$. **C.** $y''(-1)=8$. **D.** $y''(-1)=-8$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y=2x^3+1$ là

A. $y'=6x^2+1$. **B.** $y'=6x^2$. **C.** $y'=3x^2$. **D.** $y'=6x$.

Câu 12. Tính $\lim\limits_{x\to 4}\frac{x+5}{x-1}$.

A. $+\infty$. **B.** 1. **C.** -5. **D.** 3.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và các cạnh bên bằng nhau. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của đáy. Tìm mặt phẳng vuông góc với SO?

A. $(ABCD)$. **B.** (SAB). **C.** (SAC). **D.** (SBC).

Câu 14. Tính giới hạn $\lim\dfrac{-3n+2}{n+3}$.

A. -3. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 15. Giả sử $u=u(x)$ là hàm số có đạo hàm khác 1 tại điểm x thuộc khoảng xác định và $u(x)>0$ tại một điểm x thuộc khoảng xác định. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\left(\sqrt{u}\right)'=\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$. **B.** $\left(\sqrt{u}\right)'=\dfrac{1}{\sqrt{u}}$. **C.** $\left(\sqrt{u}\right)'=\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$. **D.** $\left(\sqrt{u}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{u}}$.

Câu 16. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng SA và BC là

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).

A. $\dfrac{a}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 18. *Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y=f(x)$ tại điểm $M_0(x_0;f(x_0))$ là*

A. $y+x_0=f'(x_0)(x-x_0)$. ***B.*** $y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$, *(trong đó* $y_0=f(x_0)$*)*.

C. $y+y_0=f'(x_0)(x-x_0)$, *(trong đó* $y_0=f(x_0)$*)*. ***D.*** $y-x_0=f'(x_0)(x+x_0)$.

Câu 19. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $+\infty$.

Câu 20. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y=9x+10$ là

A. $y=9x,\ y=9x-26$. **B.** $y=9x-6,\ y=9x-28$.

C. $y=9x+6,\ y=9x-26$. **D.** $y=9x+6,\ y=9x-28$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x-2}{x-2} & \text{khi } x>2\\ 5-x & \text{khi } x\le 2\end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số liên tục tại $x_0=2$.
B. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.
D. Hàm số gián đoạn tại $x_0=0$.

Câu 22. Hàm số $y=\tan^2\dfrac{x}{2}$ có đạo hàm là

A. $y'=\dfrac{\sin\frac{x}{2}}{\cos^2\frac{x}{2}}$.
B. $y'=\dfrac{\sin\frac{x}{2}}{\cos^3\frac{x}{2}}$.
C. $y'=\dfrac{\sin\frac{x}{2}}{2\cos^3\frac{x}{2}}$.
D. $y'=\tan^2\dfrac{x}{2}$.

Câu 23. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $y''y^3=2$.
B. $y''y+2(y')^2=0$.
C. $y''y=2(y')^2$.
D. $y''y^3+2=0$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)=a\cos x+2\sin x-3x+1$. Tìm a để phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm.

A. $|a|<5$.
B. $|a|<\sqrt{5}$.
C. $|a|\ge\sqrt{5}$.
D. $|a|>5$.

Câu 25. Tính tỉ số $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ của hàm số $y=x^2+1$ theo x và Δx.

A. $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=2x+\Delta x$.
B. $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=(2x+\Delta x)\Delta x$.
C. $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=2.\Delta x$.
D. $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=2x$.

Câu 26. Cho hàm số $y=3x^3+x^2+1$, có đạo hàm là y'. Để $y'\le 0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

A. $\left(-\infty;-\frac{2}{9}\right]\cup[0;+\infty)$.
B. $\left[-\frac{2}{9};0\right]$.
C. $\left[-\frac{9}{2};0\right]$.
D. $\left(-\infty;-\frac{9}{2}\right]\cup[0;+\infty)$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=2a$, $BC=a$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi E là trung điểm của CD. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng BE và SC.

A. $\dfrac{a\sqrt{30}}{10}$.
B. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.
C. $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.
D. a.

Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{c}$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{DM}=\dfrac{1}{2}\left(-2\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.
B. $\overrightarrow{DM}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}\right)$.
C. $\overrightarrow{DM}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}\right)$.
D. $\overrightarrow{DM}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c}\right)$.

Câu 29. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}, AA'=4$. Tính góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$.

A. 45^o.
B. 90^o.
C. 30^o.
D. 60^o.

Câu 30. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB. Góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

A. $135°$. **B.** $150°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Câu 31. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Gia tốc của chuyển động khi $t = 4\ s$ là $a = 18\ m/s^2$.

B. Gia tốc của chuyển động khi $t = 4\ s$ là $a = 9\ m/s^2$.

C. Vận tốc của chuyển động khi $t = 3\ s$ là $v = 12\ m/s$.

D. Vận tốc của chuyển động khi $t = 3\ s$ là $v = 24\ m/s$.

Cho hàm số $y=(m+2)x^3+\frac{3}{2}(m+2)x^2+3x-1$, m là tham số. Số các giá trị nguyên m để $y'\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ là

A. 5. **B.** Có vô số giá trị nguyên m.

C. 3. **D.** 4

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BA=3a$, $BC=4a$, $(SBC)\perp(ABC)$. Biết $SB=2a\sqrt{3}$, $\widehat{SBC}=30°$. Khoảng cách từ B đến $mp(SAC)$ là

A. $\frac{4a\sqrt{7}}{7}$. **B.** $\frac{6a\sqrt{7}}{7}$. **C.** $\frac{3a\sqrt{7}}{7}$. **D.** $\frac{5a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\left[f(1+2x)\right]^3=8x-\left[f(1-x)\right]^2,\forall x\in\mathbb{R}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y=-x-2$. **B.** $y=x+2$. **C.** $y=-x+2$. **D.** $y=x-2$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x) = 2x^2 + x - 3$. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{f(x)}+\sqrt{f(4x)}+\sqrt{f(4^2x)}+\ldots+\sqrt{f(4^{2018}x)}}{\sqrt{f(x)}+\sqrt{f(2x)}+\sqrt{f(2^2x)}+\ldots+\sqrt{f(2^{2018}x)}}=\frac{a^{2019}+b}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương và $b < 2019$. Tính giá trị của $S = a + b - c$.

A. $S = 0$. **B.** $S = 2017$. **C.** $S = 2018$. **D.** $S = -1$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Tính đạo hàm các hàm số sau: $y=\frac{\sqrt{x}+2}{x+1}$ tại $x=1$.

Câu 37. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{m}{2}x^2+mx+5$. Tất cả các giá trị của tham số m để $y'\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 38. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C): $y=\frac{x-1}{2x-3}$ tại giao điểm của (C) và trục hoành.

Câu 39. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Mặt bên SAB là tam giác vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. $SA=a$. Hình chiếu vuông góc của S lên đường thẳng AB là điểm H sao cho $AH:AB=1:4$. Gọi I là giao điểm của HC và BD. Tính $d(I,(SCD))$

---------- **HẾT** ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP ÁN CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	C	D	B	D	C	B	D	B	C	B	D	A	A	A	A	D	B
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
C	C	D	B	C	C	A	B	A	D	C	C	A	A	B	D	A	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

Chọn B

$dy = \left(\frac{x+2}{x-1}\right)' dx = \frac{-3}{(x-1)^2} dx.$

Câu 2.

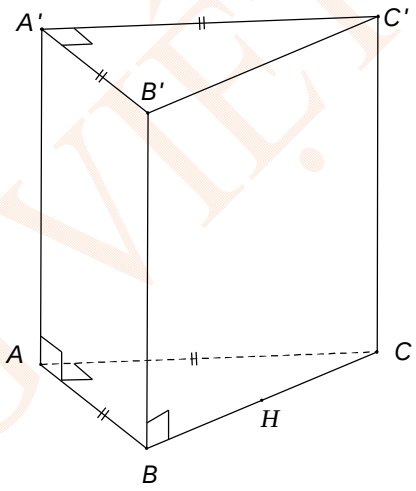
Lời giải

Chọn C

Câu 3.

Lời giải

Chọn D



Vì ABC là tam giác vuông cân ở $A \Rightarrow AB = AC \neq BC$
nên các mặt bên của lăng trụ không bằng nhau.
Vậy đáp án **A** sai.

Câu 4.

Lời giải

Chọn B

Vì $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 5}(x-6) = -1 \\ \lim\limits_{x\to 5}(x-5)^2 = 0 \\ (x-5)^2 > 0, \forall x \neq 5 \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 5} \frac{x-6}{(x-5)^2} = -\infty.$

Câu 5.

Lời giải

ChọnD

Vì chỉ đúng với $b \neq 0$.

Câu 6.

Lời giải

Chọn C

Câu 7.

Lời giải

Chọn B

Câu 8.

Lời giải

Chọn D

Vì G là trọng tâm của tam giác BCD ta có $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Câu 9.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 6x^2 \Rightarrow y'(-1) = 6$.

Câu 10.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số: $\mathbb{R}$.

$y' = 4x^3 - 4x$, $y'' = 12x^2 - 4$. Vậy $y''(-1) = 8$

Câu 11.

Lời giải

Chọn B

$y' = 3.2.x^2 = 6x^2$.

Câu 12.

Lời giải

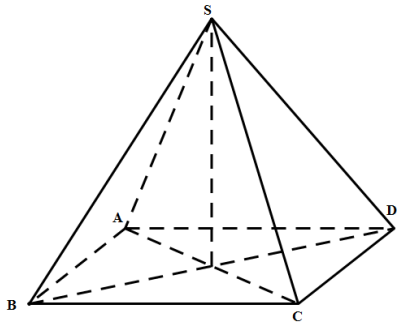
Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to 4} \frac{x+5}{x-1} = \frac{9}{3} = 3$.

Câu 13.

Lời giải

Chọn A



Vì $SA = SB = SC = SD$ nên tam giác SAC, SBD là các tam giác cân tại S

Lại có O là trung điểm của hai đường chéo $\Rightarrow SO \perp AC \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Câu 14.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim \dfrac{-3n+2}{n+3} = \lim \dfrac{-3+\dfrac{2}{n}}{1+\dfrac{3}{n}} = \dfrac{-3+0}{1+0} = -3$.

Câu 15.

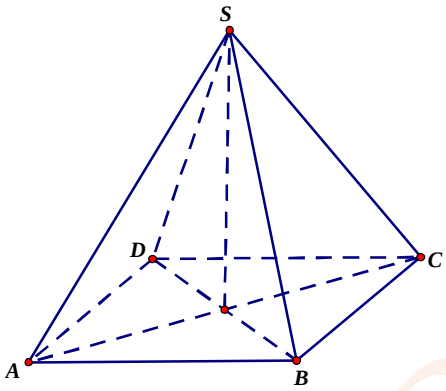
Lời giải

Chọn A

Câu 16.

Lời giải

Chọn A



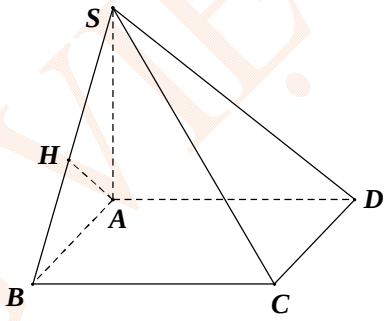
Do $BC // AD$ nên $\left(\widehat{SA,BC}\right)=\left(\widehat{SA,AD}\right)$. Mà tam giác SAD đều nên $\left(\widehat{SA,AD}\right)=60°$.

Vậy $\left(\widehat{SA,BC}\right)=60°$.

Câu 17.

Lời giải

Chọn D



Do $SA\perp\left(ABCD\right)\Rightarrow SA\perp BC$ mà $AB\perp BC\Rightarrow BC\perp\left(SAB\right)$.

Gọi H là hình chiếu của A trên SB. Khi đó $BC\perp AH\Rightarrow AH\perp\left(SBC\right)$.

Ta có $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AB^2}\Rightarrow AH=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow d\left(A,\left(SBC\right)\right)=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 18.

Lời giải

Chọn B

Theo sách giáo khoa 11 cơ bản.

Câu 19.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\frac{x+3-4}{\left(x-1\right)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}=\lim\limits_{x\to1}\frac{1}{\sqrt{x+3}+2}=\frac{1}{4}$.

Câu 20.

Lời giải

Chọn C

Vì tiếp tuyến *(d)* song song với đường thẳng $y=9x+10$ nên *(d)* có hệ số góc bằng 9.

Ta có $y'=\left(x^3-3x^2+1\right)'=3x^2-6x$

$$y'\left(x_0\right)=9\Leftrightarrow 3{x_0}^2-6x_0=9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=-1\Rightarrow y_0=-3\Rightarrow M\left(-1,-3\right)\\x_0=3\Rightarrow y_0=1\Rightarrow N\left(3,1\right)\end{array}\right.$$

Phương trình tiếp tuyến của $\left(C\right)$ qua $M\left(-1,-3\right)$ là $y=9\left(x+1\right)-3\Leftrightarrow y=9x+6$

Phương trình tiếp tuyến của $\left(C\right)$ qua $N\left(3,1\right)$ là $y=9\left(x-3\right)+1\Leftrightarrow y=9x-26$

Câu 21.

Lời giải

Chọn D

+) Dễ thấy, hàm số có tập xác định trên $\mathbb{R}$ nên phương án B đúng.

+) Với $x\in\left(2;+\infty\right)$, ta có $f\left(x\right)=\dfrac{x^2-x-2}{x-2}$ là hàm số liên tục trên $\left(-\infty;2\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$ nên hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\left(2;+\infty\right)$.

+) Với $x\in\left(-\infty;2\right)$, ta có $f\left(x\right)=5-x$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\left(-\infty;2\right)$.

Suy ra hàm số liên tục tại $x_0=0$, Vậy C Sai.

+) Xét tính liên tục của hàm số tại $x_0=2$. Ta có

$$\lim\limits_{x\to2^+}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to2^+}\frac{x^2-x-2}{x-2}=\lim\limits_{x\to2^+}\frac{\left(x-2\right)\left(x+1\right)}{x-2}=\lim\limits_{x\to2^+}\left(x+1\right)=3.$$

$$\lim\limits_{x\to2^-}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to2^-}\left(5-x\right)=3=f\left(2\right).$$

Suy ra hàm số liên lục trên $x=2$. Do đó hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên phương án A và D đúng.

Câu 22.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\left(\tan^2\dfrac{x}{2}\right)'=2.\tan\dfrac{x}{2}.\left(\tan\dfrac{x}{2}\right)'=\dfrac{2.\tan\dfrac{x}{2}.\left(\dfrac{x}{2}\right)'}{\cos^2\dfrac{x}{2}}=\dfrac{\tan\dfrac{x}{2}.}{\cos^2\dfrac{x}{2}}=\dfrac{\sin\dfrac{x}{2}}{\cos^3\dfrac{x}{2}}.$

Câu 23.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=\dfrac{1}{x};y'=-\dfrac{1}{x^2};y''=\dfrac{2}{x^3}.$

$\Rightarrow y''\cdot y=\dfrac{2}{x^3}\cdot\dfrac{1}{x}=2\cdot\dfrac{1}{x^4}=2\left(y'\right)^2$

Câu 24.

Lời giải

Chọn C

$f'(x)=2\cos x-a\sin x-3=0$ có nghiệm $\Leftrightarrow 4+a^2\ge9\Leftrightarrow a^2\ge5\Leftrightarrow\left|a\right|\ge\sqrt{5}$.

Câu 25.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x) = \left[(x+\Delta x)^2 + 1\right] - \left[x^2+1\right]$

$= x^2 + 2x.\Delta x + (\Delta x)^2 + 1 - x^2 - 1 = 2x.\Delta x + (\Delta x)^2 = (2x+\Delta x)\Delta x$

$\Rightarrow \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 2x + \Delta x$.

Câu 26.

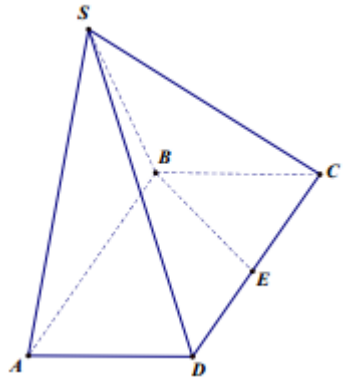
Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 9x^2 + 2x$.

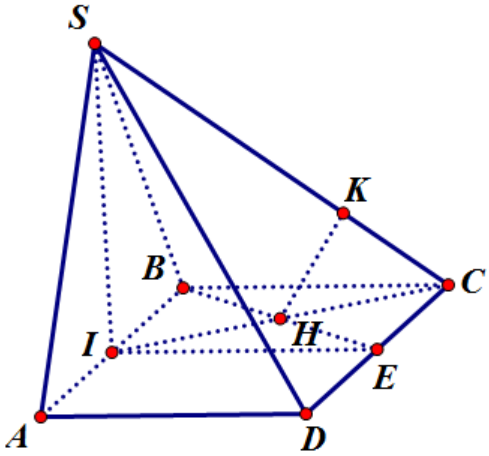
Do đó, $y' \le 0 \Leftrightarrow y' = 9x^2 + 2x \le 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{9} \le x \le 0 x \in \left[-\frac{2}{9}; 0\right]$.

Câu 27.



Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của AB ta có: $SI \perp AB$ mà $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SI \perp (ABCD)$.

Gọi H là giao điểm của IC và BE, kẻ $HK \perp SC$ tại K.

Khi đó: $IBCE$ là hình vuông nên $BE \perp IC$ mà $BE \perp SI$ do đó $BE \perp (SIC)$.

Suy ra $BE \perp HK$ mà $HK \perp SC$ nên $d(BE;SC) = HK$.

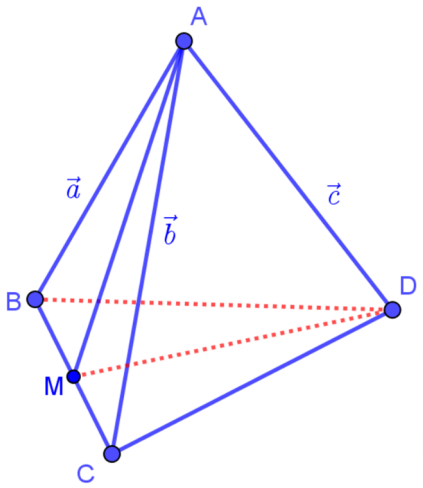
Do tam giác CKH và CIS đồng dạng nên

$$\frac{HK}{IS}=\frac{CH}{CS}\Rightarrow HK=\frac{CH.IS}{CS}=\frac{a\frac{\sqrt{2}}{2}.a\sqrt{3}}{\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2}}=\frac{a\sqrt{30}}{10}.$$

Câu 28.

Lời giải

Chọn D

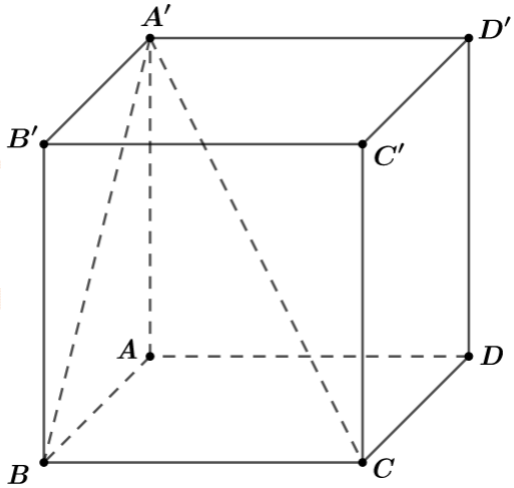


$$\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)-\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c}\right).$$

Câu 29.

Lời giải

Chọn C



Ta có $CB\perp AB, CB\perp BB'\Rightarrow CB\perp (AA'B'B)$.

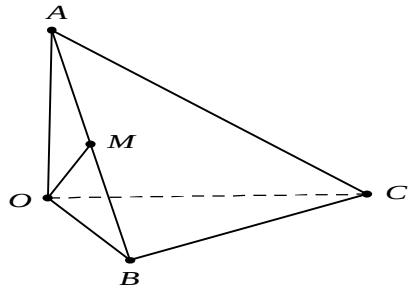
$\Rightarrow A'C$ có hình chiếu là $A'B$ trên $(AA'B'B)\Rightarrow \left(A'C,(AA'B'B)\right)=(A'C,A'B)=\widehat{CA'B}$ (vì $\Delta CA'B$ vuông tại B nên $\widehat{CA'B}$ nhọn).

Ta có $A'B=\sqrt{AA'^2+AB^2}=2\sqrt{6}\Rightarrow tan\,\widehat{CA'B}=\frac{BC}{A'B}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow \widehat{CA'B}=30^o$.

Câu 30.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)\\ \overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{OM}.\overrightarrow{BC}=-\frac{1}{2}OB^2=-\frac{a^2}{2}$.

$BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=a\sqrt{2}$ và $OM=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\sqrt{OA^2+OB^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó $\cos\left(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{BC}}{OM.BC}=\frac{-\frac{a^2}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}.a\sqrt{2}}=-\frac{1}{2}\Rightarrow\left(\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{BC}\right)=120°$.

Câu 31.

Lời giải

Chọn A

Ta có $v(t)=s'(t)=3t^2-6t\Rightarrow a(t)=v'(t)=6t-6$.

Tại $t=3\Rightarrow v(3)=3.3^2-6.3=9\ \ m/s$.

Tại $t=4\Rightarrow a(4)=6.4-6=18\ \ m/s^2$.

Câu 32.

Lời giải

Chọn A

$y'=3(m+2)x^2+3(m+2)x+3\ge 0=>(m+2)x^2+(m+2)x+1\ge 0(1)$

Để phương trình (1) luôn thõa mãn $\forall x\in\mathbb{R}$

TH1: $m+2=0=>m=-2=>y'=1\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ (Nhận)

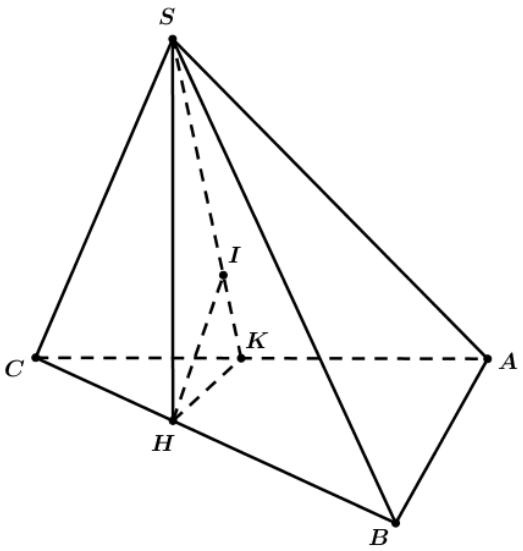
TH2: $m+2\ne 0=>m\ne -2\ =>\begin{cases}m+2>0\\ \Delta\le 0\end{cases}=>\begin{cases}m>-2\\ m^2-4\le 0\end{cases}=>\begin{cases}m>-2\\ -2\le m\le 2\end{cases}=>-2<m\le 2$

Kết hợp hai trường hợp: $m=-2;-1;0;1;2$.

Câu 33.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $SH \perp BC$. Do $(SBC) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Xét tam giác SHB vuông tại H,

ta có $\cos \widehat{SBH} = \dfrac{BH}{SB} \Leftrightarrow BH = SB.\cos 30° \Leftrightarrow BH = 3a$ $SH = SB.\sin 30° = a\sqrt{3}$

Suy ra: $CH = a$. Vậy $d\left(B,(SAC)\right) = 4d\left(H,(SAC)\right)$

Trong (ABC) kẻ $HK \perp AC$ cắt AC tại K, kẻ $HI \perp SK$ (1) cắt SK tại I.

Ta có $\left.\begin{matrix} AC \perp HK \\ AC \perp SH \end{matrix}\right\} \Rightarrow AC \perp (SHK) \Rightarrow AC \perp HI$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $HI \perp (SAC) \Rightarrow d\left(H,(SAC)\right) = HI$.

Tam giác ABC vuông tại B nên $CA = \sqrt{CB^2 + BA^2} = 5a$.

ΔCKH đồng dạng với ΔCBA nên $\dfrac{HK}{AB} = \dfrac{CH}{CA} \Rightarrow HK = \dfrac{CH.AB}{CA} = \dfrac{3a}{5}$.

Xét ΔSHK vuông tại H có $HI = \dfrac{SH.HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \dfrac{3a\sqrt{7}}{14}$.

$d\left(B,(SAC)\right) = 4d\left(H,(SAC)\right) = 4HI = \dfrac{6a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 34.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left[f(1+2x)\right]^3 = 8x - \left[f(1-x)\right]^2, \forall x \in \mathbb{R}$ (1)

Từ (1) cho $x = 0$ ta được $f^3(1) = -f^2(1) \Leftrightarrow \left[\begin{matrix} f(1) = 0 \\ f(1) = -1 \end{matrix}\right.$

Đạo hàm 2 vế của (1) ta được

$6\left[f(1+2x)\right]^2 . f'(1+2x) = 8 + 2f(1-x).f'(1-x)$ (2)

Từ (2) cho $x = 0$ ta được $6\left[f(1)\right]^2 . f'(1) = 8 + 2f(1).f'(1)$

$\Leftrightarrow 6f^2(1).f'(1) - 2f(1).f'(1) = 8$ (3)

Trường hợp 1: Nếu $f(1) = 0$ thì từ (3) ta có $6.0 - 2.0 = 8$ (vô lý).

Trường hợp 2: Nếu $f(1)=-1$ thì từ (3) ta có $6f'(1)+2f'(1)=8\Rightarrow f'(1)=1$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là

$y=f'(1).(x-1)+f(1)\Leftrightarrow y=x-2$.

Câu 35.

Lời giải

Chọn A

+ Ta có: $\begin{cases} f(2x)=2(2x)^2+2x-3 \\ f(2^2x)=2(2^2x)^2+2^2x-3 \\ \dots \\ f(2^{2018}x)=2(2^{2018}x)^2+2^{2018}x-3 \end{cases}$ và $\begin{cases} f(4x)=2(4x)^2+4x-3 \\ f(4^2x)=2(4^2x)^2+4^2x-3 \\ \dots \\ f(4^{2018}x)=2(4^{2018}x)^2+4^{2018}x-3 \end{cases}$

+ Do đó $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{f(x)}+\sqrt{f(4x)}+\sqrt{f(4^2x)}+\dots+\sqrt{f(4^{2018}x)}}{\sqrt{f(x)}+\sqrt{f(2x)}+\sqrt{f(2^2x)}+\dots+\sqrt{f(2^{2018}x)}}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{2+\frac{1}{x}-\frac{3}{x^2}}+\sqrt{2.4^2+\frac{4}{x}-\frac{3}{x^2}}+\dots+\sqrt{2(4^{2018})^2+\frac{4^{2018}}{x}-\frac{3}{x^2}}}{\sqrt{2+\frac{1}{x}-\frac{3}{x^2}}+\sqrt{2.2^2+\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}+\dots+\sqrt{2(2^{2018})^2+\frac{2^{2018}}{x}-\frac{3}{x^2}}}$

$=\frac{\sqrt{2}(1+4+4^2+\dots+4^{2018})}{\sqrt{2}(1+2+2^2+\dots+2^{2018})}=\frac{1\frac{1-4^{2019}}{1-4}}{\frac{1-2^{2019}}{1-2}}=\frac{1}{3}\frac{4^{2019}-1}{2^{2019}-1}=\frac{2^{2019}+1}{3}$.

Vì $2^{2019}>2019$ cho nên sự xác định ở trên là duy nhất nên $\begin{cases} a=2 \\ b=1. \\ c=3 \end{cases}$

+ Vậy $S=a+b-c=0$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36.

Lời giải

Ta có: $\left(\frac{\sqrt{x}+2}{x+1}\right)'=\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)'.(x+1)-\left(\sqrt{x}+2\right)(x+1)'}{(x+1)^2}$

$=\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}.(x+1)-\left(\sqrt{x}+2\right)}{(x+1)^2}=\frac{x+1-2x-4\sqrt{x}}{2\sqrt{x}(x+1)^2}=\frac{1-x-4\sqrt{x}}{2\sqrt{x}(x+1)^2}$.

Vậy đạo hàm của hàm số tại $x=1$ là: $y'(1)=\frac{1}{2}$.

Câu 37.

Lời giải

$y=\frac{1}{3}x^3-\frac{m}{2}x^2+mx+5;\ y'=x^2-mx+m$

$y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2-mx+m\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m^2-4m\le 0\Leftrightarrow 0\le m\le 4$.

Câu 38.

Lời giải

+ TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}$.

+ Gọi $A(x_A,0)$ là giao điểm của (C) với trục hoành $\Rightarrow x_A=1 \Rightarrow A(1;0)$.

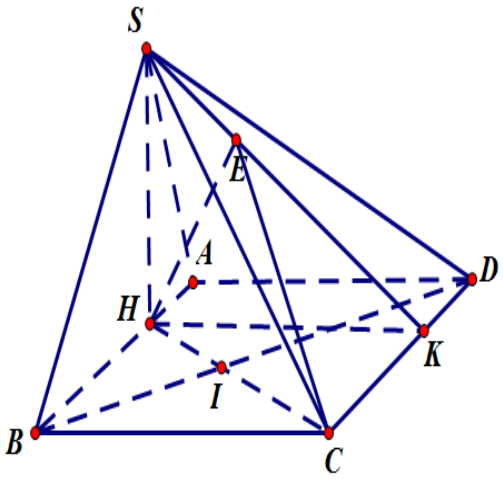
+ $y'=\dfrac{-1}{(2x-3)^2} \Rightarrow y'(x_A)=-1$.

+ Phương trình tiếp tuyến với (C) tại $A(1;0)$ là:

$y=-1(x-1) \Leftrightarrow y=-x+1$.

Câu 39.

Lời giải



Ta có:

$\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\Rightarrow SH\perp(ABCD)\\(SAB)\supset SH\perp AB\end{cases}$

Trong (ABCD), kẻ $HK\perp CD$ tại K, nối SK. Kẻ $HE\perp SK$ tại E (1)

Ta có:

$\begin{cases}CD\perp HK\\CD\perp SH\,(SH\perp(ABCD),CD\subset(ABCD))\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SHK)$

$\Rightarrow CD\perp HE, HE\subset(SHK)$ (2)

Từ (1),(2): $HE\perp(SCD)$

Suy ra: $d(H,(SCD))=HE$

$\dfrac{1}{HE^2}=\dfrac{1}{SH^2}+\dfrac{1}{HK^2}\Leftrightarrow HE=\dfrac{a\sqrt{57}}{6}$

$d(I,(SCD))=HE.\dfrac{CI}{CH}=HE.\dfrac{1}{1+\dfrac{BH}{CD}}=\dfrac{a\sqrt{57}}{6}.\dfrac{1}{1+\dfrac{3}{4}}=2a\dfrac{\sqrt{57}}{21}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 15

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) được cho bởi công thức

A. $S=\dfrac{u_1(1-q)}{1-q^n}(|q|<1)$.

B. $S=\dfrac{1-q^n}{u_1}(|q|<1)$.

C. $S=\dfrac{1-q}{u_1}(|q|<1)$.

D. $S=\dfrac{u_1}{1-q}(|q|<1)$.

Câu 2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai ?**

A. Nếu $\lim u_n=L$ với mọi n thì $\lim\sqrt{u_n}=\sqrt{L}$.

B. Nếu $\lim u_n=a$ và $\lim v_n=\pm\infty$ thì $\lim\dfrac{u_n}{v_n}=0$.

C. Nếu $\lim u_n=+\infty$ và $\lim v_n=a>0$ thì $\lim u_n.v_n=+\infty$.

D. Nếu $\lim u_n=a>0$, $\lim v_n=0$ và $v_n>0$ với mọi n thì $\lim\dfrac{u_n}{v_n}=+\infty$.

Câu 3. Điều kiện cần và đủ để $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=L$ là:

A. $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=L$.

B. $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=L$.

C. $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=L$.

D. $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)$.

Câu 4. Biết $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=L<0$ và $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=+\infty$. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to x_0}f(x).g(x)$.

A. L. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $-L$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. Hàm số liên tục trên $(-3;1)$

B. Hàm số liên tục trên R

C. Hàm số gián đoạn tại $x=1$

D. Hàm số gián đoạn tại $x=-1$

Câu 6. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+1}{x^2-2x}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 7. Hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ a & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=1$ thì a bằng?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Khẳng định nào sau đây là đúng**?**

A. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x_0)-f(x-x_0)}{x-x_0}$. **B.** $f'(x_0)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x_0)}{h}$.

C. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x+x_0)-f(x_0)}{x_0-x}$. **D.** $f'(x_0)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{x_0-h}$.

Câu 9. Một vật rơi tự do theo phương trình $S(t)=\dfrac{1}{2}gt^2$, trong đó $g=9,8m/s^2$ là gia tốc trọng trường. Tìm vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t_0=5s$?

A. $47(m/s)$. **B.** $46(m/s)$. **C.** $49(m/s)$. **D.** $48(m/s)$.

Câu 10. Cho hàm số $y=x^{n-1}$, $n\in\mathbb{N},n>2$, Đạo hàm của hàm số là:

A. $y'=nx^{n-1}$ **B.** $y'=(n-1)x^n$.

C. $y'=nx^{n-2}$. **D.** $y'=(n-1)x^{n-2}$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{x}$ là :

A. $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$, $x>0$.

C. $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$, $x\geq 0$. **D.** $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$, $x\neq 0$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{2020}{2021}x^{2021}$ là :

A. $y'=\dfrac{2020}{2021}x^{2020}$. **B.** $y'=2020x^{2020}$.

C. $y'=2021x^{2020}$. **D.** $y'=2020.x^{2021}$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=x^3+2x$. Tính $f'(x)$.

A. $f'(x)=3x^2+2$. **B.** $f'(x)=3x^2$.

C. $f'(x)=x^2+2$. **D.** $f'(x)=3x^2+2x$.

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

A. $y'=\dfrac{3}{(x-1)^2}$. **B.** $y'=-\dfrac{3}{x-1}$. **C.** $y'=\dfrac{3}{x-1}$. **D.** $y'=-\dfrac{3}{(x-1)^2}$.

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y=x^4+2\sqrt{x}$ là

A. $y'=4x^3+\dfrac{2}{\sqrt{x}}$. **B.** $y'=x^3+\dfrac{2}{\sqrt{x}}$. **C.** $y'=4x^3-\dfrac{2}{\sqrt{x}}$. **D.** $y'=4x^3+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $y=(x^7+x)^4$.

A. $y'=(x^7+x).(7x^6+1)$. **B.** $y'=4(x^7+x)$.

C. $y'=4.(7x^6+1)$. **D.** $y'=4(x^7+x)^3(7x^6+1)$.

Câu 17. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{1-x^2}$.

A. $y'=\dfrac{-2x}{\sqrt{1-x^2}}$. **B.** $y'=\dfrac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$.

C. $y'=\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$. **D.** $y'=\dfrac{-x}{2\sqrt{1-x^2}}$.

Câu 18. Tìm đạo hàm của hàm số $y=\sin x+\cos x$.

A. $y'=2\cos x$. **B.** $y'=2\sin x$. **C.** $y'=\sin x-\cos x$. **D.** $y'=\cos x-\sin x$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y=\cos 3x$ là

A. $y'=-3\sin 3x$. **B.** $y'=-3\cos 3x$. **C.** $y'=-\sin 3x$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\cos 3x}$.

Câu 20. Hàm số $y=\sin x$ có đạo hàm là:

A. $y'=\cos x$. **B.** $y'=-\cos x$. **C.** $y'=-\sin x$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\cos x}$.

Câu 21. Đạo hàm của hàm số $y=\cos^3\sqrt{1+x^2}$ là:

A. $y'=3\cos^2\sqrt{1+x^2}$. **B.** $y'=-3\cos^2\sqrt{1+x^2}.\sin\sqrt{1+x^2}$.

C. $y'=\dfrac{-3x}{\sqrt{1+x^2}}\cos^2\sqrt{1+x^2}.\sin\sqrt{1+x^2}$. **D.** $y'=\dfrac{3x}{\sqrt{1+x^2}}\cos^2\sqrt{1+x^2}.\sin\sqrt{1+x^2}$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)=(\sin^2 3x-4)^5$ có đạo hàm là $f'(x)=k(\sin^2 3x-4)^4.\sin 3x\cos 3x$. Hỏi k bằng bao nhiêu?

A. $k=-10$.. **B.** $k=30$..

C. $k=15$.. **D.** $k=-15$.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin^5 3x$ là:

A. $f'(x)=3cos^5 3x$. **B.** $f'(x)=5sin^4 3x.cos3x$.

C. $f'(x)=15.sin^4 3x.cos3x$. **D.** $f'(x)=-15.sin^4 3x.cos3x$.

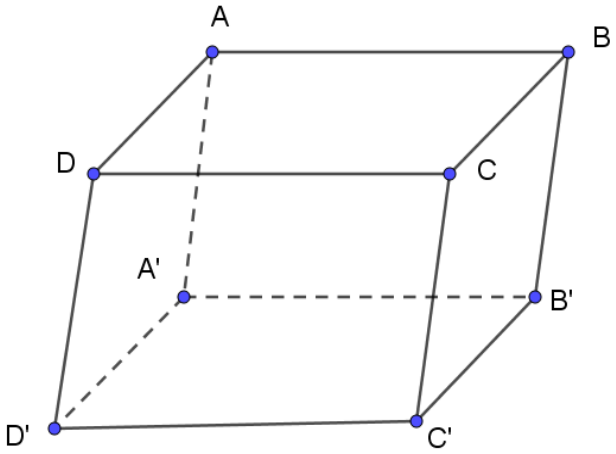
Câu 24. Cho hàm số $y=\sin x+\cos x$. Phương trình $y''=0$ có bao nhiêu nghiệm trong đoạn $[0;3\pi]$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 25. Cho hàm số $y=-\sqrt{3}\cos x+\sin x-x^2+2021x+2022$. Số nghiệm của phương trình $y''=0$ trong đoạn $[0;4\pi]$ là

A. 1.. **B.** 2.. **C.** 0.. **D.** 3.

Câu 26. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **sai**?



A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{B'A'}=\overrightarrow{D'A}$. **D.** $\overrightarrow{A'C'}+\overrightarrow{A'A}-\overrightarrow{B'C}=\overrightarrow{AB'}$.

Câu 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, $C'D'$. Xác định góc giữa hai đường thẳng MN và AP.

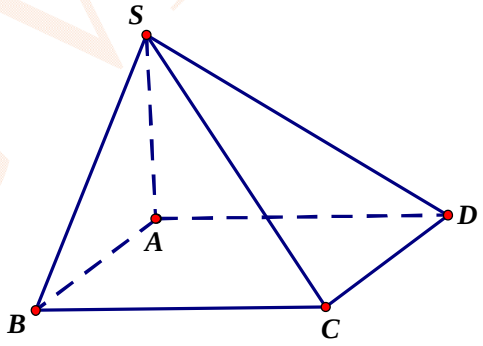
A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC$ và $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AB}$?

A. $120°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SB trên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng

A. CB. **B.** AB. **C.** AC. **D.** SD.



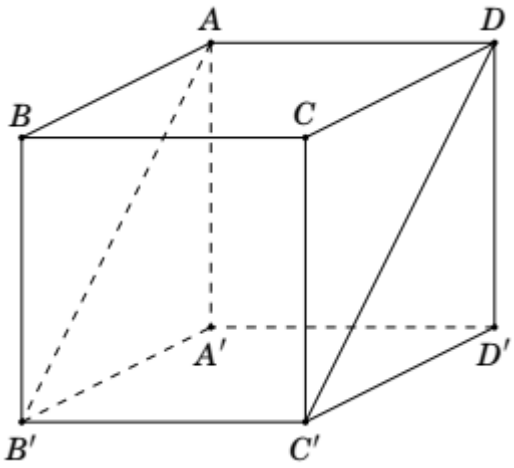
Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm BC, J là trung điểm BM. Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $BC\perp(SAB)$.. **B.** $BC\perp(SAM)$.. **C.** $BC\perp(SAC)$.. **D.** $BC\perp(SAJ)$.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có $SA=SB=SC=SD=3a$ đáy là hình chữ nhật tâm O, cạnh $AB=a, AD=2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, BC, góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là α. Tính $\sin\alpha$

A. $\sin\alpha=\frac{4}{\sqrt{55}}$. **B.** $\sin\alpha=\frac{\sqrt{39}}{2\sqrt{5}}$. **C.** $\sin\alpha=\frac{4}{5}$. **D.** $\sin\alpha=\frac{1}{5}$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ.



Số đo góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(AB'C'D)$ bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $135°$. **D.** $45°$.

Câu 33. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a\sqrt{2}$; $AA' = A'B = A'C = 2a$. Tính tang của góc giữa hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(A'B'C')$.

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A lên SB và SC. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $d(S,(ABC)) = SA$. **B.** $d(A,(SBC)) = AH$.

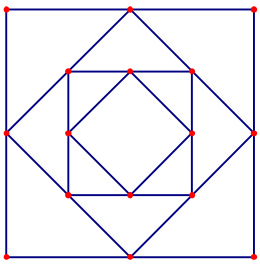
C. $d(A,(SBC)) = AK$. **D.** $d(C,(SAB)) = BC$.

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AB'C)$ và $(A'DC')$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a}{3}$.

II. TỰ LUẬN

Câu 36. Cho hình vuông C_1 có độ dài cạnh là 1. Người ta nối trung điểm các cạnh của hình vuông C_1 để được hình vuông C_2. Từ hình vuông C_2 lại làm tiếp như trên để được hình vuông C_3,.... Tiếp tục quá trình trên ta được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, ..., C_n, ...$. Tính tổng chu vi của dãy hình vuông đó .



Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, cạnh a, góc $\widehat{BAD} = 60^0$, có SO vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$.

a) Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC).

b) Tính khoảng cách từ đường thẳng AD đến mặt phẳng (SBC).

Câu 38. Cho phương trình $ax^2 + (b+c)x + d + e = 0$ có nghiệm thuộc $[1;+\infty)$ với a,b,c,d,e là các số thực và $a \neq 0$. Chứng minh phương trình $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ có nghiệm.

Câu 39. Cho hàm số $y = \dfrac{x+b}{ax-2}$, $(ab \neq -2)$. Biết rằng a, b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(1;-2)$ song song với đường thẳng $d: 3x + y - 4 = 0$. Khi đó giá trị của $a - 3b$ bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

LỜI GIẢI

1D	2A	3A	4C	5D	6B	7C	8B	9C	10D
11B	12B	13A	14D	15D	16D	17B	18D	1A	2A
3C	4B	5C	6C	7B	8C	9A	28D	29B	30B
31A	32D	33B	34C	35B					

Câu 1. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) được cho bởi công thức

A. $S=\dfrac{u_1(1-q)}{1-q^n}(|q|<1)$.

B. $S=\dfrac{1-q^n}{u_1}(|q|<1)$.

C. $S=\dfrac{1-q}{u_1}(|q|<1)$.

D. $S=\dfrac{u_1}{1-q}(|q|<1)$.

Lời giải

Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) được cho bởi công thức $S=\dfrac{u_1}{1-q}(|q|<1)$

Câu 2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai ?**

A. Nếu $\lim u_n=L$ với mọi n thì $\lim\sqrt{u_n}=\sqrt{L}$.

B. Nếu $\lim u_n=a$ và $\lim v_n=\pm\infty$ thì $\lim\dfrac{u_n}{v_n}=0$.

C. Nếu $\lim u_n=+\infty$ và $\lim v_n=a>0$ thì $\lim u_n.v_n=+\infty$.

D. Nếu $\lim u_n=a>0$, $\lim v_n=0$ và $v_n>0$ với mọi n thì $\lim\dfrac{u_n}{v_n}=+\infty$.

Lời giải

Chọn A

Theo định lý giới hạn hữu hạn ta có: Nếu $\lim u_n=L, u_n\ge 0$ với mọi n thì $L\ge 0$ và $\lim\sqrt{u_n}=\sqrt{L}$.

Câu 3. Điều kiện cần và đủ để $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=L$ là:

A. $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=L.$

B. $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=L.$

C. $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=L.$

D. $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x).$

Lời giải

Điều kiện cần và đủ để $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=L$ là $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=L.$

Câu 4. Biết $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=L<0$ và $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=+\infty$. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to x_0}f(x).g(x)$.

A. L. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $-L$.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=L<0$ và $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=+\infty$ nên giới hạn $\lim\limits_{x\to x_0}f(x).g(x)=-\infty$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. Hàm số liên tục trên $(-3;1)$ **B.** Hàm số liên tục trên R

C. Hàm số gián đoạn tại $x=1$ **D.** Hàm số gián đoạn tại $x=-1$

Lời giải

Chọn D

TXĐ của hàm số $D=R\setminus\{-1\}$

$x=-1\notin D$

Vậy hàm số gián đoạn tại x = -1.

Câu 6. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+1}{x^2-2x}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+1}{x^2-2x}=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{\dfrac{x+1}{x}}{x-2}$

vì

- $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+1}{x}=\dfrac{3}{2}>0$.
- $\lim\limits_{x\to 2^-}(x-2)=0$
- $x\to 2^-$ tức $x<2\Leftrightarrow x-2<0$

Nên $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+1}{x^2-2x}=-\infty$.

Câu 7. Hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ a & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=1$ thì a bằng?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$\lim\limits_{x\to 1}f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}(x+1)=2;\ f(1)=a$.

Để hàm số liện tục tại $x_0=1$ thì $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=f(1)\Leftrightarrow a=2$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x_0)-f(x-x_0)}{x-x_0}$. **B.** $f'(x_0)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x_0)}{h}$.

C. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x+x_0)-f(x_0)}{x_0-x}$. **D.** $f'(x_0)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{x_0-h}$.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm.

Câu 9. Một vật rơi tự do theo phương trình $S(t)=\dfrac{1}{2}gt^2$, trong đó $g=9,8m/s^2$ là gia tốc trọng trường. Tìm vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t_0=5s$?

A. $47(m/s)$. **B.** $46(m/s)$. **C.** $49(m/s)$. **D.** $48(m/s)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $v(t)=S'(t)=\left(\dfrac{1}{2}gt^2\right)'=gt$

$\Rightarrow v(5)=9,8.5=49(m/s)$

Câu 10. Cho hàm số $y=x^{n-1}$, $n\in\mathbb{N},n>2$, Đạo hàm của hàm số là:

A. $y'=nx^{n-1}$ **B.** $y'=(n-1)x^n$.

C. $y'=nx^{n-2}$. **D.** $y'=(n-1)x^{n-2}$.

Lời giải

Chọn D

Lí thuyết.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{x}$ là :

A. $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}},\ x>0$.

C. $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}},\ x\geq 0$. **D.** $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}},\ x\neq 0$.

Lời giải

Chọn B

Lí thuyết.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{2020}{2021}x^{2021}$ là :

A. $y'=\dfrac{2020}{2021}x^{2020}$. **B.** $y'=2020x^{2020}$.

C. $y'=2021x^{2020}$. **D.** $y'=2020.x^{2021}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$y' = \left(\frac{2020}{2021}x^{2021}\right)' = \frac{2020}{2021}.\left(x^{2021}\right)' = \frac{2020}{2021}.2021.x^{2020} = 2020.x^{2020}$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x$. Tính $f'(x)$.

A. $f'(x) = 3x^2 + 2$.

B. $f'(x) = 3x^2$.

C. $f'(x) = x^2 + 2$.

D. $f'(x) = 3x^2 + 2x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = x^3 + 2x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2$.

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

A. $y' = \frac{3}{(x-1)^2}$.

B. $y' = -\frac{3}{x-1}$.

C. $y' = \frac{3}{x-1}$.

D. $y' = -\frac{3}{(x-1)^2}$.

Lời giải

Chọn D

Có $y' = \frac{2.(x-1)-(2x+1)}{(x-1)^2} = -\frac{3}{(x-1)^2}$.

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y = x^4 + 2\sqrt{x}$ là

A. $y' = 4x^3 + \frac{2}{\sqrt{x}}$.

B. $y' = x^3 + \frac{2}{\sqrt{x}}$.

C. $y' = 4x^3 - \frac{2}{\sqrt{x}}$.

D. $y' = 4x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = \left(x^4 + 2\sqrt{x}\right)' = 4x^3 + 2.\frac{1}{2\sqrt{x}} = 4x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $y = \left(x^7 + x\right)^4$.

A. $y' = \left(x^7 + x\right).\left(7x^6 + 1\right)$.

B. $y' = 4\left(x^7 + x\right)$.

C. $y' = 4.\left(7x^6 + 1\right)$.

D. $y' = 4\left(x^7 + x\right)^3\left(7x^6 + 1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 4\left(x^7 + x\right)^3\left(x^7 + x\right)' = 4\left(x^7 + x\right)^3.\left(7x^6 + 1\right)$.

Câu 17. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{1-x^2}$.

A. $y' = \frac{-2x}{\sqrt{1-x^2}}$.

B. $y' = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$.

C. $y' = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.

D. $y' = \frac{-x}{2\sqrt{1-x^2}}$.

Lời giải

Chọn B

$y=\sqrt{1-x^2} \Rightarrow y'=\dfrac{\left(1-x^2\right)'}{2\sqrt{1-x^2}}=\dfrac{-x}{\sqrt{1-x^2}}.$

Câu 18. Tìm đạo hàm của hàm số $y=\sin x+\cos x$.

A. $y'=2\cos x$. **B.** $y'=2\sin x$. **C.** $y'=\sin x-\cos x$. **D.** $y'=\cos x-\sin x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\left(\sin x+\cos x\right)'=\cos x-\sin x$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y=\cos 3x$ là

A. $y'=-3\sin 3x$. **B.** $y'=-3\cos 3x$. **C.** $y'=-\sin 3x$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\cos 3x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y=\cos 3x \Rightarrow y'=-3\sin 3x$.

Câu 20. Hàm số $y=\sin x$ có đạo hàm là:

A. $y'=\cos x$. **B.** $y'=-\cos x$. **C.** $y'=-\sin x$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\cos x}$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức đạo hàm lượng giác sgk Đại số 11: $\left(\sin x\right)'=\cos x$.

Câu 21. Đạo hàm của hàm số $y=\cos^3\sqrt{1+x^2}$ là:

A. $y'=3\cos^2\sqrt{1+x^2}$. **B.** $y'=-3\cos^2\sqrt{1+x^2}.\sin\sqrt{1+x^2}$.

C. $y'=\dfrac{-3x}{\sqrt{1+x^2}}\cos^2\sqrt{1+x^2}.\sin\sqrt{1+x^2}$. **D.** $y'=\dfrac{3x}{\sqrt{1+x^2}}\cos^2\sqrt{1+x^2}.\sin\sqrt{1+x^2}$.

Lời giải

Áp dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp, ta có:

$y'=3\cos^2\sqrt{1+x^2}\left(\cos\sqrt{1+x^2}\right)'=-3\cos^2\sqrt{1+x^2}.\left(\sqrt{1+x^2}\right)'.\sin\sqrt{1+x^2}$

$=\dfrac{-3x}{\sqrt{1+x^2}}\cos^2\sqrt{1+x^2}.\sin\sqrt{1+x^2}$.

Câu 22. Cho hàm số $f\left(x\right)=(\sin^2 3x-4)^5$ có đạo hàm là $f'(x)=k(\sin^2 3x-4)^4.\sin 3x\cos 3x$. Hỏi k bằng bao nhiêu?

A. $k=-10$.. **B.** $k=30$..

C. $k=15$.. **D.** $k=-15$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp, ta có:

$f'(x)=5(\sin^2 3x-4)^4.(\sin^2 3x-4)'$

$\Leftrightarrow f'(x)=5(\sin^2 3x-4)^4.2\sin 3x.(\sin 3x)'$

$\Leftrightarrow f'(x)=10(\sin^2 3x-4)^4.\sin 3x.(3\cos 3x)$

$\Leftrightarrow f'(x)=30(\sin^2 3x-4)^4.\sin 3x\cos 3x.$

Vậy $k=30.$.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin^5 3x$ là:

A. $f'(x)=3\cos^5 3x$. **B.** $f'(x)=5\sin^4 3x.\cos 3x$.

C. $f'(x)=15.\sin^4 3x.\cos 3x$. **D.** $f'(x)=-15.\sin^4 3x.\cos 3x$.

Lời giải

Áp dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp, ta có:

$f'(x)=\left(\sin^5 3x\right)'=5.\sin^4 3x.\left(\sin 3x\right)'=5.\sin^4 3x.\cos 3x.\left(3x\right)'=15\sin^4 3x.\cos 3x$.

Câu 24. Cho hàm số $y=\sin x+\cos x$. Phương trình $y''=0$ có bao nhiêu nghiệm trong đoạn $[0;3\pi]$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=\cos x-\sin x$; $y''=-\sin x-\cos x$

$y''=0\Leftrightarrow -\sin x-\cos x=0$

$\Leftrightarrow -\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=0$

$\Leftrightarrow x+\frac{\pi}{4}=k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$

.

$\Leftrightarrow x=\frac{-\pi}{4}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$

$x\in[0;3\pi]\Rightarrow 0\le\frac{-\pi}{4}+k\pi\le 3\pi\ (k\in\mathbb{Z})$

$\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{4}\le k\le\frac{13}{4}\\ k\in\mathbb{Z}\end{cases}\Rightarrow k\in\{1;2;3\}$

Vậy phương trình $y'=0$ có ba nghiệm trong đoạn $[0;3\pi]$.

Câu 25. Cho hàm số $y=-\sqrt{3}\cos x+\sin x-x^2+2021x+2022$. Số nghiệm của phương trình $y''=0$ trong đoạn $[0;4\pi]$ là

A. 1.. **B.** 2.. **C.** 0.. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=\sqrt{3}\sin x+\cos x-2x+2021$

$y'' = \sqrt{3}\cos x - \sin x - 2$

$y'' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}\cos x - \sin x - 2 = 0 \Leftrightarrow \sin x - \sqrt{3}\cos x = -2$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = -1 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$

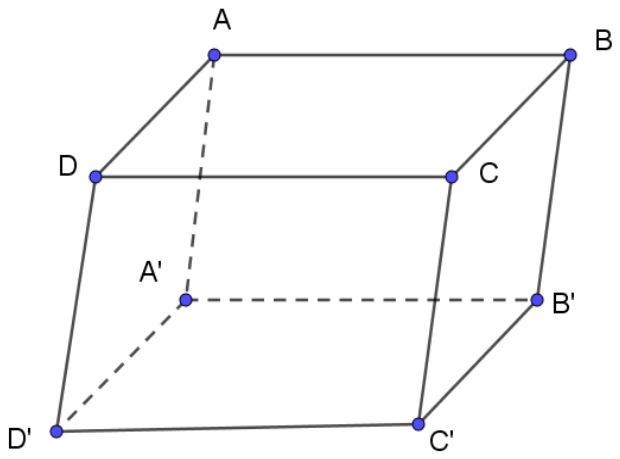
$\Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vì $x \in [0;4\pi] \Rightarrow 0 \le -\frac{\pi}{6} + k2\pi \le 4\pi \Leftrightarrow \frac{1}{12} \le k \le \frac{25}{12}$

Mà $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{1;2\}$..

Câu 26. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **sai**?



A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{D'A}$.

D. $\overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{A'A} - \overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{AB'}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{AD'}$.

Câu 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, $C'D'$. Xác định góc giữa hai đường thẳng MN và AP.

A. 45^0.

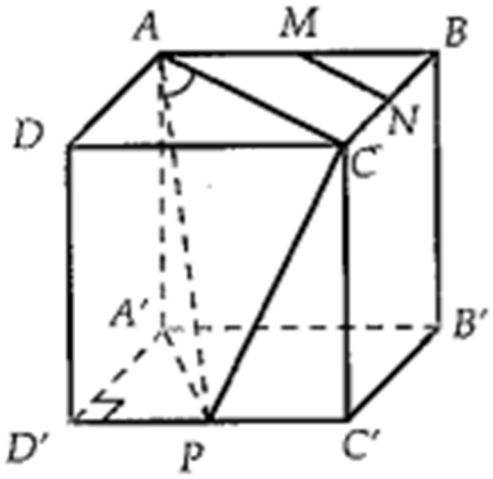
B. 30^0.

C. 60^0.

D. 90^0

Lời giải

Chọn A



Giả sử hình lập phương có cạnh bằng a và $MN//AC$ nên: $\left(\widehat{MN,AP}\right)=\left(\widehat{AC,AP}\right)$. Ta tính góc $\widehat{PAC}$.

Vì $\Delta A'D'P$ vuông tại D' nên $A'P=\sqrt{A'D'^2+D'P^2}=\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

$\Delta AA'P$ vuông tại A' nên $AP=\sqrt{A'A^2+A'P^2}=\sqrt{a^2+\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2}=\frac{3a}{2}$.

$\Delta CC'P$ vuông tại C' nên $CP=\sqrt{CC'^2+C'P^2}=\sqrt{a^2+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Ta có AC là đường chéo của hình vuông $ABCD$ nên $AC=a\sqrt{2}$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ACP ta có:

$CP^2=AC^2+AP^2-2AC.AP.\cos\widehat{CAP}$

$\Rightarrow \cos\widehat{CAP}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \cos\widehat{CAP}=45°<90°$

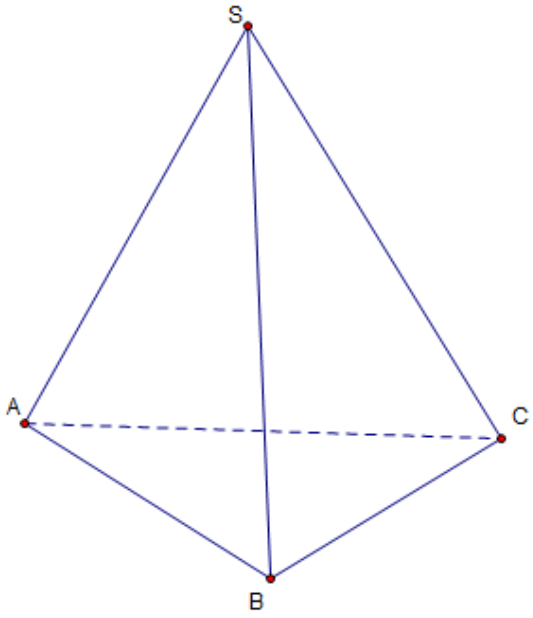
Nên $\left(\widehat{AC;AP}\right)=\widehat{CAP}=45°$ hay $\left(\widehat{\text{MN};AP}\right)=45°$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC$ và $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AB}$?

A. $120°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$

Lời giải

Chọn D



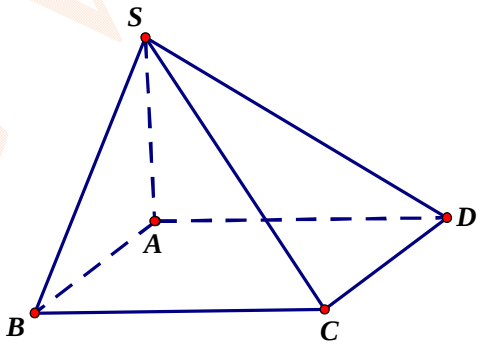
Ta có: $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{SC}.\left(\overrightarrow{SB}-\overrightarrow{SA}\right)=\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SB}-\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SA}=SA.SB\cos\widehat{BSC}-SC.SA.\cos\widehat{ASC}=0$

(Vì $SA=SB=SC$ và $\widehat{BSC}=\widehat{ASC}$)

Do đó: $\left(\overrightarrow{SC},\overrightarrow{AB}\right)=90^0$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SB trên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng

A. CB. **B.** AB. **C.** AC. **D.** SD.



Lời giải

Chọn B

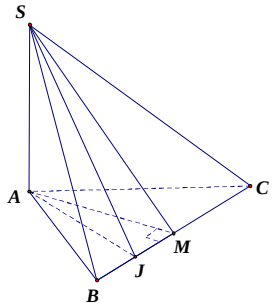
Vì $SA\perp(ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$ là A; hình chiếu vuông góc của B trên $(ABCD)$ là B nên hình chiếu vuông góc của đường thẳng SB trên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng AB.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm BC, J là trung điểm BM. Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $BC\perp(SAB)$.. **B.** $BC\perp(SAM)$.. **C.** $BC\perp(SAC)$.. **D.** $BC\perp(SAJ)$.

Lời giải

Chọn B



Vì $SA \perp (ABC) \Rightarrow BC \perp SA$.

Theo giải thiết tam giác ABC là tam giác cân tại A và M là trung điểm $BC \Rightarrow BC \perp AM$.

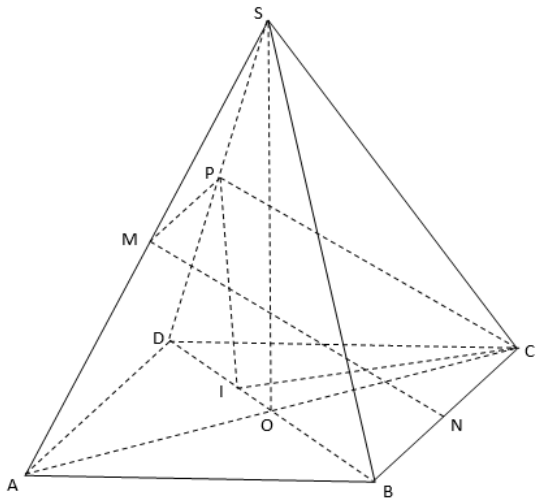
Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có $SA = SB = SC = SD = 3a$ đáy là hình chữ nhật tâm O, cạnh $AB = a, AD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, BC, góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là α. Tính $\sin\alpha$

A. $\sin\alpha = \dfrac{4}{\sqrt{55}}$. **B.** $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{39}}{2\sqrt{5}}$. **C.** $\sin\alpha = \dfrac{4}{5}$. **D.** $\sin\alpha = \dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Từ giả thiết ta có, các tam giác SAC, SBD cân tại S nên $SO \perp BD, SO \perp AC$. Suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Gọi P là trung điểm của SD ta có MP là đường trung bình của tam giác SAD nên:

$MP // AD, MP = \dfrac{1}{2} AD$ suy ra tứ giác $MNCP$ là hình bình hành.

Do đó, $MN // CP \Rightarrow$ góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) bằng góc giữa CP và mặt phẳng (SBD).

Trong mặt phẳng (ABCD) kẻ $CI \perp BD$. Vì $SO \perp (ABCD)$ nên $SO \perp CI$. Ta có

$$\begin{cases} CI \perp BD \\ CI \perp SO \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SBD)$$

Từ đó ta được I là hình chiếu của C lên mặt phẳng (SBD). Tức $\alpha = \widehat{IPC}$.

Tam giác BCD vuông tại C có CI là đường cao nên :

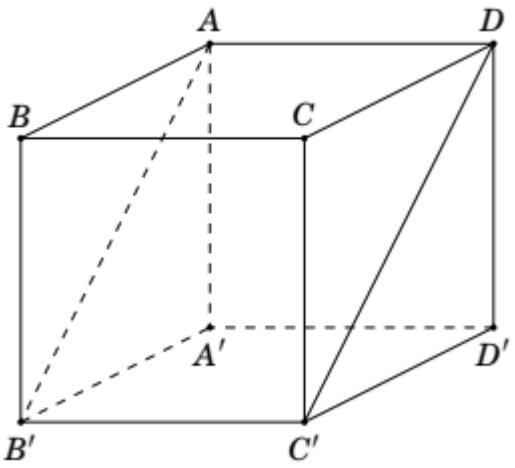
$$\frac{1}{CI^2} = \frac{1}{CB^2} + \frac{1}{CD^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow CI = \frac{2a}{\sqrt{5}}$$

Tam giác SCD có CP là đường trung tuyến nên :

$$CP^2 = \frac{SC^2 + CD^2}{2} - \frac{SD^2}{4} = \frac{9a^2 + a^2}{2} - \frac{9a^2}{4} = \frac{11a^2}{4} \Rightarrow CP = \frac{a\sqrt{11}}{2}$$

Tam giác CIP vuông tại I nên: $\sin\alpha = \frac{CI}{CP} = \frac{4}{\sqrt{55}}$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ.



Số đo góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(AB'C'D)$ bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $135°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} (ABCD) \cap (AB'C'D) = AD \\ AD \perp CD \subset (ABCD) \\ AD \perp C'D \subset (AB'C'D) \end{cases}$.

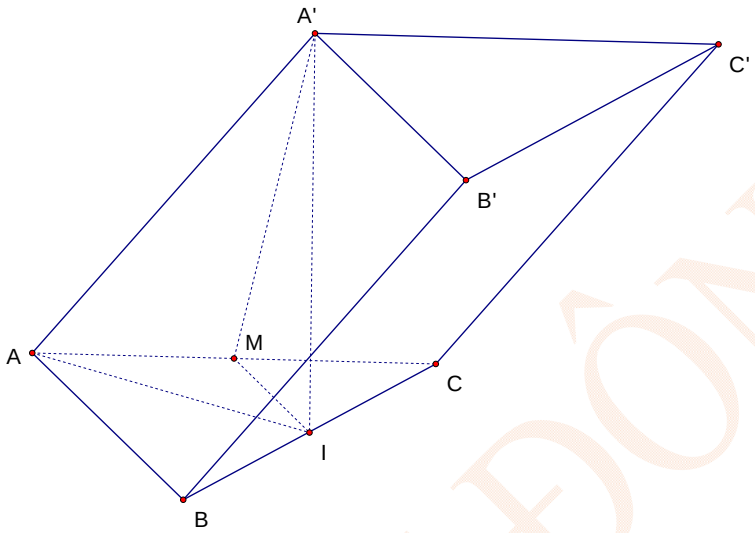
Suy ra góc giữa $(ABCD)$ và $(AB'C'D)$ là góc $(CD, C'D) = \widehat{CDC'} = 45°$.

Câu 33. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a\sqrt{2}$; $AA' = A'B = A'C = 2a$. Tính tang của góc giữa hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(A'B'C')$.

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B



Tam giác ABC vuông cân tại A nên $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2}=2a$.

Vì $(ABC)//(A'B'C')$ nên $\widehat{((ACC'A'),(A'B'C'))}=\widehat{((ACC'A'),(ABC))}$.

Vì $AA'=A'B=A'C=2a$ nên $A'I\perp(ABC)$ với I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Do tam giác ABC vuông cân tại A nên I là trung điểm của BC, khi đó $AI=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}.2a=a$.

Gọi M là trung điểm của AC ta có $IM//AB\Rightarrow IM\perp AC$ và $IM=\frac{1}{2}AB=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có: $\left.\begin{array}{l}IM\perp AC\\A'I\perp AC\\IM,A'I\subset(A'IM)\end{array}\right\}\Rightarrow AC\perp(A'IM)$.

Lại có: $AC\subset(ABC)$ nên $(ABC)\perp(A'IM)$.

$AC\subset(ACC'A')$ nên $(ACC'A')\perp(A'IM)$.

Khi đó: $\left.\begin{array}{l}(A'IM)\perp(ABC);(A'IM)\perp(ACC'A')\\(A'IM)\cap(ABC)=IM\\(A'IM)\cap(ACC'A')=A'M\end{array}\right\}\Rightarrow\widehat{((ABC),(ACC'A))}=\widehat{(MI,A'M)}$.

Vì tam giác $A'MI$ vuông tại I nên $\widehat{IMA'}<90^0$ do đó $\widehat{(MI,A'M)}=\widehat{A'MI}$.

$A'I = \sqrt{A'A^2 - AI^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác $A'MI$ vuông tại I có $\tan \widehat{A'MI} = \dfrac{A'I}{MI} = \dfrac{a\sqrt{3}}{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{6}$.

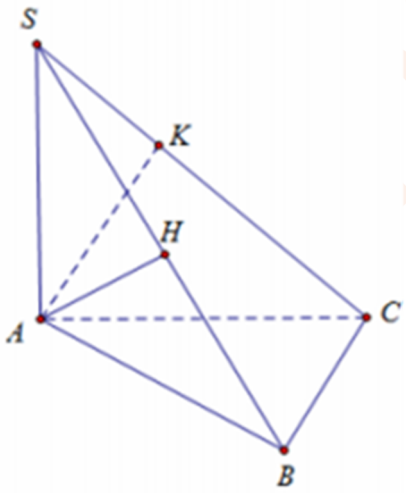
Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A lên SB và SC. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $d(S,(ABC)) = SA$. **B.** $d(A,(SBC)) = AH$.

C. $d(A,(SBC)) = AK$. **D.** $d(C,(SAB)) = BC$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow d(C,(SAB)) = BC$.

Lại có: $\begin{cases} BC \perp AH \\ AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A,(SBC)) = AH$.

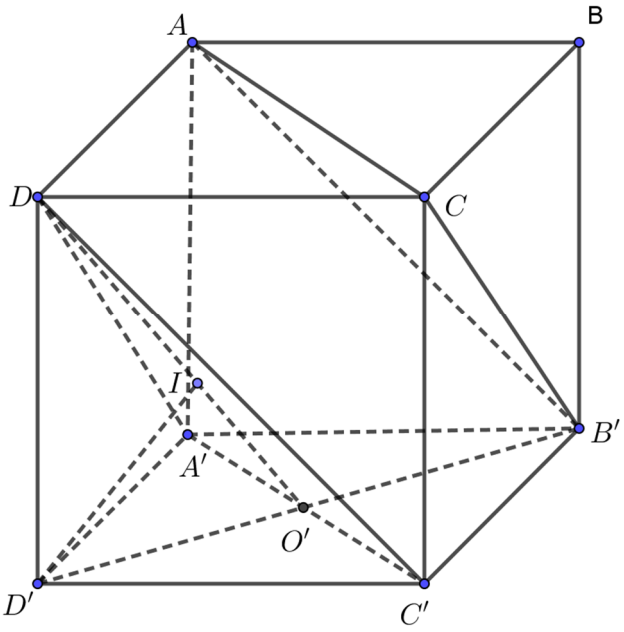
Mặt khác $SA \perp (ABC) \Rightarrow d(S,(ABC)) = SA$.

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AB'C)$ và $(A'DC')$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a}{3}$.

Lời giải

Chọn B



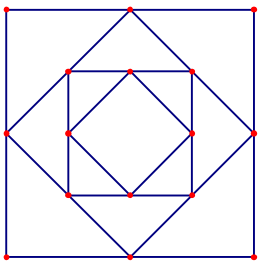
Ta có: $d\left((AB'C),(A'DC')\right)=d\left(B',(A'DC')\right)=d\left(D',(A'DC')\right)$.

Gọi O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của D' lên DO'.

$d\left((AB'C),(A'DC')\right)=d\left(B',(A'DC')\right)=d\left(D',(A'DC')\right)=D'I$.

Ta có $D'I=\dfrac{D'O'\cdot D'D}{\sqrt{D'O'^2+D'D^2}}=\dfrac{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\cdot a}{\sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2+a^2}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 36. Cho hình vuông C_1 có độ dài cạnh là 1. Người ta nối trung điểm các cạnh của hình vuông C_1 để được hình vuông C_2. Từ hình vuông C_2 lại làm tiếp như trên để được hình vuông C_3,…. Tiếp tục quá trình trên ta được dãy các hình vuông $C_1,C_2,C_3,....,C_n,....$. Tính tổng chu vi của dãy hình vuông đó .



Lời giải

Hình vuông thứ nhất có cạnh bằng 1, suy ra: Chu vi $p_1=4.1$.

Hình vuông thứ hai có cạnh bằng $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$, suy ra: Chu vi $p_2=4.\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Hình vuông thứ ba có cạnh bằng $\dfrac{1}{2}$, suy ra: Chu vi $p_3=4.\dfrac{1}{2}$.

Hình vuông thứ n có cạnh bằng $\frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^{n-1}}$, suy ra: Chu vi $p_n = 4.\frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^{n-1}}$.

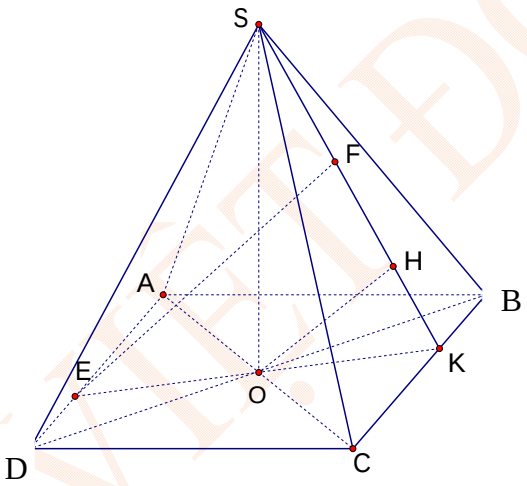
Vậy tổng chu vi: $T = 4 + 4.\frac{1}{\sqrt{2}} + 4.\frac{1}{2} + ... + 4.\frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^{n-1}} + ... = \frac{4}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = 4\left(2+\sqrt{2}\right)$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, cạnh a, góc $\widehat{BAD} = 60^0$, có SO vuông góc mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ và $SO = a$.

a) Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$.

b) Tính khoảng cách từ đường thẳng AD đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$.

Lời giải



a) Hạ $OK \perp BC \Rightarrow BC \perp \left(SOK\right)$

Trong $\left(SOK\right)$ kẻ $OH \perp SK \Rightarrow OH \perp \left(SBC\right)$

$\Rightarrow d\left(O,\left(SBC\right)\right) = OH$.

Ta có ΔABD đều $\Rightarrow BD = a \Rightarrow BO = \frac{a}{2}; AC = a\sqrt{3}$

Trong tam giác vuông OBC có:

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{13}{3a^2} \Leftrightarrow OK = \frac{a\sqrt{39}}{13}$$

Trong tam giác vuông SOK có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OK^2} = \frac{16}{3a^2} \Leftrightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

Vậy $d\left(O,\left(SBC\right)\right) = OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

b) Ta có $AD // BC \Rightarrow AD // (SBC)$

$\Rightarrow d(AD,(SBC)) = d(E,(SBC))$

Kẻ $EF // OH$ $(F \in SK)$. Do $OH \perp (SBC) \Rightarrow EF \perp (SBC)$

$\Rightarrow d(AD,(SBC)) = d(E,(SBC)) = EF = 2OH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 38. Cho phương trình $ax^2 + (b+c)x + d + e = 0$ có nghiệm thuộc $[1;+\infty)$ với a,b,c,d,e là các số thực và $a \neq 0$. Chứng minh phương trình $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ có nghiệm.

Lời giải

Gọi $x_0 \in [1;+\infty)$ là nghiệm của phương trình $ax^2 + (b+c)x + d + e = 0$.

Suy ra: $ax_0^2 + (b+c)x_0 + d + e = 0 \Leftrightarrow ax_0^2 + cx_0 + e = -(bx_0 + d)$

Xét hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, $f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty;+\infty)$.

Ta có: $f(\sqrt{x_0}) = (ax_0^2 + cx_0 + e) + \sqrt{x_0}(bx_0 + d)$

$f(-\sqrt{x_0}) = (ax_0^2 + cx_0 + e) - \sqrt{x_0}(bx_0 + d)$

Suy ra: $f(\sqrt{x_0}).f(-\sqrt{x_0}) = (ax_0^2 + cx_0 + e)^2 - x_0(bx_0 + d)^2$

$= (bx_0 + d)^2 - x_0(bx_0 + d)^2$

$= (bx_0 + d)^2(1 - x_0) \leq 0$

Do đó phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[-\sqrt{x_0};\sqrt{x_0}]$

Vậy phương trình $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ có nghiệm.

Câu 39. Cho hàm số $y = \dfrac{x+b}{ax-2}$, $(ab \neq -2)$. Biết rằng a, b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(1;-2)$ song song với đường thẳng $d: 3x + y - 4 = 0$. Khi đó giá trị của $a - 3b$ bằng

Lời giải

Có $y' = \dfrac{-ab-2}{(ax-2)^2}$.

Do $A(1;-2)$ thuộc đồ thị hàm số nên $\dfrac{1+b}{a-2} = -2 \Leftrightarrow b = 3 - 2a$.

Do tiếp tuyến tại $A(1;-2)$ song song với $d: 3x + y - 4 = 0$ nên $y'(1) = -3 \Leftrightarrow \dfrac{-ab-2}{(a-2)^2} = -3$

Thay $b=3-2a$ ta được phương trình $-a\left(3-2a\right)-2=-3\left(a-2\right)^2 \Leftrightarrow 5a^2-15a+10=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=1 \\ a=2 \end{array}\right.$.

Với $a=2\Rightarrow b=-1$ (loại, do $ab\neq -2$)

Với $a=1\Rightarrow b=1$. Phương trình tiếp tuyến tại $A\left(-1;2\right)$ là $y=-3\left(x+1\right)+2$ song song với d. Vậy $a=1, b=1$, suy ra $a-3b=-2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 16

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tính $L=\lim\dfrac{2n-1}{n+1}$.

A. $+\infty$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 2. Tính $L=\lim\limits_{x\to 2}(3x-1)$.

A. $+\infty$. **B.** 5. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 3. Tính $L=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x-2}$.

A. $+\infty$. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 4. Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0=-1$?

A. $y=(x+1).(x^2-2)$. **B.** $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+5}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{x^2+1}$.

Câu 5. Để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1} & khi\ x\neq 1\\ m & khi\ x=1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$ thì giá trị của m bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 6. Số gia của hàm số $f(x)=x^2$ ứng với $x_0=2$ và $\Delta x=1$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $f(x)=3x^4-x^3+x-2021$ là

A. $f'(x)=12x^3-x^2+1$. **B.** $f'(x)=3x^3-3x^2+1$.

C. $f'(x)=12x^3-3x^2+x$. **D.** $f'(x)=12x^3-3x^2+1$.

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x^2+x+3}$ là

A. $f'(x)=\dfrac{x^2+x}{\sqrt{x^2+x+3}}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+3}}$.

C. $f'(x)=\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+3}}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{x^2+x+3}{2\sqrt{x^2+x+3}}$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+2}$ là

A. $f'(x)=\dfrac{-5}{(x+2)^2}$ **B.** $f'(x)=\dfrac{3}{(x+2)^2}$ **C.** $f'(x)=\dfrac{5}{(x+2)^2}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{-3}{(x+2)^2}$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{3x^2-x+2}$ là

A. $y'=\dfrac{6x-1}{\sqrt{3x^2-x+2}}$. **B.** $y'=\dfrac{3x-1}{\sqrt{3x^2-x+2}}$.

C. $y'=\dfrac{3x-1}{2\sqrt{3x^2-x+2}}$. **D.** $y'=\dfrac{6x-1}{2\sqrt{3x^2-x+2}}$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{\left(x^2+1\right)^4}$ là:

A. $y'=-\dfrac{8x}{\left(x^2+1\right)^5}$. **B.** $y'=-\dfrac{8x}{\left(x^2+1\right)^8}$. **C.** $y'=\dfrac{4x}{\left(x^2+1\right)^5}$. **D.** $y'=\dfrac{8x}{\left(x^2+1\right)^5}$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$ là

A. $y'=\dfrac{5}{\left(x+3\right)^2}$. **B.** $y'=\dfrac{7}{\left(x+3\right)^2}$.

C. $y'=\dfrac{4x+5}{\left(x+3\right)^2}$. **D.** $y'=-\dfrac{7}{\left(x+3\right)^2}$.

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y=\sin 2x$ là

A. $y'=\cos 2x$. **B.** $y'=-2\cos 2x$. **C.** $y'=2\cos 2x$. **D.** $y'=2\cos x$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=\tan\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ là

A. $y'=\dfrac{\dfrac{\pi}{4}}{\cos^2\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)}$. **B.** $y'=-\dfrac{1}{\cos^2\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)}$.

C. $y'=\dfrac{1}{\cos^2\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\sin^2\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)}$.

Câu 15. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sin x+\cos 2x$ tại điểm $x=\dfrac{\pi}{3}$.

A. $y'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{1+2\sqrt{3}}{2}$. **B.** $y'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$.

C. $y'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{1-2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $y'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{-1-2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD. Gọi I là trung điểm của đoạn MN. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}\right)$. **B.** $\overrightarrow{AN}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

C. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$.

Câu 17. Cho $\left|\vec{a}\right|=3$, $\left|\vec{b}\right|=5$, góc giữa giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng $120°$.Khi đó tích vô hướng của hai véctơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. $\vec{a}.\vec{b}=-\frac{15}{2}$. **B.** $\vec{a}.\vec{b}=\frac{15}{2}$. **C.** $\vec{a}.\vec{b}=\frac{15\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\vec{a}.\vec{b}=15$.

Câu 18. Cho hình tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Mệnh đề nào sau đây là **sai** ?

A. $OA\perp(OBC)$. **B.** $OC\perp(OAB)$. **C.** $OB\perp(OAC)$. **D.** $OA\perp(ABC)$.

Câu 19. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

A. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

B. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

C. Cho đường thẳng d không vuông góc với mặt phẳng (α). Có duy nhất một mặt phẳng chứa d và vuông góc với (α).

D. Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Câu 20. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông cạnh *a*. Đường thẳng *SA* vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a$ .Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAB) nhận giá trị nào sau đây?

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ **B.** a **C.** $a\sqrt{2}$ **D.** $2a$

Câu 21. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\frac{x+\sqrt{x+2}}{x+1} & \text{khi } x>-1\\ mx+3 & \text{khi } x\le -1\end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x=-1$.

A. $m=1$. **B.** $m=\frac{3}{2}$. **C.** $m=2$. **D.** $m=\frac{-3}{2}$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-x-2}{x-2} & khi\ x\neq 2\\ m & khi\ x=2\end{cases}$. Với giá trị nào của m thì hàm số liên tục tại $x=2$?

A. $m=1$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-1$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{x^2-2x+5}$, giá trị của $f'(1)$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** 0. **C.** 2. **D.** $\frac{-1}{16}$.

Câu 24. Một vật rơi tự do theo phương trình $S(t)=\frac{1}{2}gt^2$ với $g=9{,}8\,\text{m/s}^2$. Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t=5$ giây là

A. $122{,}5\,\text{m/s}$. **B.** $61{,}5\,\text{m/s}$. **C.** $9{,}8\text{m/s}$. **D.** $49\,\text{m/s}$.

Câu 25. . Tìm đạo hàm của hàm số $f(x)=2x^3-2\sqrt{x}+\frac{1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $f'(x)=6x^2-\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2}$. **B.** $f'(x)=3x^2-\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2}$.

C. $f'(x)=6x^2-\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2}$. **D.** $f'(x)=6x^2-\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2}$.

Câu 26. . Tìm đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin 2x+2\cos x$.

A. $f'(x)=-2\cos 2x+2\sin x$. **B.** $f'(x)=2\cos 2x+2\sin x$.

C. $f'(x)=-2\cos 2x-2\sin x$. **D.** $f'(x)=2\cos 2x-2\sin x$.

Câu 27. Tìm đạo hàm của hàm số $f(x)=\tan 2x+\cot x$.

A. $f'(x)=\frac{2}{\cos^2 2x}-\frac{1}{\sin^2 x}$. **B.** $f'(x)=\frac{2}{\cos^2 2x}+\frac{1}{\sin^2 x}$.

C. $f'(x)=\frac{1}{\cos^2 2x}-\frac{1}{\sin^2 x}$. **D.** $f'(x)=-\frac{2}{\cos^2 2x}+\frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin^2 2x-\cos 3x$.

A. $f'(x)=2\sin 4x-3\sin 3x$. **B.** $f'(x)=\sin 4x+3\sin 3x$.

C. $f'(x)=2\sin 4x+3\sin 3x$. **D.** $f'(x)=2\sin 2x+3\sin 3x$.

Câu 29. Cho chuyển động xác định bởi phương trình $S=t^3-3t^2-9t$, trong đó t được tính bằng giây và S được tính bằng mét. Gia tốc tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là

A. -6m/s^2. **B.** -12m/s^2. **C.** 6m/s^2. **D.** 12m/s^2.

Câu 30. Đạo hàm cấp 2 của hàm số $y=\sqrt{2x+5}$ là

A. $y''=-\frac{1}{(2x+5)\sqrt{2x+5}}$. **B.** $y''=\frac{1}{(2x+5)\sqrt{2x+5}}$.

C. $y''=\frac{1}{\sqrt{2x+5}}$. **D.** $y''=-\frac{1}{\sqrt{2x+5}}$.

Câu 31. Cho hình chóp S.ABCD có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Số đo của góc (IJ,CD) bằng

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ trong đó $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA\perp(ABCD)$. Trong các tam giác sau tam giác nào **không** phải là tam giác vuông ?

A. ΔSBC. **B.** ΔSCD. **C.** ΔSAB. **D.** ΔSBD.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm BC, J là trung điểm BM . **Khẳng định nào sau đây đúng ?**

A. $BC\perp(SAJ)$. **B.** $BC\perp(SAB)$. **C.** $BC\perp(SAM)$. **D.** $BC\perp(SAC)$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm AC. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $(SAB)\perp(SBC)$. **B.** $(SAC)\perp(ABC)$. **C.** $(SBM)\perp(SMC)$. **D.** $(SAB)\perp(SAC)$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A. Tam giác SBC là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

II. TỰ LUẬN

Câu 1. Cho hàm số $y=\frac{mx^3}{3}-mx^2+(3m-1)x+1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $y'\le 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành với $BC=a\sqrt{2}$, $\widehat{ABC}=60^o$. Tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAB).

Câu 3a. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(2m^2-5m+2)(x-1)^{2000}(x^{2021}-2)+2x+3=0$ có nghiệm.

Câu 3b. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị (H) của hàm số $y=\frac{2x+3}{x+2}$ tại hai điểm A,B phân biệt sao cho biểu thức $P=k_1^{2021}+k_2^{2021}$ đạt giá trị nhỏ nhất, với k_1,k_2 là hệ số góc của tiếp tuyến tại A, B của đồ thị (H).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	**2.B**	**3.D**	**4.B**	**5.D**	**6.A**	**7.D**	**8.B**	**9.C**	**10.D**
11.A	**12.B**	**13.C**	**14.C**	**15.C**	**16.A**	**17.A**	**18.D**	**19.B**	**20.B**
21.B	**22.C**	**23.B**	**24.D**	**25.C**	**26.D**	**27.A**	**28.C**	**29.D**	**30.A**
31.D	**32.D**	**33.C**	**34.D**	**35.D**					

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tính $L=\lim\dfrac{2n-1}{n+1}$.

A. $+\infty$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $L=\lim\dfrac{2n-1}{n+1}=\lim\dfrac{2-\dfrac{1}{n}}{1+\dfrac{1}{n}}=\dfrac{2-0}{1+0}=\dfrac{2}{1}=2$.

Câu 2. Tính $L=\lim\limits_{x\to 2}(3x-1)$.

A. $+\infty$. **B.** 5. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $L=\lim\limits_{x\to 2}(3x-1)=3.2-1=5$.

Câu 3. Tính $L=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x-2}$.

A. $+\infty$. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $L=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}(x+2)=4$.

Câu 4. Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0=-1$?

A. $y=(x+1).(x^2-2)$. **B.** $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+5}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{x^2+1}$.

Lời giải

Ta có hàm số $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$ không xác định tại $x_0=-1$ nên hàm số gián đoạn tại $x_0=-1$.

Câu 5. Để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1} \ khi\ x\neq 1\\ m \ khi\ x=1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$ thì giá trị của m bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-2)(x-1)}{(x-1)}=\lim\limits_{x\to 1}(x-2)=-1$ và $f(1)=m$

Hàm số liên tục tại $x=1\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 1}f(x)=f(1)\Leftrightarrow m=-1$.

Câu 6. Số gia của hàm số $f(x)=x^2$ ứng với $x_0=2$ và $\Delta x=1$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Ta có $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x) = (x+\Delta x)^2 - x^2 = x^2 + 2x.\Delta x + (\Delta x)^2 - x^2 = 2x.\Delta x + (\Delta x)^2$.

Thay $x_0 = 2$ và $\Delta x = 1$ ta được $\Delta y = 2.2.1 + 1^2 = 5$.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $f(x) = 3x^4 - x^3 + x - 2021$ là

A. $f'(x) = 12x^3 - x^2 + 1$.

B. $f'(x) = 3x^3 - 3x^2 + 1$.

C. $f'(x) = 12x^3 - 3x^2 + x$.

D. $f'(x) = 12x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 12x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 3}$ là

A. $f'(x) = \dfrac{x^2 + x}{\sqrt{x^2 + x + 3}}$.

B. $f'(x) = \dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2 + x + 3}}$.

C. $f'(x) = \dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2 + x + 3}}$.

D. $f'(x) = \dfrac{x^2 + x + 3}{2\sqrt{x^2 + x + 3}}$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = \dfrac{(x^2 + x + 3)'}{2\sqrt{x^2 + x + 3}} = \dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2 + x + 3}}$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+2}$ là

A. $f'(x) = \dfrac{-5}{(x+2)^2}$ **B.** $f'(x) = \dfrac{3}{(x+2)^2}$ **C.** $f'(x) = \dfrac{5}{(x+2)^2}$. **D.** $f'(x) = \dfrac{-3}{(x+2)^2}$.

Lời giải

Cách 1. Ta có $f'(x) = \dfrac{(2x-1)'.(x+2) - (2x-1).(x+2)'}{(x+2)^2} = \dfrac{2.(x+2) - (2x-1).1}{(x+2)^2} = \dfrac{5}{(x+2)^2}$.

Cách 2. $f'(x) = \dfrac{2.2 - 1.(-1)}{(x+2)^2} = \dfrac{5}{(x+2)^2}$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{3x^2 - x + 2}$ là

A. $y' = \dfrac{6x-1}{\sqrt{3x^2 - x + 2}}$.

B. $y' = \dfrac{3x-1}{\sqrt{3x^2 - x + 2}}$.

C. $y' = \dfrac{3x-1}{2\sqrt{3x^2 - x + 2}}$.

D. $y' = \dfrac{6x-1}{2\sqrt{3x^2 - x + 2}}$.

Lời giải

Ta có $y' = \left(\sqrt{3x^2 - x + 2}\right)' = \dfrac{(3x^2 - x + 2)'}{2\sqrt{3x^2 - x + 2}} = \dfrac{6x-1}{2\sqrt{3x^2 - x + 2}}$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{\left(x^2+1\right)^4}$ là:

A. $y'=-\dfrac{8x}{\left(x^2+1\right)^5}$. **B.** $y'=-\dfrac{8x}{\left(x^2+1\right)^8}$. **C.** $y'=\dfrac{4x}{\left(x^2+1\right)^5}$. **D.** $y'=\dfrac{8x}{\left(x^2+1\right)^5}$.

Lời giải

Ta có $y'=\left[\dfrac{1}{\left(x^2+1\right)^4}\right]'=-\dfrac{\left[\left(x^2+1\right)^4\right]'}{\left[\left(x^2+1\right)^4\right]^2}=-\dfrac{4\left(x^2+1\right)^3.\left(x^2+1\right)'}{\left(x^2+1\right)^8}=-\dfrac{4\left(x^2+1\right)^3.2x}{\left(x^2+1\right)^8}=-\dfrac{8x}{\left(x^2+1\right)^5}$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$ là

A. $y'=\dfrac{5}{\left(x+3\right)^2}$. **B.** $y'=\dfrac{7}{\left(x+3\right)^2}$.

C. $y'=\dfrac{4x+5}{\left(x+3\right)^2}$. **D.** $y'=-\dfrac{7}{\left(x+3\right)^2}$.

Lời giải

Cách 1: Ta có: $y'=\left(\dfrac{2x-1}{x+3}\right)'=\dfrac{\left(2x-1\right)'.\left(x+3\right)-\left(2x-1\right).\left(x+3\right)'}{\left(x+3\right)^2}=\dfrac{2.\left(x+3\right)-\left(2x-1\right).1}{\left(x+3\right)^2}$

$=\dfrac{2x+6-2x+1}{\left(x+3\right)^2}=\dfrac{7}{\left(x+3\right)^2}$.

Cách 2: Áp dụng công thức tính nhanh: $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\Rightarrow y'=\dfrac{ad-bc}{\left(cx+d\right)^2}$.

Khi đó ta có: $y'=\left(\dfrac{2x-1}{x+3}\right)'=\dfrac{2.3-\left(-1\right).1}{\left(x+3\right)^2}=\dfrac{7}{\left(x+3\right)^2}$.

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y=\sin 2x$ là

A. $y'=\cos 2x$. **B.** $y'=-2\cos 2x$. **C.** $y'=2\cos 2x$. **D.** $y'=2\cos x$.

Lời giải

Ta có $y=\sin 2x\Rightarrow y'=\left(2x\right)'\cos 2x=2\cos 2x$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=\tan\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ là

A. $y'=\dfrac{\dfrac{\pi}{4}}{\cos^2\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)}$. **B.** $y'=-\dfrac{1}{\cos^2\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)}$.

C. $y'=\dfrac{1}{\cos^2\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\sin^2\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)}$.

Lời giải

Ta có $y=\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\Rightarrow y'=\frac{\left(x+\frac{\pi}{4}\right)'}{\cos^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}=\frac{1}{\cos^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}$.

Câu 15. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sin x+\cos 2x$ tại điểm $x=\frac{\pi}{3}$.

A. $y'\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1+2\sqrt{3}}{2}$. **B.** $y'\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$.

C. $y'\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1-2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $y'\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{-1-2\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

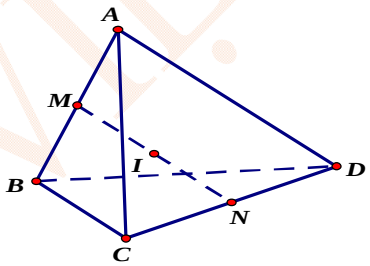
Ta có $y=\sin x+\cos 2x\Rightarrow y'=\cos x-2\sin 2x\Rightarrow y'\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}-2.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1-2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD. Gọi I là trung điểm của đoạn MN. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}\right)$. **B.** $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

C. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$.

Lời giải



- Vì N là trung điểm CD nên ta có : $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

- Vì M là trung điểm AB nên ta có $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$

- Vì $\begin{cases}\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=2\overrightarrow{IM}\\ \overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=2\overrightarrow{IN}\\ \overrightarrow{IM}+\overrightarrow{IN}=0\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$.

Vậy khẳng định Sai là $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}\right)$

Câu 17. Cho $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=5$, góc giữa giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng $120°$.Khi đó tích vô hướng của hai véctơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. $\vec{a}.\vec{b}=-\frac{15}{2}$. **B.** $\vec{a}.\vec{b}=\frac{15}{2}$. **C.** $\vec{a}.\vec{b}=\frac{15\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\vec{a}.\vec{b}=15$.

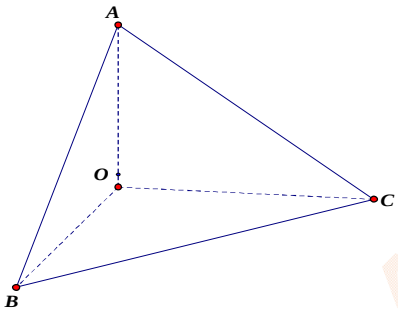
Lời giải

Ta có: $\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=3.5.\cos 120^\circ=-\dfrac{15}{2}$.

Câu 18. Cho hình tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Mệnh đề nào sau đây là **sai** ?

A. $OA\perp(OBC)$. **B.** $OC\perp(OAB)$. **C.** $OB\perp(OAC)$. **D.** $OA\perp(ABC)$.

Lời giải



Ta có:

+ $\begin{cases}OA\perp OB\\OA\perp OC\end{cases}\Rightarrow OA\perp(OBC)$.

+ $\begin{cases}OC\perp OA\\OC\perp OB\end{cases}\Rightarrow OC\perp(OAB)$.

+ $\begin{cases}OB\perp OA\\OB\perp OC\end{cases}\Rightarrow OB\perp(OAC)$.

Suy ra: khẳng định **sai** là $OA\perp(ABC)$

Câu 19. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

A. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

B. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

C. Cho đường thẳng d không vuông góc với mặt phẳng (α). Có duy nhất một mặt phẳng chứa d và vuông góc với (α).

D. Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Lời giải

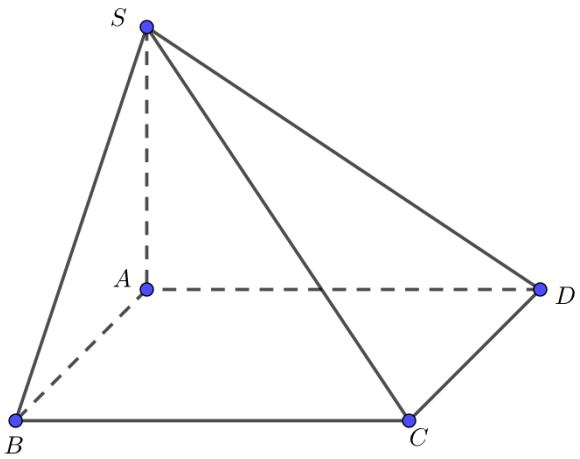
Có vô số mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước

$\Rightarrow$ Mệnh đề **B** sai.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a$ .Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAB) nhận giá trị nào sau đây?

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ **B.** a **C.** $a\sqrt{2}$ **D.** $2a$

Lời giải



Có $\begin{cases} SA \perp AD \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow d\left(D,(SAB)\right) = AD = a$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+\sqrt{x+2}}{x+1} & \text{khi } x > -1 \\ mx+3 & \text{khi } x \le -1 \end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x = -1$.

A. $m = 1$. **B.** $m = \dfrac{3}{2}$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = \dfrac{-3}{2}$.

Lời giải

TXĐ : $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1^+} \frac{x+\sqrt{x+2}}{x+1} = \lim_{x \to -1^+} \frac{x^2 - x - 2}{(x+1)(x-\sqrt{x+2})} = \lim_{x \to -1^+} \frac{(x+1)(x-2)}{(x+1)\left(x-\sqrt{x+2}\right)}$$

$$= \lim_{x \to -1^+} \frac{x-2}{x-\sqrt{x+2}} = \frac{3}{2}.$$

Hàm số liên tục tại $x = -1 \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = f(-1) \Leftrightarrow \dfrac{3}{2} = -m+3 \Leftrightarrow m = \dfrac{3}{2}$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - x - 2}{x-2} & khi\ x \ne 2 \\ m & khi\ x = 2 \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì hàm số liên tục tại $x = 2$?

A. $m = 1$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -1$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - x - 2}{x-2} = \lim\limits_{x \to 2} (x+1) = 3$ và $f(2) = m$.

Hàm số liên tục tại điểm $x = 2 \Leftrightarrow m = 3$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 2x + 5}$, giá trị của $f'(1)$ bằng

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** 0. **C.** 2. **D.** $\dfrac{-1}{16}$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=-\dfrac{2x-2}{\left(x^2-2x+5\right)^2}\Rightarrow f'(1)=0$.

Câu 24. Một vật rơi tự do theo phương trình $S(t)=\dfrac{1}{2}gt^2$ với $g=9{,}8\,\text{m/s}^2$. Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t=5$ giây là

A. $122{,}5\,\text{m/s}$. **B.** $61{,}5\,\text{m/s}$. **C.** $9{,}8\text{m/s}$. **D.** $49\,\text{m/s}$.

Lời giải

Ta có vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t là: $v_t=S'(t)=gt$.

Do đó, vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t=5$ giây là: $9{,}8\cdot 5=49(m/s)$.

Câu 25. . Tìm đạo hàm của hàm số $f(x)=2x^3-2\sqrt{x}+\dfrac{1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $f'(x)=6x^2-\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x^2}$. **B.** $f'(x)=3x^2-\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x^2}$.

C. $f'(x)=6x^2-\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $f'(x)=6x^2-\dfrac{2}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x^2}$.

Lời giải

Trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có: $f'(x)=\left(2x^3\right)'-\left(2\sqrt{x}\right)'+\left(\dfrac{1}{x}\right)'=6x^2-\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x^2}$.

Câu 26. . Tìm đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin 2x+2\cos x$.

A. $f'(x)=-2\cos 2x+2\sin x$. **B.** $f'(x)=2\cos 2x+2\sin x$.

C. $f'(x)=-2\cos 2x-2\sin x$. **D.** $f'(x)=2\cos 2x-2\sin x$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=(\sin 2x)'+2(\cos x)'=2\cos 2x-2\sin x$.

Câu 27. Tìm đạo hàm của hàm số $f(x)=\tan 2x+\cot x$.

A. $f'(x)=\dfrac{2}{\cos^2 2x}-\dfrac{1}{\sin^2 x}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{2}{\cos^2 2x}+\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

C. $f'(x)=\dfrac{1}{\cos^2 2x}-\dfrac{1}{\sin^2 x}$. **D.** $f'(x)=-\dfrac{2}{\cos^2 2x}+\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=(\tan 2x)'+(\cot x)'=\dfrac{2}{\cos^2 2x}-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin^2 2x-\cos 3x$.

A. $f'(x)=2\sin 4x-3\sin 3x$. **B.** $f'(x)=\sin 4x+3\sin 3x$.

C. $f'(x)=2\sin 4x+3\sin 3x$. **D.** $f'(x)=2\sin 2x+3\sin 3x$.

Lời giải

Theo các công thức tính đạo hàm của hàm số lượng giác ta có:

$f'(x)=2\sin 2x.(\sin 2x)'+3\sin 3x=2.2.\sin 2x.\cos 2x+3\sin 3x=2\sin 4x+3\sin 3x$

Câu 29. Cho chuyển động xác định bởi phương trình $S=t^3-3t^2-9t$, trong đó t được tính bằng giây và S được tính bằng mét. Gia tốc tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là

A. -6m/s^2. **B.** -12m/s^2. **C.** 6m/s^2. **D.** 12m/s^2.

Lời giải

Ta có:

$v(t)=S'(t)=3t^2-6t-9\Rightarrow a(t)=v'(t)=6t-6$

Khi vận tốc triệt tiêu ta có $v(t)=0\Leftrightarrow 3t^2-6t-9=0\Leftrightarrow t=3$

Khi đó gia tốc là $a(3)=6.3-6=12\text{m/s}^2$.

Câu 30. Đạo hàm cấp 2 của hàm số $y=\sqrt{2x+5}$ là

A. $y''=-\dfrac{1}{(2x+5)\sqrt{2x+5}}$. **B.** $y''=\dfrac{1}{(2x+5)\sqrt{2x+5}}$.

C. $y''=\dfrac{1}{\sqrt{2x+5}}$. **D.** $y''=-\dfrac{1}{\sqrt{2x+5}}$.

Lời giải

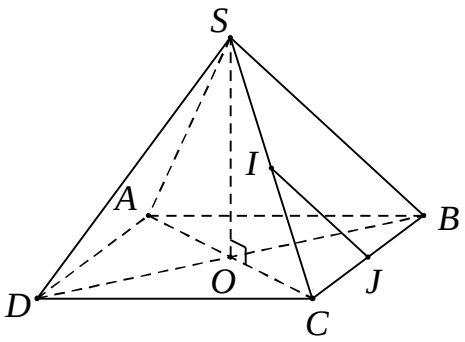
Ta có $y'=\left(\sqrt{2x+5}\right)'=\dfrac{2}{2\sqrt{2x+5}}=\dfrac{1}{\sqrt{2x+5}}$

$y''=-\dfrac{\left(\sqrt{2x+5}\right)'}{2x+5}=-\dfrac{\dfrac{2}{2\sqrt{2x+5}}}{2x+5}=-\dfrac{1}{(2x+5)\sqrt{2x+5}}$.

Câu 31. Cho hình chóp S.ABCD có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Số đo của góc (IJ,CD) bằng

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Lời giải



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD\Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp của hình vuông $ABCD$ (1).

Ta có: $SA=SB=SC=SD\Rightarrow S$ nằm trên trục của đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

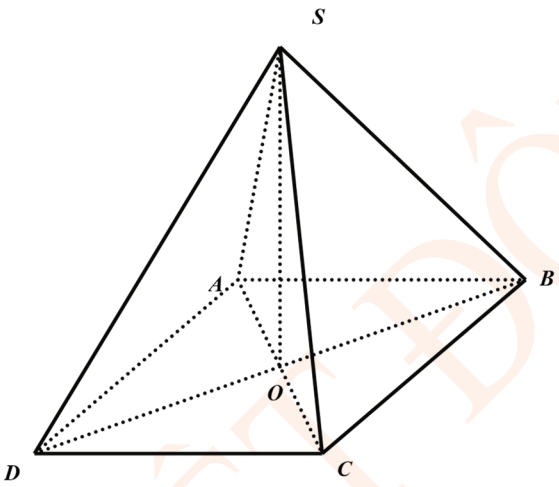
Từ giả thiết ta có: $IJ \,//\, SB$ (do IJ là đường trung bình của ΔSAB) $\Rightarrow (IJ, CD) = (SB, AB)$.

Mặt khác, ta lại có ΔSAB đều, do đó $\widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow (SB, AB) = 60^\circ \Rightarrow (IJ, CD) = 60^\circ$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ trong đó $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Trong các tam giác sau tam giác nào **không** phải là tam giác vuông ?

A. ΔSBC. **B.** ΔSCD. **C.** ΔSAB. **D.** ΔSBD.

Lời giải



Ta có :

$$\begin{cases} AB \perp AD \quad (tc \text{ HV}) \\ AB \perp SA \quad (SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp SD$$

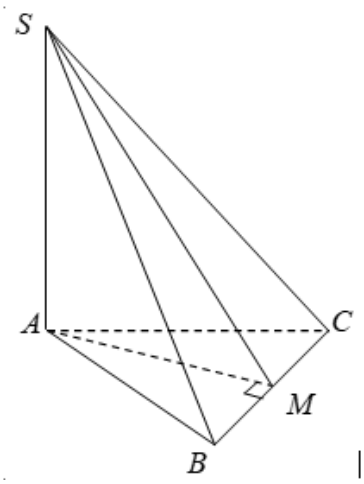
Giả sử $SB \perp SD \Rightarrow SD \perp (SAB)$ (vô lý)

Hay ΔSBD không thể là tam giác vuông.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm BC, J là trung điểm BM. **Khẳng định nào sau đây đúng ?**

A. $BC \perp (SAJ)$. **B.** $BC \perp (SAB)$. **C.** $BC \perp (SAM)$. **D.** $BC \perp (SAC)$.

Lời giải



Vì $SA \perp (ABC) \Rightarrow BC \perp SA$.

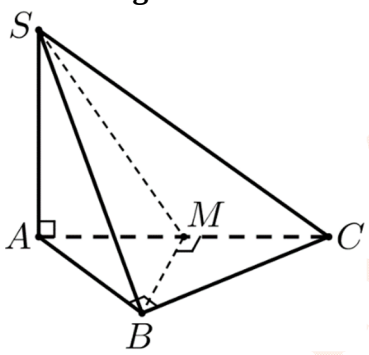
Theo giải thiết tam giác ABC là tam giác cân tại A và M là trung điểm $BC \Rightarrow BC \perp AM$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm AC. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $(SAB) \perp (SBC)$. **B.** $(SAC) \perp (ABC)$. **C.** $(SBM) \perp (SMC)$. **D.** $(SAB) \perp (SAC)$.

Lời giải



Mệnh đề A đúng vì dễ dàng chứng minh được $BC \perp (SAB)$.

Mệnh đề B đúng vì $SA \perp (ABC)$.

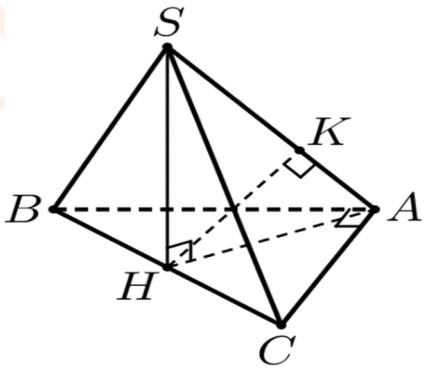
Mệnh đề C đúng vì dễ dàng chứng minh được $BM \perp (SAC)$.

Vậy mệnh đề D sai.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A. Tam giác SBC là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm BC. Suy ra $SH \perp (ABC)$.

Kẻ $HK \perp SA$ $(K \in SA)$. (1)

Ta có $\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHA) \Rightarrow BC \perp HK$. (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ HK là đoạn vuông góc chung của SA và BC.

Do đó $d\left[SA,BC\right]=HK=\dfrac{SH.HA}{\sqrt{SH^2+HA^2}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

II. TỰ LUẬN

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{mx^3}{3}-mx^2+\left(3m-1\right)x+1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $y'\le 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có: $y'=mx^2-2mx+3m-1$

Xét hai trường hợp:

+) TH1: $m=0$

Khi đó $y'=-1\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

Vậy $m=0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

+) TH2: $m\ne 0$

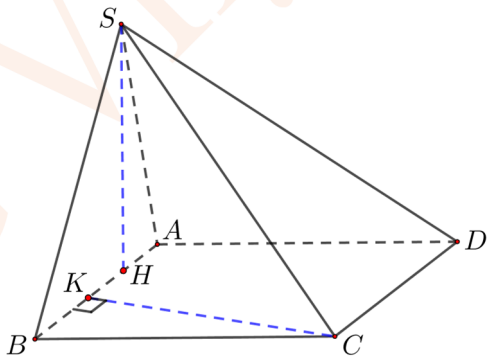
$$y'\le 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\ \Delta'=-2m^2+m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<0\\ m\ge\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow m<0$$

Kết hợp hai trường hợp ta được $m\le 0$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành với $BC=a\sqrt{2}$, $\widehat{ABC}=60^o$. Tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng $\left(SAB\right)$.

Lời giải

FB tác giả: Hong Pham



+ Theo giả thiết : Tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy nên trong mp $\left(SAB\right)$, kẻ $SH\perp AB$ ta suy ra $SH\perp(ABCD)$.

+ Vì $CD//AB$ và $AB\subset\left(SAB\right)$ nên $CD//\left(SAB\right)$.

Suy ra: $d\left(D,\left(SAB\right)\right)=d\left(C,\left(SAB\right)\right)$.

+ Kẻ $CK\perp AB$

Măt khác $CK\perp SH$ nên $CK\perp\left(SAB\right)\Rightarrow d\left(C,\left(SAB\right)\right)=CK$

+ Trong tam giác vuông KBC vuông tại K ta có: $CK=BC.\sin 60^o=a\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

Vậy $d\left(D,\left(SAB\right)\right)=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Cách khác:

+ Vì $CD//AB$ và $AB\subset(SAB)$ nên $CD//(SAB)$. Suy ra: $d(D,(SAB))=d(C,(SAB))$.

+ Kẻ $CK\perp AB$, với $K\in AB$

Do $\begin{cases}(ABCD)\perp(SAB)\\ CK\perp AB\end{cases}\Rightarrow CK\perp(SAB)$

+ Trong tam giác vuông BCK vuông tại K ta có: $CK=BC.\sin 60^o=a\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

Vậy $d(D,(SAB))=d(C,(SAB))=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 3a. **[Mức độ 4]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(2m^2-5m+2)(x-1)^{2000}(x^{2021}-2)+2x+3=0$ có nghiệm.

Lời giải

❖ Trước tiên, ta chứng minh định lí sau:

Phương trình đa thức bậc lẻ $a_{2n+1}x^{2n+1}+a_{2n}x^{2n}+\ldots+a_1x+a_0=0\ (a_{2n+1}\neq 0)$ luôn có ít nhất một nghiệm, với mọi giá trị của a_i, $i=\overline{2n+1,0}$. (Giả sử $a_{2n+1}>0$)

- Chứng minh:

+ Xét hàm số $f(x)=a_{2n+1}x^{2n+1}+a_{2n}x^{2n}+\ldots+a_1x+a_0$, đây là hàm đa thức, xác định trên $\mathbb{R}$ nên liên tục trên $\mathbb{R}$.

+ Mặt khác, ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[a_{2n+1}x^{2n+1}+a_{2n}x^{2n}+\ldots+a_1x+a_0\right]=+\infty$ nên tồn tại $x_1\in\mathbb{R}$ sao cho $f(x_1)>0$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[a_{2n+1}x^{2n+1}+a_{2n}x^{2n}+\ldots+a_1x+a_0\right]=-\infty$ nên tồn tại $x_2\in\mathbb{R}$ sao cho $f(x_2)<0$.

Áp dụng hệ quả của định lí về giá trị trung gian , tồn tại $t\in(x_1;x_2)$ sao cho $f(t)=0$.

❖ Trở lại bài toán, đặt $f(x)=(2m^2-5m+2)(x-1)^{2000}(x^{2021}-2)+2x+3$.

+ Xét $2m^2-5m+2=0\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}$ hay $m=2$.

Khi đó phương trình trở thành $2x+3=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{3}{2}$

+ Xét $2m^2-5m+2\neq 0\Leftrightarrow m\neq\dfrac{1}{2}$ và $m\neq 2$. Rõ ràng khi khai triển thì $f(x)$ là đa thức bậc lẻ, có bậc cao nhất là $2000+2021=4021$. Áp dụng định lí vừa chứng minh trên ta suy ra phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm. Vậy với mọi giá trị của m phương trình đã cho luôn có nghiệm.

Câu 3b. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị (H) của hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$ tại hai điểm A,B phân biệt sao cho biểu thức $P=k_1^{2021}+k_2^{2021}$ đạt giá trị nhỏ nhất, với k_1,k_2 là hệ số góc của tiếp tuyến tại A, B của đồ thị (H).

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (H) và đường thẳng $d: y=-2x+m$:

$\frac{2x+3}{x+2}=-2x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -2 \\ (x+2)(2x-m)+2x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -2 \\ 2x^2-(m-6)x+3-2m=0 \end{cases}$ (1)

Đường thẳng d cắt đồ thị (H) tại hai điểm phân biệt

$\Leftrightarrow$ pt (1) có 2 nghiệm phân biệt khác $-2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=(m-6)^2-8(3-2m)>0 \\ 2.(-2)^2-(m-6).(-2)+3-2m\neq 0 \end{cases}$ (*)

Khi đó x_A, x_B là 2 nghiệm phân biệt của pt (1) $\Rightarrow \begin{cases} x_A+x_B=\frac{m-6}{2} \\ x_Ax_B=\frac{3-2m}{2} \end{cases}$ (2)

Ta có $y'=\frac{1}{(x+2)^2} \Rightarrow k_1=y'(x_A)=\frac{1}{(x_A+2)^2}$, $k_2=y'(x_B)=\frac{1}{(x_B+2)^2} \Rightarrow k_1,k_2>0$.

$$\Rightarrow k_1k_2=\frac{1}{\left[2(x_A+x_B)+x_Ax_B+4\right]^2}=\frac{1}{\left(m-6+\frac{3-2m}{2}+4\right)^2}=4$$

$\Rightarrow P=k_1^{2021}+k_2^{2021}\geq 2\sqrt{k_1^{2021}k_2^{2021}}=2\sqrt{4^{2021}}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow k_1=k_2>0 \Leftrightarrow \frac{1}{(x_A+2)^2}=\frac{1}{(x_B+2)^2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_A+2=x_B+2 \\ x_A+2=-(x_B+2) \end{array}\right.$ (3)

Do $\begin{cases} A\neq B \\ A,\ B\in(H) \end{cases} \Rightarrow x_A\neq x_B$ nên từ (3) $\Leftrightarrow x_A+x_B=-4$.

Kết hợp với (2) ta được $\frac{m-6}{2}=-4 \Leftrightarrow m=-2$ thỏa mãn điều kiện (*).

Vậy $m=-2$ là giá trị cần cần tìm.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 17

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

I. TRẮC NGHIỆM.

Câu 1. Tính $\lim\dfrac{6n+2021}{3n-1}$.

A. -2021. **B.** 2. **C.** -6. **D.** $\dfrac{2021}{3}$.

Câu 2. Tính $\lim\left(n^3-3n-7\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** -7. **D.** -9.

Câu 3. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+1}+x\right)$

A. -2. **B.** 2. **C.** $-\infty$. **D.** 1.

Câu 4. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+x-3}{x^3-1}$

A. 2. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** 3.

Câu 5. Giá trị của $\lim\limits_{x\to1}\left(2x^2-3x+2\right)$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 6. Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0=-1$.

A. $y=\left(x+1\right)\left(x^2+2\right)$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x^2+1}$.

Câu 7. Cho các số thực a,b,c thỏa mãn $\begin{cases}a+c>b+1\\a+b+c+1<0\end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị hàm số $f\left(x\right)=x^3+ax^2+bx+c$ với Ox là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 8. Số gia Δy của hàm số $f\left(x\right)=x^3+1$ tại $x_0=-1$ ứng với biến số $\Delta x=1$ là

A. -1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{2} & \text{khi } x\le1\\ ax+b & \text{khi } x>1\end{cases}$. Với giá trị nào sau đây của a,b thì hàm số có đạo hàm tại $x=1$?

A. $a=1;b=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $a=\dfrac{1}{2};b=\dfrac{1}{2}$. **C.** $a=\dfrac{1}{2};b=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $a=1;b=\dfrac{1}{2}$.

Câu 10. Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{x}$. Đạo hàm của f tại $x=\sqrt{2}$ là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y=2x+\dfrac{1}{x}$ là:

A. $y'=2+\frac{1}{x^2}$. **B.** $y'=2-\frac{1}{x^2}$. **C.** $y'=2-\frac{1}{x}$. **D.** $y'=2x-\frac{1}{x^2}$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y=\frac{3-2x}{x+1}$ là:

A. $\frac{5}{(x+1)^2}$. **B.** $\frac{-5}{(x+1)^2}$. **C.** $\frac{-5}{x+1}$. **D.** $\frac{5}{x+1}$.

Câu 13. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{2x+3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'=\frac{1}{(2x+3)^2}$. **B.** $y'=\frac{-5}{(2x+3)^2}$. **C.** $y'=\frac{5}{(2x+3)^2}$. **D.** $y'=\frac{-1}{(2x+3)^2}$.

Câu 14. Cho hàm số $y=\sqrt{2x^2+5x+9}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'=\frac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x+9}}$. **B.** $y'=\frac{2x+5}{\sqrt{2x^2+5x+9}}$.

C. $y'=\frac{1}{2\sqrt{2x^2+5x+9}}$. **D.** $y'=\frac{4x+5}{\sqrt{2x^2+5x+9}}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=x^4+3x$. Giá trị $f'(0)$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 16. Biết đồ thị hàm số $y=\frac{ax+b}{x+1}(C);(a,b\in\mathbb{Z})$ đi qua điểm $A(2;0)$ và có hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $B(0;-2)$ bằng 3.Tính $S=a-b$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -2.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y=(x^3-5).\sqrt{x}$ trên $(0;+\infty)$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{7}{2}\sqrt{x^5}-\frac{5}{2\sqrt{x}}$. **B.** $3x^2-\frac{5}{2\sqrt{x}}$. **C.** $\frac{7}{2}\sqrt[5]{x^2}-\frac{5}{2\sqrt{x}}$. **D.** $3x^2-\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Câu 18. Hàm số nào sau đây có đạo hàm là $\cos 2x$

A. $y=\frac{1}{2}\sin 2x+4$. **B.** $y=-\frac{1}{2}\sin 2x+4$. **C.** $y=\frac{1}{2}\cos 2x$. **D.** $y=\sin 2x$.

Câu 19. . Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{2021}\sin x+\cos 2021x$ là:

A. $y'=\sqrt{2021}\cos x-\sin 2021x$. **B.** $y'=\sqrt{2021}\cos x-2021\sin 2021x$.

C. $y'=\sqrt{2021}\cos x+\sin 2021x$. **D.** $y'=\sqrt{2021}\cos x+2021\sin 2021x$.

Câu 20. . Đạo hàm của hàm số $y=\tan\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ là:

A. $y'=-\frac{1}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}$. **B.** $y'=-\frac{2}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}$.

C. $y'=\frac{1}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}$. **D.** $y'=\frac{2}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)=\sin^4 2x+\cos^4 2x$, khi đó $f'(x)$ bằng?

A. $2\sin 8x$. **B.** $2\cos 8x$. **C.** $-2\cos 8x$. **D.** $-2\sin 8x$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\cos^2 x+x & \text{khi } x\ge 0\\ \sin 2x & \text{khi } x<0\end{cases}$, khi đó $f'(\pi)+f'\left(\dfrac{-\pi}{4}\right)$ bằng

A. 0. **B.** π. **C.** $1+\pi$. **D.** 1.

Câu 23. Cho $f(x)=\sin^2 x-\cos^2 x-x$. Khi đó $f'(x)$ bằng

A. $1-\sin 2x$. **B.** $-1+2\sin 2x$. **C.** $-1+\sin x.\cos x$. **D.** $1+2\sin 2x$.

Câu 24. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y=f(x)=x\sin x-3$ là biểu thức nào trong các biểu thức sau?

A. $f''(x)=2\cos x-x\sin x$. **B.** $f''(x)=-x\sin x$.

C. $f''(x)=\sin x-x\cos x$. **D.** $f''(x)=1+\cos x$.

Câu 25. Cho hàm số $y=\sin 2x$. Hãy chọn câu đúng.

A. $y^2+(y')^2=4$. **B.** $4y-y''=0$. **C.** $4y+y''=0$. **D.** $y=y'\tan 2x$.

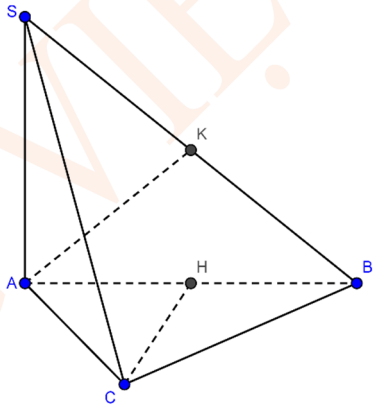
Câu 26: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{B'A'}$. **C.** $\overrightarrow{D'C'}$. **D.** $\overrightarrow{BA}$.

Câu 27: Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O. Qua O có mấy đường thẳng vuông góc với Δ cho trước?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh $SA\perp(ABC)$ và đáy ABC là tam giác cân ở C. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AB và SB. Khẳng định nào sau đây **sai**?

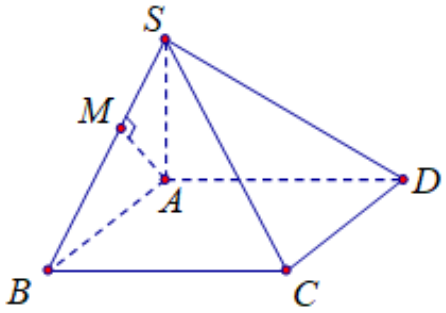


A. $CH\perp SA$. **B.** $CH\perp SB$. **C.** $CH\perp AK$. **D.** $AK\perp SB$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc đáy. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $AC\perp(SBD)$. **B.** $BC\perp(SAB)$. **C.** $BD\perp(SAC)$. **D.** $CD\perp(SAD)$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông. Từ A kẻ $AM\perp SB$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $AM \perp (SBD)$. **B.** $AM \perp (SBC)$. **C.** $SB \perp (MAC)$. **D.** $AM \perp (SAD)$.

Câu 31. Cho tứ diện ABCD có $AB \perp (BCD)$. Trong ΔBCD vẽ các đường cao BE và DF cắt nhau ở O. Trong (ADC) vẽ $DK \perp AC$ tại K. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $(ADC) \perp (ABE)$. **B.** $(ADC) \perp (DFK)$. **C.** $(ADC) \perp (ABC)$. **D.** $(BDC) \perp (ABE)$.

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AB \perp (ADC)$. **B.** $BC \perp AD$. **C.** $CD \perp (ABD)$. **D.** $AC \perp BD$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Chọn nhận định SAI

A. $(SAC) \perp (SBD)$. **B.** $(SAB) \perp (SBC)$. **C.** $(SCD) \perp (SAD)$. **D.** $(SBC) \perp (SCD)$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách S đến đáy là?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 35. Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1 . Khoảng cách từ A đến mặt đáy là

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

II. TỰ LUẬN .

Câu 1. Cho dãy số (u_n) xác định bởi : $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \frac{1}{u_n}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Tính giới hạn của dãy (u_n).

Câu 2. Tìm các giá trị của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$?

Câu 3. Một chất điểm chuyển động có quãng đường được cho bởi phương trình $s(t) = \frac{1}{4}t^4 - t^3 + \frac{5}{2}t^2 + 10t$, trong đó $t > 0$ với t tính bằng giây (s) và s tính bằng mét (m). Tính vận tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm chất điểm có gia tốc chuyển động nhỏ nhất.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD).

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.A	4.B	5.B	6.B	7.D	8.B	9.A	10.B
11.B	12.B	13.C	14.A	15.D	16.B	17.A	18.A	19.B	20.D
21.D	22.D	23.B	24.A	25.C	26.C	27.D	28.D	29.A	30.B
31.C	32.B	33.D	34.A	35.C					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. TRẮC NGHIỆM .

Câu 1. Tính $\lim\dfrac{6n+2021}{3n-1}$.

A. -2021. **B.** 2. **C.** -6. **D.** $\dfrac{2021}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\lim\dfrac{6n+2021}{3n-1}=\lim\dfrac{6+\dfrac{2021}{n}}{3-\dfrac{1}{n}}=\dfrac{6+0}{3-0}=2$.

Câu 2. Tính $\lim\left(n^3-3n-7\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** -7. **D.** -9.

Lời giải

Ta có: $\lim\left(n^3-3n-7\right)=\lim\left[n^3\left(1-\dfrac{3}{n^2}-\dfrac{7}{n^3}\right)\right]=+\infty$ vì $\lim(n^3)=+\infty$ và

$\lim\left(1-\dfrac{3}{n^2}-\dfrac{7}{n^3}\right)=1>0.$

Câu 3. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+1}+x\right)$

A. -2. **B.** 2. **C.** $-\infty$. **D.** 1.

Lời giải

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+1}+x\right)$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{4x+1}{\sqrt{x^2+4x+1}-x}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{4x+1}{-x\sqrt{1+\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-x}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{4+\dfrac{1}{x}}{-\sqrt{1+\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-1}$$

$$=\frac{4}{-1-1}=-2.$$

Câu 4. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+x-3}{x^3-1}$

A. 2. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** 3.

Lời giải

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^2+x-3}{x^3-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}-\frac{3}{x^3}}{1-\frac{1}{x^3}}=0$$

Câu 5. Giá trị của $\lim\limits_{x\to1}\left(2x^2-3x+2\right)$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B.

Câu 6. Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0=-1$.

A. $y=(x+1)\left(x^2+2\right)$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x^2+1}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ không xác định tại $x_0=-1$ nên gián đoạn tại $x_0=-1$.

Câu 7. Cho các số thực a,b,c thỏa mãn $\begin{cases}a+c>b+1\\a+b+c+1<0\end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với Ox là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Dễ thấy, hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

$\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty\\f(-1)=a-b+c-1>0\end{cases}$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có ít nhất 1 giao điểm với Ox trên khoảng $(-\infty;-1)$.

$\begin{cases}f(-1)=a-b+c-1>0\\f(1)=a+b+c+1<0\end{cases}\Rightarrow$ đồ thị hàm số có ít nhất 1 giao điểm với Ox trên khoảng $(-1;1)$.

$\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty\\f(1)=a+b+c+1<0\end{cases}$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có ít nhất 1 giao điểm với Ox trên khoảng $(1;+\infty)$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 8. Số gia Δy của hàm số $f(x)=x^3+1$ tại $x_0=-1$ ứng với biến số $\Delta x=1$ là

A. -1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)=f(0)-f(-1)=1-0=1$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{2} & \text{khi } x\le1\\ ax+b & \text{khi } x>1\end{cases}$. Với giá trị nào sau đây của a,b thì hàm số có đạo hàm tại $x=1$?

A. $a=1;b=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $a=\dfrac{1}{2};b=\dfrac{1}{2}$. **C.** $a=\dfrac{1}{2};b=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $a=1;b=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Hàm số liên tục tại $x=1$ nên ta có $a+b=\frac{1}{2}$.

Hàm số có đạo hàm tại $x=1$ nên giới hạn 2 bên của $\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ bằng nhau và ta có:

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{ax+b-\frac{1}{2}}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{ax+b-(a+b)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{a(x-1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}a=a$$

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{\frac{x^2}{2}-\frac{1}{2}}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{(x+1)(x-1)}{2(x-1)}=\lim_{x\to 1^-}\frac{(x+1)}{2}=1$$

Vậy $a=1;b=-\frac{1}{2}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{x}$. Đạo hàm của f tại $x=\sqrt{2}$ là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

$$f'(x)=-\frac{1}{x^2}\Rightarrow f'\left(\sqrt{2}\right)=-\frac{1}{2}$$

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y=2x+\frac{1}{x}$ là:

A. $y'=2+\frac{1}{x^2}$. **B.** $y'=2-\frac{1}{x^2}$. **C.** $y'=2-\frac{1}{x}$. **D.** $y'=2x-\frac{1}{x^2}$.

Lời giải

Ta có : $y'=\left(2x+\frac{1}{x}\right)'=(2x)'+\left(\frac{1}{x}\right)'=2-\frac{1}{x^2}$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y=\frac{3-2x}{x+1}$ là:

A. $\frac{5}{(x+1)^2}$. **B.** $\frac{-5}{(x+1)^2}$. **C.** $\frac{-5}{x+1}$. **D.** $\frac{5}{x+1}$.

Lời giải

Ta có :

$$y'=\left(\frac{3-2x}{x+1}\right)'=\frac{(3-2x)'.(x+1)-(3-2x).(x+1)'}{(x+1)^2}=\frac{-2.(x+1)-(3-2x)}{(x+1)^2}=\frac{-5}{(x+1)^2}.$$

Câu 13. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{2x+3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'=\frac{1}{(2x+3)^2}$. **B.** $y'=\frac{-5}{(2x+3)^2}$. **C.** $y'=\frac{5}{(2x+3)^2}$. **D.** $y'=\frac{-1}{(2x+3)^2}$.

Lời giải

$$y'=\frac{(x-1)'(2x+3)-(x-1)(2x+3)'}{(2x+3)^2}=\frac{2x+3-(x-1).2}{(2x+3)^2}=\frac{2x+3-2x+2}{(2x+3)^2}=\frac{5}{(2x+3)^2}.$$

Câu 14. Cho hàm số $y=\sqrt{2x^2+5x+9}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'=\dfrac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x+9}}$. **B.** $y'=\dfrac{2x+5}{\sqrt{2x^2+5x+9}}$.

C. $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{2x^2+5x+9}}$. **D.** $y'=\dfrac{4x+5}{\sqrt{2x^2+5x+9}}$.

Lời giải

$y'=\dfrac{\left(2x^2+5x+9\right)'}{2\sqrt{2x^2+5x+9}}=\dfrac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x+9}}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=x^4+3x$. Giá trị $f'(0)$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $f(x)=x^4+3x \Rightarrow f'(x)=4x^3+3$ nên $f'(0)=3$.

Câu 16. Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+1}(C);(a,b\in\mathbb{Z})$ đi qua điểm $A(2;0)$ và có hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $B(0;-2)$ bằng 3. Tính $S=a-b$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải

Vì đồ thị (C) đi qua điểm $A(2;0)$ nên $2a+b=0$ (1).

Ta có $y'=\dfrac{a-b}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(0)=a-b$.

gt $y'(0)=3 \Leftrightarrow a-b=3$ (2).

Từ (1) và (2) ta được $\begin{cases}2a+b=0\\a-b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-2\end{cases}$

Do đó $S=a-b=3$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^3-5\right).\sqrt{x}$ trên $(0;+\infty)$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{7}{2}\sqrt{x^5}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}$. **B.** $3x^2-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}$. **C.** $\dfrac{7}{2}\sqrt[5]{x^2}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}$. **D.** $3x^2-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

Lời giải

Ta có

$y=\left(x^3-5\right).\sqrt{x}$

$\Rightarrow y'=\left(x^3-5\right)'.\sqrt{x}+\left(x^3-5\right)\sqrt{x}'$

$\Rightarrow y'=3x^2.\sqrt{x}+\left(x^3-5\right)\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$\Rightarrow y'=\dfrac{7}{2}\sqrt{x^5}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}$.

Câu 18. Hàm số nào sau đây có đạo hàm là $\cos 2x$

A. $y=\dfrac{1}{2}\sin 2x+4$. **B.** $y=-\dfrac{1}{2}\sin 2x+4$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}\cos 2x$. **D.** $y=\sin 2x$.

Lời giải

Ta có

$y=\frac{1}{2}\sin 2x+4$

$\Rightarrow y^{'}=\cos 2x$.

Câu 19. . Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{2021}\sin x+\cos 2021x$ là:

A. $y'=\sqrt{2021}\cos x-\sin 2021x$.
B. $y'=\sqrt{2021}\cos x-2021\sin 2021x$.
C. $y'=\sqrt{2021}\cos x+\sin 2021x$.
D. $y'=\sqrt{2021}\cos x+2021\sin 2021x$.

Lời giải

+) Ta có:

$y'=\left(\sqrt{2021}\sin x+\cos 2021x\right)'=\sqrt{2021}\left(\sin x\right)'+\left(\cos 2021x\right)'$

$=\sqrt{2021}\left(\sin x\right)'-\left(2021x\right)'\sin 2021x=\sqrt{2021}\cos x-2021\sin 2021x$.

Câu 20. . Đạo hàm của hàm số $y=\tan\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ là:

A. $y'=-\frac{1}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}$.
B. $y'=-\frac{2}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}$.
C. $y'=\frac{1}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}$.
D. $y'=\frac{2}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}$.

Lời giải

Ta có:

+ $y'=\frac{\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)'}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}=\frac{2}{\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}$.

Câu 21. Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin^4 2x+\cos^4 2x$, khi đó $f'\left(x\right)$ bằng

A. $2\sin 8x$.
B. $2\cos 8x$.
C. $-2\cos 8x$.
D. $-2\sin 8x$.

Lời giải

Ta có $f\left(x\right)=\left(\sin^2 2x+\cos^2 2x\right)^2-2\sin^2 2x.\cos^2 2x=1-\frac{1}{2}\sin^2 4x=1-\frac{1-\cos 8x}{4}$

$\Rightarrow f'\left(x\right)=-2\sin 8x$.

Câu 22. Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\cos^2 x+x & \text{khi } x\ge 0\\ \sin 2x & \text{khi } x<0\end{cases}$, khi đó $f'\left(\pi\right)+f'\left(\frac{-\pi}{4}\right)$ bằng

A. 0.
B. π.
C. $1+\pi$.
D. 1.

Lời giải

Với $x>0$, $f'\left(x\right)=\left(\cos^2 x+x\right)'=1-2\sin x\cos x=1-\sin 2x\Rightarrow f'\left(\pi\right)=1$

Với $x<0$, $f'(x)=(\sin 2x)'=2\cos 2x \Rightarrow f'\left(\frac{-\pi}{4}\right)=0$

$\Rightarrow f'(\pi)+f'\left(\frac{-\pi}{4}\right)=1$.

Câu 23. Cho $f(x)=\sin^2 x-\cos^2 x-x$. Khi đó $f'(x)$ bằng

A. $1-\sin 2x$. **B.** $-1+2\sin 2x$. **C.** $-1+\sin x.\cos x$. **D.** $1+2\sin 2x$.

Lời giải

Ta có $f(x)=\sin^2 x-\cos^2 x-x=-\cos 2x-x \Rightarrow f'(x)=2\sin 2x-1$.

Câu 24. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y=f(x)=x\sin x-3$ là biểu thức nào trong các biểu thức sau?

A. $f''(x)=2\cos x-x\sin x$. **B.** $f''(x)=-x\sin x$.

C. $f''(x)=\sin x-x\cos x$. **D.** $f''(x)=1+\cos x$.

Lời giải

Ta có $y'=f'(x)=(x\sin x-3)'=\sin x+x\cos x$

Vậy $y''=f''(x)=(\sin x+x\cos x)'=2\cos x-x\sin x$.

Câu 25. Cho hàm số $y=\sin 2x$. Hãy chọn câu đúng.

A. $y^2+(y')^2=4$. **B.** $4y-y''=0$.

C. $4y+y''=0$. **D.** $y=y'\tan 2x$.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

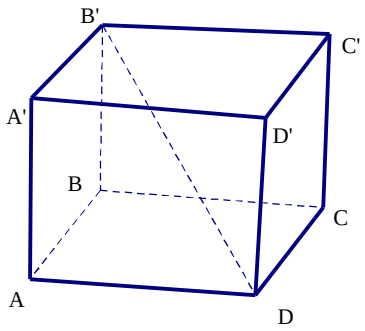
Ta có $y'=2\cos 2x$ và $y''=-4\sin 2x$.

$4y+y''=4\sin 2x-4\sin 2x=0$.

Câu 26: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{B'A'}$. **C.** $\overrightarrow{D'C'}$. **D.** $\overrightarrow{BA}$.

Lời giải



Dễ dàng thấy $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{D'C'}$.

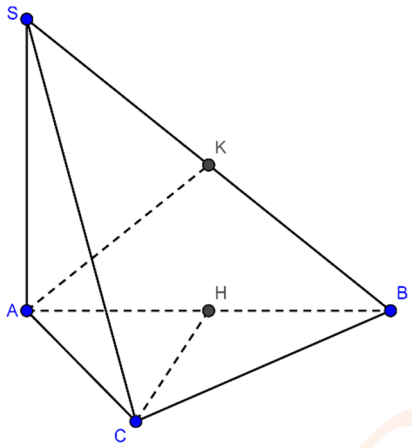
Câu 27: Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O. Qua O có mấy đường thẳng vuông góc với Δ cho trước?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Qua điểm O có thể dựng vô số đường thẳng vuông góc với Δ, các đường thẳng đó cùng nằm trong một mặt phẳng vuông góc với Δ.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh $SA \perp (ABC)$ và đáy ABC là tam giác cân ở C. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AB và SB. Khẳng định nào sau đây **sai**?



A. $CH \perp SA$. **B.** $CH \perp SB$. **C.** $CH \perp AK$. **D.** $AK \perp SB$.

Lời giải

Do ΔABC cân tại C nên $CH \perp AB$. Suy ra $CH \perp (SAB)$. Vậy các câu A, B, C đúng nên D sai.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc đáy. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

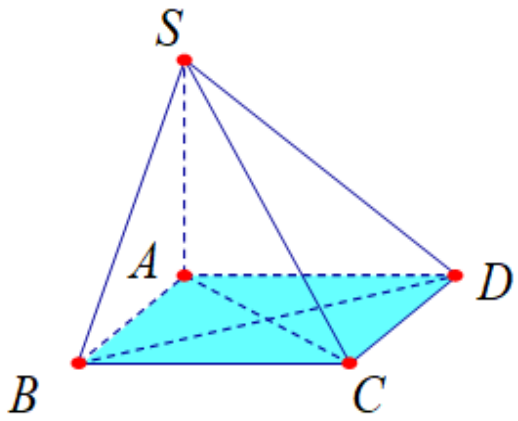
A. $AC \perp (SBD)$.

B. $BC \perp (SAB)$.

C. $BD \perp (SAC)$.

D. $CD \perp (SAD)$.

Lời giải



Ta có:

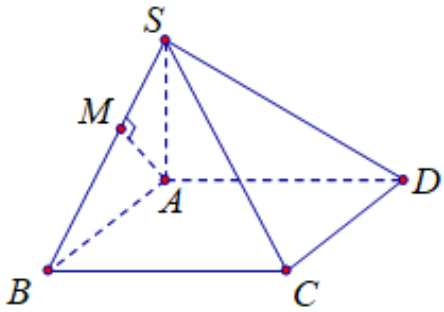
+ $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

+ $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$.

+ $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$.

Suy ra: đáp án A sai.

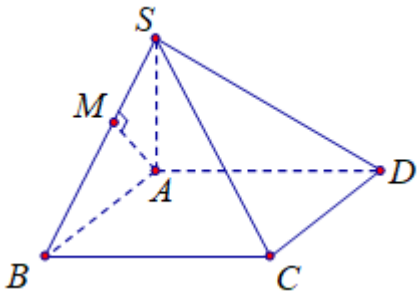
Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông. Từ A kẻ $AM \perp SB$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $AM \perp (SBD)$. **B.** $AM \perp (SBC)$.

C. $SB \perp (MAC)$. **D.** $AM \perp (SAD)$.

Lời giải



Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ (1).

Do $ABCD$ là hình vuông nên $BC \perp AB$ (2).

Từ $(1), (2) \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$ (3).

Theo giả thiết, ta có $AM \perp SB$ (4).

Từ $(3), (4) \Rightarrow AM \perp (SBC)$.

Câu 31. Cho tứ diện ABCD có $AB \perp (BCD)$. Trong ΔBCD vẽ các đường cao BE và DF cắt nhau ở O. Trong (ADC) vẽ $DK \perp AC$ tại K. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $(ADC) \perp (ABE)$. **B.** $(ADC) \perp (DFK)$.

C. $(ADC) \perp (ABC)$. **D.** $(BDC) \perp (ABE)$.

Lời giải

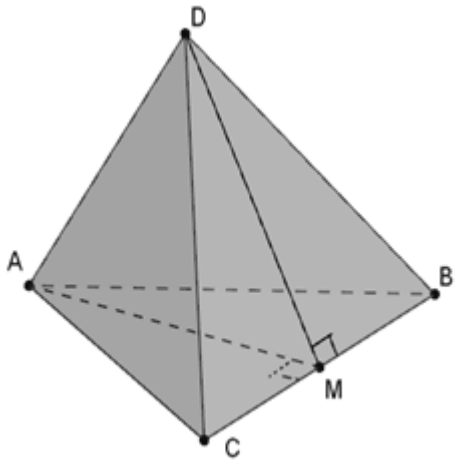
1. Ta có $\left.\begin{matrix} CD \perp BE \\ CD \perp AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} CD \perp (ABE) \\ CD \subset (ADC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow (ADC) \perp (ABE)$. Vậy **A** đúng.
2. $\left.\begin{matrix} DF \perp BC \\ DF \perp AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} DF \perp (ABC) \\ AC \subset (ABC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} DF \perp AC \\ DK \perp AC \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} AC \perp (DFK) \\ AC \subset (ADC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow (ADC) \perp (DFK)$

   Vậy **B đúng**.
3. Ta có $\left.\begin{matrix} CD \perp BE \\ CD \perp AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} CD \perp (ABE) \\ CD \subset (BDC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow (BDC) \perp (ABE)$. Vậy **D đúng**.
4. Vậy **C sai.**

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AB \perp (ADC)$. **B.** $BC \perp AD$. **C.** $CD \perp (ABD)$. **D.** $AC \perp BD$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BC.

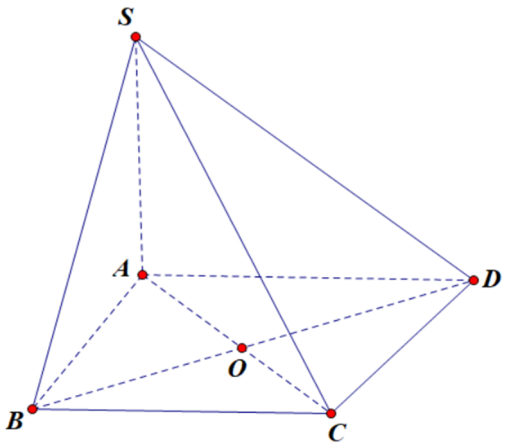
$$\begin{cases} AB = AC \\ DB = DC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp DM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ADM) \Rightarrow BC \perp AD.$$

Chọn đáp án **B.**

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Chọn nhận định SAI

A. $(SAC) \perp (SBD)$. **B.** $(SAB) \perp (SBC)$. **C.** $(SCD) \perp (SAD)$. **D.** $(SBC) \perp (SCD)$.

Lời giải



$$\begin{cases} BD \perp (SAC) \\ BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \perp (SBD).$$

$$\begin{cases} BC \perp (SAB) \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \perp (SBC).$$

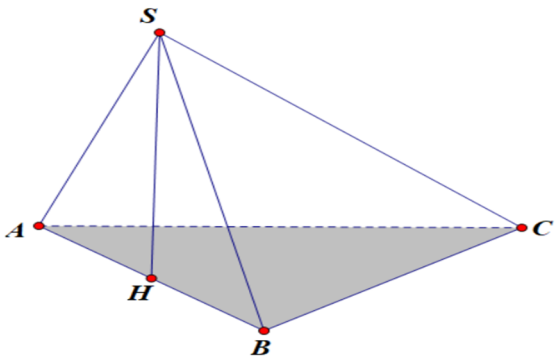
$$\begin{cases} CD \perp (SAD) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAD) \perp (SCD).$$

Chọn đáp án D.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách S đến đáy là?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải



Vẽ đường cao SH của tam giác SAB

$$\begin{cases}(SAB)\cap(ABC)=AB\\(SAB)\perp(ABC)\\SH\perp AB\\SH\subset(SAB)\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABC).$$

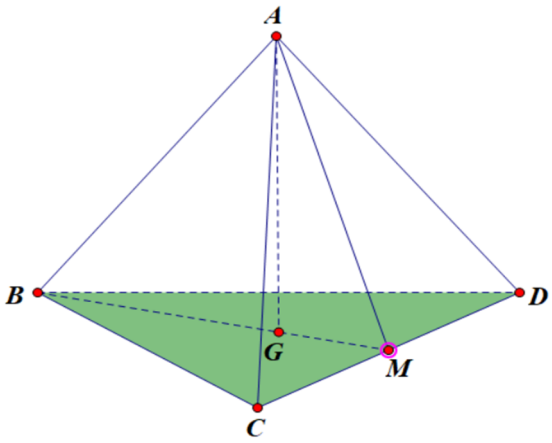
Vậy khoảng cách từ S xuống (ABC) chính là đường cao SH của tam giác đều SAB cạnh bằng a.

Khi đó $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 35. Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1 . Khoảng cách từ A đến mặt đáy là

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải



Kẻ đường trung tuyến BM . Tam giác BCD đều nên BM cũng là đường cao.

G là trọng tâm tam giác BCD.

$ABCD$ là tứ diện đều nên $AG\perp(BCD)$. Vậy khoảng cách từ A đến đáy chính là AG .

BM là đường cao của tam giác đều nên $BM=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

$$BG=\frac{2}{3}BM=\frac{2}{3}\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Áp dụng Pytago trong tam giác AGB vuông tại G có $AG=\sqrt{AB^2-BG^2}=\sqrt{1-\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Vậy khoảng cách từ A tới đáy là $AG=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

II. TỰ LUẬN .

Câu 1. Cho dãy số (u_n) xác định bởi : $\begin{cases}u_1=2\\ u_{n+1}=2-\frac{1}{u_n};\forall n\in\mathbb{N}^*\end{cases}$

Tính giới hạn của dãy (u_n).

Lời giải

Ta có: $u_1=2;u_2=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}=\frac{2+1}{2}$; $u_3=\frac{3+1}{3};u_4=\frac{4+1}{4}$.

Từ đó dự đoán $u_n=\frac{n+1}{n},\ \forall n\in\mathbb{N}^*$ (*)

Chứng minh (*) bằng phương pháp quy nạp :

Với $n=1\to u_1=2$ (đúng).

Giả sử (*) đúng với $n=k\,(k\ge 1)$ nghĩa là $u_k=\frac{k+1}{k}$

Ta chứng minh (*) đúng khi $n=k+1$.Nghĩa là ta phải chứng minh : $u_{k+1}=\frac{k+2}{k+1}$

Thật vậy theo bài ra và giả thiết quy nap ta có $u_{k+1}=2-\frac{1}{u_k}=2-\frac{1}{\frac{k+1}{k}}=\frac{k+2}{k+1}$ đúng ,

nghĩa là (*)cũng đúng với $n=k+1$.

Vậy $u_n=\frac{n+1}{n};\forall n\in N^*$. Ta có $\lim u_n=\lim\frac{n+1}{n}=1$. Vậy $\lim u_n=1$.

Câu 2. Tìm các giá trị của m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x<0\\ m+\frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x\ge 0\end{cases}$ liên tục tại $x=0$?

Lời giải

$f(0)=m+1$.

$\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(m+\frac{1-x}{1+x}\right)=m+1$.

$\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\left(\frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x}\right)=\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{-2x}{x\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\right)}=\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{-2}{\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\right)}=-1$.

Để hàm liên tục tại $x=0$ thì $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=f(0)\Leftrightarrow m+1=-1\Leftrightarrow m=-2$.

Vậy $m=-2$ thỏa mãn đề bài.

Câu 3. Một chất điểm chuyển động có quãng đường được cho bởi phương trình $s(t)=\frac{1}{4}t^4-t^3+\frac{5}{2}t^2+10t$, trong đó $t>0$ với t tính bằng giây (s) và s tính bằng mét (m). Tính vận tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm chất điểm có gia tốc chuyển động nhỏ nhất.

Lời giải

Gọi $v(t)$, $a(t)$ lần lượt là vận tốc và gia tốc của chất điểm.

Theo ý nghĩa hình học của đạo hàm, ta suy ra $\begin{cases} v(t)=s'(t)=t^3-3t^2+5t+10 \\ a(t)=v'(t)=3t^2-6t+5 \end{cases}$.

Mà $a(t)=3t^2-6t+5=3(t-1)^2+2\ge 2$ với mọi t, dấu "=" xảy ra khi chỉ khi $t=1$.

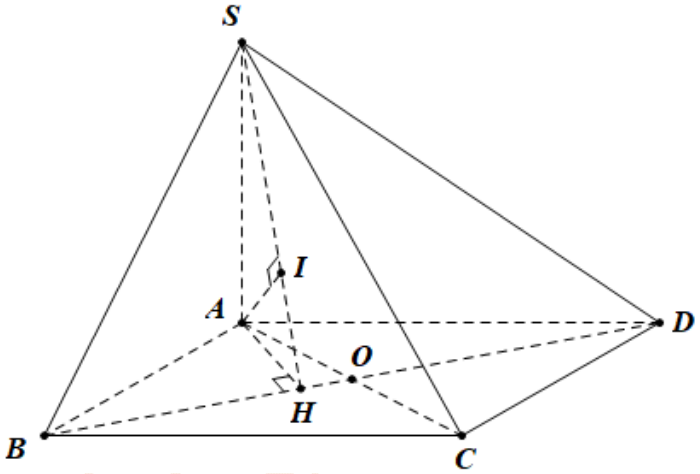
Suy ra gia tốc chuyển động của chất điểm nhỏ nhất bằng 2 khi $t=1$.

Vận tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm gia tốc nhỏ nhất là

$$v(1)=(1)^3-3\cdot 1^2+5\cdot 1+10=13\ (m/s).$$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, $SA\perp(ABCD)$, $SA=a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD).

Lời giải



Ta có $AC\cap(SBD)=O$ nên $\dfrac{\mathrm{d}(C,(SBD))}{\mathrm{d}(A,(SBD))}=\dfrac{CO}{AO}=1$ (vì O là trung điểm AC)

Suy ra $\mathrm{d}(C,(SBD))=\mathrm{d}(A,(SBD))$.

Gọi H, I lần lượt là hình chiếu của A lên BD, SH, ta có

$$\begin{cases} AI\perp SH \\ AI\perp BD\ (BD\perp AH, BD\perp SA\Rightarrow BD\perp(SAH)\Rightarrow BD\perp AI) \end{cases}$$

Suy ra $AI\perp(SBD)$ (vì $SH\cap BD=H$ và $SH, BD\subset(SBD)$).

Suy ra $\mathrm{d}(A,(SBD))=AI$.

Xét tam giác ABD vuông tại A với AH là đường cao, ta có

$$AH=\frac{AB\cdot AD}{\sqrt{AB^2+AD^2}}=\frac{a\cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2+a^2}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Xét tam giác SAH vuông tại A với AI là đường cao, ta có

$$AI=\frac{AH\cdot AS}{\sqrt{AH^2+AS^2}}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}\cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{\frac{3a^2}{4}+3a^2}}=\frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Vậy khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 18

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi

I. PHẦN 1: TRẮC NGHIỆM (35 câu)

Câu 1: Cho dãy số (u_n) thoả mãn $\lim u_n = 2$. Giá trị của $\lim(u_n - 2)$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 2: $\lim(n+7)$ bằng

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 7. **D.** 1.

Câu 3: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5}{3x+2}$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** $\dfrac{5}{3}$. **D.** $+\infty$.

Câu 4: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^2+1}{3+x^2}$ bằng

A. -2. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** 2.

Câu 5: Cho bốn hàm số $y=2x^3-3x+1$, $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$, $y=\sin x+2$ và $y=\sqrt[3]{x-1}$. Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên tập $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0. Khi đó đạo hàm của hàm số $y=f(x)$ tại điểm x_0 là

A. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$. **B.** $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)+f(x_0)}{x-x_0}$.

C. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x+x_0}$. **D.** $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)+f(x_0)}{x+x_0}$.

Câu 7: Tính đạo hàm của hàm số $y=x^3+2x+5$

A. $y'=3x^2+2x$. **B.** $y'=3x^2+2$. **C.** $y'=3x^2+2x+5$. **D.** $y'=x^2+2$.

Câu 8: Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{1}{2}x^2$

A. $y' = x^3 - x$. **B.** $y' = x^3 + x$. **C.** $y' = x^3 - \frac{1}{2}x^2$. **D.** $y' = x^4 - x$.

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ là

A. $y' = 2x^2 - 3x + 3$. **B.** $y' = 6x^2 + 3x + 3$. **C.** $y' = 6x^2 - 6x$. **D.** $y' = 6x^2 - 6x + 3$.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^2 + 3x - 2}{x + 1}$ là

A. $y' = \frac{x^2 - 3x + 5}{(x+1)^2}$. **B.** $y' = \frac{x^2 + 2x + 5}{(x+1)^2}$. **C.** $y' = \frac{x^2 - 2x + 5}{(x+1)^2}$. **D.** $y' = \frac{x^2 + 3x + 1}{(x+1)^2}$.

Câu 11: Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 1}$.

A. $y' = -\frac{2x}{2\sqrt{2x^2+1}}$. **B.** $y' = \frac{2x}{2\sqrt{2x^2+1}}$. **C.** $y' = -\frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$. **D.** $y' = \frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ có đồ thị là (C) và điểm M thuộc (C) có hoành độ bằng 2. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M có dạng $y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Tính $P = a + 2b$.

A. $P = -31$. **B.** $P = 31$. **C.** $P = 11$. **D.** $P = -5$.

Câu 13: Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin 3x$.

A. $y' = 3\cos x$. **B.** $y' = 3\cos 3x$. **C.** $y' = \cos 3x$. **D.** $y' = 3\sin 3x$.

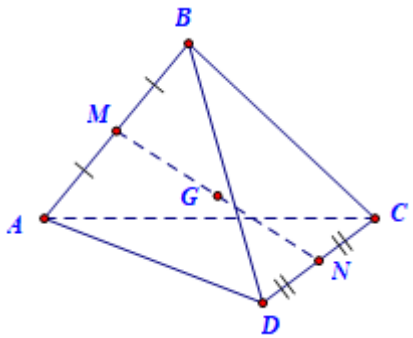
Câu 14: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \tan\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$ tại điểm $x = 0$.

A. $f'(0) = -\sqrt{3}$. **B.** $f'(0) = 4$. **C.** $f'(0) = -3$. **D.** $f'(0) = \sqrt{3}$.

Câu 15: Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin x + \cos x$.

A. $y' = \cos x - \sin x$. **B.** $y' = -\sin x - \cos x$. **C.** $y' = -\cos x + \sin x$. **D.** $y' = \cos x + \sin x$.

Câu 16: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm, hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD (*tham khảo hình vẽ*). Khẳng định nào dưới đây là sai?



A. $\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}=\vec{0}$. **B.** $GM=GN$. **C.** $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{GM}=\overrightarrow{GN}$.

Câu 17: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $AC\perp AB$. **B.** $AC\perp B'D'$. **C.** $AC\perp AD$. **D.** $AC\perp B'C$.

Câu 18: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có O là tâm của $ABCD$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $SA\perp(ABCD)$. **B.** $SB\perp(ABCD)$. **C.** $SO\perp(ABCD)$. **D.** $AB\perp(SCD)$

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$ và $AB\perp BC$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc

A. $\widehat{SCA}$. **B.** $\widehat{SIA}$ (I là trung điểm BC).
C. $\widehat{SBA}$. **D.** $\widehat{SCB}$.

Câu 20: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, cạnh đáy và cạnh bên bằng a. Khoảng cách từ S đến $(ABCD)$ là

A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **B.** a. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Câu 21: $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^3-x^2-1}{x-2}$ bằng

A. 5. **B.** 1. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $-\frac{5}{3}$.

Câu 22: Trong các hàm số sau hàm số nào liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y=\cot 2x$. **B.** $y=\frac{1}{x}$. **C.** $y=\frac{1}{x^2+2}$. **D.** $y=\tan x$.

Câu 23: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ tại điểm $M(1;-2)$ có hệ số góc bằng:

A. -2. **B.** -3. **C.** 24. **D.** 9.

Câu 24: Cho hàm số $y=x^3+mx^2+3x-5$ với m là tham số. Tìm tập hợp M tất cả các giá trị của m để phương trình $y'=0$ vô nghiệm.

A. $M=(-3;3)$. **B.** $M=(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$.
C. $M=\mathbb{R}$. **D.** $M=(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y=(x-2)\sqrt{x^2+2}$ là

A. $\dfrac{2x^2-2x+2}{\sqrt{x^2+2}}$. **B.** $\dfrac{x^2-2x+2}{\sqrt{x^2+2}}$. **C.** $\dfrac{2x^2-x+2}{\sqrt{x^2+2}}$. **D.** $\dfrac{2x^2+2}{\sqrt{x^2+2}}$.

Câu 26: Hàm số $y=\cos x.\sin^2 x$ có đạo hàm là biểu thức nào sau đây?

A. $\sin x\left(3\cos^2 x+1\right)$. **B.** $\sin x\left(\cos^2 x-1\right)$.

C. $\sin x\left(\cos^2 x+1\right)$. **D.** $\sin x\left(3\cos^2 x-1\right)$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)=\sin^2 3x$. Tính $f'(x)$?

A. $f'(x)=2\sin 6x$. **B.** $f'(x)=3\sin 6x$. **C.** $f'(x)=6\sin 6x$. **D.** $f'(x)=-3\sin 6x$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)=\sin 2x$. Đặt $g(x)=\dfrac{4f(x)}{f''(x)}$. Tính $g\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$.

A. $g\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $g\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=-1$. **C.** $g\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $g\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=1$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{2x+1}{1-x}$. Phương trình $f'(x)+f''(x)=0$ có nghiệm là:

A. $x=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x-1}$. Tính $f''(-1)$.

A. $f''(-1)=-\dfrac{8}{27}$. **B.** $f''(-1)=\dfrac{2}{9}$. **C.** $f''(-1)=\dfrac{8}{27}$. **D.** $f''(-1)=-\dfrac{4}{27}$.

Câu 31: Cho tứ diện đều $ABCD$. Góc giữa hai đường thẳng AB và CD là

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $120°$. **D.** $90°$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $SA\perp(ABCD)$, $M\in SB$ sao cho $MS=3MB$. Kết luận nào sau đây sai?

A. $AM\perp BC$. **B.** $AM\perp AD$. **C.** $CD\perp AM$. **D.** $CD\perp SD$.

Câu 33: Cho chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, tam giác ABC vuông tại B. Biết $SA=AB=BC$. Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC).

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $arc\cos\dfrac{1}{3}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.MNP$ có đáy là tam giác đều, $MN=4a$. SM vuông góc với mặt phẳng đáy, $SM=2a$, với $0<a\in\mathbb{R}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SNP) và (MNP).

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, góc $\widehat{ABC}=60^0$. Các cạnh bên $SA=SB=SC=\dfrac{a\sqrt{7}}{3}$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) theo a.

A. $d=\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $d=\dfrac{2a\sqrt{21}}{21}$. **C.** $d=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $d=a$.

II. PHẦN 2: TỰ LUẬN (3 câu)

Câu 36. **a)** Tính giới hạn sau: $\lim\limits_{x\to -3^-}\dfrac{\sqrt{x^2+7}-4}{\left|x^2+7x+12\right|}$

b) Tìm giá trị của m để hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2 & khi\ x<1\\ 2mx-3 & khi\ x\ge 1\end{cases}$ liên tục trên tập xác định.

Câu 37.

a) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a, $SA=a\sqrt{3}$. (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Kẻ OH vuông góc với SC tại H. Xác định và tính góc giữa SC và (SAB).

b) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O. (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Kẻ OH vuông góc với SC tại H. Chứng minh rằng $(SCD)\perp(BHD)$.

c) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=2a$ và SA vuông góc với mặt đáy. M là trung điểm SD. Tính khoảng cách giữa SB và CM.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{|1+x|-|1-x|}{|1+x|+|1-x|}$. Tính đạo hàm của hàm số $y=f(x)$?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1.C	2.B	3.A	4.D	5.C	6.A	7.B	8.A	9.D	10.B
11.D	12.C	13.B	14.B	15.A	16.D	19.C	20.A	21.C	22.C
23.B	24.A	25.A	26.D	28.B	29.A	30.A	31.D	32.C	33.A
34.D	35.A								

PHẦN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN 1: TRẮC NGHIỆM (35 câu)

Câu 1. Cho dãy số (u_n) thoả mãn $\lim u_n = 2$. Giá trị của $\lim(u_n - 2)$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $\lim(u_n - 2) = 2 - 2 = 0$.

Câu 2. $\lim(n+7)$ bằng

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 7. **D.** 1.

Lời giải

$$\lim(n+7) = \lim n\left(1+\frac{7}{n}\right)$$

Ta có: $\begin{cases}\lim n = +\infty \\ \lim\left(1+\frac{7}{n}\right) = 1 > 0\end{cases} \Rightarrow \lim(n+7) = +\infty$.

Câu 3. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{5}{3x+2}$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** $\dfrac{5}{3}$. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Cách 1: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{5}{3x+2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\frac{5}{x}}{3+\frac{2}{x}} = 0$

Cách 2:Bấm máy tính như sau: $\dfrac{5}{3x+2}$ + CACL + $x = 10^6$ và so đáp án (với máy casio 570 VN Plus)

Câu 4. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x^2+1}{3+x^2}$ bằng

A. -2. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** 2.

Lời giải

Cách 1: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^2+1}{3+x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2+\dfrac{1}{x^2}}{\dfrac{3}{x^2}+1}=2$

Cách 2:Bấm máy tính như sau: $\dfrac{2x^2+1}{3+x^2}$ + CACL + $x=-10^6$ và so đáp án.

Câu 5. Cho bốn hàm số $y=2x^3-3x+1$, $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$, $y=\sin x+2$ và $y=\sqrt[3]{x-1}$. Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên tập $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Hàm số $y=2x^3-3x+1, y=\sin x+2, y=\sqrt[3]{x-1}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$ nên liên trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có tập xác định không phải là tập $\mathbb{R}$ do đó không thỏa mãn yêu cầu .

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0. Khi đó đạo hàm của hàm số $y=f(x)$ tại điểm x_0 là

A. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$. **B.** $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)+f(x_0)}{x-x_0}$.

C. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x+x_0}$. **D.** $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)+f(x_0)}{x+x_0}$.

Lời giải

Theo định nghĩa về đạo hàm ta có $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

Câu 7. Tính đạo hàm của hàm số $y=x^3+2x+5$

A. $y'=3x^2+2x$. **B.** $y'=3x^2+2$. **C.** $y'=3x^2+2x+5$. **D.** $y'=x^2+2$.

Lời giải

Ta có: $y=x^3+2x+5\Rightarrow y'=3x^2+2$.

Câu 8. Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{1}{2}x^2$

A. $y'=x^3-x$. **B.** $y'=x^3+x$. **C.** $y'=x^3-\dfrac{1}{2}x^2$. **D.** $y'=x^4-x$.

Lời giải

Ta có: $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^2 \Rightarrow y'=x^3-x$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y=2x^3-3x^2+3x-1$ là

A. $y'=2x^2-3x+3$. **B.** $y'=6x^2+3x+3$. **C.** $y'=6x^2-6x$. **D.** $y'=6x^2-6x+3$.

Lời giải

Ta có: $y'=6x^2-6x+3$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=\frac{x^2+3x-2}{x+1}$ là

A. $y'=\frac{x^2-3x+5}{(x+1)^2}$. **B.** $y'=\frac{x^2+2x+5}{(x+1)^2}$. **C.** $y'=\frac{x^2-2x+5}{(x+1)^2}$. **D.** $y'=\frac{x^2+3x+1}{(x+1)^2}$.

Lời giải

Ta có: $y'=\frac{(2x+3)(x+1)-(x^2+3x-2)}{(x+1)^2}=\frac{x^2+2x+5}{(x+1)^2}$.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{2x^2+1}$.

A. $y'=-\frac{2x}{2\sqrt{2x^2+1}}$. **B.** $y'=\frac{2x}{2\sqrt{2x^2+1}}$. **C.** $y'=-\frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$. **D.** $y'=\frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$.

Lời giải

Ta có $y'=\left(\sqrt{2x^2+1}\right)'=\frac{(2x^2+1)'}{2\sqrt{2x^2+1}}=\frac{4x}{2\sqrt{2x^2+1}}=\frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-3}$ có đồ thị là (C) và điểm M thuộc (C) có hoành độ bằng 2. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M có dạng $y=ax+b$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Tính $P=a+2b$.

A. $P=-31$. **B.** $P=31$. **C.** $P=11$. **D.** $P=-5$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Ta có: $y'=-\frac{7}{(x-3)^2}$.

Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(2;-5)$ là $k=y'(2)=-7$.

Tiếp tuyến của (C) tại $M(2;-5)$ có phương trình là: $y=-7(x-2)-5\Leftrightarrow y=-7x+9$.

Suy ra $a=-7;b=9$.

Vậy $P=a+2b=11$.

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sin 3x$.

A. $y'=3\cos x.$ **B.** $y'=3\cos 3x.$ **C.** $y'=\cos 3x.$ **D.** $y'=3\sin 3x.$

Lời giải

Ta có $y'=(3x)'.\cos(3x)=3.\cos 3x$.

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\tan\left(x-\frac{2\pi}{3}\right)$ tại điểm $x=0$.

A. $f'(0)=-\sqrt{3}.$ **B.** $f'(0)=4.$ **C.** $f'(0)=-3.$ **D.** $f'(0)=\sqrt{3}.$

Lời giải

Ta có : $f'(x)=\left[\tan\left(x-\frac{2\pi}{3}\right)\right]'=\frac{\left(x-\frac{2\pi}{3}\right)'}{\cos^2\left(x-\frac{2\pi}{3}\right)}=\frac{1}{\cos^2\left(x-\frac{2\pi}{3}\right)}.$

Suy ra $f'(x)=\frac{1}{\cos^2\left(0-\frac{2\pi}{3}\right)}=4.$

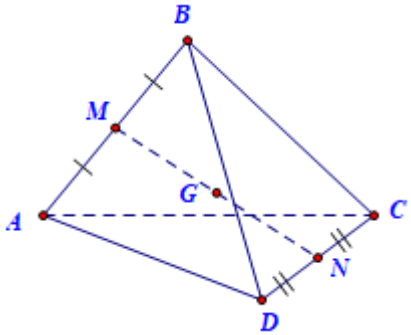
Câu 15. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sin x+\cos x$.

A. $y'=\cos x-\sin x$. **B.** $y'=-\sin x-\cos x$. **C.** $y'=-\cos x+\sin x$. **D.** $y'=\cos x+\sin x$.

Lời giải

Có $y=\sin x+\cos x\Rightarrow y'=\cos x-\sin x$.

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm, hai điểm M,N lần lượt là trung điểm của AB,CD (*tham khảo hình vẽ*). Khẳng định nào dưới đây là sai?



A. $\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}=\vec{0}$. **B.** $GM=GN$. **C.** $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{GM}=\overrightarrow{GN}$.

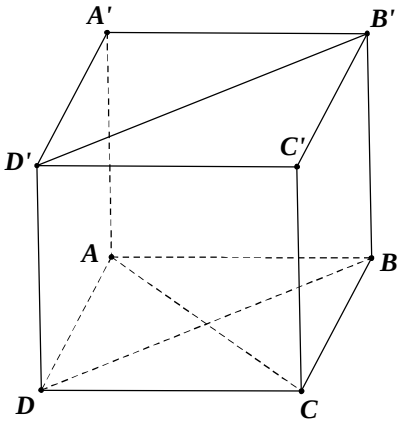
Lời giải

Ta có : $\overrightarrow{GM}=-\overrightarrow{GN}$.

Câu 17. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $AC\perp AB$. **B.** $AC\perp B'D'$. **C.** $AC\perp AD$. **D.** $AC\perp B'C$.

Lời giải

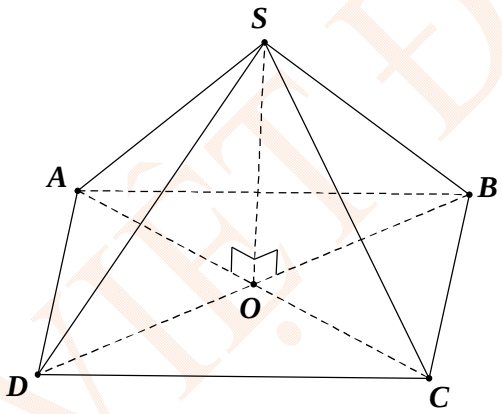


Ta có $B'D' // BD$ và $AC \perp BD$ nên $AC \perp B'D'$.

Câu 18. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có O là tâm của $ABCD$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $SA \perp (ABCD)$. **B.** $SB \perp (ABCD)$. **C.** $SO \perp (ABCD)$. **D.** $AB \perp (SCD)$

Lời giải



Theo giả thiết suy ra O là hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

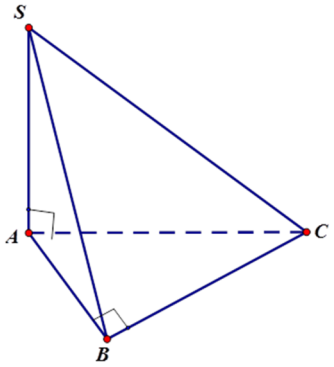
Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc

A. $\widehat{SCA}$. **B.** $\widehat{SIA}$ (I là trung điểm BC).

C. $\widehat{SBA}$. **D.** $\widehat{SCB}$.

Lời giải

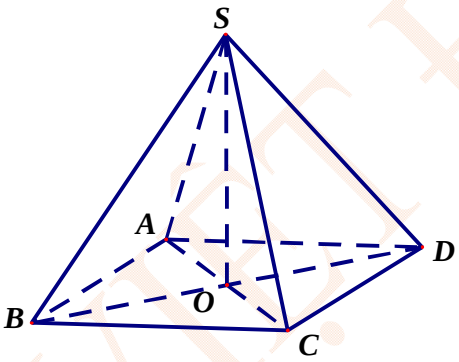
Ta có $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ (SAB) \perp BC \\ (SAB) \cap (SBC) = SB \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \end{cases} \Rightarrow \widehat{((SBC);(ABC))} = (SB, BA) = \widehat{SBA}$



Câu 20. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD,$ cạnh đáy và cạnh bên bằng a. Khoảng cách từ S đến $(ABCD)$ là

A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **B.** a. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD.$

$S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều $\Rightarrow SO \perp (ABCD) \Rightarrow$

$d(S,(ABCD)) = SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

Câu 21. $\lim\limits_{x\to -1} \frac{3x^3 - x^2 - 1}{x - 2}$ bằng

A. 5. **B.** 1. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $-\frac{5}{3}$.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to -1} \frac{3x^3 - x^2 - 1}{x - 2} = \frac{3.(-1)^3 - (-1)^2 - 1}{-1 - 2} = \frac{5}{3}.$

Câu 22. Trong các hàm số sau hàm số nào liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y = \cot 2x$. **B.** $y = \frac{1}{x}$. **C.** $y = \frac{1}{x^2 + 2}$. **D.** $y = \tan x$.

Lời giải

Ta có hàm số $y=\dfrac{1}{x^2+2}$ là hàm phân thức có tập xác định $D=\mathbb{R}$ nên nó liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=\cot 2x$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$ nên nó không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=\dfrac{1}{x}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ nên nó không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=\tan x$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$ nên nó không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 23. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ tại điểm $M(1;-2)$ có hệ số góc bằng:

A. -2. **B.** -3. **C.** 24. **D.** 9.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2-6x, \forall x\in\mathbb{R}$.

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ tại điểm $M(1;-2)$ là:

$k=y'(1)=3.1^2-6.1=-3.$

Câu 24: Cho hàm số $y=x^3+mx^2+3x-5$ với m là tham số. Tìm tập hợp M tất cả các giá trị của m để phương trình $y'=0$ vô nghiệm.

A. $M=(-3;3)$. **B.** $M=(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$.

C. $M=\mathbb{R}$. **D.** $M=(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải

Ta có: $y'=3x^2+2mx+3, \forall x\in\mathbb{R}$.

Phương trình $y'=0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow 3x^2+2mx+3=0$ vô nghiệm.

$\Leftrightarrow \Delta'<0 \Leftrightarrow m^2-9<0$.

$\Leftrightarrow -3<m<3$.

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y=(x-2)\sqrt{x^2+2}$ là

A. $\dfrac{2x^2-2x+2}{\sqrt{x^2+2}}$. **B.** $\dfrac{x^2-2x+2}{\sqrt{x^2+2}}$. **C.** $\dfrac{2x^2-x+2}{\sqrt{x^2+2}}$. **D.** $\dfrac{2x^2+2}{\sqrt{x^2+2}}$.

Lời giải

$y=(x-2)\sqrt{x^2+2}$.

Ta có

$$y' = (x-2)'\sqrt{x^2+2} + (x-2)\left(\sqrt{x^2+2}\right)'$$

$$= \sqrt{x^2+2} + \frac{(x-2)\left(x^2+2\right)'}{2\sqrt{x^2+2}} = \sqrt{x^2+2} + \frac{x(x-2)}{\sqrt{x^2+2}}$$

$$= \frac{x^2+2+x^2-2x}{\sqrt{x^2+2}} = \frac{2x^2-2x+2}{\sqrt{x^2+2}}$$

Câu 26. Hàm số $y = \cos x.\sin^2 x$ có đạo hàm là biểu thức nào sau đây?

A. $\sin x\left(3\cos^2 x+1\right)$.

B. $\sin x\left(\cos^2 x-1\right)$.

C. $\sin x\left(\cos^2 x+1\right)$.

D. $\sin x\left(3\cos^2 x-1\right)$.

Lời giải

$y' = -\sin x.\sin^2 x + 2\sin x\cos x.\cos x$

$= \sin x.\left(\cos^2 x-1\right) + 2\sin x.\cos^2 x$

$= \sin x\left(\cos^2 x-1+2\cos^2 x\right)$

$= \sin x\left(3\cos^2 x-1\right)$

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \sin^2 3x$. Tính $f'(x)$?

A. $f'(x) = 2\sin 6x$. **B.** $f'(x) = 3\sin 6x$. **C.** $f'(x) = 6\sin 6x$. **D.** $f'(x) = -3\sin 6x$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 2\sin 3x(\sin 3x)' = 6\sin 3x\cos 3x = 3\sin 6x$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x$. Đặt $g(x) = \frac{4f(x)}{f''(x)}$. Tính $g\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = -1$. **C.** $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 2\cos 2x$ và $f''(x) = -4\sin 2x$.

Khi đó $g(x) = \frac{4f(x)}{f''(x)} = \frac{4\sin 2x}{-4\sin 2x} = -1,\ \forall x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = -1$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{2x+1}{1-x}$. Phương trình $f'(x)+f''(x)=0$ có nghiệm là:

A. $x=3.$ **B.** $x=-3.$ **C.** $x=-\dfrac{1}{2}.$ **D.** $x=\dfrac{1}{2}.$

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Có $f'(x)=\dfrac{3}{(x-1)^2}\Rightarrow f''(x)=-\dfrac{6}{(x-1)^3}.$

Vậy $f'(x)+f''(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{3}{(x-1)^2}-\dfrac{6}{(x-1)^3}=0\Leftrightarrow 1=\dfrac{2}{x-1}\Leftrightarrow x=3.$

Câu 30. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x-1}$. Tính $f''(-1)$.

A. $f''(-1)=-\dfrac{8}{27}.$ **B.** $f''(-1)=\dfrac{2}{9}.$ **C.** $f''(-1)=\dfrac{8}{27}.$ **D.** $f''(-1)=-\dfrac{4}{27}.$

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{-2}{(2x-1)^2}$, $f''(x)=\dfrac{8}{(2x-1)^3}$. Khi đó $f''(-1)=-\dfrac{8}{27}.$

Câu 31. Cho tứ diện đều $ABCD$. Góc giữa hai đường thẳng AB và CD là

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $120°$. **D.** $90°$.

Lời giải

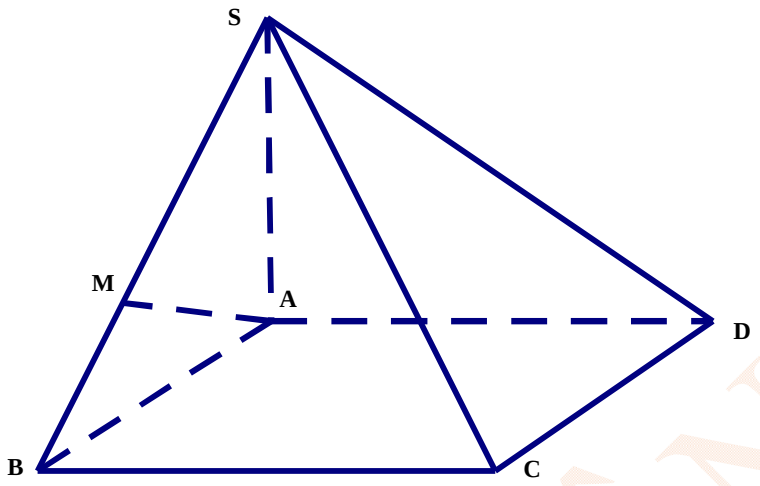
Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên các tam giác ABC, ACD, BCD, ABD đều.

Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}.\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB.AD.\cos 60^0-AB.AC.\cos 60^0=0$, vậy góc giữa AB và CD là $90°$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $SA\perp(ABCD)$, $M\in SB$ sao cho $MS=3MB$. Kết luận nào sau đây sai?

A. $AM\perp BC$. **B.** $AM\perp AD$. **C.** $CD\perp AM$. **D.** $CD\perp SD$.

Lời giải



Ta có

$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$. Vậy A đúng.

Chứng minh tương tự ta có

$AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp AM$. Vậy B đúng.

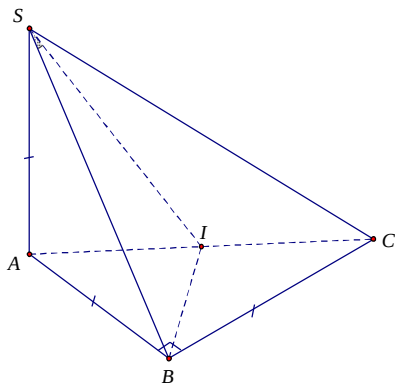
$CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$. Vậy D đúng.

Do $(CD, AM) = (AB, AM) < 90^0$. Vậy C sai.

Câu 33. Cho chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, tam giác ABC vuông tại B. Biết $SA = AB = BC$. Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC).

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $arc\cos\frac{1}{3}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của $AC \Rightarrow BI \perp AC$ (vì ΔABC vuông cân tại B). (1)

Mặt khác: $SA \perp BI$ (vì $SA \perp (ABC)$) (2)

Từ (1) và (2), suy ra: $BI \perp (SAC)$.

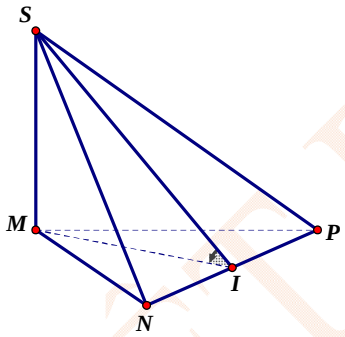
$\Rightarrow SI$ là hình chiếu của SB lên $(SAC) \Rightarrow \widehat{(SB,(SAC))} = \widehat{(SB,SI)} = \widehat{BSI}$.

Xét ΔBSI vuông tại I, ta có: $\sin \widehat{BSI} = \dfrac{BI}{SB} = \dfrac{\dfrac{AB\sqrt{2}}{2}}{AB\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BSI} = 30°$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.MNP$ có đáy là tam giác đều, $MN = 4a$. SM vuông góc với mặt phẳng đáy, $SM = 2a$, với $0 < a \in \mathbb{R}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SNP) và (MNP).

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm NP. Ta có: $\begin{cases} NP \perp SI \\ NP \perp MI \end{cases} \rightarrow NP \perp (SMI)$

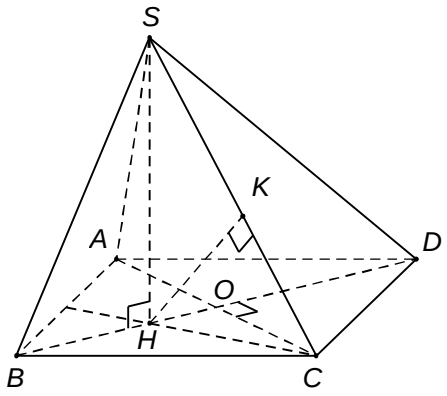
Góc giữa hai mặt phẳng (SNP) và (MNP) là góc $\widehat{SIM}$.

Với $\begin{cases} SM = 2a \\ MI = \dfrac{4a.\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3} \end{cases} \rightarrow \tan \widehat{SIM} = \dfrac{SM}{MI} = \dfrac{2a}{2a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, góc $\widehat{ABC} = 60^0$. Các cạnh bên $SA = SB = SC = \dfrac{a\sqrt{7}}{3}$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) theo a.

A. $d = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $d = \dfrac{2a\sqrt{21}}{21}$. **C.** $d = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $d = a$.

Lời giải



Ta có $SA=SB=SC$ nên hình chiếu vuông góc của S lên $mp(ABCD)$ là điểm H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC, mà ΔABC đều suy ra H là trọng tâm ΔABC.

Ta có $AB//(SCD)$ suy ra $d(A,(SCD))=d(B,(SCD))$.

$\dfrac{d(B,(SCD))}{d(H,(SCD))}=\dfrac{BD}{HD}=\dfrac{6}{4}=\dfrac{3}{2}$.

Vì ΔABC đều và H là trọng tâm ΔABC suy ra $CH\perp AB$ mà $AB//CD$ nên $HC\perp CD$.

Kẻ $HK\perp SC$, (1)

Ta có $CD\perp HC, CD\perp SH\Rightarrow CD\perp(SHC)$ mà $HK\subset(SHC)$ suy ra $HK\perp CD,(2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $HK\perp(SCD)$

Khi đó $d(H,(SCD))=HK$.

Xét ΔSHC vuông tại H, có $HC=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}, SC=\dfrac{a\sqrt{7}}{3}\Rightarrow SH=\sqrt{\dfrac{7a^2}{9}-\dfrac{3a^2}{9}}=\dfrac{2a}{3}$

Ta có $HK=\dfrac{SH.HC}{\sqrt{SH^2+HC^2}}=\dfrac{\dfrac{2a}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}}{\dfrac{a\sqrt{7}}{3}}=\dfrac{2a\sqrt{21}}{21}$.

Suy ra $d(A,(SCD))=d(B,(SCD))=\dfrac{3}{2}.\dfrac{2a\sqrt{21}}{21}=\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$

Câu 36. a) Tính giới hạn sau: $\lim\limits_{x\to-3^-}\dfrac{\sqrt{x^2+7}-4}{|x^2+7x+12|}$

Lời giải

$\lim\limits_{x\to-3^-}\dfrac{\sqrt{x^2+7}-4}{|x^2+7x+12|}=\lim\limits_{x\to-3^-}\dfrac{\sqrt{x^2+7}-4}{-(x^2+7x+12)}$

$$= \lim_{x\to -3^-} \frac{\left(x^2+7\right)-4^2}{-\left(x+3\right)\left(x+4\right)\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)}$$

$$= \lim_{x\to -3^-} \frac{\left(x+3\right)\left(x-3\right)}{-\left(x+3\right)\left(x+4\right)\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)}$$

$$= \lim_{x\to -3^-} \frac{x-3}{-\left(x+4\right)\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)}$$

$$= \frac{3}{4}.$$

II. PHẦN 2: TỰ LUẬN (3 câu)

Câu 36. b) Tìm giá trị của m để hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2 & khi\ x<1 \\ 2mx-3 & khi\ x\geq 1 \end{cases}$ liên tục trên tập xác định.

Lời Giải

+ Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Hàm số $f(x)$ liên tục $\forall x\neq 1$.

Xét tại $x=1$.

+Ta có : $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-} x^2=1$ và $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}(2mx-3)=2m-3$.

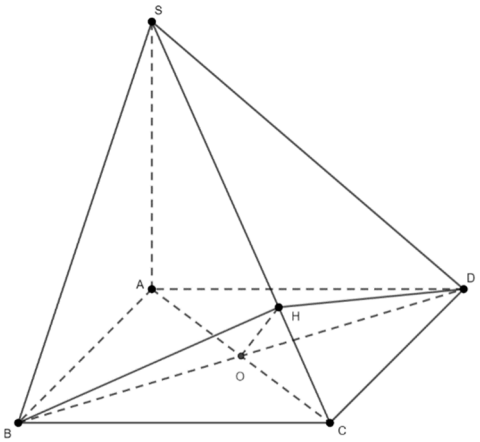
+ $f(1)=2m-3$. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi hàm số liên tục tại $x=1$.

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=f(1)\Leftrightarrow 2m-3=1\Leftrightarrow m=2$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a, $SA=a\sqrt{3}$. (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Kẻ OH vuông góc với SC tại H.

a) Xác định và tính góc giữa SC và (SAB).

Lời giải



+)

$$\left.\begin{array}{l}(SAB),(SAD)\perp(ABCD)\\ SA=(SAB)\cap(SAD)\end{array}\right\}\Rightarrow SA\perp(ABCD).$$

+) Ta có:

$CB\perp AB$ ($ABCD$ là hình vuông)

$CB\perp SA$ $\left(SA\perp(ABCD)\right)$

Suy ra $CB\perp(SAB)\Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC trên (SAB)

$\Rightarrow\left(SC,(SAB)\right)=(SC,SB)=\widehat{BSC}.$

+) Xét ΔSBC có $CB\perp SB$, $SB=\sqrt{AB^2+SA^2}=2a$, $BC=a$

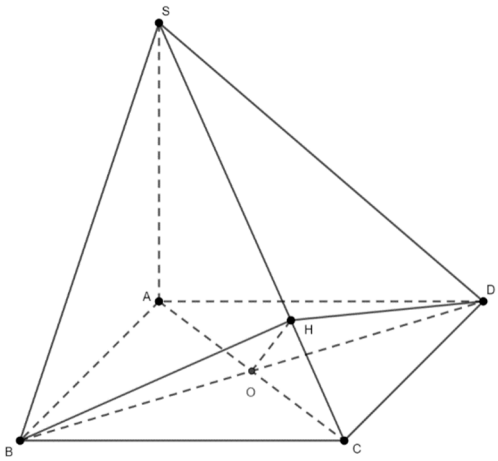
$\Rightarrow\tan\widehat{CSB}=\dfrac{BC}{BS}=\dfrac{a}{2a}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\widehat{CSB}=\arctan\dfrac{1}{2}$

Vậy $\left(SC,(SAB)\right)=\arctan\dfrac{1}{2}.$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O. (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Kẻ OH vuông góc với SC tại H.

b) Chứng minh rằng $(SCD)\perp(BHD)$.

Lời giải



+)

$$\left.\begin{array}{l}(SAB),(SAD)\perp(ABCD)\\ SA=(SAB)\cap(SAD)\end{array}\right\}\Rightarrow SA\perp(ABCD)$$

+) Ta có:

$BD\perp AC$ ($ABCD$ là hình vuông)

$BD\perp SA$ $\left(SA\perp(ABCD)\right)$

Suy ra $BD\perp(SAC)\Rightarrow BD\perp SC$.

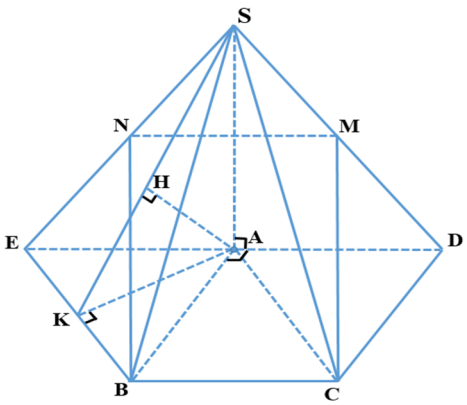
+) Ta có:

$$\left.\begin{array}{l}SC\perp OH\\ SC\perp BD\end{array}\right\}\Rightarrow SC\perp(BHD).$$

Mà $SC\subset(SCD)$ nên $(SCD)\perp(BHD)$.

Câu 37.c. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=2a$ và SA vuông góc với mặt đáy. M là trung điểm SD. Tính khoảng cách giữa SB và CM.

Lời giải



Gọi E là điểm đối xứng với D qua A, N là trung điểm của SE và K là trung điểm của BE

Ta có các tứ giác $NMCB$ và $ACBE$ là các hình bình hành.

Có $CM//(SBE)$ nên $d(CM,SB)=d(CM,(SBE))=d(C,(SBE))=d(A,(SBE))$.

ΔABE vuông cân tại A có $AB=a$ nên $AK\perp BE$ và $AK=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Kẻ $AH\perp SK$, $H\in SK$.

Có $\begin{cases}BE\perp AK\\ BE\perp SA\end{cases}\Rightarrow BE\perp(SAK)\Rightarrow BE\perp AH$.

Có $\begin{cases}AH\perp BE\\ AH\perp SK\end{cases}\Rightarrow AH\perp(SBE)\Rightarrow d(A,(SBE))=AH$.

Ta có $AK=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, $SK=\sqrt{SA^2+AK^2}=\dfrac{3a}{\sqrt{2}}$; $AH=\dfrac{SA.AK}{SK}=\dfrac{2a.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}}{\dfrac{3a}{\sqrt{2}}}=\dfrac{2a}{3}$.

Vậy $d(CM,SB)=\dfrac{2a}{3}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{|1+x|-|1-x|}{|1+x|+|1-x|}$. Tính đạo hàm của hàm số $y=f(x)$?

Lời giải

Lập bảng dấu ta được: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x} & khi\ x<-1, x>1\\ x & khi\ -1\le x\le 1\end{cases}$.

+ Với $x<-1$ hoặc $x>1\Rightarrow f'(x)=-\dfrac{1}{x^2}$.

+ Với $-1<x<1\Rightarrow f'(x)=1$.

+ Xét tại điểm $x=-1$

Ta có $\lim\limits_{x\to -1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+}f(x)=-1$ nên hàm số liên tục tại $x=-1$.

Xét $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}=-1$, $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}=1$ nên hàm số không có đạo hàm tại $x=-1$

+ Xét tại điểm $x=1$

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=1$ nên hàm số liên tục tại $x=1$.

Xét $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=1$, $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=-1$ nên hàm số không có đạo hàm tại $x=1$

Vậy $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x} & khi\ x<-1, x>1\\ x & khi\ -1<x<1\end{cases}$.

Suy ra $f'(x)=\begin{cases}-\dfrac{1}{x^2} & khi\ x<-1, x>1\\ 1 & khi -1<x<1\end{cases}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 19

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tính $\lim\dfrac{2n-1}{3+n}$.

A. 0. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 2.

Câu 2. Tính $\lim\left(\dfrac{3.5^n-2}{2-5^n}\right)$.

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 3. Tính $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{2x^2+x-3}{x-2}$.

A. $-\infty$. **B.** 2. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 4. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-3x^3+2x^2+1\right)$ bằng

A. 3. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** -3.

Câu 5. Tính tổng $S=2\sqrt{2}\left(1+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{27}+...+\dfrac{1}{3^n}+...\right)$.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $2\sqrt{6}$

Câu 6. Biết rằng hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2+8x+8}{x+2} & \text{khi } x>-2\\ mx+1 & \text{khi } x\le -2\end{cases}$ liên tục tại $x=-2$.

Giá trị của m là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{-1}{2}$. **D.** -1.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-5x+6}{x-3} & \text{khi } x>3\\ 2x & \text{khi } x\le 3\end{cases}$. Có bao nhiêu khẳng định đúng trong ba khẳng định sau?

(1) $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

(2) $f(x)$ liên tục trên $[3;+\infty)$.

(3) $f(x)$ liên tục trên $(-\infty;3]$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.

B. $f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$.

C. $f'(x_0)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$.

D. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x+x_0)-f(x_0)}{x-x_0}$.

Câu 9. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ song song với đường thẳng $y=9x-14$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=x^4-3x^2+2$ là

A. $y'=x^3-3x$. **B.** $y'=4x^3+6x$.

C. $y'=4x^3-6x+2$. **D.** $y'=4x^3-6x$.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=(x^2+2x-1)(x^2+x)$.

A. $f'(x)=4x^2+4x+2$. **B.** $f'(x)=4x^3+9x^2+2x$.

C. $f'(x)=4x^3+9x^2+2x+1$. **D.** $f'(x)=4x^3+9x^2+2x-1$.

Câu 12. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x-3}{x-1}$.

A. $f'(x)=\dfrac{-2}{(x-1)^2}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{2}{x-1}$.

C. $f'(x)=\dfrac{-2}{x-1}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{2}{(x-1)^2}$.

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{1-3x^2}$ bằng

A. $f'(x)=\dfrac{3x}{\sqrt{1-3x^2}}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{-3x}{\sqrt{1-3x^2}}$. **C.** $f'(x)=\dfrac{-6x}{\sqrt{1-3x^2}}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{6x}{\sqrt{1-3x^2}}$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\left(\dfrac{1}{2}x^2-5\right)^3$ bằng

A. $f'(x)=x\left(\dfrac{1}{2}x^2-5\right)^2$. **B.** $f'(x)=3x\left(\dfrac{1}{2}x^2-5\right)^2$.

C. $f'(x)=3\left(\dfrac{1}{2}x^2-5\right)^2$. **D.** $f'(x)=-3x\left(\dfrac{1}{2}x^2-5\right)^2$.

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{x^2}$ bằng

A. $y'=-\dfrac{1}{x^3}$. **B.** $y'=-\dfrac{2}{x^3}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x^3}$. **D.** $y'=\dfrac{2}{x^3}$.

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $y=\sin(5x)$ bằng

A. $y'=\cos(5x)$. **B.** $y'=5\cos(5x)$. **C.** $y'=-\cos(5x)$. **D.** $y'=-5\cos(5x)$.

Câu 17. Hàm số $y=\cos 2x$ có đạo hàm là

A. $y'=-\sin 2x$. **B.** $y'=2\sin 2x$. **C.** $y'=-\cos 2x$. **D.** $y'=-2\sin 2x$.

Câu 18. Hàm số $y=\tan 6x$ có đạo hàm là

A. $y'=\dfrac{1}{\cos^2 6x}$. **B.** $y'=-\dfrac{6}{\sin^2 6x}$. **C.** $y'=\dfrac{6x}{\cos^2 6x}$. **D.** $y'=\dfrac{6}{\cos^2 6x}$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)=\left(x^3-2x^2\right)^{2021}$, có đạo hàm là $f'(x)$. Tập nghiệm của phương trình

$f'(x)=0$ là

A. $T=\{0;2\}$. **B.** $T=\left\{\frac{4}{3};2\right\}$. **C.** $T=\left\{0;\frac{4}{3};2\right\}$. **D.** $T=\{0;1;2\}$.

Câu 20. Cho hàm số $y=x^3+2x^2+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x trên $[-2021;2021]$ thoả mãn bất phương trình $y'+y-1\geq 0$?

A. 1. **B.** 2021. **C.** 2024. **D.** 2026.

Câu 21. Cho hàm số $y=\sin 2x-2\cos x$. Phương trình $y'=0$ có bao nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 22. Cho hàm số $y=2\cos 2x-9\cos x$. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $y'=0$ là

A. $x=\frac{\pi}{2}$. **B.** $x=\pi$. **C.** $x=\frac{\pi}{6}$. **D.** $x=2\pi$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=\tan 2x+1$. Nghiệm của phương trình $f'(x)=4$ là

A. $x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4},k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{8}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

Câu 24. Đạo hàm cấp hai của hàm số $f(x)=(3x+1)^6$ là

A. $f''(x)=30(3x+1)^4$. **B.** $f''(x)=90(3x+1)^4$.

C. $f''(x)=270(3x+1)^4$. **D.** $f''(x)=540(3x+1)^4$.

Câu 25. Cho chuyển động xác định bởi phương trình $S=4t^3-10t+9$ trong đó t được bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc bằng 2 là

A. $24\text{m}/\text{s}^2$. **B.** $48\text{m}/\text{s}^2$. **C.** $24\text{m}/\text{s}$. **D.** $38\text{m}/\text{s}^2$.

Câu 26. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây **sai** ?

A. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$. **B.** $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A'C'}$.

C. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$. **D.** $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

Câu 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $AD\perp BB'$. **B.** $A'C'\perp DB$. **C.** $A'D\perp AB$. **D.** $AC\perp B'C$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, $AC\cap BD=O$, $SA\perp(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $SO\perp(ABCD)$. **B.** $BC\perp(SAB)$. **C.** $BD\perp(SAC)$. **D.** $AC\perp(SBD)$.

Câu 29. Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ trở thành hình lăng trụ tứ giác đều khi nó có thêm tính chất nào sau đây ?

A. Cạnh bên bằng cạnh đáy và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

B. Có một mặt bên vuông góc với mặt đáy và đáy là hình vuông.

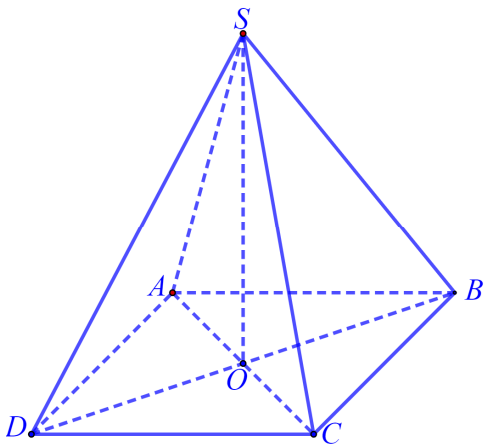
C. Các mặt bên là hình chữ nhật và mặt đáy là hình vuông.

D. Tất cả các cạnh đáy bằng nhau và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O, $SA\perp(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SC. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng nào?

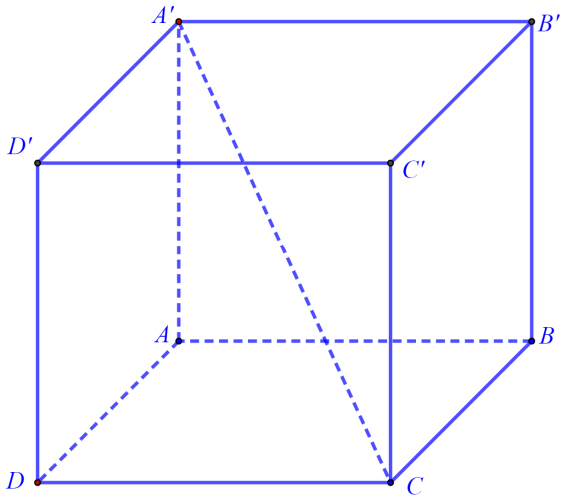
A. MO. **B.** MA. **C.** MC. **D.** MB.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O, cạnh $AB=a$. Cạnh bên $SA=\sqrt{2}.SC$ và $SB=SD=a$ (hình vẽ tham khảo). Chọn khẳng định **sai?**



A. $SB \perp SD$. **B.** $BD \perp SA$. **C.** $BD \perp SO$. **D.** $SO \perp AC$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ tham khảo). Đường thẳng $A'C$ vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?



A. (BCA'). **B.** $(ADC'B')$. **C.** $(ABCD)$. **D.** $(AB'D')$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy nằm trong khoảng nào ?

A. $(0°;30°)$. **B.** $(30°;60°)$. **C.** $(60°;90°)$. **D.** $(90°;120°)$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc nào dưới đây ?

A. $\widehat{SBA}$. **B.** $\widehat{ASB}$. **C.** $\widehat{SCA}$. **D.** $\widehat{ACB}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh SA vuông góc với mặt đáy, SC tạo với mặt đáy một góc $45°$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 36. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2020 \\ (4n^2+16n)u_{n+1} = (n^2+6n+5)u_n,\ n \ge 1 \end{cases}$.

Tính $\lim\left(\dfrac{4^n}{n^2}.u_n\right)$.

Câu 37. Cho hàm số $y=\dfrac{-3x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Tìm điểm M thuộc (C) biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai trục tọa độ Ox và Oy lần lượt tại A, B sao cho $OA=5OB$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a\sqrt{2}$, $BC=2a$, $SA\perp(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Gọi I là trung điểm của SB.

1) Chứng minh rằng $AI\perp(SBC)$.

2) Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB. Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (GCD) theo a.

……Hết……..

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.A	4.B	5.B	6.A	7.C	8.D	9.D	10.D
11.D	12.D	13.B	14.B	15.B	16.B	17.D	18.D	19.C	20.D
21.D	22.B	23.A	24.C	25.A	26.A	27.D	28.C	29.C	30.A
31.D	32.D	33.B	34.A	35.A					

HƯỚNG DẪN GIẢI.

Câu 1. Tính $\lim\dfrac{2n-1}{3+n}$.

A. 0. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D..** 2.

Lời giải

Ta có $\lim\dfrac{2n-1}{3+n}=\lim\dfrac{2-\dfrac{1}{n}}{\dfrac{3}{n}+1}=2$.

Câu 2. Tính $\lim\left(\dfrac{3.5^n-2}{2-5^n}\right)$.

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\lim\left(\dfrac{3.5^n-2}{2-5^n}\right)=\lim\dfrac{5^n\left(3-2.\left(\dfrac{1}{5}\right)^n\right)}{5^n\left(2.\left(\dfrac{1}{5}\right)^n-1\right)}=\lim\dfrac{3-2.\left(\dfrac{1}{5}\right)^n}{2.\left(\dfrac{1}{5}\right)^n-1}=-3$.

Câu 3. $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{2x^2+x-3}{x-2}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 2. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^-}\left(2x^2+x-3\right)=7>0$.

$\lim\limits_{x\to 2^-}\left(x-2\right)=0$ và $x-2<0$ khi $x\to 2^-$.

Vậy $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{2x^2+x-3}{x-2}=-\infty$.

Câu 4. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-3x^3+2x^2+1\right)$ bằng

A. 3. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** -3.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-3x^3+2x^2+1\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}x^3\left(-3+\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^3}\right)=+\infty$.

(Vì $\lim\limits_{x\to-\infty}x^3=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-3+\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^3}\right)=-3<0$).

Câu 5. Tính tổng $S=2\sqrt{2}\left(1+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{27}+...+\dfrac{1}{3^n}+...\right)$.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $2\sqrt{6}$

Lời giải

Ta có $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+...+\frac{1}{3^n}+...$ là tổng của một cấp số nhân có công bội là $\frac{1}{3}$.

Do đó $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+...+\frac{1}{3^n}+...=\frac{1}{1-\frac{1}{3}}$.

Vậy, $S=2\sqrt{2}\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+...+\frac{1}{3^n}+...\right)=2\sqrt{2}.\frac{1}{1-\frac{1}{3}}=3\sqrt{2}$.

Câu 6. Biết rằng hàm số $f(x)=\begin{cases}\frac{2x^2+8x+8}{x+2} & \text{khi} \quad x>-2\\ mx+1 & \text{khi} \quad x\le -2\end{cases}$ liên tục tại $x=-2$.

Giá trị của m là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** $\frac{-1}{2}$. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -2^+}\frac{2x^2+8x+8}{x+2}=\lim\limits_{x\to -2^+}2(x+2)=0.$

$\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -2^-}(mx+1)=-2m+1$ và $f(-2)=-2m+1$.

$f(x)$ liên tục tại $x=-2$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=f(-2)\Leftrightarrow -2m+1=0\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-5x+6}{x-3} & \text{khi } x>3\\ 2x & \text{khi } x\le 3\end{cases}$. Có bao nhiêu khẳng định đúng trong ba khẳng định sau?

(1) $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

(2) $f(x)$ liên tục trên $[3;+\infty)$.

(3) $f(x)$ liên tục trên $(-\infty;3]$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Hàm số liên tục tại mọi điểm $x\ne 3$.

Tại $x=3$, ta có :

+ $f(3)=6$.

+ $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^-}(2x)=6$.

+ $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^+}\left(\frac{x^2-5x+6}{x-3}\right)=\lim\limits_{x\to 3^+}(x-2)=1$.

Tức $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=f(3)\ne\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$

Do vậy chỉ có (3) đúng.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.

B. $f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$.

C. $f'(x_0)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$.

D. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x+x_0)-f(x_0)}{x-x_0}$.

Lời giải

Theo định nghĩa của đạo hàm thì D là phương án sai .

Câu 9. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ song song với đường thẳng $y=9x-14$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Hàm số $y=x^3-3x+2$ có:

Tập xác định $\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-3$.

Gọi d là tiếp tuyến và x_0 là hoành độ tiếp điểm, khi đó hệ số góc của d là $y'(x_0)=3x_0^2-3$.

d song song với đường thẳng $y=9x-14 \Rightarrow k=9 \Rightarrow 3x_0^2-3=9 \Leftrightarrow x_0^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=2 \\ x_0=-2 \end{array}\right.$.

+ Với $x_0=2$ ta có tiếp điểm tương ứng là $M_1(2;4)$, tại đây d có phương trình là $y=9x-14$ (không thỏa mãn).

+ Với $x_0=-2$ ta có tiếp điểm tương ứng là $M_2(-2;0)$, tại đây d có phương trình là $y=9x+18$ (thỏa mãn).

Vậy (C) có một tiếp tuyến song song với đường thẳng $y=9x-14$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=x^4-3x^2+2$ là

A. $y'=x^3-3x$. **B.** $y'=4x^3+6x$.

C. $y'=4x^3-6x+2$. **D.** $y'=4x^3-6x$.

Lời giải

Ta có $y'=\left(x^4-3x^2+2\right)'=\left(x^4\right)'-3\left(x^2\right)'+2'=4x^3-3.2x+0=4x^3-6x$.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\left(x^2+2x-1\right)\left(x^2+x\right)$.

A. $f'(x)=4x^2+4x+2$. **B.** $f'(x)=4x^3+9x^2+2x$.

C. $f'(x)=4x^3+9x^2+2x+1$. **D.** $f'(x)=4x^3+9x^2+2x-1$.

Lời giải

$f'(x)=(2x+2)\left(x^2+x\right)+\left(x^2+2x-1\right)(2x+1)=4x^3+9x^2+2x-1$.

Câu 12. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x-3}{x-1}$.

A. $f'(x)=\dfrac{-2}{(x-1)^2}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{2}{x-1}$.

C. $f'(x)=\dfrac{-2}{x-1}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{2}{(x-1)^2}$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Áp dụng công thức $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)'=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

Ta có $f'(x)=\frac{1.(-1)-(-3).1}{(x-1)^2}=\frac{2}{(x-1)^2}$.

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{1-3x^2}$ bằng

A. $f'(x)=\frac{3x}{\sqrt{1-3x^2}}$. **B.** $f'(x)=\frac{-3x}{\sqrt{1-3x^2}}$. **C.** $f'(x)=\frac{-6x}{\sqrt{1-3x^2}}$. **D.** $f'(x)=\frac{6x}{\sqrt{1-3x^2}}$.

Lời giải

Tập xác định $D=\left[-\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}}\right]$.

Với $x\in\left(-\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ ta có $f'(x)=\frac{-6x}{2\sqrt{1-3x^2}}=\frac{-3x}{\sqrt{1-3x^2}}$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\left(\frac{1}{2}x^2-5\right)^3$ bằng

A. $f'(x)=x\left(\frac{1}{2}x^2-5\right)^2$. **B.** $f'(x)=3x\left(\frac{1}{2}x^2-5\right)^2$.

C. $f'(x)=3\left(\frac{1}{2}x^2-5\right)^2$. **D.** $f'(x)=-3x\left(\frac{1}{2}x^2-5\right)^2$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=3.\left(\frac{1}{2}x^2-5\right)'.\left(\frac{1}{2}x^2-5\right)^2=3x\left(\frac{1}{2}x^2-5\right)^2$.

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y=\frac{1}{x^2}$ bằng

A. $y'=-\frac{1}{x^3}$. **B.** $y'=-\frac{2}{x^3}$. **C.** $y'=\frac{1}{x^3}$. **D.** $y'=\frac{2}{x^3}$.

Lời giải

Ta có:

+ Tập xác định: $D=R\setminus\{0\}$.

+ Với $\forall x\in D$: $y'=\left(\frac{1}{x^2}\right)'=-\frac{\left(x^2\right)'}{\left(x^2\right)^2}=-\frac{2x}{x^4}=-\frac{2}{x^3}$.

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $y=\sin(5x)$ bằng

A. $y'=\cos(5x)$. **B.** $y'=5\cos(5x)$. **C.** $y'=-\cos(5x)$. **D.** $y'=-5\cos(5x)$.

Lời giải

Ta có:

+ Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

+ Với $\forall x\in D$: $y'=\left(\sin(5x)\right)'=5\cos(5x)$.

Câu 17. Hàm số $y=\cos 2x$ có đạo hàm là

A. $y'=-\sin 2x$. **B.** $y'=2\sin 2x$. **C.** $y'=-\cos 2x$. **D.** $y'=-2\sin 2x$.

Lời giải

Ta có: $\left(\cos 2x\right)' = -(\sin 2x).\left(2x\right)' = -2\sin 2x$.

Câu 18. Hàm số $y = \tan 6x$ có đạo hàm là

A. $y' = \dfrac{1}{\cos^2 6x}$. **B.** $y' = -\dfrac{6}{\sin^2 6x}$. **C.** $y' = \dfrac{6x}{\cos^2 6x}$. **D.** $y' = \dfrac{6}{\cos^2 6x}$.

Lời giải

Ta có: $\left(\tan 6x\right)' = \dfrac{1}{\cos^2 6x}.\left(6x\right)' = \dfrac{6}{\cos^2 6x}$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = \left(x^3 - 2x^2\right)^{2021}$, có đạo hàm là $f'(x)$. Tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là

A. $T = \{0;2\}$. **B.** $T = \left\{\dfrac{4}{3};2\right\}$. **C.** $T = \left\{0;\dfrac{4}{3};2\right\}$. **D.** $T = \{0;1;2\}$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 2021\left(x^3 - 2x^2\right)^{2020}\left(3x^2 - 4x\right)$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3 - 2x^2 = 0 \\ 3x^2 - 4x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \\ x = \dfrac{4}{3} \end{array}\right.$$

Vậy $T = \left\{0;\dfrac{4}{3};2\right\}$.

Câu 20. Cho hàm số $y = x^3 + 2x^2 + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x trên $\left[-2021;2021\right]$ thoả mãn bất phương trình $y' + y - 1 \ge 0$?

A. 1. **B.** 2021. **C.** 2024. **D.** 2026.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = 3x^2 + 4x$.

Bất phương trình $y' + y - 1 \ge 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 4x + x^3 + 2x^2 \ge 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 + 4x \ge 0$

$\Leftrightarrow x\left(x^2 + 5x + 4\right) \ge 0 \Leftrightarrow x \in \left[-4;-1\right] \cup \left[0;+\infty\right)$.

Do $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ x \in \left[-2021;2021\right] \end{cases}$ nên $x \in \{-4;-3;-2;-1;0;1;.....;2021\}$.

Vậy có 2026 giá trị x thoả mãn.

Câu 21. Cho hàm số $y = \sin 2x - 2\cos x$. Phương trình $y' = 0$ có bao nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $y' = 2\cos 2x + 2\sin x$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow 2\cos 2x + 2\sin x = 0$

$\Leftrightarrow 2\left(1 - 2\sin^2 x\right) + 2\sin x = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x + \sin x = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \sin x=-\dfrac{1}{2}=\sin\dfrac{-\pi}{6}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$$

Vì $x\in(0;\pi)$ nên phương trình $y'=0$ có 1 nghiệm là $x=\dfrac{\pi}{2}$.

Vậy phương trình $y'=0$ có đúng 1 nghiệm thuộc $(0;\pi)$.

Câu 22. Cho hàm số $y=2\cos 2x-9\cos x$. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $y'=0$ là

A. $x=\dfrac{\pi}{2}$. **B.** $x=\pi$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{6}$. **D.** $x=2\pi$.

Lời giải

Ta có $y'=-4\sin 2x+9\sin x$.

Khi đó $y'=0\Leftrightarrow -4\sin 2x+9\sin x=0$

$\Leftrightarrow -8\sin x\cos x+9\sin x=0\Leftrightarrow \sin x(-8\cos x+9)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \cos x=\dfrac{9}{8}\end{array}\right. \Leftrightarrow \sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$$

Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $y'=0$ là $x=\pi$ (ứng với $k=1$).

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=\tan 2x+1$. Nghiệm của phương trình $f'(x)=4$ là

A. $x=\dfrac{\pi}{8}+\dfrac{k\pi}{4},k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{8}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Điều kiện: $\cos 2x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{2}{\cos^2 2x}$.

$f'(x)=4\Leftrightarrow\dfrac{2}{\cos^2 2x}=4\Leftrightarrow\cos^2 2x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{1+\cos 4x}{2}=\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow\cos 4x=0\Leftrightarrow 4x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{8}+\dfrac{k\pi}{4},k\in\mathbb{Z}$ (thỏa mãn điều kiện).

Câu 24. Đạo hàm cấp hai của hàm số $f(x)=(3x+1)^6$ là

A. $f''(x)=30(3x+1)^4$. **B.** $f''(x)=90(3x+1)^4$.

C. $f''(x)=270(3x+1)^4$. **D.** $f''(x)=540(3x+1)^4$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=6(3x+1)^5(3x+1)'=18(3x+1)^5$.

$f''(x)=18.5(3x+1)^4(3x+1)'=270(3x+1)^4$.

Câu 25. Cho chuyển động xác định bởi phương trình $S=4t^3-10t+9$ trong đó t được bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc bằng 2 là

A. $24\text{m}/\text{s}^2$. **B.** $48\text{m}/\text{s}^2$. **C.** $24\text{m}/\text{s}$. **D.** $38\text{m}/\text{s}^2$.

Lời giải

Ta có:

$v(t)=S'(t)=12t^2-10$

$a(t)=v'(t)=24t$

Mà $v(t)=2\Leftrightarrow 12t^2-10=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-1\end{array}\right.$. Do $t>0$ nên $t=1$ suy ra $a(2)=24\text{m}/\text{s}^2$.

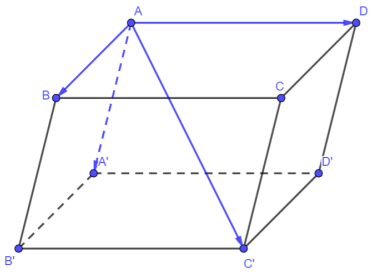
Vậy gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc bằng 2 là $a(2)=24\text{m}/\text{s}^2$.

Câu 26. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây **sai** ?

A. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$. **B.** $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A'C'}$.

C. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$. **D.** $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

Lời giải



Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$ suy ra A sai và C đúng

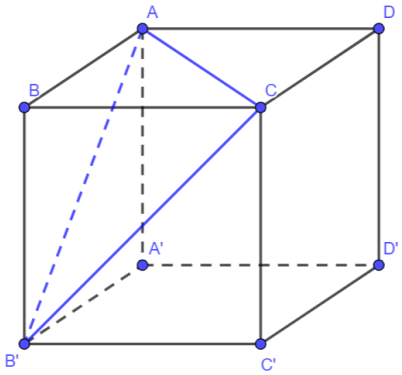
Xét $ACC'A'$ là hình bình hành ta có $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A'C'}$ suy ra đáp án B đúng

Xét $ABCD$ là hình bình hành ta có $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ suy ra đáp án D đúng.

Câu 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $AD\perp BB'$. **B.** $A'C'\perp DB$. **C.** $A'D\perp AB$. **D.** $AC\perp B'C$.

Lờigiải



Ta có

+) $AD//BC$ mà $CB\perp BB'$ nên $AD\perp BB'$. Vậy khẳng định A đúng.

+) $A'C'//AC$ mà $AC\perp DB$ nên $A'C'\perp DB$. Vậy khẳng định B đúng.

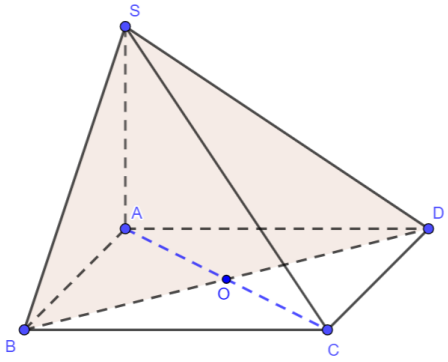
+) $AB\perp(ADD'A')$ nên $A'D\perp AB$. Vậy khẳng định C đúng.

+) $AC=AB'=B'C$ nên $\widehat{ACB'}=60^\circ$. Suy ra góc giữa AC và $B'C$ bằng 60°. Vậy khẳng định D sai.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, $AC\cap BD=O$, $SA\perp(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $SO \perp (ABCD)$. **B.** $BC \perp (SAB)$. **C.** $BD \perp (SAC)$. **D.** $AC \perp (SBD)$.

Lời giải



+) Giả sử $SO \perp (ABCD)$ mà theo giả thiết $SA \perp (ABCD)$ suy ra ba điểm S, O, A thẳng hàng (mâu thuẫn với đầu bài). Vậy A sai.

+) Giả sử $BC \perp (SAB)$ suy ra $BC \perp BA$ (mâu thuẫn tứ giác $ABCD$ là hình thoi). Vậy B sai.

+) Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$. Vậy C đúng.

+) Giả sử $AC \perp (SBD)$ suy ra $AC \perp SO$ mà $AC \perp SA$ suy ra ba điểm S, O, A thẳng hàng (mâu thuẫn với đầu bài). Vậy D sai.

Câu 29. Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ trở thành hình lăng trụ tứ giác đều khi nó có thêm tính chất nào sau đây ?

A. Cạnh bên bằng cạnh đáy và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.
B. Có một mặt bên vuông góc với mặt đáy và đáy là hình vuông.
C. Các mặt bên là hình chữ nhật và mặt đáy là hình vuông.
D. Tất cả các cạnh đáy bằng nhau và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

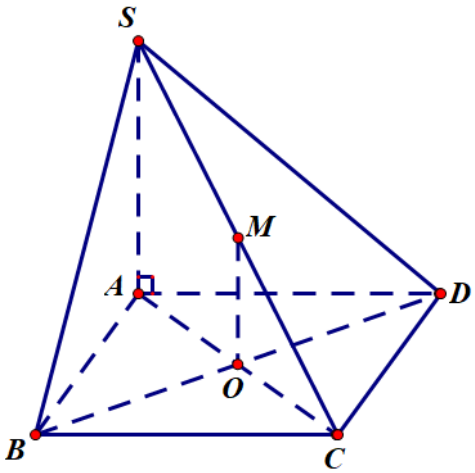
Lời giải

Theo lí thuyết, hình lăng trụ tứ giác đều là lăng trụ đứng và có đáy là hình vuông.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SC. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng nào?

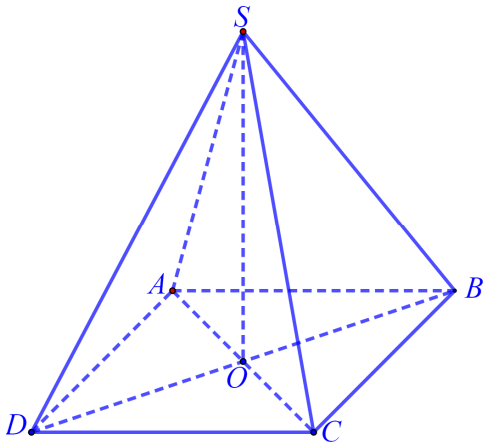
A. MO. **B.** MA. **C.** MC. **D.** MB.

Lời giải



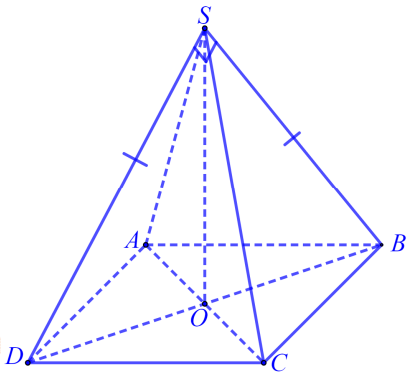
Do M là trung điểm của SC và O là trung điểm AC nên $MO // SA$. Do $SA \perp (ABCD)$ nên $MO \perp (ABCD)$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng MO.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O, cạnh $AB = a$. Cạnh bên $SA = \sqrt{2}.SC$ và $SB = SD = a$ (hình vẽ tham khảo). Chọn khẳng định **sai?**



A. $SB \perp SD$. **B.** $BD \perp SA$. **C.** $BD \perp SO$. **D.** $SO \perp AC$.

Lời giải



Theo giả thiết ta có ΔSBD cân tại S nên $SO \perp BD(1)$.

Mặt khác tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên $AC \perp BD(2)$.

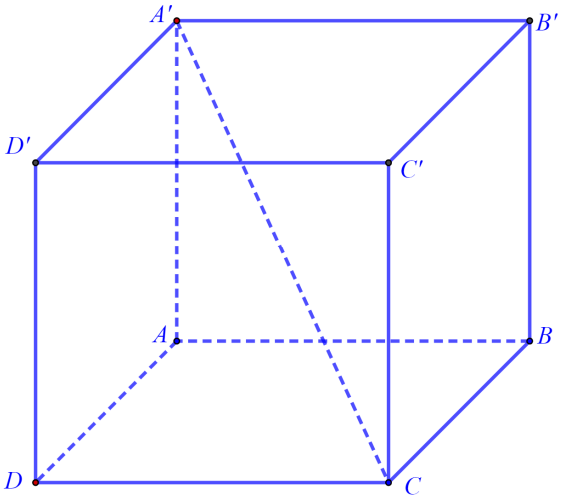
Từ (1) và (2) ta có $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$ và $BD \perp SA$.

Xét ΔSBD có $SB = SD = a$ và $BD = a\sqrt{2}$ suy ra ΔSBD vuông tại S nên $SB \perp SD$.

ΔSAC có $SA = \sqrt{2}.SC$ nên đường trung tuyến SO không vuông góc với AC.

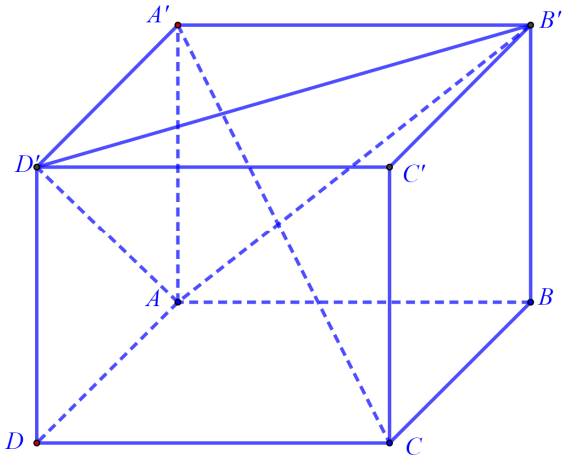
Vậy khẳng định $SO \perp AC$ sai.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ tham khảo). Đường thẳng $A'C$ vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?



A. (BCA'). **B.** $(ADC'B')$. **C.** $(ABCD)$. **D.** $(AB'D')$.

Lời giải



Ta có $A'B'C'D'$ là hình vuông nên $A'C' \perp B'D'$. Mặt khác $CC' \perp (A'B'C'D') \Rightarrow B'D' \perp CC'$ do đó $B'D' \perp (CC'A') \Rightarrow A'C \perp B'D'$ (1).

Chứng minh tương tự ta có $\begin{cases} AB' \perp A'B \\ AB' \perp CB \end{cases} \Rightarrow AB' \perp (A'BC) \Rightarrow AB' \perp A'C (2)$.

Từ (1) và (2) ta có $A'C \perp (AB'D')$.

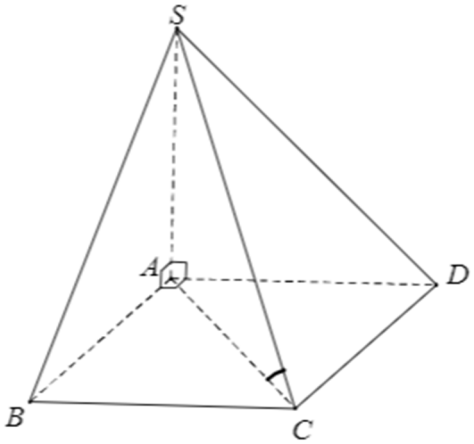
Vậy $A'C \perp (AB'D')$.

Dễ thấy trong số các mặt phẳng (BCA'), $(ADC'B')$, $(ABCD)$ không có mặt nào song song hoặc trùng với $(AB'D')$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy nằm trong khoảng nào ?

A. $(0°;30°)$. **B.** $(30°;60°)$. **C.** $(60°;90°)$. **D.** $(90°;120°)$.

Lời giải



Ta có: $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Do đó: $\widehat{(SC,(ABCD))} = \widehat{(SC,AC)} = \widehat{SCA}$.

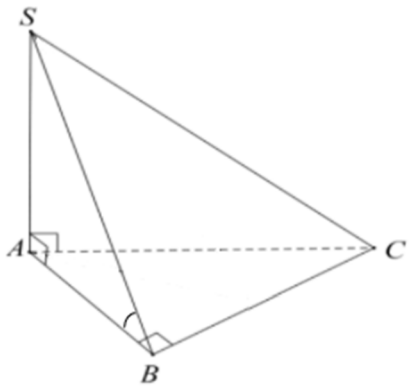
Xét hình vuông $ABCD$ ta có: $AC = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A, ta có: $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{2a}{a\sqrt{2}}=\sqrt{2}\Rightarrow\widehat{SCA}\approx 55°$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$ và $AB\perp BC$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc nào dưới đây ?

A. $\widehat{SBA}$. **B.** $\widehat{ASB}$. **C.** $\widehat{SCA}$. **D.** $\widehat{ACB}$.

Lời giải



Ta có:

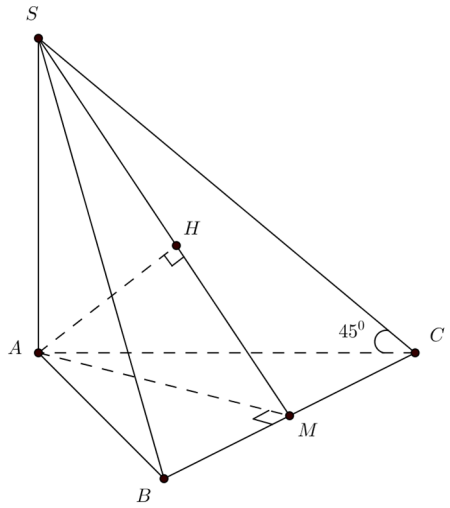
$$\left.\begin{array}{l}BC\perp SA\\ BC\perp AB\end{array}\right\}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SB.$$

$$\left.\begin{array}{l}(SBC)\cap(ABC)=BC\\ AB\perp BC,\ AB\subset(ABC)\\ SB\perp BC,\ SB\subset(SBC)\end{array}\right\}\Rightarrow\widehat{((SBC),(ABC))}=\widehat{(SB,AB)}=\widehat{SBA}.$$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh SA vuông góc với mặt đáy, SC tạo với mặt đáy một góc $45°$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải



Ta có $SA\perp(ABC)\Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng (ABC).

Suy ra $\widehat{(SC,(ABC))}=\widehat{(SC,AC)}=\widehat{SCA}=45°$.

Tam giác SAC vuông tại A, $\widehat{SCA}=45°$ suy ra $SA=AC=a$.

Gọi M là trung điểm của BC. Kẻ $AH\perp SM$ tại H.

Ta có $\begin{cases}BC\perp AM\\BC\perp SA\end{cases}$, suy ra $BC\perp(SAM)\Rightarrow BC\perp AH\Rightarrow AH\perp(SBC)\Rightarrow d\left(A,(SBC)\right)=AH$.

Xét tam giác ΔSAM vuông tại A, có $AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Khi đó $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AM^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{4}{3a^2}=\dfrac{7}{3a^2}\Rightarrow AH=\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Vậy $d\left(A,(SBC)\right)=\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 36. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases}u_1=2020\\(4n^2+16n)u_{n+1}=(n^2+6n+5)u_n,\ n\ge 1\end{cases}$.

Tính $\lim\left(\dfrac{4^n}{n^2}.u_n\right)$.

Lời giải

Ta có $(4n^2+16n)u_{n+1}=(n^2+6n+5)u_n\Leftrightarrow 4(n^2+4n)u_{n+1}=\left[(n+1)^2+4(n+1)\right]u_n$

$\Leftrightarrow u_{n+1}=\dfrac{1}{4}.\dfrac{(n+1)^2+4(n+1)}{n^2+4n}u_n\Leftrightarrow\dfrac{u_{n+1}}{(n+1)^2+4(n+1)}=\dfrac{1}{4}.\dfrac{u_n}{n^2+4n}$

Đặt $v_n=\dfrac{u_n}{n^2+4n}$ thì $v_{n+1}=\dfrac{1}{4}v_n$

Do đó (v_n) là cấp số nhân có công bội $q=\dfrac{1}{4}$ và số hạng đầu $v_1=\dfrac{u_1}{5}=\dfrac{1}{5}.2020=404$.

Nên $v_n=404.\left(\dfrac{1}{4}\right)^{n-1}\Rightarrow u_n=404.\left(\dfrac{1}{4}\right)^{n-1}(n^2+4n)$

Ta có

$\lim\left(\dfrac{4^n}{n^2}.u_n\right)=\lim\left(\dfrac{4^n}{n^2}.404.\left(\dfrac{1}{4}\right)^{n-1}(n^2+4n)\right)=\lim\left(\dfrac{n^2+4n}{n^2}.4.404\right)=\lim\left(1+\dfrac{4}{n}\right).1616=1616$.

Câu 37. Cho hàm số $y=\dfrac{-3x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Tìm điểm M thuộc (C) biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai trục tọa độ Ox và Oy lần lượt tại A, B sao cho $OA=5OB$.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Ta có $y=\dfrac{-3x-1}{x+2}\Rightarrow y'=-\dfrac{5}{(x+2)^2}$.

Vì điểm M thuộc (C) nên $M\left(x_0;\dfrac{-3x_0-1}{x_0+2}\right)$ với $x_0\ne -2$.

Tiếp tuyến của (C) tại $M\left(x_0;\dfrac{-3x_0-1}{x_0+2}\right)$ có hệ số góc là $\tan\alpha=y_{(x_0)}{}'=-\dfrac{5}{(x_0+2)^2}$

Theo bài ra $OA = 5OB$ nên ta có $\left|\tan\alpha\right| = \dfrac{OB}{OA} = \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow \left|-\dfrac{5}{(x_0+2)^2}\right| = \dfrac{1}{5}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\dfrac{5}{(x_0+2)^2} = \dfrac{1}{5} \\ -\dfrac{5}{(x_0+2)^2} = -\dfrac{1}{5} \end{array}\right. \Leftrightarrow \dfrac{5}{(x_0+2)^2} = \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow (x_0+2)^2 = 25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0+2=5 \\ x_0+2=-5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=3 \\ x_0=-7 \end{array}\right.$$

Vậy $M(3;-2)$ hoặc $M(-7;-4)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

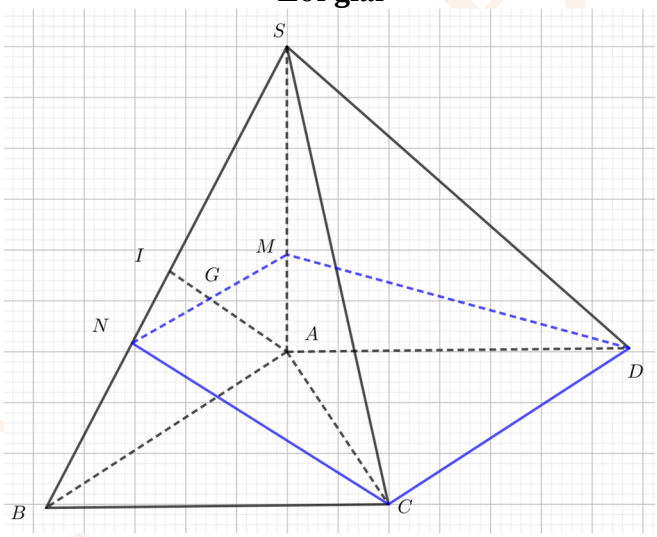
(Vậy M trùng với một trong hai điểm $M_1(3;-2)$, $M_2(-7;-4)$.)

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{2}$, $BC = 2a$, $SA \perp (ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Gọi I là trung điểm của SB.

1) Chứng minh rằng $AI \perp (SBC)$.

2) Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB. Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (GCD) theo a.

Lời giải



1) Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là AC.

Suy ra $\widehat{(SC,(ABCD))} = \widehat{SCA} = 30°$.

Xét tam giác ABC vuông ở B có $AB = a\sqrt{2}$, $BC = 2a$

$\Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + (2a)^2} = a\sqrt{6}$.

Xét tam giác SAC vuông ở A có $AC = a\sqrt{6}$, $\widehat{SCA} = 30° \Rightarrow SA = AC\tan 30° = a\sqrt{6}.\dfrac{\sqrt{3}}{3} = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác SAB vuông ở A có $AB = AS = a\sqrt{2} \Rightarrow \Delta SAB$ cân tại $A \Rightarrow AI \perp SB$ (1).

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BA \perp SA \ (\text{do } SA \perp (ABCD)) \end{cases}$ nên $BC \perp (SAB)$, tức $BC \perp AI$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $AI \perp (SBC)$.

2) Ta có $\begin{cases} G \in (SAB) \cap (GCD) \\ AB // CD \end{cases} \Rightarrow$ giao tuyến của (SAB) và (GCD) là đường thẳng d đi qua G song song với đường thẳng AB. Gọi M, N lần lượt là giao điểm của d với SA, SB.

Từ đó, ta có thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (GCD) là hình thang $MNCD$.

Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$.

Từ đó có $\begin{cases} CD \perp (SAD) \\ DM \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow CD \perp DM$.

Do đó hình thang $MNCD$ là hình thang vuông tại M và $D \Rightarrow S_{MNCD} = \dfrac{(MN + CD).MD}{2}$.

Xét tam giác SAB có $MN = \dfrac{2}{3}.AB = \dfrac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Xét tam giác MAD vuông ở A, $AD = 2a, MA = \dfrac{1}{3}SA = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$

$\Rightarrow MD = \sqrt{MA^2 + AD^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{3}\right)^2 + (2a)^2} = \dfrac{a\sqrt{38}}{3}$.

Vậy diện tích hình thang $MNCD$ bằng

$$S_{MNCD} = \frac{(MN + CD).MD}{2} = \frac{\left(\dfrac{2a\sqrt{2}}{3} + a\sqrt{2}\right).\dfrac{a\sqrt{38}}{3}}{2} = \frac{5a^2\sqrt{19}}{9} \text{ (đvdt).}$$

HẾT

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 20

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:..... **Mã đề thi**

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Tính giới hạn sau $A=\lim\dfrac{2n-3}{n+1}$.

A. $A=1$. **B.** $A=\dfrac{1}{2}$. **C.** $A=0$. **D.** $A=2$.

Câu 2: Tính giới hạn sau $B=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{9x-18}{6-3x}$.

A. $B=-3$. **B.** $B=3$. **C.** $B=9$. **D.** $B=-9$.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm CD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AI}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{BI}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BD}$. **D.** $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$.

Câu 4: Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a,b,c. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Trong không gian, nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì đường thẳng a vuông góc với đường thẳng c.

B. Trong không gian, nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b song song với đường thẳng c thì đường thẳng a vuông góc với đường thẳng c.

C. Trong không gian, nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b và đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì đường thẳng a cắt đường thẳng c tại một điểm.

D. Trong không gian, cho ba đường thẳng a,b,c vuông góc với nhau từng đôi một. Nếu có đường thẳng d vuông góc với đường thẳng a thì đường thẳng d song song với b hoặc c.

Câu 5: Số gia của hàm số $f(x)=x^2-2$ ứng với số gia Δx của đối số x tại $x_0=1$ là

A. $(\Delta x)^2-2\Delta x$. **B.** $(\Delta x)^2+2\Delta x+4$. **C.** $(\Delta x)^2+2\Delta x+2$. **D.** $(\Delta x)^2+2\Delta x$.

Câu 6: Tìm đạo hàm y' của hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+2x^2-\dfrac{1}{x}$

A. $y'=x^2+4x+\dfrac{1}{x^2}$. **B.** $y'=x^2+4x-\dfrac{1}{x^2}$.

C. $y'=\dfrac{1}{3}x^2+4x-\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $y'=x^3+4x^2+\dfrac{1}{x}$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Từ A kẻ $AM\perp SB$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $AM\perp(SBD)$. **B.** $BC\perp(SAB)$. **C.** $BC\perp(SAD)$. **D.** $AM\perp(SAD)$.

Câu 8: Tính đạo hàm của hàm số $y=x^3-5\sqrt{x}+\dfrac{1}{x}$.

A. $y'=3x-\frac{5}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2}$. **B.** $y'=3x^2-\frac{5}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2}$.

C. $y'=3x+\frac{5}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2}$. **D.** $y'=3x^2-\frac{5}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2}$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi I là trung điểm của BC. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) là

A. $\widehat{SIA}$. **B.** $\widehat{SBA}$. **C.** $\widehat{SCA}$. **D.** $\widehat{ASB}$.

Câu 10: Cho các hàm số $u=u(x), v=v(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $v(x)\neq 0\ \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'}{v'}$ **B.** $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v+uv'}{v^2}$. **C.** $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{uv'-u'v}{v^2}$. **D.** $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$.

Câu 11: Cho hàm số $y=5\sin x-7\cos(x^2-3)$ có đạo hàm bằng

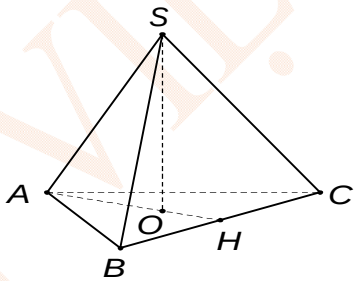
A. $y'=5\cos x+14x\sin(x^2-3)$. **B.** $y'=5\cos x-14x\sin(x^2-3)$.

C. $y'=5\cos x+7\sin(x^2-3)$. **D.** $y'=5\cos x-7\sin(x^2-3)$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)=(4x^3-2x)(5x-3)$. Tính $f'(3)$

A. 1287 . **B.** 1782. **C.** 1827. **D.** 1782.

Câu 13: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Gọi H là trung điểm của BC, O là trọng tâm của tam giác ABC. Khoảng cách từ S đến (ABC) bằng:



A. Độ dài đoạn SA. **B.** Độ dài đoạn SB. **C.** Độ dài đoạn SH. **D.** Độ dài đoạn SO.

Câu 14: Tìm đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{x+1}$.

A. $y'=\frac{1}{\sqrt{x+1}}$. **B.** $y'=\frac{2}{\sqrt{x+1}}$. **C.** $y'=-\frac{1}{2\sqrt{x+1}}$. **D.** $y'=\frac{1}{2\sqrt{x+1}}$.

Câu 15: Đạo hàm của hàm số $y=(2x^3+1)^{2021}$ là

A. $y'=2021(2x^3+1)^{2020}$. **B.** $y'=2021(2x^3+1)^{2022}$.

C. $y'=6063x^2(2x^3+1)^{2020}$. **D.** $y'=12126x^2(2x^3+1)^{2020}$.

Câu 16: Tìm giới hạn $\lim\frac{2^n+4^n}{3^n-4^n}$.

A. -1. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 17: Đạo hàm của hàm số $y=\sin x-3\cos x+1$ là

A. $y'=\cos x-3\sin x+1$. **B.** $y'=-\cos x+3\sin x$.

C. $y' = \cos x + 3\sin x$. **D.** $y' = -\cos x - 3\sin x$.

Câu 18: Đạo hàm của hàm số $y = \cot x - \tan x + 2$ là

A. $y' = \dfrac{1}{\sin^2 x.\cos^2 x}$. **B.** $y' = \dfrac{\cos 2x}{\sin^2 x.\cos^2 x}$.

C. $y' = \dfrac{1}{\sin^2 x.\cos^2 x} + 2$. **D.** $y' = \dfrac{-1}{\sin^2 x.\cos^2 x}$

Câu 19: Tính $L = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^2 - 3x + 2\right)$.

A. $-\infty$. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $+\infty$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SB vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Gọi I là trung điểm của AC và α là góc giữa SI và mặt phẳng (ABC), khi đó $\tan\alpha$ nhận giá trị nào trong các giá trị sau đây?

A. $\tan\alpha = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\tan\alpha = 2$. **C.** $\tan\alpha = \dfrac{1}{2}$. **D.** $\tan\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 21: Giá trị $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1-x}-1}{x} = \dfrac{a}{b}$, $a,b\in\mathbb{Z}$ và a,b là hai số nguyên tố cùng nhau. Khi đó $a+b$ bằng

A. -4 **B.** 5 **C.** 1 **D.** 3

Câu 22: Kết quả đúng của $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x^2 - x + 1}{x^2 - 1}$ bằng

A. $-\infty$ **B.** -1 **C.** 1 **D.** $+\infty$

Câu 23: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x^3 - 11x^2 + 17x - 6}{x^2 - x - 6}, x \neq 3 \\ m^3 - 2m^2 - 3m + 7, \quad x = 3 \end{cases}$$

liên tục tại $x = 3$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{4x+1} - x$, đạo hàm của hàm số $f(x)$ ứng với số gia Δx của đối số tại điểm $x_0 = 2$ là

A. $f'(2) = \lim\limits_{\Delta x\to0}\dfrac{-(\Delta x)^2 - 2\Delta x}{\sqrt{4\Delta x+9}+3+\Delta x}$. **B.** $f'(2) = \lim\limits_{\Delta x\to0}\dfrac{-\Delta x - 2}{\sqrt{4\Delta x+9}+3+\Delta x}$.

C. $f'(2) = \lim\limits_{\Delta x\to0}\dfrac{-\Delta x - 2}{\Delta x\left(\sqrt{4\Delta x+9}+3+\Delta x\right)}$. **D.** $f'(2) = \lim\limits_{\Delta x\to0}\dfrac{\Delta x + 2}{\sqrt{4\Delta x+9}+3+\Delta x}$.

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y = \left(2x^4 - 3x^2 + 5x - 1\right)\left(3x^2 + 5x\right)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $\left(8x^3 - 6x + 5\right)\left(3x^2 + 5x\right) + \left(2x^4 - 3x^2 + 5x - 1\right)(6x + 5)$.

B. $\left(8x^3 - 6x + 5\right)\left(3x^2 + 5x\right) - \left(2x^4 - 3x^2 + 5x - 1\right)(6x + 5)$.

C. $\left(8x^3 - 6x + 4\right)\left(3x^2 + 5x\right) + \left(2x^4 - 3x^2 + 5x - 1\right)(6x + 5)$.

D. $\left(8x^3 - 6x + 4\right)\left(3x^2 + 5x\right) - \left(2x^4 - 3x^2 + 5x - 1\right)(6x + 5)$.

Câu 26: Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{\left(3x^2-5\right)^3}$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $\dfrac{9x\left(3x^2-5\right)^2}{\sqrt{\left(3x^2-5\right)^3}}$. **B.** $\dfrac{9x}{\sqrt{\left(3x^2-5\right)^3}}$. **C.** $\dfrac{18x\left(3x^2-5\right)^2}{\sqrt{\left(3x^2-5\right)^3}}$. **D.** $\dfrac{18x}{\sqrt{\left(3x^2-5\right)^3}}$.

Câu 27: Đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin^2 5x$ là

A. $f'(x)=2\sin 5x$. **B.** $f'(x)=5\sin 10x$. **C.** $f'(x)=10\sin 10x$. **D.** $f'(x)=-5\sin 10x$.

Câu 28: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{\sin x}{\sin x-\cos x}$ là

A. $y'=\dfrac{-1}{\left(\sin x-\cos x\right)^2}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{\left(\sin x-\cos x\right)^2}$.

C. $y'=\dfrac{-1}{\left(\sin x+\cos x\right)^2}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\left(\sin x+\cos x\right)^2}$.

Câu 29: Cho hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{2x-1}$. Tính $f''(1)$..

A. -1. **B.** -1. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** 0.

Câu 30: Cho hàm số $y=\cos^2 x$. Khi đó $y"\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ bằng:

A. -2. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $-2\sqrt{3}$.

Câu 31: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Tính số đo của góc giữa 2 đường thẳng chéo nhau AB và DH

A. 45^0. **B.** 90^0. **C.** 120^0. **D.** 60^0.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB$ và $CA=CB$. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng chéo nhau SC và AB

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tìm số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(SAB\right)$.

A. 45^o. **B.** 90^o. **C.** 60^o. **D.** 30^o.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B, $AB=BC=a$, $SA=a\sqrt{3}$, $SA\perp\left(ABC\right)$. Góc giữa hai mặt phẳng $\left(SBC\right)$ và $\left(ABC\right)$ là

A. 45^o. **B.** 90^o. **C.** 30^o. **D.** 60^o.

Câu 35: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=OB=OC=a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OA và BC bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$. **B.** $\dfrac{1}{2}a$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$. **D.** $\dfrac{3}{2}a$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1: Tính $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{2x+7}-3}{x^3-2x^2+2022x-2021}$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có ΔABC vuông tại A, góc $\widehat{ABC}=60°$, $SB=AB=a$, hai mặt bên (SAB) và (SBC) cùng vuông góc với mặt đáy. Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B trên SA,SC.

1) Chứng minh: $SB\perp(ABC)$ và $SC\perp(BHK)$.

2) Tính góc tạo bởi đường thẳng SA và (BHK).

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f^3(2-x)-2f^2(2+3x)+2021x=0,\forall x\in\mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $T=5f(2)+36f'(2)$.

----------Hết---------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
D	A	A	B	D	A	B	D	B	D	A	D	D	D	D	A	C	D
19	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	
D	B	C	D	C	B	A	A	B	A	A	C	B	D	D	D	C	

LỜI GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Tính giới hạn sau $A=\lim\dfrac{2n-3}{n+1}$.

A. $A=1$. **B.** $A=\dfrac{1}{2}$. **C.** $A=0$. **D.** $A=2$.

Lời giải

Ta có $A=\lim\dfrac{2n-3}{n+1}=\lim\dfrac{2-\dfrac{3}{n}}{1+\dfrac{1}{n}}=2$.

Câu 2: Tính giới hạn sau $B=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{9x-18}{6-3x}$.

A. $B=-3$. **B.** $B=3$. **C.** $B=9$. **D.** $B=-9$.

Lời giải

Ta có $B=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{9x-18}{6-3x}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{9(x-2)}{3(2-x)}=\lim\limits_{x\to 2}(-3)=-3$.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm CD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AI}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{BI}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BD}$. **D.** $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Theo tính chất trung điểm của đoạn thẳng ta có:

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AI}\Rightarrow\overrightarrow{AI}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

Câu 4: Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a,b,c. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Trong không gian, nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì đường thẳng a vuông góc với đường thẳng c.

B. Trong không gian, nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b song song với đường thẳng c thì đường thẳng a vuông góc với đường thẳng c.

C. Trong không gian, nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b và đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì đường thẳng a cắt đường thẳng c tại một điểm.

D. Trong không gian, cho ba đường thẳng a,b,c vuông góc với nhau từng đôi một. Nếu có đường thẳng d vuông góc với đường thẳng a thì đường thẳng d song song với b hoặc c.

Lời giải

Theo cách xác định góc giữa hai đường thẳng trong không gian, vì $b//c$ nên ta có:

Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c. Suy ra chọn **B.**

Câu 5: Số gia của hàm số $f(x)=x^2-2$ ứng với số gia Δx của đối số x tại $x_0=1$ là

A. $(\Delta x)^2-2\Delta x$. **B.** $(\Delta x)^2+2\Delta x+4$. **C.** $(\Delta x)^2+2\Delta x+2$. **D.** $(\Delta x)^2+2\Delta x$.

Lời giải

Với số gia Δx của đối số x tại $x_0=1$. Ta có $\Delta x=x-x_0=x-1\Rightarrow x=\Delta x+1$.

Khi đó số gia của hàm số :

$\Delta y=f(x)-f(x_0)=f(\Delta x+1)-f(1)=(\Delta x+1)^2-2-(-1)=(\Delta x)^2+2\Delta x$.

Câu 6: Tìm đạo hàm y' của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+2x^2-\frac{1}{x}$

A. $y'=x^2+4x+\frac{1}{x^2}$. **B.** $y'=x^2+4x-\frac{1}{x^2}$.

C. $y'=\frac{1}{3}x^2+4x-\frac{1}{x^2}$. **D.** $y'=x^3+4x^2+\frac{1}{x}$.

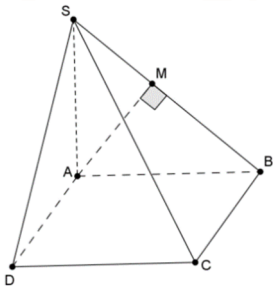
Lời giải

$$y'=\left(\frac{1}{3}x^3+2x^2-\frac{1}{x}\right)'=x^2+4x+\frac{1}{x^2}.$$

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Từ A kẻ $AM\perp SB$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $AM\perp(SBD)$. **B.** $BC\perp(SAB)$. **C.** $BC\perp(SAD)$. **D.** $AM\perp(SAD)$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases}BC\perp AB\\ BC\perp SA\ (do\ SA\perp(ABCD))\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)$.

Chọn B.

Câu 8: Tính đạo hàm của hàm số $y=x^3-5\sqrt{x}+\frac{1}{x}$.

A. $y'=3x-\frac{5}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2}$. **B.** $y'=3x^2-\frac{5}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2}$.

C. $y'=3x+\frac{5}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2}$. **D.** $y'=3x^2-\frac{5}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2}$.

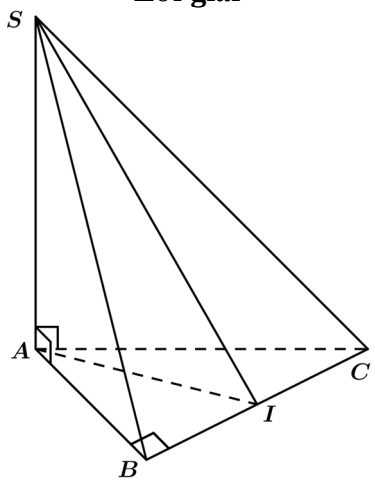
Lời giải

$y=x^3-5\sqrt{x}+\frac{1}{x}\Rightarrow y'=3x^2-\frac{5}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2}$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi I là trung điểm của BC. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) là

A. $\widehat{SIA}$. **B.** $\widehat{SBA}$. **C.** $\widehat{SCA}$. **D.** $\widehat{ASB}$.

Lời giải



- Do AB là hình chiếu của SB trên (ABC) mà $AB \perp BC \Rightarrow SB \perp BC$.
- Ta có $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SB \subset (SBC); SB \perp BC \\ AB \subset (ABC); AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow$ Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{(SB, AB)} = \widehat{SBA}$

Câu 10: Cho các hàm số $u = u(x), v = v(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $v(x) \neq 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'}{v'}$ **B.** $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v + uv'}{v^2}$. **C.** $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{uv' - u'v}{v^2}$. **D.** $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

Lời giải

Dễ thấy phương án **D** là qui tắc tính đạo hàm của một thương.

Câu 11: Cho hàm số $y = 5\sin x - 7\cos(x^2 - 3)$ có đạo hàm bằng

A. $y' = 5\cos x + 14x\sin(x^2 - 3)$. **B.** $y' = 5\cos x - 14x\sin(x^2 - 3)$.

C. $y' = 5\cos x + 7\sin(x^2 - 3)$. **D.** $y' = 5\cos x - 7\sin(x^2 - 3)$.

Lời giải

$y = 5\sin x - 7\cos(x^2 - 3) \Rightarrow y' = 5\cos x + 7(x^2 - 3)'\sin(x^2 - 3) = 5\cos x + 14x\sin(x^2 - 3)$.

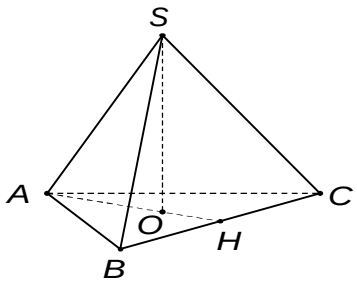
Câu 12: Cho hàm số $f(x) = (4x^3 - 2x)(5x - 3)$. Tính $f'(3)$

A. 1287 . **B.** 1782. **C.** 1827 . **D.** 1782.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = (12x^2 - 2)(5x - 3) + 5(4x^3 - 2x) \Rightarrow f'(3) = 1782$.

Câu 13: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Gọi H là trung điểm của BC, O là trọng tâm của tam giác ABC. Khoảng cách từ S đến (ABC) bằng:



A. Độ dài đoạn SA. **B.** Độ dài đoạn SB. **C.** Độ dài đoạn SH. **D.** Độ dài đoạn SO.

Lời giải

Vì $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên $SO \perp (ABC)$.

Vậy $d(S;(ABC)) = SO$.

Câu 14: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x+1}$.

A. $y' = \dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$. **B.** $y' = \dfrac{2}{\sqrt{x+1}}$. **C.** $y' = -\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}$.

Lời giải

Ta có $y' = \left(\sqrt{x+1}\right)' = \dfrac{(x+1)'}{2\sqrt{x+1}} = \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}$.

Câu 15: Đạo hàm của hàm số $y = (2x^3+1)^{2021}$ là

A. $y' = 2021(2x^3+1)^{2020}$. **B.** $y' = 2021(2x^3+1)^{2022}$.

C. $y' = 6063x^2(2x^3+1)^{2020}$. **D.** $y' = 12126x^2(2x^3+1)^{2020}$.

Lời giải

Ta có $y' = 2021(2x^3+1)^{2020}.(2x^3+1)' = 2021(2x^3+1)^{2020}.6x^2 = 12126x^2(2x^3+1)^{2020}$.

Câu 16: Tìm giới hạn $\lim \dfrac{2^n+4^n}{3^n-4^n}$.

A. -1. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $\lim \dfrac{2^n+4^n}{3^n-4^n} = \lim \dfrac{\frac{2^n}{4^n}+\frac{4^n}{4^n}}{\frac{3^n}{4^n}-\frac{4^n}{4^n}} = \lim \dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^n+1}{\left(\frac{3}{4}\right)^n-1} = \dfrac{0+1}{0-1} = -1$.

Câu 17: Đạo hàm của hàm số $y = \sin x - 3\cos x + 1$ là

A. $y' = \cos x - 3\sin x + 1$. **B.** $y' = -\cos x + 3\sin x$.

C. $y' = \cos x + 3\sin x$. **D.** $y' = -\cos x - 3\sin x$.

Lời giải

Ta có: $y' = (\sin x)' - 3.(\cos x)' + 1' = \cos x - 3.(-\sin x) = \cos x + 3\sin x$.

Câu 18: Đạo hàm của hàm số $y = \cot x - \tan x + 2$ là

A. $y' = \dfrac{1}{\sin^2 x.\cos^2 x}$. **B.** $y' = \dfrac{\cos 2x}{\sin^2 x.\cos^2 x}$.

C. $y'=\dfrac{1}{\sin^2 x.\cos^2 x}+2$. **D.** $y'=\dfrac{-1}{\sin^2 x.\cos^2 x}$

Lời giải

Ta có:

$$y'=\left(\cot x\right)'-\left(\tan x\right)+2'=\frac{-1}{\sin^2 x}-\left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)=\frac{-\left(\cos^2 x+\sin^2 x\right)}{\sin^2 x.\cos^2 x}=\frac{-1}{\sin^2 x.\cos^2 x}.$$

Câu 19: Tính $L=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^2-3x+2\right)$.

A. $-\infty$. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Ta có: $L=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^2-3x+2\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}x^2\left(1-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}\right)$

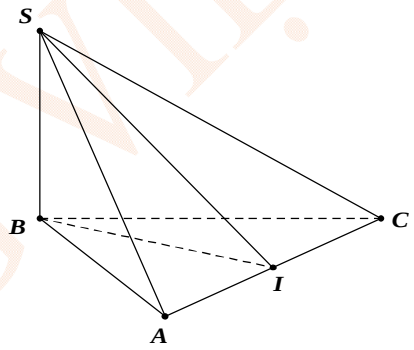
Vì : $\lim\limits_{x\to-\infty}x^2=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(1-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}\right)=1$.

Nên: $L=+\infty$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SB vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Gọi I là trung điểm của AC và α là góc giữa SI và mặt phẳng (ABC), khi đó $\tan\alpha$ nhận giá trị nào trong các giá trị sau đây?

A. $\tan\alpha=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\tan\alpha=2$. **C.** $\tan\alpha=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải



Ta có: BI là hình chiếu của SI lên mặt phẳng (ABC)

Nên: $\left(\widehat{SI,(ABC)}\right)=\left(\widehat{SI,BI}\right)=\widehat{SIB}=\alpha$.

Ta có: ΔSAB vuông tại $B\Rightarrow SB=\sqrt{SA^2-AB^2}=a\sqrt{3}$.

Lại có : ΔABC đều cạnh $a\Rightarrow BI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra: $\tan\alpha=\dfrac{SB}{BI}=\dfrac{a\sqrt{3}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}}=2$.

Câu 21: Giá trị $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1-x}-1}{x}=\dfrac{a}{b}$, $a,b\in\mathbb{Z}$ và a,b là hai số nguyên tố cùng nhau. Khi đó $a+b$ bằng

A. -4 **B.** 5 **C.** 1 **D.** 3

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-x}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-x}{x\left(\sqrt{1-x}+1\right)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-1}{\sqrt{1-x}+1}=\dfrac{-1}{2}$ nên $a=-1,b=2\Rightarrow a+b=1$.

Câu 22: Kết quả đúng của $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2-x+1}{x^2-1}$ bằng

A. $-\infty$ **B.** -1 **C.** 1 **D.** $+\infty$

Lời giải.

Khi $x\to 1^+$ ta có được $x^2-x+1\to 1$ và $x^2-1\to 0; x^2-1>0$. Vì thế $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2-x+1}{x^2-1}=+\infty$.

Câu 23: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^3-11x^2+17x-6}{x^2-x-6}, x\neq 3\\ m^3-2m^2-3m+7, \quad x=3\end{cases}$$

liên tục tại $x=3$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $f(3)=m^3-2m^2-3m+7$

$$\lim_{x\to 3}f(x)=\lim_{x\to 3}\frac{2x^3-11x^2+17x-6}{x^2-x-6}=\lim_{x\to 3}\frac{(2x-1)(x-2)(x-3)}{(x+2)(x-3)}=\lim_{x\to 3}\frac{(2x-1)(x-2)}{x+2}=1$$

Hàm số liên tục tại $x=3$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to 3}f(x)=f(3)$

$\Leftrightarrow m^3-2m^2-3m+7=1$

$\Leftrightarrow m^3-2m^2-3m+6=0$

$\Leftrightarrow m=2, m=\pm\sqrt{3}$

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên nhận $m=2$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)=\sqrt{4x+1}-x$, đạo hàm của hàm số $f(x)$ ứng với số gia Δx của đối số tại điểm $x_0=2$ là

A. $f'(2)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{-(\Delta x)^2-2\Delta x}{\sqrt{4\Delta x+9}+3+\Delta x}$. **B.** $f'(2)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{-\Delta x-2}{\sqrt{4\Delta x+9}+3+\Delta x}$.

C. $f'(2)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{-\Delta x-2}{\Delta x\left(\sqrt{4\Delta x+9}+3+\Delta x\right)}$. **D.** $f'(2)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta x+2}{\sqrt{4\Delta x+9}+3+\Delta x}$.

Lời giải

$f(x)$ xác định trên $\left(-\dfrac{1}{4};+\infty\right)$.

Gọi Δx là số gia của x tại $x_0=2$ ta có

$$\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)=\sqrt{4(2+\Delta x)+1}-(2+\Delta x)-1=\sqrt{4\Delta x+9}-(3+\Delta x)$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{\sqrt{4\Delta x+9}-(3+\Delta x)}{\Delta x}=\frac{-(\Delta x)^2-2\Delta x}{\Delta x\left(\sqrt{4\Delta x+9}+(3+\Delta x)\right)}=\frac{-\Delta x-2}{\sqrt{4\Delta x+9}+3+\Delta x}$$

Như vậy $f'(2)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{-\Delta x-2}{\sqrt{4\Delta x+9}+3+\Delta x}$.

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y=\left(2x^4-3x^2+5x-1\right)\left(3x^2+5x\right)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $\left(8x^3-6x+5\right)\left(3x^2+5x\right)+\left(2x^4-3x^2+5x-1\right)\left(6x+5\right)$.

B. $\left(8x^3-6x+5\right)\left(3x^2+5x\right)-\left(2x^4-3x^2+5x-1\right)\left(6x+5\right)$.

C. $\left(8x^3-6x+4\right)\left(3x^2+5x\right)+\left(2x^4-3x^2+5x-1\right)\left(6x+5\right)$.

D. $\left(8x^3-6x+4\right)\left(3x^2+5x\right)-\left(2x^4-3x^2+5x-1\right)\left(6x+5\right)$.

Lời giải

Ta có: $y'=\left(2x^4-3x^2+5x-1\right)'\left(3x^2+5x\right)+\left(2x^4-3x^2+5x-1\right)\left(3x^2+5x\right)'$

$=\left(8x^3-6x+5\right)\left(3x^2+5x\right)+\left(2x^4-3x^2+5x-1\right)\left(6x+5\right)$.

Câu 26: Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{\left(3x^2-5\right)^3}$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $\dfrac{9x\left(3x^2-5\right)^2}{\sqrt{\left(3x^2-5\right)^3}}$.

B. $\dfrac{9x}{\sqrt{\left(3x^2-5\right)^3}}$.

C. $\dfrac{18x\left(3x^2-5\right)^2}{\sqrt{\left(3x^2-5\right)^3}}$.

D. $\dfrac{18x}{\sqrt{\left(3x^2-5\right)^3}}$.

Lời giải

Ta có: $y'=\left(\sqrt{\left(3x^2-5\right)^3}\right)'=\dfrac{\left(\left(3x^2-5\right)^3\right)'}{2\sqrt{\left(3x^2-5\right)^3}}$

$=\dfrac{3\left(3x^2-5\right)'\left(3x^2-5\right)^2}{2\sqrt{\left(3x^2-5\right)^3}}=\dfrac{9x\left(3x^2-5\right)^2}{\sqrt{\left(3x^2-5\right)^3}}$.

Câu 27: Đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin^2 5x$ là

A. $f'(x)=2\sin 5x$. **B.** $f'(x)=5\sin 10x$. **C.** $f'(x)=10\sin 10x$. **D.** $f'(x)=-5\sin 10x$.

Lời giải

Ta có $f'\left(x\right)=2\sin 5x\left(\sin 5x\right)'=2\sin 5x.(5x)'.\cos 5x$

$=5.2.\sin 5x.\cos 5x=5\sin 10x$.

Câu 28: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{\sin x}{\sin x-\cos x}$ là

A. $y'=\dfrac{-1}{\left(\sin x-\cos x\right)^2}$.

B. $y'=\dfrac{1}{\left(\sin x-\cos x\right)^2}$.

C. $y'=\dfrac{-1}{\left(\sin x+\cos x\right)^2}$.

D. $y'=\dfrac{1}{\left(\sin x+\cos x\right)^2}$.

Lời giải

Ta có: $y' = \dfrac{(\sin x)'(\sin x - \cos x) - \sin x(\sin x - \cos x)'}{(\sin x - \cos x)^2}$

$= \dfrac{\cos x(\sin x - \cos x) - \sin x(\cos x + \sin x)}{(\sin x - \cos x)^2} = \dfrac{\cos x \sin x - \cos^2 x - \sin x.\cos x - \sin^2 x}{(\sin x - \cos x)^2}$

$= \dfrac{-1}{(\sin x - \cos x)^2}$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$. Tính $f''(1)$..

A. -1. **B.** -1. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** 0.

Lời giải

Ta có: $f(x) = \sqrt{2x-1} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{(2x-1)'}{2\sqrt{2x-1}} = \dfrac{1}{\sqrt{2x-1}}$

$\Rightarrow f''(x) = -\dfrac{\left(\sqrt{2x-1}\right)'}{2x-1} = -\dfrac{1}{(2x-1)\sqrt{2x-1}} = -\dfrac{1}{\sqrt{(2x-1)^3}}$

Vậy $f''(1) = -1$

Câu 30: Cho hàm số $y = \cos^2 x$. Khi đó $y''\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ bằng:

A. -2. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $-2\sqrt{3}$.

Lời giải

$y' = 2\cos x.(-\sin x) = -\sin 2x$

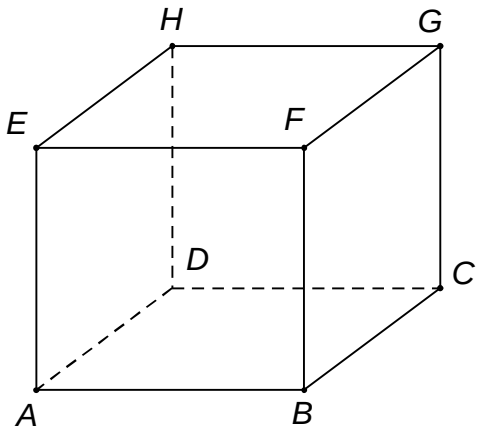
$y'' = -2\cos 2x \Rightarrow y''\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = -2\cos 2\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = 1$.

Câu 31: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Tính số đo của góc giữa 2 đường thẳng chéo nhau AB và DH

A. 45^0. **B.** 90^0. **C.** 120^0. **D.** 60^0.

Lời giải

Ta có hình vẽ sau:



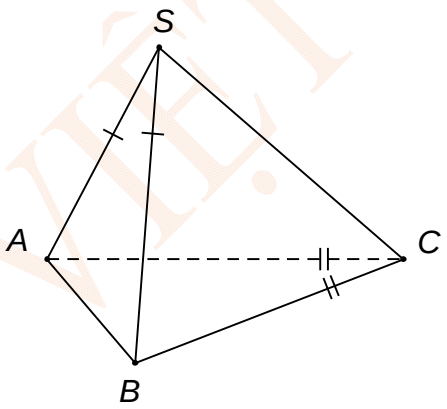
Vì $DH//AE$ (vì $ADHE$ là hình vuông) nên $(AB,DH)=(AB,AE)=\widehat{BAE}=90^0$ (vì $ABFE$ là hình vuông).

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB$ và $CA=CB$. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng chéo nhau SC và AB

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Lời giải

Ta có hình vẽ sau:



Xét $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{CS}.\left(\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}\right)=\overrightarrow{CS}.\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CS}.\overrightarrow{CB}$

$=CS.CA.\cos\widehat{SCA}-CS.CB.\cos\widehat{SCB}$

$=CS.CA.\dfrac{SC^2+CA^2-SA^2}{2SC.CA}-CS.CB.\dfrac{SC^2+CB^2-SB^2}{2SC.CB}$

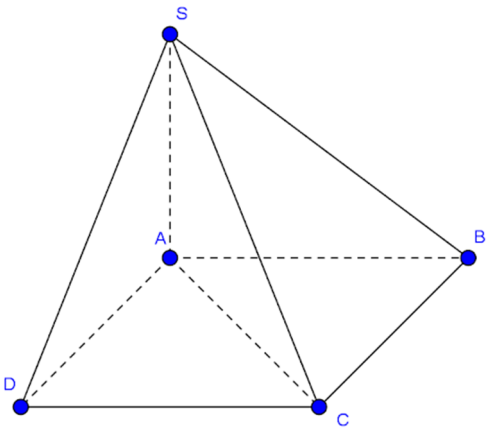
$=\dfrac{SC^2+CA^2-SA^2}{2}-\dfrac{SC^2+CB^2-SB^2}{2}=0$ (do $SA=SB$ và $CA=CB$)

Vậy $SC\perp AB$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tìm số đo của g**óc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB).**

A. 45^o. **B.** 90^o. **C.** 60^o. **D.** 30^o.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB) \Rightarrow SB$ là hình chiếu vuông góc của SC lên (SAB).

Do đó góc giữa **đường thẳng** SC **và mặt phẳng** (SAB) là $(SC, SB) = \widehat{CSB}$.

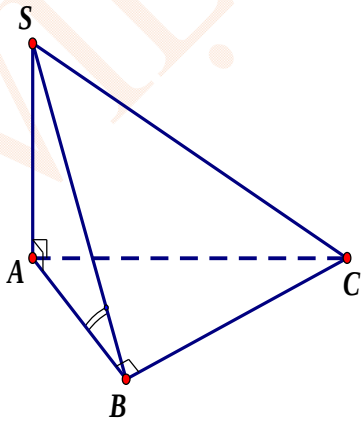
Tam giác CSB ta có $\hat{B} = 90°, CB = a, SB = a\sqrt{3} \Rightarrow \tan \widehat{CSB} = \dfrac{CB}{SB} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Vậy $\widehat{CSB} = 30°$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B, $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABC)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là

A. 45^o. **B.** 90^o. **C.** 30^o. **D.** 60^o.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

Do $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SB \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases}$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $(SB, AB) = \widehat{SBA}$.

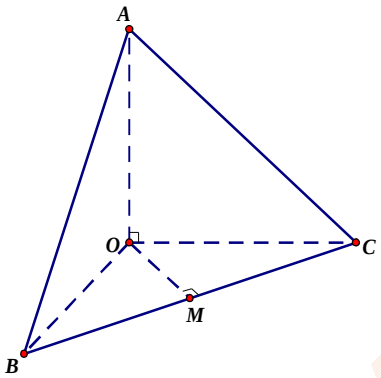
Ta có $\tan \widehat{SBA} = \dfrac{SA}{AB} = \dfrac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^o$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $\widehat{SBA} = 60^o$.

Câu 35: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OA và BC bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. **B.** $\frac{1}{2}a$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. **D.** $\frac{3}{2}a$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC)$.

Gọi M là trung điểm của BC.

Khi đó $OM \perp BC$ và $OM \perp OA$.

Suy ra OM là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng OA và BC.

Do đó $d(OA, BC) = OM = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1: Tính $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt{2x+7}-3}{x^3-2x^2+2022x-2021}$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt{2x+7}-3}{x^3-2x^2+2022x-2021} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{\left(\sqrt{2x+7}-3\right)\left(\sqrt{2x+7}+3\right)}{(x-1)(x^2-x+2021)\left(\sqrt{2x+7}+3\right)}$

$= \lim\limits_{x\to 1} \frac{2(x-1)}{(x-1)(x^2-x+2021)\left(\sqrt{2x+7}+3\right)} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{2}{(x^2-x+2021)\left(\sqrt{2x+7}+3\right)} = \frac{1}{6063}$.

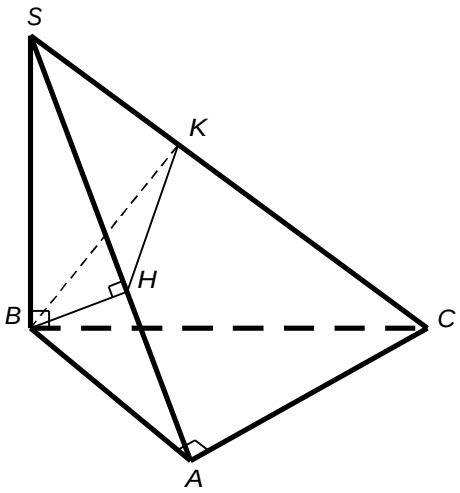
Vậy $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt{2x+7}-3}{x^3-2x^2+2022x-2021} = \frac{1}{6063}$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có ΔABC vuông tại A, góc $\widehat{ABC} = 60°$, $SB = AB = a$, hai mặt bên (SAB) và (SBC) cùng vuông góc với mặt đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B trên SA, SC.

1) Chứng minh: $SB \perp (ABC)$ và $SC \perp (BHK)$.

2) Tính góc tạo bởi đường thẳng SA và (BHK).

Lời giải



1) Ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABC)\\(SBC)\perp(ABC)\\(SAB)\cap(SBC)=SB\end{cases}\Rightarrow SB\perp(ABC).$

Do $\begin{cases}CA\perp AB\\CA\perp SB\end{cases}\Rightarrow CA\perp(SAB)\Rightarrow CA\perp BH.$

Mặt khác $BH\perp SA\Rightarrow BH\perp(SAC)\Rightarrow BH\perp SC.$

Mà $BK\perp SC\Rightarrow SC\perp(BHK).$

Câu 3: Vì $SK\perp(BHK)$ nên KH là hình chiếu của SA trên (BHK).

Suy ra $\left(\widehat{SA,(BHK)}\right)=\left(\widehat{SA,KH}\right)=\widehat{SHK}$.

Trong ΔABC, có: $AC=AB\tan\hat{B}=a\sqrt{3};\ BC^2=AB^2+AC^2=a^2+3a^2=4a^2$.

Trong ΔSBC, có: $SC^2=SB^2+BC^2=a^2+4a^2=5a^2\Rightarrow SC=a\sqrt{5}$; $SK=\dfrac{SB^2}{SC}=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

Trong ΔSAB, có: $SH=\dfrac{SB^2}{SA}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó: $\sin\widehat{SHK}=\dfrac{SK}{SH}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}\Rightarrow\widehat{SHK}\approx39°14'$.

Vậy góc tạo bởi SA và (BHK) là $\widehat{SHK}\approx39°14'$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f^3(2-x)-2f^2(2+3x)+2021x=0,\forall x\in\mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $T=5f(2)+36f'(2)$.

Lời giải

$\forall x\in\mathbb{R}$, đạo hàm hai vế của $f^3(2-x)-2f^2(2+3x)+2021x=0\ (1)$, ta được

$$-3f^2(2-x).f'(2-x)-12f(2+3x).f'(2+3x)+2021=0\ (2)$$

Thay $x=0$ vào (1) và (2), ta có $\begin{cases}f^3(2)-2f^2(2)=0\ (3)\\-3f^2(2).f'(2)-12f(2).f'(2)+2021=0\ (4)\end{cases}$.

Từ (3), ta có $f(2)=0$ hoặc $f(2)=2$.

Với $f(2)=0$, thay vào (4) ta được $2021=0$ (Vô lí).

Với $f(2)=2$, thay vào (4) ta được $-36f'(2)+2021=0 \Leftrightarrow f'(2)=\frac{2021}{36}$.

Vậy $T=5f(2)+36f'(2)=5.2+36.\frac{2021}{36}=2031$.

----------Hết---------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 21

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Câu 1. Dãy số nào trong các dãy số dưới đây là một cấp số nhân?

A. $(u_n): u_n = 3n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. $(u_n): u_n = 3+n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. $(u_n): u_n = 3n-1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. $(u_n): u_1 = 3^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 2. Cho một cấp số nhân có $u_1 = 5, u_6 = 160$. Tìm công bội của cấp số nhân?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** ± 2.

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội dương và $u_2 = \frac{1}{4}$, $u_4 = 4$. Giá trị của u_1 là

A. $u_1 = \frac{1}{6}$. **B.** $u_1 = \frac{1}{16}$. **C.** $u_1 = \frac{1}{2}$. **D.** $u_1 = -\frac{1}{16}$.

Câu 4. Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0 ?

A. $\lim\left(\frac{2}{3}\right)^n$. **B.** $\lim\left(\frac{5}{3}\right)^n$. **C.** $\lim\left(\frac{6}{5}\right)^n$. **D.** $\lim 3^n$.

Câu 5. Giá trị của $A = \lim\left(\sqrt{n^2+4n} - n\right)$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm BC, J là trung điểm BM. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $BC \perp (SAC)$. **B.** $BC \perp (SAM)$. **C.** $BC \perp (SAJ)$. **D.** $BC \perp (SAB)$.

Câu 7. Với k là số nguyên dương. Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty} x^k$ là:

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** x.

Câu 8. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-2x^5+5x^4+3x^2-2\right)$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** 0 **C.** -2. **D.** $-\infty$.

Câu 9. $\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{x+1}{x-2}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 10. Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x=1$?

A. $y = x^2-3x+5$. **B.** $y = \frac{x^2+x+2}{x-1}$. **C.** $y = \frac{x-1}{x+2}$. **D.** $y = \frac{x+4}{x^2+1}$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-5x+6}{x-2}, & x \neq 2 \\ m, & x = 2 \end{cases}$, Tìm m để hàm số liên tục tại $x_0 = 2$

A. 2. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -1.

Câu 12. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}, \forall x > 0$.

C. $(\sqrt{x})' = \dfrac{2}{\sqrt{x}}, \forall x > 0.$ **D.** $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}, \forall x > 0.$

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{3}{2}\sin 5x - \dfrac{7}{3}\cos 6x + 2021x$ là

A. $\dfrac{3}{2}\cos 5x - 42\sin 6x + 2021.$ **B.** $\dfrac{15}{2}\cos 5x + 14\sin 6x + 2021.$

C. $-15\cos 5x - 7\sin 6x + 2021x.$ **D.** $3\cos 5x + 7\sin 6x + 2021.$

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\dfrac{3x+5}{x+1}}$ là:

A. $y' = \sqrt{\dfrac{2}{(x+1)^2}}.$ **B.** $y' = \dfrac{3}{(x+1)^2\sqrt{\dfrac{3x+5}{x+1}}}.$

C. $y' = \dfrac{1}{(x+1)^2\sqrt{\dfrac{3x+5}{x+1}}}.$ **D.** $y' = \dfrac{-1}{(x+1)^2\sqrt{\dfrac{3x+5}{x+1}}}.$

Câu 15. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ có phương trình là:

A. $y = 4x - 8.$ **B.** $y = 20x + 22.$ **C.** $y = 20x - 22.$ **D.** $y = 20x + 26.$

Câu 16. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ có hệ số góc $k = -3$ có phương trình là

A. $y = -3x - 7.$ **B.** $y = -3x + 7.$ **C.** $y = -3x + 1.$ **D.** $y = -3x - 1.$

Câu 17. Các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$, song song với đường thẳng $y = -3x + 15$ có phương trình là:

A. $y = -3x + 1,\ y = -3x - 7.$ **B.** $y = -3x - 1, y = -3x + 11.$

C. $y = -3x - 1.$ **D.** $y = -3x + 11,\ y = -3x + 5.$

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x$, giá trị của $f''(1)$ bằng

A. $6.$ **B.** $8.$ **C.** $3.$ **D.** $2.$

Câu 19. Nếu $y = x^n$ thì $y^{(n)}$ bằng

A. $n.$ **B.** $(n-1)!.$ **C.** $(n-1).$ **D.** $n!.$

Câu 20. Chọn khẳng định đúng?

A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.

C. Hai mặt phẳng không song song thì cắt nhau.

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC'. Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\Delta \parallel AB.$ **B.** $\Delta \parallel BC.$ **C.** $\Delta \parallel AC.$ **D.** $\Delta \parallel AA'.$

Câu 22. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **đúng**?

A. Nếu $\overrightarrow{AB} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ thì B là trung điểm của đoạn $AC.$

B. Vì $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC} + 5\overrightarrow{AD}$ nên bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt phẳng.

C. Từ $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ ta suy ra $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}.$

D. Từ $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$ ta suy ra $\overrightarrow{BA} = -3\overrightarrow{CA}.$

Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DH}$

A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Câu 24. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

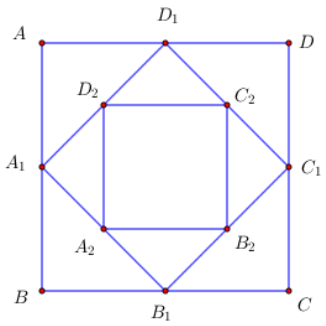
C. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

D. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Số đo của góc (IJ,CD) bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 26. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a và có diện tích S_1. Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2. Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3, ...và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích S_4, S_5,..., S_{100}. Tính tổng $S=S_1+S_2+S_3+...+S_{100}$.



A. $S=\dfrac{a^2\left(2^{100}-1\right)}{2^{99}}$. **B.** $S=\dfrac{a^2\left(2^{99}-1\right)}{2^{98}}$. **C.** $S=\dfrac{a^2\left(2^{100}-1\right)}{2^{100}}$. **D.** $S=\dfrac{a^2}{2^{100}}$.

Câu 27. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng.

A. $8m^2$. **B.** $6m^2$. **C.** $12m^2$. **D.** $10m^2$.

Câu 28. Giá trị $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{2x^2+3x-2}{x^2-4}$ bằng

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $-\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{5}{4}$. **D.** 2.

Câu 29. $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(x-\sqrt{x^2+ax+2}\right)=3$ nếu

A. $a=-6$ **B.** $a=6$. **C.** $a=3$. **D.** $a=-3$

Câu 30. Tìm giá trị m để phương trình $(m-1)x^3+2x+1=0$ có nghiệm dương?

A. m < 1. **B.** m > 1. **C.** m = 1. **D.** Không có giá trị nào.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, $SA=2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD. Gọi α là góc hợp bởi đường thẳng SG và mặt phẳng (SCD). Biết $\sin\alpha=\dfrac{a\sqrt{105}}{b}$, với $a,b\in\mathbb{Z},b>0,\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức $T=a-2b+1$.

A. $T=58$. **B.** $T=62$. **C.** $T=-58$. **D.** $T=32$.

Câu 32. Bạn Ngọc thả một quả bóng cao su từ độ cao $20(m)$ so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng bốn phần năm độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển được là

A. $180(m)$. **B.** $100(m)$. **C.** $140(m)$. **D.** $80(m)$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy (ABC). Khi đó, góc hợp giữa SB và mặt phẳng (ABC) là

A. SBA. **B.** SBC. **C.** SAB. **D.** BSA.

Câu 34. Đạo hàm của hàm số $y=\sin^2\sqrt{x}$ là

A. $\dfrac{\sin\sqrt{x}\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$. **B.** $\cos x$. **C.** $2\cos\sqrt{x}$. **D.** $\dfrac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$.

Câu 35. Hàm số $y=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ có đạo hàm cấp 5 bằng

A. $y^{(5)}=-\dfrac{120}{(x+1)^6}$. **B.** $y^{(5)}=\dfrac{120}{(x+1)^6}$. **C.** $y^{(5)}=\dfrac{1}{(x+1)^6}$. **D.** $y^{(5)}=-\dfrac{1}{(x+1)^6}$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=mx-\dfrac{1}{3}x^3$. Với giá trị nào của m thì $x=-1$ là nghiệm của bất phương trình $f'(x)<2$?

A. $m>3$. **B.** $m<3$. **C.** $m=3$. **D.** $m<1$.

Câu 37. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của đồ thị (C) đi qua $A(-6;5)$ là

A. $y=-x-1$ và $y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{7}{2}$. **B.** $y=-x-2$ và $y=-2x+1$.

C. $y=x-1$ và $y=-x+2$. **D.** $y=-x+1$ và $y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{3}{4}$.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC=BD=a$, $AB=CD=2a$, $AD=BC=a\sqrt{6}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AD và BC.

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 90^0. **D.** 45^0

Câu 39. Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường S đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian t, hàm số đó là $S(t)=6t^2-t^3$. Thời điểm t mà tại đó vận tốc $v(\text{m/s})$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là

A. $t=2s$. **B.** $t=3s$. **C.** $t=4s$. **D.** $t=6s$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB=BC=a$ và $SA=a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) là

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với mặt đáy và $SA=AB=\sqrt{3}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB. Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AB=AD=2a$, $CD=a$. Gọi I là trung điểm của cạnh AD, biết hai mặt phẳng $(SBI),(SCI)$ cùng vuông góc với đáy và $SI=\dfrac{3\sqrt{15}a}{5}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(SBC),(ABCD)$.

A. 60^o. **B.** 30^o. **C.** 36^o. **D.** 45^o.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên $SA=a$ và $SA\perp(ABC)$. Gọi M là trung điểm của AB, α là góc tạo bởi giữa SM và mặt phẳng (SBC). Khi đó giá trị của $\sin\alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{58}}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 44. Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{2x+3}(H)$ cắt trục tung và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông cân. Tính diện tích tam giác vuông cân đó.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 45. Cho hai số thực a, b và hàm số $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+1 & \text{khi } x\le 2 \\ \frac{x^2-2x+a+2-x\sqrt{x-1}}{(x-2)^2} & \text{khi } x>2 \end{cases}$. Tính tổng $T=a+b$ biết rằng hàm số đã cho liên tục trên tập xác định của nó.

A. $T=\frac{1}{4}$. **B.** $T=-\frac{1}{4}$. **C.** $T=\frac{1}{8}$. **D.** $T=-\frac{1}{8}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có đồ thị (C). Tìm M thuộc (C) để tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M có hệ số góc nhỏ nhất

A. $M(1;0)$ **B.** $M(-1;0)$ **C.** $M(-2;0)$ **D.** $M(0;1)$

Câu 47. Biết $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2+ax+6}-x-b}{x^2-2x}=-\frac{1}{16}$. Giá trị của a^2+b^2 là?

A. 13. **B.** 17. **C.** 20. **D.** 10.

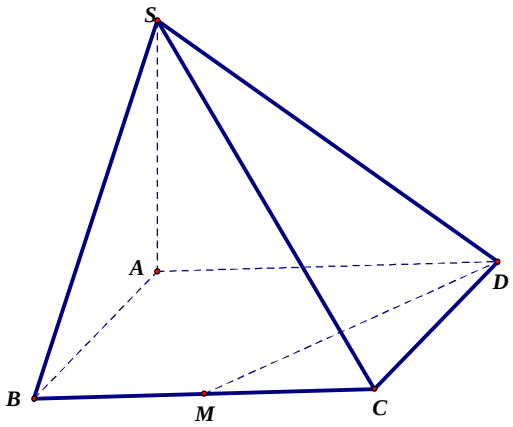
Câu 48. Giới hạn $\lim\frac{\sqrt[3]{8n^3+11}-\sqrt{n^2+7}}{5n+2}$ có kết quả $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $b>0$. Khi đó $a+2b$ có kết quả nào sau đây?

A. 11. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 13.

Câu 49. Một hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1, có diện tích là S_1. Nối bốn trung điểm A_1,B_1,C_1,D_1 lần lượt của bốn cạnh AB,BC,CD,DA ta được hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có diện tích là S_2. Tương tự nối bốn trung điểm A_2,B_2,C_2,D_2 lần lượt của bốn cạnh $A_1B_1,B_1C_1,C_1D_1,D_1A_1$ ta được hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích là S_3. Cứ tiếp tục như vậy ta thu được các diện tích $S_4,S_5,S_6,...S_n$. Tính $\lim(S_1+S_2+S_3+...+S_n)$?

A. 1. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SB và DM.



A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.B	4.A	5.D	6.B	7.A	8.A	9.A	10.B
11.D	12.D	13.B	14.D	15.D	16.D	17.B	18.A	19.D	20.D
21.B	22.B	23.B	24.C	25.A	26.A	27.B	28.C	29.A	30.A
31.C	32.A	33.A	34.A	35.A	36.B	37.A	38.B	39.A	40.A
41.B	42	43.C	44.B	45.D	46.A	47.A	48	49.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Dãy số nào trong các dãy số dưới đây là một cấp số nhân?

A. $(u_n): u_n = 3n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. **B.** $(u_n): u_n = 3+n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. $(u_n): u_n = 3n-1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. **D.** $(u_n): u_1 = 3^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Theo giả thiết ta có: $(u_n): u_1 = 3, u_n = 3.u_{n-1} \forall n \in \mathbb{N}^*$

Nên (u_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu là 3 và công bội là 3.

Câu 2. Cho một cấp số nhân có $u_1 = 5, u_6 = 160$. Tìm công bội của cấp số nhân?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** ± 2.

Lời giải

Theo tính chất của một cấp số nhân ta có $u_6 = u_1 q^5 \Rightarrow 5q^5 = 160 \Leftrightarrow q^5 = 32 \Leftrightarrow q = 2$.

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội dương và $u_2 = \frac{1}{4}$, $u_4 = 4$. Giá trị của u_1 là

A. $u_1 = \frac{1}{6}$. **B.** $u_1 = \frac{1}{16}$. **C.** $u_1 = \frac{1}{2}$. **D.** $u_1 = -\frac{1}{16}$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} u_2 = u_1.q = \frac{1}{4} \\ u_4 = u_1.q^3 = 4 \end{cases} \Rightarrow q^2 = 16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} q = 4 \\ q = -4 (L) \end{array}\right.$.

Với $q = 4 \Rightarrow u_1.4 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow u_1 = \frac{1}{16}$. Chọn đáp án B.

Câu 4. Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0 ?

A. $\lim\left(\frac{2}{3}\right)^n$. **B.** $\lim\left(\frac{5}{3}\right)^n$. **C.** $\lim\left(\frac{6}{5}\right)^n$. **D.** $\lim 3^n$.

Lời giải

Ta có: $\lim(q)^n = 0$ nếu $|q| < 1$. Chọn đáp án A.

Câu 5. Giá trị của $A = \lim\left(\sqrt{n^2+4n} - n\right)$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải.

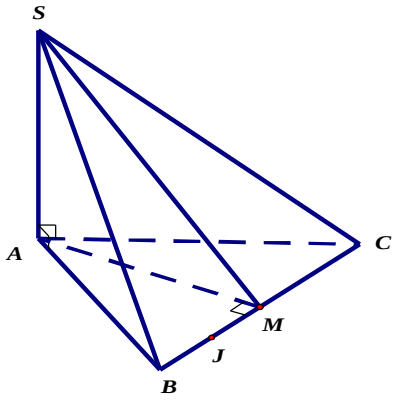
Ta có $A = \lim\left(\sqrt{n^2+4n} - n\right) = \lim \frac{n^2+4n-n^2}{\sqrt{n^2+4n}+n}$

$= \lim \frac{4n}{\sqrt{n^2+4n}+n} = \lim \frac{4}{\sqrt{1+\frac{4}{n}}+1} = 2$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm BC, J là trung điểm BM. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $BC \perp (SAC)$. **B.** $BC \perp (SAM)$. **C.** $BC \perp (SAJ)$. **D.** $BC \perp (SAB)$.

Lời giải.



Do tam giác ABC cân tại A, M là trung điểm của BC nên $BC \perp AM$

Ta có: $\left.\begin{array}{l} BC \perp SA \\ BC \perp AM \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAM)$.

Câu 7. Với k là số nguyên dương. Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty} x^k$ là:

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** x.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^k = +\infty$

Câu 8. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-2x^5+5x^4+3x^2-2\right)$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** 0 **C.** -2. **D.** $-\infty$.

Lời giải

$$\lim_{x\to-\infty}\left(-2x^5+5x^4+3x^2-2\right)=\lim_{x\to-\infty} x^5\left(-2+\frac{5}{x}+\frac{3}{x^3}-\frac{2}{x^5}\right)=+\infty$$

Câu 9. $\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{x+1}{x-2}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$.
C. 3. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to2^+}(x+1)=3>0$

$\lim\limits_{x\to2^+}(x-2)=0$ và $x-2>0$ khi $x\to2^+$.

Câu 10. Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x=1$?

A. $y=x^2-3x+5$. **B.** $y=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}$.

C. $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{x+4}{x^2+1}$.

Lời giải

Hàm số $y=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}$ là hàm phân thức hữu tỉ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$ nên gián đoạn tại $x=1$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}, & x\neq 2\\ m & ,x=2\end{cases}$, Tìm m để hàm số liên tục tại $x_0=2$

A. 2. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -1.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}$, $x_0=2\in D$

Để hàm số liên tục tại $x_0=2$ thì $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}=f(2)$.

$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x-3)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}(x-3)=-1$.

$f(2)=m\Rightarrow m=-1$

Câu 12. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $(\sqrt{x})'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}},\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $(\sqrt{x})'=\dfrac{1}{\sqrt{x}},\forall x>0$.

C. $(\sqrt{x})'=\dfrac{2}{\sqrt{x}},\forall x>0$. **D.** $(\sqrt{x})'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}},\forall x>0$.

Lời giải

$(\sqrt{x})'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}},\forall x>0$

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{3}{2}\sin 5x-\dfrac{7}{3}\cos 6x+2021x$ là

A. $\dfrac{3}{2}\cos 5x-42\sin 6x+2021$. **B.** $\dfrac{15}{2}\cos 5x+14\sin 6x+2021$.

C. $-15\cos 5x-7\sin 6x+2021x$. **D.** $3\cos 5x+7\sin 6x+2021$.

Lời giải

Ta có: $y'=\dfrac{3}{2}.(5x)'\cos 5x+\dfrac{7}{6}.(6x)'\sin 6x=\dfrac{15}{2}\cos 5x+14\sin 6x+2021$

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{\dfrac{3x+5}{x+1}}$ là:

A. $y'=\sqrt{\dfrac{2}{(x+1)^2}}$. **B.** $y'=\dfrac{3}{(x+1)^2\sqrt{\dfrac{3x+5}{x+1}}}$.

C. $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2\sqrt{\dfrac{3x+5}{x+1}}}$. **D.** $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2\sqrt{\dfrac{3x+5}{x+1}}}$.

Lời giải

Ta có:

$y'=\dfrac{\left(\dfrac{3x+5}{x+1}\right)'}{2\sqrt{\dfrac{3x+5}{x+1}}}=\dfrac{\dfrac{-2}{(x+1)^2}}{2\sqrt{\dfrac{3x+5}{x+1}}}=\dfrac{-1}{(x+1)^2\sqrt{\dfrac{3x+5}{x+1}}}$.

Câu 15. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=x^3-2x^2+2$ tại điểm có hoành độ $x_0=-2$ có phương trình là:

A. $y=4x-8$. **B.** $y=20x+22$. **C.** $y=20x-22$. **D.** $y=20x+26$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=3x^2-4x$. Tại điểm A có hoành độ $x_0=-2\Rightarrow y_0=f(x_0)=-14$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại A là : $f'(x_0)=f'(-2)=20$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm A là :

$y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0\Leftrightarrow y=20(x+2)+(-14)$

$\Leftrightarrow y=20x+26$.

Câu 16. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-2$ có hệ số góc $k=-3$ có phương trình là

A. $y=-3x-7$. **B.** $y=-3x+7$. **C.** $y=-3x+1$. **D.** $y=-3x-1$.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2-6x$.

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm.

Theo bài ra ta có: $k=-3\Leftrightarrow 3x_0^2-6x_0=-3\Leftrightarrow x_0=1$.

$\Rightarrow y_0=-4$.

Phương trình tiếp tuyến là: $y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0\Leftrightarrow y=-3(x-1)+(-4)\Leftrightarrow y=-3x-1$.

Câu 17. Các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$, song song với đường thẳng $y=-3x+15$ có phương trình là:

A. $y=-3x+1,\ y=-3x-7$. **B.** $y=-3x-1, y=-3x+11$.

C. $y=-3x-1$. **D.** $y=-3x+11,\ y=-3x+5$.

Lời giải

Gọi $M(x_0;y_0),\ x_0\neq 1$ là tiếp điểm

$y'=-\dfrac{3}{(x-1)^2}$

Tiếp tuyến song song với đường thẳng $y=-3x+15$ nên ta có $f'(x_0)=-3$

$\Leftrightarrow -\dfrac{3}{(x_0-1)^2}=-3\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_0=0\\x_0=2\end{array}\right.$

Với $x_0=0\Rightarrow y_0=-1\ \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là: $y=-3x-1$ (thỏa mãn).

Với $x_0=2\Rightarrow y_0=5\ \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là: $y=-3x+11$ (thỏa mãn).

Câu 18. Cho hàm số $f(x)=x^3+2x$, giá trị của $f''(1)$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

$f'(x)=3x^2+2,\ f''(x)=6x\Rightarrow f''(1)=6$.

Câu 19. Nếu $y=x^n$ thì $y^{(n)}$ bằng

A. n. **B.** $(n-1)!$. **C.** $(n-1)$. **D.** $n!$.

Lời giải

Ta có: $y'=(x^n)'=n.x^{n-1}$.

$y''=(n.x^{n-1})'=n.(n-1)x^{n-2}$.

$y^{(3)}=(n.(n-1)x^{n-2})'=n.(n-1)(n-2)x^{n-3}$.

…

$y^{(n-1)} = n(n-1)(n-2)...(n-n+1)x = n!.x$.

$y^{(n)} = n!$.

Câu 20. Chọn khẳng định đúng?

A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.

C. Hai mặt phẳng không song song thì cắt nhau.

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.

Lời giải

Theo hệ quả sách giáo khoa: "Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.".

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC'. Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$. Khẳng định nào sau đây đúng?

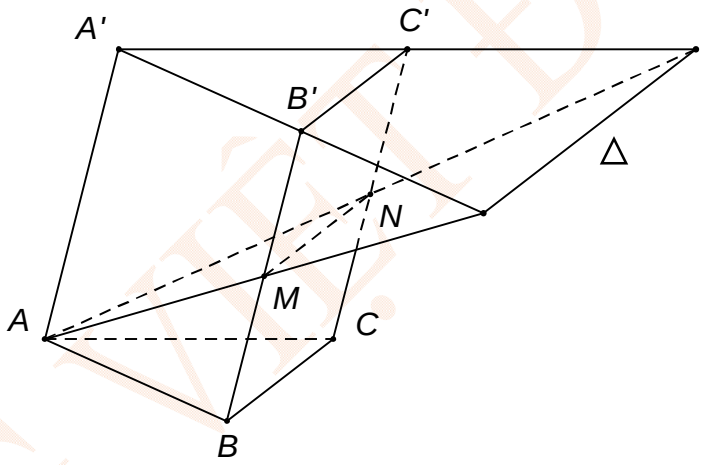
A. $\Delta \,//\, AB$.

B. $\Delta \,//\, BC$.

C. $\Delta \,//\, AC$.

D. $\Delta \,//\, AA'$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} MN \subset (AMN) \\ B'C' \subset (A'B'C') \\ MN \,//\, B'C' \end{cases} \Rightarrow$ Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$ sẽ song song với MN và $B'C'$. Suy ra $\Delta \,//\, BC$.

Câu 22. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **đúng**?

A. Nếu $\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ thì B là trung điểm của đoạn AC.

B. Vì $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC} + 5\overrightarrow{AD}$ nên bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt phẳng.

C. Từ $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ ta suy ra $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$.

D. Từ $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$ ta suy ra $\overrightarrow{BA} = -3\overrightarrow{CA}$.

Lời giải

A. Sai vì $\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \Rightarrow$ A là trung điểm BC.

B. Đúng theo định lý về sự đồng phẳng của 3 vectơ.

C. Sai vì $\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}\Rightarrow \overrightarrow{CB}=-4\overrightarrow{AC}$.

D. Sai vì $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AC}\Rightarrow\overrightarrow{BA}=3\overrightarrow{CA}$ (nhân hai vế cho -1).

Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DH}$

A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Vì $ADHE$ là hình vuông nên $\overrightarrow{DH}=\overrightarrow{AE}$. Do đó $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DH}\right)=\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}\right)=\widehat{BAE}$.

Mà $ABFE$ là hình vuông nên $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DH}\right)=\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}\right)=\widehat{BAE}=90°$.

Câu 24. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

D. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Lời giải

Phương án A và B sai vì hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

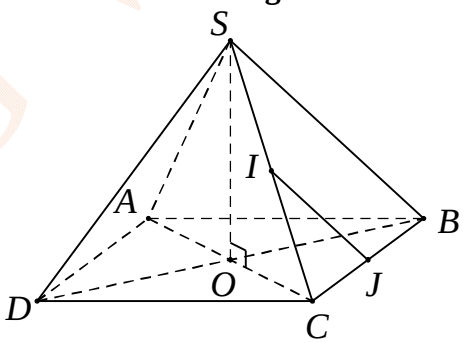
Phương án C đúng vì hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì phương của chúng song song với nhau.

Phương án D sai vì hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì có thể song song hoặc trùng nhau.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Số đo của góc (IJ,CD) bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

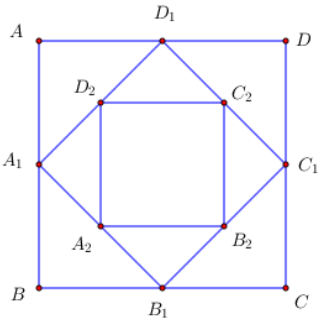
Lời giải



Từ giả thiết ta có: IJ // SB (do IJ là đường trung bình của ΔSAB). $\Rightarrow\left(IJ,CD\right)=\left(SB,AB\right)$.

Mặt khác, ta lại có ΔSAB đều, do đó $\widehat{SBA}=60°\Rightarrow\left(SB,AB\right)=60°\Rightarrow\left(IJ,CD\right)=60°$.

Câu 26. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a và có diện tích S_1. Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2. Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3, …và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích S_4, S_5,…, S_{100} (tham khảo hình bên). Tính tổng $S=S_1+S_2+S_3+...+S_{100}$.



A. $S=\dfrac{a^2\left(2^{100}-1\right)}{2^{99}}$. **B.** $S=\dfrac{a^2\left(2^{99}-1\right)}{2^{98}}$. **C.** $S=\dfrac{a^2\left(2^{100}-1\right)}{2^{100}}$. **D.** $S=\dfrac{a^2}{2^{100}}$.

Lời giải

Ta có $S_1=a^2$; $S_2=\dfrac{1}{2}a^2$; $S_3=\dfrac{1}{4}a^2,\ldots$

Do đó S_1, S_2, $S_3,\ldots,$ S_{100} là cấp số nhân với số hạng đầu $u_1=S_1=a^2$ và công bội $q=\dfrac{1}{2}$.

Suy ra $S=S_1+S_2+S_3+\ldots+S_{100}=S_1.\dfrac{1-q^n}{1-q}=\dfrac{a^2\left(2^{100}-1\right)}{2^{99}}$.

Câu 27. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (biết diện tích của đế tháp là 12288 m^2). Tính diện tích mặt trên cùng.

A. $8m^2$. **B.** $6m^2$. **C.** $12m^2$. **D.** $10m^2$.

Lời giải

Ta nhận thấy diện tích các mặt trên của mỗi tầng lập thành 1 cấp số nhân với công bội $q=\dfrac{1}{2}$

Số hạng đầu $u_1=12288$. Khi đó mặt trên cùng tầng 11 ứng với u_{12}.

Do đó $u_{12}=u_1.q^{11}=12288.\left(\dfrac{1}{2}\right)^{11}=6$.

Câu 28. Giá trị $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{2x^2+3x-2}{x^2-4}$ bằng

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $-\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{5}{4}$. **D.** 2.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{2x^2+3x-2}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{(x+2)(2x-1)}{(x-2)(x+2)}=\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{2x-1}{x-2}=\dfrac{5}{4}$.

Câu 29. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{x^2+ax+2}\right)=3$ nếu

A. $a=-6$ **B.** $a=6$. **C.** $a=3$. **D.** $a=-3$

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{x^2+ax+2}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-ax-2}{\left(x+\sqrt{x^2+ax+2}\right)}=\dfrac{-a}{2}$.

Theo đề ta có $\dfrac{-a}{2}=3\Leftrightarrow a=-6$. Vậy chọn **A**.

Câu 30: Tìm giá trị m để phương trình $(m-1)x^3+2x+1=0$ có nghiệm dương?

A. m < 1. **B.** m > 1. **C.** m = 1. **D.** Không có giá trị nào.

Lời giải

Xét phương trình $(m-1)x^3+2x+1=0$ (1).

+) Nếu m =1, phương trình (1) trở thành $2x+1=0 \Leftrightarrow x=\frac{-1}{2}$.

+) Nếu m > 1 thì $(m-1)x^3+2x+1>0, \forall x>0$. Do đó phương trình (1) không có nghiệm dương.

+) Nếu m < 1, xét hàm số $f(x)=(m-1)x^3+2x+1$, ta có:

- $f(0)=1$.
- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[(m-1)x^3+2x+1\right]=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3\left[(m-1)+\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3}\right]=-\infty$.

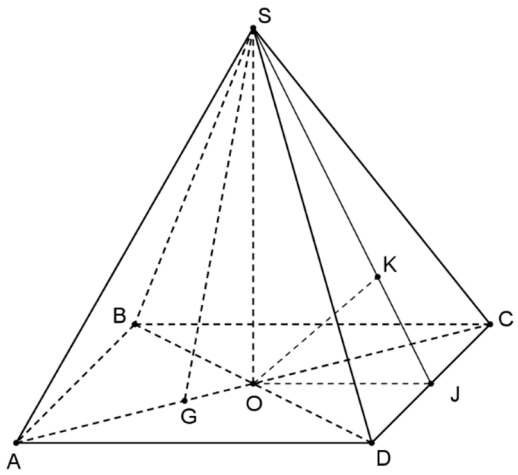
Do đó, tồn tại $a>0$ sao cho $f(a)<0$.

Suy ra $f(0).f(a)<0$.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, $SA=2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD. Gọi α là góc hợp bởi đường thẳng SG và mặt phẳng (SCD). Biết $\sin\alpha=\frac{a\sqrt{105}}{b}$, với $a,b\in\mathbb{Z},b>0,\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức $T=a-2b+1$.

A. $T=58$. **B.** $T=62$. **C.** $T=-58$. **D.** $T=32$.

Lời giải



Ta có: $\sin\alpha=\frac{d\left(G,(SCD)\right)}{SG}$

Gọi $O=AC\cap BD$. Gọi J là trung điểm CD và K là hình chiếu của O lên SJ

Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO\perp(ABCD)$ và $ABCD$ là hình vuông.

Ta có:

$\begin{cases}CD\perp OJ\\CD\perp SO\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SOJ)\Rightarrow(SCD)\perp(SOJ)$.

Do $OK\perp SJ\Rightarrow OK\perp(SCD)\Rightarrow d\left(O,(SCD)\right)=OK$.

Mặt khác: $\frac{d\left(G,(SCD)\right)}{d\left(O,(SCD)\right)}=\frac{GC}{OC}=\frac{4}{3}$

Có $SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{4a^2-\frac{a^2}{2}}=\frac{a\sqrt{14}}{2}$; $OJ=\frac{1}{2}AD=\frac{a}{2}$.

$SJ=\sqrt{SO^2+OJ^2}=\frac{a\sqrt{15}}{2}$, $OK=\frac{SO.OJ}{SJ}=\frac{a\sqrt{210}}{30}$.

Mà $\frac{d\left(G,(SCD)\right)}{d\left(O,(SCD)\right)}=\frac{GC}{OC}=\frac{4}{3}\Rightarrow d\left(G,(SCD)\right)=\frac{4}{3}d\left(O,(SCD)\right)=\frac{2a\sqrt{210}}{45}$.

$SG=\sqrt{SO^2+OG^2}=\frac{4a\sqrt{2}}{3}$.

$\sin\alpha=\frac{d\left(G,(SCD)\right)}{SG}=\frac{\sqrt{105}}{30}$.

Câu 32. Bạn Ngọc thả một quả bóng cao su từ độ cao $20(m)$ so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng bốn phần năm độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển được (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa) là

A. $180(m)$. **B.** $100(m)$. **C.** $140(m)$. **D.** $80(m)$.

Lời giải

Ta có quãng đường bóng bay bằng tổng quảng đường bóng nảy lên và quãng đường bóng rơi xuống.

Vì mỗi lần bóng nảy lên bằng $\frac{4}{5}$ lần nảy trước nên ta có tổng quãng đường bóng nảy lên là

$S_1=20.\frac{4}{5}+20.\left(\frac{4}{5}\right)^2+20.\left(\frac{4}{5}\right)^3+...+20.\left(\frac{4}{5}\right)^n+...$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1=20.\frac{4}{5}=16$ và công bội $q=\frac{4}{5}$.

Suy ra $S_1=\frac{16}{1-\frac{4}{5}}=80$.

Tổng quãng đường bóng rơi xuống bằng khoảng cách độ cao ban đầu và tổng quãng đường bóng nảy lên nên là $S_2=20+20.\left(\frac{4}{5}\right)+20.\left(\frac{4}{5}\right)^2+...+20.\left(\frac{4}{5}\right)^n+...$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu $u_1=20$ và công bội $q=\frac{4}{5}$.

Suy ra $S_2=\frac{20}{1-\frac{4}{5}}=100$.

Vậy tổng quãng đường bóng bay là $S=S_1+S_2=180$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy (ABC). Khi đó, góc hợp giữa SB và mặt phẳng (ABC) là

A. SBA. **B.** SBC . **C.** SAB . **D.** BSA .

Lời giải

Ta có: $SA\perp(ABC)$ nên hình chiếu của SB lên (ABC) là AB. Do đó,

$(SB,(ABC))=(SB,AB)=SBA$.

Câu 34. Đạo hàm của hàm số $y=\sin^2\sqrt{x}$ là

A. $\dfrac{\sin\sqrt{x}\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$. **B.** $\cos x$. **C.** $2\cos\sqrt{x}$. **D.** $\dfrac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$.

Lời giải

Ta có: $y'=2\sin\sqrt{x}\left(\sin\sqrt{x}\right)'=2\sin\sqrt{x}\cos\sqrt{x}\left(\sqrt{x}\right)'=2\sin\sqrt{x}\cos\sqrt{x}.\dfrac{1}{2\sqrt{x}}=\dfrac{\sin\sqrt{x}\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$.

Câu 35. Hàm số $y=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ có đạo hàm cấp 5 bằng

A. $y^{(5)}=-\dfrac{120}{(x+1)^6}$. **B.** $y^{(5)}=\dfrac{120}{(x+1)^6}$. **C.** $y^{(5)}=\dfrac{1}{(x+1)^6}$. **D.** $y^{(5)}=-\dfrac{1}{(x+1)^6}$.

Lời giải

Ta có $y=x+\dfrac{1}{x+1}\Rightarrow y'=1-\dfrac{1}{(x+1)^2}$.

$\Rightarrow y''=\dfrac{2}{(x+1)^3}\Rightarrow y^{(3)}=\dfrac{-6}{(x+1)^4}\Rightarrow y^{(4)}=\dfrac{24}{(x+1)^5}\Rightarrow y^{(5)}=-\dfrac{120}{(x+1)^6}$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=mx-\dfrac{1}{3}x^3$. Với giá trị nào của m thì $x=-1$ là nghiệm của bất phương trình $f'(x)<2$?

A. $m>3$. **B.** $m<3$. **C.** $m=3$. **D.** $m<1$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=m-x^2$.

$x=-1$ là nghiệm của bất phương trình $f'(x)<2\Rightarrow f'(-1)<2\Leftrightarrow m-1<2\Leftrightarrow m<3$.

Câu 37. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của đồ thị (C) đi qua $A(-6;5)$ là

A. $y=-x-1$ và $y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{7}{2}$. **B.** $y=-x-2$ và $y=-2x+1$.

C. $y=x-1$ và $y=-x+2$. **D.** $y=-x+1$ và $y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Ta có $y'=\dfrac{-4}{(x-2)^2}$. Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị $(C)\Rightarrow y_0=\dfrac{x_0+2}{x_0-2}$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(x_0;y_0)$ là

$y=y'(x_0)(x-x_0)+y_0=-\dfrac{4}{(x_0-2)^2}(x-x_0)+\dfrac{x_0+2}{x_0-2}$

Vì tiếp tuyến đi qua điểm $A(-6;5)\Rightarrow 5=-\dfrac{4}{(x_0-2)^2}(-6-x_0)+\dfrac{x_0+2}{x_0-2}$

$\Leftrightarrow 5(x_0-2)^2=4(6+x_0)+(x_0+2)(x_0-2)\Leftrightarrow 4x_0^2-24x_0=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=0\\x_0=6\end{array}\right.$

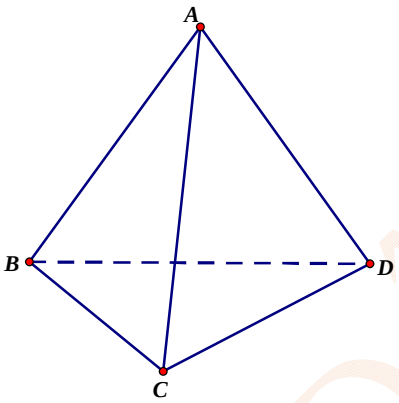
Với $x_0=0\Rightarrow$ PTTT là : $y=-x-1$.

Với $x_0 = 6 \Rightarrow$ PTTT là : $y = \frac{-1}{4}(x-6)+2 \Leftrightarrow y = \frac{-1}{4}x + \frac{7}{2}$.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = BD = a$, $AB = CD = 2a$, $AD = BC = a\sqrt{6}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AD và BC.

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 90^0. **D.** 45^0

Lời giải



Ta có $\cos\left(\widehat{AD, BC}\right) = \left|\cos\left(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}\right)\right| = \dfrac{\left|\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC}\right|}{AD.BC}$

$\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}.\left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right) = \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}$

$= AD.AC.\cos\widehat{DAC} - AD.AB.\cos\widehat{BAD}$

$= AD.AC.\dfrac{AD^2 + AC^2 - CD^2}{2AD.AC} - AD.AB.\dfrac{AD^2 + AB^2 - BD^2}{2.AD.AB}$

$= \dfrac{AD^2 + AC^2 - CD^2}{2} - \dfrac{AD^2 + AB^2 - BD^2}{2} = \dfrac{AC^2 + BD^2 - CD^2 - AB^2}{2}$

$= \dfrac{a^2 + a^2 - 4a^2 - 4a^2}{2} = -3a^2$

$\Rightarrow \cos\left(\widehat{AD, BC}\right) = \dfrac{\left|-3a^2\right|}{6a^2} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \left(\widehat{AD, BC}\right) = 60^o$.

Câu 39. Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường S (mét) đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian t (giây), hàm số đó là $S(t) = 6t^2 - t^3$. Thời điểm t (giây) mà tại đó vận tốc $v(\text{m/s})$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là

A. $t = 2s$. **B.** $t = 3s$. **C.** $t = 4s$. **D.** $t = 6s$.

Lời giải

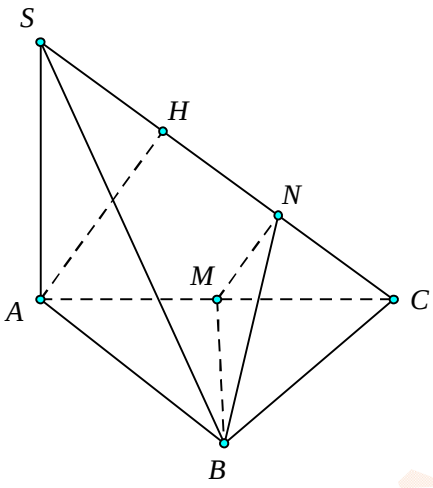
Ta có: $v(t) = S'(t) = 12t - 3t^2 = -3(t-2)^2 + 12 \Rightarrow v(t) \le 12$. Dấu "=" xảy ra khi $t = 2$.

Vậy vận tốc $v(\text{m/s})$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t = 2s$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = BC = a$ và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) là

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của $AC \Rightarrow BM \perp AC$ và $BM = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Kẻ $AH \perp SC$ tại H và $MN \perp SC$ tại N suy ra $\widehat{((SAC),(SBC))} = \widehat{BNM}$.

Có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$, $MN = \frac{1}{2}AH = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

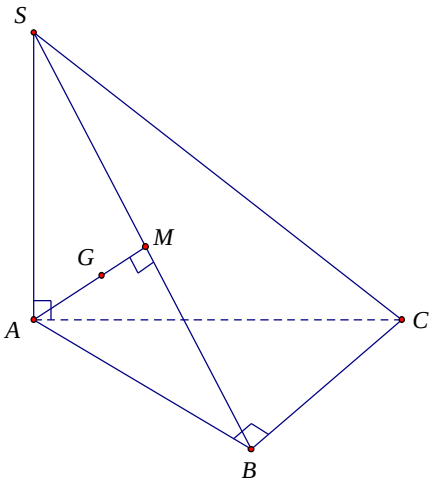
Ta có tam giác BMN vuông tại M nên $\tan \widehat{BNM} = \frac{BM}{MN} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{6}}{6}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{BNM} = 60°$.

Vậy $\widehat{((SAC),(SBC))} = 60°$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với mặt đáy và $SA = AB = \sqrt{3}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB. Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của $SB \Rightarrow AM \perp SB$ (vì tam giác SAB cân).

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$.

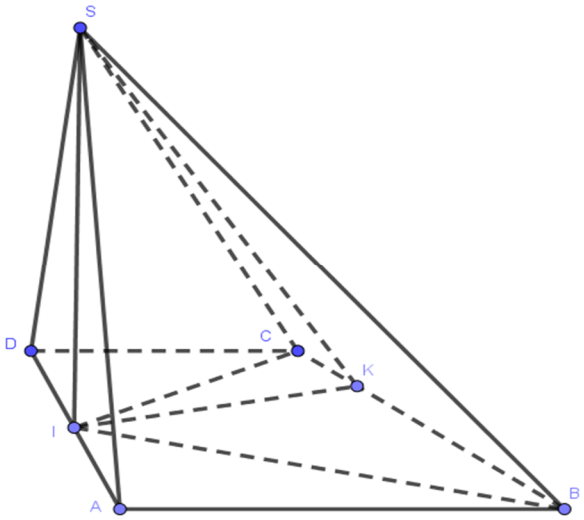
Và $\begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow GM \perp (SBC)$ tại M.

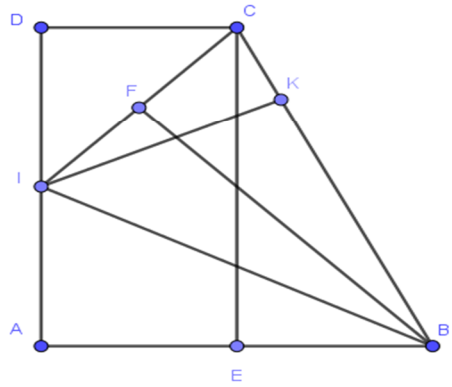
Do đó $d(G,(SBC)) = GM$, $SB = AB\sqrt{2} = \sqrt{6}$, $AM = \dfrac{SB}{2} = \dfrac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow GM = \dfrac{AM}{3} = \dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AB = AD = 2a$, $CD = a$. Gọi I là trung điểm của cạnh AD, biết hai mặt phẳng $(SBI),(SCI)$ cùng vuông góc với đáy và $SI = \dfrac{3\sqrt{15}a}{5}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(SBC),(ABCD)$.

A. 60^o. **B.** 30^o. **C.** 36^o. **D.** 45^o.

Lời giải





Gọi E là trung điểm của AB.

Đặt $\alpha = ((SBC),(ABCD)) \Leftrightarrow \alpha = ((SBC),(IBC))$.

Ta có $CE = 2a, EB = a \Rightarrow BC = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = a\sqrt{5}$

Ta có $S_{\triangle IBC} = S_{ABCD} - (S_{\triangle ICD} + S_{\triangle IAB}) = 3a^2 - \left(\dfrac{a^2}{2} + a^2\right) = \dfrac{3a^2}{2}$.

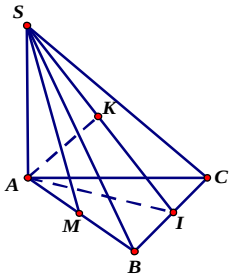
$$\Rightarrow \frac{1}{2}BC.IK = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}a\sqrt{5}.IK = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow IK = \frac{3a}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{SI}{IK} = \frac{\dfrac{3a\sqrt{15}}{5}}{\dfrac{3a}{\sqrt{5}}} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^o$$

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên $SA = a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của AB, α là góc tạo bởi giữa SM và mặt phẳng (SBC). Khi đó giá trị của $\sin\alpha$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{58}}{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{8}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

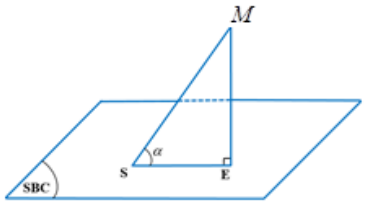
Lời giải



Gọi I là trung điểm của BC. Kẻ $AK \perp SI$, dễ thấy $AK \perp (SBC)$ suy ra $AK = d(A,(SBC))$.

Ta có: $AI = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow AK = \dfrac{AI.SA}{\sqrt{AI^2+SA^2}} = \dfrac{a.a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$AM \cap (SBC) = B \Rightarrow \dfrac{d(M,(SBC))}{d(A,(SBC))} = \dfrac{MB}{AB} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow d(M,(SBC)) = \dfrac{1}{2}d(A,(SBC)) = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.



Tam giác SAM vuông cân tại A nên $SM = a\sqrt{2}$.

Gọi E là hình chiếu của M trên (SBC) suy ra SE là hình chiếu của SM trên mặt phẳng (SBC)

$\Rightarrow$ Góc giữa SM và mặt phẳng (SBC) là góc giữa hai đường thẳng SM, SE và bằng $\widehat{MSE}$.

Xét tam giác SEM vuông tại E ta có $\sin\widehat{MSE} = \dfrac{ME}{SM} = \dfrac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{a\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{8}$.

Câu 44. Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{2x+3}(H)$ cắt trục tung và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông cân. Tính diện tích tam giác vuông cân đó.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Tam giác OAB vuông cân tại O nên hệ số góc của tiếp tuyến bằng ± 1.

Gọi tọa độ tiếp điểm là (x_0, y_0) ta có : $\dfrac{-1}{(2x_0+3)^2} = \pm 1 \Leftrightarrow x_0 = -2$ .hoặc $x_0 = -1$.

Với $x_0 = -1, y_0 = 1$, phương trình tiếp tuyến là: $y = -x$ loại vì không cắt hai trục tạo thành tam giác.

Với $x_0 = -2, y_0 = 0$, phương trình tiếp tuyến là: $y = -x - 2$.

Khi đó tiếp tuyến $y = -x - 2$ cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại $A(-2;0); B(0;-2)$ tạo thành tam giác OAB vuông cân tại O nên $S_{OAB} = \dfrac{1}{2}.OA.OB = \dfrac{1}{2}.2.2 = 2$.

Câu 45. Cho hai số thực a, b và hàm số $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+1 & \text{khi } x\le 2 \\ \dfrac{x^2-2x+a+2-x\sqrt{x-1}}{(x-2)^2} & \text{khi } x>2 \end{cases}$. Tính tổng $T=a+b$ biết rằng hàm số đã cho liên tục trên tập xác định của nó.

A. $T=\dfrac{1}{4}$. **B.** $T=-\dfrac{1}{4}$. **C.** $T=\dfrac{1}{8}$. **D.** $T=-\dfrac{1}{8}$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

Dễ thấy hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty;2),(2;+\infty)$.

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi nó liên tục tại $x=2 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=f(2)$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=f(2)=4a+2b+1$.

$$\lim_{x\to 2^+} f(x)=\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-2x+a+2-x\sqrt{x-1}}{(x-2)^2}=\lim_{x\to 2^+}\left[1+\frac{2x-2-x\sqrt{x-1}}{(x-2)^2}+\frac{a}{(x-2)^2}\right]$$

$$=\lim_{x\to 2^+}\left[1+\frac{(2x-2)^2-x^2(x-1)}{(x-2)^2\left(2x-2+x\sqrt{x-1}\right)}+\frac{a}{(x-2)^2}\right]=\lim_{x\to 2^+}\left[1-\frac{(x-1)}{2x-2+x\sqrt{x-1}}+\frac{a}{(x-2)^2}\right].$$

Để tồn tại giới hạn hữu hạn của hàm số tại $x=2$ thì $a=0$.

Khi đó $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\dfrac{3}{4}$. Vậy $\begin{cases} a=0 \\ 4a+2b+1=\dfrac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=-\dfrac{1}{8} \end{cases}$ và $T=-\dfrac{1}{8}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có đồ thị (C). Tìm M thuộc (C) để tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M có hệ số góc nhỏ nhất

A. $M(1;0)$ **B.** $M(-1;0)$ **C.** $M(-2;0)$ **D.** $M(0;1)$

Lời giải

Gọi $M(x_0;x_0^3-3x_0^2+2)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị (C)

$y'=3x_0^2-6x_0$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M có dạng: $y=k(x-x_0)+y_0$

Với $k=y'(x_0)=3x_0^2-6x_0=3(x_0^2-2x_0+1)-3=3(x_0-1)^2-3\ge -3$

Hệ số góc nhỏ nhất bằng -3 khi $x_0=1\Rightarrow y_0=y(1)=0;\ k=-3$

Vậy $M(1;0)$.

Câu 47. Biết $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2+ax+6}-x-b}{x^2-2x}=-\dfrac{1}{16}$. Giá trị của a^2+b^2 là?

A. 13. **B.** 17. **C.** 20. **D.** 10.

Lời giải

Do $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2+ax+6}-x-b}{x^2-2x}=-\dfrac{1}{16}$ là giới hạn hữu hạn nên $\sqrt{x^2+ax+6}-x-b=0$ có nghiệm $x=2$, suy ra $\sqrt{10+2a}-2=b$.

Ta có $L=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2+ax+6}-x-\sqrt{10+2a}+2}{x^2-2x}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2+ax+6}-\sqrt{10+2a}-(x-2)}{x(x-2)}$

$$=\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^2-4+a(x-2)}{x(x-2)\left(\sqrt{x^2+ax+6}+\sqrt{10+2a}\right)}-\frac{1}{x}\right)$$

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{x+2+a}{x\left(\left(\sqrt{x^2+ax+6}+\sqrt{10+2a}\right)\right)}-\frac{1}{x}\right)=\frac{a+4}{4\sqrt{10+2a}}-\frac{1}{2}.$$

Ta có $\frac{a+4}{4\sqrt{10+2a}}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{16}\Leftrightarrow 4(a+4)=7\sqrt{10+2a}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge -4\\16(a+4)^2=49(10+2a)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge -4\\16a^2+30a-234=0\end{cases}\Leftrightarrow a=3\Rightarrow b=2.$$

Vậy $a^2+b^2=13$.

Câu 48. Giới hạn $\lim\frac{\sqrt[3]{8n^3+11}-\sqrt{n^2+7}}{5n+2}$ có kết quả $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $b>0$. Khi đó $a+2b$ có kết quả nào sau đây?

A. 11. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 13.

Lời giải

$$\lim\frac{\sqrt[3]{8n^3+11}-\sqrt{n^2+7}}{5n+2}=\lim\frac{\sqrt[3]{8n^3+11}-n}{5n+2}+\lim\frac{n-\sqrt{n^2+7}}{5n+2}$$

$$=\lim\frac{7n^3+11}{(5n+2)\left(\sqrt[3]{8n^3+11}^2+\sqrt[3]{8n^3+11}.n+n^2\right)}+\lim\frac{-7}{(5n+2)\left(n+\sqrt{n^2+7}\right)}$$

$$=\lim\frac{n^3\left(7+\frac{11}{n^3}\right)}{n^3\left(5+\frac{2}{n^3}\right)\left(\sqrt[3]{8+\frac{11}{n^3}}^2+\sqrt[3]{8+\frac{11}{n^3}}+1\right)}+\lim\frac{-\frac{7}{n^2}}{\left(5+\frac{2}{n}\right)\left(1+\sqrt{1+\frac{7}{n^2}}\right)}$$

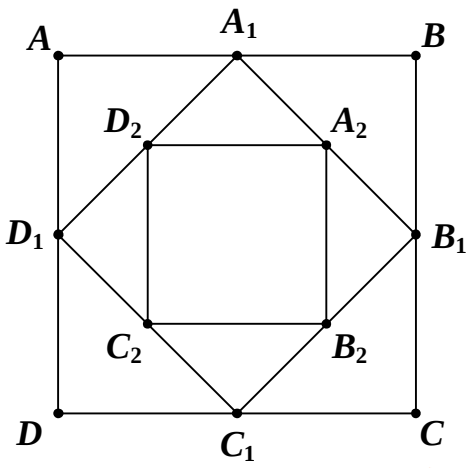
$$=\lim\frac{\left(7+\frac{11}{n^3}\right)}{\left(5+\frac{2}{n^3}\right)\left(\sqrt[3]{8+\frac{11}{n^3}}^2+\sqrt[3]{8+\frac{11}{n^3}}+1\right)}+\lim\frac{-\frac{7}{n^2}}{\left(5+\frac{2}{n}\right)\left(1+\sqrt{1+\frac{7}{n^2}}\right)}=\frac{7}{35}+0=\frac{1}{5}.$$

$\Rightarrow a+2b=11$.

Câu 49. Một hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1, có diện tích là S_1. Nối bốn trung điểm A_1,B_1,C_1,D_1 lần lượt của bốn cạnh AB,BC,CD,DA ta được hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có diện tích là S_2. Tương tự nối bốn trung điểm A_2,B_2,C_2,D_2 lần lượt của bốn cạnh $A_1B_1,B_1C_1,C_1D_1,D_1A_1$ ta được hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích là S_3. Cứ tiếp tục như vậy ta thu được các diện tích $S_4,S_5,S_6,...S_n$. Tính $\lim(S_1+S_2+S_3+...+S_n)$?

A. 1. **B.** 2 **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải



Ta có

$AB=1,\ S_1=AB^2=1;$

$A_1B_1=\dfrac{AB\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2},\ S_2=A_1B_1^2=\left(\dfrac{AB\sqrt{2}}{2}\right)^2=\dfrac{1}{2};$

$A_2B_2=\dfrac{A_1B_1\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}.\sqrt{2}}{2}=\dfrac{1}{2},\ S_3=A_2B_2^2=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4};$

$A_3B_3=\dfrac{A_2B_2\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\frac{1}{2}.\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{4},\ S_4=A_3B_3^2=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right)^2=\dfrac{1}{8};$

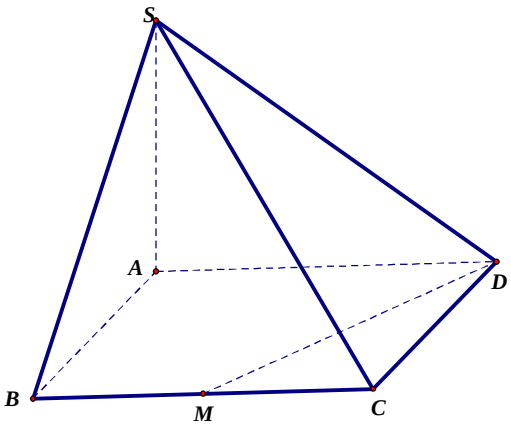
…

$A_{n-1}B_{n-1}=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1},\ S_n=\left(A_{n-1}B_{n-1}\right)^2=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$, với $n\in\mathbb{N},\ n\geq 2$.

Do đó (S_n) là cấp số nhân có $S_1=1$ công bội $q=\dfrac{1}{2}$.

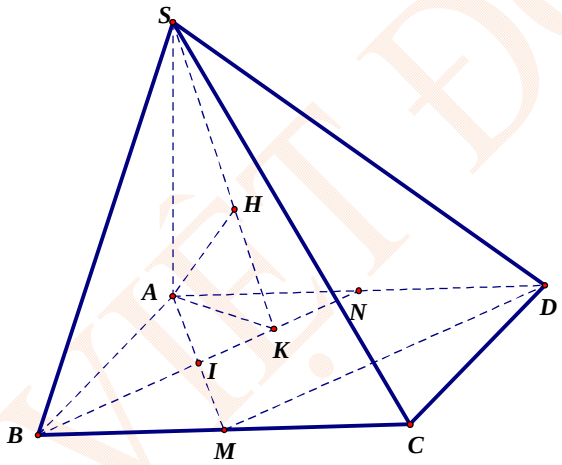
Suy ra $\lim(S_1+S_2+S_3+...+S_n)=\lim\dfrac{S_1\left(1-q^n\right)}{1-q}=\dfrac{S_1}{1-q}=2.$

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SB và DM.



A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Gọi N là trung điểm của cạnh AD. Ta có $DM \parallel BN \Rightarrow DM \parallel (SBN)$.

Do đó $d(DM, SB) = d(DM, (SBN)) = d(M, (SBN))$.

Gọi I là giao điểm của BN và AM. Khi đó I là trung điểm của AM.

Suy ra $d(M, (SBN)) = d(A, (SBN))$.

Kẻ $AK \perp BN$ và kẻ $AH \perp SK$.

Khi đó $d(A, (SBN)) = AH$.

Ta có $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{5}{4a^2}$.

Suy ra $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{7}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{7}}{7}$.

Vậy $d(DM, SB) = \frac{2a\sqrt{7}}{7}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 22

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{4x^2+3x+1}$ là hàm số nào sau đây?

A. $y=\dfrac{1}{2\sqrt{4x^2+3x+1}}$. **B.** $y=\dfrac{8x+3}{2\sqrt{4x^2+3x+1}}$.

C. $y=12x+3$. **D.** $y=\dfrac{8x+3}{\sqrt{4x^2+3x+1}}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=x^3-3x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y=9x+10$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 3. Tính đạo hàm của hàm số $y=(x-5)^4$.

A. $y'=(x-5)^3$. **B.** $y'=-20(x-5)^3$. **C.** $y'=-5(x-5)^3$. **D.** $y'=4(x-5)^3$.

Câu 4. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{\cos 2x}$.

A. $y'=-\dfrac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$. **B.** $y'=\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

C. $y'=\dfrac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$. **D.** $y'=-\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

Câu 5. Với a là số thực khác 0, $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^2-(a+1)x+a}{x^2-a^2}$ bằng:

A. $a-1$ **B.** $a+1$. **C.** $\dfrac{a-1}{2a}$. **D.** $\dfrac{a+1}{2a}$

Câu 6. [NB] Đạo hàm của hàm số $y=x^4+\dfrac{1}{x}-\sqrt{x}$ là:

A. $y'=4x^3-\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. **B.** $y'=4x^3-\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

C. $y'=4x^3+\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. **D.** $y'=4x^3-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

Câu 7. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=x^3-x^2$ tại điểm có hoành độ $x_0=-2$ có phương trình là

A. $y=20x+14$. **B.** $y=20x+24$. **C.** $y=16x+20$. **D.** $y=16x-56$.

Câu 8. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y=\dfrac{1}{x}$.

A. $y''=-\dfrac{2}{x^3}$. **B.** $y''=-\dfrac{1}{x^2}$. **C.** $y''=\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $y''=\dfrac{2}{x^3}$.

Câu 9. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x^3-3x^2+1\right)$.

A. $-\infty$. **B.** -2. **C.** 2. **D.** $+\infty$.

Câu 10. Cho chất điểm chuyển động với phương trình $s=\frac{1}{2}\left(t^4-3t^2\right)$, trong đó s được tính bằng mét (m), t được tính bằng giây (s). Vận tốc của chuyển động tại thời điểm $t=5\text{s}$ bằng

A. $325\left(\text{m/s}\right)$. **B.** $352\left(\text{m/s}\right)$. **C.** $253\left(\text{m/s}\right)$. **D.** $235\left(\text{m/s}\right)$.

Câu 11. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+1}{x-2}$ bằng bao nhiêu?

A. $-\infty$. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** -2.

Câu 12. Số gia của hàm số $f\left(x\right)=x^3$ ứng với $x_0=3$ và $\Delta x=1$ bằng bao nhiêu?

A. -26. **B.** 37. **C.** -37. **D.** 26.

Câu 13. Hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^2+1}{x^2-3x+2}$ liên tục trên khoảng nào sau đây:

A. $(1\,;\,2)$. **B.** $(1\,;\,+\infty)$. **C.** $(-\infty\,;\,2)$. **D.** $(-1\,;\,2)$.

Câu 14. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5}{3x+2}$ bằng bao nhiêu:

A. 0. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

Câu 15. Biết hàm số $f\left(x\right)-f\left(2x\right)$ có đạo hàm bằng 20 tại $x=1$ và đạo hàm bằng 1000 tại $x=2$. Tính đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)-f\left(4x\right)$ tại $x=1$.

A. -2020. **B.** 2020. **C.** 1020. **D.** -1020

Câu 16. Tính $\lim\dfrac{4}{n^2+1}$

A. 4. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$

Câu 17. Tìm m để hàm số $y=\dfrac{(m+1)x^3}{3}-(m+1)x^2+(3m+2)x+1$ có $y'\le 0,\forall x\in R$

A. $m\le-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m<-1$. **C.** $m\le 1$. **D.** $m\le -1$

Câu 18. Cho hàm số $y=2-\dfrac{4}{x}$ có đồ thị (H). Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $d:y=-x+2$ và tiếp xúc với (H) thì phương trình của Δ là

A. $y=x+4$. **B.** $\left[\begin{array}{l}y=x-2\\y=x+4\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}y=x-2\\y=x+6\end{array}\right.$. **D.** Không tồn tại.

Câu 19. Hàm số $y=\cot x$ có đạo hàm là

A. $y'=-\tan x$. **B.** $y'=-\dfrac{1}{\cos^2 x}$. **C.** $y'=1+\cot^2 x$. **D.** $y'=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 20. Hàm số $y=x-\dfrac{4}{x}$ có đạo hàm bằng

A. $\dfrac{-x^2+4}{x^2}$. **B.** $.\dfrac{-x^2-4}{x^2}$

C. $\dfrac{x^2-4}{x^2}$. **D.** $\dfrac{x^2+4}{x^2}$.

Câu 21. Trong các dãy số $\left(u_n\right)$ sau, dãy số nào có giới hạn bằng $+\infty$?

A. $u_n=\frac{1}{n}$. **B.** $u_n=\left(\frac{2}{3}\right)^n$. **C.** $u_n=\left(-\frac{1}{2}\right)^n$. **D.** $u_n=3^n$.

Câu 22. Phương trình tiếp tuyến của $(C): y=x^3$ biết nó vuông góc với đường thẳng $\Delta: y=-\frac{x}{27}+8$ là:

A. $y=-\frac{1}{27}x+8$. **B.** $y=27x\pm 3$. **C.** $y=-\frac{1}{27}x\pm 3$. **D.** $y=27x\pm 54$.

Câu 23 . Cho các hàm số $f(x)=\sin^4 x+\cos^4 x,\ g(x)=\sin^6 x+\cos^6 x$. Tính biểu thức $3f'(x)-2g'(x)+2$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 24. Hàm số $y=\frac{2}{\cos(\pi x)}$ có $y'(3)$ bằng:

A. $\frac{8\pi}{3}$. **B.** 2π . **C.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** 0.

Câu 25. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=x^3-4x^2+1$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là

A. -5. **B.** 5. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 26. Tính tổng $S=\frac{1}{5}+\frac{1}{25}+\frac{1}{125}+...+\frac{1}{5^n}+...$

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{11}{6}$

Câu 27. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin^3 x$ tại điểm $x=\frac{\pi}{6}$.

A. $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{9}{8}$. **B.** $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{9}{4}$. **D.** $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 28. Trên đồ thị của hàm số $y=\frac{3x}{x-2}$ có điểm $M(x_0;y_0)$ $(x_0<0)$ sao cho tiếp tuyến tại đó cùng với các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{3}{4}$. Khi đó x_0+2y_0 bằng

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** -1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2+4x+3}{x+3}, & \text{khi } x>-3\\ 2a, & \text{khi } x\le -3\end{cases}$. Giá trị của a để $f(x)$ liên tục tại $x_0=-3$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 30. Cho $u_n=\frac{1}{1.3}+\frac{1}{3.5}+\cdots+\frac{1}{(2n-1).(2n+1)}$ thì $\lim\left(u_n-\frac{1}{2}\right)$ bằng

A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 31. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không** liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x^2+1}$.

C. $y=\cos x$. **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Câu 32. Cho hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3-2x^2-3x+1$ có đồ thị (C). Trong các tiếp tuyến với (C), tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $k=3$. **B.** $k=2$. **C.** $k=0$. **D.** $k=1$.

Câu 33. Hàm số $y=\sin x$ có đạo hàm là

A. $y'=-\cos x$. **B.** $y'=-\sin x$. **C.** $y'=\cos x$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\cos x}$.

Câu 34. Tính đạo hàm của hàm số sau $y=\dfrac{-3x+4}{x-2}$.

A. $y'=\dfrac{2}{(x-2)^2}$. **B.** $y'=\dfrac{-11}{(x-2)^2}$. **C.** $y'=\dfrac{-5}{(x-2)^2}$. **D.** $y'=\dfrac{10}{(x-2)^2}$.

Câu 35. Cho đồ thị $(H):y=\dfrac{x+2}{x-1}$ và điểm $A\in(H)$ có tung độ $y=4$. Hãy lập phương trình tiếp tuyến của (H) tại điểm A.

A. $y=x-2$ **B.** $y=-3x-11$. **C.** $y=3x+11$. **D.** $y=-3x+10$.

Câu 36. Cho hai đường thẳng $a,\ b$ và mặt phẳng (P). Chỉ ra mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Nếu $a//(P)$ và $b\perp(P)$ thì $a\perp b$. **B.** Nếu $a\perp(P)$ và $b\perp a$ thì $b//(P)$.

C. Nếu $a//(P)$ và $b\perp a$ thì $b\perp(P)$. **D.** Nếu $a//(P)$ và $b\perp a$ thì $b//(P)$.

Câu 37: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình thoi tâm O. Biết rằng $SA=SC, SB=SD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $CD\perp AD$. **B.** $CD\perp(SBD)$. **C.** $AB\perp(SAC)$. **D.** $SO\perp(ABCD)$.

Câu 38: Cho hình chóp tứ giác đều *S.ABCD* có cạnh đáy bằng *a*, chiều cao hình chóp bằng $\dfrac{a}{2\sqrt{3}}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA=SB=SC=a$. Gọi M là trung điểm của AB. Tính góc giữa hai đường thẳng SM và BC.

Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, BC, CD đôi một vuông góc với nhau và $AB=a$, $BC=b$,

Câu 41 . Cho hình thang vuông $ABCD$ vuông ở A và D, $AD=2a$. Trên đường thẳng vuông góc tại D với $(ABCD)$ lấy điểm S với $SD=a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng DC và (SAB).

Câu 42 . Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AE, AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

A. $SC\perp(AFB)$ **B.** $SC\perp(AEC)$ **C.** $SC\perp(AEF)$ **D.** $SC\perp(AED)$

Câu 43. Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a, mặt bên SBC là tam giác cân tại S, $SB=2a$, $(SBC)\perp(ABC)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC), tính $\cos\alpha$

Câu 44 . Cho tam giác ABC vuông cân tại A và $BC=a$. Trên đường thẳng qua A vuông góc với (ABC) lấy điểm S sao cho $SA=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SA và (ABC)

Câu 45: Cho tứ diện đều $ABCD$ (Tứ diện có tất cả các cạnh bằng nhau). Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và $\widehat{ABC} = 60°$. Biết $SA = 2a$. Tính khoảng cách từ A đến SC.

Câu 47. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và cạnh bằng $2a$. Trên đường thẳng qua O vuông góc với $(ABCD)$ lấy điểm S. Biết góc giữa SA và $(ABCD)$ có số đo bằng $45°$. Tính độ dài SO.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD = 2a, SA = a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Gọi I là trung điểm của AB, hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của CI, góc giữa SA và mặt đáy bằng $45°$. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CG bằng:

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B. $AB = a$, $BC = 2a$, $SA = a$, $AD = 3a$. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. F thuộc SC sao cho $SF = 3FC$, E thuộc SD sao cho $SD = 3SE$. Khoảng cách từ F đến mặt phẳng (EBD) bằng:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.D	4.D	5.C	6.A	7.C	8.D	9.A	10.D
11.D	12.B	13.A	14.A	15.B	16.B	17.D	18.C	19.D	20.D
21.D	22.D	23.D	24.D	25.A	26.A	27.D	28.D	29.C	30.A
31.A	32.D	33.C	34.A	35.D	36.A	37.D	42.C		

LỜI GIẢI

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{4x^2+3x+1}$ là hàm số nào sau đây?

A. $y=\dfrac{1}{2\sqrt{4x^2+3x+1}}$. **B.** $y=\dfrac{8x+3}{2\sqrt{4x^2+3x+1}}$.

C. $y=12x+3$. **D.** $y=\dfrac{8x+3}{\sqrt{4x^2+3x+1}}$.

Lời giải

Ta có: $y=\sqrt{4x^2+3x+1} \Rightarrow y'=\dfrac{\left(4x^2+3x+1\right)'}{2\sqrt{4x^2+3x+1}}=\dfrac{8x+3}{2\sqrt{4x^2+3x+1}}$

Câu 2. Cho hàm số $y=x^3-3x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y=9x+10$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $y=x^3-3x^2 \Rightarrow y'=3x^2-6x$

Gọi $(x_0;y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến của (C)

Vì tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y=9x+10$ nên $3x_0^2-6x_0=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=-1 \\ x_0=3 \end{array}\right.$

Với $x_0=-1 \Rightarrow y_0=-4$ suy ra tiếp tuyến của (C) là $y=9x+5$

Với $x_0=3 \Rightarrow y_0=0$ suy ra tiếp tuyến của (C) là $y=9x-27$

Vậy có 2 tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y=9x+10$.

Cách 2:

Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y=9x+10$ suy ra phương trình tiếp tuyến $\Delta: y=9x+b \ (b\neq 10)$

Do Δ tiếp xúc với (C), ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x^3-3x^2=9x+b \\ 3x^2-6x=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ b=5 \end{cases} \vee \begin{cases} x=3 \\ b=-27 \end{cases}$

Vậy có 2 tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y=9x+10$.

Câu 3. Tính đạo hàm của hàm số $y=(x-5)^4$.

A. $y'=(x-5)^3$. **B.** $y'=-20(x-5)^3$. **C.** $y'=-5(x-5)^3$. **D.** $y'=4(x-5)^3$.

Lời giải

Ta có: $y'=4(x-5)^3(x-5)'=4(x-5)^3$.

Câu 4. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{\cos 2x}$.

A. $y'=-\dfrac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$. **B.** $y'=\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$. **C.** $y'=\dfrac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$. **D.** $y'=-\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

Lời giải

Ta có: $y'=\dfrac{(\cos 2x)'}{2\sqrt{\cos 2x}}=\dfrac{-2\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}=\dfrac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

Câu 5 . Với a là số thực khác 0, $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^2-(a+1)x+a}{x^2-a^2}$ bằng:

A. $a-1$ **B.** $a+1$. **C.** $\dfrac{a-1}{2a}$. **D.** $\dfrac{a+1}{2a}$.

Lời giải

Với $a\neq 0; x\neq a$: $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^2-(a+1)x+a}{x^2-a^2}=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{(x-a)(x-1)}{(x-a)(x+a)}$

$=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x-1}{x+a}=\dfrac{a-1}{2a}$

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y=x^4+\dfrac{1}{x}-\sqrt{x}$ là:

A. $y'=4x^3-\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. **B.** $y'=4x^3-\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

C. $y'=4x^3+\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. **D.** $y'=4x^3-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

Lời giải

Ta có : $y'=4x^3-\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Câu 7. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=x^3-x^2$ tại điểm có hoành độ $x_0=-2$ có phương trình là

A. $y=20x+14$. **B.** $y=20x+24$. **C.** $y=16x+20$. **D.** $y=16x-56$.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2-2x$.

Gọi $M_0(x_0,y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị hàm số.

Với $x_0=-2$ ta có $y_0=-12$.

Hệ số góc của tiếp tuyến là $y'(-2)=16$.

Vậy phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0=-2$ là: $y=16(x+2)-12$ hay $y=16x+20$.

Câu 8. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y=\dfrac{1}{x}$.

A. $y''=-\dfrac{2}{x^3}$. **B.** $y''=-\dfrac{1}{x^2}$. **C.** $y''=\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $y''=\dfrac{2}{x^3}$.

Lời giải

Ta có $y'=-\dfrac{1}{x^2}$. Do đó $y''=\dfrac{2}{x^3}$.

Lưu ý: Ta có công thức tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{x^n}$ *là* $y'=-\dfrac{n}{x^{n+1}}$.

Câu 9. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}(2x^3-3x^2+1)$.

A. $-\infty$. **B.** -2. **C.** 2. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x^3-3x^2+1\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}x^3\left(2-\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{x^3}\right)$

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty}x^3=-\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2-\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{x^3}\right)=2>0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty}x^3\left(2-\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{x^3}\right)=-\infty$.

Vậy $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x^3-3x^2+1\right)=-\infty$.

Câu 10. Cho chất điểm chuyển động với phương trình $s=\dfrac{1}{2}\left(t^4-3t^2\right)$, trong đó s được tính bằng mét (m), t được tính bằng giây (s). Vận tốc của chuyển động tại thời điểm $t=5\text{s}$ bằng

A. $325\,(\text{m/s})$. **B.** $352\,(\text{m/s})$. **C.** $253\,(\text{m/s})$. **D.** $235\,(\text{m/s})$.

Lời giải

Ta có: $v(t)=s'(t)=\dfrac{1}{2}\left(t^4-3t^2\right)'=\dfrac{1}{2}\left(4t^3-6t\right)$

Vận tốc của chuyển động tại thời điểm $t=5\text{s}$ là: $v(5)=\dfrac{1}{2}\left(4.5^3-6.5\right)=235(\text{m/s})$.

Câu 11. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x+1}{x-2}$ bằng bao nhiêu?

A. $-\infty$. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** -2.

Lời giải

Thay số trực tiếp, ta có $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x+1}{x-2}=\dfrac{1+1}{1-2}=\dfrac{2}{-1}=-2$.

Câu 12. Số gia của hàm số $f(x)=x^3$ ứng với $x_0=3$ và $\Delta x=1$ bằng bao nhiêu?

A. -26. **B.** 37. **C.** -37. **D.** 26.

Lời giải

Ta có $\Delta y=f\left(x_0+\Delta x\right)-f\left(x_0\right)$. Thay $x_0=3$, $\Delta x=1$, ta được

$$\Delta y=f\left(x_0+\Delta x\right)-f\left(x_0\right)=f(3+1)-f(3)$$
$$=f(4)-f(3)=4^3-3^3=64-27=37.$$

Câu 13. Hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-3x+2}$ liên tục trên khoảng nào sau đây:

A. $(1\,;\,2)$. **B.** $(1\,;\,+\infty)$. **C.** $(-\infty\,;\,2)$. **D.** $(-1\,;\,2)$.

Lời giải

Hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-3x+2}$ là hàm phân thức hữu tỷ nên nó liên tục trên các khoảng của tập xác định là: $(-\infty\,;\,1)$, $(1\,;\,2)$, $(2\,;\,+\infty)$. Do đó chọn đáp án A.

Câu 14. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5}{3x+2}$ bằng bao nhiêu:

A. 0. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5}{3x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{5}{x}}{3+\dfrac{2}{x}}=0$.

Câu 15 . Biết hàm số $f(x)-f(2x)$ có đạo hàm bằng 20 tại $x=1$ và đạo hàm bằng 1000 tại $x=2$. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)-f(4x)$ tại $x=1$.

A. -2020. **B.** 2020. **C.** 1020. **D.** -1020

Lời giải

Ta có:

Đạo hàm của hàm số $f(x)-f(2x)$ là $f'(x)-2f'(2x)$

Đạo hàm của hàm số $f(x)-f(4x)$ là $f'(x)-4f'(4x)$

Theo đề bài:

Hàm số $f(x)-f(2x)$ có đạo hàm bằng 20 tại $x=1$ nên $f'(1)-2f'(2)=20$

Hàm số $f(x)-f(2x)$ có đạo hàm bằng 1000 tại $x=2$ nên $f'(2)-2f'(4)=1000$

Khi đó:

Đạo hàm của hàm số $f(x)-f(4x)$ tại $x=1$ là:

$$f'(1)-4f'(4)=\left[f'(1)-2f'(2)\right]+\left[2f'(2)-4f'(4)\right]$$
$$=\left[f'(1)-2f'(2)\right]+2\left[f'(2)-2f'(4)\right]$$
$$=20+2.1000=2020$$

Câu 16 . Tính $\lim\dfrac{4}{n^2+1}$

A. 4. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$

Lời giải

Ta có: $\lim\dfrac{4}{n^2+1}=0$

Câu 17. Tìm m để hàm số $y=\dfrac{(m+1)x^3}{3}-(m+1)x^2+(3m+2)x+1$ có $y'\le 0,\forall x\in R$

A. $m\le-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m<-1$. **C.** $m\le 1$. **D.** $m\le -1$

Lời giải

Ta có: $y'=(m+1)x^2-2(m+1)x+3m+2$

- TH1: $m+1=0\Leftrightarrow m=-1\Rightarrow y'=-1<0\,\forall x\in R$
- TH2: $m+1\ne 0\Leftrightarrow m\ne -1$. Khi đó:

$y'\le 0\ \forall x\in R\Leftrightarrow (m+1)x^2-2(m+1)x+3m+2\le 0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m+1<0\\ \Delta'=(m+1)^2-(m+1)(3m+2)\le 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m<-1\\ m^2+2m+1-\left(3m^2+5m+2\right)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<-1\\ 2m^2+3m+1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<-1\\ \left[\begin{array}{l}m\le -1\\ m\ge\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m<-1.$$

Vậy với $m \le -1$ thì $y' \le 0, \forall x \in R$

Câu 18. Cho hàm số $y = 2 - \frac{4}{x}$ có đồ thị (H). Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $d: y = -x + 2$ và tiếp xúc với (H) thì phương trình của Δ là

A. $y = x + 4$. **B.** $\left[\begin{array}{l} y = x - 2 \\ y = x + 4 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} y = x - 2 \\ y = x + 6 \end{array}\right.$. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Ta có: $y = 2 - \frac{4}{x} = f(x) \Rightarrow y' = \frac{4}{x^2} = f'(x)$

$d: y = -x + 2$, $k_d = -1$

Vì $\Delta \perp d \Rightarrow k_d \cdot k_\Delta = -1 \Leftrightarrow k_\Delta = 1$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến Δ và đồ thị (C). Khi đó: Hệ số góc của tiếp tuyến tại M là: $k_\Delta = f'(x_0) = \frac{4}{x_0^2}$ và phương trình tổng quát của tiếp tuyến Δ là

$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$

Tù đó suy ra: $f'(x_0) = \frac{4}{x_0^2} = 1 \Leftrightarrow x_0^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_{01} = 2 \Rightarrow y_{01} = 0 \Rightarrow M_1(2;0) \\ x_{02} = -2 \Rightarrow y_{02} = 4 \Rightarrow M_2(-2;4) \end{array}\right.$

$+ M_1(2;0) \to (\Delta_1): y = 1 \cdot (x - 2) + 0 \Leftrightarrow y = x - 2$

$+ M_2(-2;4) \to (\Delta_2): y = 1 \cdot (x + 2) + 4 \Leftrightarrow y = x + 6$

Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 19. Hàm số $y = \cot x$ có đạo hàm là

A. $y' = -\tan x$. **B.** $y' = -\frac{1}{\cos^2 x}$. **C.** $y' = 1 + \cot^2 x$. **D.** $y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Lời giải

Theo công thức đạo hàm của hàm số lượng giác, ta có $y' = (\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 20. Hàm số $y = x - \frac{4}{x}$ có đạo hàm bằng

A. $\frac{-x^2 + 4}{x^2}$. **B.** . $\frac{-x^2 - 4}{x^2}$

C. $\frac{x^2 - 4}{x^2}$. **D.** $\frac{x^2 + 4}{x^2}$.

Lời giải

Hàm số $y = x - \frac{4}{x}$

Có $y' = (x)' - 4.\left(\frac{1}{x}\right)'$

$= 1 - 4.\left(-\frac{1}{x^2}\right)$

$=1+\frac{4}{x^2}$

$=\frac{x^2+4}{x^2}$

Câu 21. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào có giới hạn bằng $+\infty$?

A. $u_n=\frac{1}{n}$. **B.** $u_n=\left(\frac{2}{3}\right)^n$. **C.** $u_n=\left(-\frac{1}{2}\right)^n$. **D.** $u_n=3^n$.

Lời giải

Ta có $\lim\frac{1}{n}=0;\ \lim\left(\frac{2}{3}\right)^n=0;\ \lim\left(-\frac{1}{2}\right)^n=0;\ \lim 3^n=+\infty$.

$\Rightarrow$ Đáp án: D.

Câu 22. Phương trình tiếp tuyến của $(C): y=x^3$ biết nó vuông góc với đường thẳng $\Delta: y=-\frac{x}{27}+8$ là:

A. $y=-\frac{1}{27}x+8$. **B.** $y=27x\pm 3$. **C.** $y=-\frac{1}{27}x\pm 3$. **D.** $y=27x\pm 54$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Gọi (d) là tiếp tuyến của (C) và $(x_0;y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của (C) với (d).

Ta có $y'=f'(x)=3x^2\Rightarrow k_d=f'(x_0)=3x_0^2$.

Vì $(d)\perp(\Delta)\Rightarrow k_d.k_\Delta=-1\Rightarrow 3x_0^2.\frac{-1}{27}=-1\Rightarrow x_0^2=9\Rightarrow x_0=\pm 3$.

+) Với $x_0=3\Rightarrow y_0=f(3)=27$ và $k_d=f'(3)=27$.

Do đó phương trình tiếp tuyến (d) là: $y=27.(x-3)+27\Leftrightarrow y=27x-54$.

+) Với $x_0=-3\Rightarrow y_0=f(-3)=-27$ và $k_d=f'(-3)=27$.

Do đó phương trình tiếp tuyến (d) là: $y=27.(x+3)-27\Leftrightarrow y=27x+54$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của (C) là $y=27x\pm 54$.

$\Rightarrow$ Đáp án: D.

Câu 23 . Cho các hàm số $f(x)=\sin^4 x+\cos^4 x,\ g(x)=\sin^6 x+\cos^6 x$. Tính biểu thức $3f'(x)-2g'(x)+2$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Ta có:

$f'(x)=4\sin^3 x.\cos x-4\cos^3 x.\sin x$

$=4\cos x.\sin x\left(\sin^2 x-\cos^2 x\right)$

$=-2\sin 2x.\cos 2x$

$=-\sin 4x$

$g'(x)=6\sin^5 x.\cos x-6\cos^5 x.\sin x$

$=6\cos x.\sin x\left(\sin^4 x-\cos^4 x\right)$

$=6\cos x.\sin x\left(\sin^2 x-\cos^2 x\right)$

$=-3\sin 2x.\cos 2x$

$=-\frac{3}{2}\sin 4x$

Do đó: $3f'(x)-2g'(x)+2=3(-\sin 4x)\ -3.\left(-\frac{3}{2}\sin 4x\right)+2=2$

$\Rightarrow$ Đáp án : **D**

Câu 24. Hàm số $y=\frac{2}{\cos(\pi x)}$ có $y'(3)$ bằng:

A. $\frac{8\pi}{3}$. **B.** 2π. **C.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** 0.

Lời giải

Ta có

$y'=\frac{2\pi.\sin(\pi x)}{\cos^2(\pi x)}\Rightarrow y'(3)=\frac{2\pi.\sin(3\pi)}{\cos^2(3\pi)}=0$

$\Rightarrow$ Đáp án : **D**

Câu 25. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=x^3-4x^2+1$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là

A. -5. **B.** 5. **C.** 4. **D.** -4.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2-8x$

$\Rightarrow$ Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=x^3-4x^2+1$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là

$y'(1)=3.1^2-8.1=-5$.

$\Rightarrow$ Đáp án A.

Câu 26. Tính tổng $S=\frac{1}{5}+\frac{1}{25}+\frac{1}{125}+...+\frac{1}{5^n}+...$

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{11}{6}$

Lời giải

Ta có dãy số $\frac{1}{5};\frac{1}{25};\frac{1}{125};...;\frac{1}{5^n};...$ là một cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu $u_1=\frac{1}{5}$, công bội $q=\frac{1}{5}$.

$\Rightarrow$ Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đó là $S=\frac{1}{5}+\frac{1}{25}+\frac{1}{125}+...+\frac{1}{5^n}+...=\frac{u_1}{1-q}=\frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{5}}=\frac{1}{4}$.

$\Rightarrow$ Đáp án A.

Câu 27. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin^3 x$ tại điểm $x=\frac{\pi}{6}$.

A. $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{9}{8}$. **B.** $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{9}{4}$. **D.** $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=3\sin^2 x.\cos x$

$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=3\sin^2\left(\frac{\pi}{6}\right).\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 28. Trên đồ thị của hàm số $y=\frac{3x}{x-2}$ có điểm $M(x_0;y_0)$ $(x_0<0)$ sao cho tiếp tuyến tại đó cùng với các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{3}{4}$. Khi đó x_0+2y_0 bằng

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** -1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

$y'=\frac{-6}{(x-2)^2}$, $\forall x\neq 2$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(x_0;y_0)$ là:

$y=y'(x_0)\cdot(x-x_0)+y_0\Leftrightarrow y=\frac{-6}{(x_0-2)^2}\cdot(x-x_0)+\frac{3x_0}{x_0-2}$.

Tiếp tuyến giao với trục Ox tại điểm $A\left(\frac{x_0^2}{2};0\right)$.

Tiếp tuyến giao với trục Oy tại điểm $B\left(0;\frac{3x_0^2}{(x_0-2)^2}\right)$.

Ta có: $S_{\triangle OAB}=\frac{3}{4}\Leftrightarrow\frac{3}{4}=\frac{1}{2}\cdot\frac{x_0^2}{2}\cdot\frac{3x_0^2}{(x_0-2)^2}\Leftrightarrow {x_0}^4=(x_0-2)^2$.

TH1: $x_0^2=x_0-2\Leftrightarrow x_0^2-x_0+2=0$: Vô nghiệm.

TH2: $x_0^2=-x_0+2\Leftrightarrow x_0^2+x_0-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=1\\x_0=-2\end{array}\right.$.

Do $x_0<0$ nên $x_0=-2\Rightarrow y_0=\frac{3}{2}$. Vậy $x_0+2y_0=(-2)+2\cdot\frac{3}{2}=1$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2+4x+3}{x+3}, & \text{khi } x>-3\\ 2a, & \text{khi } x\leq -3\end{cases}$. Giá trị của a để $f(x)$ liên tục tại $x_0=-3$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -2.

Lời giải

Hàm số xác định tại $x=-3$, $f(-3)=2a$.

$\lim\limits_{x\to -3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -3^+}\dfrac{x^2+4x+3}{x+3}=\lim\limits_{x\to -3^+}(x+1)=-2$.

$\lim\limits_{x\to -3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -3^-} 2a=2a$.

Hàm số liên tục tại $x_0=-3\Leftrightarrow 2a=-2\Leftrightarrow a=-1$.

Câu 30. Cho $u_n=\dfrac{1}{1.3}+\dfrac{1}{3.5}+\cdots+\dfrac{1}{(2n-1).(2n+1)}$ thì $\lim\left(u_n-\dfrac{1}{2}\right)$ bằng

A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $2u_n=\dfrac{2}{1.3}+\dfrac{2}{3.5}+\cdots+\dfrac{2}{(2n-1).(2n+1)}=1-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}+\cdots+\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1}=1-\dfrac{1}{2n+1}$.

$\Rightarrow u_n=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4n+2}\Rightarrow u_n-\dfrac{1}{2}=-\dfrac{1}{4n+2}\Rightarrow \lim\left(u_n-\dfrac{1}{2}\right)=0$.

Câu 31. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không** liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x^2+1}$. **C.** $y=\cos x$. **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Lời giải

Phương án A là hàm phân thức hữu tỉ có tập xác định là $(-\infty;-2)\cup(-2;+\infty)$, nên hàm số liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$. Vậy hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Phương án B là hàm phân thức hữu tỉ xác định trên $\mathbb{R}$. Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Phương án C là hàm lượng giác xác định trên $\mathbb{R}$. Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Phương án D là hàm đa thức. Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 32. Cho hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3-2x^2-3x+1$ có đồ thị (C). Trong các tiếp tuyến với (C), tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $k=3$. **B.** $k=2$. **C.** $k=0$. **D.** $k=1$.

Lời giải

Ta có: $y'=f'(x)=-x^2-4x-3=-(x^2+4x+4)+1=-(x+2)^2+1$.

Giả sử $M_0(x_0;y_0)$ là tiếp điểm. Khi đó, hệ số góc $k=f'(x_0)=-(x_0+2)^2+1\le 1$.

Vậy tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất bằng 1, đạt tại $x_0=-2$.

Câu 33. Hàm số $y=\sin x$ có đạo hàm là

A. $y'=-\cos x$. **B.** $y'=-\sin x$. **C.** $y'=\cos x$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\cos x}$.

Lời giải

Ta có $y=\sin x$ thì $y'=\cos x$.

Câu 34. Tính đạo hàm của hàm số sau $y=\dfrac{-3x+4}{x-2}$.

A. $y'=\dfrac{2}{(x-2)^2}$. **B.** $y'=\dfrac{-11}{(x-2)^2}$. **C.** $y'=\dfrac{-5}{(x-2)^2}$. **D.** $y'=\dfrac{10}{(x-2)^2}$.

Lời giải

Cách 1: Ta có $y'=\dfrac{(-3x+4)'.(x-2)-(-3x+4).(x-2)'}{(x-2)^2}=\dfrac{-3(x-2)-(-3x+4)}{(x-2)^2}=\dfrac{2}{(x-2)^2}$.

Cách 2: Áp dụng công thức $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $c^2+d^2\neq 0$ thì $y'=\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

Ta có $y'=\dfrac{-3.(-2)-1.4}{(x-2)^2}=\dfrac{2}{(x-2)^2}$.

Câu 35. Cho đồ thị $(H):y=\dfrac{x+2}{x-1}$ và điểm $A\in(H)$ có tung độ $y=4$. Hãy lập phương trình tiếp tuyến của (H) tại điểm A.

A. $y=x-2$ **B.** $y=-3x-11$. **C.** $y=3x+11$. **D.** $y=-3x+10$.

Lời giải

Hoành độ x_0 của tiếp điểm M là nghiệm của phương trình: $\dfrac{x_0+2}{x_0-1}=4\Leftrightarrow x_0=2$.

Ta có: $y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}$

Hệ số góc của tiếp tuyến là $y'(2)=-3$

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (H) tại $A(2;4)$ là $y=-3x+10$

Câu 36. Cho hai đường thẳng a, b và mặt phẳng (P). Chỉ ra mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Nếu $a//(P)$ và $b\perp(P)$ thì $a\perp b$. **B.** Nếu $a\perp(P)$ và $b\perp a$ thì $b//(P)$.

C. Nếu $a//(P)$ và $b\perp a$ thì $b\perp(P)$. **D.** Nếu $a//(P)$ và $b\perp a$ thì $b//(P)$.

Lời giải

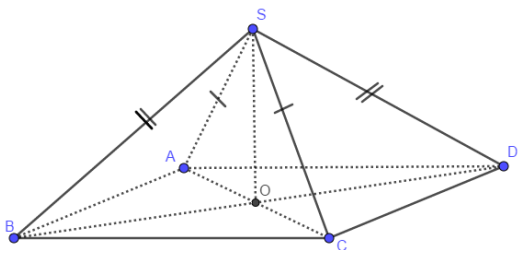
- Nếu $a//(P)$ và $b\perp(P)$ thì $a\perp b$. Đúng vì $a//(P)$ nên tồn tại $a'\subset(P)$ sao cho $a//a'$ mà $b\perp(P)$ nên $b\perp a'$ do đó $a\perp b$.
- Nếu $a\perp(P)$ và $b\perp a$ thì $b//(P)$. Sai vì b có thể nằm trong (P).
- Nếu $a//(P)$ và $b\perp a$ thì $b\perp(P)$. Sai vì b có thể song song với (P).
- Nếu $a//(P)$ và $b\perp a$ thì $b//(P)$. Sai vì b có thể cắt với (P).

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O. Biết rằng $SA=SC, SB=SD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $CD\perp AD$. **B.** $CD\perp(SBD)$. **C.** $AB\perp(SAC)$. **D.** $SO\perp(ABCD)$.

Lời giải

Chọn D



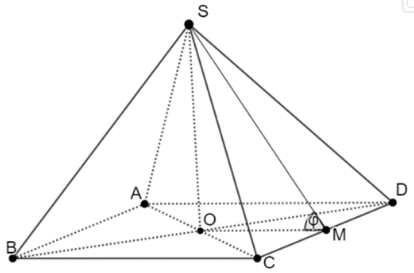
Ta có :

Theo giả thiết ΔSAC cân tại S nên $SO \perp AC$ và ΔSBD cân tại S nên $SO \perp BD$.
Từ đó suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, chiều cao hình chóp bằng $\frac{a}{2\sqrt{3}}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

Kết quả: 30^0.

Lời giải



Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên các mặt tạo với đáy các góc bằng nhau.
Xét góc giữa hai mặt phẳng $(SCD), (ABCD)$.
Gọi O là tâm đáy, vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$.
Gọi M là trung điểm CD. Khi đó : $OM \perp CD$ và $SO \perp CD$ nên $CD \perp (SOM)$.
Mà $(SCD) \cap (ABCD) = CD$.
Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(SCD), (ABCD)$ chính là $\widehat{SMO} = \varphi$.

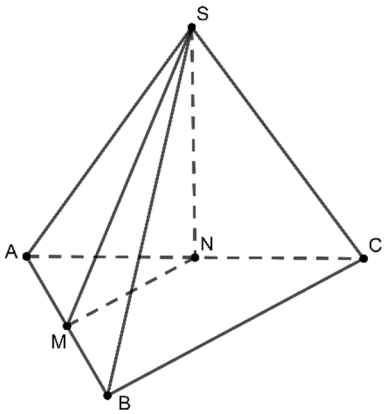
Trong ΔSOM vuông tại O có $\tan\varphi = \frac{SO}{OM} = \frac{\frac{a}{2\sqrt{3}}}{\frac{a}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Từ đó suy ra góc giữa mặt bên và đáy là 30^0.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC = a$. Gọi M là trung điểm của AB. Tính góc giữa hai đường thẳng SM và BC.

Kết quả: ……

Lời giải



Gọi M là trung điểm của AB, N là trung điểm của AC. Khi đó MN là đường trung bình trong $\Delta ABC \Rightarrow MN // BC$.
Khi đó góc giữa hai đường thẳng SM và BC chính là góc giữa hai đường thẳng SM và MN.

Ta có $AB=\sqrt{SA^2+SB^2}=a\sqrt{2}$

ΔSAB vuông tại S có SM là trung tuyến ứng với cạnh huyền $\Rightarrow SM=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tương tự với ΔSAC ta có $SN=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

$BC=\sqrt{SB^2+SC^2}=a\sqrt{2}\Rightarrow MN=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

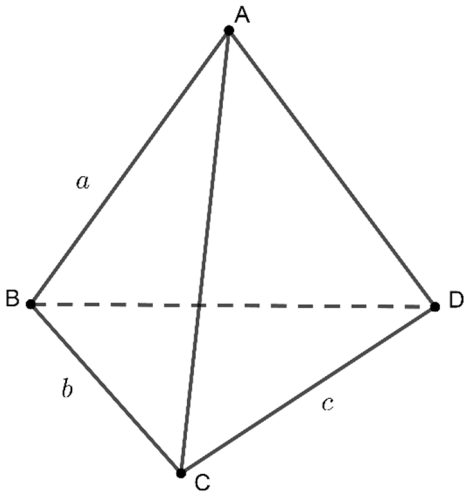
ΔSMN có $SM=SN=MN=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow$ ΔSMN đều $\Rightarrow \widehat{SMN}=60°$

Vậy góc giữa hai đường thẳng SM và BC bằng $60°$

Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, BC, CD đôi một vuông góc với nhau và $AB=a$, $BC=b$, $CD=c$. Độ dài đoạn thẳng AD bằng

Kết quả: ……..

Lời giải



ΔBCD vuông tại $C\Rightarrow BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{b^2+c^2}$.

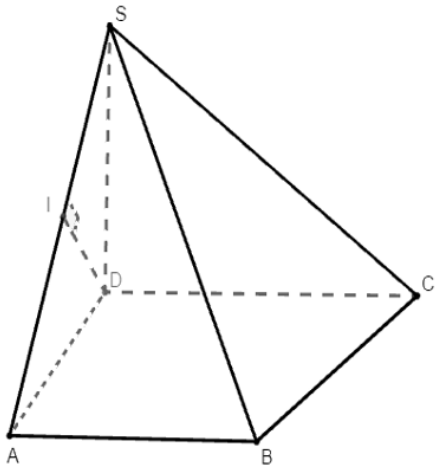
$\left.\begin{array}{l}AB\perp BC\\ AB\perp CD\end{array}\right\}\Rightarrow AB\perp (BCD)\Rightarrow AB\perp BD$

ΔABD vuông tại $B\Rightarrow AD=\sqrt{AB^2+BD^2}=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

Câu 41 . Cho hình thang vuông $ABCD$ vuông ở A và D, $AD=2a$. Trên đường thẳng vuông góc tại D với $(ABCD)$ lấy điểm S với $SD=a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng DC và (SAB).

Kết quả:……

Lời giải



Hình thang $ABCD$ vuông ở A và D nên ta có: $DC//AB \Rightarrow d\left(DC,\left(SAB\right)\right)=d\left(D,\left(SAB\right)\right)$.

Trong $\left(SDA\right)$ kẻ $DI\perp SA\left(I\in SA\right)$.

Do $AB\perp DA$, $AB\perp SD$ nên $AB\perp\left(SAD\right)\Rightarrow AB\perp DI$.

Vì $\begin{cases}DI\perp SA\\ DI\perp AB\end{cases}\Rightarrow DI\perp\left(SAB\right)\Rightarrow DI=d\left(D,\left(SAB\right)\right)$.

Ta có:

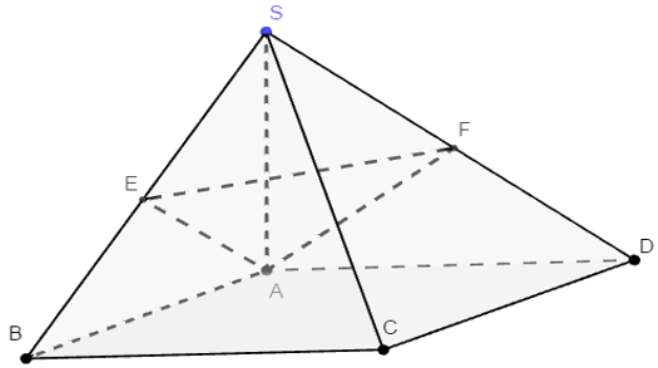
$$\frac{1}{DI^2}=\frac{1}{DS^2}+\frac{1}{DA^2}=\frac{1}{\left(a\sqrt{2}\right)^2}+\frac{1}{\left(2a\right)^2}=\frac{3}{4a^2}\Rightarrow DI^2=\frac{4a^2}{3}$$

Vậy $d\left(DC,\left(SAB\right)\right)=d\left(D,\left(SAB\right)\right)=DI=\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AE, AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

A. $SC\perp\left(AFB\right)$ **B.** $SC\perp\left(AEC\right)$ **C.** $SC\perp\left(AEF\right)$ **D.** $SC\perp\left(AED\right)$

Lời giải



Ta có: $BC\perp AB$, $BC\perp SA$ nên $BC\perp\left(SAB\right)\Rightarrow BC\perp AE$.

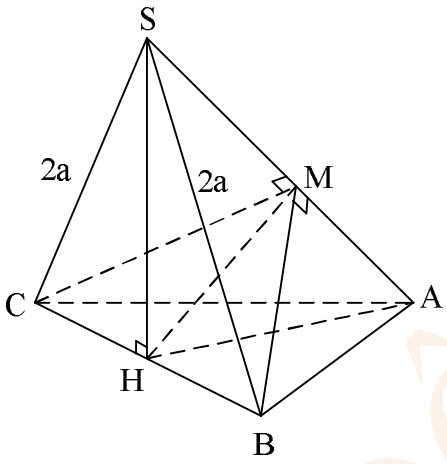
Vì $AE\perp SB$ và $AE\perp BC$ nên $AE\perp\left(SBC\right)\Rightarrow AE\perp SC$.

Tương tự: $AF\perp SC$.

Do đó: $SC\perp\left(AEF\right)$. Chọn đáp án C.

Câu 43. Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a, mặt bên SBC là tam giác cân tại S, $SB=2a$, $(SBC)\perp(ABC)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC), tính $\cos\alpha$

Lời giải



Gọi H là trung điểm BC, ΔSBC cân tại S $\rightarrow SH\perp BC$

$$\left.\begin{array}{l}(SBC)\perp(ABC)=BC\\ SH\subset(SBC)\\ SH\perp BC\end{array}\right\}\rightarrow SH\perp(ABC)$$

Kẻ $BM\perp SA=M$

$BC\perp SH, BC\perp AH\rightarrow BC\perp(SAH)\rightarrow BC\perp SA\subset(SAH)$

$SA\perp BM, SA\perp BC\rightarrow SA\perp(MBC)\rightarrow SA\perp CM\subset(MBC)$

$$\left.\begin{array}{l}(SAC)\cap(SAB)=SA\\ SA\perp MB\subset(SAB)\\ SA\perp MC\subset(SAC)\end{array}\right\}\rightarrow\widehat{((SAB);(SAC))}=\widehat{(MB;MC)}=\alpha$$

$$\left.\begin{array}{l}SA\perp MC\subset(MCB)\\ SA\perp MB\subset(MCB)\\ MC\cap MB=M\end{array}\right\}\rightarrow SA\perp(MBC)\rightarrow SA\perp MH\subset(MBC)$$

ΔABC đều cạnh a, $AH\perp BC\rightarrow AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\widehat{SHB}=90^\circ\rightarrow SH^2=SB^2-HB^2=(2a)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{15a^2}{4}$$

$$\Delta SHA:\widehat{SHA}=90^\circ\rightarrow SA^2=SH^2+HA^2=\frac{15a^2}{4}+\frac{3a^2}{4}=\frac{18a^2}{4}\rightarrow SA=\frac{3a\sqrt{2}}{2}$$

$$\widehat{SHA}=90^\circ, MH\perp SA=M\rightarrow AH^2=SA.AM\rightarrow AM=\frac{AH^2}{SA}=\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2.\frac{2}{3a\sqrt{2}}=\frac{a}{2\sqrt{2}}$$

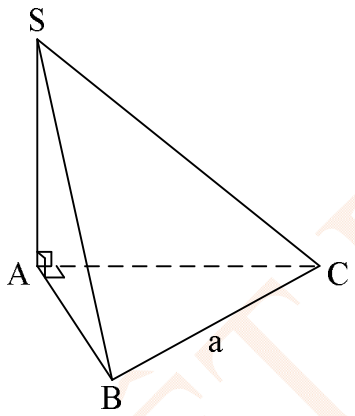
$$\widehat{BMA}=90^\circ\rightarrow MB^2=AB^2-AM^2=a^2-\left(\frac{a}{2\sqrt{2}}\right)^2=\frac{7a^2}{8}=MC^2$$

$$\Delta MBC: \cos\widehat{BMC} = \frac{MB^2 + MC^2 - BC^2}{2MB.MC} = \frac{\frac{7a^2}{8} + \frac{7a^2}{8} - a^2}{2.\frac{7a^2}{8}} = \frac{3}{7}$$

$$\rightarrow \cos\alpha = \left|\cos\widehat{BMC}\right| = \frac{3}{7}$$

Câu 44 . Cho tam giác ABC vuông cân tại A và $BC = a$. Trên đường thẳng qua A vuông góc với (ABC) lấy điểm S sao cho $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SA và (ABC)

Lời giải



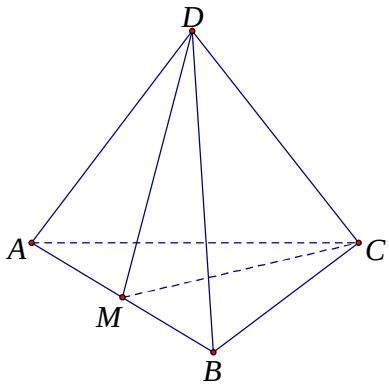
Trên đường thẳng qua A vuông góc với (ABC) lấy điểm $S \Rightarrow SA \perp (ABC)$

$\Rightarrow \widehat{(SA,(ABC))} = 90°$

Câu 45: Cho tứ diện đều $ABCD$ (Tứ diện có tất cả các cạnh bằng nhau). Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

Kết quả: $90°$

Giải



Gọi M là trung điểm AB

Ta có ΔCAB đều có trung tuyến $CM \Rightarrow AB \perp CM$

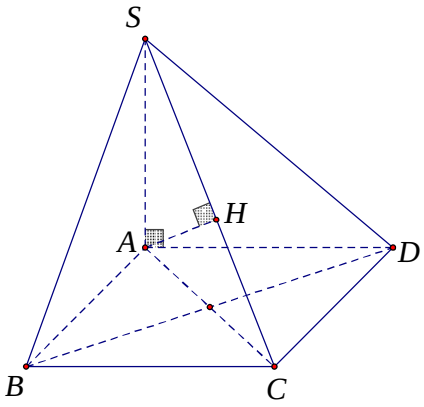
ΔDAB đều có trung tuyến $DM \Rightarrow AB \perp DM$

$\Rightarrow AB \perp (CDM) \Rightarrow AB \perp CD \Rightarrow (AB,CD) = 90°$

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và $\widehat{ABC} = 60°$. Biết $SA = 2a$. Tính khoảng cách từ A đến SC.

Kết quả: $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$

Giải



Kẻ $AH \perp SC$, khi đó $d\left(A;SC\right)=AH$.

$ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và $\widehat{ABC}=60^\circ \Rightarrow \Delta ABC$ đều nên $AC=a$.

Trong tam giác vuông SAC ta có:

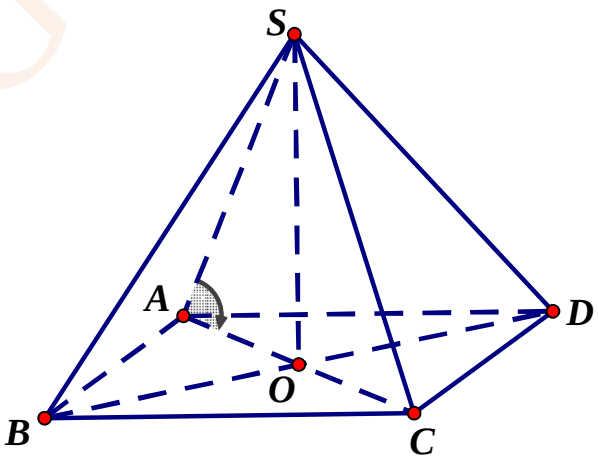
$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AC^2}$$

$$\Rightarrow AH=\frac{SA.AC}{\sqrt{SA^2+AC^2}}=\frac{2a.a}{\sqrt{4a^2+a^2}}=\frac{2\sqrt{5}a}{5}.$$

Câu 47. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và cạnh bằng $2a$. Trên đường thẳng qua O vuông góc với $(ABCD)$ lấy điểm S. Biết góc giữa SA và $(ABCD)$ có số đo bằng 45°. Tính độ dài SO.

A. $SO=a\sqrt{3}$. **B.** $SO=a\sqrt{2}$. **C.** $SO=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $SO=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Ta có $SO \perp (ABCD)$ nên OA là hình chiếu của SA lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Suy ra góc giữa SA và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SAO}$. Theo giả thiết $\widehat{SAO}=45^\circ$.

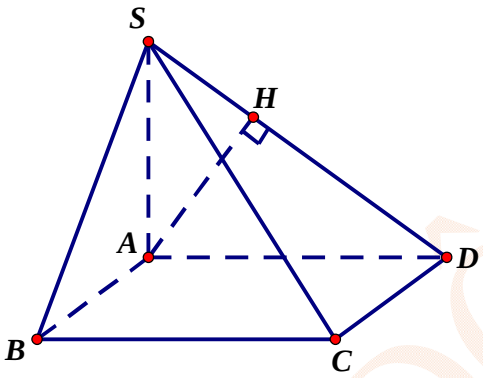
Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ nên $AC=2a\sqrt{2} \Rightarrow AO=a\sqrt{2}$.

Vì tam giác SOA vuông cân tại O nên $SO=AO=a\sqrt{2}$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD = 2a, SA = a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng

A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{3a}{\sqrt{7}}$.

Lời giải



Kẻ $AH \perp SD$ $(H \in SD)$. (1)

Ta có $\begin{cases} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$ mà $AH \subset (SAD)$ nên $AH \perp CD$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SCD)$. Do đó $d(A,(SCD)) = AH$.

Xét tam giác SAD vuông tại A, ta có

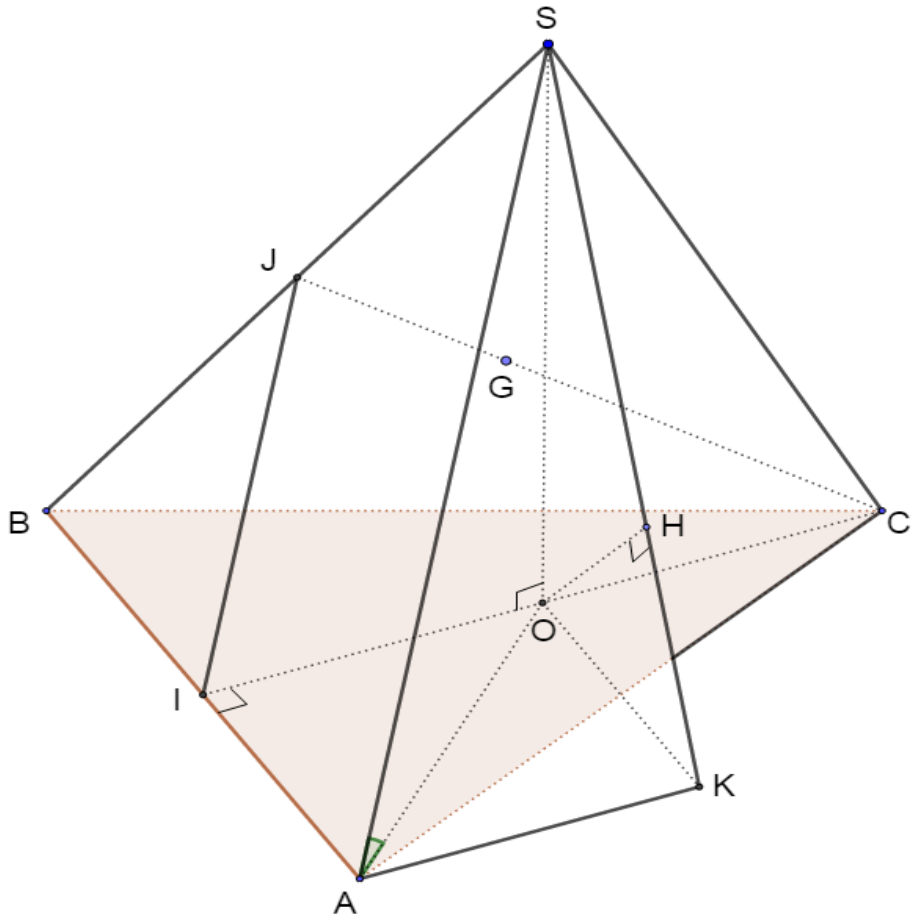
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(2a)^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

Vậy, $d(A,(SCD)) = AH = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Gọi I là trung điểm của AB, hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của CI, góc giữa SA và mặt đáy bằng $45°$. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CG bằng:

Kết quả: $d(CG, SA) = \frac{a\sqrt{77}}{22}$.

Lời giải



Gọi O trung điểm của CI, ta có $SO \perp (ABC)$. Gọi $J = CG \cap SB \Rightarrow IJ \,//\, SA$.

Dựng hình bình hành $AIOK$, do $OI \perp AB \Rightarrow AIOK$ là hình chữ nhật.

Khi đó $(CIJ)//(SAK) \Rightarrow d(CG,SA) = d((CIJ),(SAK)) = d(O,(SAK))$.

Kẻ $OH \perp SK (H \in SK)$. Do $\begin{cases} AK \perp OK \\ AK \perp SO \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SOK) \Rightarrow AK \perp OH \Rightarrow OH \perp (SAK)$.

$\Rightarrow d(O,(SAK)) = OH$.

Ta có $(SA,(ABC)) = \angle SAO = 45^\circ \Rightarrow OS = OA = \sqrt{AI^2 + OI^2} = \sqrt{\dfrac{a^2}{4} + \dfrac{3a^2}{16}} = \dfrac{a\sqrt{7}}{4}$,

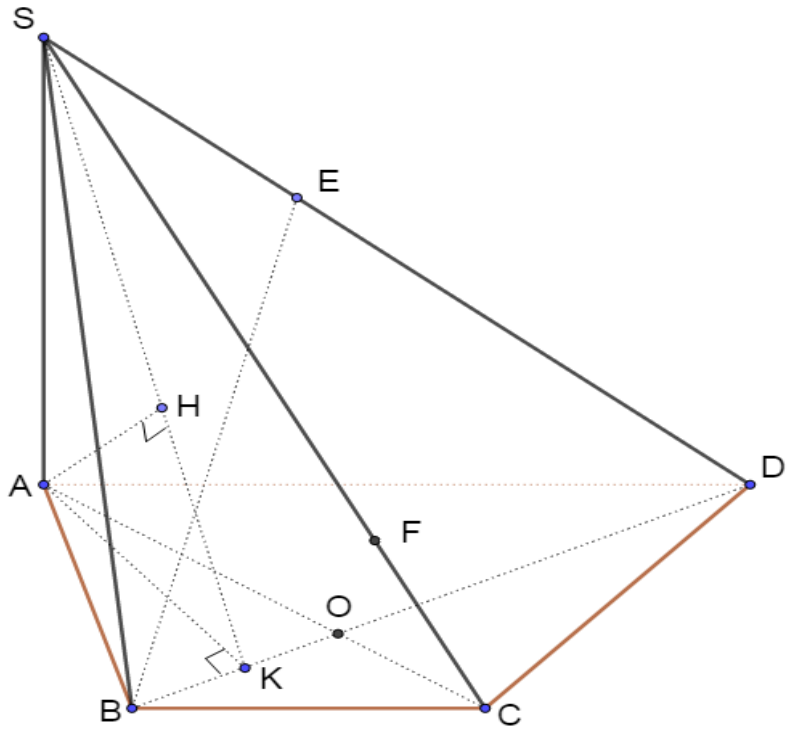
và $OK = IA = \dfrac{a}{2} \Rightarrow \dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OK^2} + \dfrac{1}{OS^2} = \dfrac{4}{a^2} + \dfrac{16}{7a^2} = \dfrac{44}{7a^2} \Rightarrow OH = \dfrac{a\sqrt{77}}{22}$.

Vậy $d(SA,CG) = \dfrac{a\sqrt{77}}{22}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B. $AB = a$, $BC = 2a$, $SA = a$, $AD = 3a$. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. F thuộc SC sao cho $SF = 3FC$, E thuộc SD sao cho $SD = 3SE$. Khoảng cách từ F đến mặt phẳng (EBD) bằng:

Kết quả: $d(F,(EBD)) = \dfrac{3a\sqrt{19}}{38}$

Lời giải



Ta có $CF\cap(EBD)=S\Rightarrow\dfrac{d\left(F,(EBD)\right)}{d\left(C,(EBD)\right)}=\dfrac{FS}{CS}=\dfrac{3}{4}\Rightarrow d\left(F,(EBD)\right)=\dfrac{3}{4}d\left(C,(EBD)\right).$

Gọi $O=AC\cap BD\Rightarrow\dfrac{d\left(C,(EBD)\right)}{d\left(A,(EBD)\right)}=\dfrac{CO}{AO}=\dfrac{BC}{AD}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow d\left(C,(EBD)\right)=\dfrac{2}{3}d\left(A,(EBD)\right).$

Từ đó $d\left(F,(EBD)\right)=\dfrac{3}{4}.\dfrac{2}{3}d\left(A,(EBD)\right)=\dfrac{1}{2}d\left(A,(EBD)\right).$

Kẻ $AK\perp BD(K\in BD),AH\perp SK(H\in SK)$. Khi đó

$\begin{cases}BD\perp AK\\BD\perp SA\end{cases}\Rightarrow BD\perp(SAK)\Rightarrow BD\perp AH\Rightarrow AH\perp(SBD),$

hay $AH\perp(EBD)\Rightarrow d\left(A,(EBD)\right)=AH$.

$\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AS^2}+\dfrac{1}{AK^2}=\dfrac{1}{AS^2}+\dfrac{1}{AB^2}+\dfrac{1}{AD^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{9a^2}=\dfrac{19}{9a^2}\Rightarrow AH=\dfrac{3a\sqrt{19}}{19}.$

Vậy $d\left(F,(EBD)\right)=\dfrac{3a\sqrt{19}}{38}.$

Nhận xét: Bài này thực chất mp (EBD) chính là mp (SBD). Và, bài toán chỉ là tính đường cao của tứ diện vuông với công thức quen thuộc. Việc dịch chuyển sang điểm F để phải áp dụng công thức tỉ lệ 2 lần, trong đó có 1 lần dùng hệ quả của định lý Talet, về độ khó, cũng chỉ tương đương 1 bài tập trong sách bài tập. Điều kiện SD=3SE không cần thiết!

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 23

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi

Câu 1. Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân.

A. $u_n = 2^n$. **B.** $u_n = \dfrac{n^2}{3^n}$. **C.** $u_n = (-1)^{n+1} n$. **D.** $u_n = 2n^2$.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

A. Dãy số (u_n) có giới hạn bằng 0 khi n dần tiến tới dương vô cực, nếu u_n có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

B. Dãy số (u_n) có giới hạn bằng 0 khi n dần tiến tới dương vô cực, nếu $|u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

C. Dãy số (u_n) có giới hạn bằng 0 khi n dần tiến tới dương vô cực, nếu u_n có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

D. Dãy số (u_n) có giới hạn bằng 0 khi n dần tiến tới dương vô cực, nếu $|u_n|$ có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Câu 3. Biết $\lim\dfrac{2n^3+n^2-4}{an^3+2}=2$ với a là tham số. Khi đó $a-a^2$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 4. Giá trị của $A=\lim\dfrac{3.2^n-3^n}{2^{n+1}+3^{n+2}}$ bằng.

A. $-\infty$. **B.** $-\dfrac{1}{9}$. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 5. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{|2-x|}{2x^2-5x+2}$

A. 1. **B.** 2. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 6. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3x}+2x}{3x-1}$

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{a^2(x-2)}{\sqrt{x+2}-2} & khi\ \ x>2\\ (1-a)x & khi\ \ x\le 2\end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để hàm số liên tục trên tập xác định ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 8. Cho các phát biểu sau phát biểu nào là đúng ?

A. Nếu hàm số $y=f(x)$ không liên tục tại x_0 thì nó có đạo hàm tại điểm đó.

B. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó không liên tục tại điểm đó.

C. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

D. Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục tại x_0 thì nó có đạo hàm tại điểm đó.

Câu 9. Cho hàm số $y=x^3-5x+2$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y=7x-14$.

A. $y=7x-14$ và $y=7x+18$. **B.** $y=7x-14$.

C. $y=7x+18$. **D.** $y=7x-18$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$. Tính $f'(1)$.

A. $f'(1)=1$. **B.** $f'(1)=\dfrac{1}{2}$. **C.** $f'(1)=-1$. **D.** $f'(1)=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 11. Tính $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin x-\cos x}{\tan\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)}$.

A. $-\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 12. Cho hàm số $y=\cos\sqrt{3x+1}$. Khẳng định nào là đúng?

A. $dy=\dfrac{3}{2\sqrt{3x+1}}\sin\sqrt{3x+1}\,dx$. **B.** $dy=-\dfrac{3}{2\sqrt{3x+1}}\sin\sqrt{3x+1}\,dx$.

C. $dy=-\dfrac{1}{2\sqrt{3x+1}}\cos\sqrt{3x+1}\,dx$. **D.** $dy=\dfrac{3}{2\sqrt{3x+1}}\cos\sqrt{3x+1}\,dx$.

Câu 13. Cho hàm số $y=\dfrac{x^4}{4}-x^3+1$. Tập nghiệm của bất phương trình $y'''\le 6$ là

A. $S=(-\infty;1]$. **B.** $S=(-\infty;2]$. **C.** $S=[2;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;2)$.

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N là trung điểm của AC và AD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (BMN) và (BCD)?

A. Đường thẳng d đi qua B và song song với BC.

B. Đường thẳng d đi qua B và song song với MN.

C. Đường thẳng d đi qua B và I, với I là giao điểm của MD và CN.

D. Đường thẳng d đi qua B và song song với MC.

Câu 15. Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp thì:

A. Các mặt bên là hình vuông. **B.** Các mặt bên là hình chữ nhật.

C. Các mặt bên là hình thoi. **D.** Các mặt bên là hình bình hành.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{SO}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}=2\overrightarrow{SO}$.

C. $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SD}-\overrightarrow{SC}$. **D.** $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$.

Câu 17. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định **đúng**.

A. $\overrightarrow{BA'},\overrightarrow{BD'},\overrightarrow{BD}$ đồng phẳng. **B.** $\overrightarrow{BA'},\overrightarrow{BD'},\overrightarrow{BC}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{BA'},\overrightarrow{BD'},\overrightarrow{BC'}$ đồng phẳng. **D.** $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BD'},\overrightarrow{BC'}$ đồng phẳng.

Câu 18. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB'. Đặt $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AA'}=\vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=\vec{b}+\vec{c}-\dfrac{1}{2}\vec{a}$. **B.** $\overrightarrow{AM}=\vec{a}-\vec{c}+\dfrac{1}{2}\vec{b}$. **C.** $\overrightarrow{AM}=\vec{a}+\vec{c}-\dfrac{1}{2}\vec{b}$. **D.** $\overrightarrow{AM}=\vec{b}-\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 19. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu đường thẳng $d \perp (\alpha)$ thì d vuông góc với hai đường thẳng trong (α).

B. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d \perp (\alpha)$.

C. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (α) thì d vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong (α).

D. Nếu $d \perp (\alpha)$ và đường thẳng $a \,//\, (\alpha)$ thì $d \perp a$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Số các mặt của $S.ABC$ là tam giác vuông bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

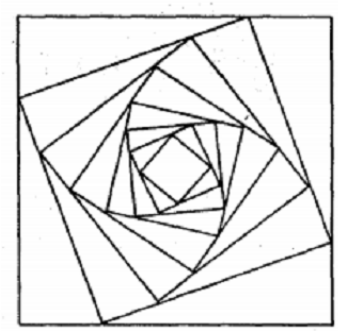
Câu 21. Cho các số thực a,b,c thỏa mãn $c^2 + a = 18$ và $\lim\left(\sqrt{an^2+bn}-cn\right) = 2$. Tính $P = a - 2b + 3c$

A. –24. **B.** 6. **C.** 12. **D.** –6.

Câu 22. Cho a,b là các số dương. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{9x^2-ax}-\sqrt[3]{27x^3+bx^2+5}\right)=\dfrac{7}{27}$. Tính giá trị của biểu thức $P = 9a - 2b$

A. $P = -14$. **B.** $P = 14$. **C.** $P = 7$. **D.** $P = -7$.

Câu 23. Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng a. Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2)(Hình vẽ).



Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, .., C_n$ ... Gọi S_i là diện tích của hình vuông $C_i \left(i \in \{1,2,3,.....\}\right)$. Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + ... S_n + ...$ Biết $T = \dfrac{32}{3}$, tính a?

A. 2. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 24. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(x)-15}{x-3}=12$. Tính $T=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt[3]{5f(x)-11}-4}{x^2-x-6}$.

A. $T = \dfrac{3}{20}$. **B.** $T = \dfrac{3}{40}$. **C.** $T = \dfrac{1}{4}$. **D.** $T = \dfrac{1}{20}$.

Câu 25. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2}x\right)=\dfrac{a}{b\sqrt{8}}$ với $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Hỏi giá trị ab bằng bao nhiêu?

A. –3. **B.** –6. **C.** –72. **D.** –10.

Câu 26. Cho $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)-5}{x-4}=5$. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)-5}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{6f(x)+6}+4\right)}$

A. -2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+x+3}-\sqrt[3]{13x+1}}{x-2}$ $(x\neq 2)$. Để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì phải bổ sung thêm $f(2)=\frac{a}{b}\left(a,b\in\mathbb{Z}^+;(a,b)=1\right)$. Khi đó $H=b-a$ chia hết cho số nào sau đây?

A. 8. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 28. Cho phương trình $\sqrt{(x-2)^3}+5x-11=0$ (1). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Phương trình luôn vô nghiệm.
B. Phương trình có 3 nghiệm phân biệt lớn hơn 2.
C. Phương trình có đúng hai nghiệm lớn hơn 2.
D. Phương trình có duy nhất một nghiệm và lớn hơn 2.

Câu 29. Tính đạo hàm của hàm số sau $f(x)=\begin{cases}x^2+x+1 \text{ khi } x\le 1\\ \sqrt{x-1}+3 \text{ khi } x>1\end{cases}$

A. $f'(x)=\begin{cases}2x+1 \text{ khi } x\le 1\\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \text{ khi } x>1\end{cases}$. **B.** $f'(x)=\begin{cases}2x+1 \text{ khi } x\le 1\\ -\frac{1}{\sqrt{x-1}} \text{ khi } x>1\end{cases}$.

C. $f'(x)=\begin{cases}2x+1 \text{ khi } x<1\\ \frac{1}{\sqrt{x-1}} \text{ khi } x>1\end{cases}$. **D.** $f'(x)=\begin{cases}2x+1 \text{ khi } x<1\\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \text{ khi } x>1\end{cases}$.

Câu 30. Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị (C). Biết rằng trên (C) có hai điểm $A(x_A;y_A),B(x_B;y_B)$ phân biệt, các tiếp tuyến với (C) tại A,B có cùng hệ số góc, đồng thời đường thẳng đi qua A và B vuông góc với đường thẳng $x+y-5=0$. Tính tổng $x_A-2x_B+2y_A-3y_B$, biết $x_A>x_B$.

A. 8. **B.** 14. **C.** 6. **D.** 10.

Câu 31. Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x-1$ có đồ thị là (C). Hỏi trên đường thẳng $y=3$ có bao nhiêu điểm mà từ đó kẻ được 2 tiếp tuyến đến (C) mà 2 tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 32. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}(m-1)x^3-2x^2+2mx-1$. Tập các giá trị của tham số m để $y'\le 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A. $m\in[-1;1]$. **B.** $m\in(-\infty;-1)$.

C. $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1]$.

Câu 33. Cho $y=\frac{1}{2}\sin 2x+2\cos x+3x+2$. Tổng các nghiệm trên đoạn $[0;50\pi]$ của phương trình $y'=0$ bằng

A. 1225π. **B.** $\frac{1225\pi}{2}$. **C.** $\frac{1225\pi}{4}$. **D.** 2450π.

Câu 34. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có $G_1;G_2$ lần lượt là trọng tâm tam giác BDA_1 và CB_1D_1. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $\overrightarrow{AC_1}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AG_1}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AG_2}$. **B.** $\overrightarrow{AC_1}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AG_1}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AG_2}$.

C. $\overrightarrow{AC_1}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AG_1}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AG_2}$. **D.** $\overrightarrow{AC_1}=\frac{3}{2}\left(\overrightarrow{AG_1}+\overrightarrow{AG_2}\right)$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A, có $AB=a\sqrt{3}$ $AC=a$. Biết $A'B=a\sqrt{7}$, Gọi N là trung điểm AA'. Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và CN là φ. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $\cos\varphi=\frac{\sqrt{14}}{7}$. **B.** $\cos\varphi=\frac{-\sqrt{14}}{7}$. **C.** $\cos\varphi=\frac{\sqrt{14}}{28}$. **D.** $\cos\varphi=\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác đều và $SC=2a\sqrt{2}$ .Gọi H,K lần lượt là trung điểm của AB và AD. Khẳng định nào sau đây Sai?

A. $CK\perp(SHD)$. **B.** $CK\perp SD$.

C. $AC\perp SK$. **D.** Cả A,B,C đều sai.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a, AD=a\sqrt{3}$. $SA\perp(ABCD)$ và $SA=2a$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của A lên SB và (P) là mặt phẳng chứa AI và song song với BC. Diện tích thiết diện của mặt phẳng (P) với hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{9\sqrt{15}a^2}{25}$. **B.** $\frac{9\sqrt{15}a^2}{5}$. **C.** $\frac{9\sqrt{5}a^2}{25}$. **D.** $\frac{9\sqrt{3}a^2}{25}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$. Ba cạnh SA, AB, AD đôi một vuông góc và $SA=2a$. Gọi I là trung điểm của SD. Tính $\cos(AI,SC)$

A. $\frac{\sqrt{42}}{42}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{42}}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{7}}$. **D.** $\frac{\sqrt{42}}{7}$.

Câu 39. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh $2a$ và góc $\widehat{ABA'}=60^\circ$. Gọi I,K lần lượt là trung điểm của $A'B$ và $A'C$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (AIK) và (ABC). Tính $\cos\varphi$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B, biết $SA=a\sqrt{6}$, $AB=BC=2a$ và $SA\perp(ABC)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của B lên cạnh AC. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBI).

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 41. Cho dãy số (a_n) thỏa mãn: $\begin{cases}a_1=\frac{4}{3}\\(n+2)^2a_n=n^2a_{n+1}-(n+1)a_na_{n+1}\end{cases}$ $\forall n\geq 1, n\in\mathbb{N}$. Tìm $\lim a_n$.

A. $\lim a_n=-2$. **B.** $\lim a_n=2$. **C.** $\lim a_n=4$ **D.** $\lim a_n=-4$.

Câu 42. Biết $a;b$ là các số thực thỏa mãn: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+1}-ax+b\right)=5$. Tính giá trị biểu thức $T=a^3+b^2$?

A. $T=-5$. **B.** $T=-26$. **C.** 2. **D.** $T=50$.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+2020$. Với $a\neq 0, a,b,c\in R$ và $a+2b+4c-8>0$. Hỏi đồ thị hàm số $y=g(x)=a(x-2021)^3+b(x-2021)^2+c(x-2021)-1$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm. Biết $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$.

A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Câu 44. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{2(x+1)}$ có đồ thị là (C). Gọi điểm $M(x_0;y_0)$ với $x_0>-1$ là điểm thuộc (C), biết tiếp tuyến của (C) tại điểm M cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB có trọng tâm G nằm trên đường thẳng $d: 4x+y=0$. Giá trị của $4x_0+2y_0$ bằng bao nhiêu?

A. 5. **B.** 7. **C.** –7. **D.** –5.

Câu 45. Cho $n\in\mathbb{N}^*; C_n^4C_n^{n-4}+C_n^6C_n^{n-6}=2C_n^4C_n^{n-6}$. Tính $T=1^2.3.C_n^1+2^2.3^2.C_n^2+...+n^2.3^n.C_n^n$?

A. 930.4^8. **B.** 930.2^9. **C.** 930.4^9. **D.** 930.2^8

Câu 46. Tính tổng

$S=2.C_{2021}^2+3.2.9.C_{2021}^3+4.3.9^2.C_{2021}^4+....+2019.2020.9^{2018}C_{2021}^{2020}+2020.2021.9^{2019}.C_{2021}^{2021}$

A. 2021.10^{2021}. **B.** $2020.2021.9^{2019}$.

C. $2020.2021.10^{2019}$. **D.** $2019.2020.2021.10^{2021}$

Câu 47. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng $60°$, cosin góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{41}}{41}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{41}}{41}$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ với $SA=3, SB=4, SC=5$. Một mặt phẳng (α) thay đổi luôn đi qua trọng tâm của $S.ABC$ cắt các cạnh SA, SB, SC tại các điểm A_1, B_1, C_1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{SA_1^2}+\dfrac{1}{SB_1^2}+\dfrac{1}{SC_1^2}$.

A. $\dfrac{7}{16}$. **B.** $\dfrac{5}{16}$. **C.** $\dfrac{7}{25}$. **D.** $\dfrac{8}{25}$.

Câu 49. Cho tứ diện $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau tại O với $OA=3a$, $OB=a$, $OC=2a$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác OAB và OAC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng IJ và AC.

A. $\dfrac{2a}{7}$. **B.** $\dfrac{4a}{7}$. **C.** $\dfrac{6a}{7}$. **D.** $\dfrac{8a}{7}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SB=b$ và tam giác SAC cân tại S. Trên cạnh AB lấy điểm M với $AM=x$ $(0<x<a)$. Mặt phẳng (α) qua M song song với AC, SB và cắt BC, SC, SA lần lượt tại N, P, Q. Xác định x để diện tích thiết diện $MNPQ$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x=\frac{a}{4}$. **B.** $x=\frac{a}{3}$. **C.** $x=\frac{a}{2}$. **D.** $x=\frac{a}{5}$.

HẾT

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.C	4.B	5.D	6.A	7.B	8.C	9.C	10.B
11.B	12.B	13.B	14.B	15.D	16.B	17.B	18.D	19.B	20.D
21.D	22.A	23.A	24.C	25.A	26.D	27.D	28.D	29.D	30.B
31.A	32.D	33.B	34.B	35.A	36.D	37.A	38.B	39.D	40.D
41.D	42.D	43.A	44.D	45.A	46.C	47.C	48.D	49.A	50.C

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân.

A. $u_n = 2^n$. **B.** $u_n = \dfrac{n^2}{3^n}$. **C.** $u_n = (-1)^{n+1} n$. **D.** $u_n = 2n^2$.

Lời giải

Lập tỉ số $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ (Nếu $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ là số không đổi thì (u_n) là cấp số nhân).

A: $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{2^{n+1}}{2^n} = 2 \Rightarrow u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow (u_n)$ là cấp số nhân có công bội bằng 2.

B: $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{(n+1)^2}{n^2} \Rightarrow (u_n)$ không phải là cấp số nhân.

C: $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{(-1)^{n+2}.(n+1)}{(-1)^{n+1}.n} = -\dfrac{n+1}{n} \Rightarrow (u_n)$ không phải cấp số nhân.

D: $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{2(n+1)^2}{2n^2} = \dfrac{(n+1)^2}{n^2} \Rightarrow (u_n)$ không phải là cấp số nhân.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

A. Dãy số (u_n) có giới hạn bằng 0 khi n dần tiến tới dương vô cực, nếu u_n có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

B. Dãy số (u_n) có giới hạn bằng 0 khi n dần tiến tới dương vô cực, nếu $|u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

C. Dãy số (u_n) có giới hạn bằng 0 khi n dần tiến tới dương vô cực, nếu u_n có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

D. Dãy số (u_n) có giới hạn bằng 0 khi n dần tiến tới dương vô cực, nếu $|u_n|$ có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa về giới hạn 0 ta chọn B.

Câu 3. Biết $\lim\dfrac{2n^3+n^2-4}{an^3+2} = 2$ với a là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có $\lim\dfrac{2n^3+n^2-4}{an^3+2} = 2$.

$$\Leftrightarrow \lim \frac{n^3\left(2+\frac{1}{n}-\frac{4}{n^3}\right)}{n^3\left(a+\frac{2}{n^3}\right)}=2 \Leftrightarrow \frac{2}{a}=2 \Leftrightarrow a=1$$

Khi đó $a-a^2=1-1^2=0$.

Câu 4. Giá trị của $A=\lim\frac{3.2^n-3^n}{2^{n+1}+3^{n+2}}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** $-\frac{1}{9}$. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Ta có: $C=\lim\frac{3.2^n-3^n}{2^{n+1}+3^{n+2}}=\lim\frac{3.\left(\frac{2}{3}\right)^n-1}{2.\left(\frac{2}{3}\right)^n+9}=-\frac{1}{9}$.

Câu 5. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{|2-x|}{2x^2-5x+2}$

A. 1. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{|2-x|}{2x^2-5x+2}=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{2-x}{(x-2)(2x-1)}=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{-1}{2x-1}=-\frac{1}{3}$.

Câu 6. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-3x}+2x}{3x-1}$

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-3x}+2x}{3x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{|x|\sqrt{1-\frac{3}{x}}+2x}{x\left(3-\frac{1}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{1-\frac{3}{x}}+2x}{x\left(3-\frac{1}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-x\left(\sqrt{1-\frac{3}{x}}-2\right)}{x\left(3-\frac{1}{x}\right)}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-\left(\sqrt{1-\frac{3}{x}}-2\right)}{\left(3-\frac{1}{x}\right)}=\frac{1}{3}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\frac{a^2(x-2)}{\sqrt{x+2}-2} & khi\ \ x>2\\ (1-a)x & khi\ \ x\le 2\end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để hàm số liên tục trên tập xác định ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$

Với $x>2$ ta có $f(x)=\dfrac{a^2(x-2)}{\sqrt{x+2}-2}$ là hàm số liên tục trên từng khoảng xác định.

Do đó hàm số $f(x)$ liên tục trên $(2;+\infty)$

Với $x<2$ ta có $f(x)=(1-a)x$ là hàm số liên tục trên tập xác định. Do đó hàm số $f(x)$ liên tục trên $(-\infty;2)$

Với $x=2$ ta có $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}(1-a)x=2(1-a)=f(2)$

$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{a^2(x-2)}{\sqrt{x+2}-2}=\lim\limits_{x\to 2^+} a^2\left(\sqrt{x+2}+2\right)=4a^2$

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi hàm số liên tục tại $x=2$, nên

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)\Leftrightarrow 4a^2=2(1-a)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-1\\ a=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$

Vậy $a=-1$ là những giá trị cần tìm. Do đó có 1 giá trị nguyên *a*.

Câu 8. Cho các phát biểu sau phát biểu nào là đúng ?

A. Nếu hàm số $y=f(x)$ không liên tục tại x_0 thì nó có đạo hàm tại điểm đó.

B. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó không liên tục tại điểm đó.

C. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

D. Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục tại x_0 thì nó có đạo hàm tại điểm đó.

Lời giải

Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó còn nếu hàm số liên tục tại điểm x_0 thì nó chưa chắc có đạo hàm tại điểm đó.

Câu 9. Cho hàm số $y=x^3-5x+2$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y=7x-14$.

A. $y=7x-14$ và $y=7x+18$.

B. $y=7x-14$.

C. $y=7x+18$.

D. $y=7x-18$.

Lời giải

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tọa độ tiếp điểm.

Ta có: $y'=3x^2-5\Rightarrow y'(x_0)=3x_0^2-5$

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $y=7x-14$ nên hệ số góc tiếp tuyến bằng 7.

Suy ra: $y'(x_0)=7\Leftrightarrow 3x_0^2-5=7\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=2\\ x_0=-2\end{array}\right.$

Với $x_0=2\Rightarrow y_0=0$, phương trình tiếp tuyến là: $y=7(x-2)+0\Leftrightarrow y=7x-14$ (loại).

Với $x_0=-2\Rightarrow y_0=4$, phương trình tiếp tuyến là: $y=7(x+2)+4\Leftrightarrow y=7x+18$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) là: $y=7x+18$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$. Tính $f'(1)$.

A. $f'(1)=1$. **B.** $f'(1)=\frac{1}{2}$. **C.** $f'(1)=-1$. **D.** $f'(1)=-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=\frac{2}{(x+1)^2}\Rightarrow f'(1)=\frac{2}{(1+1)^2}=\frac{1}{2}$.

Câu 11. Tính $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x-\cos x}{\tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}$.

A. $-\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x-\cos x}{\tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\cos\sqrt{3x+1}$. Khẳng định nào là đúng?

A. $dy=\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}\sin\sqrt{3x+1}\,dx$. **B.** $dy=-\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}\sin\sqrt{3x+1}\,dx$.

C. $dy=-\frac{1}{2\sqrt{3x+1}}\cos\sqrt{3x+1}\,dx$. **D.** $dy=\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}\cos\sqrt{3x+1}\,dx$.

Lời giải

Ta có: $dy=\left(\cos\sqrt{3x+1}\right)'dx=-\left(\sqrt{3x+1}\right)'\sin\sqrt{3x+1}\,dx$

$=-\frac{(3x+1)'}{2\sqrt{3x+1}}\sin\sqrt{3x+1}\,dx=-\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}\sin\sqrt{3x+1}\,dx$.

Câu 13. Cho hàm số $y=\frac{x^4}{4}-x^3+1$. Tập nghiệm của bất phương trình $y'''\le 6$ là

A. $S=(-\infty;1]$. **B.** $S=(-\infty;2]$. **C.** $S=[2;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;2)$.

Lời giải

$y'=x^3-3x^2\Rightarrow y''=3x^2-6x\Rightarrow y'''=6x-6$.

$y'''\le 6\Leftrightarrow 6x-6\le 6\Leftrightarrow x\le 2$.

Tập nghiệm bất phương trình là $S=(-\infty;2]$.

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N là trung điểm của AC và AD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (BMN) và (BCD)?

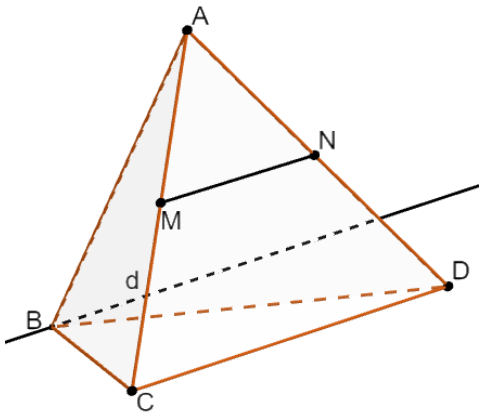
A. Đường thẳng d đi qua B và song song với BC.

B. Đường thẳng d đi qua B và song song với MN.

C. Đường thẳng d đi qua B và I, với I là giao điểm của MD và CN.

D. Đường thẳng d đi qua B và song song với MC.

Lời giải



Hai mặt phẳng (BMN) và (BCD): Có điểm E chung và $MN//CD$.nên theo tính chất giao tuyến của hai mặt phẳng thì giao tuyến là đường thẳng d đi qua B và song song với MN (hoặc song song CD)

Câu 15. Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp thì:

A. Các mặt bên là hình vuông. **B.** Các mặt bên là hình chữ nhật.

C. Các mặt bên là hình thoi. **D.** Các mặt bên là hình bình hành.

Lời giải

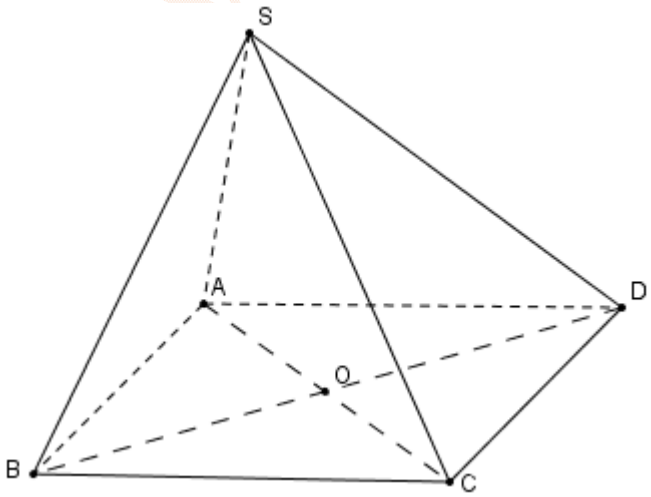
Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp thì tất cả các mặt là bình bình hành nên mặt bên cũng là hình bình hành.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{SO}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}=2\overrightarrow{SO}$.

C. $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SD}-\overrightarrow{SC}$. **D.** $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$.

Lời giải



Ta có $ABCD$ là hình bình hành tâm O nên theo tính chất trung điểm thì

+ $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$.

+ $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SD}-\overrightarrow{SC}\Leftrightarrow\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$.

+ $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=\left(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}\right)+\left(\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}\right)=2\overrightarrow{SO}+2\overrightarrow{SO}=4\overrightarrow{SO}$.

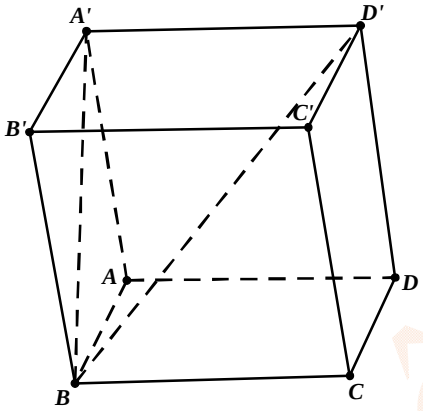
Nên phương án B sai, không có tính chất thõa mãn $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}=2\overrightarrow{SO}$.

Câu 17. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định **đúng**.

A. $\overrightarrow{BA'},\overrightarrow{BD'},\overrightarrow{BD}$ đồng phẳng. **B.** $\overrightarrow{BA'},\overrightarrow{BD'},\overrightarrow{BC}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{BA'},\overrightarrow{BD'},\overrightarrow{BC'}$ đồng phẳng. **D.** $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BD'},\overrightarrow{BC'}$ đồng phẳng.

Lời giải

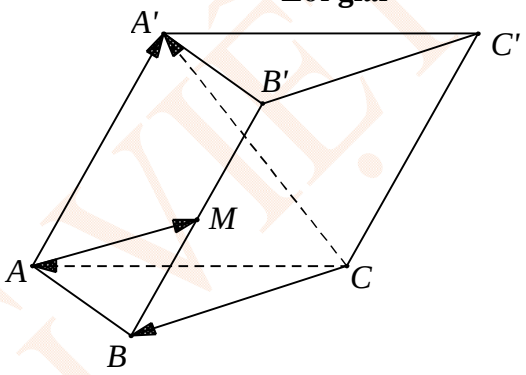


Ta có 3 véctơ $\overrightarrow{BA'},\overrightarrow{BD'},\overrightarrow{BC}$ đồng phẳng vì chúng có giá cùng nằm trên mặt phẳng $(BCD'A')$.

Câu 18. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB'. Đặt $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AA'}=\vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=\vec{b}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}$. **B.** $\overrightarrow{AM}=\vec{a}-\vec{c}+\frac{1}{2}\vec{b}$. **C.** $\overrightarrow{AM}=\vec{a}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{b}$. **D.** $\overrightarrow{AM}=\vec{b}-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$.

Lời giải



Ta phân tích như sau:

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BB'}=\vec{b}-\vec{a}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}=\vec{b}-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 19. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu đường thẳng $d\perp(\alpha)$ thì d vuông góc với hai đường thẳng trong (α).

B. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d\perp(\alpha)$.

C. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (α) thì d vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong (α).

D. Nếu $d\perp(\alpha)$ và đường thẳng $a\,//\,(\alpha)$ thì $d\perp a$.

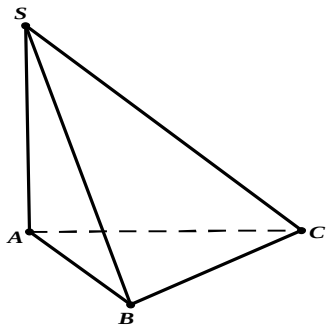
Lời giải

Đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d\perp(\alpha)$ chỉ đúng khi hai đường thẳng đó cắt nhau.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$ và $AB\perp BC$. Số các mặt của $S.ABC$ là tam giác vuông bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải



Ta có $AB \perp BC \Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác vuông tại B.

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp AC \end{cases} \Rightarrow \Delta SAB, \Delta SAC$ là các tam giác vuông tại A.

Mặt khác $\begin{cases} AB \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ là tam giác vuông tại B.

Vậy $S.ABC$ có bốn mặt đều là tam giác vuông.

Câu 21. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $c^2 + a = 18$ và $\lim\left(\sqrt{an^2 + bn} - cn\right) = 2$. Tính $P = a - 2b + 3c$

A. -24. **B.** 6. **C.** 12. **D.** -6.

Lời giải

Từ giả thiết $\lim\left(\sqrt{an^2 + bn} - cn\right) = 2$ suy ra $a > 0, c > 0$.

Ta có $\lim\left(\sqrt{an^2 + bn} - cn\right) = 2 \Leftrightarrow \lim \dfrac{\left(a - c^2\right)n^2 + bn}{\sqrt{an^2 + bn} + cn} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} a - c^2 = 0 & (1) \\ \dfrac{b}{\sqrt{a} + c} = 2 & (2) \end{cases}$

Mà $c^2 + a = 18$ (3)

Từ (1) và (3) ta có: $a = c^2 = 9 \Rightarrow c = 3$

Thay vào $(2) \Rightarrow b = 12$

Khi đó $P = a - 2b + 3c = -6$

Câu 22. Cho a, b là các số dương. Biết $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(\sqrt{9x^2 - ax} - \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5}\right) = \dfrac{7}{27}$. Tính giá trị của biểu thức $P = 9a - 2b$

A. $P = -14$. **B.** $P = 14$. **C.** $P = 7$. **D.** $P = -7$.

Lời giải

$$\lim_{x \to +\infty}\left(\sqrt{9x^2 - ax} - \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5}\right) = \lim_{x \to +\infty}\left[\left(\sqrt{9x^2 - ax} - 3x\right) - \left(\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} - 3x\right)\right]$$

$$= \lim_{x \to +\infty}\left(\sqrt{9x^2 - ax} - 3x\right) - \lim_{x \to +\infty}\left(\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} - 3x\right).$$

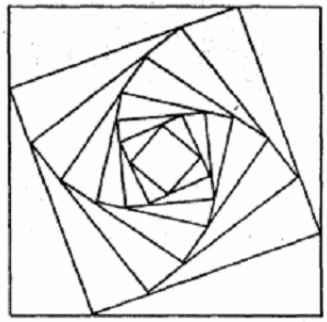
- $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(\sqrt{9x^2 - ax} - 3x\right) = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-ax}{x\left(\sqrt{9 - \dfrac{a}{x}} + 3\right)} = \dfrac{-a}{6}$

- $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} - 3x\right) = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{bx^2 + 5}{\left(\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5}\right)^2 + 3x\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} + 9x^2}$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2\left(b+\frac{5}{x^2}\right)}{x^2\left[\left(\sqrt[3]{27+\frac{b}{x}+\frac{5}{x^3}}\right)^2+3\sqrt[3]{27+\frac{b}{x}+\frac{5}{x^3}}+9\right]} = \frac{b}{27}$$

Do đó $\frac{-a}{6}+\frac{b}{27}=\frac{7}{27} \Leftrightarrow 9a-2b=-14$

Câu 23. Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng a. Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2)(Hình vẽ).



Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3,., C_n...$

Gọi S_i là diện tích của hình vuông $C_i\left(i\in\{1,2,3,.....\}\right)$. Đặt $T=S_1+S_2+S_3+...S_n+....$ Biết $T=\frac{32}{3}$, tính a?

A. 2. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Cạnh của hình vuông (C_2) là: $a_2=\sqrt{\left(\frac{3}{4}a\right)^2+\left(\frac{1}{4}a\right)^2}=\frac{a\sqrt{10}}{4}$. Do đó diện tích $S_2=\frac{5}{8}a^2=\frac{5}{8}S_1$.

Cạnh của hình vuông (C_3) là: $a_3=\sqrt{\left(\frac{3}{4}a_2\right)^2+\left(\frac{1}{4}a_2\right)^2}=\frac{a_2\sqrt{10}}{4}=a\left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)^2$.

Do đó diện $S_3=\left(\frac{5}{8}\right)^2a^2=\frac{5}{8}S_2$. Lý luận tương tự ta có các $S_1, S_2, S_3,...S_n....$ tạo thành một dãy cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1=S_1$ và công bội $q=\frac{5}{8}$.

$T=\frac{S_1}{1-q}=\frac{8a^2}{3}$. Với $T=\frac{32}{3}$ ta có $a^2=4\Leftrightarrow a=2$.

Câu 24. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim\limits_{x\to3}\frac{f(x)-15}{x-3}=12$. Tính $T=\lim\limits_{x\to3}\frac{\sqrt[3]{5f(x)-11}-4}{x^2-x-6}$.

A. $T=\frac{3}{20}$. **B.** $T=\frac{3}{40}$. **C.** $T=\frac{1}{4}$. **D.** $T=\frac{1}{20}$.

Lời giải

Do $\lim\limits_{x\to3}\frac{f(x)-15}{x-3}=12 \Rightarrow \lim\limits_{x\to3}f(x)=15$

$$T=\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt[3]{5f(x)-11}-4}{x^2-x-6}=\lim_{x\to 3}\frac{5f(x)-11-64}{(x-3)(x+2)\left(\left(\sqrt[3]{5f(x)-11}\right)^2+2\sqrt[3]{5f(x)-11}+4\right)}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{5\left(f(x)-15\right)}{(x-3)}\lim_{x\to 3}\frac{1}{(x+2)\left(\left(\sqrt[3]{5f(x)-11}\right)^2+4\sqrt[3]{5f(x)-11}+16\right)}=5.12.\frac{1}{5(4^2+4.4+16)}=\frac{1}{4}$$

Câu 25. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2}x\right)=\dfrac{a}{b\sqrt{8}}$ với $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Hỏi giá trị ab bằng bao nhiêu?

A. -3. **B.** -6. **C.** -72. **D.** -10.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2}x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{-3x+4}{\sqrt{2x^2-3x+4}+\sqrt{2}x}\right)$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{-3+\frac{4}{x}}{\sqrt{2-\frac{3}{x}+\frac{4}{x^2}}+\sqrt{2}}\right)=\frac{-3}{2\sqrt{2}}=\frac{-3}{\sqrt{8}}.$$

Khi đó $a=-3, b=1\Rightarrow a\cdot b=-3$.

Câu 26. Cho $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)-5}{x-4}=5$. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)-5}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{6f(x)+6}+4\right)}$

A. -2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)-5}{x-4}=5$ nên $f(4)=5$.

Khi đó $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)-5}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{6f(x)+6}+4\right)}=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)-5}{x-4}.\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{6f(x)+6}+4}=5.\dfrac{\sqrt{4}+2}{\sqrt{6.f(4)+6}+4}=2$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+x+3}-\sqrt[3]{13x+1}}{x-2}$ $(x\neq 2)$. Để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì phải bổ sung thêm $f(2)=\dfrac{a}{b}\left(a,b\in\mathbb{Z}^+;(a,b)=1\right)$. Khi đó $H=b-a$ chia hết cho số nào sau đây?

A. 8. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì hàm số liên tục tại $x=2$ hay $\lim\limits_{x\to 2}f(x)=f(2)$.

Ta có :

$$\lim_{x\to 2} f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2+x+3}-\sqrt[3]{13x+1}}{x-2}=\lim_{x\to 2}\left[\frac{\sqrt{x^2+x+3}-3}{x-2}+\frac{3-\sqrt[3]{13x+1}}{x-2}\right]$$

$$=\lim_{x\to 2}\left[\frac{x^2+x-6}{(x-2)\left(\sqrt{x^2+x+3}+3\right)}+\frac{26-13x}{(x-2)\left(9+3\sqrt[3]{13x+1}+\left(\sqrt[3]{13x+1}\right)^2\right)}\right]$$

$$=\lim_{x\to 2}\left[\frac{x+3}{\sqrt{x^2+x+3}+3}+\frac{-13}{9+3\sqrt[3]{13x+1}+\left(\sqrt[3]{13x+1}\right)^2}\right]$$

$$=\frac{5}{6}-\frac{13}{27}=\frac{19}{54}$$

Do đó $f(2)=\frac{19}{54}$. Suy ra $a=19, b=54$. Hay $H=b-a=54-19=35$ chia hết cho 5.

Câu 28. Cho phương trình $\sqrt{(x-2)^3}+5x-11=0$ (1). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Phương trình luôn vô nghiệm .
B. Phương trình có 3 nghiệm phân biệt lớn hơn 2 .
C. Phương trình có đúng hai nghiệm lớn hơn 2.
D. Phương trình có duy nhất một nghiệm và lớn hơn 2.

Lời giải

Điều kiện : $x\ge 2$.

Đặt $\sqrt{x-2}=t\ (t\ge 0)$. Phương trình đã cho trở thành : $t^3+5t^2-1=0$ (2).

Đặt $f(t)=t^3+5t^2-1$ thì hàm số liên tục trên $[0;+\infty)$.

Xét sự tồn tại nghiệm của phương trình : $t^3+5t^2-1=0$ trên $\mathbb{R}$ ta thấy:

$f(0)=-1,\ f(1)=5,\ f(-1)=3,\ f(-5)=-1$

Vì: $\begin{cases} f(-5).f(-1)<0 \\ f(-1).f(0)<0 \\ f(0).f(1)<0 \end{cases}$ nên (2) có 3 nghiệm phân biệt $t_1\in(-5;-1),\ t_2\in(-1;0),\ t_3\in(0;1)$.

Do đó trên $[0;+\infty)$ thì phương trình (2) có duy nhất một nghiệm. Khi đó phương trình (1) có duy nhất một nghiệm và $x=t^2+2>2$.

Câu 29. Tính đạo hàm của hàm số sau $f(x)=\begin{cases} x^2+x+1 \text{ khi } x\le 1 \\ \sqrt{x-1}+3 \text{ khi } x>1 \end{cases}$

A. $f'(x)=\begin{cases} 2x+1 \text{ khi } x\le 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \text{ khi } x>1 \end{cases}$.

B. $f'(x)=\begin{cases} 2x+1 \text{ khi } x\le 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{x-1}} \text{ khi } x>1 \end{cases}$.

C. $f'(x)=\begin{cases} 2x+1 \text{ khi } x<1 \\ \frac{1}{\sqrt{x-1}} \text{ khi } x>1 \end{cases}$.

D. $f'(x)=\begin{cases} 2x+1 \text{ khi } x<1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \text{ khi } x>1 \end{cases}$.

Lời giải

Với $x<1$ ta có: $f'(x)=2x+1$

Với $x>1$ ta có: $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}$

Tại $x=1$ ta có:

$\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^2+x-2}{x-1}=3$

$\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{x-1}}{x-1}=+\infty$ suy ra hàm số không có đạo hàm tại $x=1$

Vậy $f'(x)=\begin{cases}2x+1 & \text{khi } x<1\\ \dfrac{1}{2\sqrt{x-1}} & \text{khi } x>1\end{cases}$.

Câu 30. Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị (C). Biết rằng trên (C) có hai điểm $A(x_A;y_A),B(x_B;y_B)$ phân biệt, các tiếp tuyến với (C) tại A,B có cùng hệ số góc, đồng thời đường thẳng đi qua A và B vuông góc với đường thẳng $x+y-5=0$. Tính tổng $x_A-2x_B+2y_A-3y_B$, biết $x_A>x_B$.

A. 8. **B.** 14. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

$y=x^3-3x+2\Rightarrow y'=3x^2-3$

Tiếp tuyến với (C) tại A,B có cùng hệ số góc và chỉ khi

$$f'(x_A)=f'(x_B)\Leftrightarrow x_A^2=x_B^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_A=x_B\,(L)\\ x_A+x_B=0\end{array}\right.$$

$\Rightarrow A,B$ đối xứng nhau qua $I(0;2)$ là tâm đối xứng của (C).

$AB\perp d: x+y-5=0\Rightarrow AB: x-y+m=0$.

AB qua I nên ta có $m=2\Rightarrow AB: x-y+2=0$.

Khi đó hoành độ A,B thỏa mãn phương trình

$$x^3-3x+2=x+2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\,(L)\\ x=\pm 2\end{array}\right.\Rightarrow A(2;4),B(-2;0)$$

$x_A-2x_B+2y_A-3y_B=14.$

Câu 31. Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x-1$ có đồ thị là (C). Hỏi trên đường thẳng $y=3$ có bao nhiêu điểm mà từ đó kẻ được 2 tiếp tuyến đến (C) mà 2 tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Lấy điểm $M(m;3)$ bất kì thuộc đường thẳng $y=3$. Đường thẳng d đi qua $M(m;3)$ có hệ số góc k có phương trình $y=k(x-m)+3$.

Ta có: $y'=3x^2-12x+9$. Để d tiếp xúc với đồ thị (C) khi và chỉ khi hệ sau có nghiệm:

$$\begin{cases}x^3-6x^2+9x-1=k(x-m)+3 & (1)\\ k=3x^2-12x+9 & (2)\end{cases}.$$

Thay (2) vào (1) ta có:

$$x^3-6x^2+9x-1=(3x^2-12x+9)(x-m)+3$$
$$\Leftrightarrow 2x^3-3(m+2)x^2+12mx-9m+4=0$$
$$\Leftrightarrow (x-1)\left[2x^2-(4+3m)x+9m-4\right]=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ 2x^2-(4+3m)x+9m-4=0 \end{array}\right.$$

Với $x=1\Rightarrow k=0$. Tiếp tuyến là $y=3$.

Do không có tiếp tuyến nào của đồ thị vuông góc với tiếp tuyến $y=3$, nên yêu cầu bài toán tương đương với phương trình $2x^2-(4+3m)x+9m-4=0\ (*)$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1;x_2$, và tiếp tuyến tại chúng vuông góc với nhau.

Phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

$$\Leftrightarrow \Delta=(4+3m)^2-8(9m-4)>0$$
$$\Leftrightarrow 9m^2-48m+48>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<\frac{4}{3} \\ m>4 \end{array}\right.$$

Theo Viet, ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{4+3m}{2} \\ x_1.x_2=\dfrac{9m-4}{2} \end{cases}$

$$f'(x_1).f'(x_2)=-1\Leftrightarrow (3x_1^2-12x_1+9).(3x_2^2-12x_2+9)=-1$$

Ta có: $\Leftrightarrow (x_1x_2)^2-4x_1x_2(x_1+x_2)+3(x_1+x_2)^2+10x_1x_2-12(x_1+x_2)+9=\dfrac{-1}{9}$

$$\Leftrightarrow m=\frac{26}{27}$$

Vậy $M\left(\dfrac{26}{27};3\right)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 32. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}(m-1)x^3-2x^2+2mx-1$. Tập các giá trị của tham số m để $y'\le 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A. $m\in[-1;1]$. **B.** $m\in(-\infty;-1)$.

C. $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1]$.

Lời giải

Ta có: $y'=(m-1)x^2-4x+2m$.

$y'\le 0\Leftrightarrow (m-1)x^2-4x+2m\le 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$ (1)

Nếu $m=1$ thì bất phương trình trở thành $-4x+2<0\Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$ (không thỏa mãn với mọi $x\in\mathbb{R}$)

Nếu $m\ne 1$. Khi đó

$$(1)\Leftrightarrow \begin{cases} m-1<0 \\ \Delta'\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ 4-2m.(m-1)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ -2m^2+2m+4\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ \left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ m\ge 2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m\le -1.$$

Câu 33. Cho $y=\frac{1}{2}\sin 2x+2\cos x+3x+2$. Tổng các nghiệm trên đoạn $[0;50\pi]$ của phương trình $y'=0$ bằng

A. 1225π. **B.** $\frac{1225\pi}{2}$. **C.** $\frac{1225\pi}{4}$. **D.** 2450π.

Lời giải

Ta có: $y'=\cos 2x-2\sin x+3=-2\sin^2 x-2\sin x+4$.

$y'=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$.

vì $x\in[0;50\pi]$ nên $0\le\frac{\pi}{2}+k2\pi\le 50\pi\Leftrightarrow -\frac{1}{4}\le k\le\frac{99}{4}$.

Mặt khác $k\in\mathbb{Z}$ nên $k\in\{0;1;2;3;...;24\}$.

Suy ra tổng các nghiệm trên đoạn $[0;50\pi]$ của phương trình $y'=0$ là:

$$S_{25}=\frac{\pi}{2}+\frac{5\pi}{2}+\frac{9\pi}{2}+\frac{13\pi}{2}+....+\frac{97\pi}{2}=\frac{25\left(\frac{\pi}{2}+\frac{97\pi}{2}\right)}{2}=\frac{1225\pi}{2}.$$

Câu 34. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có $G_1;G_2$ lần lượt là trọng tâm tam giác BDA_1 và CB_1D_1. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $\overrightarrow{AC_1}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AG_1}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AG_2}$. **B.** $\overrightarrow{AC_1}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AG_1}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AG_2}$.

C. $\overrightarrow{AC_1}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AG_1}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AG_2}$. **D.** $\overrightarrow{AC_1}=\frac{3}{2}\left(\overrightarrow{AG_1}+\overrightarrow{AG_2}\right)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AG_1}+\overrightarrow{G_1B}$.

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AG_1}+\overrightarrow{G_1D}$.

$\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{AG_1}+\overrightarrow{G_1A_1}$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}=3\overrightarrow{AG_1}$.

M à $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{AC_1}$ suy ra $\overrightarrow{AC_1}=3\overrightarrow{AG_1}$. (1)

Ta lại có: $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AG_2}+\overrightarrow{G_2C}$.

$\overrightarrow{AB_1}=\overrightarrow{AG_2}+\overrightarrow{G_2B_1}$.

$\overrightarrow{AD_1}=\overrightarrow{AG_2}+\overrightarrow{G_2D_1}$.

Suy ra $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB_1}+\overrightarrow{AD_1}=3\overrightarrow{AG_2}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}=3\overrightarrow{AG_2}$.

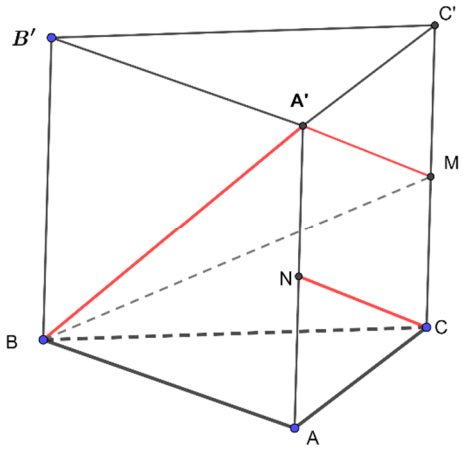
$\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AG_2}\Leftrightarrow\overrightarrow{AC_1}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AG_2}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\overrightarrow{AC_1}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AG_1}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AG_2}$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A, có $AB=a\sqrt{3}$ $AC=a$. Biết $A'B=a\sqrt{7}$, Gọi N là trung điểm AA'. Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và CN là φ. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $\cos\varphi=\dfrac{\sqrt{14}}{7}$. **B.** $\cos\varphi=\dfrac{-\sqrt{14}}{7}$. **C.** $\cos\varphi=\dfrac{\sqrt{14}}{28}$. **D.** $\cos\varphi=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm CC' suy ra $A'M//CN$

Khi đó $(A'B,CN)=(A'B,A'M)$.

Ta có:

$AA'=\sqrt{A'B^2-AB^2}=\sqrt{7a^2-3a^2}=2a$

$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{a^2+3a^2}=2a\Rightarrow BM=\sqrt{CM^2+BC^2}=\sqrt{a^2+4a^2}=a\sqrt{5}$

Vì tứ giác $A'MCN$ là hình bình hành $\Rightarrow CM=A'N=AN=\dfrac{AA'}{2}=a$

Và $A'M=CN=\sqrt{AC^2+AN^2}=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}$

Áp dụng định lý cô sin trong tam giác $\Delta A'BM$:

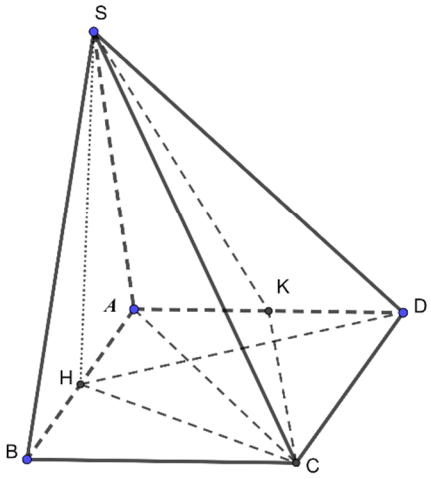
$\cos\widehat{BA'M}=\dfrac{A'B^2+A'M^2-BM^2}{2A'B.A'M}=\dfrac{7a^2+2a^2-5a^2}{2.a\sqrt{7}.a\sqrt{2}}=\dfrac{2}{\sqrt{14}}=\dfrac{\sqrt{14}}{7}$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác đều và $SC=2a\sqrt{2}$ .Gọi H,K lần lượt là trung điểm của AB và AD. Khẳng định nào sau đây **Sai**?

A. $CK\perp(SHD)$. **B.** $CK\perp SD$.

C. $AC\perp SK$. **D.** $CK\perp(SBC)$.

Lời giải



Ta có H là trung điểm AB và tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$ (1)

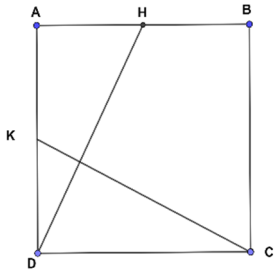
Mặt khác: $SH = a\sqrt{3}; SC = 2a\sqrt{2}, HC = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}$

Dễ thấy: $SH^2 + HC^2 = 3a^2 + 5a^2 = 8a^2 = \left(2a\sqrt{2}\right)^2 = SC^2 \Rightarrow \Delta SHC$ vuông tại H $\Rightarrow SH \perp HC$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Khi đó: $AC \perp SH, AC \perp HK \Rightarrow AC \perp (SHK) \Rightarrow AC \perp SK$ (Phương án C đúng)

Ta có:



$\Delta AHD = \Delta DKC\,(c-g-c) \Rightarrow \widehat{DKC} = \widehat{AHD}$

mà $\widehat{AHD} + \widehat{ADH} = 90^0 \Rightarrow \widehat{DKC} + \widehat{ADH} = 90^0 \Rightarrow CK \perp HD$

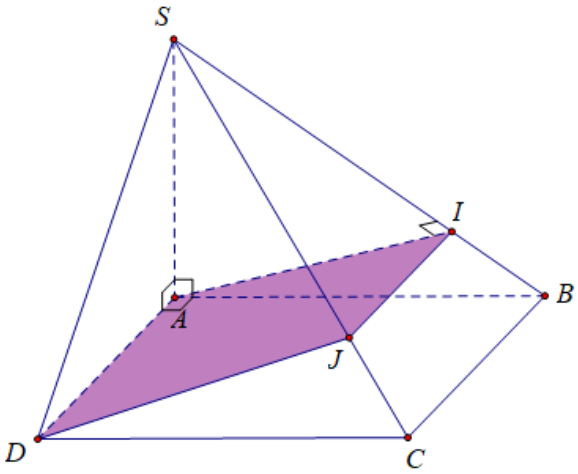
Lại có: $SH \perp CK \Rightarrow CK \perp (SHD)$

Suy ra phương án A, B đúng.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = a\sqrt{3}$. $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của A lên SB và (P) là mặt phẳng chứa AI và song song với BC. Diện tích thiết diện của mặt phẳng (P) với hình chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{9\sqrt{15}a^2}{25}$. **B.** $\dfrac{9\sqrt{15}a^2}{5}$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{5}a^2}{25}$. **D.** $\dfrac{9\sqrt{3}a^2}{25}$.

Lời giải



Xét ΔSAB là tam giác vuông tại A và $SA=2a,\ AB=a$. Vì I là hình chiếu vuông góc của A lên SB nên ta có: $\frac{1}{AI^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AB^2}=\frac{1}{(2a)^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{5}{4a^2}\Rightarrow AI=\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

+ Lại có: ΔAIB đồng dạng với $\Delta SAB\Rightarrow\frac{IB}{AB}=\frac{AB}{SB}$ hay

$IB=\frac{AB^2}{SB}=\frac{a^2}{\sqrt{SA^2+AB^2}}=\frac{a^2}{a\sqrt{5}}=\frac{a\sqrt{5}}{5}$

$\Rightarrow SI=SB-IB=a\sqrt{5}-\frac{a\sqrt{5}}{5}=\frac{4a\sqrt{5}}{5}$.

Vì (P) là mặt phẳng chứa AI và song song với $BC\Rightarrow AD\subset(P)$ và cắt SC tại điểm J thỏa mãn: $IJ//BC$

$\Rightarrow\frac{IJ}{BC}=\frac{SI}{SB}\Rightarrow IJ=\frac{SI.BC}{SB}=\frac{\frac{4a\sqrt{5}}{5}.a\sqrt{3}}{a\sqrt{5}}=\frac{4a\sqrt{3}}{5}$.

Khi đó (P) giao với hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình thang $ADJI$ với 2 đáy là $AD=a\sqrt{3}$ và $IJ=\frac{4a\sqrt{3}}{5}$.

Lại có $AD\perp(SAB)\Rightarrow AD\perp AI$ hay AI là chiều cao của hình thang $ADJI$ và $AI=\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

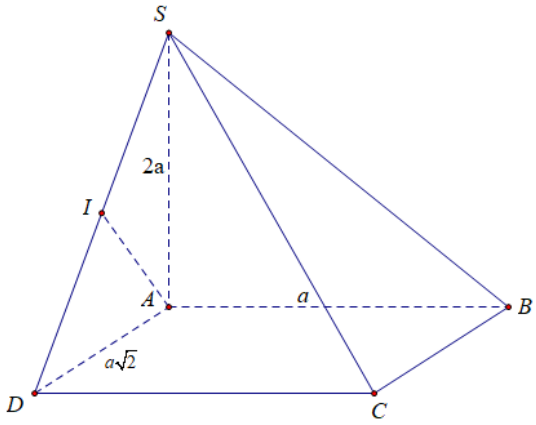
Vậy diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là:

$S=\frac{1}{2}(AD+IJ).AI=\frac{1}{2}\left(a\sqrt{3}+\frac{4a\sqrt{3}}{5}\right).\frac{2a}{\sqrt{5}}=\frac{9\sqrt{15}a^2}{25}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$. Ba cạnh SA,AB,AD đôi một vuông góc và $SA=2a$. Gọi I là trung điểm của SD. Tính $\cos(AI,SC)$

A. $\frac{\sqrt{42}}{42}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{42}}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{7}}$. **D.** $\frac{\sqrt{42}}{7}$.

Lời giải



Ta có: $AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2+a^2}=a\sqrt{3}$

$\Rightarrow SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=\sqrt{(2a)^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2}=a\sqrt{7}$;

$AI=\frac{1}{2}SD=\frac{1}{2}\sqrt{SA^2+AD^2}=\frac{1}{2}\sqrt{(2a)^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Khi đó: $\cos\left(AI,SC\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{AI},\overrightarrow{SC}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{SC}\right|}{\left|\overrightarrow{AI}\right|.\left|\overrightarrow{SC}\right|}=\frac{\left|\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{SC}\right|}{\frac{a\sqrt{6}}{2}.a\sqrt{7}}$.

Lại có: $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AS}+\overrightarrow{AD}\right)$; $\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AS}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AS}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AI}.\overrightarrow{SC}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AS}+\overrightarrow{AD}\right)\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AS}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AS}.\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AS}.\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AS}.\overrightarrow{AS}+\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AS}\right)$

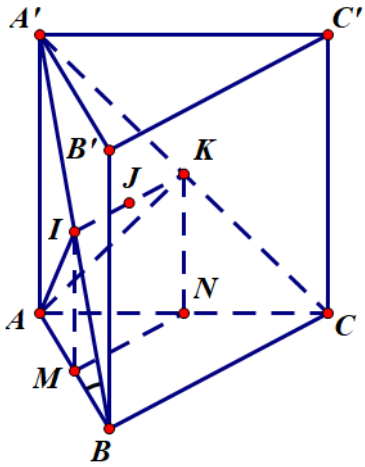
$=\frac{1}{2}\left(-AS^2+AD^2\right)=\frac{1}{2}\left(-4a^2+2a^2\right)=-a^2$.

$\Rightarrow \cos\left(AI,SC\right)=\frac{a^2}{\frac{a^2\sqrt{42}}{2}}=\frac{2}{\sqrt{42}}$.

Câu 39. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh $2a$ và góc $\widehat{ABA'}=60^\circ$. Gọi I,K lần lượt là trung điểm của $A'B$ và $A'C$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $\left(AIK\right)$ và $\left(ABC\right)$. Tính $\cos\varphi$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của I và K lên mặt phẳng (ABC).

Ta có góc giữa hai mặt phẳng (AIK) và (ABC) cũng chính là góc giữa hai mặt phẳng (AIK) và (AMN).

Mặt khác ΔAMN là hình chiếu vuông góc của ΔAIK lên (ABC).

Khi đó ta có $S_{\Delta AMN} = S_{\Delta AIK}.\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \dfrac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta AIK}}$ $(*)$.

Ta có $S_{\Delta AMN} = \dfrac{1}{2}AM.AN.\sin 60^\circ = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Xét $\Delta A'AB$ vuông tại ta có $A'A = AB.\tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$;

$A'B = \sqrt{AB^2 + A'A^2} = \sqrt{4a^2 + 12a^2} = 4a^2 \Rightarrow AI = AK = 2a$.

Gọi J là trung điểm IK suy ra $AJ = \sqrt{AI^2 - IJ^2} = \sqrt{4a^2 - \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{15}}{2}$.

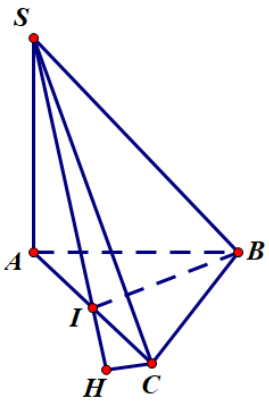
Ta có $S_{\Delta AIK} = \dfrac{1}{2}AJ.IK = \dfrac{1}{2}\dfrac{a\sqrt{15}}{2}.a = \dfrac{a^2\sqrt{15}}{4}$.

Vậy $\cos\varphi = \dfrac{\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}}{\dfrac{a^2\sqrt{15}}{4}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B, biết $SA = a\sqrt{6}$, $AB = BC = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của B lên cạnh AC. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBI).

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên cạnh SI.
Ta có $CH \perp SI$.

$CH \perp BI$, (Vì $BI \perp (SAC)$).

Suy ra $CH \perp (SBI)$. Vậy $d(C,(SBI)) = CH$.

Xét ΔABC vuông cân tại B nên ta có $AC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AI = CI = \frac{1}{2}AC = a\sqrt{2}$.

Xét ΔSAI vuông tại A ta có $\tan \widehat{SIA} = \frac{SA}{AI} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SIA} = 60^\circ$.

Xét ΔIHC vuông tại H ta có $\sin \widehat{HIC} = \sin \widehat{SIA} = \frac{HC}{IC} \Rightarrow HC = IC.\sin 60^\circ = a\sqrt{2}\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 41. Cho dãy số (a_n) thỏa mãn: $\begin{cases} a_1 = \frac{4}{3} \\ (n+2)^2 a_n = n^2 a_{n+1} - (n+1)a_n a_{n+1} \end{cases}$ $\forall n \geq 1, n \in \mathbb{N}$. Tìm $\lim a_n$.

A. $\lim a_n = -2$. **B.** $\lim a_n = 2$. **C.** $\lim a_n = 4$ **D.** $\lim a_n = -4$.

Lời giải

Dễ thấy $a_n \neq 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Từ giả thiết ta có $\frac{(n+2)^2}{a_{n+1}} = \frac{n^2}{a_n} - (n+1)$.

Với mỗi $n \in \mathbb{N}^*$, đặt $y_n = \frac{1}{a_n} + \frac{1}{4}$. Khi đó ta có $y_1 = 1$ và

$(n+2)^2\left(y_{n+1} - \frac{1}{4}\right) = n^2\left(y_n - \frac{1}{4}\right) - (n+1) \Rightarrow (n+2)^2 y_{n+1} = n^2 y_n \Rightarrow y_{n+1} = \frac{n^2}{(n+2)^2} y_n$.

Do đó:

$$y_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2\left(\frac{n-2}{n}\right)^2\left(\frac{n-3}{n-1}\right)^2 \cdots \left(\frac{1}{3}\right)^2 y_1 = \left[\frac{(n-1)(n-2)\ldots 1}{(n+1)n(n-1)\ldots 3}\right]^2 = \left[\frac{2}{(n+1)n}\right]^2 = \frac{4}{(n+1)^2 n^2}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{4}{4y_n - 1} = \frac{4n^2(n+1)^2}{16 - n^2(n+1)^2}.$$

Vậy $\lim a_n = \lim \frac{4n^2(n+1)^2}{16 - n^2(n+1)^2} = -4$.

Câu 42. Biết $a;b$ là các số thực thỏa mãn: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+1}-ax+b\right)=5$. Tính giá trị biểu thức $T=a^3+b^2$?

A. $T=-5$. **B.** $T=-26$. **C.** 2. **D.** $T=50$.

Lời giải

Xét $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+1}-ax+b\right)=5$

+) Nếu $a\neq 1$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+1}-ax+b\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{1-\frac{4}{x}+\frac{1}{x^2}}-a+\frac{b}{x}\right)=\infty$

Vì: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}x=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1-\frac{4}{x}+\frac{1}{x^2}}-a+\frac{b}{x}\right)=1-a\neq 0\end{cases}$.

Do đó $a=1$.

Khi đó: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+1}-ax+b\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+1}-x+b\right)$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-4x+1-(x-b)^2}{\left(\sqrt{x^2-4x+1}+x-b\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(2b-4)x+1-b^2}{\left(\sqrt{x^2-4x+1}+x-b\right)}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(2b-4)+\frac{1-b^2}{x}}{\sqrt{1-\frac{4}{x}+\frac{1}{x^2}}+1-\frac{b}{x}}=\dfrac{(2b-4)}{2}=b-2$

Mà $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+1}-ax+b\right)=5$ nên $b-2=5\Leftrightarrow b=7$.

Vậy $T=a^3+b^2=50$.

Cách 2: gv phản biện

Ta có:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+1}-ax+b\right)=5\Leftrightarrow\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(1-a^2\right)x^2+(2ab-4)x+1-b^2}{\left(\sqrt{1-\frac{4}{x}+\frac{1}{x^2}}+a\right)x-b}=5$$

Điều này xảy ra

$$\Leftrightarrow\begin{cases}1-a^2=0\\ \dfrac{2ab-4}{1+a}=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1(do 1+a\neq 0)\\ b=7\end{cases}$$

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+2020$. Với $a\neq 0, a,b,c\in R$ và $a+2b+4c-8>0$. Hỏi đồ thị hàm số $y=g(x)=a(x-2021)^3+b(x-2021)^2+c(x-2021)-1$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm. Biết $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$.

A. 3 **B**. 0 **C**. 1 **D**. 2

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=g(x)$ cắt trục hoành suy ra phương trình $a(x-2021)^3+b(x-2021)^2+c(x-2021)-1=0$ (1). Đặt $x-2021=t$ khi đó phương trình trở thành $at^3+bt^2+ct-1=0$ (2).

Nhận thấy mỗi giá trị của t cho ta một giá trị của x nên số nghiệm phân biệt của phương trình (2) là số nghiệm phân biệt của phương trình (1).

Xét hàm số $f(t)=at^3+bt^2+ct-1$ liên tục trên R . Có $f(0)=-1;\ f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{a+2b+4c-8}{8}>0$

$\Rightarrow f(0).f\left(\frac{1}{2}\right)<0$ nên phương trình (2) có nghiệm thuộc $\left(0;\frac{1}{2}\right)$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty\Rightarrow a<0\Rightarrow \lim\limits_{t\to-\infty} f(t)=+\infty$ nên tồn tại số thực âm α sao cho

$f(\alpha)>0\Rightarrow f(\alpha).f(0)<0$ nên phương trình (2) có nghiệm thuộc $(\alpha;0)$.

$\lim\limits_{t\to+\infty} f(t)=-\infty$ nên tồn tại số thực dương β sao cho $f(\beta)>0\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right).f(\beta)<0$ nên phương trình (2) có nghiệm thuộc $\left(\frac{1}{2};\beta\right)$.

Phương trình (2) là phương trình bậc 3 nên có tối đa 3 nghiệm vậy phương trình (2) có 3 nghiệm suy ra phương trình (1) có 3 nghiệm.

Câu 44. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{2(x+1)}$ có đồ thị là (C). Gọi điểm $M(x_0;y_0)$ với $x_0>-1$ là điểm thuộc (C), biết tiếp tuyến của (C) tại điểm M cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB có trọng tâm G nằm trên đường thẳng $d:4x+y=0$. Giá trị của $4x_0+2y_0$ bằng bao nhiêu?

A. 5. **B.** 7. **C.** –7. **D.** –5.

Lời giải

Có $y=\frac{x-1}{2(x+1)}\Rightarrow y'=\frac{1}{(x+1)^2}>0,\forall x\neq-1$.

Tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(x_0;y_0)$ có phương trình: $y=\frac{1}{(x_0+1)^2}(x-x_0)+\frac{x_0-1}{2(x_0+1)}$ (d).

Ta có : $A\left(-\frac{x_0^2}{2}+x_0+\frac{1}{2};0\right)$, $B\left(0;\frac{x_0^2-2x_0-1}{2(x_0+1)^2}\right)$

suy ra $G\left(-\frac{x_0^2}{6}+\frac{x_0}{3}+\frac{1}{6};\frac{x_0^2-2x_0-1}{6(x_0+1)^2}\right)$.

Vì $G\in d:4x+y=0$ ta có: $4.\left(-\frac{x_0^2}{6}+\frac{x_0}{3}+\frac{1}{6}\right)+\frac{x_0^2-2x_0-1}{6(x_0+1)^2}=0$

$\Leftrightarrow\left(x_0^2-2x_0-1\right)\left(-2+\frac{1}{2(x_0+1)^2}\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x_0^2-2x_0-1=0 & (1)\\ \frac{1}{2(x_0+1)^2}=2 & (2)\end{array}\right.$.

$(1):x_0^2-2x_0-1=0$ không xảy ra vì lúc này $A\equiv B\equiv O$.

$(2): \dfrac{1}{2(x_0+1)^2} = 2 \Leftrightarrow (x_0+1)^2 = \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = -\dfrac{1}{2} > -1 \ (\text{N}) \\ x_0 = -\dfrac{3}{2} < -1 \ (\text{L}) \end{array}\right.$.

Với $x_0 = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow y_0 = -\dfrac{3}{2} \Rightarrow 4x_0 + 2y_0 = -5.$

Câu 45. Cho $n \in \mathbb{N}^*; C_n^4 C_n^{n-4} + C_n^6 C_n^{n-6} = 2C_n^4 C_n^{n-6}$. Tính $T = 1^2.3.C_n^1 + 2^2.3^2.C_n^2 + ... + n^2.3^n.C_n^n$?

A. 930.4^8. **B.** 930.2^9. **C.** 930.4^9. **D.** 930.2^8

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Dung

Ta có $C_n^4 C_n^{n-4} + C_n^6 C_n^{n-6} = 2C_n^4 C_n^{n-6} \Leftrightarrow C_n^4 C_n^{n-4} + C_n^6 C_n^{n-6} - 2C_n^4 C_n^{n-6} = 0$

$\Leftrightarrow C_n^{n-4} C_n^{n-4} + C_n^{n-6} C_n^{n-6} - 2C_n^{n-4} C_n^{n-6} = 0$

$\Leftrightarrow \left(C_n^{n-4} - C_n^{n-6}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow C_n^{n-4} = C_n^{n-6} \Leftrightarrow n = 10.$

Ta có $(1+3x)^n = C_n^0 + C_n^1 3x + C_n^2 3^2 x^2 + ... + C_n^n 3^n x^n$.

Đạo hàm hai vế ta được: $3n(1+3x)^{n-1} = 3C_n^1 + 2.3^2 C_n^2 x + ... + n.3^n C_n^n x^{n-1}$.

$\Rightarrow 3nx(1+3x)^{n-1} = 3C_n^1 x + 2.3^2 C_n^2 x^2 + ... + n.3^n C_n^n x^n$.

Đạo hàm 2 vế ta được:

$3n\left[\left((1+3x)^{n-1}\right) + 3x(n-1)(1+3x)^{n-2}\right] = 3.C_n^1 + 2^2.3^2.C_n^2 x + ... + n^2.3^n.C_n^n x^{n-1}$.

Thay $x = 1$ vào 2 vế : $3n\left[4^{n-1} + 3(n-1)4^{n-2}\right] = 3.C_n^1 + 2^2.3^2 C_n^2 + ... + n^2.3^n.C_n^n$.

Với $n = 10, T = 1^2.3.C_n^1 + 2^2.3^2.C_n^2 + ... + n^2.3^n.C_n^n = 3n\left[4^{n-1} + 3(n-1)4^{n-2}\right]$.

$T = 30\left(4^9 + 27.4^8\right) = 30\left(4.4^8 + 27.4^8\right) = 930.4^8$.

Câu 46. Tính tổng

$S = 2.C_{2021}^2 + 3.2.9.C_{2021}^3 + 4.3.9^2.C_{2021}^4 + ... + 2019.2020.9^{2018} C_{2021}^{2020} + 2020.2021.9^{2019}.C_{2021}^{2021}$

A. 2021.10^{2021}. **B.** $2020.2021.9^{2019}$.

C. $2020.2021.10^{2019}$. **D.** $2019.2020.2021.10^{2021}$

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Sen

Với n là số nguyên dương, xét hàm số $f(x) = (1+x)^n$

$f'(x) = n.(1+x)^{n-1}$, $f''(x) = n.(n-1)(1+x)^{n-2}$

Mặt khác

$f(x) = C_n^0 + C_n^1.x + C_n^2 x^2 + ... + C_n^{n-2} x^{n-2} + C_n^{n-1} x^{n-1} + C_n^n x^n$

$f'(x) = C_n^1 + 2C_n^2 x + 3C_n^3 x^2 + ... + (n-2)C_n^{n-2} x^{n-3} + (n-1)C_n^{n-1} x^{n-2} + nC_n^n x^{n-1}$

$f''(x) = 2C_n^2 + 3.2C_n^3 x + ... + (n-2).(n-3)C_n^{n-2} x^{n-4} + (n-1).(n-2)C_n^{n-1} x^{n-3} + n.(n-1)C_n^n x^{n-2}$

Thay $n = 2021$, $x = 9$ vào biểu thức $f''(x)$

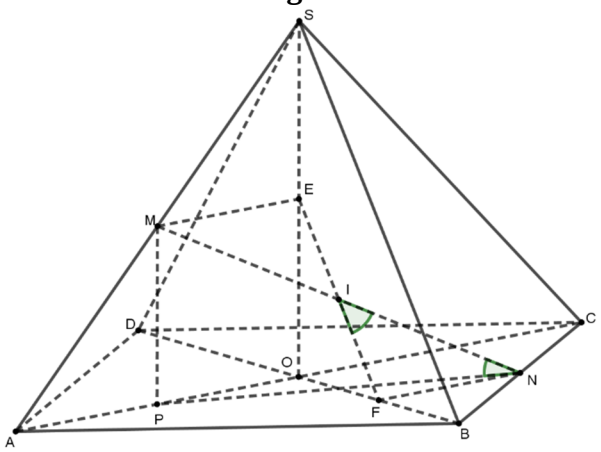
$S = 2.C_{2021}^2 + 3.2.9.C_{2021}^3 + 4.3.9^2.C_{2021}^4 + ... + 2019.2020.9^{2018} C_{2021}^{2020} + 2020.2021.9^{2019}.C_{2021}^{2021}$

$= 2020.2021.10^{2019}$

Câu 47. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng $60°$, cosin góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) bằng:

A. $\frac{\sqrt{41}}{41}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{41}}{41}$.

Lời giải



Gọi E, F lần lượt là trung điểm SO, OB thì EF là hình chiếu của MN trên (SBD).

Gọi P là trung điểm OA thì PN là hình chiếu của MN trên $(ABCD)$.

Theo bài ra: $\widehat{MNP}=60°$.

Áp dụng định lý cos trong tam giác CNP ta được:

$$NP^2=CP^2+CN^2-2CP.CN.\cos 45°=\left(\frac{3a\sqrt{2}}{4}\right)^2+\frac{a^2}{4}-2.\frac{3a\sqrt{2}}{4}.\frac{a}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{5a^2}{8}.$$

Suy ra: $NP=\frac{a\sqrt{10}}{4}$, $MP=NP.\tan 60°=\frac{a\sqrt{30}}{4}$; $SO=2MP=\frac{a\sqrt{30}}{2}$.

$SB=\sqrt{SO^2+OB^2}=2a\sqrt{2}\Rightarrow EF=a\sqrt{2}$.

Ta lại có: $MENF$ là hình bình hành (vì ME và NF song song và cùng bằng $\frac{1}{2}OA$).

Gọi I là giao điểm của MN và EF, khi đó góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) là $\widehat{NIF}$.

$\cos\widehat{NIF}=\frac{IF}{IN}=\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{4}{a\sqrt{10}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ với $SA=3, SB=4, SC=5$. Một mặt phẳng (α) thay đổi luôn đi qua trọng tâm của $S.ABC$ cắt các cạnh SA, SB, SC tại các điểm A_1, B_1, C_1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{1}{SA_1^2}+\frac{1}{SB_1^2}+\frac{1}{SC_1^2}$.

A. $\frac{7}{16}$. **B.** $\frac{5}{16}$. **C.** $\frac{7}{25}$. **D.** $\frac{8}{25}$.

Lời giải

Gọi G là trọng tâm của $S.ABC$ khi đó $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GS}=\vec{0}$.

Từ đó $\overrightarrow{SG}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}\right)$ (1).

Do A_1,B_1,C_1 thuộc các tia SA,SB,SC nên $\overrightarrow{SA},\overrightarrow{SA_1}$ cùng hướng, $\overrightarrow{SB},\overrightarrow{SB_1}$ cùng hướng, $\overrightarrow{SC},\overrightarrow{SC_1}$ cùng hướng, từ đó $\frac{\overrightarrow{SA}}{SA}=\frac{\overrightarrow{SA_1}}{SA_1},\frac{\overrightarrow{SB}}{SB}=\frac{\overrightarrow{SB_1}}{SB_1},\frac{\overrightarrow{SC}}{SC}=\frac{\overrightarrow{SC_1}}{SC_1}$.

Vậy (1) tương đương với $\overrightarrow{SG}=\frac{1}{4}\left(\frac{SA}{SA_1}\overrightarrow{SA_1}+\frac{SB}{SB_1}\overrightarrow{SB_1}+\frac{SC}{SC_1}\overrightarrow{SC_1}\right)$ (2)

Do G,A_1,B_1,C_1 thuộc một mặt phẳng nên từ (2) ta có $\frac{1}{4}\left(\frac{SA}{SA_1}+\frac{SB}{SB_1}+\frac{SC}{SC_1}\right)=1$

Hay $\frac{3}{x}+\frac{4}{y}+\frac{5}{z}=4$ trong đó $x=SA_1,y=SB_1,z=SC_1$.

Vậy bài toán quy về tìm giá trị nhỏ nhất của $P=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}$ trong điều kiện $\frac{3}{x}+\frac{4}{y}+\frac{5}{z}=4$ và $0<x<3;0<x<4;0<z<5$.

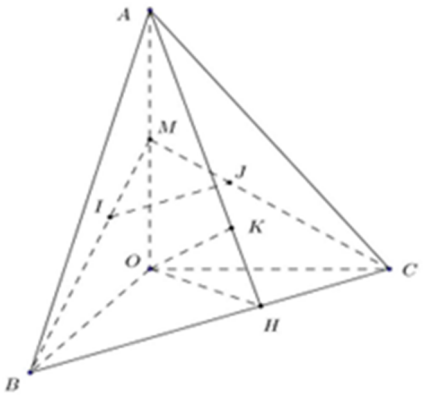
Ta có $16=\left(\frac{3}{x}+\frac{4}{y}+\frac{5}{z}\right)^2\le\left(3^2+4^2+5^2\right)\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}\right)$.

Suy ra $P=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}\ge\frac{8}{25}$

Câu 49. Cho tứ diện $O.ABC$ có ba cạnh OA,OB,OC đôi một vuông góc nhau tại O với $OA=3a$, $OB=a$, $OC=2a$. Gọi I,J lần lượt là trọng tâm các tam giác OAB và OAC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng IJ và AC.

A. $\frac{2a}{7}$. **B.** $\frac{4a}{7}$. **C.** $\frac{6a}{7}$. **D.** $\frac{8a}{7}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm cạnh OA.

Ta có $\frac{MI}{MB}=\frac{MJ}{MC}=\frac{1}{3}$ nên $IJ\,//\,BC$.

Do đó: $d\left(IJ,AC\right)=d\left(IJ,\left(ABC\right)\right)=d\left(I,\left(ABC\right)\right)=\frac{2}{3}.d\left(M,\left(ABC\right)\right)=\frac{1}{3}.d\left(O,\left(ABC\right)\right)$

Tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA,OB,OC đôi một vuông góc nhau tại O nên:

$$\frac{1}{d^2\left(O,(ABC)\right)}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{49}{36a^2}$$

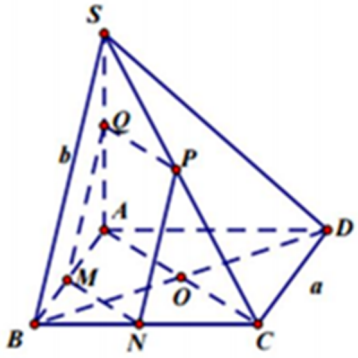
$$\Rightarrow d\left(O,(ABC)\right)=\frac{6a}{7}$$

Vậy $d\left(IJ,AC\right)=\frac{1}{3}.\frac{6a}{7}=\frac{2a}{7}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SB=b$ và tam giác SAC cân tại S. Trên cạnh AB lấy điểm M với $AM=x$ $\left(0<x<a\right)$. Mặt phẳng (α) qua M song song với AC, SB và cắt BC, SC, SA lần lượt tại N, P, Q. Xác định x để diện tích thiết diện $MNPQ$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x=\frac{a}{4}$. **B.** $x=\frac{a}{3}$. **C.** $x=\frac{a}{2}$. **D.** $x=\frac{a}{5}$.

Lời giải



Ta có: $MN\,//\,AC\Rightarrow MN=\frac{BM}{BA}.AC=\left(a-x\right)\sqrt{2}$

Tam giác SAB có $MQ\,//\,SB\Rightarrow MQ=\frac{AM}{BA}.SB=\frac{bx}{a}$

$S_{MNPQ}=MN.MQ=\frac{b\sqrt{2}}{a}.\left(a-x\right).x$ (đến đây ta có thể thử đáp án)

Ta có: $\left(a-x\right).x\le\frac{\left(a-x+x\right)^2}{4}=\frac{a}{4}$

Do đó S_{MNPQ} max khi $a-x=x\Rightarrow x=\frac{a}{2}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 24

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi

Câu 1. $\lim\dfrac{2n-3}{n+1}$ có giá trị bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -3. **D.** -1.

Câu 2. $\lim\limits_{x\to 1}\left(x^2+3x+2\right)$ có giá trị bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 6. **D.** $+\infty$.

Câu 3. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}$ có giá trị bằng

A. 1. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 4. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục tại x_0. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ tại x_0 là

A. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ (nếu tồn tại giới hạn).

B. $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$.

C. $f(x_0)$.

D. $\lim\limits_{h\to x_0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ (nếu tồn tại giới hạn).

Câu 5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề **sai** là:

A. $(\sin x)'=\cos x$. **B.** $\left(x^n\right)'=nx^{n-1}$ với $n\in\mathbb{N}$, $n>1$.

C. $\left(\dfrac{1}{x}\right)'=-\dfrac{1}{x^2}$ với $x\neq 0$. **D.** $\left(\sqrt{x}\right)'=\dfrac{2}{\sqrt{x}}$ với $x>0$.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $f(x)=2x^3-x^2+5x-1$ là

A. $f'(x)=2x^2-x+5$. **B.** $f'(x)=6x^2-2x-1$.

C. $f'(x)=3x^2-2x+5$. **D.** $f'(x)=6x^2-2x+5$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $MN\,//\,(SAB)$.

B. $MN\,//\,(SBD)$.

C. $MN\,//\,(SAC)$.

D. $MN\,//\,(ABCD)$

Câu 8. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $(A'BC)\,//\,(AB'C')$.

B. $(BA'C')\,//\,(B'AC)$.

C. $(ABC')\,//\,(A'B'C)$.

D. $(ABC)\,//\,(A'B'C')$

Câu 9. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng thứ 6 của dãy số là

A. 16. **B.** 9. **C.** 17. **D.** 18.

Câu 10. Số 7922 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số (u_n), biết $u_n = n^2 + 1$

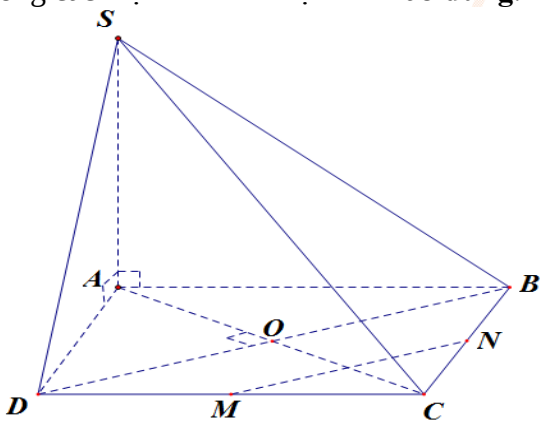
A. 79. **B.** 69. **C.** 89. **D.** 99

Câu 11. Cho đường thẳng DE song song với mặt phẳng (ABC). Mệnh đề nào dưới đây là mệnhđề **đúng**?

A. $\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng. **B.** $\overrightarrow{DE}; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{AE}; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng. **D.** $\overrightarrow{DE}; \overrightarrow{DB}; \overrightarrow{DC}$ đồng phẳng.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm CD và BC. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**.



A. $BC \perp (SAD)$. **B.** $AD \perp (SCD)$. **C.** $MN \perp (SBD)$. **D.** $MN \perp (SAC)$.

Câu 13. Biết rằng $\lim\left(\sqrt{n^2+n+2} - \sqrt{n^2+1}\right) = \frac{a}{b}$ trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của biểu thức $P = 5a^2 - b^2$ là

A. 1. **B.** -1 **C.** 0. **D.** 4.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -2a\sin x, x \le -\frac{\pi}{2} \\ a\sin x + b, -\frac{\pi}{2} \le x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x + 2, x \ge \frac{\pi}{2} \end{cases}$. Biết rằng hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $P = 2a + b$ là

A. $\frac{5}{2}$. **B.** 0 **C.** -1. **D.** $\frac{7}{2}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & khi\ x \ge 1 \\ 2x + 1 & khi\ x < 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 0$. **B.** $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 3$. **C.** $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = -1$. **D.** $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 0$.

Câu 16. Số gia của hàm số $y = 2x^2 - 3x + 1$ ứng với số gia Δx tại điểm x_0 là

A. $\Delta x.(4 + 2\Delta x - 3x_0)$. **B.** $\Delta x.(4x_0 + 2\Delta x - 3)$.

C. $\Delta x.(4\Delta x + 2x - 3x_0)$. **D.** $\Delta x.(4x + 3\Delta x - 2x_0)$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ bằng biểu thức có dạng $\dfrac{ax^2+bx}{(x-1)^2}$. Khi đó $a.b$ bằng:

A. $a.b=-2$. **B.** $a.b=-1$. **C.** $a.b=3$. **D.** $a.b=4$.

Câu 18. Cho hàm số $y=\sqrt{1+3x-x^2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $(y')^2+y.y''=-1$. **B.** $(y')^2+2y.y''=1$.

C. $y.y''-(y')^2=1$. **D.** $(y')^2+y.y''=1$.

Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sin x.\cos 2x$.

A. $\cos x.\cos 2x+2\sin 2x.\sin x$. **B.** $\cos x.\cos 2x-\sin 2x.\sin x$.

C. $\cos x.\cos 2x-2\sin 2x.\sin x$. **D.** $\cos x.\cos 2x-2\sin 2x$.

Câu 20: Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2+2x+3}{x^2+x+3}$. Nghiệm của phương trình $y'=0$ là

A. $x=2$ **B.** $x=-2$. **C.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 21. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=x^2-\dfrac{1}{x}$ tại điểm có hoành độ $x=-1$ là

A. $y=-x+1$. **B.** $y=x-1$. **C.** $y=-x+2$. **D.** $y=2x+1$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ bởi $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-4x^2+3x}{x^2-3x+2}, & x\neq 1\\ 0, & x=1\end{cases}$. Tính $f'(1)$

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Không tồn tại.

Câu 23. Tính tổng $S=3+7+11+15+...+79$

A. 120. **B.** 820. **C.** 1820. **D.** 182.

Câu 24. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng

A. $u_n=\dfrac{2n-1}{n+1}$. **B.** $u_n=\dfrac{1}{n}$. **C.** $u_n=\dfrac{n+5}{3n+1}$. **D.** $u_n=\dfrac{1}{2^n}$.

Câu 25. Cho dãy số (u_n) bởi công thức truy hồi sau $\begin{cases}u_1=0\\ u_{n+1}=u_n+n;\ n\geq 1\end{cases}$, u_{218} nhận giá trị nào sau đây

A. 23653. **B.** 46872. **C.** 23871. **D.** 23436.

Câu 26: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases}u_1=3\\ 2u_{n+1}=u_n+1, \forall n\geq 1\end{cases}$. Đặt $S_n=u_1+u_2+u_3+...+u_n,\ \forall n\geq 1$ .Tính S_{2020}.

A. $S_{2020}=2024-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{2018}$. **B.** $S_{2020}=2020-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{2019}$.

C. $S_{2020}=2024-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{2020}$. **D.** $S_{2020}=2020-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{2018}$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SA=SC$, $SB=SD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm AD và CD. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

A. $MN\perp SD$. **B.** $BD\perp MN$. **C.** $BD\perp SA$. **D.** $MN\perp SA$.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$ với $AC=\frac{3}{2}AD$, $\widehat{CAB}=\widehat{DAB}=60^0$, $CD=AD$. Gọi φ là góc giữa AB và CD. Chọn khẳng định đúng ?

A. $\cos\varphi=\frac{3}{4}$. **B.** $\varphi=60^0$. **C.** $\varphi=30^0$. **D.** $\cos\varphi=\frac{1}{4}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi D là trung điểm của BC. Trong các mặt phẳng (SAB), (SAC), (SBC), (ABC) và (SAD), có bao nhiêu cặp mặt phẳng vuông góc với nhau.

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 30. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm của đa giác đáy. Biết cạnh bên bằng $2a$ và $SO=a\sqrt{3}$. Tính góc giữa cạnh bên và mặt đáy.

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 90^0. **D.** 60^0.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA=a$, $SB=a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SM,DN.

A. $\frac{7\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Câu 32. Một vật chuyển động bởi công thức $v(t)=8t+3t^2$, t tính bằng giây, $v(t)$ tính bằng (m/s). Tính gia tốc của chất điểm khi vận tốc của vật là $11\,(m/s)$.

A. 20. **B.** 14. **C.** 2. **D.** 11.

Câu 33. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}1-2x & \text{khi } x\neq 0\\ 2 & \text{khi } x=0\end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=0$. **B.** Hàm số $f(x)$ liên tục tại -1.

C. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. **D.** Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x=1$.

Câu 34: Biết rằng $\lim\limits_{x\to-\sqrt{3}}\frac{2x^3+6\sqrt{3}}{3-x^2}=a\sqrt{3}+b$. Tính a^2+b^2.

A. 9. **B.** 25. **C.** 5. **D.** 13.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Cho biết $AB=2AD=2DC=2a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBA) và (SBC).

A. 90^0 **B.** $30°$ **C.** $45°$ **D.** $60°$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạch a, biết $SD\perp(ABCD)$; $\widehat{ABC}=120^0$ góc tạo bởi mặt phẳng (SBC) với đáy $(ABCD)$ bằng 60^0. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC)

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{3a}{2}$. **D.** $\frac{3a}{4}$.

Câu 37. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, $\widehat{BAD}=60°$, cạnh đáy bằng a. Biết hình chiếu H của đỉnh S lên mặt phẳng đáy trùng với giao điểm hai đường chéo của hình thoi, $SH=\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Khoảng cách từ đường thẳng CD đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a}{4}$. **C.** $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 38: Biết rằng $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2\sqrt{1+x}-\sqrt[3]{8-x}}{x}=\frac{a}{b}$ (với a,b là số nguyên). Tính $a-b$:

A. 25. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $-\frac{13}{12}$.

Câu 39. Cho $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt[3]{3x+5}}{x^2-3x+2}\right)=\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, a,b là số nguyên). Tính tổng $P=a^2+b^2$.

A. $P=5$. **B.** $P=3$. **C.** $P=2$. **D.** $P=-2$.

Câu 40. Cho $a,\ b$ là các số thực thỏa mãn $\lim\frac{an^3+bn^2+2n+4}{n^2+1}=1$. Tổng $2a+b$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C** 3. **D.** 5.

Câu 41. Cho a và b là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa a và b để hàm số $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{ax+1}-1}{x} & \text{khi } x\neq 0\\ 4x^2+5b & \text{khi } x=0\end{cases}$ liên tục tại $x=0$.

A. $a=5b$. **B.** $a=10b$. **C.** $a=b$. **D.** $a=2b$.

Câu 42. Cho phương trình : $(m^2-4)(x-1)^{2020}=2019.\sqrt{4-x}$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của mđể phương trình trên vô nghiệm.

A. 5 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Câu 43. Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{21}{1-x^{21}}-\frac{20}{1-x^{20}}\right)=\frac{a}{b}$, ($a,b\in\mathbb{Z}$, $\frac{a}{b}$ tối giản). Tính tổng $S=a+b$

A. 41 . **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 5 .

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-(m-2)x^2-(2m-3)x+2020$, biết rằng tồn tại giá trị m sao cho $f'(x)\geq 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$, khi đó m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-3;-1)$. **C.** $(3;6)$. **D.** $(-4;-2)$.

Câu 45. Cho hàm số $y=\frac{x+2}{2x+3}(C)$, đường thẳng $y=ax+b$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C), biết tiếp tuyến cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại A và B sao cho tam giác OAB cân tại O với O là gốc tọa độ. Tính $S=a^2+b^2$?

A. $S=8$ **B.** $S=1$ **C.** $S=5$ **D.** $S=10$

Câu 46. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}ax^2+bx+1, x\geq 0\\ ax-b-1, x<0\end{cases}$. Khi hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x_0=0$. Hãy tính $T=a+2b$.

A. $T=-4$. **B.** $T=0$. **C.** $T=-6$. **D.** $T=4$.

Câu 47. Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+m$, có đồ thị (C) với m là tham số thực. Gọi A là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ bằng 1. Tìm m để tiếp tuyến Δ với đồ thị (C) tại A cắt đường tròn $(\gamma):x^2+(y-1)^2=4$ tạo thành một dây cung có độ dài nhỏ nhất.

A. $\frac{16}{13}$. **B.** $-\frac{13}{16}$. **C.** $\frac{13}{16}$. **D.** $-\frac{16}{13}$.

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB=2a$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (DBC') và $(AD'B')$.

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. **B.** $\sqrt{3}a$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $4a$. Chân đường cao hạ từ đỉnh S lên mặt phẳng đáy là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $AB=4AH$, góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60^o. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC.

A. $\frac{4a\sqrt{2067}}{53}$. **B.** $\frac{4a\sqrt{2067}}{43}$. **C.** $\frac{4a\sqrt{2067}}{23}$. **D.** $\frac{4a\sqrt{2067}}{33}$.

Câu 50. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên $AA'=a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là:

A. $a\sqrt{2}$ **B.** $\frac{a}{3}$ **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ **D.** $\frac{2a}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.D	4.A	5.D	6.D	7.D	8.D	9.D	10.C
11.B	12.D	13.A	14.A	15.B	16.B	17.A	18.A	19.C	20.C
21.A	22.D	23.B	24.A	25.A	26.A	27.D	28.D	29.B	30.D
31.C	32.B	33.B	34.A	35.D	36.D	37.D	38.B	39.A	40.B
41.B	42.B	43.C	44.A	45.C	46.C	47.C	48.A	49.A	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. $\lim\dfrac{2n-3}{n+1}$ có giá trị bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\dfrac{2n-3}{n+1}=\lim\dfrac{2-\dfrac{3}{n}}{1+\dfrac{1}{n}}=\dfrac{2-0}{1+0}=2.$

Câu 2. $\lim\limits_{x\to 1}\left(x^2+3x+2\right)$ có giá trị bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 6. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to 1}\left(x^2+3x+2\right)=1^2+3.1+2=6.$

Câu 3. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}$ có giá trị bằng

A. 1. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x+1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}(x+1)=2.$

Câu 4. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục tại x_0. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ tại x_0 là

A. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ (nếu tồn tại giới hạn).

B. $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$.

C. $f(x_0)$.

D. $\lim\limits_{h\to x_0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ (nếu tồn tại giới hạn).

Lời giải

Chọn A

Câu 5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề **sai** là:

A. $(\sin x)'=\cos x$.

B. $\left(x^n\right)'=nx^{n-1}$ với $n\in\mathbb{N}$, $n>1$.

C. $\left(\dfrac{1}{x}\right)'=-\dfrac{1}{x^2}$ với $x\neq 0$.

D. $\left(\sqrt{x}\right)'=\dfrac{2}{\sqrt{x}}$ với $x>0$.

Lời giải

Chọn D

Với $x>0$, $\left(\sqrt{x}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $f(x)=2x^3-x^2+5x-1$ là

A. $f'(x)=2x^2-x+5$.

B. $f'(x)=6x^2-2x-1$.

C. $f'(x)=3x^2-2x+5$.

D. $f'(x)=6x^2-2x+5$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $MN\,//\,(SAB)$.

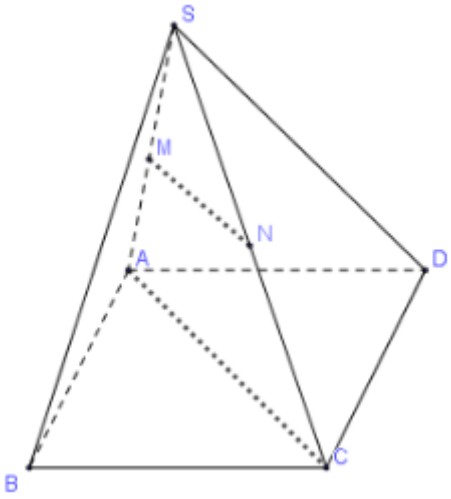
B. $MN\,//\,(SBD)$.

C. $MN\,//\,(SAC)$.

D. $MN\,//\,(ABCD)$

Lời giải

Chọn D



Xét tam giác SAC ta thấy $MN\,//\,AC$ và $MN\not\subset(ABCD)$ suy ra $MN\,//\,(ABCD)$.

Câu 8. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $(A'BC)\,//\,(AB'C')$.

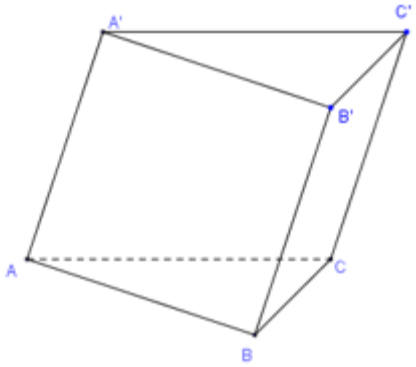
B. $(BA'C')\,//\,(B'AC)$.

C. $(ABC')\,//\,(A'B'C)$.

D. $(ABC)\,//\,(A'B'C')$

Lời giải

Chọn D



Câu 9. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng thứ 6 của dãy số là

A. 16. **B.** 9. **C.** 17. **D.** 18.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_2 = u_1 + 1 = 4$; $u_3 = u_2 + 2 = 6$; $u_4 = u_3 + 3 = 9$; $u_5 = u_4 + 4 = 13$; $u_6 = u_5 + 5 = 18$

Do đó số hạng thứ 6 của dãy số là 18.

Câu 10. Số 7922 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số (u_n), biết $u_n = n^2 + 1$

A. 79. **B.** 69. **C.** 89. **D.** 99

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_n = 7922 \Leftrightarrow n^2 + 1 = 7922 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 89 \\ n = -89 \end{array}\right.$.

Vì $n \in \mathbb{N}^*$ nên $n = 89$.

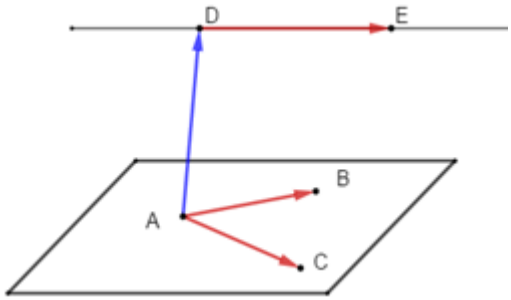
Câu 11. Cho đường thẳng DE song song với mặt phẳng (ABC). Mệnh đề nào dưới đây là mệnhđề **đúng**?

A. $\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng. **B.** $\overrightarrow{DE}; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{AE}; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng. **D.** $\overrightarrow{DE}; \overrightarrow{DB}; \overrightarrow{DC}$ đồng phẳng.

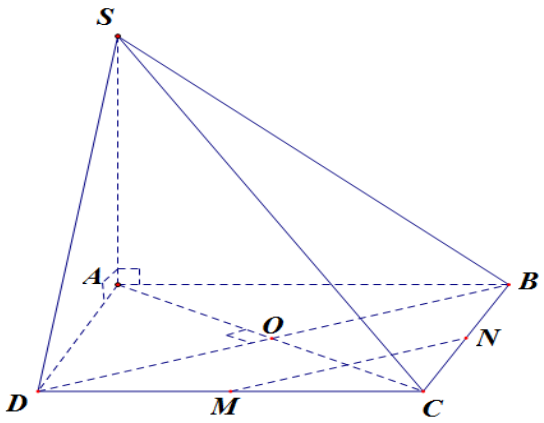
Lời giải

Chọn B



Ba vectơ đồng phẳng khi và chỉ khi ba vectơ đó có giá song song hoặc nằm trong một mặt phẳng.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm CD và BC. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**.



A. $BC \perp (SAD)$. **B.** $AD \perp (SCD)$. **C.** $MN \perp (SBD)$. **D.** $MN \perp (SAC)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $BC // AD$ (Vì tứ giác $ABCD$ là hình vuông) nên $BC \perp (SAD)$ sai. Suy ra đáp án **A** sai.

Ta giả sử $AD \perp (SCD) \Rightarrow AD \perp SD$. (Vô lí vì trong tam giác không có hai góc vuông) nên $AD \perp (SCD)$ sai. Suy ra đáp án **B** sai.

Ta có: $MN // BD$ (Vì MN là đường trung bình của tam giác BCD) nên $MN \perp (SBD)$ sai. Suy ra đáp án **C** sai.

Ta có:

$$\left.\begin{array}{l} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{array}\right\} \Rightarrow BD \perp (SAC) \qquad (1)$$

Mà $MN // BD$ (Vì MN là đường trung bình của tam giác BCD) (2)

Từ (1) và (2) suy ra, $MN \perp (SAC)$.

Vậy đáp án **D** đúng.

Câu 13. Biết rằng $\lim\left(\sqrt{n^2+n+2}-\sqrt{n^2+1}\right)=\frac{a}{b}$ trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của biểu thức $P = 5a^2 - b^2$ là

A. 1. **B.** -1 **C.** 0 . **D.** 4 .

Lời giải

Chọn A.

Ta có:

$$\lim\left(\sqrt{n^2+n+2}-\sqrt{n^2+1}\right)$$

$$= \lim \frac{n^2+n+2-\left(n^2+1\right)}{\sqrt{n^2+n+2}+\sqrt{n^2+1}}$$

$$= \lim \frac{n+1}{n\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{2}{n^2}}+n\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}}$$

$$= \lim \frac{1+\frac{1}{n}}{\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{2}{n^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}} = \frac{1}{2}$$

Suy ra : $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$

Vậy $P=5a^2-b^2=1$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} -2a\sin x, x\le -\dfrac{\pi}{2} \\ a\sin x+b, -\dfrac{\pi}{2}\le x<\dfrac{\pi}{2} \\ \cos x+2, x\ge \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$. Biết rằng hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $P=2a+b$ là

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** 0 **C.** -1. **D.** $\dfrac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Trên $\left(-\infty;-\dfrac{\pi}{2}\right)$ ta có $f(x)=-2a\sin x$ nên $f(x)$ liên tục trên $\left(-\infty;-\dfrac{\pi}{2}\right)$

Trên $\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$ ta có $f(x)=a\sin x+b$ nên $f(x)$ liên tục trên $\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$ với mọi $a,b\in\mathbb{R}$

Trên $\left(\dfrac{\pi}{2};+\infty\right)$ ta có $f(x)=\cos x+2$ nên $f(x)$ liên tục trên $\left(\dfrac{\pi}{2};+\infty\right)$

Vậy $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f(x)$ liên tục tại $x_1=-\dfrac{\pi}{2}$ và $f(x)$ liên tục tại $x_2=\dfrac{\pi}{2}$

Ta có:

$\lim\limits_{x\to\left(-\frac{\pi}{2}\right)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to\left(-\frac{\pi}{2}\right)^-}(-2a\sin x)=2a$

$\lim\limits_{x\to\left(-\frac{\pi}{2}\right)^+} f(x)=\lim\limits_{x\to\left(-\frac{\pi}{2}\right)^+}(a\sin x+b)=-a+b$

$f\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=a\sin\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)+b=-a+b$

Vậy $f(x)$ liên tục tại $x_1=-\dfrac{\pi}{2}$ khi và chỉ khi

$\lim\limits_{x\to\left(-\frac{\pi}{2}\right)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to\left(-\frac{\pi}{2}\right)^+} f(x)=f\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow 2a=-a+b\Leftrightarrow 3a-b=0$

Ta có:

$\lim\limits_{x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^-}(a\sin x+b)=a+b$

$\lim\limits_{x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^+} f(x)=\lim\limits_{x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^+}(\cos x+2)=2$

$f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right)+2=2$

Vậy $f(x)$ liên tục tại $x_2=\dfrac{\pi}{2}$ khi và chỉ khi

$\lim\limits_{x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^+} f(x)=f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow a+b=2$

Vậy $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\begin{cases}3a-b=0\\a+b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\b=\dfrac{3}{2}\end{cases}$

Vậy $P=2a+b=\dfrac{5}{2}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2-1 & khi\ x\ge 1\\2x+1 & khi\ x<1\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=0$. **B.** $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=3$. **C.** $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-1$. **D.** $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=0$.

Lời giải

Chọn B

Do $x\to 1^-$ nên $x<1$. Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}(2x+1)=2.1+1=3$.

Suy ra:Đáp án A, C sai.

Do $x\to 1^+$ nên $x>1$. Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}(x^2-1)=1^2-1=0$.

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^-} f(x)\ne\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1} f(x)$ không tồn tại.

Suy ra: Đáp án D sai.

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 16. Số gia của hàm số $y=2x^2-3x+1$ ứng với số gia Δx tại điểm x_0 là

A. $\Delta x.(4+2\Delta x-3x_0)$. **B.** $\Delta x.(4x_0+2\Delta x-3)$.

C. $\Delta x.(4\Delta x+2x-3x_0)$. **D.** $\Delta x.(4x+3\Delta x-2x_0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\begin{aligned}\Delta y&=f(x_o+\Delta x)-f(x_o)\\&=2(x_o+\Delta x)^2-3(x_o+\Delta x)+1-2x_o^2+3x_o-1\\&=2\left(x_o^2+2x_o\Delta x+(\Delta x)^2\right)-3x_o-3\Delta x+1-2x_o^2+3x_o-1\\&=4x_o.\Delta x+2(\Delta x)^2-3\Delta x\\&=\Delta x(4x_o+2\Delta x-3)\end{aligned}$$

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ bằng biểu thức có dạng $\dfrac{ax^2+bx}{(x-1)^2}$. Khi đó $a.b$ bằng:

A. $a.b=-2$. **B.** $a.b=-1$. **C.** $a.b=3$. **D.** $a.b=4$.

Lời giải

Chọn A

$$y'=\frac{(2x-1)(x-1)-(x^2-x+1)}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}\Rightarrow a.b=-2.$$

Câu 18. Cho hàm số $y=\sqrt{1+3x-x^2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $(y')^2+y.y''=-1.$ **B.** $(y')^2+2y.y''=1.$

C. $y.y''-(y')^2=1.$ **D.** $(y')^2+y.y''=1.$

Lời giải

Chọn A

$y=\sqrt{1+3x-x^2}\Rightarrow y^2=1+3x-x^2$

$\Rightarrow 2y.y'=3-2x\Rightarrow 2.(y')^2+2y.y''=-2\Rightarrow (y')^2+y.y''=-1.$

Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sin x.\cos 2x$.

A. $\cos x.\cos 2x+2\sin 2x.\sin x.$ **B.** $\cos x.\cos 2x-\sin 2x.\sin x.$

C. $\cos x.\cos 2x-2\sin 2x.\sin x.$ **D.** $\cos x.\cos 2x-2\sin 2x.$

Lời giải

Chọn C

Áp dụng $(u.v)'=u'.v+uv'$

$y'=(\sin x)'.\cos 2x+(\cos 2x)'.\sin x=\cos x.\cos 2x-\sin 2x.(2x)'.\sin x$

$y'=\cos x.\cos 2x-2\sin 2x.\sin x.$

Câu 20: Cho hàm số $y=\frac{2x^2+2x+3}{x^2+x+3}$. Nghiệm của phương trình $y'=0$ là

A. $x=2$ **B.** $x=-2.$ **C.** $x=-\frac{1}{2}.$ **D.** $x=\frac{1}{2}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có : $y=\frac{2x^2+2x+3}{x^2+x+3}=2-\frac{3}{x^2+x+3}\Rightarrow y'=\frac{3(2x+1)}{(x^2+x+3)^2}=\frac{6x+3}{(x^2+x+3)^2}.$

$y'=0\Leftrightarrow 6x+3=0\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}.$

Câu 21. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=x^2-\frac{1}{x}$ tại điểm có hoành độ $x=-1$ là

A. $y=-x+1.$ **B.** $y=x-1.$ **C.** $y=-x+2.$ **D.** $y=2x+1.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=x^2-\frac{1}{x}\Rightarrow f'(x)=2x+\frac{1}{x^2}\Rightarrow f'(-1)=-1;f(-1)=2$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=x^2-\frac{1}{x}$ tại điểm có hoành độ $x=-1$ là

$y=-(x+1)+2$ hay $y=-x+1.$

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ bởi $f(x)=\begin{cases}\frac{x^3-4x^2+3x}{x^2-3x+2}, & x\neq 1\\ 0, & x=1\end{cases}$. Tính $f'(1)$

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-4x^2+3x}{x^2-3x+2}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x(x-1)(x-3)}{(x-1)(x-2)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x(x-3)}{x-2}=2$

Suy ra $\lim\limits_{x\to 1} f(x)\neq f(1)$

Do đó, hàm số không liên tục tại điểm $x=1$

Vậy hàm số đã cho không tồn tại đạo hàm tại $x=1$.

Câu 23. Tính tổng $S=3+7+11+15+...+79$

A. 120. **B.** 820. **C.** 1820. **D.**182.

Lời giải

Chọn B

S là tổng của cấp số cộng gồm n số hạng với $u_1=3$, $d=4$, $u_n=79$.

Ta có $u_n=u_1+(n-1)d \Rightarrow n=\dfrac{u_n-u_1}{d}+1=\dfrac{79-3}{4}+1=20$.

Do đó $S=\dfrac{n(u_1+u_n)}{2}=\dfrac{20(3+79)}{2}=820$.

Câu 24. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng

A. $u_n=\dfrac{2n-1}{n+1}$. **B.** $u_n=\dfrac{1}{n}$. **C.** $u_n=\dfrac{n+5}{3n+1}$. **D.** $u_n=\dfrac{1}{2^n}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_{n+1}=\dfrac{2(n+1)-1}{n+1+1}=\dfrac{2n+1}{n+2}$.

Vì $u_{n+1}-u_n=\dfrac{2n+1}{n+2}-\dfrac{2n-1}{n+1}=\dfrac{3}{(n+2)(n+1)}>0$, với mọi $n\in\mathbb{N}^*$.

Nên $u_{n+1}>u_n$ .Vậy dãy số $u_n=\dfrac{2n-1}{n+1}$ là dãy số tăng.

Câu 25. Cho dãy số (u_n) bởi công thức truy hồi sau $\begin{cases}u_1=0\\ u_{n+1}=u_n+n;\ n\geq 1\end{cases}$, u_{218} nhận giá trị nào sau đây

A. 23653 . **B.** 46872 . **C.** 23871 . **D.** 23436 .

Lời giải

Chọn A

Cách 1.

Đặt $v_n=u_{n+1}-u_n=n\Rightarrow v_{n-1}=u_n-u_{n-1}=n-1$

Vì $v_n-v_{n-1}=n-(n-1)=1$ nên (v_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $v_1=u_2-u_1=1$ và công sai $d=1$.

Xét tổng $S_{217}=v_1+v_2+...+v_{217}=\left[v_1+\dfrac{(n-1)d}{2}\right].n=\left[1+\dfrac{(217-1).1}{2}\right].217=23653$.

Mà $S_{217}=v_1+v_2+...+v_{217}=(u_2-u_1)+(u_3-u_2)+...+(u_{218}-u_{217})=u_{218}-u_1$

$\Rightarrow u_{218}=S_{217}+u_1=23653$.

Cách 2.Sử dụng liệt kê và cộng vế với vế.

Ta có

$$u_{218} = u_{217} + 217$$
$$u_{217} = u_{216} + 216$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$u_2 = u_1 + 1$$

Cộng vế với vế ta được

$$u_{218} + u_{217} + \ldots + u_2 = (u_{217} + u_{216} + \ldots + u_1) + (217 + 216 + \ldots + 2 + 1)$$

Hay $u_{218} = u_1 + (1 + 2 + 3 + \ldots + 217) = 0 + \dfrac{217.(217+1)}{2} = \dfrac{217.(217+1)}{2} = 23653.$

Câu 26: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ 2u_{n+1} = u_n + 1, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n, \ \forall n \geq 1$ .Tính S_{2020}.

A. $S_{2020} = 2024 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2018}$.

B. $S_{2020} = 2020 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2019}$.

C. $S_{2020} = 2024 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2020}$.

D. $S_{2020} = 2020 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2018}$.

Lời giải

Chọn A

Xét dãy số (v_n) với $v_n = u_n - 1$, $n \geq 1$.

Ta có $v_{n+1} = u_{n+1} - 1 = \dfrac{1}{2}u_n + \dfrac{1}{2} - 1 = \dfrac{1}{2}(u_n - 1) = \dfrac{1}{2}v_n$,với mọi $n \geq 1$.

Khi đó dãy số (v_n) là một CSN lùi vô hạn với công bội $q = \dfrac{1}{2}$ .Do đó $v_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-2}$.

Suy ra $u_n = v_n + 1 = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-2} + 1$,với mọi $n \geq 1$.

Mà $S_n = \sum_{k=1}^{n} u_k = \sum_{k=1}^{n} \left(\dfrac{1}{2}\right)^{k-2} + n = 4 + n - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-2}$.

Vậy $S_{2020} = 4 + 2020 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2020-2} = 2024 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2018}$.

Nhận xét: Có thể tìm CTTQ của dãy (u_n) bằng phép đổi biến $v_n = 2^n.u_n$,với mọi $n \geq 1$.

Ta có $v_{n+1} = 2^{n+1}.u_{n+1} = 2^{n+1}\left(\dfrac{1}{2}u_n + \dfrac{1}{2}\right) = v_n + 2^n, \forall n \geq 1 \Rightarrow v_{n+1} - v_n = 2^n, \forall n \geq 1.$

Do đó $v_n = v_n - v_{n-1} + v_{n-1} - v_{n-2} + \ldots + v_2 - v_1 + v_1 = 2^{n-1} + 2^{n-2} + \ldots + 2 + 6$.

Hay $v_n = 2(2^{n-1} - 1) + 6 = 2^n + 4 \Rightarrow u_n = 1 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-2}$.

(Bài 4.37 trang 139 sách bài tập ĐS và GT11 NC NXBGD 2007)

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC$, $SB = SD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm AD và CD. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

A. $MN \perp SD$.

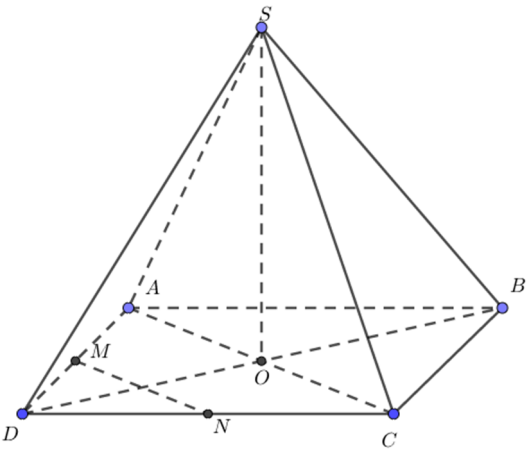
B. $BD \perp MN$.

C. $BD \perp SA$.

D. $MN \perp SA$.

Lời giải

Chọn D



Xét phương án A : Do $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases}$ và $\overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SO} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$ nên $AC \perp SD$, mà $MN // AC$ (tính chất đường trung bình) suy ra $MN \perp SD$. Loại phương án A.

Tương tự ta chứng minh được $BD \perp MN$ và $BD \perp SA$ nên loại các phương án B, C.

Ta có tam giác SAC cân tại S và SO là đường trung tuyến cũng đồng thời là đường cao.

Do đó $SO \perp AC$, suy ra tam giác ΔSOA vuông tại O nên AC và SA không thể vuông tại A.

Mà theo tính chất đường trung bình ta có $MN // AC$. Vậy MN không vuông góc với SA.

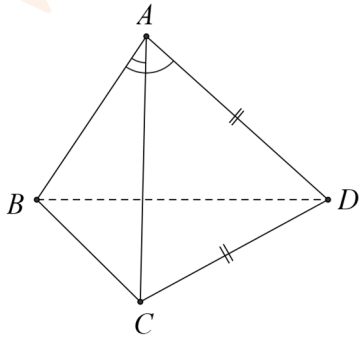
Vậy chọn đáp án**D**.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$ với $AC = \frac{3}{2}AD$, $\widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 60^0$, $CD = AD$. Gọi φ là góc giữa AB và CD. Chọn khẳng định đúng ?

A. $\cos\varphi = \frac{3}{4}$. **B.** $\varphi = 60^0$. **C.** $\varphi = 30^0$. **D.** $\cos\varphi = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có : $\cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right) = \dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|} = \dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}}{AB.CD}$

Mặt khác :

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}\right) = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB.AD.\cos 60^0 - AB.AC.\cos 60^0$

$= AB.AD.\frac{1}{2} - AB.\frac{3}{2}AD.\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}AB.AD = -\frac{1}{4}AB.CD.$

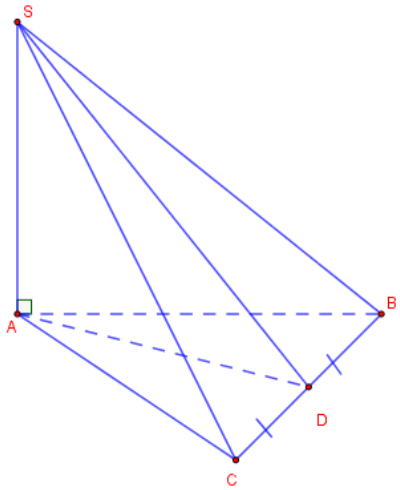
Do đó : $\cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right) = \dfrac{-\frac{1}{4}AB.CD}{AB.CD} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{1}{4}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi D là trung điểm của BC. Trong các mặt phẳng (SAB), (SAC), (SBC), (ABC) và (SAD), có bao nhiêu cặp mặt phẳng vuông góc với nhau.

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải.

Chọn B



Vì $SA \perp (ABC)$ nên ta có $(SAB) \perp (ABC)$, $(SAD) \perp (ABC)$ và $(SAC) \perp (ABC)$.

Vì D là trung điểm của BC và tam giác ABC vuông cân tại A nên $AD \perp BC$.

Ta có $\begin{cases} SA \perp BC \\ AD \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAD) \Rightarrow (SBC) \perp (SAD)$.

Vì $\begin{cases} AC \perp SA \\ AC \perp AB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SAB) \Rightarrow (SAC) \perp (SAB)$.

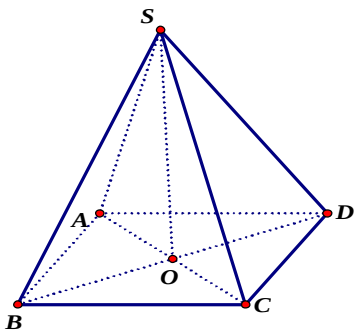
Suy ra có 5 cặp mặt phẳng vuông góc với nhau từ các mặt phẳng đã cho.

Câu 30. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm của đa giác đáy. Biết cạnh bên bằng $2a$ và $SO = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa cạnh bên và mặt đáy.

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 90^0. **D.** 60^0.

Lời giải

Chọn D



Theo tính chất hình chóp tứ giác đều nên O là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Cạnh bên SC có hình chiếu trên $(ABCD)$ là OC.

Do đó $\widehat{(SC,(ABCD))}=\widehat{(SC;OC)}$.

Vì ΔSOC vuông tại O nên $\widehat{(SC;OC)}=\widehat{SCO}$.

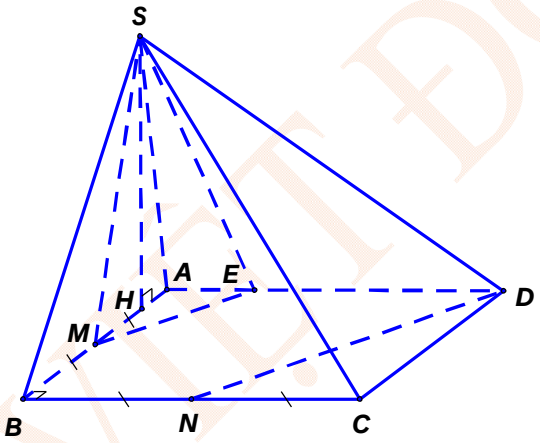
$\sin\widehat{SCO}=\dfrac{SO}{SC}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\widehat{SCO}=60°$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA=a$, $SB=a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SM,DN.

A. $\dfrac{7\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu của S trên AB, suy ra $SH\perp(ABCD)$

Do đó SH là đường cao của hình chóp $S.ABCD$.

Kẻ $ME//DN\ (E\in AD)\Rightarrow\widehat{(SM,DN)}=\widehat{(SM,ME)}=\varphi$.

Ta có: $SA^2+SB^2=a^2+3a^2=AB^2.\Rightarrow\Delta SAB$ vuông tại $S\Rightarrow SM=\dfrac{AB}{2}=a$.

Ta có: $\Delta AME\backsim\Delta CDN$, từ đó suy ra $AE=\dfrac{a}{2}$.

Ta có: $\begin{cases}AE\perp AB\\AE\perp SH\end{cases}\Rightarrow AE\perp(SAB)\Rightarrow AE\perp SA.$

Suy ra $SE=\sqrt{SA^2+AE^2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$, $ME=\sqrt{AM^2+AE^2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$

ΔSME cân tại E có $SE=ME=\dfrac{a\sqrt{5}}{2};SM=a.$ Từ đó suy ra $\cos\widehat{SME}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 32. Một vật chuyển động bởi công thức $v(t)=8t+3t^2$, t tính bằng giây, $v(t)$ tính bằng (m/s). Tính gia tốc của chất điểm khi vận tốc của vật là $11\,(m/s)$.

A. 20. **B.** 14. **C.** 2. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

Ta có $a(t)=v'(t)=8+6t$.

Tại thời điểm vận tốc của vật là $11(m/s)$, nghĩa là $8t+3t^2=11\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-\dfrac{11}{3}\end{array}\right.\Rightarrow t=1\ (t>0)$

Thay vào biểu thức $a(t)=v'(t)=8+6t$ ta được $a(1)=v'(1)=14$

Vậy tại thời điểm vận tốc của vật là $11(m/s)$ thì gia tốc của vật là $14(m/s^2)$.

Câu 33. Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}1-2x & \text{khi } x\neq 0\\ 2 & \text{khi } x=0\end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=0$. **B.** Hàm số $f(x)$ liên tục tại -1.

C. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. **D.** Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x=1$.

Lời giải

Chọn B

* Trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$ hàm số $f(x)=1-2x$ là hàm số cơ bản nên liên tục tại mọi điểm.

Từ đó suy ra đáp án B đúng; đáp án D sai.

*Tại điểm $x=0$.

Do $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=\lim\limits_{x\to 0}(1-2x)=1\neq 2=f(0)$ nên hàm số $f(x)$ gián đoạn tại điểm $x=0$.

Từ đó suy ra đáp án A và C sai.

Vậy chọn B.

Câu 34: Biết rằng $\lim\limits_{x\to-\sqrt{3}}\dfrac{2x^3+6\sqrt{3}}{3-x^2}=a\sqrt{3}+b$. Tính a^2+b^2.

A. 9. **B.** 25. **C.** 5. **D.** 13.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to-\sqrt{3}}\dfrac{2x^3+6\sqrt{3}}{3-x^2}=\lim\limits_{x\to-\sqrt{3}}\dfrac{2\left(x+\sqrt{3}\right)\left(x^2-\sqrt{3}x+3\right)}{\left(\sqrt{3}-x\right)\left(\sqrt{3}+x\right)}=\lim\limits_{x\to-\sqrt{3}}\dfrac{2\left(x^2-\sqrt{3}x+3\right)}{\sqrt{3}-x}$

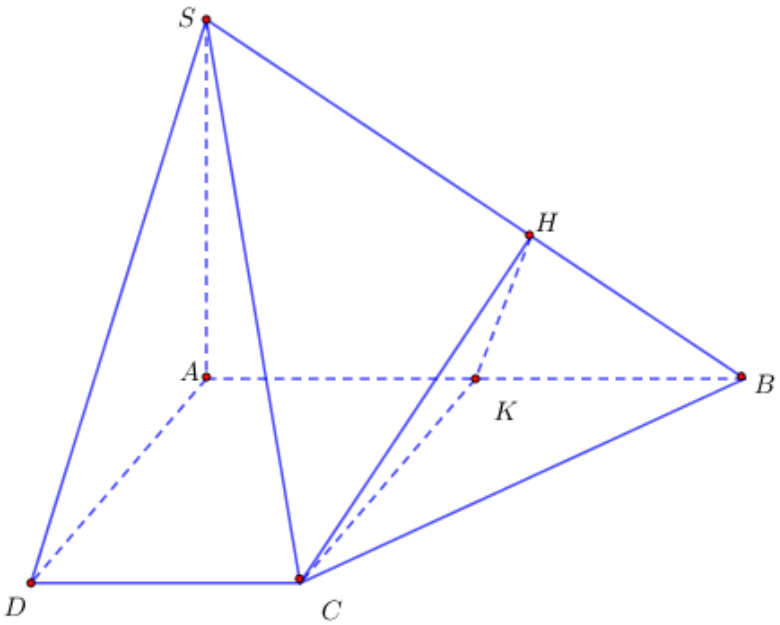
$=\dfrac{2\left[\left(-\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{3}.\left(-\sqrt{3}\right)+3\right]}{\sqrt{3}-\left(-\sqrt{3}\right)}=\dfrac{18}{2\sqrt{3}}=3\sqrt{3}\longrightarrow\begin{cases}a=3\\b=0\end{cases}\Rightarrow a^2+b^2=9$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Cho biết $AB=2AD=2DC=2a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBA) và (SBC).

A. 90^0 **B.** $30°$ **C.** $45°$ **D.** $60°$

Lời giải

Chọn D



Gọi K là trung điểm của AB và H là hình chiếu của C lên SB.

Xét ΔSAB, ta có $\begin{cases} CK \perp AB \\ CK \perp SA \end{cases} \Rightarrow CK \perp SB$.

Xét ΔCHK, ta có $\begin{cases} SB \perp CH \\ SB \perp CK \end{cases} \Rightarrow HK \perp SB$.

Ta có $\begin{cases} (SAB) \cap (SBC) = SB \\ CH \perp SB \\ HK \perp SB \end{cases}$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SBA) và (SBC) là góc $\widehat{CHK}$.

Ta có $\begin{cases} AC = a\sqrt{2} \\ BC = a\sqrt{2} \\ KB = a \end{cases}$ suy ra tam giác ABC vuông tại C.

Ta có $\begin{cases} CB \perp AC \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp SC$ nên $\dfrac{1}{CH^2} = \dfrac{1}{CB^2} + \dfrac{1}{CS^2} \Rightarrow CH = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}a$.

Mặt khác $CK = AD = a$.

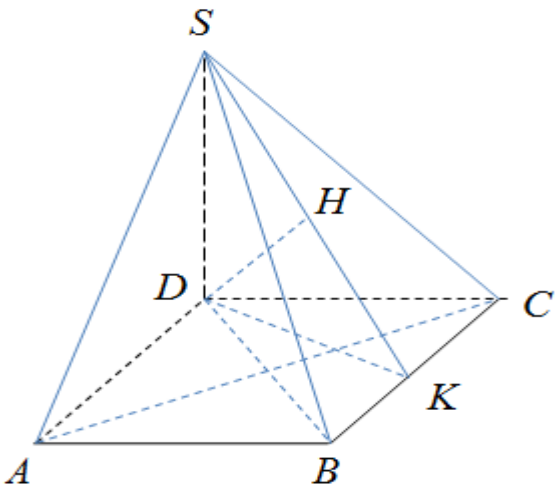
Xét tam giác CHK vuông tại K có $\sin \widehat{CHK} = \dfrac{CK}{CH} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{CHK} = 60°$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBA) và (SBC) bằng 60^0.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạch a, biết $SD \perp (ABCD)$; $\widehat{ABC} = 120^0$ góc tạo bởi mặt phẳng (SBC) với đáy $(ABCD)$ bằng 60^0. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC)

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{3a}{2}$. **D.** $\dfrac{3a}{4}$.

Lời giải



ChọnD

Ta có: $AD \parallel BC$ nên $d\left(A,\left(SBC\right)\right)=d\left(D,\left(SBC\right)\right)$

Do : $\widehat{ABC}=120^0 \Rightarrow \widehat{DBC}=60^0 \Rightarrow \Delta DBC$ là tam giác đều

Gọi K là trung điểm của BC suy ra $BC \perp DK$; $BC \perp SK$

$\Rightarrow$ góc giữa mặt (SBC) và (ABC) là $\widehat{SKD}=60^0$

Trong mặt phẳng $\left(SDK\right)$: kẻ $DH \perp SK, \left(H \in SK\right)$ suy ra $DH \perp \left(SBC\right), \langle$ Do $DH \perp SK; DH \perp BC \rangle$ nên $d\left(A,\left(SBC\right)\right)=d\left(D,\left(SBC\right)\right)=DH$

Trong tam giác HDK : $\sin\widehat{SKD}=\dfrac{DH}{DK} \Rightarrow DH=DK.\sin\widehat{SKD}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\sin 60^0=\dfrac{3a}{4}$

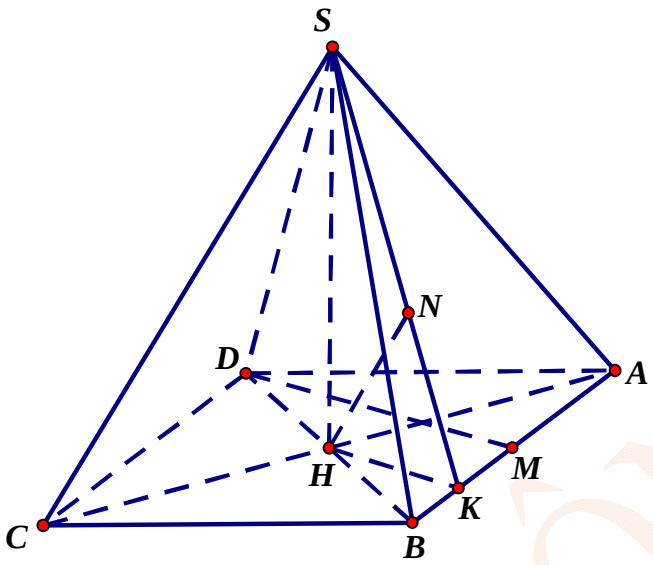
Vậy $d\left(A,\left(SBC\right)\right)=d\left(D,\left(SBC\right)\right)=DH=\dfrac{3a}{4}$.

Câu 37. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, $\widehat{BAD}=60°$, cạnh đáy bằng a. Biết hình chiếu H của đỉnh S lên mặt phẳng đáy trùng với giao điểm hai đường chéo của hình thoi, $SH=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Khoảng cách từ đường thẳng CD đến mặt phẳng $\left(SAB\right)$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{a}{4}$. **C.** $\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm AB, K là trung điểm của BM

Tam giác ABD có $\widehat{BAD}=60^\circ$ và $AB=AD$ (do đáy là hình thoi) nên tam giác ABD đều.

Ta có $DM\perp AB\Rightarrow DM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $HK\ //\ DM$ và $HK=\dfrac{DM}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Ta có $AB\perp(SHK)\Rightarrow(SAB)\perp(SHK)$, $(SAB)\cap(SHK)=SK$

Vẽ $HN\perp SK$ tại $N\Rightarrow HN\perp(SAB)\Rightarrow d\left(H,(SAB)\right)=HN$.

$$HN=\frac{HK.HS}{\sqrt{HK^2+HS^2}}=\frac{a\sqrt{6}}{6},$$

Khoảng cách từ đường thẳng CD đến mặt phẳng (SAB):

$$d\left(CD,(SAB)\right)=d\left(C,(SAB)\right)=2d\left(H,(SAB)\right)=2HN=\frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 38: Biết rằng $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sqrt{1+x}-\sqrt[3]{8-x}}{x}=\dfrac{a}{b}$ (với a,b là số nguyên). Tính $a-b$:

A. 25. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $-\dfrac{13}{12}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\lim_{x\to 0}\frac{2\sqrt{1+x}-\sqrt[3]{8-x}}{x}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{2\sqrt{1+x}-2}{x}\right.$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{2}{\sqrt{x+1}+1}+\frac{1}{4+2\sqrt[3]{8-x}+\sqrt[3]{(8-x)^2}}\right)=1+\frac{1}{12}=\frac{13}{12}.$$

Suy ra: $\dfrac{a}{b}=\dfrac{13}{12}\Rightarrow a-b=1$.

Câu 39. Cho $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt[3]{3x+5}}{x^2-3x+2}\right)=\dfrac{a}{b}$ ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản, a,b là số nguyên). Tính tổng $P=a^2+b^2$.

A. $P=5$. **B.** $P=3$. **C.** $P=2$. **D.** $P=-2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt[3]{3x+5}}{x^2-3x+2}\right)=\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}-2}{x^2-3x+2}+\dfrac{2-\sqrt[3]{3x+5}}{x^2-3x+2}\right)$

$=\lim\limits_{x\to 1}\left\{\dfrac{x^2+x-2}{\left(x^2-3x+2\right)\left(\sqrt{x^2+x+2}+2\right)}+\dfrac{3-3x}{\left(x^2-3x+2\right)\left[4+2\sqrt[3]{3x+5}+\left(\sqrt[3]{3x+5}\right)^2\right]}\right\}$

$=\lim\limits_{x\to 1}\left\{\dfrac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x-2)\left(\sqrt{x^2+x+2}+2\right)}+\dfrac{-3(x-1)}{(x-1)(x-2)\left[4+2\sqrt[3]{3x+5}+\left(\sqrt[3]{3x+5}\right)^2\right]}\right\}$

$=\lim\limits_{x\to 1}\left\{\dfrac{x+2}{(x-2)\left(\sqrt{x^2+x+2}+2\right)}+\dfrac{-3}{(x-2)\left[4+2\sqrt[3]{3x+5}+\left(\sqrt[3]{3x+5}\right)^2\right]}\right\}$

$=\dfrac{-3}{4}+\dfrac{3}{12}=\dfrac{-1}{2}$.

Theo giả thiết ta có $-\dfrac{1}{2}=\dfrac{a}{b}$.

Vì $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản, a,b là số nguyên $\Rightarrow\begin{cases}a=-1\\b=2\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a=1\\b=-2\end{cases}\Rightarrow P=a^2+b^2=5$.

Câu 40. Cho a,b là các số thực thỏa mãn $\lim\dfrac{an^3+bn^2+2n+4}{n^2+1}=1$. Tổng $2a+b$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Do $\lim\dfrac{an^3+bn^2+2n+4}{n^2+1}=1\Rightarrow a=0$ (vì nếu $a\neq 0$ thì bậc cao nhất của tử lớn hơn bậc cao nhất của mẫu thì giới hạn là vô cực).

Lúc đó: $\lim\dfrac{an^3+bn^2+2n+4}{n^2+1}=\lim\dfrac{bn^2+2n+4}{n^2+1}=\lim\dfrac{b+\dfrac{2}{n}+\dfrac{4}{n^2}}{1+\dfrac{1}{n^2}}=b=1.$

Vậy $2a+b=1$.

Câu 41. Cho a và b là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa a và b để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{ax+1}-1}{x} & \text{khi } x\neq 0\\ 4x^2+5b & \text{khi } x=0\end{cases}$ liên tục tại $x=0$.

A. $a=5b$. **B.** $a=10b$. **C.** $a=b$. **D.** $a=2b$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{ax+1}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a}{\sqrt{ax+1}+1}=\dfrac{a}{2}$ và $f(0)=5b$.

Để hàm số đã cho liên tục tại $x=0$ khi $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=f(0)\Leftrightarrow \dfrac{a}{2}=5b\Leftrightarrow a=10b$.

Câu 42. Cho phương trình : $\left(m^2-4\right)(x-1)^{2020}=2019.\sqrt{4-x}$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của mđể phương trình trên vô nghiệm.

A. 5 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Lời giải

Chọn B

$\left(m^2-4\right)(x-1)^{2020}=2019.\sqrt{4-x}$

Đk: $x\le 4$

+) Nếu $m^2-4=0\Leftrightarrow m=\pm 2$

Khi đó ta có pt: $\sqrt{4-x}=0\Leftrightarrow x=4(tm)$

$\Rightarrow$Pt đã cho có nghiệm.

+) Nếu $m^2-4<0\Leftrightarrow -2<m<2$

- Nếu $x=1$ thì $VT=0,\ VP>0$ $\Rightarrow$Pt đã cho vô nghiệm.
- Nếu $x=4$ thì $VT<0, VP=0$ $\Rightarrow$Pt đã cho vô nghiệm.
- Nếu $x\in(-\infty;1)\cup(1;4)$ thì $VT<0, VP>0$ $\Rightarrow$Pt đã cho vô nghiệm.

+) Nếu $m^2-4>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-2\\ m>2\end{array}\right.$.

Xét $f(x)=\left(m^2-4\right)(x-1)^{2020}-2019.\sqrt{4-x}$.

$f(x)$ là hàm liên tục trên tập xác định $\Rightarrow f(x)$ liên tục trên $[1;4]$

Ta có: $f(1)=-2019.\sqrt{3}<0$, $f(4)=3^{2020}.\left(m^2-4\right)>0$

$\Rightarrow f(1).f(4)<0$.

$\Rightarrow$Pt đã cho có ít nhất 1 nghiệm thuộc $(1;4)$.

Vậy $-2<m<2$ thì pt đã cho vô nghiệm

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;1\}$.

Do đó có 3 giá trị nguyên của m để pt đã cho vô nghiệm.

Câu 43. Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{21}{1-x^{21}}-\dfrac{20}{1-x^{20}}\right)=\dfrac{a}{b}$, ($a,b\in\mathbb{Z}$, $\dfrac{a}{b}$ tối giản). Tính tổng $S=a+b$

A. 41 . **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 5 .

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{21}{1-x^{21}}-\frac{20}{1-x^{20}}\right)=\lim_{x\to 1}\left(\frac{21}{1-x^{21}}-\frac{1}{1-x}-\left(\frac{20}{1-x^{20}}-\frac{1}{1-x}\right)\right).$$

Ta có

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{21}{1-x^{21}}-\frac{1}{1-x}\right)=\lim_{x\to 1}\left(\frac{21}{1-x^{21}}-\frac{1+x+x^2+\ldots+x^{20}}{1-x^{21}}\right)=\lim_{x\to 1}\left(\frac{1-x+1-x^2+\ldots+1-x^{20}}{1-x^{21}}\right)$$

$$=\lim_{x\to 1}\left(\frac{1+(1+x)+...+(1+x+...+x^{19})}{1+x+x^2+...+x^{20}}\right)=\frac{1+2+3+...+20}{21}=\frac{\frac{20}{2}(1+20)}{21}=\frac{20}{2}.$$

Tương tự ta có $\lim_{x\to 1}\left(\frac{20}{1-x^{20}}-\frac{1}{1-x}\right)=\frac{19}{2}$.

Vậy ta có $\lim_{x\to 1}\left(\frac{21}{1-x^{21}}-\frac{20}{1-x^{20}}\right)=\lim_{x\to 1}\left(\frac{21}{1-x^{21}}-\frac{1}{1-x}-\left(\frac{20}{1-x^{20}}-\frac{1}{1-x}\right)\right)$

$$=\lim_{x\to 1}\left(\frac{21}{1-x^{2021}}-\frac{1}{1-x}\right)-\lim_{x\to 1}\left(\frac{20}{1-x^{20}}-\frac{1}{1-x}\right)=\frac{20}{2}-\frac{19}{2}=\frac{1}{2}$$

Vậy $a=1,b=2\Rightarrow a+b=3$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-(m-2)x^2-(2m-3)x+2020$, biết rằng tồn tại giá trị m sao cho $f'(x)\ge 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$, khi đó m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-3;-1)$. **C.** $(3;6)$. **D.** $(-4;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=x^2-2(m-2)x-(2m-3)$

$$f'(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta_{f'}\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1>0\ (t/m)\\ (m-2)^2+2m-3\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m^2-2m+1\le 0\Leftrightarrow(m-1)^2\le 0$$

$$\Leftrightarrow m=1\Rightarrow m\in(0;2)$$

Câu 45. Cho hàm số $y=\frac{x+2}{2x+3}(C)$, đường thẳng $y=ax+b$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C), biết tiếp tuyến cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại A và B sao cho tam giác OAB cân tại O với O là gốc tọa độ. Tính $S=a^2+b^2$?

A. $S=8$ **B.** $S=1$ **C.** $S=5$ **D.** $S=10$

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=R\setminus\left\{\frac{-3}{2}\right\}$.

Tam giác OAB vuông cân tại O nên hệ số góc của tiếp tuyến là $k=1$ hoặc $k=-1$.

Khi đó hoành độ tiếp điểm x_0 là nghiệm của phương trình:

$$y'(x_0)=k\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{-1}{(2x_0+3)^2}=1\ (\text{VN})\\ \frac{-1}{(2x_0+3)^2}=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\frac{-1}{(2x_0+3)^2}=-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=-1\\ x_0=-2\end{array}\right.$$

Với $x_0=-1\Rightarrow y_0=1$, phương trình tiếp tuyến là $y=-x$ (loại vì cắt trục tung và trục hoành tại O nên $A\equiv B\equiv O$).

Với $x_0=-2\Rightarrow y_0=0$, phương trình tiếp tuyến là $y=-x-2$ (thỏa mãn).

Vậy tiếp tuyến là: $y=-x-2\Rightarrow S=a^2+b^2=5$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+1, x\ge 0 \\ ax-b-1, x<0 \end{cases}$. Khi hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x_0=0$. Hãy tính $T=a+2b$.

A. $T=-4$. **B.** $T=0$. **C.** $T=-6$. **D.** $T=4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(0)=1$.

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(ax^2+bx+1)=1$.

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(ax-b-1)=-b-1$.

Để hàm số có đạo hàm tại $x_0=0$ thì hàm số phải liên tục tại $x_0=0$ nên

$f(0)=\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$. Suy ra $-b-1=1\Leftrightarrow b=-2$.

Khi đó $f(x)=\begin{cases} ax^2-2x+1, x\ge 0 \\ ax+1, x<0 \end{cases}$.

Xét:

+) $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{ax^2-2x+1-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}(ax-2)=-2$.

+) $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{ax+1-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0^-}(a)=a$.

Hàm số có đạo hàm tại $x_0=0$ thì $a=-2$.

Vậy với $a=-2, b=-2$ thì hàm số có đạo hàm tại $x_0=0$ khi đó $T=-6$.

Câu 47. Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+m$, có đồ thị (C) với m là tham số thực. Gọi A là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ bằng 1. Tìm m để tiếp tuyến Δ với đồ thị (C) tại A cắt đường tròn $(\gamma):x^2+(y-1)^2=4$ tạo thành một dây cung có độ dài nhỏ nhất.

A. $\dfrac{16}{13}$. **B.** $-\dfrac{13}{16}$. **C.** $\dfrac{13}{16}$. **D.** $-\dfrac{16}{13}$.

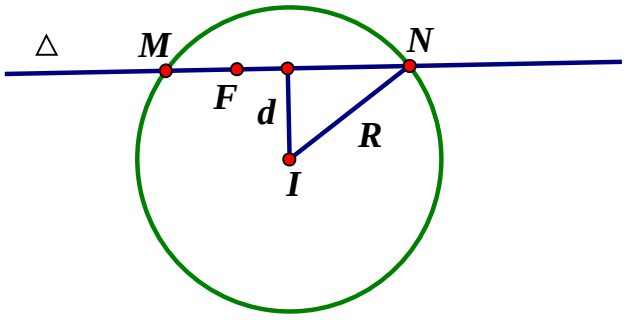
Lời giải

Chọn C

Đường tròn $(\gamma):x^2+(y-1)^2=4$ có tâm $I(0;1)$, $R=2$.

Ta có $A(1;1-m)$; $y'=4x^3-4mx\Rightarrow y'(1)=4-4m$.

Suy ra phương trình Δ: $y=(4-4m)(x-1)+1-m$. Dễ thấy Δ luôn đi qua điểm cố định $F\left(\dfrac{3}{4};0\right)$ và điểm F nằm trong đường tròn (γ).



Giả sử Δ cắt (γ) tại M, N. Thế thì ta có: $MN = 2\sqrt{R^2 - d^2(I,\Delta)} = 2\sqrt{4 - d^2(I,\Delta)}$.

Do đó MN nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I,\Delta)$ lớn nhất $\Leftrightarrow d(I,\Delta) = IF \Rightarrow \Delta \perp IF$.

Khi đó đường Δ có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u} \perp \overrightarrow{IF} = \left(\frac{3}{4}; -1\right)$; $\vec{u} = (1; 4-4m)$ nên ta có:

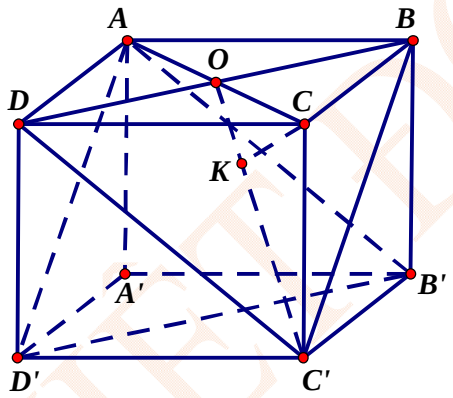
$\vec{u}.\vec{n} = 0 \Leftrightarrow 1.\frac{3}{4} - (4-4m) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{13}{16}$.

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (DBC') và $(AD'B')$.

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. **B.** $\sqrt{3}a$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là giao điểm của AC và DB.

Gọi K là hình chiếu của C lên cạnh OC'.

Ta có $\begin{cases} DB // D'B',\ D'B' \subset (AD'B') \\ DC' // AB',\ AB' \subset (AD'B') \\ DB \cap DC' = \{D\} \end{cases} \Rightarrow (DBC') // (AD'B')$

$\Rightarrow d((DBC'),(AD'B')) = d(A,(DBC')) = d(C,(DBC'))$.

Mà $\begin{cases} BD \perp OC,\ OC \subset (COC') \\ BD \perp CC',\ CC' \subset (COC') \\ OC \cap CC' = \{C\} \end{cases} \Rightarrow BD \perp (COC') \Rightarrow BD \perp CK$.

$\Rightarrow \begin{cases} CK \perp BD,\ BD \subset (DBC') \\ CK \perp OC',\ OC' \subset (DBC') \\ BD \cap OC' = \{O\} \end{cases} \Rightarrow CK \perp (DBC') \Rightarrow d(C,(DBC')) = CK$.

Do tam giác OCC' vuông tại C đường cao CK và tam giác DBC vuông tại C đường cao CO

$\Rightarrow \frac{1}{CK^2} = \frac{1}{CO^2} + \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CB^2} + \frac{1}{CD^2} + \frac{1}{CK^2} = \frac{3}{4a^2} \Rightarrow CK = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

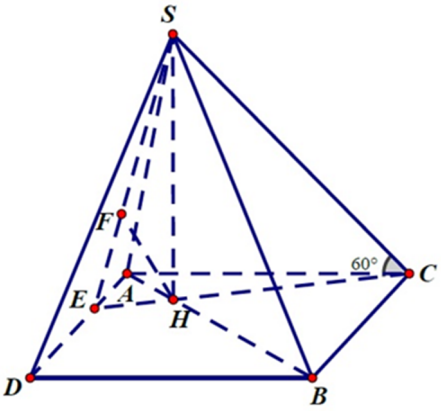
Vậy $d((DBC'),(AD'B')) = CK = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $4a$. Chân đường cao hạ từ đỉnh S lên mặt phẳng đáy là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $AB = 4AH$, góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60^o. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC.

A. $\frac{4a\sqrt{2067}}{53}$. **B.** $\frac{4a\sqrt{2067}}{43}$. **C.** $\frac{4a\sqrt{2067}}{23}$. **D.** $\frac{4a\sqrt{2067}}{33}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $SH \perp (ABC) \Rightarrow (SC,(ABC)) = \widehat{SCH} = 60^o$.

$HC^2 = AC^2 + AH^2 - 2AC.AH.\cos 60^o = 16a^2 + a^2 - 2.4a.a\frac{1}{2} = 13a^2$

$\Rightarrow HC = a\sqrt{13} \Rightarrow SH = HC.\tan 60^o = a\sqrt{39}$.

Dựng $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} \Rightarrow AD//CB \Rightarrow BC//(SAD)$

$\Rightarrow d(SA;BC) = d(BC;(SAD)) = d(B;(SAD)) = 4d(H;(SAD))$.

Dựng $HE \perp AD$ tại $E \Rightarrow AD \perp (SHE) \Rightarrow (SAD) \perp (SHE)$.

Dựng $HF \perp SE$ tại $F \Rightarrow HF \perp (SAD) \Rightarrow HF = d(H;(SAD))$.

Mặt khác, $HE = AH\sin 60^o = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\frac{1}{HF^2} = \frac{1}{HE^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{39a^2} = \frac{53}{39a^2} \Rightarrow HF = \frac{a\sqrt{2067}}{53} \Rightarrow d(B;(SAD)) = \frac{4a\sqrt{2067}}{53}$.

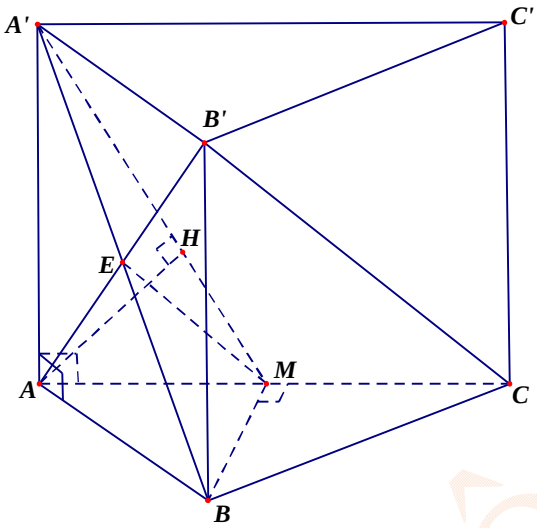
Vậy $d(SA;BC) = \frac{4a\sqrt{2067}}{53}$.

Câu 50. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là:

A. $a\sqrt{2}$ **B.** $\frac{a}{3}$ **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ **D.** $\frac{2a}{3}$.

Lời giải.

Chọn C.



Gọi M là trung điểm AC, $E = AB' \cap A'B \Rightarrow E$ là trung điểm của AB'

Khi đó $B'C // ME \Rightarrow B'C // (A'BM)$

$\Rightarrow d(B'C, A'B) = d(B'C, (A'BM)) = d(C, (A'BM)) = d(A, (A'BM))$ (*)

Trong mặt phẳng $(A'AM)$: kẻ $AH \perp A'M$ (1)

Do ΔABC đều $\Rightarrow BM \perp AC$

$ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng $\Rightarrow AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp BM$

Nên $BM \perp (A'AM) \Rightarrow BM \perp AH$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \perp (A'BM) \Rightarrow d(A, (A'BM)) = AH$ (**)

Trong tam giác $A'AM$ vuông tại A, AH là đường cao:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{9}{2a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{2}}{3} \quad (***)$$

Từ (*), (**), (***) $\Rightarrow d(A'B, B'C) = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 25

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y=2x^3+1$ là

A. $y'=6x$. **B.** $y'=6x^2+1$. **C.** $y'=6x^2$. **D.** $y'=3x^2$.

Câu 2. Cho $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x+2}{2020x-1}$ bằng

A. 0. **B.** $-\infty$. **C.** $\dfrac{1}{404}$. **D.** -2.

Câu 3. Cấp số nhân (u_n) có $u_1=-3, \dfrac{u_8}{u_5}=125$. Tính u_3.

A. $u_3=-75$. **B.** $u_3=375$. **C.** $u_3=-375$. **D.** $u_3=75$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5=31$ và tổng 5 số hạng đầu tiên $S_5=95$. Số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là

A. $u_1=7$. **B.** $u_1=12$. **C.** $u_1=\dfrac{7}{2}$. **D.** $u_1=6$.

Câu 5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Câu 6. $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{4x-3}{x-1}$ bằng

A. -2. **B.** $+\infty$. **C.** 2. **D.** $-\infty$.

Câu 7. Với mọi hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $AA'C'C$ là hình thang cân. **B.** $AA'C'C$ là hình thoi.

C. $AA'C'C$ là hình chữ nhật. **D.** $AA'C'C$ là hình vuông.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy $ABCD$, $AD\neq AB$. Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy $(ABCD)$ bằng góc nào sau đây:

A. $\widehat{SDA}$. **B.** $\widehat{ASD}$. **C.** $\widehat{SAD}$. **D.** $\widehat{SBA}$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=5$ công bội $q=-\dfrac{1}{3}$. Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó bằng.

A. $\dfrac{610}{81}$. **B.** $\dfrac{605}{81}$. **C.** $\dfrac{605}{162}$. **D.** $\dfrac{305}{81}$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=\sin 3x$ là

A. $y'=-\cos 3x$. **B.** $y'=\cos 3x$. **C.** $y'=-3\cos 3x$. **D.** $y'=3\cos 3x$.

Câu 11. Dãy số cho bởi công thức nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $u_n = n^2 - 4n$. **B.** $u_n = \left(\frac{-2}{3}\right)^n$. **C.** $u_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n$. **D.** $u_n = \frac{n^3 - 3n}{n+1}$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y = 2\sqrt{x} - 3$ là

A. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 3$. **B.** $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. **C.** $y' = \frac{1}{\sqrt{x}} - 3$. **D.** $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. $SA \perp SB$. **B.** $SA \perp BC$. **C.** $SA \perp SC$. D. $SA \perp (SBC)$.

Câu 14. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau, O là tâm của hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của AB. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. OM. **B.** SM. **C.** SA. **D.** SO.

Câu 15. Cấp số nhân (u_n) có $u_5 = 6, u_6 = 2$. Công bội của cấp số nhân đó bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 16. Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

A. $u_n = n^3$. **B.** $u_n = 3^n$. **C.** $u_n = \frac{3^n}{n}$. **D.** $u_n = (-1)^n.n$.

Câu 17 . Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$?

A. $y = (x+1)(x^2+2)$. **B.** $y = \frac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y = \frac{x}{x-1}$. **D.** $y = \frac{x+1}{x^2+1}$.

Câu 18 . Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1-x}{2x+1}$ là

A. $y' = -\frac{3}{(2x+1)^2}$. **B.** $y' = -\frac{3}{2x+1}$. **C.** $y' = \frac{3}{(2x+1)^2}$. **D.** $y' = \frac{3}{2x+1}$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a;b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ là

A. $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim\limits_{x \to b^-} f(x) = f(b)$. **B.** $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim\limits_{x \to b^+} f(x) = f(b)$.

C. $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim\limits_{x \to b^-} f(x) = f(b)$. **D.** $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim\limits_{x \to b^+} f(x) = f(b)$.

Câu 20. Đạo hàm của hàm số $y = \cos^2 x$ là

A. $y' = \sin^2 x$. **B.** $y' = -2\sin x$. **C.** $y' = -2\sin x.\cos x$. **D.** $y' = 2\sin x.\cos x$.

Câu 21. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d. Xét các khẳng định sau:

$I): u_n = u_{n-1} + d$ $II): u_3 u_5 = u_4^2$

$III): u_3 + u_5 = 2u_4$ $IV): u_7 = \frac{u_1 + u_{13}}{2}$ $V): S_8 = \frac{n}{2}(2u_1 + 7d)$

Trong các khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 22. Tính tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) biết cấp số cộng đó có $u_{13}=4u_3$ và $u_9=2u_4+2$.

A. $S_{20}=680$. **B.** $S_{20}=650$. **C.** $S_{20}=1300$. **D.** $S_{20}=610$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C với $AB=2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SC và (ABC).

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 24. Biết số thực a thỏa mãn $\lim\dfrac{2n^3+n^2-4}{an^3+2}=\dfrac{1}{2}$, khi đó $a-a^2$ bằng

A. -12. **B.** -2. **C.** 0. **D.** -6.

Câu 25. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=50$ và số hạng thứ 11 là $u_{11}=30$. Số 16 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng đó ?

A. 16 **B.** 17 **C.** 18 **D.** 19

Câu 26. Cho hàm số $y=(1+x)\sqrt{1-x}$ có đạo hàm $y'=\dfrac{ax+b}{2\sqrt{1-x}}$. Khi đó $a+2b$ bằng

A. -2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** -1

Câu 27. Các số nguyên dương x,y thỏa mãn ba số $x;2y;2x+3y-1$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và ba số $x;y-1;8$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân . Khi đó x^2+2y

A. 2. **B.** 1. **C.** 14. **D.** 29.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{BAD}>90°$ và $SA\perp(ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $BC\perp(SAB)$. **B.** $BD\perp(SAC)$. **C.** $AC\perp(SBD)$. **D.** $CD\perp(SAD)$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $.ABCD$ là hình thang vuông tại A và $D, AD=CD=a, AB=2a$. $SA\perp(ABCD)$. Gọi E là trung điểm AB. Mệnh đề nào sau đây là sai:

A. $CD\perp SC$. **B.** $BC\perp SC$. **C.** $CE\perp(SAB)$. **D.** $AC\perp BC$.

Câu 30. Trong các hàm số sau:

$f_1(x)=2x^{2019}-x^{2020}$; $f_2(x)=\dfrac{x^2+3}{x-1}$; $f_3(x)=\sin x+\cos x$

Có bao nhiêu hàm số liên tục trên R.

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 31. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh AA' và BB'. Mặt phẳng (α) đi qua M và B', song song với cạnh CN, cắt lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo thiết diện là một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu, biết góc giữa (α) với mặt đáy (ABC) bằng 60^0?

A. $a^2\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ **D.** $a^2\sqrt{3}$.

Câu 32. Cho $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=5$, giá trị của a thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;6)$ **B.** $(6;12)$ **C.** $(-6;0)$ **D.** $(-12;-6)$

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a\sqrt{2}$, tam giác ABC đều, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{4}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{3}$.

Câu 34. Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị hàm số (C). Gọi d là tiếp tuyến của (C), biết rằng d cắt trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A, B sao cho $OA=4OB.$ phương trình của đường thẳng d là

A. $\frac{x}{4}+\frac{y}{1}=1; -\frac{x}{4}+\frac{y}{1}=1.$ **B.** $y=-4x+1; y=4x-1.$

C. $y=-\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}; y=y=-\frac{1}{4}x+\frac{13}{4}.$ **D.** $y=-\frac{1}{4}x+4; y=y=-\frac{1}{4}x-4.$

Câu 35. $\lim\left[\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)...\left(1-\frac{1}{n^2}\right)\right]$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2+mx & khi \quad x\le 1 \\ \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & khi \quad x>1 \end{cases}$

Tìm m để hàm số đã cho liên tục tại $x=1$.

Câu 37. Cho biểu thức $f\left(x\right)=\frac{1}{3}x^3+\left(m-1\right)x^2-\left(2m-10\right)x-1$ với m là tham số thực.

Tìm tất cả các giá trị của m để $f'\left(x\right)>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=2a, AD=a$, hai mặt bên $\left(SAB\right),\left(SAD\right)$ cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $\left(ABCD\right)$.

a) Chứng minh rằng $SA\perp\left(ABCD\right)$.

b) Gọi P là trung điểm của CD, I là giao điểm của AC và BP. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng $\left(SBP\right)$ bằng $\frac{a}{2}$. Tính góc giữa đường thẳng SI và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$.

----------Hết----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2C	3A	4A	5A	6B	7C	8A	9D	10D
11B	12D	13B	14D	15A	16B	17B	18A	19C	20C
21C	22B	23A	24A	25C	26D	27C	28B	29A	30C
31B	32D	33B	34C	35D	36_	37_	38_		

LỜI GIẢI

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y=2x^3+1$ là

A. $y'=6x$. **B.** $y'=6x^2+1$. **C.** $y'=6x^2$. **D.** $y'=3x^2$.

Lời giải

$y'=3.2.x^2=6x^2$.

Câu 2. Cho $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x+2}{2020x-1}$ bằng

A. 0. **B.** $-\infty$. **C.** $\dfrac{1}{404}$. **D.** -2.

Lời giải

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{5x+2}{2020x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{5+\dfrac{2}{x}}{2020-\dfrac{1}{x}}=\frac{5}{2020}=\frac{1}{404}.$$

Câu 3. Cấp số nhân (u_n) có $u_1=-3,\dfrac{u_8}{u_5}=125$. Tính u_3.

A. $u_3=-75$. **B.** $u_3=375$. **C.** $u_3=-375$. **D.** $u_3=75$.

Lời giải

Áp dụng công thức cấp số nhân: $u_n=u_1q^{n-1}\to 125=\dfrac{u_8}{u_5}=\dfrac{u_1q^7}{u_1q^4}=q^3\to q=5$

$\to u_3=u_1q^2=(-3)5^2=-75$

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5=31$ và tổng 5 số hạng đầu tiên $S_5=95$. Số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là

A. $u_1=7$. **B.** $u_1=12$. **C.** $u_1=\dfrac{7}{2}$. **D.** $u_1=6$.

Lời giải

Áp dụng công thức: $S_n=\dfrac{n}{2}(u_1+u_n)\to S_5=95=\dfrac{5}{2}(u_1+u_5)\xrightarrow{u_5=31}190=5(u_1+31)\to u_1=7$

Câu 5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

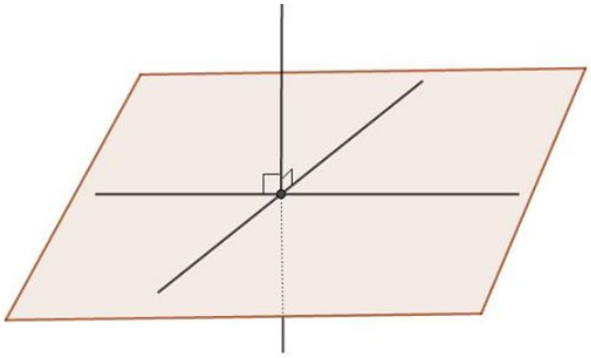
B. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

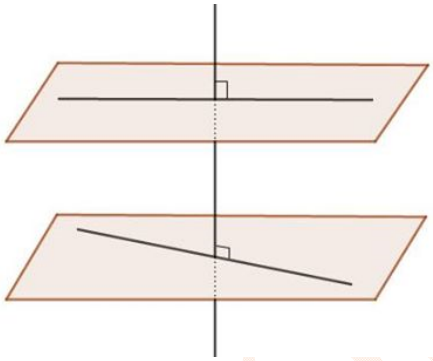
C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Lời giải

Ở phương án A, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba có thể cùng nằm trong một mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng thứ ba và chúng có thể cắt nhau. Hoặc cũng có thể hai đường thẳng đó chéo nhau, nằm trên 2 mặt phẳng song song và 2 mặt phẳng này cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba. Do đó, phương án A là sai.





Câu 6. $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{4x-3}{x-1}$ bằng

A. -2. **B.** $+\infty$. **C.** 2. **D.** $-\infty$.

Lời giải

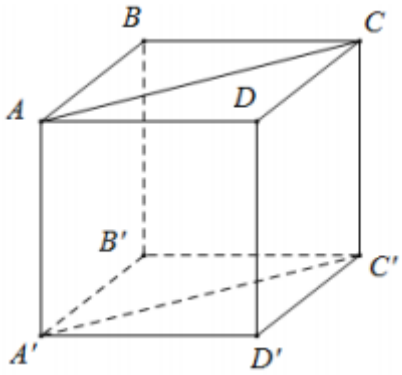
Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{1}{x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^+}(4x-3)=4.1-3=1$. Do đó $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{4x-3}{x-1}=+\infty$.

Câu 7. Với mọi hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $AA'C'C$ là hình thang cân. **B.** $AA'C'C$ là hình thoi.

C. $AA'C'C$ là hình chữ nhật. **D.** $AA'C'C$ là hình vuông.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} AA'//CC' \\ AA'=CC' \end{cases} \Rightarrow$ $AA'C'C$ là hình bình hành.

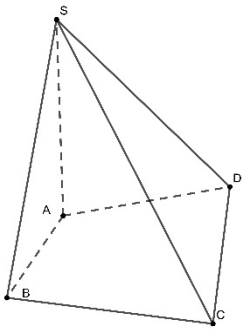
Mà $AA'\perp(A'B'C'D')\Rightarrow AA'\perp A'C'$

Tứ giác $AA'C'C$ là hình bình hành có một góc vuông nên là hình chữ nhật.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy $ABCD$, $AD\neq AB$. Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy $(ABCD)$ bằng góc nào sau đây:

A. $\widehat{SDA}$. **B.** $\widehat{ASD}$. **C.** $\widehat{SAD}$. **D.** $\widehat{SBA}$.

Lời giải



Vì SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ nên AD là hình chiếu của SD lên $(ABCD)$.

Khi đó góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy $(ABCD)$ là góc giữa SD và AD. Mà tam giác SAD vuông tại A do $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SD và AD là $\widehat{SDA}$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ công bội $q = -\frac{1}{3}$. Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó bằng.

A. $\frac{610}{81}$. **B.** $\frac{605}{81}$. **C.** $\frac{605}{162}$. **D.** $\frac{305}{81}$.

Lời giải

Ta có: Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân

$$S_5 = \frac{u_1(1-q^5)}{1-q} = \frac{5\left[1-\left(-\frac{1}{3}\right)^5\right]}{1+\frac{1}{3}} = \frac{305}{81}.$$

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = \sin 3x$ là

A. $y' = -\cos 3x$. **B.** $y' = \cos 3x$. **C.** $y' = -3\cos 3x$. **D.** $y' = 3\cos 3x$.

Lời giải

$y = \sin 3x \Rightarrow y' = (3x)' \cos 3x = 3\cos 3x.$

Câu 11. Dãy số cho bởi công thức nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $u_n = n^2 - 4n.$ **B.** $u_n = \left(\frac{-2}{3}\right)^n$. **C.** $u_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n$. **D.** $u_n = \frac{n^3 - 3n}{n+1}$.

Lời giải

Áp dụng giới hạn đặc biệt : $\lim q^n = 0$ nếu $|q| < 1$

Ta có : $\lim \left(\frac{-2}{3}\right)^n = 0$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y = 2\sqrt{x} - 3$ là

A. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 3.$ **B.** $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. **C.** $y' = \frac{1}{\sqrt{x}} - 3$. **D.** $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

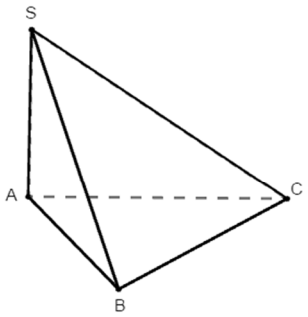
Lời giải

Ta có : $y' = 2.\dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. $SA \perp SB$. **B.** $SA \perp BC$. **C.** $SA \perp SC$. D. $SA \perp (SBC)$.

Lời giải



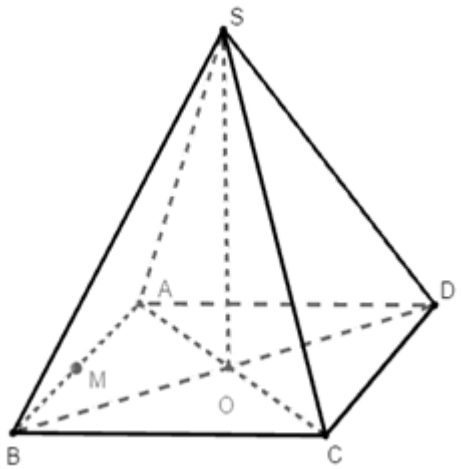
Vì $SA \perp (ABC)$ nên SA vuông góc với đường thẳng bất kì nằm trong mặt phẳng (ABC).

Do đó: $SA \perp BC$.

Câu 14. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau, O là tâm của hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của AB. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. OM. **B.** SM. **C.** SA. **D.** SO.

Lời giải



Có: $SA = SC$ nên $\triangle SAC$ cân tại S. Do đó, trung tuyến $SO \perp AC$.

Tương tự: $SO \perp BD$.

Vì $\begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \\ AC \cap BD = O \end{cases}$ nên $SO \perp (ABCD)$.

Vậy khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng SO.

Câu 15. Cấp số nhân (u_n) có $u_5 = 6, u_6 = 2$. Công bội của cấp số nhân đó bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Theo định nghĩa: $u_{n+1} = q.u_n$ nên công bội của cấp số nhân đó là $q = \frac{u_6}{u_5} = \frac{1}{3}$.

Câu 16. Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

A. $u_n = n^3$. **B.** $u_n = 3^n$. **C.** $u_n = \frac{3^n}{n}$. **D.** $u_n = (-1)^n.n$.

Lời giải

Với phương án A: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)^3}{n^3}$: thay đổi khi n thay đổi $\Rightarrow$ Không phải cấp số nhân.

Với phương án B: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3^{n+1}}{3^n} = 3$: không đổi $\Rightarrow$ Đây là cấp số nhân.

Với phương án C: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3n}{n+1}$: thay đổi khi n thay đổi $\Rightarrow$ Không phải cấp số nhân.

Với phương án D: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = -\frac{n+1}{n}$: thay đổi khi n thay đổi $\Rightarrow$ Không phải cấp số nhân.

Câu 17 . Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$?

A. $y = (x+1)(x^2+2)$. **B.** $y = \frac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y = \frac{x}{x-1}$. **D.** $y = \frac{x+1}{x^2+1}$.

Lời giải

Ta có:

Đáp án A hàm số $y = (x+1)(x^2+2)$ là hàm đa thức xác định trên $\mathbb{R}$ nên hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Đáp án B hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là hàm phân thức hữu tỷ không xác định tại $x = -1$ nên hàm số bị gián đoạn tại $x = -1$.

Đáp án C hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ là hàm phân thức hữu tỷ không xác định tại $x = 1$ nên hàm số bị gián đoạn tại $x = 1$.

Đáp án D hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+1}$ là hàm phân thức hữu tỷ xác định trên $\mathbb{R}$ nên hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Kết luận: Hàm số bị gián đoạn tại điểm $x_0=-1$ là $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Câu 18 . Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1-x}{2x+1}$ là

A. $y'=-\dfrac{3}{(2x+1)^2}$. **B.** $y'=-\dfrac{3}{2x+1}$. **C.** $y'=\dfrac{3}{(2x+1)^2}$. **D.** $y'=\dfrac{3}{2x+1}$.

Lời giải

Ta có: $y=\dfrac{1-x}{2x+1}$

Cách 1:

Áp dụng công thức đạo hàm: $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'.v-v'.u}{v^2}$ ta có:

$$y'=\left(\frac{1-x}{2x+1}\right)'=\frac{(1-x)'(2x+1)-(2x+1)'(1-x)}{(2x+1)^2}$$

$$=\frac{-1.(2x+1)-2(1-x)}{(2x+1)^2}=\frac{-2x-1-2+2x}{(2x+1)^2}=\frac{-3}{(2x+1)^2}.$$

Cách 2:

Áp dụng công thức đạo hàm của hàm : $\left(\dfrac{ax+b}{cx+d}\right)'=\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ ta có:

$$y'=\left(\frac{1-x}{2x+1}\right)'=\left(\frac{-x+1}{2x+1}\right)'=\frac{-1.1-1.2}{(2x+1)^2}=\frac{-3}{(2x+1)^2}$$

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(a;b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ là

A. $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f(b)$. **B.** $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^+}f(x)=f(b)$.

C. $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f(b)$. **D.** $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^+}f(x)=f(b)$.

Lời giải

Điều kiện cần và đủ để hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ là hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(a;b)$ và $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f(b)$.

Câu 20. Đạo hàm của hàm số $y=\cos^2 x$ là

A. $y'=\sin^2 x$. **B.** $y'=-2\sin x$. **C.** $y'=-2\sin x.\cos x$. **D.** $y'=2\sin x.\cos x$.

Lời giải

Áp dụng công thức $\left(u^n\right)'=n.u^{n-1}.u'$, ta được:

$$y'=2.\cos x.(\cos x)'=2.\cos x.(-\sin x)=-2\sin x.\cos x.$$

Câu 21. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d. Xét các khẳng định sau:

$I): u_n = u_{n-1} + d$ $II): u_3 u_5 = u_4^2$

$III): u_3 + u_5 = 2u_4$ $IV): u_7 = \dfrac{u_1 + u_{13}}{2}$ $V): S_8 = \dfrac{n}{2}(2u_1 + 7d)$

Trong các khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Khẳng định I) sai vì thiếu điều kiện $n \geq 2$.

Khẳng định II) sai vì đây là tính chất của cấp số nhân.

Khẳng định III) đúng theo tính chất của cấp số cộng.

Khẳng định IV) đúng vì: $\dfrac{u_1 + u_{13}}{2} = \dfrac{u_1 + (u_1 + 12d)}{2} = u_1 + 6d = u_7$.

Khẳng định V) sai vì chưa thay hết $n = 8$.

Vậy có tất cả 2 khẳng định đúng.

Câu 22. Tính tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp sô cộng (u_n) biết cấp số cộng đó có $u_{13} = 4u_3$ và $u_9 = 2u_4 + 2$.

A. $S_{20} = 680$. **B.** $S_{20} = 650$. **C.** $S_{20} = 1300$. **D.** $S_{20} = 610$.

Lời giải

Gọi d là công sai của cấp số cộng (u_n), theo giả thiết ta có:

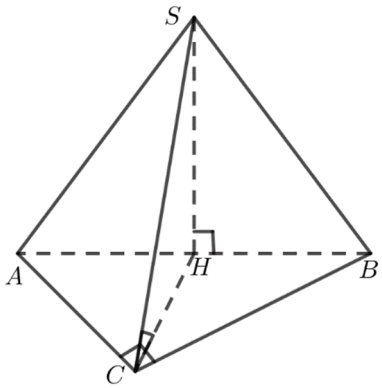
$$\begin{cases} u_1 + 12d = 4(u_1 + 2d) \\ u_1 + 8d = 2(u_1 + 3d) + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3u_1 - 4d = 0 \\ u_1 - 2d = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Do đó tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) là: $S_{20} = \dfrac{20(2u_1 + 19d)}{2} = 650$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C với $AB = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SC và (ABC).

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AB. Vì tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$.

Mà $(SAB) \perp (ABC)$ và chúng cắt nhau theo giao tuyến AB. Suy ra $SH \perp (ABC)$.

Khi đó, HC là hình chiếu vuông góc của SC trên (ABC).

Vậy $(SC, (ABC)) = (SC, HC) = \widehat{SCH}$.

Do tam giác ABC vuông tại C và H là trung điểm của AB nên $CH=\frac{AB}{2}=a$.

Do tam giác SAB đều cạnh $2a$, có đường cao SH nên $SH=\frac{2a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$.

Khi đó, trong tam giác vuông SHC ta có: $\tan\widehat{SCH}=\frac{SH}{HC}=\frac{a\sqrt{3}}{a}=\sqrt{3}$. Vậy $\widehat{SCH}=60°$.

Câu 24. Biết số thực a thỏa mãn $\lim\frac{2n^3+n^2-4}{an^3+2}=\frac{1}{2}$, khi đó $a-a^2$ bằng

A. -12. **B.** -2. **C.** 0. **D.** -6.

Lời giải

Ta có $\lim\frac{2n^3+n^2-4}{an^3+2}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\lim\frac{2+\frac{1}{n}-\frac{4}{n^3}}{a+\frac{2}{n^3}}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{2}{a}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow a=4$.

Vậy $a-a^2=4-4^2=-12$.

Câu 25. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=50$ và số hạng thứ 11 là $u_{11}=30$. Số 16 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng đó ?

A. 16 **B.** 17 **C.** 18 **D.** 19

Lời giải

Ta có $\begin{cases}u_1=50\\u_{11}=30\end{cases}$. Mà $u_{11}=u_1+10d\Rightarrow 30=50+10d\Leftrightarrow d=-2$

Có $u_n=u_1+(n-1)d\Rightarrow u_n=50+(n-1).(-2)\Rightarrow u_n=52-2n$

Theo đề bài $u_n=16\Leftrightarrow 52-2n=16\Leftrightarrow n=18$

Câu 26. Cho hàm số $y=(1+x)\sqrt{1-x}$ có đạo hàm $y'=\frac{ax+b}{2\sqrt{1-x}}$. Khi đó $a+2b$ bằng

A. -2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** -1

Lời giải

Có $y'=(1+x)'.\sqrt{1-x}+(1+x).\left(\sqrt{1-x}\right)'=\sqrt{1-x}+(1+x).\frac{-1}{2\sqrt{1-x}}=\frac{1-3x}{2\sqrt{1-x}}$

$\Rightarrow a=-3,\ b=1\Rightarrow a+2b=-1$.

Câu 27. Các số nguyên dương x,y thỏa mãn ba số $x;2y;2x+3y-1$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và ba số $x;y-1;8$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân . Khi đó x^2+2y

A. 2. **B.** 1. **C.** 14. **D.** 29.

Lời giải

Ta có: $x;2y;2x+3y-1$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng

$\Leftrightarrow 4y=3x+3y-1\Leftrightarrow y=3x-1$ (1)

Ta lại có: $x;y-1;8$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân

$\Leftrightarrow (y-1)^2=8x$ (2)

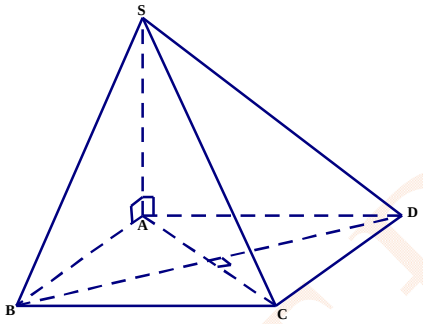
Thay (1) vào (2), ta được: $(3x-2)^2 = 8x \Leftrightarrow 9x^2 - 20x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow y = 5 \\ x = \frac{2}{9} \end{array}\right.$

Vậy $x^2 + 2y = 14$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{BAD} > 90°$ và $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $BC \perp (SAB)$. **B.** $BD \perp (SAC)$. **C.** $AC \perp (SBD)$. **D.** $CD \perp (SAD)$.

Lời giải

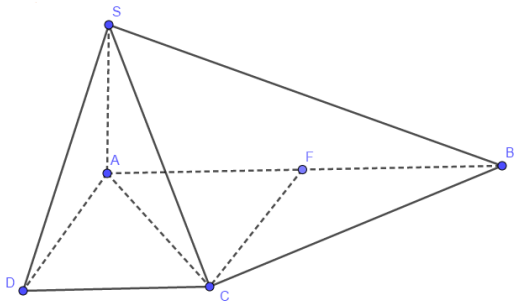


$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \left(SA \perp (ABCD) \supset BD\right) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $.ABCD$ là hình thang vuông tại A và $D, AD = CD = a, AB = 2a$. $SA \perp (ABCD)$. Gọi E là trung điểm AB. Mệnh đề nào sau đây là sai:

A. $CD \perp SC$. **B.** $BC \perp SC$. **C.** $CE \perp (SAB)$. **C.** $AC \perp BC$.

Lời giải



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$ là AC. Theo định lý 3 đường vuông góc: Nếu $SC \perp CD \Rightarrow AC \perp CD$.

Điều này vô lý vì ΔADC là vuông tại D.

Câu 30. [NB] Trong các hàm số sau:

$f_1(x) = 2x^{2019} - x^{2020}; f_2(x) = \frac{x^2+3}{x-1}; f_3(x) = \sin x + \cos x$

Có bao nhiêu hàm số liên tục trên R.

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có

Hàm số $y=f_1(x)$ có tập xác định $D_1=\mathbb{R}$.

Hàm số $y=f_2(x)$ có tập xác định $D_2=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

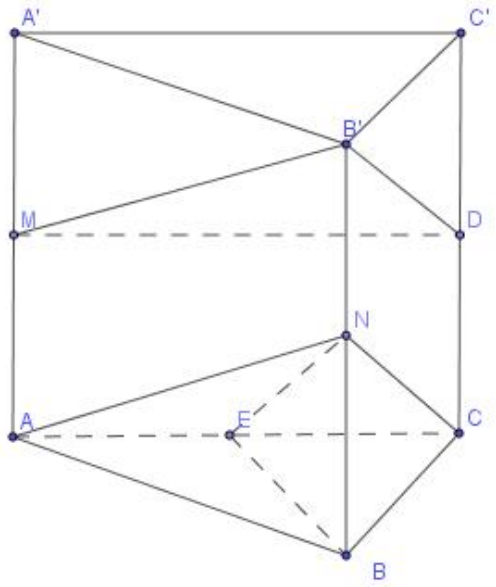
Hàm số $y=f_3(x)$ có tập xác định $D_3=\mathbb{R}$.

Vì các hàm đa thức, phân thức, và hàm số lượng giác liên tục trên tập xác định nên từ tập xác định của các hàm số trên ta có 2 hàm số liên tục trên R là $f_1(x)$ và $f_3(x)$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh AA' và BB'. Mặt phẳng (α) đi qua M và B', song song với cạnh CN, cắt lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo thiết diện là một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu, biết góc giữa (α) với mặt đáy (ABC) bằng 60^0?

A. $a^2\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ **D.** $a^2\sqrt{3}$.

Lời giải



Qua B' dựng $B'D\,//\,NC$ cắt CC' tại D

Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $\Delta MB'D$

Dựng AN ta có $\begin{cases}MB'\,//\,AN\\B'D\,//\,NC\end{cases}\Rightarrow (MB'D)\,//\,(ANC)$

Suy ra, góc giữa mặt phẳng $(MB'D)$ và mặt phẳng đáy bằng góc giữa mặt phẳng (ANC) và mặt phẳng đáy.

Do $NA=NC$ nên ΔANC cân tại N.

Gọi E là trung điểm của AC ta có $\begin{cases}NE\perp AC\\BE\perp AC\\(ANC)\cap(ABC)=AC\end{cases}\Rightarrow ((ANC),(ABC))=\widehat{NEB}=60°$

Ta lại có $\Delta MB'D=\Delta ANC$ (do $MB'=AN$; $B'D=NC$; $MD=AC$) $\Rightarrow S_{\Delta MB'D}=S_{\Delta ANC}$

Mặt khác, $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $S_{\Delta ABC}=S_{\Delta ANC}.\cos\widehat{NEB}\Rightarrow S_{\Delta MB'D}=S_{\Delta ANC}=\dfrac{S_{\Delta ABC}}{\cos 60°}=\dfrac{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}{\frac{1}{2}}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 32. Cho $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=5$, giá trị của a thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;6)$ **B.** $(6;12)$ **C.** $(-6;0)$ **D.** $(-12;-6)$

Lời giải

Ta xét: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)\left(\sqrt{x^2+ax+5}-x\right)}{\sqrt{x^2+ax+5}-x}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+ax+5-x^2}{\sqrt{x^2+ax+5}-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{ax+5}{\sqrt{x^2+ax+5}-x}$

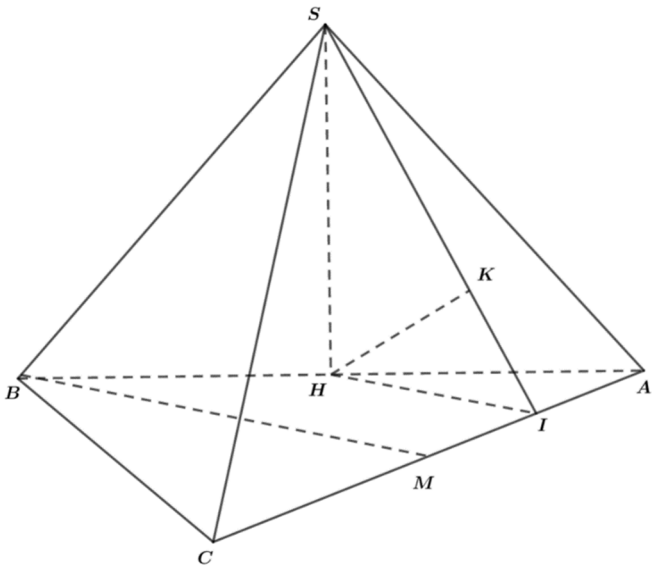
$=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{ax+5}{|x|\sqrt{1+\dfrac{a}{x}+\dfrac{5}{x^2}}-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{a+\dfrac{5}{x}}{-\sqrt{1+\dfrac{a}{x}+\dfrac{5}{x^2}}-1}=\dfrac{a}{-2}$

Theo giả thiết, $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=5$ nên ta có $\dfrac{a}{-2}=5\Leftrightarrow a=-10$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a\sqrt{2}$, tam giác ABC đều, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{4}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$.

Lời giải



Gọi H, M lần lượt là trung điểm AB, AC.

Gọi I là trung điểm AM.

Kẻ $HK\perp SI\ (K\in SI)$.

Do $\begin{cases}SH\perp AB\\(SAB)\perp(ABC)\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABC)$.

Ta có $\dfrac{d\left(H;(SAC)\right)}{d\left(B;(SAC)\right)}=\dfrac{AH}{AB}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow d\left(B;(SAC)\right)=2d\left(H;(SAC)\right)$.

Mà $\begin{cases} HK \perp SI \\ HK \perp AC \ (AC \perp (SHI)) \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SAC)$ hay $d\left(H;(SAC)\right) = HK$

Ta tính $HK = \dfrac{SH.HI}{\sqrt{SH^2 + HI^2}}$ với $SH = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{1}{2}.2a = a$

$HI = \dfrac{1}{2}BM = \dfrac{1}{2}AB\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1}{2}.2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}.$

Từ đó ta có $HK = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. Vậy nên $d\left(B;(SAC)\right) = 2d\left(H;(SAC)\right) = \dfrac{2a\sqrt{21}}{7}.$

Câu 34. Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị hàm số (C). Gọi d là tiếp tuyến của (C), biết rằng d cắt trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A, B sao cho $OA = 4OB.$ phương trình của đường thẳng d là

A. $\dfrac{x}{4} + \dfrac{y}{1} = 1; -\dfrac{x}{4} + \dfrac{y}{1} = 1.$ **B.** $y = -4x + 1; y = 4x - 1.$

C. $y = -\dfrac{1}{4}x + \dfrac{5}{4}; y = y = -\dfrac{1}{4}x + \dfrac{13}{4}.$ **D.** $y = -\dfrac{1}{4}x + 4; y = y = -\dfrac{1}{4}x - 4.$

Lời giải

Gọi k lả hệ số góc của tiếp tuyến d.

Do tam giác OAB vuông tại O nên ta có $\tan A = \dfrac{OB}{OA} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k = \dfrac{1}{4} \\ k = -\dfrac{1}{4} \end{array}\right.$.

Mà ta có $k = f'(x_0) = \dfrac{-1}{(x_0-1)^2} < 0 \Rightarrow \dfrac{-1}{(x_0-1)^2} = -\dfrac{1}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 3 \\ x_0 = -1 \end{array}\right.$.

Khi $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = \dfrac{5}{2} \Rightarrow d: y = -\dfrac{1}{4}x + \dfrac{13}{4}.$

Khi $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = \dfrac{3}{2} \Rightarrow d: y = -\dfrac{1}{4}x + \dfrac{5}{4}.$

Câu 35. $\lim\left[\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)...\left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)\right]$ bằng

A. $\dfrac{1}{4}.$ **B.** $\dfrac{3}{2}.$ **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{2}.$

Lời giải

+ Đặt $u_n = \left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)...\left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)$

$= \dfrac{2^2-1}{2^2}.\dfrac{3^2-1}{3^2}.\dfrac{4^2-1}{4^2}...\dfrac{(n-2)^2-1}{(n-2)^2}.\dfrac{(n-1)^2-1}{(n-1)^2}.\dfrac{n^2-1}{n^2}$

$= \dfrac{1.3}{2^2}.\dfrac{2.4}{3^2}.\dfrac{3.5}{4^2}...\dfrac{(n-3)(n-1)}{(n-2)^2}.\dfrac{(n-2)n}{(n-1)^2}.\dfrac{(n-1)(n+1)}{n^2}$

$= \dfrac{1}{2}.\dfrac{n+1}{n} = \dfrac{n+1}{2n}.$

+ Do đó: $\lim u_n = \lim \dfrac{n+1}{2n} = \lim \dfrac{1+\dfrac{1}{n}}{2} = \dfrac{1}{2}$.

+ Kết luận: $\lim\left[\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)...\left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)\right] = \dfrac{1}{2}$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2+mx & khi \quad x \le 1 \\ \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & khi \quad x > 1 \end{cases}$

Tìm m để hàm số đã cho liên tục tại $x=1$.

Lời giải

+ Tập xác định: $D = R$

+ Ta có: $f(1) = 1^2 + m.1 = m+1$

+ $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-}(x^2+mx) = m+1$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{(x+3)-2^2}{(x-1)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}$$

$$= \lim_{x\to 1^+} \frac{x-1}{(x-1)\left(\sqrt{x+3}+2\right)} = \lim_{x\to 1^+} \frac{1}{\sqrt{x+3}+2} = \frac{1}{\sqrt{1+3}+2} = \frac{1}{4}$$

+ Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = f(1)$

$$\Leftrightarrow m+1 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = -\frac{3}{4}.$$

+ Kết luận: $m = -\dfrac{3}{4}$ là giá trị cần tìm.

Câu 37. Cho biểu thức $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 - (2m-10)x - 1$ với m là tham số thực.

Tìm tất cả các giá trị của m để $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = x^2 + 2(m-1)x - (2m-10)$

$$f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 2(m-1)x - (2m-10) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = (m-1)^2 + (2m-10) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 9 < 0$$

$$\Leftrightarrow -3 < m < 3$$

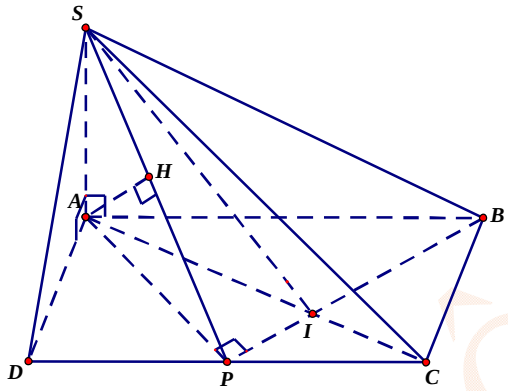
Vậy $m \in (-3;3)$ thì $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a, AD = a$, hai mặt bên $(SAB), (SAD)$ cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$.

a) Chứng minh rằng $SA \perp (ABCD)$.

b) Gọi P là trung điểm của CD, I là giao điểm của AC và BP. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBP) bằng $\frac{a}{2}$. Tính góc giữa đường thẳng SI và mặt phẳng $(ABCD)$.

Lời giải



a) Ta có: $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAD)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(SAD)=SA\end{cases}\Rightarrow SA\perp(ABCD)$

b) Ta có $\begin{cases}SI\cap(ABCD)=I\\SA\perp(ABCD)\end{cases}\Rightarrow AI$ là hình chiếu của SI trên mặt phẳng $(ABCD)$.

$\Rightarrow$ góc giữa SI và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SIA}$ (vì $\widehat{SIA}$ nhọn).

Có $CP//AB\Rightarrow\frac{CP}{AB}=\frac{CI}{AI}=\frac{1}{2}$

Vì $CA\cap(SBP)=I\Rightarrow\frac{\mathrm{d}(C,(SBP))}{\mathrm{d}(A,(SBP))}=\frac{CI}{AI}=\frac{1}{2}\Rightarrow\mathrm{d}(A,(SBP))=2\mathrm{d}(C,(SBP))=a$.

Lại có: $BP=\sqrt{BC^2+CP^2}=a\sqrt{2}$, $AP=\sqrt{AD^2+DP^2}=a\sqrt{2}$, mà $AB=2a$.

$\Rightarrow\Delta APB$ vuông tại P.

Kẻ AH vuông góc với SP tại H.

Có $\left.\begin{matrix}BP\perp AP\\BP\perp SA\end{matrix}\right\}\Rightarrow BP\perp(SAP)\Rightarrow BP\perp AH$

$\left.\begin{matrix}\Rightarrow BP\perp(SAP)\Rightarrow BP\perp AH\\SP\perp AH\end{matrix}\right\}\Rightarrow AH\perp(SBP)$.

Suy ra AH là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBP) và $AH=a$.

Xét tam giác SAP vuông tại A có $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AP^2}\Rightarrow\frac{1}{SA^2}=\frac{1}{AH^2}-\frac{1}{AP^2}=\frac{1}{2a^2}$.

$\Rightarrow SA=a\sqrt{2}$.

Mà $AI=\frac{2}{3}AC=\frac{2a\sqrt{5}}{3}$.

Trong tam giác SAI vuông tại A có $\tan\widehat{SIA}=\dfrac{SA}{AI}=\dfrac{a\sqrt{2}}{\dfrac{2a\sqrt{5}}{3}}=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$.

Vậy góc giữa SI và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SIA}$ thỏa mãn $\tan\widehat{SIA}=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$.

----------Hết----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 26

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

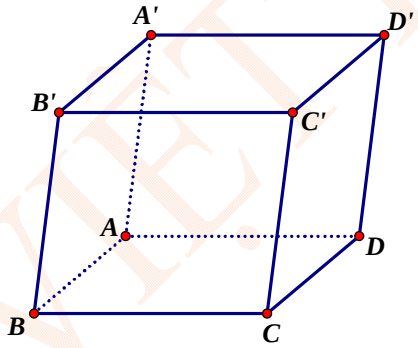
Câu 1: Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Khẳng định nào đúng?

A. $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=0$. **B.** $\vec{a}.\vec{b}=|\vec{a}|.|\vec{b}|$. **C.** $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=-1$. **D.** $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=\vec{0}$.

Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $y=x+\cot x-3$.

A. $y'=1+\dfrac{1}{\sin^2 x}$. **B.** $y'=1-\dfrac{1}{\sin^2 x}$. **C.** $y'=1-\dfrac{1}{\cos^2 x}$. **D.** $y'=1+\dfrac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hệ thức nào đúng?



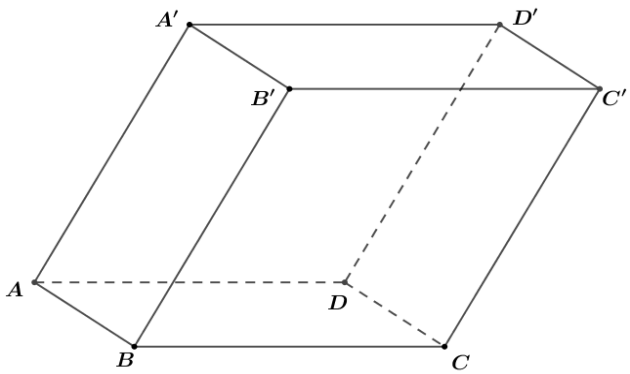
A. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$. **B.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB'}$.

C. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}$.

Câu 4: Tìm $\lim\dfrac{4n^5-n^3+1}{2n^5+2n^2+1}$.

A. 2. **B.** 8. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định đúng



A. $\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC},\overrightarrow{B'D'}$ đồng phẳng. **B.** $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BD'},\overrightarrow{BC}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BD'}$ đồng phẳng. **D.** $\overrightarrow{BA'},\overrightarrow{BD'},\overrightarrow{BC'}$ đồng phẳng.

Câu 6: Trong không gian qua điểm O có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước?

A. vô số. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 7: Tìm $\lim\limits_{x\to -2}\left(2x^2+1\right)$

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** -7. **D.** 9.

Câu 8: Tìm $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-5x+4}{x-1}$.

A. -3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 9: Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AC}$.

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $130°$. **D.** $120°$.

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của đường thẳng $A'C'$?

A. $\overrightarrow{A'C}$. **B.** $\overrightarrow{A'B}$. **C.** $\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{BD}$.

Câu 11: Một điểm M chuyển động với phương trình $S=f(t)=t^2+t+2$ (S tính bằng mét, t tính bằng giây). Tính vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t=2\ (s)$.

A. $1\ (m/s)$. **B.** $2\ (m/s)$. **C.** $4\ (m/s)$. **D.** $5\ (m/s)$.

Câu 12: Tính đạo hàm của hàm số $y=x^2+\sin x-3$.

A. $y'=2x-\cos x$. **B.** $2-\cos x$. **C.** $2+\cos x$. **D.** $y'=2x+\cos x$.

Câu 13: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2-3$ tại điểm $A(1;0)$ có hệ số góc bằng

A. -1. **B.** 7. **C.** -7. **D.** 1.

Câu 14: Tính độ dài đường chéo của hình lập phương cạnh a.

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x)<0$ là

A. $\varnothing$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)=-x^3+2x^2-x-5$. Tập nghiệm S của phương trình $f'(x)=0$ là

A. $S=\left\{-1;\dfrac{1}{3}\right\}$. **B.** $S=\left\{1;\dfrac{1}{3}\right\}$. **C.** $S=\left\{1;-\dfrac{1}{3}\right\}$. **D.** $S=\left\{-1;-\dfrac{1}{3}\right\}$.

Câu 17: Tìm $\lim\left(-n^4+n^2+1\right)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Câu 18: Hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-5x-6}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

A. $(-6;1)$. **B.** $(-1;6)$. **C.** $(-1;+\infty)$ **D.** $(-\infty;6)$.

Câu 19: Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x+2019}{6x-2020}$.

A. $-\dfrac{2020}{2019}$. **B.** $\dfrac{6}{5}$. **C.** $\dfrac{5}{6}$. **D.** $-\dfrac{2019}{2020}$.

Câu 20: Tính tổng $S=1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{8}+...+\left(\dfrac{-1}{2}\right)^{n-1}+....$

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 21: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2$ tại điểm $M(1;-1)$.

A. $y=-x-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=x-1$.

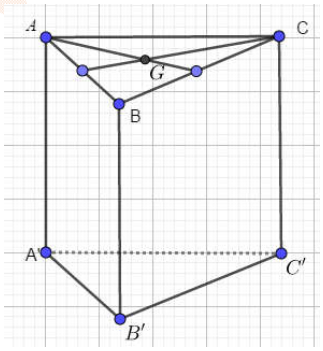
Câu 22: Cho $f(x)=-x^4+3x^2+2$. Hỏi phương trình $f'(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 23: Một chất điểm chuyển động thẳng với vận tốc $v(t)=-3t^2+6t+9(\text{m/s})$. Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t=3(\text{s})$.

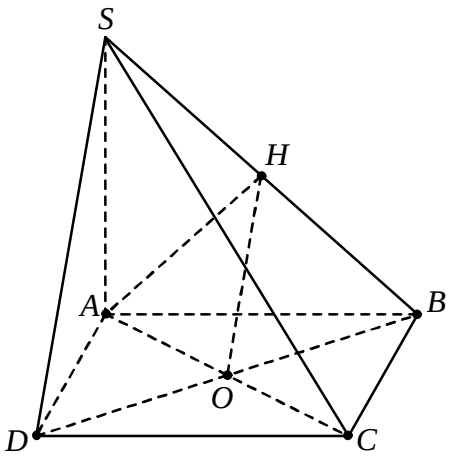
A. 6m/s^2. **B.** 0m/s^2. **C.** 12m/s^2. **D.** -12m/s^2.

Câu 24: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có G là trọng tâm tam giác ABC (hình minh họa). Khẳng định nào sai?



A. $AG\perp(BCC'B')$. **B.** $AG\perp B'C'$. **C.** $AA'\perp(ABC)$. **D.** $A'G\perp(ABC)$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bên SA vuông góc với đáy. $SA=AB=a$, H là trung điểm SB. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $DH \perp AC$. **B.** $OH \perp (SAB)$. **C.** $BC \perp (SAC)$. **D.** $AH \perp (SBC)$.

Câu 26: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin 5x + 4\cos x$.

A. $f'(x) = 5\cos 5x + 4\sin x$. **B.** $f'(x) = -5\cos 5x + 4\sin x$.

C. $f'(x) = 5\cos 5x - 4\sin x$. **D.** $f'(x) = \cos 5x - 4\sin x$.

Câu 27: Tính $\lim \dfrac{6^{2n} + 8^n}{3^n - 6^{2n+1}}$.

A. $-\dfrac{1}{6}$. **B.** -1. **C.** $+\infty$. **D.** 2.

Câu 28: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y = 3(x-1)$. **B.** $y = 3(x+1)$. **C.** $y = 3x+1$. **D.** $y = 3x-1$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x+1} & \text{khi } x \neq -1 \\ -2 & \text{khi } x = -1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

B. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số **không** liên tục tại điểm $x = -1$.

D. Hàm số chỉ liên tục tại điểm $x = -1$ và gián đoạn tại các điểm $x \neq -1$.

Câu 30: Cho hàm số $y = x^3 - 3x - 8$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) có hệ số góc $k = -6$

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 31: Tìm đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x) = \dfrac{x\sqrt{x}+1}{x}$.

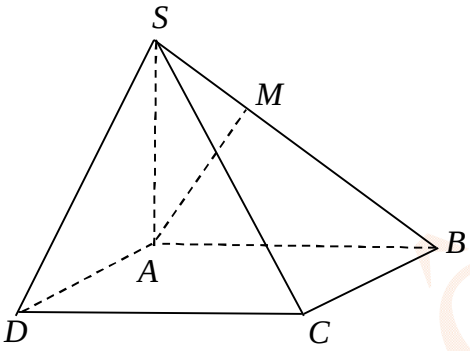
A. $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} + \dfrac{1}{x^2}$. **B.** $f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{1}{x^2}$.

C. $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} - \dfrac{1}{x^2}$. **D.** $f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}} - \dfrac{1}{x^2}$.

Câu 32: Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+8x-9}{x-1}$.

A. 10. **B.** 2. **C.** 6. **D.** −2.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$ và đáy là hình chữ nhật. Kẻ đường cao AM của tam giác SAB (hình vẽ minh hoạ). Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $AM\perp(SBD)$. **B.** $AM\perp(SBC)$. **C.** $SB\perp(MAC)$. **D.** $AM\perp(SAD)$.

Câu 34: Tìm $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-x}{|x|}$.

A. 1. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Câu 35: Cho số thực a thỏa mãn $\lim\dfrac{2n^3+n^2-4}{an^3+2}=\dfrac{1}{3}$. Khi đó $3a-a^2$ bằng

A. 18. **B.** 8. **C.** −18. **D.** −8.

Câu 36: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $x+45y=0$.

A. $y=45x+173;\ y=45x-83$. **B.** $y=45x-83$.

C. $y=45x-173;\ y=45x+83$. **D.** $y=45x-173$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC$ và tam giác ABC vuông tại B. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. H trùng với trung điểm của BC. **B.** H trùng với trung điểm của AC.

C. H trùng với trực tâm của ΔABC. **D.** H trùng với trọng tâm của ΔABC.

Câu 38: Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. Phương trình $x^4+mx^2-2mx-2=0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số m.

B. Phương trình $3x^6-3x^3+5x-2=0$ không có nghiệm thuộc khoảng $(-2;2)$.

C. Phương trình $x^3-3x+1=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

D. Phương trình $m(x-1)^2(x-2)+2x-3=0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số m.

Câu 39: Cho hàm số $y=-x^4-mx^2+m+1$ có đồ thị (C). Tính tổng tất cả các giá trị của tham số sao cho tiếp tuyến của (C) tại $A(1;0)$ và $B(-1;0)$ vuông góc với nhau.

A. −2. **B.** −4. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 40: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$ có đồ thị (C). Hỏi có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với trục hoành?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 41: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Tính góc φ giữa cạnh bên và mặt đáy.

A. $\varphi = 45°$. **B.** $\varphi = 90°$. **C.** $\varphi = 60°$. **D.** $\varphi = 30°$.

Câu 42: Một chất điểm chuyển động có phương trình $s = f(t) = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 4t + 5$ (s tính bằng mét và t tính bằng giây). Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 2$ giây.

A. $4\left(m/s^2\right)$. **B.** $1\left(m/s^2\right)$. **C.** $2\left(m/s^2\right)$. **D.** $3\left(m/s^2\right)$.

Câu 43: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 5$ biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + 1$.

A. $y = 3x - 13$. **B.** $y = 3x + 13$. **C.** $y = 3x - 1$. **D.** $y = 3x + 1$.

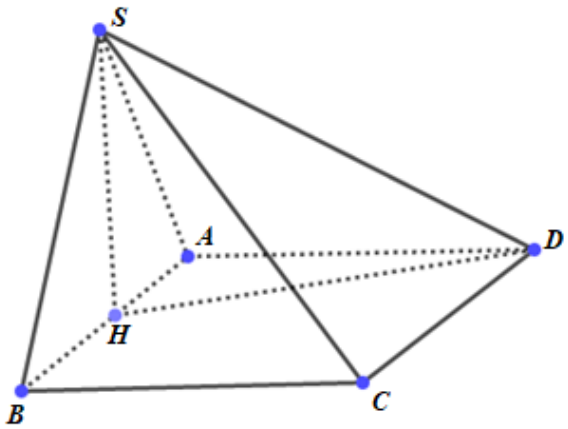
Câu 44: Cho hai điểm M, N thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 - x^2 + 2$ có hoành độ lần lượt là $x_M = 1$, $x_N = 2$. Tính hệ số góc của cát tuyến MN.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 45: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C), với $a \neq 0$. Tìm điều kiện của a, b, c để mọi tiếp tuyến của (C) đều có hệ số góc âm.

A. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac \le 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \le 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.

Câu 46: Cho hình chóp tứ giác *S.ABCD* có đáy là hình vuông cạnh a và tam giác *SAB* đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi *H* là trung điểm ***AB.*** Gọi φ là góc giữa *SC*và ***HD.*** Tính $\cos\varphi$.



A. $\cos\varphi = \frac{3\sqrt{10}}{20}$.. **B.** $\cos\varphi = \frac{\sqrt{10}}{20}$. **C.** $\cos\varphi = \frac{3\sqrt{5}}{20}$. **D.** $\cos\varphi = \frac{\sqrt{5}}{20}$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(1+3x)=2x-f(1-2x)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=1$?

A. $y=2x+1$. **B.** $y=2x-2$. **C.** $y=2x-1$. **D.** $y=2x+3$.

Câu 48: Cho hình chóp tứ giác *S.ABC* có *SA* $\perp$ (*ABC*). Diện tích các tam giác *ABC* và *SBC* lần lượt là $2\sqrt{3}$ và 4. Tính góc giữa hai mặt phẳng (*SBC*) và (*ABC*)?

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 75^0.

Câu 49: Cho hàm số $y=\dfrac{x-5}{x-1}$ có đồ thị (C). Hỏi có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) cắt trục Ox,Oy lần lượt tại A,B phân biệt sao cho $OB=4OA$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, SA\perp(ABC)$. Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của AB. Thiết diện của hình chóp $S.ABC$ cắt bởi mặt phẳng (P) là

A. hình chữ nhật. **B.** tam giác vuông. **C.** hình thoi. **D.** hình thang vuông.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.C	4.A	5.A	6.C	7.D	8.A	9.D	10.C
11.D	12.D	13.B	14.C	15.B	16.B	17.D	18.B	19.C	20.D
21.B	22.A	23.D	24.D	25.D	26.C	27.A	28.A	29.B	30.C
31.C	32.A	33.B	34.B	35.C	36.C	37.B	38.B	39.A	40.A
41.A	42.C	43.D	44.B	45.D	46b.A	47b.B	48b.A	49b.C	50b.A
46c.B	47c.A	48c.D	49c.C	50c.A					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Khẳng định nào đúng?

A. $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=0$. **B.** $\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$. **C.** $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=-1$. **D.** $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=\vec{0}$.

Lời giải

Chọn A

Với hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$, khẳng định nào đúng là: $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=0$.

Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $y=x+\cot x-3$.

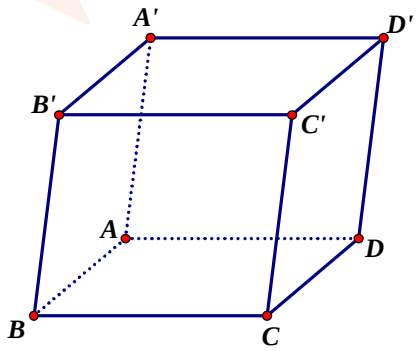
A. $y'=1+\dfrac{1}{\sin^2 x}$. **B.** $y'=1-\dfrac{1}{\sin^2 x}$. **C.** $y'=1-\dfrac{1}{\cos^2 x}$. **D.** $y'=1+\dfrac{1}{\cos^2 x}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=1-\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hệ thức nào đúng?



A. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$. **B.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB'}$.

C. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}$.

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.

Câu 4: Tìm $\lim\dfrac{4n^5-n^3+1}{2n^5+2n^2+1}$.

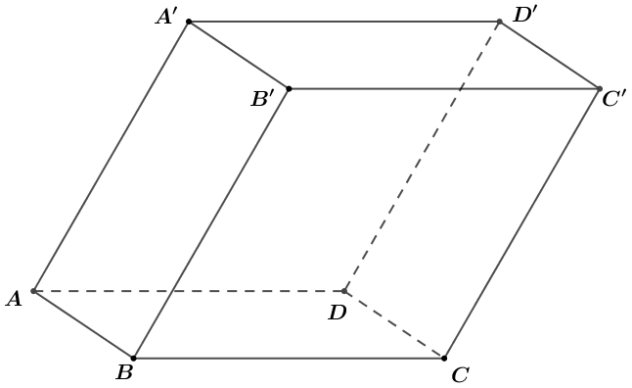
A. 2. **B.** 8. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\dfrac{4n^5-n^3+1}{2n^5+2n^2+1}=\lim\dfrac{4-\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{1}{n^5}}{2+\dfrac{2}{n^3}+\dfrac{1}{n^5}}=\dfrac{4}{2}=2$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định đúng



A. $\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC},\overrightarrow{B'D'}$ đồng phẳng.

B. $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BD'},\overrightarrow{BC}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BD'}$ đồng phẳng.

D. $\overrightarrow{BA'},\overrightarrow{BD'},\overrightarrow{BC'}$ đồng phẳng.

Lời giải

Chọn A

Ba véc-tơ $\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC},\overrightarrow{B'D'}$ có giá cùng song song với mặt phẳng (α), mà (α) song song với $(ABCD)$.

Câu 6: Trong không gian qua điểm O có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước?

A. vô số. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Qua điểm O trong không gian có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Câu 7: Tìm $\lim\limits_{x\to-2}\left(2x^2+1\right)$

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** -7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to-2}\left(2x^2+1\right)=2\cdot(-2)^2+1=9$

Hàm số có cực trị thì $y'=0\Leftrightarrow m=-\left(x^2+2\right)\sqrt{x^2+2}\le-2\sqrt{2}$

Câu 8: Tìm $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-5x+4}{x-1}$.

A. -3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

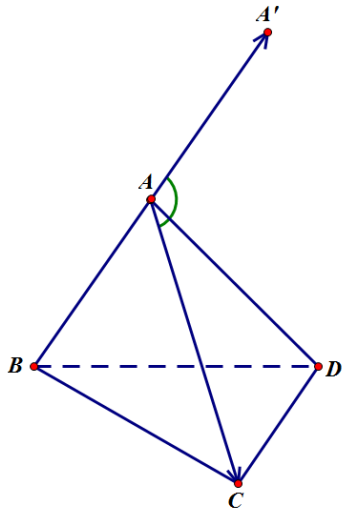
Ta có $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-5x+4}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x-1)(x-4)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}(x-4)=-3$.

Câu 9: Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}$.

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $130°$. **D.** $120°$.

Lời giải

Chọn D



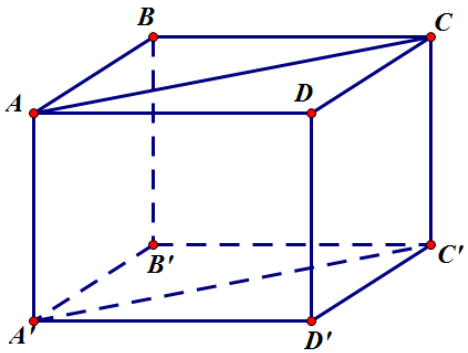
Dựng $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{BA}$ ta có $\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}\right)=\left(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{AC}\right)=120°$

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của đường thẳng $A'C'$?

A. $\overrightarrow{A'C}$. **B.** $\overrightarrow{A'B}$. **C.** $\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $AC//A'C'$ suy ra véc tơ chỉ phương của đường thẳng $A'C'$ là $\overrightarrow{AC}$.

Câu 11: Một điểm M chuyển động với phương trình $S = f(t) = t^2 + t + 2$ (S tính bằng mét, t tính bằng giây). Tính vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 2\ (s)$.

A. $1\ (m/s)$. **B.** $2\ (m/s)$. **C.** $4\ (m/s)$. **D.** $5\ (m/s)$.

Lời giải

Chọn D

$S = f(t) = t^2 + t + 2 \Rightarrow f'(t) = 2t + 1.$

Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 2\ (s)$ là $f'(2) = 5\ (m/s)$.

Câu 12: Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 + \sin x - 3$.

A. $y' = 2x - \cos x$. **B.** $2 - \cos x$. **C.** $2 + \cos x$. **D.** $y' = 2x + \cos x$.

Lời giải

Chọn D

$y = x^2 + \sin x - 3 \Rightarrow y' = 2x + \cos x.$

Câu 13: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 3$ tại điểm $A(1;0)$ có hệ số góc bằng

A. -1. **B.** 7. **C.** -7. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 + 4x$

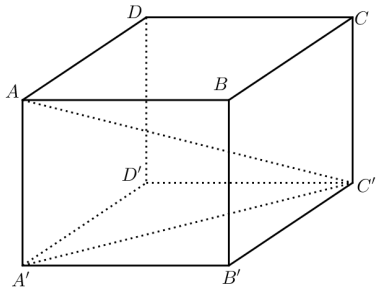
Vậy hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1;0)$ là $k = y'(1) = 7$.

Câu 14: Tính độ dài đường chéo của hình lập phương cạnh a.

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử hình lập phương là $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó độ dài đường chéo là

$AC' = \sqrt{AA'^2 + A'C'^2} = \sqrt{AA'^2 + A'B'^2 + A'D'^2} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 0$ là

A. $\varnothing$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

Ta có $f'(x)=-\frac{1}{x^2}<0$ với $\forall x\in D$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $f'(x)<0$ là: $\mathbb{R}\setminus\{0\}$

Câu 16: Cho hàm số $f(x)=-x^3+2x^2-x-5$. Tập nghiệm S của phương trình $f'(x)=0$ là

A. $S=\left\{-1;\frac{1}{3}\right\}$. **B.** $S=\left\{1;\frac{1}{3}\right\}$. **C.** $S=\left\{1;-\frac{1}{3}\right\}$. **D.** $S=\left\{-1;-\frac{1}{3}\right\}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $\mathbb{R}$

Ta có $f'(x)=-3x^2+4x-1\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow -3x^2+4x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\frac{1}{3}\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của $f'(x)=0$ là $S=\left\{1;\frac{1}{3}\right\}$.

Câu 17: Tìm $\lim\left(-n^4+n^2+1\right)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\left(-n^4+n^2+1\right)=\lim\left[n^4\left(-1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{n^4}\right)\right]$

Do $\begin{cases}\lim n^4=+\infty\\ \lim\left(-1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{n^4}\right)=-1<0\end{cases}$ nên $\lim\left(-n^4+n^2+1\right)=-\infty$

Câu 18: Hàm số $f(x)=\frac{x^2+1}{x^2-5x-6}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

A. $(-6;1)$. **B.** $(-1;6)$. **C.** $(-1;+\infty)$ **D.** $(-\infty;6)$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;6\}$.

Hàm số liên tục trên các khoảng: $(-\infty;-1);(-1;6);(6;+\infty)$.

Vì vậy hàm số liên tục trên khoảng $(-1;6)$.

Câu 19: Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5x+2019}{6x-2020}$.

A. $-\frac{2020}{2019}$. **B.** $\frac{6}{5}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $-\frac{2019}{2020}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5x+2019}{6x-2020}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5+\frac{2019}{x}}{6-\frac{2020}{x}}=\frac{5}{6}$.

Câu 20: Tính tổng $S=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+...+\left(\frac{-1}{2}\right)^{n-1}+....$

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có tổng $S=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+...+\left(\frac{-1}{2}\right)^{n-1}+...$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với $\begin{cases}u_1=1\\q=-\frac{1}{2}\end{cases}$.

Vì vậy $S=\frac{u_1}{1-q}=\frac{1}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{2}{3}$.

Câu 21: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2$ tại điểm $M(1;-1)$.

A. $y=-x-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=x-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=4x^3-4x=4x\left(x^2-1\right)$ và $y'(1)=0$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm $M(1;-1)$:

$$y=y'(1)(x-1)-1\Leftrightarrow y=-1.$$

Câu 22: Cho $f(x)=-x^4+3x^2+2$. Hỏi phương trình $f'(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow-4x^3+6x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x\approx-0,37\\x\approx1,37\end{array}\right.$ (sử dụng máy tính cầm tay).

Câu 23: Một chất điểm chuyển động thẳng với vận tốc $v(t)=-3t^2+6t+9(\text{m/s})$. Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t=3(\text{s})$.

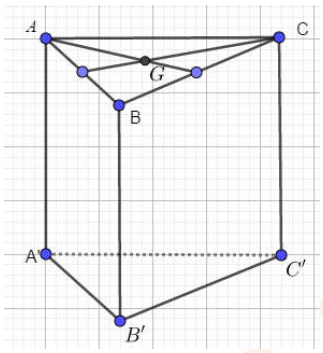
A. 6m/s^2. **B.** 0m/s^2. **C.** 12m/s^2. **D.** -12m/s^2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $v'(t)=-6t+6$. Gia tốc tại thời điểm $t=3(\text{s})$ là: $v'(3)=-6.3+6=-12\text{m/s}$.

Câu 24: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có G là trọng tâm tam giác ABC (hình minh họa). Khẳng định nào sai?



A. $AG\perp(BCC'B')$. **B.** $AG\perp B'C'$. **C.** $AA'\perp(ABC)$. **D.** $A'G\perp(ABC)$.

Lời giải

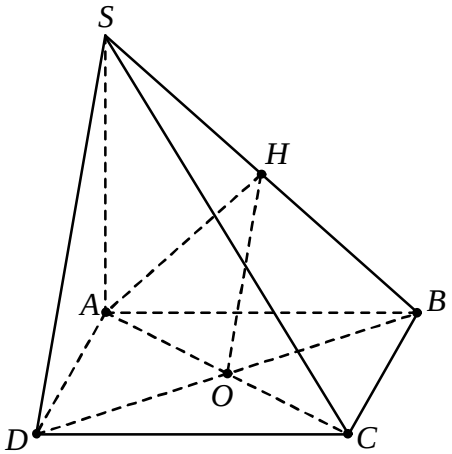
Chọn D

$ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều nên cũng là lăng trụ đứng $\Rightarrow AA'\perp(ABC)$ *(C là mệnh đề đúng).*

Tam giác ABC đều $\Rightarrow AG\perp BC$, mà $BC//B'C'$, suy ra $AG\perp B'C'$ *(B là mệnh đề đúng).*

Lại có: $\begin{cases}AG\perp BC\\AG\perp BB'\end{cases}\Rightarrow AG\perp(BCC'B')$ *(A là mệnh đề đúng).*

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bên SA vuông góc với đáy. $SA=AB=a$, H là trung điểm SB. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $DH\perp AC$. **B.** $OH\perp(SAB)$. **C.** $BC\perp(SAC)$. **D.** $AH\perp(SBC)$.

Lời giải

Chọn D

Do tam giác SAB vuông cân $\Rightarrow AH$ là trung tuyến đồng thời là đường cao $\Rightarrow AH\perp SB$.

Mặt khác: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$.

Vậy $AH \perp (SBC)$.

Câu 26: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin 5x + 4\cos x$.

A. $f'(x) = 5\cos 5x + 4\sin x$. **B.** $f'(x) = -5\cos 5x + 4\sin x$.

C. $f'(x) = 5\cos 5x - 4\sin x$. **D.** $f'(x) = \cos 5x - 4\sin x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = (\sin 5x)' + 4.(\cos x)' = 5\cos 5x - 4\sin x$.

Câu 27: Tính $\lim \dfrac{6^{2n} + 8^n}{3^n - 6^{2n+1}}$.

A. $-\dfrac{1}{6}$. **B.** -1. **C.** $+\infty$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim \dfrac{6^{2n} + 8^n}{3^n - 6^{2n+1}} = \lim \dfrac{36^n + 8^n}{3^n - 6.36^n} = \lim \dfrac{1 + \left(\dfrac{2}{9}\right)^n}{\left(\dfrac{1}{12}\right)^n - 6} = -\dfrac{1}{6}$.

Câu 28: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y = 3(x-1)$. **B.** $y = 3(x+1)$. **C.** $y = 3x + 1$. **D.** $y = 3x - 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x$.

$x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 0$; $f'(1) = 3$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 3(x-1)$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x + 1} & \text{khi } x \neq -1 \\ -2 & \text{khi } x = -1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

B. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số **không** liên tục tại điểm $x = -1$.

D. Hàm số chỉ liên tục tại điểm $x = -1$ và gián đoạn tại các điểm $x \neq -1$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Với $x\neq -1$ thì $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x+1}$. Đây là hàm phân thức hữu tỉ có tập xác định là $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.

Vậy nó liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Tại $x=-1$: $f(-1)=-2$ và

$\lim\limits_{x\to -1} f(x)=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-1}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1}(x-1)=-2$

$\Rightarrow f(-1)=\lim\limits_{x\to -1} f(x)=-2$ nên hàm số liên tục tại điểm $x=-1$.

Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 30: Cho hàm số $y=x^3-3x-8$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) có hệ số góc $k=-6$

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$y'=f'(x)=3x^2-3$

$k=-6\Leftrightarrow 3x_0^2-3=-6\Leftrightarrow x_0^2=-1$: phương trình vô nghiệm.

Vậy không tồn tại tiếp tuyến thoả yêu cầu bài toán.

Câu 31: Tìm đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x}$.

A. $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x^2}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x^2}$.

C. $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x^2}$.

Lời giải

Chọn C

$f(x)=\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x}=\sqrt{x}+\dfrac{1}{x}\Rightarrow f'(x)=\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{x}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x^2}$.

Câu 32: Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+8x-9}{x-1}$.

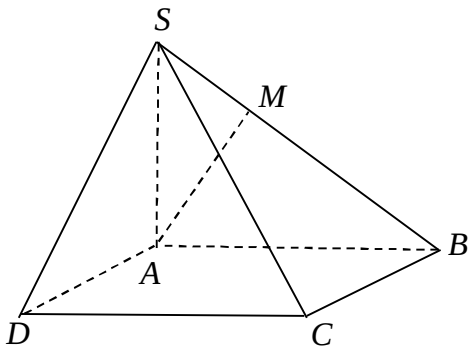
A. 10. **B.** 2. **C.** 6. **D.** −2.

Lời giải

Chọn A

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+8x-9}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x+9)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}(x+9)=10.$

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy là hình chữ nhật. Kẻ đường cao AM của tam giác SAB (hình vẽ minh hoạ). Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $AM \perp (SBD)$. **B.** $AM \perp (SBC)$. **C.** $SB \perp (MAC)$. **D.** $AM \perp (SAD)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$

Mà $SB \perp AM$ và $SB \cap BC = \{B\}$ suy ra $AM \perp (SBC)$

Câu 34: Tìm $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-x}{|x|}$.

A. 1. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-x}{|x|} = +\infty$. Vậy chọn **B.**

Câu 35: Cho số thực a thỏa mãn $\lim \dfrac{2n^3+n^2-4}{an^3+2} = \dfrac{1}{3}$. Khi đó $3a-a^2$ bằng

A. 18. **B.** 8. **C.** -18. **D.** -8.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim \dfrac{2n^3+n^2-4}{an^3+2} = \lim \dfrac{n^3\left(2+\dfrac{1}{n}-\dfrac{4}{n^3}\right)}{n^3\left(a+\dfrac{2}{n^3}\right)} = \lim \dfrac{2+\dfrac{1}{n}-\dfrac{4}{n^3}}{a+\dfrac{2}{n^3}} = \dfrac{2}{a}$.

Suy ra $\dfrac{2}{a} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow a = 6$. Khi đó $3a-a^2 = 3.6-6^2 = -18$.

Vậy chọn **C.**

Câu 36: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $x + 45y = 0$.

A. $y = 45x + 173;\ y = 45x - 83$. **B.** $y = 45x - 83$.

C. $y=45x-173;\ y=45x+83$. **D.** $y=45x-173$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2-6x$

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến Δ của đồ thị (C) của hàm số $y=x^3-3x^2+2$.

Khi đó $y'(x_0)=3x_0^2-6x_0$ là hệ số góc của tiếp tuyến Δ của đồ thị (C).

Đường thẳng $(d): x+45y=0 \Leftrightarrow y=-\frac{1}{45}x$ có hệ số góc $k_d=-\frac{1}{45}$.

Vì $\Delta \perp d$ nên ta có $k_\Delta.k_d=-1 \Leftrightarrow \left(3x_0^2-6x_0\right)\left(-\frac{1}{45}\right)=-1$

$\Leftrightarrow 3x_0^2-6x_0=45$

$\Leftrightarrow x_0^2-2x_0-15=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=-3\Rightarrow y_0=-52\Rightarrow M_1(-3;-52) \\ x_0=5\Rightarrow y_0=52\Rightarrow M_2(5;52) \end{array}\right.$

Phương trình tiếp tuyến Δ của đồ thị (C) tại điểm $M_1(-3;-52)$ là $y=45(x+3)+(-52)$

$\Leftrightarrow y=45x+83$.

Tương tự phương trình tiếp tuyến Δ của đồ thị (C) tại điểm $M_2(5;52)$ là

$y=45(x-5)+52 \Leftrightarrow y=45x-173$.

Vậy chọn **C.**

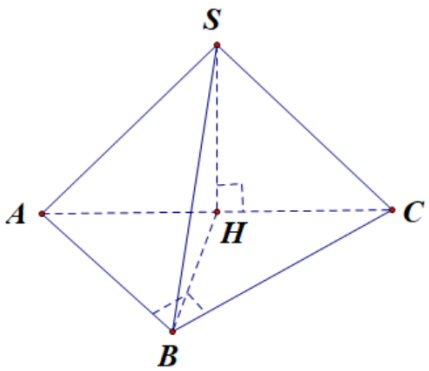
Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC$ và tam giác ABC vuông tại B. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. H trùng với trung điểm của BC. **B.** H trùng với trung điểm của AC.

C. H trùng với trực tâm của ΔABC. **D.** H trùng với trọng tâm của ΔABC.

Lời giải

Chọn B



Do $SA=SB=SC$ nên hình chiếu của S lên (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tam giác ABC vuông tại B nên tâm đường tròn ngoại tiếp là trung điểm của AC.

Câu 38: Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. Phương trình $x^4+mx^2-2mx-2=0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số m.

B. Phương trình $3x^6-3x^3+5x-2=0$ không có nghiệm thuộc khoảng $(-2;2)$.

C. Phương trình $x^3-3x+1=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

D. Phương trình $m(x-1)^2(x-2)+2x-3=0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số m.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình: $3x^6-3x^3+5x-2=0$. Hàm số $f(x)=3x^6-3x^3+5x-2$ liên tục trên $[-2;2]$ và có $f(0)=-2; f(2)=176 \Rightarrow f(0).f(2)<0$. Do đó tồn tại $c\in(0;2)$ sao cho $f(c)=0$ hay phương trình $3x^6-3x^3+5x-2=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(-2;2)$.

Câu 39: Cho hàm số $y=-x^4-mx^2+m+1$ có đồ thị (C). Tính tổng tất cả các giá trị của tham số sao cho tiếp tuyến của (C) tại $A(1;0)$ và $B(-1;0)$ vuông góc với nhau.

A. -2. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=-4x^3-2mx$. Hệ số góc tiếp tuyến của (C) tại A và B lần lượt là $y'(1)=-4-2m; y'(-1)=4+2m$.

Hai tiếp tuyến vuông góc $\Leftrightarrow y'(1).y'(-1)=-1 \Leftrightarrow (4+2m)^2=1 \Leftrightarrow 4m^2+16m+15=0$.

Phương trình luôn có 2 nghiệm và tổng các nghiệm là $-\frac{16}{2.4}=-2$.

Câu 40: Cho hàm số $y=x^4-2x^2$ có đồ thị (C). Hỏi có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với trục hoành?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$y=x^4-2x^2 \Rightarrow y'=4x^3-4x$

Tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với trục hoành

$\Leftrightarrow$ Hoành độ tiếp điểm là nghiệm phương trình $y'=0$

$$y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$$

Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $(-1;-1)$ là: $y=-1$.

Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $(0;0)$ là: $y=0$ (không TM điều kiện song song với trục hoành).

Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $(1;-1)$ là: $y=-1$.

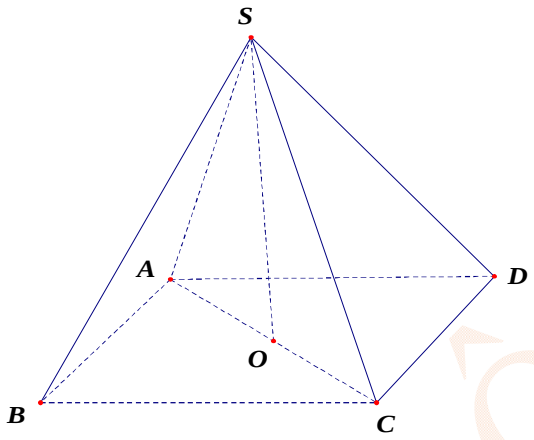
Vậy có 1 tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 41: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Tính góc φ giữa cạnh bên và mặt đáy.

A. $\varphi = 45°$. **B.** $\varphi = 90°$. **C.** $\varphi = 60°$. **D.** $\varphi = 30°$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, ta có $SO \perp (ABCD)$.

Theo giả thiết ta có: $\varphi = \widehat{SCO}$

Tam giác SOC vuông tại $O \Rightarrow \cos\widehat{SCO} = \dfrac{OC}{SC} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{SCO} = 45°$.

Câu 42: Một chất điểm chuyển động có phương trình $s = f(t) = \dfrac{1}{3}t^3 - t^2 + 4t + 5$ (s tính bằng mét và t tính bằng giây). Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 2$ giây.

A. $4\left(m/s^2\right)$. **B.** $1\left(m/s^2\right)$. **C.** $2\left(m/s^2\right)$. **D.** $3\left(m/s^2\right)$.

Lời giải

Chọn C

$s = f(t) = \dfrac{1}{3}t^3 - t^2 + 4t + 5$

Vận tốc tức thời của chuyển động:

$v(t) = f'(t) = t^2 - 2t + 4$

Gia tốc tức thời của chuyển động:

$a(t) = f''(t) = 2t - 2$.

Tại thời điểm $t = 2 \Rightarrow a(2) = f''(2) = 2\left(m/s^2\right)$.

Câu 43: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 5$ biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $y = -\dfrac{1}{3}x + 1$.

A. $y = 3x - 13$. **B.** $y = 3x + 13$. **C.** $y = 3x - 1$. **D.** $y = 3x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=(x^2-x+5)'=2x-1$. Gọi tọa độ tiếp điểm là $M\left(x_0;y_0\right)$.

Vì tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^2-x+5$ vuông góc với đường thẳng $y=-\frac{1}{3}x+1$ nên ta có

$\left(2x_0-1\right).\left(-\frac{1}{3}\right)=-1\Leftrightarrow x_0=2\Rightarrow y_0=y\left(2\right)=7;y'\left(2\right)=3$. Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y=3\left(x-2\right)+7\Leftrightarrow y=3x+1$.

Câu 44: Cho hai điểm M,N thuộc đồ thị của hàm số $y=x^3-x^2+2$ có hoành độ lần lượt là $x_M=1,\ x_N=2$. Tính hệ số góc của cát tuyến MN.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có hệ số góc của cát tuyến MN là $k=\frac{y_N-y_M}{x_N-x_M}=\frac{6-2}{2-1}=4$.

Câu 45: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị $\left(C\right)$, với $a\neq 0$. Tìm điều kiện của a,b,c để mọi tiếp tuyến của $\left(C\right)$ đều có hệ số góc âm.

A. $\begin{cases}a>0\\b^2-3ac<0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a<0\\b^2-3ac\le 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a>0\\b^2-3ac\le 0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a<0\\b^2-3ac<0\end{cases}$.

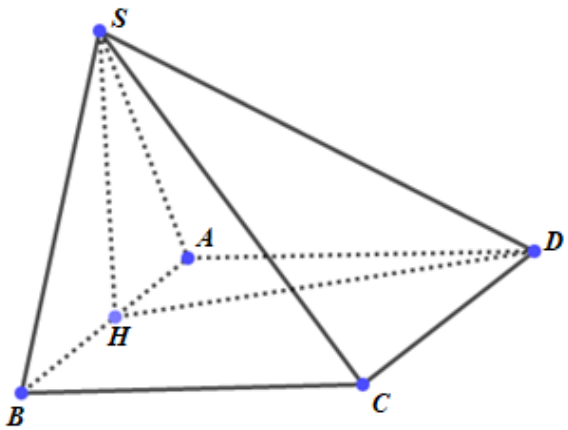
Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=(ax^3+bx^2+cx+d)'=3ax^2+2bx+c$

Để mọi tiếp tuyến của $\left(C\right)$ đều có hệ số góc âm $\Leftrightarrow y'<0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\b^2-3ac<0\end{cases}$.

Câu 46: Cho hình chóp tứ giác *S.ABCD* có đáy là hình vuông cạnh a và tam giác *SAB* đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi *H* là trung điểm ***AB.*** Gọi φ là góc giữa *SC*và ***HD.*** Tính $\cos\varphi$.



A. $\cos\varphi=\frac{3\sqrt{10}}{20}$.. **B.** $\cos\varphi=\frac{\sqrt{10}}{20}$. **C.** $\cos\varphi=\frac{3\sqrt{5}}{20}$. **D.** $\cos\varphi=\frac{\sqrt{5}}{20}$.

Lời giải

Chọn A

Vì ΔABC đều nên $SH\perp AB$.

Lại vì mp(*SAB*) vuông góc với mặt phẳng đáy theo giao truyến *AB* nên $SH\perp(ABCD)$.

Trong mp đáy, qua *C* kẻ $CN//HD$ cắt AB tại $N\Rightarrow B$ là trung điểm *NH*.

Khi đó, φ chính là góc giữa hai đường thẳng *SC* và *CN*.

Trong ΔNBC: $NC^2=BN^2+BC^2=\frac{5a^2}{4}\Rightarrow NC=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Trong ΔSHN: $SN^2=SH^2+HN^2=\frac{3a^2}{4}+a^2=\frac{7a^2}{4}$.

Trong ΔSHC: $SC^2=SH^2+HC^2=\frac{3a^2}{4}+\frac{5a^2}{4}=2a^2\Rightarrow SC=a\sqrt{2}$.

Áp dụng định lí hàm số Côsin cho ΔSNC: $\cos\widehat{SCN}=\frac{SC^2+NC^2-SN^2}{2.SC.NC}=\frac{3\sqrt{10}}{20}$.

Vậy $\cos\varphi=\frac{3\sqrt{10}}{20}$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(1+3x)=2x-f(1-2x)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=1$?

A. $y=2x+1$. **B.** $y=2x-2$. **C.** $y=2x-1$. **D.** $y=2x+3$.

Lời giải

Chọn B

Gọi tiếp điểm là $M(1;f(1))$.

Từ $f(1+3x)=2x-f(1-2x)$ (*), thay $x=0$ vào ta được $f(1)=0\Rightarrow M(1;0)$.

Cũng từ (*) suy ra: $3f'(1+3x)=2+2f'(1+2x)\Rightarrow f'(1)=2$.

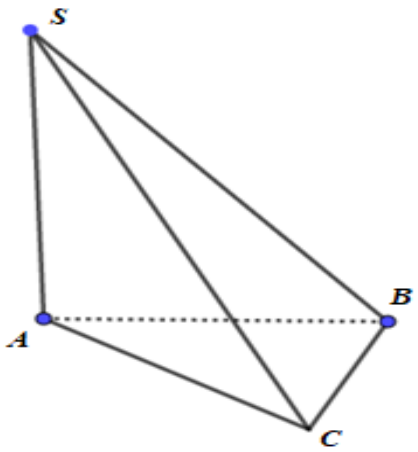
Từ đó, phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y=2x-2$.

Câu 48: Cho hình chóp tứ giác *S.ABC* có *SA* $\perp$ (*ABC*). Diện tích các tam giác *ABC* và *SBC* lần lượt là $2\sqrt{3}$ và 4. Tính góc giữa hai mặt phẳng (*SBC*) và (*ABC*)?

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 75^0.

Lời giải

Chọn A



Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (*SBC*) và (*ABC*).

Theo công thức hình chiếu ta có: $\cos\varphi = \dfrac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta SBC}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $\varphi = 30^0$.

Câu 49: Cho hàm số $y = \dfrac{x-5}{x-1}$ có đồ thị (C). Hỏi có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) cắt trục Ox, Oy lần lượt tại A, B phân biệt sao cho $OB = 4OA$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $y' = \dfrac{4}{(x-1)^2}$.

Vì tiếp tuyến của đồ thị (C) cắt trục Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho $OB = 4OA$ nên hệ số góc của tiếp tuyến k thỏa mãn: $|k| = \dfrac{OB}{OA} = 4 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k = 4\ (tm) \\ k = -4\ (l) \end{array}\right.$ (vì $y' > 0$).

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ (với $x_0 \neq 1$).

Ta có $k = 4 \Rightarrow y'(x_0) = 4 \Leftrightarrow \dfrac{4}{(x_0+1)^2} = 4 \Rightarrow (x_0+1)^2 = 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 5 \\ x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = \dfrac{7}{3} \end{array}\right.$.

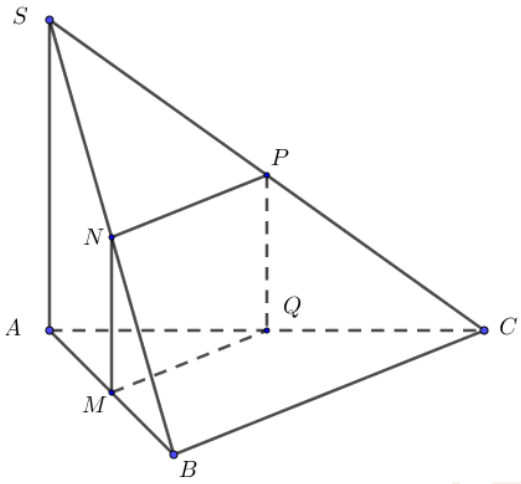
Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán là $y = 4x + 5$ và $y = 4x + \dfrac{31}{3}$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, SA \perp (ABC)$. Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của AB. Thiết diện của hình chóp $S.ABC$ cắt bởi mặt phẳng (P) là

A. hình chữ nhật. **B.** tam giác vuông. **C.** hình thoi. **D.** hình thang vuông.

Lời giải

Chọn A



Gọi M, N, Q lần lượt là trung điểm của AB, SB và AC.

Ta có $MN // SA$ mà $SA \perp (ABC) \Rightarrow MN \perp (ABC) \Rightarrow MN \perp AB$ (1).

Lại có $MQ // BC$ mà $BC \perp AB \Rightarrow MQ \perp AB$ (2).

Từ (1) và (2), suy ra $AB \perp (MNQ)$ hay (MNQ) là mặt phẳng trung trực của AB.

Ta có $\begin{cases} N \in (MNQ) \cap (SBC) \\ MQ \subset (MNQ), BC \subset (SBC) \Rightarrow (MNQ) \cap (SBC) = NP // BC // MQ, (P \in SC). \\ MQ // BC \end{cases}$

Suy ra thiết diện của hình chóp $S.ABC$ và mặt phẳng $(P) \equiv (MNQ)$ là tứ giác $MNPQ$.

Ta có $\begin{cases} MQ // NP \\ MQ = NP \end{cases} \Rightarrow MNPQ$ là hình bình hành; mà $MN \perp (ABC) \Rightarrow MN \perp MQ$

Vậy $MNPQ$ là hình chữ nhật.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 27

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi

Câu 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD=2a$, $CD=a$, $AA'=a\sqrt{2}$. Đường chéo AC' có độ dài bằng:

A. $a\sqrt{5}$. **B.** $a\sqrt{7}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{x}$. Tính tỉ số $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ theo x_0 và Δx (trong đó Δx là số gia của đối số tại x_0 và Δy là số gia tương ứng của hàm số) được kết quả là:

A. $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=-\dfrac{1}{x_0+\Delta x}$. **B.** $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{1}{x_0+\Delta x}$. **C.** $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{1}{x_0\left(x_0+\Delta x\right)}$. **D.** $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{-1}{x_0\left(x_0+\Delta x\right)}$.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(2;1)$. Diện tích của tam giác được tạo bởi Δ và các trục tọa độ bằng :

A. 3. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 9. **D.** $\dfrac{9}{2}$.

Câu 4. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3. Số đo của góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng: (làm tròn đến phút) $\Delta: 3x-2y+1=0$.

A. $69^0 18'$. **B.** $28^0 8'$. **C.** $75^0 2'$. **D.** $61^0 52'$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a và SA vuông góc với mặt đáy. Biết $SB=a\sqrt{10}$. Gọi I là trung điểm của SC. Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:

A. $3a$. **B.** $\dfrac{3a}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thoi và $SB\perp(ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SBD)

A. (SBC). **B.** (SAD). **C.** (SCD) **D.** (SAC).

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x+x_0)-f(x_0)}{x-x_0}$. **B.** $f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$. **C.** $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.

D. $f'(x_0)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h+x_0)-f(x_0)}{h}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông tại B, $SA\perp(ABC)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là:

A. Độ dài đoạn AC.
B. Độ dài đoạn AB.
C. Độ dài đoạn AH trong đó H là hình chiếu vuông góc của A trên SB.
D. Độ dài đoạn AM trong đó M là trung điểm của SC.

Câu 9. Tìm $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{\sqrt{4x+1}-3}$ là

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $AA'=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng (ABC) là

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Câu 11. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **sai**?
A. Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau.
B. Hình chóp tứ giác đều có các cạnh bên bằng nhau.
C. Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông.
D. Hình chóp tứ giác đều có hình chiếu của đỉnh trùng với tâm của đáy.

Câu 12. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}=0$. **B.** $\lim\limits_{x\to-\infty}x^2=+\infty$. **C.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{x+1}=-\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x^3}=0$.

Câu 13. Cho hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{x^2-7x+12}{x-3} & \text{khi } x\neq 3\\ -1 & \text{khi } x=3\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng?**

A. Hàm số liên tục nhưng không có đạo hàm tại $x_0=3$.
B. Hàm số có đạo hàm nhưng không liên tục tại $x_0=3$.
C. Hàm số gián đoạn và không có đạo hàm tại $x_0=3$.
D. Hàm số liên tục và có đạo hàm tại $x_0=3$.

Câu 14. Biết $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{5x^2+2x}+x\sqrt{5}\right)=a\sqrt{5}+b$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $S=5a+b$.

A. $S=-5$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=1$. **D.** $S=5$.

Câu 15. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $3{,}1555...=3{,}1(5)$ viết dưới dạng số hữu tỉ là:

A. $\dfrac{63}{20}$. **B.** $\dfrac{142}{45}$. **C.** $\dfrac{1}{18}$. **D.** $\dfrac{7}{2}$.

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $y=\cos\sqrt{x^2+1}$ là:

A. $y'=-\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\sin\sqrt{x^2+1}$. **B.** $y'=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\sin\sqrt{x^2+1}$.

C. $y'=\dfrac{x}{2\sqrt{x^2+1}}\sin\sqrt{x^2+1}$. **D.** $y'=-\dfrac{x}{2\sqrt{x^2+1}}\sin\sqrt{x^2+1}$.

Câu 17. Cho hàm số $y=\dfrac{-2x^2+x-7}{x^2+3}$. Tập nghiệm của phương trình $y'=0$ là:

A. $\{-1;3\}$. **B.** $[1;3]$. **C.** $[-3;1]$. **D.** $[-3;-1]$.

Câu 18. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **sai**?

A. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b là khoảng cách từ một điểm M thuộc mặt phẳng (α) chứa a và song song với b đến một điểm N bất kì trên b.

B. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

C. Nếu hai đường thẳng a và b chéo nhau và vuông góc với nhau thì đường vuông góc chung của chúng nằm trong mặt phẳng chứa đường này và vuông góc với đường kia.

D. Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (α) song song với a là khoảng cách từ một điểm A bất kì thuộc a tới mặt phẳng (α).

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh BA, BC, BD vuông góc với nhau từng đôi một. Góc giữa đường thẳng CD và mặt phẳng (ABD) là góc:

A. $\widehat{CDA}$. **B.** $\widehat{CAB}$. **C.** $\widehat{BDA}$. **D.** $\widehat{CDB}$.

Câu 20. Trong không gian cho trước điểm M và đường thẳng Δ. Các đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ thì:

A. vuông góc với nhau. **B.** song song với nhau.

C. cùng vuông góc với một mặt phẳng. **D.** cùng thuộc một mặt phẳng.

Câu 21. Cho hàm số $u=u(x)$ có đạo hàm tại x là u'. Khi đó đạo hàm của hàm số $y=\sin^2 u$ tại x là

A. $y'=\sin 2u$. **B.** $y'=u'\sin 2u$. **C.** $y'=2\sin 2u$. **D.** $y'=2u'\sin 2u$.

Câu 22. Cho các đường thẳng a, b và các mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\begin{cases} a\perp(\alpha) \\ a\subset(\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha)\perp(\beta)$.

B. $\begin{cases} a\perp b \\ a\perp(\alpha) \end{cases} \Rightarrow b\,//\,(\alpha)$

C. $\begin{cases} a\perp b \\ a\subset(\alpha) \\ b\subset(\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha)\perp(\beta)$.

D. $\begin{cases} (\alpha)\perp(\beta) \\ a\subset(\alpha) \\ b\subset(\beta) \end{cases} \Rightarrow a\perp b$.

Câu 23. Cho phương trình $2x^4-5x^2+x+1=0 \quad (1)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-2;1)$.

B. Phương trình (1) vô nghiệm.

C. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(0;2)$.

D. Phương trình (1) vô nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 24. Hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng $\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$?

A. $f(x)=2\sqrt{x}$. **B.** $f(x)=\sqrt{x}$. **C.** $f(x)=\sqrt{2x}$. **D.** $f(x)=-\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$.

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y=\left(-x^2+3x+7\right)^7$ là

A. $y'=7(-2x+3)(-x^2+3x+7)^6$. **B.** $y'=7(-x^2+3x+7)^6$.

C. $y'=(-2x+3)(-x^2+3x+7)^6$. **D.** $y'=7(-2x+3)(-x^2+3x+7)^7$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a)f(b)\le 0$. Khẳng định nào sau đây là **sai?**

A. Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại $x=a$.

B. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(a;b)$.

C. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên khoảng $(a;b)$ là "đường liền".

D. Phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[a;b]$.

Câu 27. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2-5x$. Tập nghiệm của bất phương trình $y'\ge 0$ là:

A. $[-1;5]$. **B.** $\varnothing$.

C. $(-\infty;-1)\cup(5;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1]\cup[5;+\infty)$.

Câu 28. Cho hàm số $y=\begin{cases}-x^2+x+3 & khi\ x\ge 2\\ 5x+2 & khi\ x<2\end{cases}$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Hàm số liên tục tại $x_0=1$.

B. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty;2),(2;+\infty)$.

D. Hàm số gián đoạn tại $x_0=2$.

Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB\perp(BCD)$ và $\widehat{BDC}=90^0$. Có bao nhiêu mặt của tứ diện đã cho là tam giác đều?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 30. Đạo hàm của hàm số $y=\tan x-\cot x$ là:

A. $y'=\frac{1}{\cos^2 2x}$. **B.** $y'=\frac{4}{\sin^2 2x}$. **C.** $y'=\frac{4}{\cos^2 2x}$. **D.** $y'=\frac{1}{\sin^2 2x}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $SA=SB=SC=SD$. Cạnh bên SB vuông góc với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. BD. **B.** AC. **C.** DA. **D.** BA.

Câu 32. Một vật chuyển động với phương trình $S(t)=t^3+4t^2$, trong đó t(giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu di chuyển, $S(t)$ (mét) là quảng đường vậy chuyển động được trong t giây. Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc bằng $11(\text{m/s})$.

A. $11(\text{m/s}^2)$. **B.** $14(\text{m/s}^2)$. **C.** $12(\text{m/s}^2)$. **D.** $13(\text{m/s}^2)$.

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD. Biết $AB=CD=a$ và $MN=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Câu 34. $\lim\dfrac{100^{n+1}+3.99^n}{10^{2n}-2.98^{n+1}}$ là:

A. $+\infty$. **B.** 100. **C.** $\dfrac{1}{100}$. **D.** 0.

Câu 35. $\lim\limits_{x\to 5^+}\dfrac{|10-2x|}{x^2-6x+5}$ là:

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 36. $\lim(2-3n)^4(n+1)^3$ là:

A. $-\infty$ **B.** $+\infty$ **C.** 81 **D.** 2

Câu 37. Cho dãy số (u_n) thỏa $|u_n-2|<\dfrac{1}{n^3}$ với mọi $n\in\mathbb{N}^*$. Khi đó:

A. $\lim u_n$ không tồn tại. **B.** $\lim u_n=1$. **C.** $\lim u_n=0$. **D.** $\lim u_n=2$.

Câu 38. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y=9x+10$ là:

A. $y=9x+6, y=9x-28$ **B.** $y=9x, y=9x-26$

C. $y=9x-6, y=9x-28$ **D.** $y=9x+6, y=9x-26$

Câu 39. $\lim(3^n-4^n)$ là:

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 1.

Câu 40. Vi phân của hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}+5x+1$ là:

A. $dy=(x^2-x+6)dx$. **B.** $dy=x^2-x+5$.

C. $dy=\left(\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}+5\right)dx$. **D.** $dy=(x^2-x+5)dx$.

Câu 41. Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-x$. **B.** $y=\cot x$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=\sqrt{x^2-1}$.

Câu 42. Biết hàm số $y=5\sin 2x-4\cos 5x$ có đạo hàm là $y'=a\sin 5x+b\cos 2x$. Giá trị của $a-b$ bằng:

A. -30. **B.** 10. **C.** -1. **D.** -9.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a và SA vuông góc với mặt đáy. Biết $SA=2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng:

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 44. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC'?

A. $A'D$. **B.** AC. **C.** BB'. **D.** AD'.

Câu 45. Cho đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (α). có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và vuông góc với (α).

A. 2. **B.** 0. **C.** Vô số. **D.** 1.

Câu 46. Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (BCD).

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{2}{3}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $2\sqrt{2}$

Câu 47. Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

i) Hình hộp đứng có đáy là hình vuông là hình lập phương

ii) Hình hộp chữ nhật có tất cả các mặt là hình chữ nhật

iii) Hình lăng trụ đứng có các cạnh bên vuông góc với đáy

iv) Hình hộp có tất cả các cạnh bằng nhau là hình lập phương

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 48. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y=\frac{3x+1}{x+2}$ là

A. $y''=\frac{10}{(x+2)^2}$ **B.** $y''=-\frac{5}{(x+2)^4}$ **C.** $y''=-\frac{5}{(x+2)^3}$ **D.** $y''=-\frac{10}{(x+2)^3}$

Câu 49. Giới hạn nào sau đây có kết quả bằng $+\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-3}{(x-1)^2}$ **B.** $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-2}{(x-1)^2}$ **C.** $\lim\limits_{x\to 1}\frac{-x-1}{(x-1)^2}$ **D.** $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x+1}{(x-1)^2}$

Câu 50. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

A. Cho hai mặt phẳng vuông góc với nhau, nếu một đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng thì vuông góc với mặt phẳng kia.

B. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước

C. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

D. Đường thẳng d là đường vuông góc chung của hai đườngthẳng chéo nhau a,b khi và chỉ khi d vuông góc với cả a và b.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

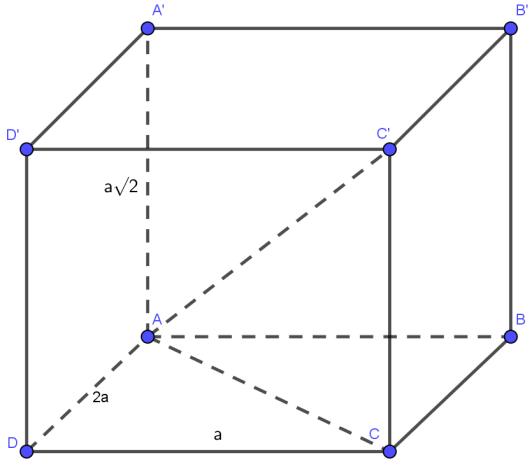
1.B	2.D	3.D	4.D	5.B	6.D	7	8.C	9.C	10.C
11.A	12.C	13.D	14.C	15.B	16.B	17.A	18.A	19.D	20.D
21.B	22.A	23.C	24.C	25.A	26.A	27.D	28.B	29.A	30.B
31.B	32.B	33.D	34.B	35.D	36.B	37.C	38.D	39.A	40.A
41.A	42.B	43	44.A	45.D	46.C	47.B	48.D	49.D	50.A.C

Câu 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD=2a$, $CD=a$, $AA'=a\sqrt{2}$. Đường chéo AC' có độ dài bằng:

A. $a\sqrt{5}$. **B.** $a\sqrt{7}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $AC=\sqrt{AD^2+DC^2}=a\sqrt{5}$. Nên $AC'=\sqrt{AC^2+CC'^2}=\sqrt{5a^2+2a^2}=a\sqrt{7}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{x}$. Tính tỉ số $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ theo x_0 và Δx (trong đó Δx là số gia của đối số tại x_0 và Δy là số gia tương ứng của hàm số) được kết quả là:

A. $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=-\dfrac{1}{x_0+\Delta x}$. **B.** $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{1}{x_0+\Delta x}$. **C.** $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{1}{x_0\left(x_0+\Delta x\right)}$. **D.** $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{-1}{x_0\left(x_0+\Delta x\right)}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta y=f\left(\Delta x+x_0\right)-f\left(x_0\right)=\dfrac{1}{\Delta x+x_0}-\dfrac{1}{x_0}=\dfrac{x_0-\left(\Delta x+x_0\right)}{x_0\left(\Delta x+x_0\right)}=\dfrac{-\Delta x}{x_0\left(\Delta x+x_0\right)}$.

Nên $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{-1}{x_0\left(x_0+\Delta x\right)}$.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(2;1)$. Diện tích của tam giác được tạo bởi Δ và các trục tọa độ bằng :

A. 3. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 9. **D.** $\dfrac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(2)=-1$

Phương trình tiếp tuyến (Δ) tại $M(2;1)$: $y=-x+3$

+ Gọi $A=\Delta\cap Ox$: $A(3;0)$

$B=\Delta\cap Oy$: $B(0;3)$

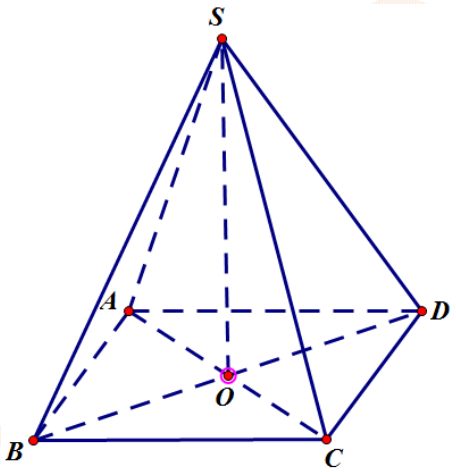
$S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{9}{2}$

Câu 4. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3. Số đo của góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng: (làm tròn đến phút) $\Delta: 3x-2y+1=0$.

A. $69^0 18'$. **B.** $28^0 8'$. **C.** $75^0 2'$. **D.** $61^0 52'$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $O=AC\cap BD \Rightarrow SO\perp(ABCD)$

Vậy $\left(\widehat{SD,(ABCD)}\right)=\widehat{SDO}$

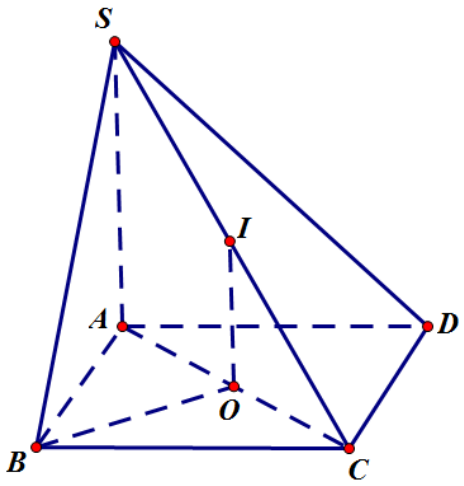
Ta có: $\cos\left(\widehat{SDO}\right)=\frac{OD}{SD}=\frac{\sqrt{2}}{3}\Rightarrow \widehat{SDO}=61^0 52'$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a và SA vuông góc với mặt đáy. Biết $SB=a\sqrt{10}$. Gọi I là trung điểm của SC. Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:

A. $3a$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{10}}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $O = AC \cap BD$

$OI \;//\; SA$

Mà $SA \perp (ABCD) \Rightarrow OI \perp (ABCD)$

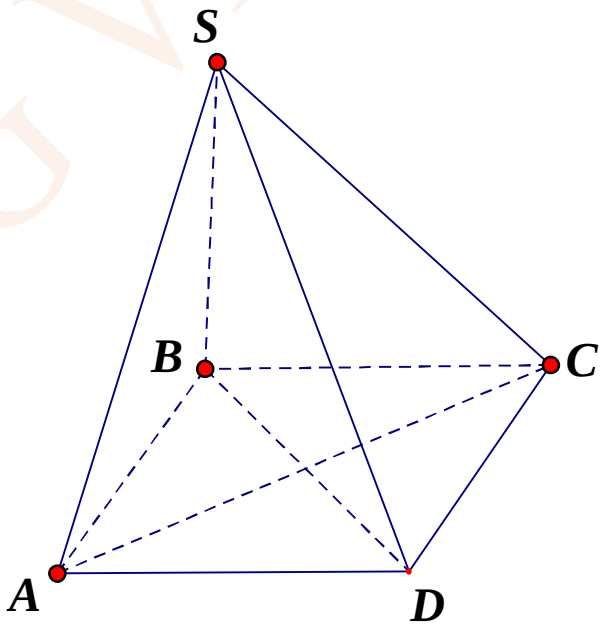
Vậy $d\left(I,(ABCD)\right) = OI = \dfrac{SA}{2} = \dfrac{\sqrt{SB^2 - AB^2}}{2} = \dfrac{3a}{2}$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thoi và $SB \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SBD)

A. (SBC). **B.** (SAD). **C.** (SCD) **D.** (SAC).

Lời giải

Chọn D



Ta có $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD)$,mà $AC \subset (\text{SAC})$. Nên $(SBD) \perp (SAC)$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x+x_0)-f(x_0)}{x-x_0}$. **B.** $f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$. **C.** $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.

D. $f'(x_0)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h+x_0)-f(x_0)}{h}$.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông tại B, $SA\perp(ABC)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là:

A. Độ dài đoạn AC.

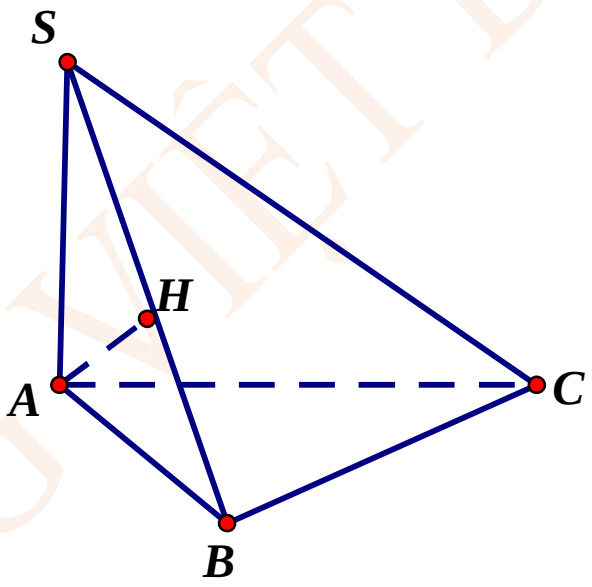
B. Độ dài đoạn AB.

C. Độ dài đoạn AH trong đó H là hình chiếu vuông góc của A trên SB.

D. Độ dài đoạn AM trong đó M là trung điểm của SC.

Lời giải

Chọn C



Ta có $(SAB)\perp(SBC)$. Hạ $AH\perp SB$, khi đó ta có $\begin{cases}AH\perp BC\\AH\perp SB\end{cases}\Rightarrow AH\perp(SBC)$

Vậy $d(A,(SBC))=AH$ (H là hình chiếu vuông góc của A trên SB).

Câu 9. Tìm $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{\sqrt{4x+1}-3}$ là

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

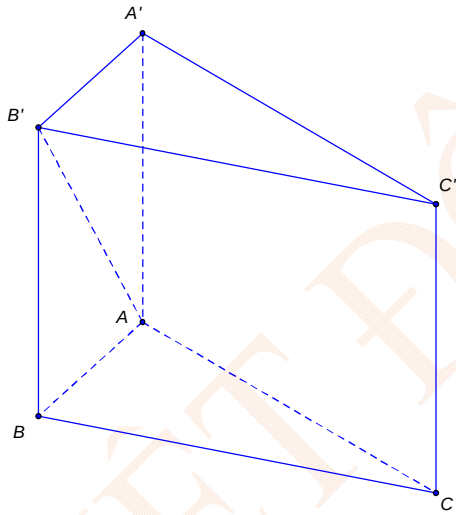
$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{\sqrt{4x+1}-3}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-3)\left(\sqrt{4x+1}+3\right)}{4(x-2)}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-3)\left(\sqrt{4x+1}+3\right)}{4}=-\frac{3}{2}.$$

Câu 10. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $AA'=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng (ABC) là

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Lời giải

Chọn C



*Vì $BB'\perp(ABC)$ nên AB là hình chiếu vuông góc của AB' trên (ABC).

*Ta có $\left(\widehat{AB',(ABC)}\right)=(AB',AB)=\widehat{B'AB}$.

* Tam giác ABB' vuông tại B nên $\tan\widehat{BAB'}=\frac{BB'}{AB}=\frac{AA'}{AB}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{BAB'}=60^0$.

Câu 11. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **sai**?

A. Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau.

B. Hình chóp tứ giác đều có các cạnh bên bằng nhau.

C. Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông.

D. Hình chóp tứ giác đều có hình chiếu của đỉnh trùng với tâm của đáy.

Lời giải

Chọn A

Theo lý thuyết hình chóp tứ giác đều.

Câu 12. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$. **B.** $\lim\limits_{x\to-\infty}x^2=+\infty$. **C.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x}{x+1}=-\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x^3}=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{1+\frac{1}{x}}=1$.

Câu 13. Cho hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{x^2-7x+12}{x-3} & \text{khi } x\neq 3\\ -1 & \text{khi } x=3\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng?**

A. Hàm số liên tục nhưng không có đạo hàm tại $x_0=3$.

B. Hàm số có đạo hàm nhưng không liên tục tại $x_0=3$.

C. Hàm số gián đoạn và không có đạo hàm tại $x_0=3$.

D. Hàm số liên tục và có đạo hàm tại $x_0=3$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-7x+12}{x-3} & \text{khi } x\neq 3\\ -1 & \text{khi } x=3\end{cases}$

$\lim\limits_{x\to 3} f(x)=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-7x+12}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}(x-4)=-1=f(3)$.

Đạo hàm của hàm số tại $x_0=3$ $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(x)-f(3)}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-7x+12-0}{x-3}=-1=f(3)$

Suy ra: Hàm số liên tục và có đạo hàm tại $x_0=3$.

Câu 14. Biết $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{5x^2+2x}+x\sqrt{5}\right)=a\sqrt{5}+b$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $S=5a+b$.

A. $S=-5$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=1$. **D.** $S=5$.

Lời giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{5x^2+2x}+x\sqrt{5}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x}{\sqrt{5x^2+2x}-x\sqrt{5}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2}{-\sqrt{5+\dfrac{2}{x}}-\sqrt{5}}=-\dfrac{1}{5}\sqrt{5}$.

Suy ra: $a=-\dfrac{1}{5}$, $b=0$. Vậy $S=-1$.

Câu 15. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $3,1555...=3,1(5)$ viết dưới dạng số hữu tỉ là:

A. $\dfrac{63}{20}$. **B.** $\dfrac{142}{45}$. **C.** $\dfrac{1}{18}$. **D.** $\dfrac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$3,1555...=3,1+0,05+0,005+0,0005+...$

Dãy số $0,05;0,005;0,0005;0,00005;...$ là một cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1=0,05$; $q=0,1$.

Vậy $3,1555...=3,1+\dfrac{0,05}{1-0,1}=\dfrac{142}{45}$.

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $y=\cos\sqrt{x^2+1}$ là:

A. $y'=-\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\sin\sqrt{x^2+1}$.

B. $y'=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\sin\sqrt{x^2+1}$.

C. $y'=\dfrac{x}{2\sqrt{x^2+1}}\sin\sqrt{x^2+1}$.

D. $y'=-\dfrac{x}{2\sqrt{x^2+1}}\sin\sqrt{x^2+1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$y=\cos\sqrt{x^2+1}\Rightarrow y'=\sin\sqrt{x^2+1}.\left(\sqrt{x^2+1}\right)'\Leftrightarrow y'=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}.\sin\sqrt{x^2+1}=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}.\sin\sqrt{x^2+1}$$

Câu 17. Cho hàm số $y=\dfrac{-2x^2+x-7}{x^2+3}$. Tập nghiệm của phương trình $y'=0$ là:

A. $\{-1;3\}$.

B. $[1;3]$.

C. $[-3;1]$.

D. $[-3;-1]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y=\dfrac{-2x^2+x-7}{x^2+3}\Rightarrow y'=\dfrac{(-4x+1)\left(x^2+3\right)-2x.\left(-2x^2+x-7\right)}{\left(x^2+3\right)^2}\Leftrightarrow y'=\dfrac{-x^2+2x+3}{\left(x^2+3\right)^2}$

Theo đề: $y'=0\Leftrightarrow -x^2+2x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Câu 18. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **sai**?

A. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b là khoảng cách từ một điểm M thuộc mặt phẳng (α) chứa a và song song với b đến một điểm N bất kì trên b.

B. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

C. Nếu hai đường thẳng a và b chéo nhau và vuông góc với nhau thì đường vuông góc chung của chúng nằm trong mặt phẳng chứa đường này và vuông góc với đường kia.

D. Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (α) song song với a là khoảng cách từ một điểm A bất kì thuộc a tới mặt phẳng (α).

Lời giải

Chọn A

Các mệnh đề trên là những tính chất, phương pháp xác định khoảng cách giữa các đối tượng trong không gian.

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh BA, BC, BD vuông góc với nhau từng đôi một. Góc giữa đường thẳng CD và mặt phẳng (ABD) là góc:

A. $\widehat{CDA}$.

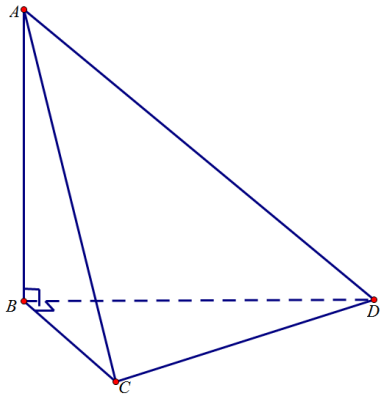
B. $\widehat{CAB}$.

C. $\widehat{BDA}$.

D. $\widehat{CDB}$.

Lời giải

Chọn D



Từ giả thiết, ta có: $BC \perp (ABD) \Rightarrow BD$ là hình chiếu vuông góc của CD trên (ABD) nên góc giữa đường thẳng CD và mặt phẳng (ABD) là góc $\widehat{CDB}$.

Câu 20. Trong không gian cho trước điểm M và đường thẳng Δ. Các đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ thì:

A. vuông góc với nhau. **B.** song song với nhau.

C. cùng vuông góc với một mặt phẳng. **D.** cùng thuộc một mặt phẳng.

Lời giải

Chọn D

Suy ra từ tính chất 1 theo SGK hình học 11 trang 100.

Câu 21. Cho hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm tại x là u'. Khi đó đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 u$ tại x là

A. $y' = \sin 2u$. **B.** $y' = u' \sin 2u$. **C.** $y' = 2\sin 2u$. **D.** $y' = 2u' \sin 2u$.

Lời giải

Chọn B

$y' = 2(\sin u)(\sin u)' = 2u'(\sin u)(\cos u) = u' \sin 2u.$

Câu 22. Cho các đường thẳng a, b và các mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\begin{cases} a \perp (\alpha) \\ a \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$.

B. $\begin{cases} a \perp b \\ a \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow b // (\alpha)$

C. $\begin{cases} a \perp b \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$.

D. $\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow a \perp b$.

Lời giải

Chọn A

$\begin{cases} a \perp (\alpha) \\ a \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$.

Câu 23. Cho phương trình $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0 \quad (1)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-2; 1)$.

B. Phương trình (1) vô nghiệm.

C. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(0;\ 2)$.

D. Phương trình (1) vô nghiệm trên khoảng $(-1;\ 1)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x)=2x^4-5x^2+x+1$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

$$\begin{cases} f(0)=1 \\ f(1)=-1 \\ f(2)=32-20+2+1=15 \end{cases}.$$

Có $f(0).f(1)<0$, suy ra phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(0;\ 1)$.

và $f(1).f(2)<0$, suy ra phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(1;\ 2)$.

Vậy phương trình $f(x)=0$ có ít nhất hai nghiệm thuộc khoảng $(0;\ 2)$.

Câu 24. Hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng $\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$?

A. $f(x)=2\sqrt{x}$. **B.** $f(x)=\sqrt{x}$. **C.** $f(x)=\sqrt{2x}$. **D.** $f(x)=-\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x)=\frac{(2x)'}{2\sqrt{2x}}=\frac{1}{\sqrt{2x}}.$$

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y=\left(-x^2+3x+7\right)^7$ là

A. $y'=7(-2x+3)\left(-x^2+3x+7\right)^6$. **B.** $y'=7\left(-x^2+3x+7\right)^6$.

C. $y'=(-2x+3)\left(-x^2+3x+7\right)^6$. **D.** $y'=7(-2x+3)\left(-x^2+3x+7\right)^7$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=7\left(-x^2+3x+7\right)'\left(-x^2+3x+7\right)^6=7(-2x+3)\left(-x^2+3x+7\right)^6$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a)\,f(b)\le 0$. Khẳng định nào sau đây là **sai?**

A. Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại $x=a$.

B. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(a;b)$.

C. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên khoảng $(a;b)$ là "đường liền".

D. Phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[a;b]$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số liên $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ thì mới chỉ có $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=f(a)$.

Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại $x=a \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to a^+} f(x)=\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=f(a)$.

Câu 27. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2-5x$. Tập nghiệm của bất phương trình $y'\ge 0$ là:

A. $[-1;5]$. **B.** $\varnothing$.

C. $(-\infty;-1)\cup(5;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1]\cup[5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$y=\frac{1}{3}x^3-2x^2-5x \Rightarrow y'=x^2-4x-5$

$y'\ge 0 \Leftrightarrow x^2-4x-5\ge 0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-1]\cup[5;+\infty)$.

Câu 28. Cho hàm số $y=\begin{cases}-x^2+x+3 & khi\ x\ge 2\\ 5x+2 & khi\ x<2\end{cases}$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Hàm số liên tục tại $x_0=1$.

B. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty;2),(2;+\infty)$.

D. Hàm số gián đoạn tại $x_0=2$.

Lời giải

Chọn B

+ Với $x>2$, ta có $f(x)=-x^2+x+3$ là hàm đa thức

$\Rightarrow$ hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(2;+\infty)$.

+ Với $x<2$, ta có $f(x)=5x+2$ là hàm đa thức

$\Rightarrow$ hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty;2)$.

+ Tại $x=2$

$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}(-x^2+x+3)=1$

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}(5x+2)=12$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)\ne \lim\limits_{x\to 2^-} f(x) \Rightarrow$ không tồn tại $\lim\limits_{x\to 2} f(x) \Rightarrow$ hàm số gián đoạn tại $x_0=2$.

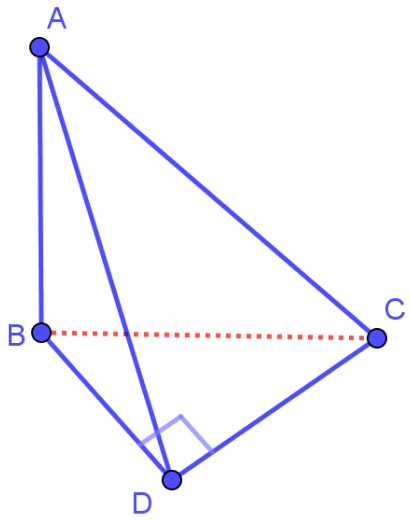
$\Rightarrow$ Hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB\perp(BCD)$ và $\widehat{BDC}=90^0$. Có bao nhiêu mặt của tứ diện đã cho là tam giác đều?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A



$AB \perp (BCD) \Rightarrow \begin{cases} AB \perp BD \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC, \Delta ABD$ vuông tại B.

$\widehat{BDC} = 90^0 \Rightarrow DC \perp DB \Rightarrow \Delta DBC$ vuông tại D.

Ta có $\begin{cases} DC \perp DB \\ DC \perp AB \\ DB, AB \subset (ABD) \end{cases} \Rightarrow DC \perp (ABD) \Rightarrow DC \perp AD \Rightarrow \Delta ADC$ vuông tại D.

Vậy các mặt của tứ diện là các tam giác vuông.

Câu 30. Đạo hàm của hàm số $y = \tan x - \cot x$ là:

A. $y' = \dfrac{1}{\cos^2 2x}$. **B.** $y' = \dfrac{4}{\sin^2 2x}$. **C.** $y' = \dfrac{4}{\cos^2 2x}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{\sin^2 2x}$.

Lời giải

Chọn B

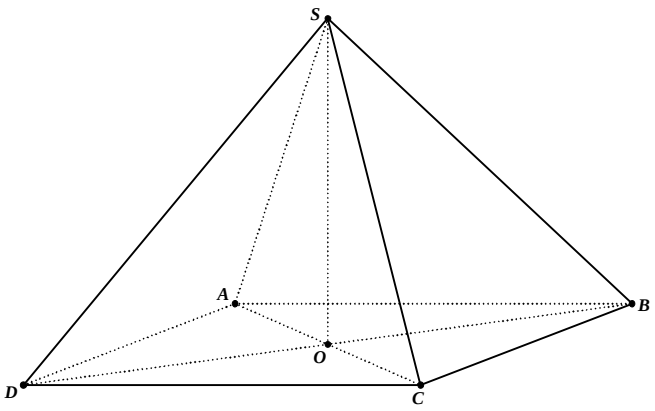
$y = \tan x - \cot x \Rightarrow y' = \dfrac{1}{\cos^2 x} + \dfrac{1}{\sin^2 x} = \dfrac{1}{\sin^2 x.\cos^2 x} = \dfrac{4}{\sin^2 2x}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $SA = SB = SC = SD$. Cạnh bên SB vuông góc với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. BD. **B.** AC. **C.** DA. **D.** BA.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là tâm của hình vuông ta có $OA=OB=OC=OD$ mà $SA=SB=SC=SD$ nên $SO\perp(ABCD)$.

Khi đó ta có: $\begin{cases}AC\perp BD\\AC\perp SO\end{cases}\Rightarrow AC\perp(SBD)$ mà $SB\subset(SBD)$ nên $AC\perp SB$.

Câu 32. Một vật chuyển động với phương trình $S(t)=t^3+4t^2$, trong đó t(giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu di chuyển, $S(t)$ (mét) là quảng đường vậy chuyển động được trong t giây. Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc bằng $11(\text{m/s})$.

A. $11(\text{m/s}^2)$. **B.** $14(\text{m/s}^2)$. **C.** $12(\text{m/s}^2)$. **D.** $13(\text{m/s}^2)$.

Lời giải

Chọn B

Vận tốc chuyển động của vật có phương trình là $V(t)=3t^2+8t$.

Gia tốc chuyển động của vật có phương trình là $a(t)=6t+8$.

Thời điểm vận tốc bằng $11(\text{m/s})$ ứng với $3t^2+8t=11\Leftrightarrow t=1(\text{s})$.

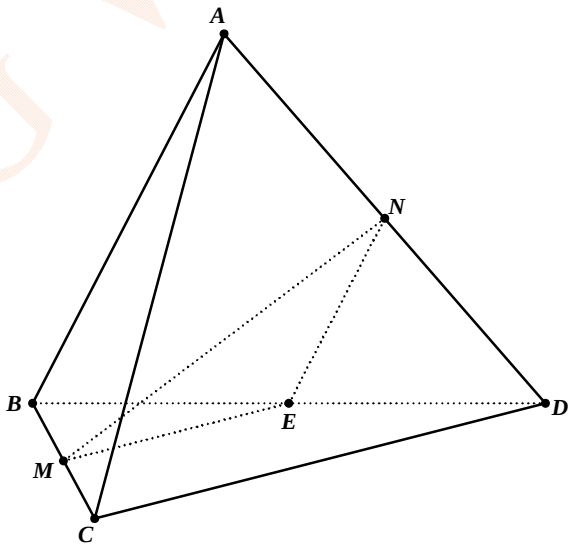
Gia tốc của vật cần tìm là $a(1)=6+8=14(\text{m/s}^2)$.

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD. Biết $AB=CD=a$ và $MN=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn D



Gọi E lần lượt là trung điểm của BD. Vì $\begin{cases}AB\parallel NE\\CD\parallel ME\end{cases}$ nên góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng góc giữa hai đường thẳng NE và ME.

Trong tam giác MNE ta có: $\cos\widehat{MEN}=\dfrac{ME^2+NE^2-MN^2}{2ME.NE}=\dfrac{\frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{4}-\frac{3a^2}{4}}{2.\frac{a^2}{4}}=-\dfrac{1}{2}$

Suy ra $\widehat{MEN}=120°$. Vậy góc giữa hai đường thẳng AB và CD là $60°$.

Câu 34. $\lim\dfrac{100^{n+1}+3.99^n}{10^{2n}-2.98^{n+1}}$ là:

A. $+\infty$. **B.** 100. **C.** $\dfrac{1}{100}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

$$\lim\frac{100^{n+1}+3.99^n}{10^{2n}-2.98^{n+1}}=\lim\frac{100.100^n+3.99^n}{100^n-2.98.98^n}=\lim\frac{100+3.\left(\frac{99}{100}\right)^n}{1-2.98.\left(\frac{98}{100}\right)^n}=100$$

Câu 35. $\lim\limits_{x\to5^+}\dfrac{|10-2x|}{x^2-6x+5}$ là:

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $10-2x<0$ khi $x\to5^+$.

Do đó: $\lim\limits_{x\to5^+}\dfrac{|10-2x|}{x^2-6x+5}=\lim\limits_{x\to5^+}\dfrac{2x-10}{x^2-6x+5}=\lim\limits_{x\to5^+}\dfrac{2(x-5)}{(x-1)(x-5)}=\lim\limits_{x\to5^+}\dfrac{2}{x-1}=\dfrac{1}{2}$

Câu 36. $\lim(2-3n)^4(n+1)^3$ là:

A. $-\infty$ **B.** $+\infty$ **C.** 81 **D.** 2

Lời giải

Chọn B

$$\lim(2-3n)^4(n+1)^3=\lim\left[n^7\left(\frac{2}{n}-3\right)^4\left(1+\frac{1}{n}\right)^3\right]$$

Ta có $\lim n^7=+\infty$

$\lim\left(\dfrac{2}{n}-3\right)^4=(-3)^4=3^4$

$\lim\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^3=1$

$\Rightarrow\lim(2-3n)^4(n+1)^3=+\infty$

Câu 37. Cho dãy số (u_n) thỏa $|u_n-2|<\dfrac{1}{n^3}$ với mọi $n\in\mathbb{N}^*$. Khi đó:

A. $\lim u_n$ không tồn tại. **B.** $\lim u_n = 1$. **C.** $\lim u_n = 0$. **D.** $\lim u_n = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim \frac{1}{n^3} = 0$

Mà $|u_n - 2| < \frac{1}{n^3}$

Nên $\lim u_n = \lim \frac{1}{n^3} = 0$

Câu 38. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 9x + 10$ là:

A. $y = 9x + 6, y = 9x - 28$ **B.** $y = 9x, y = 9x - 26$

C. $y = 9x - 6, y = 9x - 28$ **D.** $y = 9x + 6, y = 9x - 26$

Lời giải

Chọn D

Vì tiếp tuyến *(d)* song song với đường thẳng $y = 9x + 10$ nên *(d)* có hệ số góc bằng 9.

Ta có

$y' = \left(x^3 - 3x^2 + 1\right)' = 3x^2 - 6x$

$y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -3 \Rightarrow M(-1,-3) \\ x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 1 \Rightarrow N(3,1) \end{array}\right.$

Phương trình tiếp tuyến của (C) qua $M(-1,-3)$ là:

$y = 9(x+1) - 3 \Leftrightarrow y = 9x + 6$

Phương trình tiếp tuyến của (C) qua $N(3,1)$ là:

$y = 9(x-3) + 1 \Leftrightarrow y = 9x - 26$

Câu 39. $\lim\left(3^n - 4^n\right)$ là:

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\left(3^n - 4^n\right) = \lim 4^n \left(\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1\right)$

Do $\begin{cases} \lim 4^n = +\infty \\ \lim\left(\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1\right) = -1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \lim\left(3^n - 4^n\right) = -\infty$.

Câu 40. Vi phân của hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 5x + 1$ là:

A. $dy=\left(x^2-x+6\right)dx$. **B.** $dy=x^2-x+5$.

C. $dy=\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+5\right)dx$. **D.** $dy=\left(x^2-x+5\right)dx$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $dy=y'dx\Rightarrow dy=\left(x^2-x+5\right)dx$.

Câu 41. Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-x$. **B.** $y=\cot x$. **C.** $y=\frac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=\sqrt{x^2-1}$.

Lời giải

Chọn A

$y=\cot x$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$

$y=\frac{2x-1}{x-1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

$y=\sqrt{x^2-1}$ có tập xác định $D=(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$

Câu 42. Biết hàm số $y=5\sin 2x-4\cos 5x$ có đạo hàm là $y'=a\sin 5x+b\cos 2x$. Giá trị của $a-b$ bằng:

A. -30. **B.** 10. **C.** -1. **D.** -9.

Lời giải

Chọn B

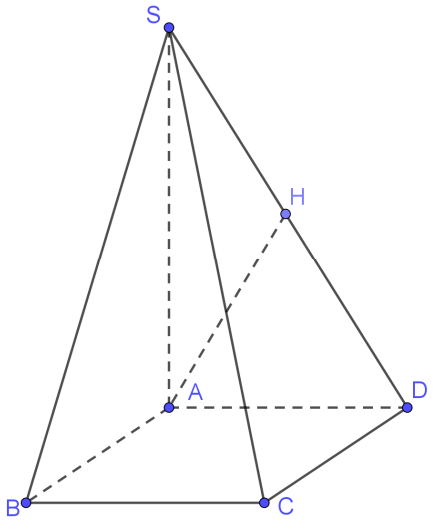
Ta có $y'=10\cos 2x+20\sin 5x$. Suy ra: $\begin{cases}a=20\\b=10\end{cases}$. Vậy $a-b=10$

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a và SA vuông góc với mặt đáy. Biết $SA=2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng:

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B



Chứng minh được: $AB \perp (SAD)$

Ta có: $CD \perp (SAD) \Rightarrow SD$ là hình chiếu của SC lên (SAD).

Dựng $AH \perp SD \Rightarrow AH$ là khoảng cách của AB và SC.

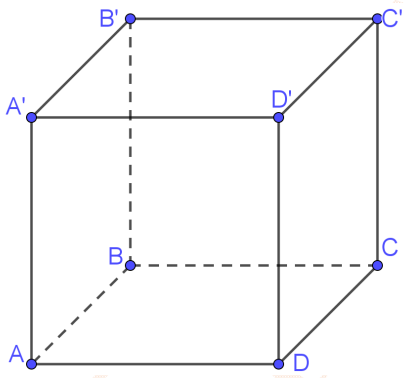
Xét tam giác SAD vuông tại A: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$

Câu 44. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC'?

A. $A'D$. **B.** AC. **C.** BB'. **D.** AD'.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $A'D // B'C$, $B'C \perp BC' \Rightarrow A'D \perp BC'$

Câu 45. Cho đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (α). có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và vuông góc với (α).

A. 2. **B.** 0. **C.** Vô số. **D.** 1.

Lời giải

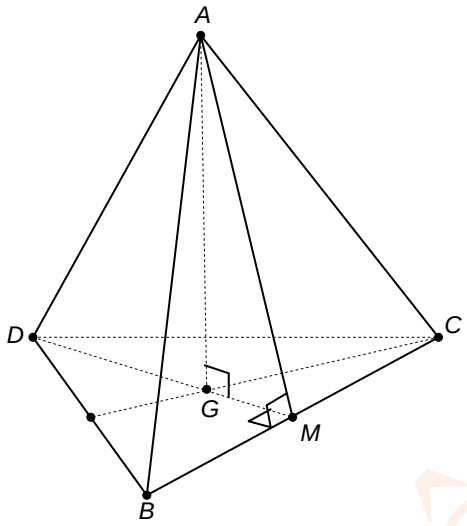
Chọn D

Câu 46. Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (BCD).

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{2}{3}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $2\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm tam giác BCD.

Ta có $\left((ABC),(BCD)\right)=(AM,DM)=\widehat{AMD}$

Gọi cạnh của tứ diện là 1 khi đó ta có $AM=\frac{\sqrt{3}}{2};GM=\frac{1}{3}DM=\frac{\sqrt{3}}{6}$

$\cos\widehat{AMG}=\frac{GM}{AM}=\frac{1}{3}$

Câu 47. Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

i) Hình hộp đứng có đáy là hình vuông là hình lập phương

ii) Hình hộp chữ nhật có tất cả các mặt là hình chữ nhật

iii) Hình lăng trụ đứng có các cạnh bên vuông góc với đáy

iv) Hình hộp có tất cả các cạnh bằng nhau là hình lập phương

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Có hai mệnh đề đúng là ii) và iii)

Câu 48. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y=\frac{3x+1}{x+2}$ là

A. $y''=\frac{10}{(x+2)^2}$ **B.** $y''=-\frac{5}{(x+2)^4}$ **C.** $y''=-\frac{5}{(x+2)^3}$ **D.** $y''=-\frac{10}{(x+2)^3}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=3-\frac{5}{x+2}\Rightarrow y'=\frac{5}{(x+2)^2};y''=-\frac{10}{(x+2)^3}$

Câu 49. Giới hạn nào sau đây có kết quả bằng $+\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to1}\frac{x-3}{(x-1)^2}$ **B.** $\lim\limits_{x\to1}\frac{x-2}{(x-1)^2}$ **C.** $\lim\limits_{x\to1}\frac{-x-1}{(x-1)^2}$ **D.** $\lim\limits_{x\to1}\frac{x+1}{(x-1)^2}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $(x-1)^2 \geq 0, \forall x \neq 1$

Do đó để giới hạn bằng $+\infty$ thì giới hạn của tử phải dương

Vậy $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+1}{(x-1)^2} = +\infty.$

Câu 50. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

A. Cho hai mặt phẳng vuông góc với nhau, nếu một đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng thì vuông góc với mặt phẳng kia.

B. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước

C. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

D. Đường thẳng d là đường vuông góc chung của hai đườngthẳng chéo nhau a,b khi và chỉ khi d vuông góc với cả a và b.

Lời giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 28

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi

Câu 1. Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) thỏa mãn $\lim u_n = 2$ và $\lim v_n = -5$. Giá trị của $\lim(u_n + v_n)$ bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** -10. **D.** -3.

Câu 2. Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

A. $\lim|u_n| = +\infty \Leftrightarrow \lim u_n = -\infty$. **B.** $\lim|u_n| = +\infty \Leftrightarrow \lim u_n = +\infty$.

C. Nếu $\lim u_n = 0$ thì $\lim \lim|u_n| = 0$. **D.** Nếu $\lim u_n = -a$ thì $\lim|u_n| = a$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Nếu $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm nằm trong $(a;b)$.

B. Nếu $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a;b)$.

C. Nếu $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a;b)$.

D. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a;b)$ thì $f(a).f(b) < 0$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x}$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:

A. $2x$. **B.** $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{x}}{2}$. **D.** $\sqrt{x}$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x) = -2x^2 + 3x$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:

A. $-4x-3$. **B.** $-4x+3$. **C.** $4x+3$. **D.** $4x-3$.

Câu 6. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 5$ có đồ thị (C). Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 bằng

A. 4. **B.** -1. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 7. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ bằng -3 có phương trình là:

A. $y = 9x - 25$. **B.** $y = 30x + 25$. **C.** $y = 9x + 25$. **D.** $y = 30x - 25$.

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC'?

A. $A'D$. **B.** AC. **C.** BB'. **D.** AD'.

Câu 9. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{5x-1}{2-x}$ có giá trị bằng

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** -5. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** 5.

Câu 10. Tính $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^2-5x+4}{x-1}$.

A. -3. **B.** 4. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Câu 11. Kết quả của $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{4x^2-2x+3} - 3x\right)$ bằng

A. $+\infty$. **B.** -1. **C.** $-\infty$. **D.** -7.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2+2020)^{100}$ là:

A. $y' = 100(x^2+2020)^{99}$. **B.** $y' = 200(x^2+2020)^{99}$.

C. $y' = 200x\left(x^2+2020\right)^{99}$. **D.** $y' = 100x\left(x^2+2020\right)^{99}$.

Câu 13. Cho hàm số $y = 2x^2+3x+1$ (P). Phương trình nào dưới đây là phương trình tiếp tuyến của (P)?

A. $y = 7x-1$.. **B.** $y = 7x+6$.. **C.** $y = 7x+1$.. **D.** $y = 7x+15$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y = \sin\left(2x+1\right)^{100}$ là:

A. $y' = 2\cos\left(2x+1\right)^{99}$. **B.** $y' = 200\cos\left(2x+1\right)^{99}$.

C. $y' = 200cos\left(2x+1\right)^{100}\left(2x+1\right)^{99}$. **D.** $y' = 100cos\left(2x+1\right)^{100}\left(2x+1\right)^{99}$.

Câu 15. Cho hàm số $y = m\sin x + \sin\left(m\cos^3 x\right)$. Tìm m biết $y'(\pi) = 1$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1

Câu 16. Cho hàm số $y = \dfrac{5-x}{x+1}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 1.

A. $y = \dfrac{2}{3}x+\dfrac{7}{3}$. **B.** $y = -\dfrac{2}{3}x+\dfrac{7}{3}$. **C.** $y = -\dfrac{2}{3}x-\dfrac{7}{3}$. **D.** $y = \dfrac{2}{3}x-\dfrac{7}{3}$.

Câu 17. Cho hàm số $y = \dfrac{2x+2}{x-1}$ (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = -4x+1$ là

A. $y = -4x-2; y = -4x+14$. **B.** $y = -4x+21; y = -4x+14$.

C. $y = -4x+2; y = -4x+1$. **D.** $y = -4x+12; y = -4x+14$.

Câu 18. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3-3x^2-2$ có hệ số góc $k = -3$ có phương trình là

A. $y = -3x+1$. **B.** $y = -3x-1$. **C.** $y = -3x-7$. **D.** $y = -3x+7$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy (ABC). H là hình chiếu vuông góc của A lên BC. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABC) là

A. $\widehat{SAH}$. **B.** $\widehat{SBA}$. **C.** $\widehat{SHA}$. **D.** $\widehat{ASH}$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $BC \perp (SAB)$. **B.** $CD \perp (SAD)$. **C.** $BD \perp (SAC)$. **D.** $SA \perp BD$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng nhau và $ABCD$ là hình vuông. **Khẳng định nào sau đây đúng :**

A. $SA \perp (ABCD)$. ***B.*** $AC \perp (SBC)$.

C. $AC \perp (SBD)$. ***D.*** $AC \perp (SCD)$.

Câu 22. Gọi S là tập hợp các tham số nguyên a thỏa mãn $\lim\left(\dfrac{5n+2021}{2020-n}+a^2+4a\right) = 0$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** –4. **D.** 2.

Câu 23. Cho a, b là các số nguyên và $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{ax^2+bx-22}{x-2} = 19$. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

A. $3a-4b=0$ **B.** $3b+4a=0$. **C.** $a = 3-2b$. **D.** $a-b=-1$

Câu 24. Tính $\lim n\left(\sqrt{9n^2+3}-\sqrt[3]{27n^3+n}\right)$

A. $+\infty$. **B.** 1. **C.** $-\infty$. **D.** $\dfrac{25}{54}$.

Câu 25. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x}{x-1} \ khi\ x\neq 1\\ m-1 \ khi \quad x=1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$.

A. $m=0$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} & \text{khi} \quad x<0\\ m+\dfrac{1-x}{1+x} & \text{khi} \quad x\geq 0\end{cases}$ liên tục tại $x=0$.

A. $m=-1$. **B.** $m=1$.. **C.** $m=-2$. **D.** $m=0$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và $\hat{B}=60°$. Biết $SA=2a$. Tính khoảng cách từ A đến SC.

A. $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{4a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{5a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ trong đó SA, AB, BC vuông góc với nhau từng đôi một. Biết $SA=3a$, $AB=a\sqrt{3}$, $BC=a\sqrt{6}$. Khoảng cách từ B đến SC bằng

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $2a$. **C.** $2a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a$. Gọi M là trung điểm của CD.Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAB) nhận giá trị nào sau đây?

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $2a$

Câu 30. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi Ogiao điểm AC và BD. Tính khoảng cách từ O tới mp(SCD).

A. $\dfrac{a}{\sqrt{6}}$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$. **D.** $\dfrac{a}{\sqrt{2}}$

Câu 31. Cho hai tam giác đều ABC và ABD cạnh a nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $[x.f(x)]'+\left[f'(x)+2\right]\left[f'(x)-\dfrac{5}{2}\right]=f(x)-2x$. Đạo hàm của hàm số $y=f(x)$ tại $x_0=2$ thuộc khoảng nào sau đây, biết đạo hàm cấp hai tại x_0 khác 0?

A. $(0;2)$. **B.** $\left(2;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $\left(\dfrac{3}{2};4\right)$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)=x^3+mx^2+x+1$. Gọi k là hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M có hoành độ $x=1$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để thỏa mãn $k.f(-1)<0$.

A. $m>2$. **B.** $m\leq -2$. **C.** $-2<m<1$. **D.** $m\geq 1$

Câu 34. Biết rằng đi qua điểm $A(1;0)$ có hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ và các tiếp tuyến này có hệ số góc lần lượt là k_1, k_2. Khi đó tích $k_1.k_2$ bằng:

A. 2. **B.** 0. **C.** -3. **D.** 6.

Câu 35. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C). Tìm tất cả giá trị của tham số m để từ điểm $A(1;m)$ kẻ được hai tiếp tuyến đến (C).

A. $m>-\dfrac{1}{2}$. **B.** $\begin{cases} m<-\dfrac{1}{2} \\ m\neq -2 \end{cases}$. **C.** $m<-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\begin{cases} m>-\dfrac{1}{2} \\ m\neq 1 \end{cases}$.

Câu 36. Cho hàm số $y=x^3-2x+2$ có đồ thị (C) và điểm $A(1;5)$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến đi qua điểm A.

A. $y=-5x+10$. **B.** $y=x-4$. **C.** $y=-x+6$. **D.** $y=x+4$.

Câu 37. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA=SB=SC=AB=AC=a$ và $BC=a\sqrt{2}$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng AB và SC là

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa AC' và BD.

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Câu 39. Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc nhau và $AC=AD=BC=BD=a$, $CD=2x$. Với giá trị nào của x thì hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc.

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a}{3}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a>0$, $SA\perp(ABCD)$, $SA=2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) là:

A. $\dfrac{3a}{2}$. **B.** $\dfrac{2a}{3}$. **C.** $\dfrac{a}{\sqrt{2}}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{10}a}{2}$.

Câu 41. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $AD=2a, AB=a$, góc $\widehat{BCD}$ bằng 60^0, SB vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SB=a\sqrt{3}$. Tính cos của góc tạo bởi SD và mặt phẳng (SAC).

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{15}}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 42. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{f(x)-8}{x-5}=3$. Tính $T=\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{f(x)+1}.\sqrt[3]{f(x)+19}-9}{2x^2-17x+35}$

A. $T=\dfrac{11}{36}$. **B.** $T=\dfrac{11}{18}$. **C.** $T=\dfrac{13}{36}$. **D.** $T=\dfrac{13}{18}$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-5}{x-1}=2$. Tìm m để hàm số

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{2f^2(x)-7f(x)-15}{x-1} & khi\ x\neq 1 \\ mx+2 & khi\ x=1 \end{cases}$$ liên tục tại $x=1$?

A. $m=24$. **B.** $m=25$. **C.** $m=26$ D, $m=27$

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a; $SA=a; SA\perp(ABCD)$ Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau $SC; BD$ bằng:

A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **B.** $a\sqrt{6}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** a.

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=1$, $AC=2$, $AA'=3$ và $\widehat{BAC}=120°$. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên cạnh BB', CC' sao cho $BM=3B'M$; $CN=2C'N$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(A'BN)$.

A. $\frac{9\sqrt{138}}{184}$. **B.** $\frac{3\sqrt{138}}{46}$. **C.** $\frac{9\sqrt{3}}{16\sqrt{46}}$. **D.** $\frac{9\sqrt{138}}{46}$

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$, xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)=x\,f(2x-1)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ vuông góc với nhau.Tìm biểu thức đúng?

A. $2<f^2(1)<4$. **B.** $f^2(x)<2$. **C.** $f^2(x)\ge 8$. **D.** $4\le f^2(x)<8$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(x^2)+2f(1-x)=x^4-2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là

A. $y=2x+2$. **B.** $y=-x+2$. **C.** $y=-x$. **D.** $y=-1$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)=x^3+6x^2+9x+3\,(C)$. Tồn tại hai tiếp tuyến của (C) phân biệt và có cùng hệ số góc k, đồng thời đường thẳng đi qua các tiếp điểm của hai tiếp tuyến đó cắt các trục Ox, Oy tương ứng tại A và B sao cho $OA=2017.OB$. Hỏi có bao nhiêu giá trị của k thỏa mãn yêu cầu bài toán?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 49. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có đồ thị (C). Gọi A,B thuộc đồ thị (C) có hoành độ a,b sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau và độ dài đoạn $AB=4\sqrt{2}$. Khi đó tích $a.b$ có giá trị bằng:

A. -2. **B.** -3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC), gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $MC=2MS$. Biết $AB=3, BC=3\sqrt{3}$, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM.

A. $\frac{3\sqrt{21}}{7}$ **B.** $\frac{2\sqrt{21}}{7}$ **C.** $\frac{\sqrt{21}}{7}$ **D.** $\frac{\sqrt{21}}{7}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Lời giải

1D	2C	3B	4B	5B	6D	7C	8A	9B	10A
11C	12C	13A	14C	15D	16B	17A	18B	19C	20C
21C	22C	23A	24D	25B	26C	27C	28B	29B	30A
31A	32A	33C	34B	35D	36D	37C	38A	39A	40B
41C	42B	43A	44A	45A	46C	47D	48B	49B	50A

Câu 1. Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) thỏa mãn $\lim u_n = 2$ và $\lim v_n = -5$. Giá trị của $\lim(u_n + v_n)$ bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** -10. **D.** -3.

Lời giải

Theo định lí giới hạn hữu hạn của dãy số, ta có $\lim(u_n + v_n) = \lim u_n + \lim v_n = 2 - 5 = -3$.

Câu 2. Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

A. $\lim|u_n| = +\infty \Leftrightarrow \lim u_n = -\infty$. **B.** $\lim|u_n| = +\infty \Leftrightarrow \lim u_n = +\infty$.

C. Nếu $\lim u_n = 0$ thì $\lim|u_n| = 0$. **D.** Nếu $\lim u_n = -a$ thì $\lim|u_n| = a$.

Lời giải

Mệnh đề (A) sai vì thiếu trường hợp $\lim u_n = +\infty$.

Mệnh đề (B) sai vì thiếu trường hợp $\lim u_n = -\infty$.

Mệnh đề (D) sai vì có thể $a < 0$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Nếu $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm nằm trong $(a;b)$.

B. Nếu $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a;b)$.

C. Nếu $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a;b)$.

D. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a;b)$ thì $f(a).f(b) < 0$.

Lời giải

Chọn B

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x}$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:

A. $2x$. **B.** $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{x}}{2}$. **D.** $\sqrt{x}$.

Lời giải.

Chọn B

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x) = -2x^2 + 3x$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:

A. $-4x - 3$. **B.** $-4x + 3$. **C.** $4x + 3$. **D.** $4x - 3$.

Lời giải.

Chọn B

□ Sử dụng các công thức đạo hàm: $x' = 1$; $(k.u)' = k.u'$; $(x^n)' = n.x^{n-1}$; $(u+v)' = u' + v'$.

□ $f'(x) = (-2x^2 + 3x)' = -2(x^2)' + 3x' = -4x + 3$.

Câu 6. Cho hàm số $y=x^3-2x^2+5$ có đồ thị (C). Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 bằng

A. 4. **B.** -1. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Ta có: $y'=3x^2-4x$.

Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ -1 bằng:

$k=y'(-1)=7$..

Câu 7. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-2$ tại điểm có hoành độ bằng -3 có phương trình là:

A. $y=9x-25$. **B.** $y=30x+25$. **C.** $y=9x+25$. **D.** $y=30x-25$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2+6x$; $y'(-3)=9$; $y(-3)=-2$.

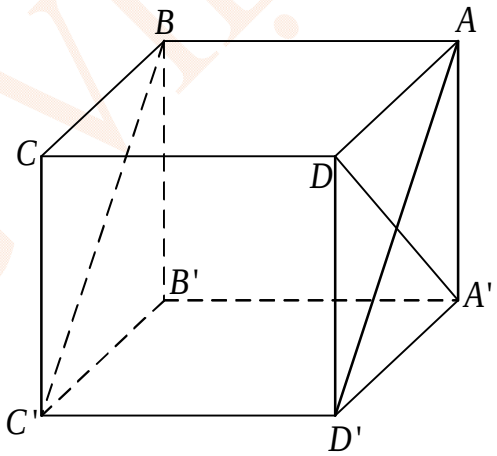
Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y=9(x+3)-2 \Leftrightarrow y=9x+25$.

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC'?

A. $A'D$. **B.** AC. **C.** BB'. **D.** AD'.

Lời giải

Chọn A



Ta có $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên suy ra

$$\begin{cases} AD' \perp AB \\ AD' \perp A'D \end{cases} \Rightarrow A'D \perp (ABC'D') \Rightarrow AD' \perp BC'$$

Câu 9. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x-1}{2-x}$ có giá trị bằng

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** -5. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** 5.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x-1}{2-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5-\dfrac{1}{x}}{\dfrac{2}{x}-1}=\dfrac{5-0}{0-1}=-5$. (Vì $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x}=0;\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2}{x}=0$).

Câu 10. Tính $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-5x+4}{x-1}$.

A. -3. **B.** 4. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-5x+4}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x-1)(x-4)}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}(x-4)=-3$.

Câu 11. Kết quả của $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2-2x+3}-3x\right)$ bằng

A. $+\infty$. **B.** -1. **C.** $-\infty$. **D.** -7.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2-2x+3}-3x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x\sqrt{4-\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}}-3x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x\left(\sqrt{4-\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}}-3\right)\right]$

$=-\infty$

(vì $\lim\limits_{x\to+\infty}x=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4-\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}}-3\right)=-1<0$).

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2+2020\right)^{100}$ là:

A. $y'=100\left(x^2+2020\right)^{99}$. **B.** $y'=200\left(x^2+2020\right)^{99}$.

C. $y'=200x\left(x^2+2020\right)^{99}$. **D.** $y'=100x\left(x^2+2020\right)^{99}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$y'=\left[\left(x^2+2020\right)^{100}\right]'=100\left(x^2+2020\right)^{99}\left(x^2+2020\right)'=200x\left(x^2+2020\right)^{99}$.

Câu 13. Cho hàm số $y=2x^2+3x+1$ (P). Phương trình nào dưới đây là phương trình tiếp tuyến của (P)?

A. $y=7x-1$.. **B.** $y=7x+6$.. **C.** $y=7x+1$.. **D.** $y=7x+15$.

Lời giải

Chọn A

Với Δx là số gia của đối số tại x_0, ta có

$$\begin{aligned}\Delta y &= 2(x_0+\Delta x)^2+3(x_0+\Delta x)+1-\left(2x_0^2+3x_0+1\right)\\ &= 2x_0^2+4x_0\Delta x+2\Delta x^2+3x_0+3\Delta x+1-2x_0^2-3x_0-1\\ &= 4x_0\Delta x+2\Delta x^2+3\Delta x;\end{aligned}$$

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{4x_0\Delta x + 2\Delta x^2 + 3\Delta x}{\Delta x} = 4x_0 + 2\Delta x + 3;$

$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \left(4x_0 + 2\Delta x + 3\right) = 4x_0 + 3.$

Vậy $y'\left(x_0\right) = 4x_0 + 3.$

Dựa vào các phương án đưa ra ta thấy đều có hệ số góc $k = 7;$

$y'\left(x_0\right) = 7 \Leftrightarrow 4x_0 + 3 = 7 \Leftrightarrow x_0 = 1;\ \ y_0 = 2.1^2 + 3.1 + 1 = 6;$

Phương trình tiếp tuyến của $\left(P\right)$ tại $\left(1;6\right)$ là: $y - 6 = 7\left(x - 1\right)$ hay $y = 7x - 1.$

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y = \sin\left(2x+1\right)^{100}$ là:

A. $y' = 2\cos\left(2x+1\right)^{99}.$ **B.** $y' = 200\cos\left(2x+1\right)^{99}.$

C. $y' = 200cos\left(2x+1\right)^{100}\left(2x+1\right)^{99}.$ **D.** $y' = 100cos\left(2x+1\right)^{100}\left(2x+1\right)^{99}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$y' = 200cos\left(2x+1\right)^{100}\left(2x+1\right)^{99}.$

Câu 15. Cho hàm số $y = m\sin x + \sin\left(mcos^3x\right).$ Tìm m biết $y'\left(\pi\right) = 1.$

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = mcosx - 3mcos^2x.\sin x.cos\left(mcos^3x\right),$

$y'\left(\pi\right) = -mcos\left(\pi\right) - 3mcos^2\left(\pi\right).\sin\left(\pi\right).cos\left(mcos^2\left(\pi\right)\right) = m.$

$y'\left(\pi\right) = 1 \Leftrightarrow m = 1.$

Câu 16. Cho hàm số $y = \dfrac{5-x}{x+1}$ có đồ thị $\left(C\right).$ Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị $\left(C\right)$ tại điểm có tung độ bằng 1.

A. $y = \dfrac{2}{3}x + \dfrac{7}{3}.$ **B.** $y = -\dfrac{2}{3}x + \dfrac{7}{3}.$ **C.** $y = -\dfrac{2}{3}x - \dfrac{7}{3}.$ **D.** $y = \dfrac{2}{3}x - \dfrac{7}{3}.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y_0 = 1 \Rightarrow 1 = \dfrac{5-x_0}{x_0+1} \Rightarrow x_0 = 2.$

$y' = \dfrac{\left(5-x\right)'\left(x+1\right) - \left(5-x\right)\left(x+1\right)'}{\left(x+1\right)^2} = \dfrac{-6}{\left(x+1\right)^2} \Rightarrow y'\left(x_0\right) = y'\left(2\right) = \dfrac{-2}{3}.$

Vậy phương trình tiếp tuyến là: $y=y'(x_0).(x-x_0)+y_0=-\frac{2}{3}(x-2)+1\Leftrightarrow y=-\frac{2}{3}x+\frac{7}{3}$.

Câu 17. Cho hàm số $y=\frac{2x+2}{x-1}(C)$. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y=-4x+1$ là

A. $y=-4x-2; y=-4x+14$. **B.** $y=-4x+21; y=-4x+14$.

C. $y=-4x+2; y=-4x+1$. **D.** $y=-4x+12; y=-4x+14$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$y'=\frac{-4}{(x-1)^2}$

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm $\Rightarrow y'(x_0)=-4\Leftrightarrow -4=\frac{-4}{(x_0-1)^2}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=0\\x_0=2\end{array}\right.$

Phương trình tiếp tuyến tại $M(0;-2): y=-4(x-0)-2\Leftrightarrow y=-4x-2$.

Phương trình tiếp tuyến tại $M(2;6): y=-4(x-2)+6\Leftrightarrow y=-4x+14$.

Câu 18. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-2$ có hệ số góc $k=-3$ có phương trình là

A. $y=-3x+1$. **B.** $y=-3x-1$. **C.** $y=-3x-7$. **D.** $y=-3x+7$.

Lời giải

Chọn B

Đạo hàm $y'=3x^2-6x$.

Theo đề ta có phương trình $3x^2-6x=-3\Leftrightarrow x^2-2x+1=0\Leftrightarrow x=1\Rightarrow y=-4$.

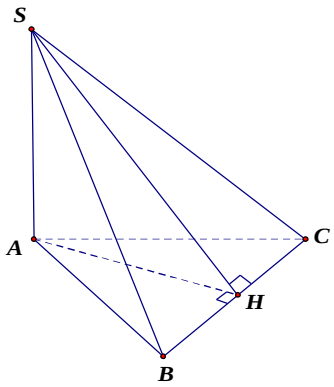
Phương trình tiếp tuyến: $y=-3(x-1)-4\Leftrightarrow y=-3x-1$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy (ABC). H là hình chiếu vuông góc của A lên BC. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABC) là

A. $\widehat{SAH}$. **B.** $\widehat{SBA}$. **C.** $\widehat{SHA}$. **D.** $\widehat{ASH}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $BC=(SBC)\cap(ABC)$

Vì $\begin{cases}BC\perp SA\\BC\perp AH\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAH)\Rightarrow BC\perp SH$.

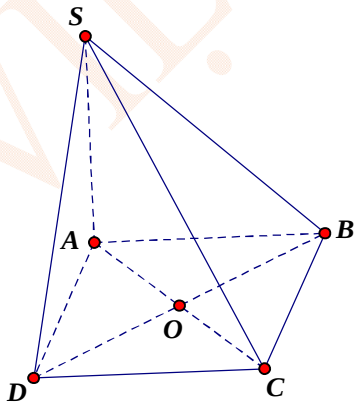
Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SHA}$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA\perp(ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $BC\perp(SAB)$. **B.** $CD\perp(SAD)$. **C.** $BD\perp(SAC)$. **D.** $SA\perp BD$.

Lời giải

Chọn C



Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên BD không vuông góc với AC.

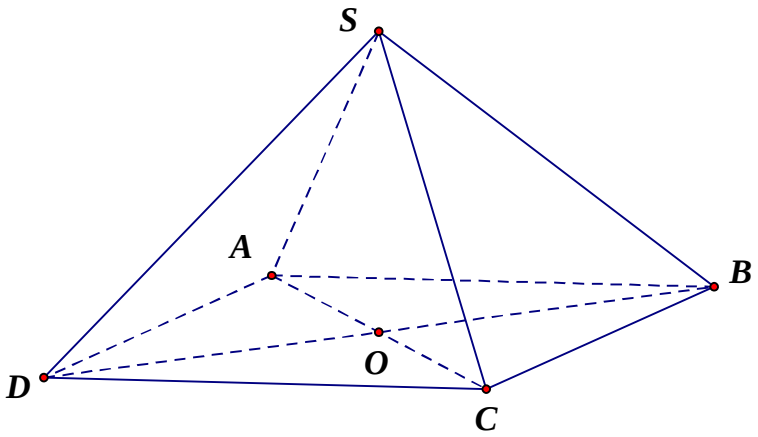
Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng nhau và $ABCD$ là hình vuông. Khẳng định nào sau đây đúng :

A. $SA\perp(ABCD)$. **B.** $AC\perp(SBC)$.

C. $AC\perp(SBD)$. **D.** $AC\perp(SCD)$.

Lời giải

Chọn C



Vì $ABCD$ là hình vuông nên $AC \perp BD$.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Tam giác SAC có $\begin{cases} SA = SC \\ OA = OC \end{cases} \Rightarrow AC \perp SO$.

Ta có $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD)$.

Câu 22. Gọi S là tập hợp các tham số nguyên a thỏa mãn $\lim\left(\frac{5n+2021}{2020-n}+a^2+4a\right)=0$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** -4. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\lim\left(\frac{5n+2021}{2020-n}+a^2+4a\right)=0 \Leftrightarrow \lim\left(\frac{5+\frac{2021}{n}}{\frac{2020}{n}-1}+a^2+4a\right)=0 \Leftrightarrow a^2+4a-5=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-5 \\ a=1 \end{array}\right.$. Vậy $S=\{-5;1\} \Rightarrow -5+1=-4$.

Câu 23. Cho a, b là các số nguyên và $\lim\limits_{x\to 2}\frac{ax^2+bx-22}{x-2}=19$. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

A. $3a-4b=0$ **B.** $3b+4a=0$. **C.** $a=3-2b$. **D.** $a-b=-1$

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\lim_{x\to 2}\frac{ax^2+bx-22}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{a(x^2-4)+b(x-2)+4a+2b-22}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2}[a(x+2)+b]+\lim_{x\to 2}\frac{4a+2b-22}{x-2}=4a+b+\lim_{x\to 2}\frac{4a+2b-22}{x-2}$$

Khi đó $\lim\limits_{x\to 2}\frac{ax^2+bx-22}{x-2}=19$ khi và chỉ khi

$\begin{cases} 4a+b=19 \\ 4a+2b=22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases}$

Câu 24. Tính $\lim n\left(\sqrt{9n^2+3}-\sqrt[3]{27n^3+n}\right)$

A. $+\infty$. **B.** 1. **C.** $-\infty$. **D.** $\frac{25}{54}$.

Lời giải

Ta có: $\lim n\left(\sqrt{9n^2+3}-\sqrt[3]{27n^3+n}\right)=\lim n\left[\left(\sqrt{9n^2+3}-3n\right)+\left(3n-\sqrt[3]{27n^3+n}\right)\right]$

$=\lim\left[n\left(\sqrt{9n^2+3}-3n\right)+n\left(3n-\sqrt[3]{27n^3+n}\right)\right]$.

Ta có: $\lim n\left(\sqrt{9n^2+3}-3n\right)=\lim\frac{3n}{\left(\sqrt{9n^2+3}+3n\right)}=\lim\frac{3}{\left(\sqrt{9+\frac{3}{n^2}}+3\right)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

Ta có: $\lim n\left(3n-\sqrt[3]{27n^3+n}\right)=\lim\frac{-n^2}{\left(9n^2+3n\sqrt[3]{27n^3+n}+\sqrt[3]{\left(27n^3+n\right)^2}\right)}$

$=\lim\frac{-1}{\left(9+3\sqrt[3]{27+\frac{1}{n^2}}+\sqrt[3]{\left(27+\frac{1}{n^2}\right)^2}\right)}=-\frac{1}{27}$.

Vậy $\lim n\left(\sqrt{9n^2+3}-\sqrt[3]{27n^3+n}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{27}=\frac{25}{54}$.

Câu 25. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-x}{x-1} & khi\ x\neq 1 \\ m-1 & khi\quad x=1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$.

A. $m=0$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-x}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1} x=1$

Và $f(1)=m-1$.

Hàm số liên tục tại $x=1\Leftrightarrow m-1=1\Leftrightarrow m=2$

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} & \text{khi}\quad x<0 \\ m+\frac{1-x}{1+x} & \text{khi}\quad x\geq 0\end{cases}$ liên tục tại $x=0$.

A. $m=-1$. **B.** $m=1$.. **C.** $m=-2$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(m+\dfrac{1-x}{1+x}\right)=m+1.$

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\left(\dfrac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x}\right)=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{-2x}{x\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\right)}=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{-2}{\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\right)}=-1.$

$f(0)=m+1$

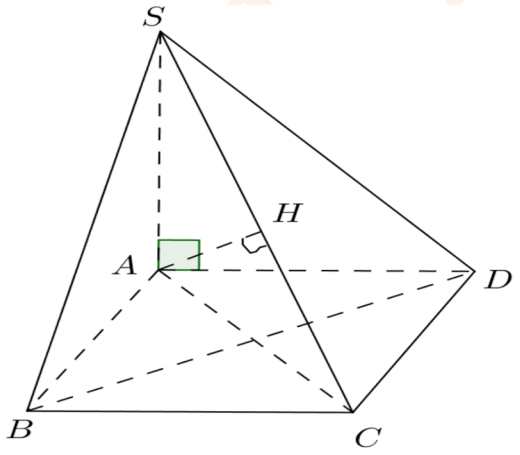
Để hàm liên tục tại $x=0$ thì $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=f(0)\Leftrightarrow m+1=-1\Rightarrow m=-2.$

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và $\hat{B}=60°$. Biết $SA=2a$. Tính khoảng cách từ A đến SC.

A. $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{4a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{5a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $AH\perp SC$, khi đó $d(A;SC)=AH$.

$ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và $\hat{B}=60°\Rightarrow\triangle ABC$ đều nên $AC=a$.

Trong tam giác vuông SAC ta có:

$\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AC^2}$

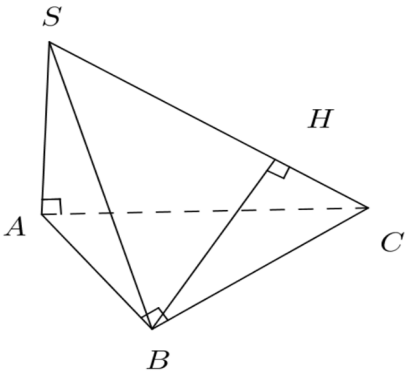
$\Rightarrow AH=\dfrac{SA.AC}{\sqrt{SA^2+AC^2}}=\dfrac{2a.a}{\sqrt{4a^2+a^2}}=\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}.$

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ trong đó SA, AB, BC vuông góc với nhau từng đôi một. Biết $SA=3a$, $AB=a\sqrt{3}$, $BC=a\sqrt{6}$. Khoảng cách từ B đến SC bằng

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $2a$. **C.** $2a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Vì SA, AB, BC vuông góc với nhau từng đôi một nên $CB \perp SB$.

Kẻ $BH \perp SC$, khi đó $d\left(B;SC\right) = BH$.

Ta có: $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{9a^2 + 3a^2} = 2\sqrt{3}a$.

Trong tam giác vuông SBC ta có:

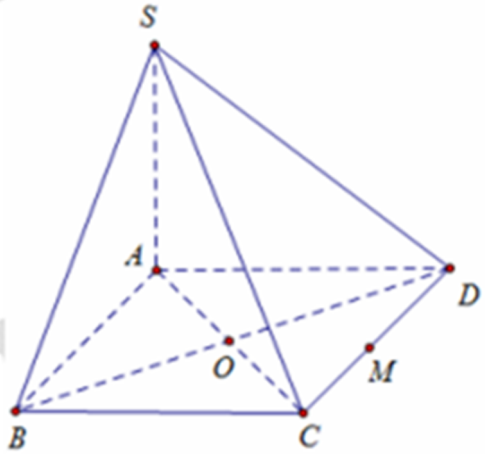
$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{BC^2} \Rightarrow BH = \frac{SB.BC}{\sqrt{SB^2 + BC^2}} = 2a.$$

Câu 29. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông cạnh *a*. Đường thẳng *SA* vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$. Gọi *M* là trung điểm của *CD*.Khoảng cách từ D đến mặt phẳng $\left(SAB\right)$ nhận giá trị nào sau đây?

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $2a$

Lời giải

Chọn A



Mặt khác $\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SA \end{cases} \Rightarrow AD \perp \left(SAB\right)$

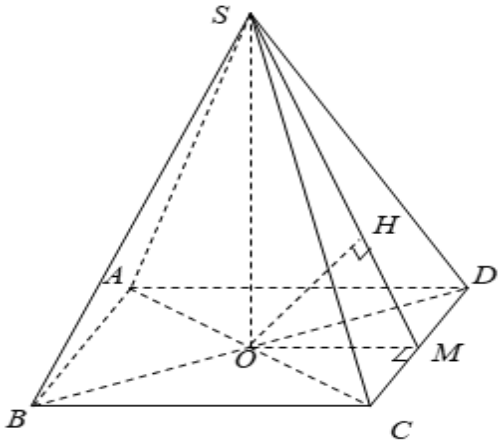
Do vậy $d\left(D,\left(SAB\right)\right) = AD = a$.

Câu 30. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi Ogiao điểm AC và BD. Tính khoảng cách từ O tới $\text{mp}\left(SCD\right)$.

A. $\frac{a}{\sqrt{6}}$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{a}{\sqrt{2}}$

Lời giải

Chọn A



Tính khoảng cách từ O tới $mp(SCD)$:

Gọi M là trung điểm của CD.

Theo giả thiết $SO \perp (ABCD) \supset CD$.

$$\Rightarrow \begin{cases} CD \perp SO \subset (SOM) \\ CD \perp OM \subset (SOM) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOM) \text{ mà } CD \subset (SCD) \Rightarrow (SCD) \perp (SOM).$$
$$OM \cap SO = O$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên $SM \Rightarrow OH \perp SM = (SCD) \cap (SOM)$, suy ra $OH \perp (SCD)$ nên $d(O,(SCD)) = OH$.

Ta có $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Trong ΔSOM vuông tại O, ta có:

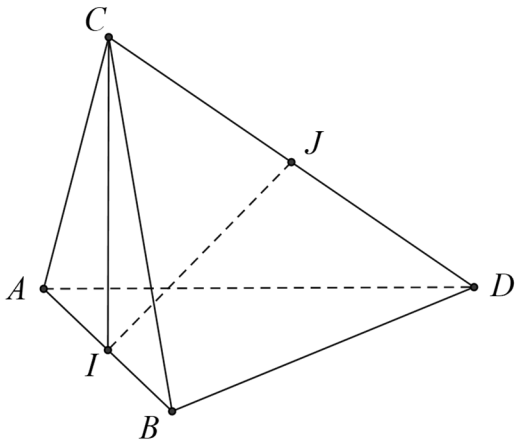
$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{6}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a}{\sqrt{6}} \Rightarrow d(O,(SCD)) = OH = \frac{a}{\sqrt{6}}.$$

Câu 31. Cho hai tam giác đều ABC và ABD cạnh a nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD. $(ABC) \perp (ABD)$

và hai tam giác ABC và ABD đều nên $AB \perp (CDI)$

và $CI = DI$ suy ra IJ là đoạn vuông góc

chung của hai đường thẳng AB, CD.

Vì tam giác CDI vuông tại I và J là trung điểm

của CD

Nên $IJ = \dfrac{CD}{2} = \dfrac{\sqrt{2CI^2}}{2} = \dfrac{\sqrt{2\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}}{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $[x.f(x)]' + [f'(x)+2]\left[f'(x) - \dfrac{5}{2}\right] = f(x) - 2x$. Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại $x_0 = 2$ thuộc khoảng nào sau đây, biết đạo hàm cấp hai tại x_0 khác 0?

A. $(0;2)$. **B.** $\left(2;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $\left(\dfrac{3}{2};4\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $[x.f(x)]' + [f'(x)+2]\left[f'(x) - \dfrac{5}{2}x\right] = f(x) - 2x$

$\Leftrightarrow f(x) + x.f'(x) + [f'(x)+2]\left[f'(x) - \dfrac{5}{2}x\right] = f(x) - 2x$

$\Leftrightarrow x.[f'(x)+2] + [f'(x)+2]\left[f'(x) - \dfrac{5}{2}x\right] = 0$

$\Leftrightarrow [f'(x)+2]\left[f'(x) - \dfrac{3}{2}x\right] = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=-2 \\ f'(x)=\dfrac{3}{2}x \end{array}\right.$

* Vì đạo hàm cấp hai của hàm số $y=f(x)$ khác 0 nên $f'(x)=\dfrac{3}{2}x$.

Vậy $f''(2)=\dfrac{3}{2}.2=3$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)=x^3+mx^2+x+1$. Gọi k là hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M có hoành độ $x=1$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để thỏa mãn $k.f(-1)<0$.

A. $m>2$. **B.** $m\le -2$. **C.** $-2<m<1$. **D.** $m\ge 1$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=3x^2+2mx+1$

$k=f'(1)=4+2m$

$\Rightarrow k.f(-1)=(4+2m)(m-1)$.

Khi đó: $k.f(-1)<0 \Leftrightarrow (4+2m)(m-1)<0 \Leftrightarrow -2<m<1$.

Câu 34. Biết rằng đi qua điểm $A(1;0)$ có hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ và các tiếp tuyến này có hệ số góc lần lượt là k_1, k_2. Khi đó tích $k_1.k_2$ bằng:

A. 2. **B.** 0. **C.** -3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2-3$.

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm có hoành độ x_0 có dạng:

$y=(3x_0^2-3)(x-x_0)+x_0^3-3x_0+2.$

Tiếp tuyến đi qua $A(1;0) \Leftrightarrow (3x_0^2-3)(1-x_0)+x_0^3-3x_0+2=0$

$\Leftrightarrow -2x_0^3+3x_0^2-1=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=1 \\ x_0=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Với $x_0=1$ phương trình tiếp tuyến là đường thẳng $y=0$, có hệ số góc $k_1=0$.

Với $x_0=-\dfrac{1}{2}$ phương trình tiếp tuyến là đường thẳng $y=-\dfrac{9}{4}x+\dfrac{9}{4}$ có hệ số góc $k_2=-\dfrac{9}{4}$.

Vậy $k_1.k_2=0$.

Câu 35. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C). Tìm tất cả giá trị của tham số m để từ điểm $A(1;m)$ kẻ được hai tiếp tuyến đến (C).

A. $m>-\dfrac{1}{2}$. **B.** $\begin{cases}m<-\dfrac{1}{2}\\ m\neq -2\end{cases}$. **C.** $m<-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\begin{cases}m>-\dfrac{1}{2}\\ m\neq 1\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, $y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}$

Đường thẳng d đi qua A có dạng $y=k(x-1)+m$.

d là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi hệ $\begin{cases}\dfrac{x-2}{x+1}=k(x-1)+m\\ k=\dfrac{3}{(x+1)^2}\end{cases}$ có nghiệm.

Từ hệ trên suy ra:

$\dfrac{x-2}{x+1}=\dfrac{3}{(x+1)^2}(x-1)+m$

$\Leftrightarrow (x-2)(x+1)=3(x-1)+m(x+1)^2$

$\Leftrightarrow x^2-x-2=3x-3+mx^2+2mx+m$

$\Leftrightarrow (1-m)x^2-2(2+m)x+1-m=0\quad (1)$

Đặt $f(x)=(1-m)x^2-2(2+m)x+1-m$.

Từ A kẻ được hai tiếp tuyến đến $(C)\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$\Leftrightarrow \begin{cases}1-m\neq 0\\ \Delta'>0\\ f(-1)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m\neq 1\\ (2+m)^2-(1-m)^2>0\\ 6\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m\neq 1\\ 6m+3>0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m>-\dfrac{1}{2}\\ m\neq 1\end{cases}$.

Câu 36. Cho hàm số $y=x^3-2x+2$ có đồ thị (C) và điểm $A(1;5)$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến đi qua điểm A.

A. $y=-5x+10$. **B.** $y=x-4$. **C.** $y=-x+6$. **D.** $y=x+4$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M(x_0;y_0)\in(C)$ là tiếp điểm, với $y_0=x_0^3-2x_0+2$.

Ta có $y'=3x^2-2$; $y'(x_0)=3x_0^2-2$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm M là $y=\left(3x_0^2-2\right)\left(x-x_0\right)+x_0^3-2x_0+2 \quad (1)$.

Vì tiếp tuyến đi qua điểm A nên thay tọa độ điểm A vào phương trình (1) ta được

$$5=\left(3x_0^2-2\right)\left(1-x_0\right)+x_0^3-2x_0+2 \Leftrightarrow 2x_0^3-3x_0^2+5=0 \Leftrightarrow x_0=-1.$$

Với $x_0=-1 \Rightarrow y_0=3, y'(-1)=1$

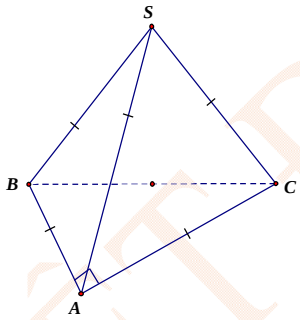
Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y=x+4$.

Câu 37. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA=SB=SC=AB=AC=a$ và $BC=a\sqrt{2}$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng AB và SC là

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AS}+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

$$=-\frac{AB^2+SA^2-SB^2}{2}+\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2}=-\frac{a^2}{2}$$

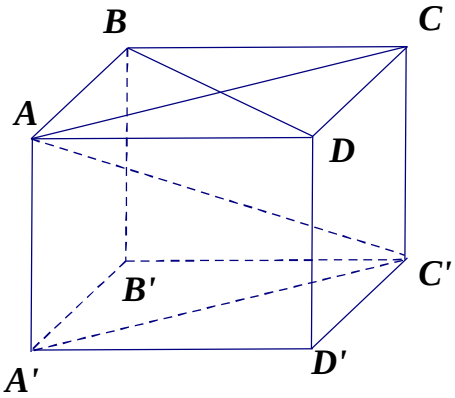
Mà $\cos(AB,SC)=\left|\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{SC}\right)\right|=\left|\frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{SC}}{AB.SC}\right|=\left|\frac{-\frac{a^2}{2}}{a.a}\right|=\frac{1}{2} \Rightarrow (AB,SC)=60^0$.

Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa AC' và BD.

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn A



Vì $ABCD$ là hình vuông nên $BD \perp AC$.

Mặt khác $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow BD \perp AA'$.

Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (ACC'A') \Rightarrow BD \perp AC'$.

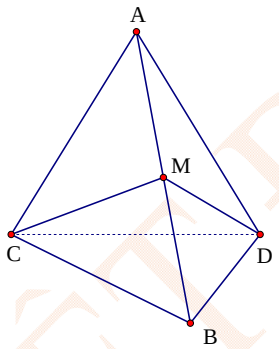
Do đó góc giữa AC' và BD bằng $90°$.

Câu 39. Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc nhau và $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Với giá trị nào của x thì hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của AB suy ra $CM \perp AB$, $DM \perp AB \Rightarrow AB \perp (CDM)$

Mà $\begin{cases} (CMD) \cap (ABC) = CM \\ (CMD) \cap (ABD) = DM \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(ABC);(ABD)} \right) = \widehat{(CM;DM)} = \widehat{CMD} = 90°$.

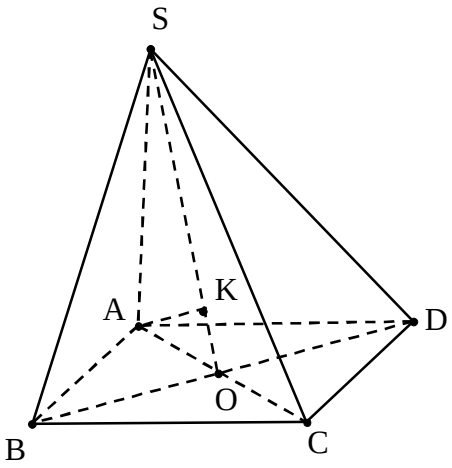
Suy ra ΔCMD vuông cân tại M. Suy ra $CD = CM.\sqrt{2} \Rightarrow 2x = \sqrt{x^2 + a^2} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a > 0$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) là:

A. $\frac{3a}{2}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{\sqrt{10}a}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $O = AC \cap BD$

Kẻ $AK \perp SO$ $(K \in SO)$ (1)

Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$ (*) và $AC \perp BD$ (gt) (**). Từ (*) và (**) suy ra: $BD \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp AK$ (2).

Từ (1) và (2) ta có: $AK \perp (SBD)$ hay $d(A,(SBD)) = AK$

+ Xét tam giác SAO vuông tại A, có: $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AO^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow AK = \frac{2a}{3}$.

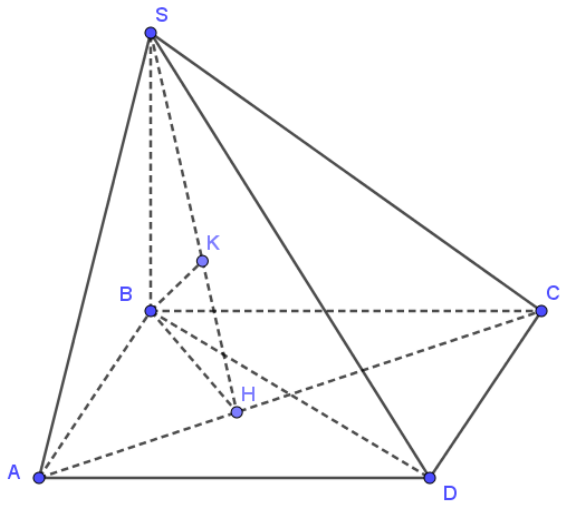
Vậy: $d(A,(SBD)) = \frac{2a}{3}$.

Câu 41. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $AD = 2a, AB = a$, góc $\widehat{BCD}$ bằng 60^0, SB vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SB = a\sqrt{3}$. Tính cos của góc tạo bởi SD và mặt phẳng (SAC).

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{15}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $\left(\widehat{SD,(SAC)}\right)=\alpha$

Ta có: $BD=\sqrt{BC^2+CD^2-2BC.CD.\cos 60^0}=a\sqrt{3}\Rightarrow SD=\sqrt{SB^2+BD^2}=a\sqrt{6}$.

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2-2AB.BC.\cos 120^0}=a\sqrt{7}$.

$d\left(D,(SAC)\right)=d\left(B,(SAC)\right)$.

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên AC,SH.

$\Rightarrow AC\perp(SBH)\Rightarrow BK\perp(SAC)\Rightarrow d\left(B,(SAC)\right)=BK$.

Ta có: $BH.AC=BA.BC.\sin 120^0\Rightarrow BH=\dfrac{a\sqrt{21}}{7}\Rightarrow BK=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

$\sin\left(\widehat{SD,(SAC)}\right)=\dfrac{BK}{SD}=\dfrac{1}{4}\Rightarrow\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$.

Câu 42. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{f(x)-8}{x-5}=3$. Tính $T=\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{f(x)+1}.\sqrt[3]{f(x)+19}-9}{2x^2-17x+35}$

A. $T=\dfrac{11}{36}$. **B.** $T=\dfrac{11}{18}$. **C.** $T=\dfrac{13}{36}$. **D.** $T=\dfrac{13}{18}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{f(x)-8}{x-5}=3$. Do đó $f(5)-8=0\Leftrightarrow f(5)=8$.

$$T=\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{f(x)+1}.\sqrt[3]{f(x)+19}-9}{2x^2-17x+35}=\lim_{x\to 5}\left[\frac{\sqrt{f(x)+1}.\left(\sqrt[3]{f(x)+19}-3\right)}{(x-5)(2x-7)}+\frac{3\left(\sqrt{f(x)+1}-3\right)}{(x-5)(2x-7)}\right]$$

$$=\lim_{x\to 5}\left[\frac{\sqrt{f(x)+1}.\left(f(x)+19-27\right)}{(x-5)(2x-7)\left[\sqrt[3]{\left(f(x)+19\right)^2}+3\sqrt[3]{f(x)+19}+9\right]}+\frac{3\left(f(x)+1-9\right)}{(x-5)(2x-7)\left(\sqrt{f(x)+19}+3\right)}\right]$$

$$=\lim_{x\to 5}\left[\frac{\sqrt{f(x)+1}.\dfrac{\left(f(x)-8\right)}{(x-5)}}{(2x-7)\left[\sqrt[3]{\left(f(x)+19\right)^2}+3\sqrt[3]{f(x)+19}+9\right]}+\frac{3.\dfrac{\left(f(x)-8\right)}{(x-5)}}{(2x-7)\left(\sqrt{f(x)+19}+3\right)}\right]$$

$$=\frac{3.3}{3(9+9+9)}+\frac{3.3}{3(3+3)}=\frac{11}{18}.$$

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-5}{x-1}=2$. Tìm m để hàm số

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{2f^2(x)-7f(x)-15}{x-1} & khi\ x\neq 1\\ mx+2 & khi\ x=1\end{cases}$$ liên tục tại $x=1$?

A. $m=24$. **B.** $m=25$. **C.** $m=26$ D, $m=27$

Lời giải.

Chọn A

Vì $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-5}{x-1}=2\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1}[f(x)-5]=0\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 1}f(x)=5$

Ta có: +) $g(1)=m+2$

+) $\lim\limits_{x\to 1}g(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2f^2(x)-7f(x)-15}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{[2f(x)+3][f(x)-5]}{x-1}$

$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-5}{x-1}\cdot\lim\limits_{x\to 1}[2f(x)+3]=2(2.5+3)=26$

Hàm số $g(x)$ liên tục tại $x=1$ khi: $\lim\limits_{x\to 1}g(x)=g(1)$

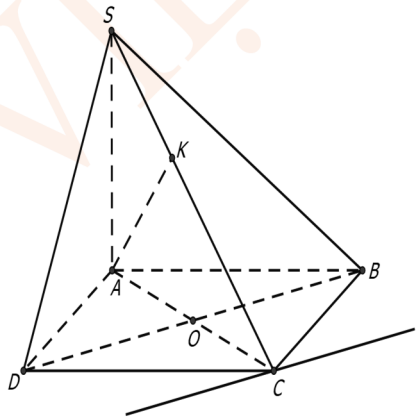
$\Rightarrow m+2=26\Leftrightarrow m=24$

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a; $SA=a; SA\perp(ABCD)$ Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau $SC; BD$ bằng:

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$. **B.** $a\sqrt{6}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** a.

Lời giải

Chọn A



Dựng $Cx\parallel BD$, $(\alpha)=(SC,Cx)\Rightarrow BD\parallel(\alpha)\Rightarrow d(BD,SC)=d(BD,(\alpha))$

$d(BD,(\alpha))=d(O,(\alpha))=\dfrac{1}{2}d(A,(\alpha))$

Dựng $AK\perp SC$. Dễ thấy $AK\perp(\alpha)\Rightarrow d(A;(\alpha))=AK$

$\dfrac{1}{AK^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AC^2}\Leftrightarrow AK=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

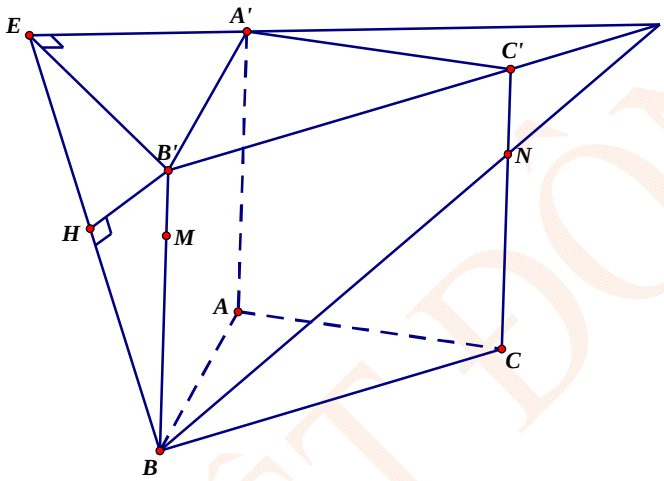
Vậy $d(O;(\alpha))=\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=1$, $AC=2$, $AA'=3$ và $\widehat{BAC}=120°$. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên cạnh BB', CC' sao cho $BM=3B'M$; $CN=2C'N$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(A'BN)$.

A. $\frac{9\sqrt{138}}{184}$. **B.** $\frac{3\sqrt{138}}{46}$. **C.** $\frac{9\sqrt{3}}{16\sqrt{46}}$. **D.** $\frac{9\sqrt{138}}{46}$

Lời giải

Chọn A



Ta có $BC^2=AB^2+AC^2-2.AB.AC\cos\widehat{BAC}=1^2+2^2-2.1.2.\cos120°=7$. Suy ra $BC=\sqrt{7}$.

Ta cũng có $\cos\widehat{ABC}=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2.AB.BC}=\frac{1^2+\sqrt{7}^2-2^2}{2.1.\sqrt{7}}=\frac{2}{\sqrt{7}}$, suy ra $\cos\widehat{A'B'C'}=\frac{2}{\sqrt{7}}$.

Gọi $D=BN\cap B'C'$, suy ra $\frac{DC'}{DB'}=\frac{C'N}{B'B}=\frac{1}{3}$, nên $DB'=\frac{3}{2}B'C'=\frac{3\sqrt{7}}{2}$.

Từ đó, ta có

$$A'D^2=A'B'^2+B'D^2-2.A'B'.B'D.\cos\widehat{A'B'D}=1^2+\left(\frac{3\sqrt{7}}{2}\right)^2-2.1.\frac{3\sqrt{7}}{2}.\frac{2}{\sqrt{7}}=\frac{43}{4}.$$

Hay $A'D=\frac{\sqrt{43}}{2}$.

Kẻ $B'E\perp A'D$ và $B'H\perp BE$, suy ra $B'H\perp(A'BN)$, do đó $d\left(B';(A'BN)\right)=B'H$.

Từ $\cos\widehat{A'B'C'}=\frac{2}{\sqrt{7}}\Rightarrow\sin\widehat{A'B'C'}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

Do đó $S_{A'B'D}=\frac{1}{2}.A'B'.B'D.\sin\widehat{A'B'D}=\frac{1}{2}.1.\frac{3\sqrt{7}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

$$B'E=\frac{2S_{A'B'D}}{A'D}=\frac{2.\frac{3\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{43}}{2}}=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{43}}.$$

$$\frac{1}{B'H^2}=\frac{1}{B'E^2}+\frac{1}{BB'^2}=\frac{1}{\left(\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{43}}\right)^2}+\frac{1}{3^2}=\frac{46}{27}\Rightarrow B'H=\sqrt{\frac{27}{46}}.$$

Từ $BM=3B'M$ suy ra

$$d\left(M;\left(A'BN\right)\right)=\frac{3}{4}d\left(B';\left(A'BN\right)\right)=\frac{3}{4}.B'H=\frac{3}{4}.\sqrt{\frac{27}{46}}=\frac{9\sqrt{138}}{184}.$$

Câu 46. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$, xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)=x\,f\left(2x-1\right)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ vuông góc với nhau.Tìm biểu thức đúng?

A. $2<f^2\left(1\right)<4$. **B.** $f^2\left(x\right)<2$. **C.** $f^2\left(x\right)\ge 8$. **D.** $4\le f^2\left(x\right)<8$.

Lời giải

Chọn C

Có phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại điểm có hoành độ $x=1$là:

$y=f'\left(1\right)\left(x-1\right)+f\left(1\right)$ và có phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)=x\,f\left(2x-1\right)$ tại điểm có hoành độ $x=1$là: $y=\left[f\left(1\right)+2f'\left(1\right)\right]\left(x-1\right)+f\left(1\right)$

(Do $y'=g'\left(x\right)=f\left(2x-1\right)+2xf'\left(2x-1\right)\Rightarrow y'\left(1\right)=g'\left(1\right)=f\left(1\right)+2f'\left(1\right)$).

Theo giả thiết có hai tiếp tuyến này vuông góc nên tích hệ số góc bằng -1 là, tức

$$f'\left(1\right)\left[f\left(1\right)+2f'\left(1\right)\right]=-1\Leftrightarrow 2\left[f'\left(1\right)\right]^2+f\left(1\right)f'\left(1\right)+1=0\Leftrightarrow\frac{1}{8}f^2\left(1\right)-1=2\left(f'\left(1\right)+\frac{1}{4}f\left(1\right)\right)^2$$

$$\Rightarrow\frac{1}{8}f^2\left(1\right)-1\ge 0\Leftrightarrow f^2\left(1\right)\ge 8$$

.

Câu 47. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f\left(x^2\right)+2f\left(1-x\right)=x^4-2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là

A. $y=2x+2$. **B.** $y=-x+2$. **C.** $y=-x$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn D

Từ $f\left(x^2\right)+2f\left(1-x\right)=x^4-2$ (*), cho $x=1$ và $x=0$ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}f\left(1\right)+2f\left(0\right)=-1\\ f\left(0\right)+2f\left(1\right)=-2\end{cases}\Rightarrow f\left(1\right)=-1$$

Lấy đạo hàm hai vế của (*) ta được $2xf'\left(x\right)-2f'\left(1-x\right)=4x^3$, cho $x=0$ ta được

$-2f'\left(1\right)=0\Rightarrow f'\left(1\right)=0$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại điểm $x=1$ là $y=f'\left(1\right)\left(x-1\right)+f\left(1\right)$

$\Leftrightarrow y=0(x-1)-1 \Leftrightarrow y=-1$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)=x^3+6x^2+9x+3\,(C)$. Tồn tại hai tiếp tuyến của (C) phân biệt và có cùng hệ số góc k, đồng thời đường thẳng đi qua các tiếp điểm của hai tiếp tuyến đó cắt các trục Ox, Oy tương ứng tại A và B sao cho $OA=2017.OB$. Hỏi có bao nhiêu giá trị của k thỏa mãn yêu cầu bài toán?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M_1(x_1; f(x_1))$, $M_2(x_2; f(x_2))$ là hai tiếp điểm mà tại đó các tiếp tuyến của (C) có cùng hệ số góc k.

Ta có $y'=3x^2+12x+9$.

Khi đó $k=3x_1^2+12x_1+9=3x_2^2+12x_2+9 \Leftrightarrow (x_1-x_2)(x_1+x_2+4)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1-x_2=0 \quad (\text{loaïi do } x_1\neq x_2) \\ x_1+x_2=-4=S \end{array}\right. (1)$$

Hệ số góc của đường thẳng M_1M_2 là $k'=\pm\dfrac{OB}{OA}=\pm\dfrac{1}{2017}=\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$

$$\Leftrightarrow \pm\frac{1}{2017}=(x_1+x_2)^2-x_1x_2+6(x_1+x_2)+9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1x_2=\dfrac{2016}{2017}=P \\ x_1x_2=\dfrac{2018}{2017}=P \end{array}\right. (2)$$

Với $\begin{cases} x_1+x_2=-4=S \\ x_1x_2=\dfrac{2016}{2017}=P \end{cases}$, do $S^2>4P$ nên tồn tại hai cặp $x_1, x_2 \Rightarrow$ tồn tại 1 giá trị k.

Với $\begin{cases} x_1+x_2=-4=S \\ x_1x_2=\dfrac{2018}{2017}=P \end{cases}$, do $S^2>4P$ nên tồn tại hai cặp $x_1, x_2 \Rightarrow$ tồn tại 1 giá trị k.

Vậy có 2 giá trị k thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có đồ thị (C). Gọi A, B thuộc đồ thị (C) có hoành độ a, b sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau và độ dài đoạn $AB=4\sqrt{2}$. Khi đó tích $a.b$ có giá trị bằng:

A. -2. **B.** -3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $A(a; a^3-3a^2+1)$, $B(b; b^3-3b^2+1)$ thuộc (C), với $a\neq b$.

Vì tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau nên:

$$y'(a)=y'(b) \Leftrightarrow 3a^2-6a=3b^2-6b \Leftrightarrow a^2-b^2-2(a-b)=0 \Leftrightarrow (a-b)(a+b-2)=0$$

$\Leftrightarrow a+b-2=0\Leftrightarrow b=2-a$. Vì $a\neq b$ nên $a\neq 2-a\Leftrightarrow a\neq 1$.

Ta có: $AB=\sqrt{(b-a)^2+(b^3-3b^2+1-a^3+3a^2-1)^2}=\sqrt{(b-a)^2+(b^3-a^3-3(b^2-a^2))^2}$

$=\sqrt{(b-a)^2+\left[(b-a)^3+3ab(b-a)-3(b-a)(b+a)\right]^2}$

$=\sqrt{(b-a)^2+(b-a)^2\left[(b-a)^2+3ab-3.2\right]^2}$

$=\sqrt{(b-a)^2+(b-a)^2\left[(b+a)^2-ab-6\right]^2}=\sqrt{(b-a)^2+(b-a)^2(-2-ab)^2}$.

$AB^2=(b-a)^2\left[1+(-2-ab)^2\right]=(2-2a)^2\left[1+(a^2-2a-2)^2\right]$

$=4(a-1)^2\left[1+\left[(a-1)^2-3\right]^2\right]=4(a-1)^2\left[(a-1)^4-6(a-1)^2+10\right]$

$=4(a-1)^6-24(a-1)^4+40(a-1)^2$.

Mà $AB=4\sqrt{2}$ nên $4(a-1)^6-24(a-1)^4+40(a-1)^2=32$

$\Leftrightarrow(a-1)^6-6(a-1)^4+10(a-1)^2-8=0$. (*)

Đặt $t=(a-1)^2$, $t>0$. Khi đó (*) trở thành: $t^3-6t^2+10t-8=0\Leftrightarrow(t-4)(t^2-2t+2)=0\Leftrightarrow t=4$

$\Rightarrow(a-1)^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=3\Rightarrow b=-1\\a=-1\Rightarrow b=3\end{array}\right.$.

Vậy $a.b=-3$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC), gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $MC=2MS$. Biết $AB=3, BC=3\sqrt{3}$, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM.

A. $\frac{3\sqrt{21}}{7}$ **B.** $\frac{2\sqrt{21}}{7}$ **C.** $\frac{\sqrt{21}}{7}$ **D.** $\frac{\sqrt{21}}{7}$

Lời giải

Chọn A

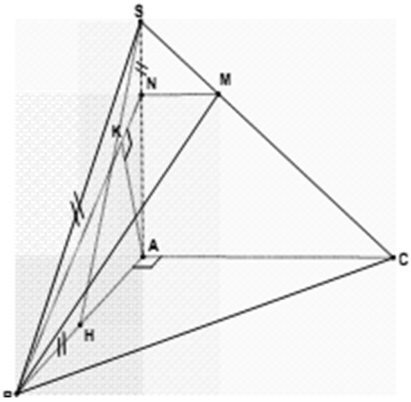
Từ M kẻ đường thẳng song song với AC cắt SA tại

$N\Rightarrow AC//MN\Rightarrow AC//(BMN)$

$AC\perp AB, AC\perp SH\Rightarrow AC\perp(SAB)$

$AC//MN\Rightarrow MN\perp(SAB)\Rightarrow MN\perp(SAB)$

$\Rightarrow(BMN)\perp(SAB)$ theo giao tuyến BN.



Ta có:

$AC//(BMN)\Rightarrow d(AC,BM)=d(AC,(BMN))$

$=d(A,(BMN))=AK$ (với K là hình chiếu của A lên BN).

$\frac{NA}{SA}=\frac{MC}{SC}=\frac{2}{3}\Rightarrow S_{ABN}=\frac{2}{3}S_{SAB}=\frac{2}{3}\frac{3^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (đvdt) và $AN=\frac{2}{3}SA=2$

$$BN=\sqrt{AN^2+AB^2-2AN.AB.\cos 60^0}=\sqrt{7}\Rightarrow AK=\frac{2S_{ABN}}{BN}=\frac{2.\frac{3\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{21}}{7}$$

Vậy $d\left(AC,BM\right)=\frac{3\sqrt{21}}{7}$ (đvđd).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 29

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi

Câu 1 . Tính giới hạn sau: $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n}{2n^2+1}$

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** ∞ . **C.** 1 . **D.** 0.

Câu 2. Tính giới hạn sau: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3-3x+2}{x^2-4x+4}$

A. 1 . **B.** $-\infty$. **C.** 0 . **D.** $+\infty$.

Câu 3. Giới hạn dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{3n-n^4}{4n^4-5}$ là

A. $-\infty$. **B.** $-\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** 0.

Câu 4. Cho biết $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{9x^2-5x+1}}{a|x|-7}=\dfrac{3}{4}$. Giá trị của a bằng

A. 4. **B.** –4. **C.** 12. **D.** –12.

Câu 5. Giá trị của $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x+2}{x}$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 6. Giới hạn: $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{3x+1}-4}{3-\sqrt{x+4}}$ có giá trị bằng:

A. $-\dfrac{9}{4}$. **B.** –3. **C.** –18. **D.** $-\dfrac{3}{8}$.

Câu 7. Giới hạn $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 8. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{3+2x}{x+2}$.

A. $-\infty$. **B.** 2. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 9 . Cho $L=\lim\limits_{x\to m}\dfrac{2x^3+(1-2m)x^2-(m+3)x+3m}{(x-m)^2}$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để L có giới hạn hữu hạn

A.1. **B.** 2 . **C.** 0 . **D.** Vô số .

Câu 10 . Cho hàm số $f(x)$ xác định với mọi $x\neq0$ thỏa mãn $f(x)+2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=3x, x\neq0$. Tính

$\lim\limits_{x\to\sqrt{2}}\dfrac{f(x)}{x-\sqrt{2}}$

A. -2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 11. Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x=1$?

A. $y=\cos x$. **B.** $y=x^2-4x+2$. **C.** $y=\dfrac{3-2x}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$.

Câu 12. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+x-2}{x-1} & khi \quad x\neq 1\\ m+2 & khi \quad x=1\end{cases}$ liên tục tại $x_0=1$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=0$. **D.** $m=3$.

Câu 13. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $y=\sqrt{x^3+1}$. **B.** $\sqrt[3]{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x^3-1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{\sin 3x}{\cos 3x+1}$.

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sin 3x+x^3$

A. $y'=\cos 3x+3x^2$. **B.** $y'=3\cos 3x+x^2$. **C.** $y'=3\cos 3x+3x^2$. **D.** $y'=\cos 3x+x^2$.

Câu 15. Tính đạo hàm của hàm số $y=2\cos 2x-1$

A. $y'=-4\sin 2x$. **B.** $y'=-4\sin x$. **C.** $y'=-2\sin 2x-1$. **D.** $y'=2\sin 2x-1$.

Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2+1\right)^2$

A. $y=2\left(x^2+1\right)$. **B.** $y=2x^2\left(x^2+1\right)$. **C.** $y=4x\left(x^2+1\right)$. **D.** $y=2x\left(x^2+1\right)$.

Câu 17. Cho hai hàm số $f(x)=3x^2$ và $g(x)=5(3x-x^2)$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x)<g'(x)$ là

A. $\left(-\infty;\dfrac{15}{16}\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{15}{16};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-\dfrac{15}{16}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{15}{16};+\infty\right)$.

Câu 18. Cho hàm số $y=(m+2)x^3+\dfrac{3}{2}(m+2)x^2+3x-1$, m là tham số. Số giá trị nguyên của m để $y'\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$ là

A. 5. **B.** Vô số. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 19. Một vật rơi tự do với phương trình chuyển động là $s(t)=\dfrac{1}{2}gt^2$ trong đó $g=9{,}8\ m/s^2$ và t tính bằng giây. Vận tốc của vật tại thời điểm $t=5$ giây là

A. $49\,m/s$. **B.** $25\,m/s$. **C.** $10\,m/s$. **D.** $18\,m/s$.

Câu 20. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1+\cos\pi x}{x^2-2x+1}$ bằng

A. Không tồn tại giới hạn. **B.** $\dfrac{\pi^2}{2}$.

C. $+\infty$. **D.** $\dfrac{493}{100}$.

Câu 21. Cho hàm số $y=\sin 2x.\cos x$. Tính $y^{(4)}\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$ có kết quả là:

A. $\dfrac{1}{2}\left(3^4+\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $\dfrac{1}{2}\left(3^4-\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $\dfrac{1}{2}\left(-3^4+\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $-\dfrac{1}{2}\left(3^4+\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)=\left(\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)^2$. Giá trị $f'(4)$.

A. $-\dfrac{1}{27}$. **B.** $\dfrac{1}{54}$. **C.** $-\dfrac{1}{54}$. **D.** $\dfrac{1}{27}$.

Câu 23. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. Tính $y'(3)$.

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $-\dfrac{3}{4}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{2x-1}$. Tính $f''(1)$.

A. -1. **B.** $-\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** 0.

Câu 25. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+m+1}{x-1}$ (C_m). Tìm m để tiếp tuyến của (C_m) tại điểm có hoành độ $x_0=0$ đi qua $A(4;3)$

A. $m=-\dfrac{16}{5}$. **B.** $m=-\dfrac{6}{5}$. **C.** $m=-\dfrac{1}{5}$. **D.** $m=-\dfrac{16}{15}$.

Câu 26. Cho hàm số $y=2x^4-8x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với trục hoành?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+2x-1}{x-2}$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $d: y=\dfrac{1}{6}x+2020$ có dạng $ax+by+c=0$ với a,b nguyên tố cùng nhau. Hãy tính giá trị của biểu thức $P=a+b+c$ biết rằng hoành độ tiếp điểm lớn hơn 2.

A. -27. **B.** 37. **C.** 27. **D.** -25.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2}{2x+5}$ có đồ thị là (C). Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -2 bằng

A. 4 . **B.** -2 . **C.** 2 . **D.** -4 .

Câu 29. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+6x-2$ tại điểm có hệ số góc nhỏ nhất.

A. $y=3x+1$. **B.** $y=-3x+1$. **C.** $y=-3x-1$. **D.** $y=3x-1$.

Câu 30. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ đều có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn: $f^3(2-x)-2f^2(2+3x)+x^2.g(x)+36x=0$, với $\forall x\in\mathbb{R}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0=2$.

A. $y=x$. **B.** $y=x+2$. **C.** $y=x-2$. **D.** $y=-x$.

Câu 31. Mệnh đề nào sau đây **SAI**?

A. Trong không gian, nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song với nhau thì chúng cũng vuông góc với đường thẳng còn lại.

B. Trong không gian, nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì tích vô hướng hai vectơ chỉ phương của chúng bằng 0.

C. Trong không gian, nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

D. Trong không gian, nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

Câu 32. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P). Biết $a \perp (P)$. Mệnh đề nào sau đây **SAI**?

A. $b \parallel a$ thì $b \parallel (P)$.
B. $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$.
C. $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$.
D. $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$.

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **không đúng?**

A. $(ABCD) \perp (AA'C'C)$.
B. $(AA'C'C) \perp (BB'D'D)$.
C. $(AA'B'B) \perp (BB'C'C)$.
D. $(AA'B'B) \perp (BB'D'D)$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SC, SD. Khẳng định nào sau đây ***đúng***?

A. $AH \perp (SCD)$. **B.** $BD \perp (SAC)$. **C.** $AK \perp (SCD)$. **D.** $BC \perp (SAC)$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi và có $SA = SB = SC = SD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
B. AC vuông góc với mặt phẳng (SBD).
C. BD vuông góc với mặt phẳng (SAC).
D. AB vuông góc với mặt phẳng (SBC).

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và có mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác SAB là tam giác đều. Gọi I và E lần lượt là trung điểm của cạnh AB và BC; H là hình chiếu vuông góc của I lên cạnh SC. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Mặt phẳng (SAI) vuông góc với mặt phẳng (SBC).
B. Góc giữa hai mặt phẳng (SIC) và (SBC) là góc giữa hai đường thẳng IH và BH.
C. Mặt phẳng (SIC) vuông góc với mặt phẳng (SDE).
D. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SIC) là góc $\widehat{BIC}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA = 2a$ và SA vuông góc với đáy. Tính diện tích thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng đi qua B và vuông góc với SC.

A. $\frac{a^2\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{15}}{20}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{20}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{5}$.

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Hãy tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau đây.

A. Góc giữa đường thẳng SA và BD bằng $90°$.
B. Góc giữa đường thẳng SB và AD bằng $90°$.
C. Góc giữa đường thẳng SC và AB bằng $90°$.
D. Góc giữa đường thẳng SD và BC bằng $90°$.

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC và ABD là hai tam giác đều. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là:

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $120°$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc với đáy. **Khẳng định nào sau đây đúng ?**

A. $BC \perp (SAB)$. **B.** $AC \perp (SBC)$. **C.** $AB \perp (SBC)$. **D.** $BC \perp (SAC)$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a tâm O. Cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt đáy $ABCD$. Gọi φ là góc giữa SO và mặt phẳng $(ABCD)$ thì

A. $\tan\varphi=2\sqrt{2}$. **B.** $\tan\varphi=\sqrt{3}$. **C.** $\tan\varphi=2$. **D.** $\tan\varphi=1$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Mặt bên (SBC) là tam giác cân tại S, đường cao $SH=a\sqrt{3}$ $(H\in BC)$, $BC=3a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy ABC. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\varphi=60^0$. **B.** $\varphi=45^0$. **C.** $cos\varphi=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\varphi=30^0$.

Câu 43. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$, có ABC là tam giác đều cạnh a, $SA=SB=SC=a\sqrt{3}$. Tính $\cos in$ góc giữa SA và (ABC).

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a, BC=2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Tính góc giữa (SBC) và (SCD)

A. $\arcsin\left(\dfrac{\sqrt{10}}{5}\right)$. **B.** $\arcsin\left(\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\right)$. **C.** $\arccos\left(\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\right)$. **D.** $\arccos\left(\dfrac{\sqrt{10}}{5}\right)$.

Câu 45. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai ?** Cho tứ diện đều $ABCD$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC) là:

A. Độ dài đoạn DG với G là trọng tâm tam giác ABC.

B. Độ dài đoạn DH với H là trực tâm tam giác ABC.

C. Độ dài đoạn DK với K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

D. Độ dài đoạn DI với I là trung điểm cạnh BC.

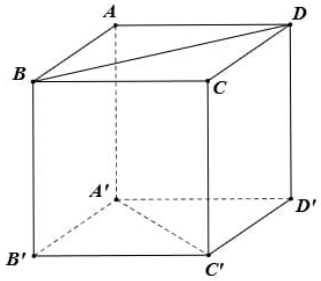
Câu 46. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $3a$, cạnh bên bằng $2a$. Khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng (ABC) là:

A. $\dfrac{3}{2}a$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 47. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$. Góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng 60^0. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{3a}{4}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{a}{4}$. **D.** $\dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?



A. $d(AB,CC')=a$. **B.** $d(A'D',BC')=a\sqrt{2}$. **C.** $d(A'C',BD)=a$. **D.** $d(A'C',\mathrm{DD}')=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AD.

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=a, BC=a\sqrt{3}$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với đáy. Điểm I thuộc đoạn SC sao cho $SC=3IC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AI và SB biết rằng AI vuông góc với SC.

A. $\dfrac{a}{\sqrt{33}}$. **B.** $\dfrac{4a}{\sqrt{33}}$. **C.** $\dfrac{7a}{\sqrt{33}}$. **D.** $\dfrac{a}{3\sqrt{33}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.B	4.A	5.B	6.A	7. B	8. C	9. A	10.A
11.C	12.A	13.B	14.C	15.A	16.C	17.A	18.A	19.A	20.B
21.A	22.D	23.B	24.A	25.A	26.C	27.D	28.D	29.D	30.A
31.C	32.A	33.D	34.C	35.D	36.B	37.B	38.A	39.C	40.A
41.A	42.D	43.D	44.D	45.D	46.B	47.D	48.B	49.B	50.B

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1 . Tính giới hạn sau: $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n}{2n^2+1}$

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** ∞ . **C.** 1 . **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{n}{2n^2+1}=\lim_{n\to+\infty}\frac{\frac{1}{n}}{2+\frac{1}{n^2}}=0.$$

Câu 2. Tính giới hạn sau: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3-3x+2}{x^2-4x+4}$

A. 1 . **B.** $-\infty$. **C.** 0 . **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3-3x+2}{x^2-4x+4}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3\left(1-\frac{3}{x^2}+\frac{2}{x^3}\right)}{x^2\left(1-\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}\right)}=\lim_{x\to+\infty}x.\left(\frac{1-\frac{3}{x^3}+\frac{2}{x^3}}{1-\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}}\right)=+\infty.$$

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\frac{3}{x^2}+\frac{2}{x^3}}{1-\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}}=1$, $\lim\limits_{x\to+\infty}x=+\infty$.

Câu 3. Giới hạn dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{3n-n^4}{4n^4-5}$ là

B. $-\infty$. **B.** $-\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim u_n=\lim\dfrac{3n-n^4}{4n^4-5}=\lim\dfrac{\frac{3}{n^3}-1}{4-\frac{5}{n^4}}=-\dfrac{1}{4}.$

Câu 4. Cho biết $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{9x^2-5x+1}}{a|x|-7}=\dfrac{3}{4}$. Giá trị của a bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** 12. **D.** -12.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{9x^2-5x+1}}{a|x|-7}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x\sqrt{9-\dfrac{5}{x}+\dfrac{1}{x^2}}}{-x\left(a+\dfrac{7}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{9-\dfrac{5}{x}+\dfrac{1}{x^2}}}{a+\dfrac{7}{x}}=\dfrac{3}{a}=\dfrac{3}{4}\Rightarrow a=4$.

Câu 5. Giá trị của $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x+2}{x}$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x+2}{x}=\lim\limits_{x\to2}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)=1+\dfrac{2}{2}=2$.

Câu 6. Giới hạn: $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{3x+1}-4}{3-\sqrt{x+4}}$ có giá trị bằng:

A. $-\dfrac{9}{4}$. **B.** -3. **C.** -18. **D.** $-\dfrac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{3x+1}-4}{3-\sqrt{x+4}}=\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\left[(3x+1)-16\right]\left(3+\sqrt{x+4}\right)}{\left[9-(x+4)\right]\left(\sqrt{3x+1}+4\right)}=\lim\limits_{x\to5}\dfrac{-3\left(3+\sqrt{x+4}\right)}{\sqrt{3x+1}+4}=\dfrac{-18}{8}=-\dfrac{9}{4}$.

Câu 7. Giới hạn $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x-2}{(x-2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{1}{\sqrt{x+2}+2}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 8. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{3+2x}{x+2}$.

A. $-\infty$. **B.** 2. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to -2^-}(3+2x)=-1<0$, $\lim\limits_{x\to -2^-}(x+2)=0$ và $x+2<0$ với mọi $x<-2$

nên $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{3+2x}{x+2}=+\infty$.

Câu 9 . Cho $L=\lim\limits_{x\to m}\dfrac{2x^3+(1-2m)x^2-(m+3)x+3m}{(x-m)^2}$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để L có giới hạn hữu hạn

A. 1. **B.** 2 . **C.** 0 . **D.** Vô số .

Lời giải

Chọn A

Ta có $L=\lim\limits_{x\to m}\dfrac{2x^3+(1-2m)x^2-(m+3)x+3m}{(x-m)^2}=\lim\limits_{x\to m}\dfrac{(x-m)(2x^2+x-3)}{(x-m)^2}=\lim\limits_{x\to m}\dfrac{(2x^2+x-3)}{(x-m)}$

Để L có giới hạn hữu hạn thì m phải là nghiệm của phương trình $2x^2+x-3=0$

$\Rightarrow 2m^2+m-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$ và $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=1$.

Câu 10 . Cho hàm số $f(x)$ xác định với mọi $x\neq 0$ thỏa mãn $f(x)+2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=3x, x\neq 0$. Tính

$\lim\limits_{x\to\sqrt{2}}\dfrac{f(x)}{x-\sqrt{2}}$

A. -2. **B.** 0 . **C.** 1. **D.** 2 .

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)+2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=3x, x\neq 0$ (1)

$\Rightarrow f\left(\dfrac{1}{x}\right)+2f(x)=\dfrac{3}{x}, x\neq 0$ (2)

$(1),(2)\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}f(x)+2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=3x\\ f\left(\dfrac{1}{x}\right)+2f(x)=\dfrac{3}{x}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}f(x)+2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=3x\\ 2f\left(\dfrac{1}{x}\right)+4f(x)=\dfrac{6}{x}\end{array}\right.\Rightarrow f(x)=-x+\dfrac{2}{x}$

Do đó $\lim\limits_{x\to\sqrt{2}}\dfrac{f(x)}{x-\sqrt{2}}=\lim\limits_{x\to\sqrt{2}}\dfrac{-x+\dfrac{2}{x}}{x-\sqrt{2}}=\lim\limits_{x\to\sqrt{2}}\dfrac{-(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}{x(x-\sqrt{2})}=\lim\limits_{x\to\sqrt{2}}\dfrac{-(x+\sqrt{2})}{x}=-2$.

Câu 11. Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x=1$?

A. $y=\cos x$. **B.** $y=x^2-4x+2$. **C.** $y=\dfrac{3-2x}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\cos x$ là hàm lượng giác nên liên tục trên tập xác định $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=x^2-4x+2$ là hàm đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=\dfrac{3-2x}{x-1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$ nên gián đoạn tại $x=1$.

Hàm số $y=\dfrac{1}{x^2+1}$ là hàm phân thức hữu tỉ nên liên tục trên tập xác định của nó là $\mathbb{R}$.

Câu 12. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+x-2}{x-1} & khi \quad x\neq 1\\ m+2 & khi \quad x=1\end{cases}$ liên tục tại $x_0=1$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=0$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(1)=m+2$

$\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x+2)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}(x+2)=3$

Hàm số liên tục tại $x_0=1$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)\Leftrightarrow m+2=3\Leftrightarrow m=1$.

Câu 13. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $y=\sqrt{x^3+1}$. **B.** $\sqrt[3]{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x^3-1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{\sin 3x}{\cos 3x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm $y=\sqrt[3]{x-1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to x_0}\sqrt[3]{x-1}=\sqrt[3]{x_0-1},\ \forall x_0\in\mathbb{R}$, do đó hàm $y=\sqrt[3]{x-1}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm $y=\sqrt{x^3+1}$ có tập xác định là $D=[-1;+\infty)$.

Hàm $y=\dfrac{x^3-1}{x-1}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Hàm số $y=\dfrac{\sin 3x}{\cos 3x+1}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{k2\pi}{3}\middle| k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Do đó các hàm ở câu A,C,D không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sin 3x+x^3$

A. $y'=\cos 3x+3x^2$. **B.** $y'=3\cos 3x+x^2$. **C.** $y'=3\cos 3x+3x^2$. **D.** $y'=\cos 3x+x^2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = \left(\sin 3x + x^3\right)' = \cos 3x.\left(3x\right)' + 3x^2 = 3\cos 3x + 3x^2$.

Câu 15. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2\cos 2x - 1$

A. $y' = -4\sin 2x$. **B.** $y' = -4\sin x$. **C.** $y' = -2\sin 2x - 1$. **D.** $y' = 2\sin 2x - 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = \left(2\cos 2x - 1\right)' = -2\sin 2x.\left(2x\right)' = -4\sin 2x.$

Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $y = \left(x^2 + 1\right)^2$

A. $y = 2\left(x^2 + 1\right)$. **B.** $y = 2x^2\left(x^2 + 1\right)$. **C.** $y = 4x\left(x^2 + 1\right)$. **D.** $y = 2x\left(x^2 + 1\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = \left[\left(x^2 + 1\right)^2\right]' = 2\left(x^2 + 1\right)\left(x^2 + 1\right)' = 2\left(x^2 + 1\right).2x = 4x\left(x^2 + 1\right).$

Câu 17. Cho hai hàm số $f(x) = 3x^2$ và $g(x) = 5(3x - x^2)$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) < g'(x)$ là

A. $\left(-\infty; \frac{15}{16}\right)$. **B.** $\left(-\frac{15}{16}; +\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty; -\frac{15}{16}\right)$. **D.** $\left(\frac{15}{16}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

$f'(x) = 6x$.

$g'(x) = 5(3 - 2x) = 15 - 10x$.

$f'(x) < g'(x) \Leftrightarrow 6x < 15 - 10x \Leftrightarrow 16x < 15 \Leftrightarrow x < \frac{15}{16}$.

Tập nghiệm $S = \left(-\infty; \frac{15}{16}\right)$.

Câu 18. Cho hàm số $y = (m+2)x^3 + \frac{3}{2}(m+2)x^2 + 3x - 1$, m là tham số. Số giá trị nguyên của m để $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

A. 5. **B.** Vô số. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

$y' = 3(m+2)x^2 + 3(m+2)x + 3$.

Xét $m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$ khi đó $y' = 3 > 0\ \forall x \in \mathbb{R}$ (thỏa mãn).

Xét $m + 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$.

Khi đó

$y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (m+2)x^2 + (m+2)x + 1 \ge 0 \ \ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m+2 > 0 \\ \Delta = m^2 - 4 \le 0 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ -2 \le m \le 2 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$\Rightarrow m \in \{-1, 0, 1, 2\}$.

Câu 19. Một vật rơi tự do với phương trình chuyển động là $s(t) = \frac{1}{2}gt^2$ trong đó $g = 9{,}8\ m/s^2$ và t tính bằng giây. Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 5$ giây là

A. $49\,m/s$. **B.** $25\,m/s$. **C.** $10\,m/s$. **D.** $18\,m/s$.

Lời giải

Chọn A

Vì $v(t) = s'(t)$ trong đó $v(t)$ là phương trình vận tốc chuyển động của vật nên

$$v(t) = \left(\frac{1}{2}gt^2\right)' = gt.$$

Thay $t = 5$ vào biểu thức $v(t)$, ta được $v(5) = 9{,}8.5 = 49\,m/s$.

Vậy vận tốc chuyển động của vật ở giây thứ 5 là $49\,m/s$.

Câu 20. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1+\cos \pi x}{x^2-2x+1}$ bằng

A. Không tồn tại giới hạn. **B.** $\dfrac{\pi^2}{2}$.

C. $+\infty$. **D.** $\dfrac{493}{100}$.

Lời giải

Chọn B

Khi $x \to 1$ thì giới hạn đã cho có dạng $\dfrac{0}{0}$, nên áp dụng phương pháp L'Hospital ta có

$$\lim_{x\to 1}\frac{1+\cos \pi x}{x^2-2x+1} = \lim_{x\to 1}\frac{(1+\cos \pi x)'}{(x^2-2x+1)'} = \lim_{x\to 1}\frac{-\pi \sin \pi x}{2x-2}.$$

Ở biểu thức cuối, khi $x \to 1$ giới hạn vẫn còn dạng $\dfrac{0}{0}$ nên tiếp tục áp dụng phương pháp L'Hospital ta có

$$\lim_{x\to 1}\frac{-\pi \sin \pi x}{2x-2} = \lim_{x\to 1}\frac{(-\pi \sin \pi x)'}{(2x-2)'} = \lim_{x\to 1}\frac{-\pi^2 \cos \pi x}{2} = \frac{\pi^2}{2}.$$

Câu 21 . Cho hàm số $y = \sin 2x.\cos x$. Tính $y^{(4)}\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$ có kết quả là:

A. $\dfrac{1}{2}\left(3^4 + \dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $\dfrac{1}{2}\left(3^4 - \dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $\dfrac{1}{2}\left(-3^4 + \dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $-\dfrac{1}{2}\left(3^4 + \dfrac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y=\sin 2x.\cos x=\frac{1}{2}(\sin 3x+\sin x)$.

Suy ra:

$y'=\frac{1}{2}(3\cos 3x+\cos x)$

$y''=\frac{1}{2}(-9\sin 3x-\sin x)$

$y'''=\frac{1}{2}(-27\cos 3x-\cos x)$

$y^{(4)}=\frac{1}{2}(81\sin 3x+\sin x)$

Vậy $y^{(4)}\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}\left(3^4+\frac{1}{2}\right)$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)=\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)^2$. Giá trị $f'(4)$.

A. $-\frac{1}{27}$. **B.** $\frac{1}{54}$. **C.** $-\frac{1}{54}$. **D.** $\frac{1}{27}$.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x)=2\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)'$$

$$=2\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)\left[\frac{\frac{-1}{2\sqrt{x}}\left(1+\sqrt{x}\right)-\frac{1}{2\sqrt{x}}\left(1-\sqrt{x}\right)}{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}\right]$$

$$=2\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)\left[\frac{-1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}\right]$$

Vậy $f'(4)=\frac{1}{27}$.

Câu 23. Cho hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$. Tính $y'(3)$.

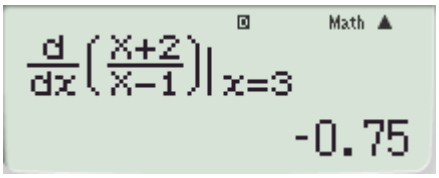
A. $\frac{5}{2}$. **B.** $-\frac{3}{4}$. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Ta có $y=\dfrac{x+2}{x-1}\Rightarrow y'=-\dfrac{3}{(x-1)^2}$. Vậy $y'(3)=-\dfrac{3}{(3-1)^2}=-\dfrac{3}{4}$.

Cách 2: Sử dụng máy tính bỏ túi:



Câu 24. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{2x-1}$. Tính $f''(1)$.

A. -1. **B.** $-\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x)=\sqrt{2x-1}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{(2x-1)'}{2\sqrt{2x-1}}=\dfrac{1}{\sqrt{2x-1}}$

$$\Rightarrow f''(x)=\frac{-\left(\sqrt{2x-1}\right)'}{2x-1}=\frac{-1}{(2x-1)\sqrt{2x-1}}=\frac{-1}{\sqrt{(2x-1)^3}}.$$

Vậy $f''(1)=-1$.

Câu 25. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+m+1}{x-1}$ (C_m). Tìm m để tiếp tuyến của (C_m) tại điểm có hoành độ $x_0=0$ đi qua $A(4;3)$

A. $m=-\dfrac{16}{5}$. **B.** $m=-\dfrac{6}{5}$. **C.** $m=-\dfrac{1}{5}$. **D.** $m=-\dfrac{16}{15}$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{-m-3}{(x-1)^2}$.

Vì $x_0=0\Rightarrow y_0=-m-1$, $y'(x_0)=-m-3$. Phương trình tiếp tuyến d của (C_m) tại điểm có hoành độ $x_0=0$ là: $y=(-m-3)x-m-1$.

Tiếp tuyến đi qua A khi và chỉ khi: $3=(-m-3)4-m-1\Leftrightarrow m=-\dfrac{16}{5}$.

Câu 26. Cho hàm số $y=2x^4-8x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với trục hoành?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm của đồ thị (C) với tiếp tuyến song song trục hoành.

Vì tiếp tuyến song song với trục hoành nên có hệ số góc bằng 0.

Ta có $f'(x_0)=0\Leftrightarrow 8x_0^3-16x_0=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=0\\x_0=-\sqrt{2}\\x_0=\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Với $x_0=0\Rightarrow y_0=0$, thì phương trình tiếp tuyến là $y=0$ (loại).

Với $x_0=\pm\sqrt{2}\Rightarrow y_0=-8$, thì phương trình tiếp tuyến là $y=-8$.

Vậy có một tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với trục hoành.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+2x-1}{x-2}$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $d:y=\dfrac{1}{6}x+2020$ có dạng $ax+by+c=0$ với a,b nguyên tố cùng nhau. Hãy tính giá trị của biểu thức $P=a+b+c$ biết rằng hoành độ tiếp điểm lớn hơn 2.

A. -27. **B.** 37. **C.** 27. **D.** -25.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)=\dfrac{x^2+2x-1}{x-2}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{x^2-4x-3}{(x-2)^2}$.

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị (C).

Vì tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng d nên $f'(x_0).\dfrac{1}{6}=-1\Leftrightarrow f'(x_0)=-6$.

$\Leftrightarrow\dfrac{x_0^2-4x_0-3}{(x_0-2)^2}=-6\Leftrightarrow 7x_0^2-28x_0+21=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=1(loai)\\x_0=3(n)\end{array}\right.$

Với $x_0=3\Rightarrow y_0=14\Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là $y=-6(x-3)+14\Leftrightarrow 6x+y-32=0$.

$\Rightarrow a=6,b=1,c=-32\Rightarrow P=-25$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2}{2x+5}$ có đồ thị là (C). Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -2 bằng

A. 4. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)=\dfrac{2}{2x+5}\Rightarrow f'(x)=-\dfrac{4}{(2x+5)^2}\Rightarrow f'(-2)=-4$.

Câu 29. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+6x-2$ tại điểm có hệ số góc nhỏ nhất.

A. $y=3x+1$. **B.** $y=-3x+1$. **C.** $y=-3x-1$. **D.** $y=3x-1$.

Lời giải

Chọn D

$D = R.$

$y' = 3x^2 - 6x + 6.$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Ta có hệ số góc tiếp tuyến tại M là:

$k = 3x_0^2 - 6x_0 + 6 = 3(x_0 - 1)^2 + 3 \geq 3$

$\Rightarrow k_{\min} = 3$ khi $x_0 = 1.$

Khi đó phương trình tiếp tuyến tại M là: $y = y'(1)(x-1) + y(1) \Leftrightarrow y = 3x - 1.$

Câu 30. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ đều có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn: $f^3(2-x) - 2f^2(2+3x) + x^2.g(x) + 36x = 0$, với $\forall x \in \mathbb{R}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2.$

A. $y = x.$ **B.** $y = x + 2.$ **C.** $y = x - 2.$ **D.** $y = -x.$

Lời giải

Chọn A

Với $\forall x \in \mathbb{R}$, ta có $f^3(2-x) - 2f^2(2+3x) + x^2.g(x) + 36x = 0.$

Thay $x = 0$, ta có $f^3(2) - 2f^2(2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(2) = 0 \\ f(2) = 2 \end{array}\right.$

Đạo hàm hai vế của (1), ta được

$-3f^2(2-x).f'(2-x) - 12f(2+3x).f'(2+3x) + 2x.g(x) + x^2.g'(x) + 36 = 0.$

Thay $x = 0$, ta có $-3f^2(2).f'(2) - 12f(2).f'(2) + 36 = 0$ (*).

Với $f(2) = 0$, thế vào $(*)$ ta được $36 = 0$ (vô lí).

Với $f(2) = 2$, thế vào $(*)$ ta được $-36.f'(2) + 36 = 0 \Leftrightarrow f'(2) = 1.$

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 1(x-2) + 2 \Leftrightarrow y = x.$

Câu 31. Mệnh đề nào sau đây **SAI**?

A. Trong không gian, nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song với nhau thì chúng cũng vuông góc với đường thẳng còn lại.

B. Trong không gian, nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì tích vô hướng hai vectơ chỉ phương của chúng bằng 0.

C. Trong không gian, nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

D. Trong không gian, nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

Lời giải

Chọn C

Câu 32. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P). Biết $a \perp (P)$. Mệnh đề nào sau đây **SAI**?

A. $b \parallel a$ thì $b \parallel (P)$.
B. $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$.
C. $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$.
D. $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$.

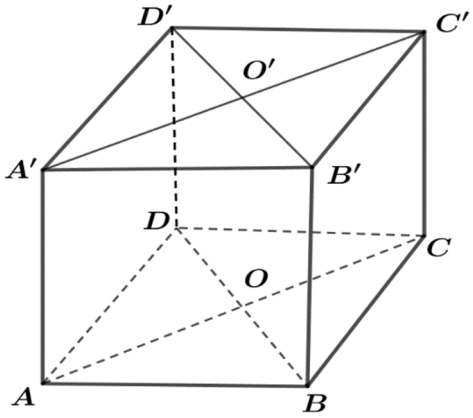
Lời giải

Chọn A

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **không đúng?**
A. $(ABCD) \perp (AA'C'C)$.
B. $(AA'C'C) \perp (BB'D'D)$.
C. $(AA'B'B) \perp (BB'C'C)$.
D. $(AA'B'B) \perp (BB'D'D)$.

Lời giải

Chọn D



+) $\begin{cases} AA' \perp (ABCD) \\ AA' \subset (AA'C'C) \end{cases} \Rightarrow (ABCD) \perp (AA'C'C) \Rightarrow$ khẳng định A đúng.

+) $\begin{cases} BD \perp (AA'C'C) \\ BD \subset (BB'D'D) \end{cases} \Rightarrow (BB'D'D) \perp (AA'C'C) \Rightarrow$ khẳng định B đúng.

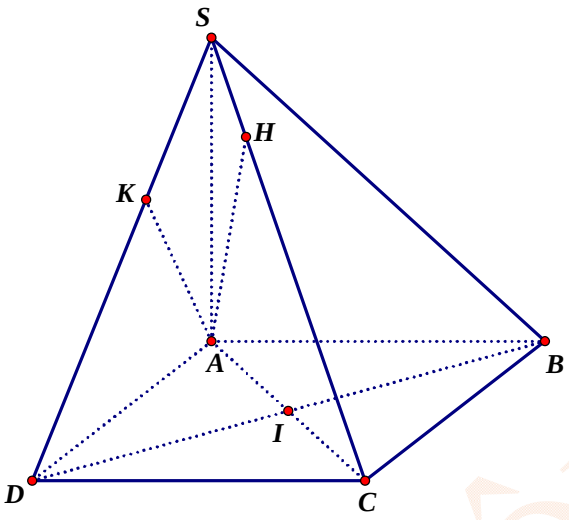
+) $\begin{cases} AB \perp (BB'C'C) \\ AB \subset (AA'C'C) \end{cases} \Rightarrow (AA'B'B) \perp (BB'C'C) \Rightarrow$ khẳng định C đúng.

+) $\left(\widehat{(AA'B'B),(BB'D'D)}\right) = (AB, BD) = \widehat{ABD} = 45^0 \Rightarrow$ khẳng định D sai.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SC, SD. Khẳng định nào sau đây ***đúng***?
A. $AH \perp (SCD)$.
B. $BD \perp (SAC)$.
C. $AK \perp (SCD)$.
D. $BC \perp (SAC)$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\left.\begin{array}{l} CD \perp SA \\ CD \perp AD \\ SA \cap AD = A \\ SA, AD \subset (SAD) \end{array}\right\} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK$.

Suy ra : $\left.\begin{array}{l} AK \perp SD \\ AK \perp CD \\ CD \cap SD = D \\ CD, SD \subset (SCD) \end{array}\right\} \Rightarrow AK \perp (SCD)$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi và có $SA = SB = SC = SD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

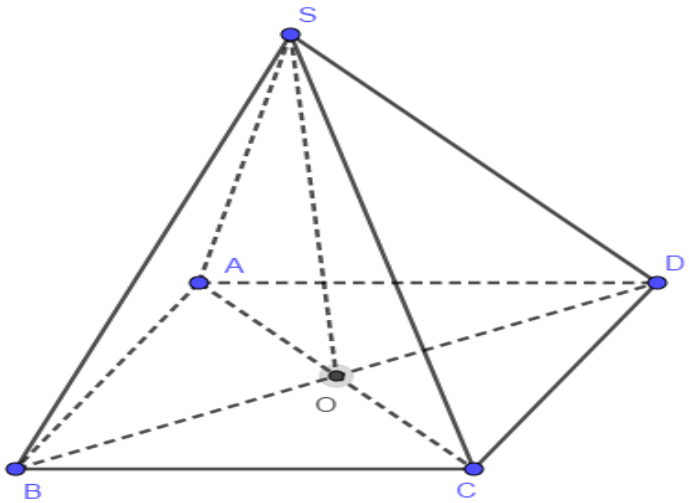
B. AC vuông góc với mặt phẳng (SBD).

C. BD vuông góc với mặt phẳng (SAC).

D. AB vuông góc với mặt phẳng (SBC).

Lời giải

Chọn D



Ta có

$$\begin{cases}\Delta SAC \text{ can tai } S\\ \Delta SBD \text{ can tai } S\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}SO \perp AC\\ SO \perp BD\\ AC \cap BD = O\end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$$. **Loại A**

Ta có

$$\begin{cases}AC \perp SO\\ AC \perp BD\\ SO \cap BD = O\end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD)$$. **Loại B**

Ta có

$$\begin{cases}BD \perp SO\\ BD \perp AC\\ SO \cap AC = O\end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$. **Loại C**

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và có mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác SAB là tam giác đều. Gọi I và E lần lượt là trung điểm của cạnh AB và BC; H là hình chiếu vuông góc của I lên cạnh SC. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Mặt phẳng (SAI) vuông góc với mặt phẳng (SBC).

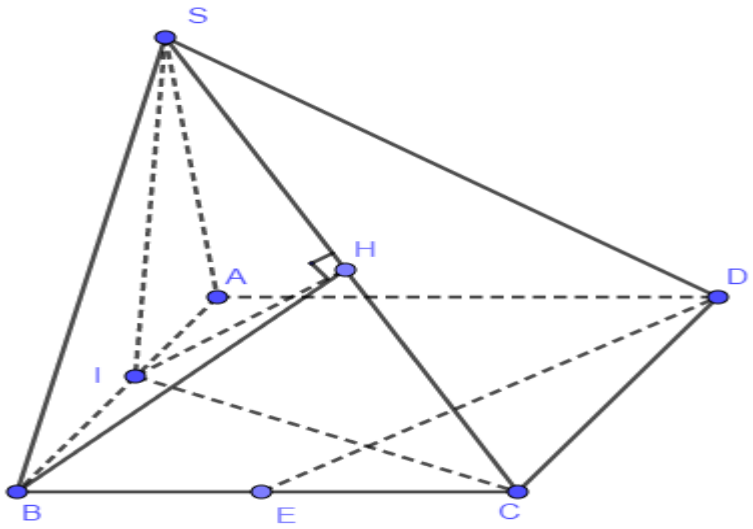
B. Góc giữa hai mặt phẳng (SIC) và (SBC) là góc giữa hai đường thẳng IH và BH.

C. Mặt phẳng (SIC) vuông góc với mặt phẳng (SDE).

D. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SIC) là góc $\widehat{BIC}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có

$$\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\\SI\perp AB\\SI\subset(SAB)\end{cases}\Rightarrow SI\perp(ABCD)\Rightarrow SI\perp BC$$

Khi đó

$$\begin{cases}BC\perp SI\\BC\perp AB\\SI\cap AB=I\\BC\subset(SBC)\end{cases}\Rightarrow(SBC)\perp(SAI)\text{. }\textbf{Loại A}$$

Ta có

$$\Delta BIC=\Delta CED\Rightarrow\widehat{BIC}=\widehat{CED}\text{. Mà }\widehat{BIC}+\widehat{BCI}=90^0\Rightarrow\widehat{CED}+\widehat{BCI}=90^0\Rightarrow IC\perp ED$$

Do đó, ta có $\begin{cases}ED\perp IC\\ED\perp SI\\ED\subset(SDE)\end{cases}\Rightarrow(SDE)\perp(SIC)$. **Loại C**

Ta có

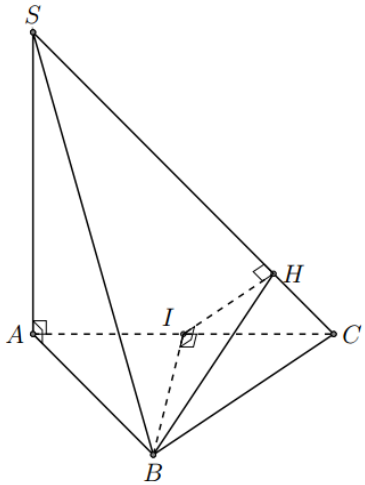
$$\begin{cases}(SIC)\cap(SAB)=SI\\IC\subset(SIC),IC\perp SI\\AB\subset(SAB),AB\perp SI\end{cases}\Rightarrow\left(\widehat{(SIC),(SAB)}\right)=\left(\widehat{AB,IC}\right)=\widehat{BIC}\text{. }\textbf{Loại D}$$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA=2a$ và SA vuông góc với đáy. Tính diện tích thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng đi qua B và vuông góc với SC.

A. $\frac{a^2\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{15}}{20}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{20}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của AC. Do ΔABC đều nên $BI\perp AC$.

Mặt khác $BI \perp SA$ (do $SA \perp (ABC)$ và $BI \subset (ABC)$).

Suy ra $BI \perp (SAC) \Rightarrow SC \perp BI$.

Kẻ IH vuông góc SC tại H .

$\Rightarrow SC \perp (IBH)$.

$\Rightarrow$ Thiết diện cần tìm là tam giác IBH .

Ta có $BI \perp (SAC)$ và $IH \subset (SAC) \Rightarrow BI \perp IH$.

Suy ra tam giác IBH vuông tại I .

Ta có:

$BI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{5}$.

$\sin C = \dfrac{IH}{IC} = \dfrac{SA}{SC} \Rightarrow IH = \dfrac{IC.SA}{SC} = \dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

$S_{\Delta IBH} = \dfrac{1}{2} IB.IH = \dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a\sqrt{5}}{5} = \dfrac{a^2\sqrt{15}}{20}$.

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Hãy tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau đây.

A. Góc giữa đường thẳng SA và BD bằng $90°$.

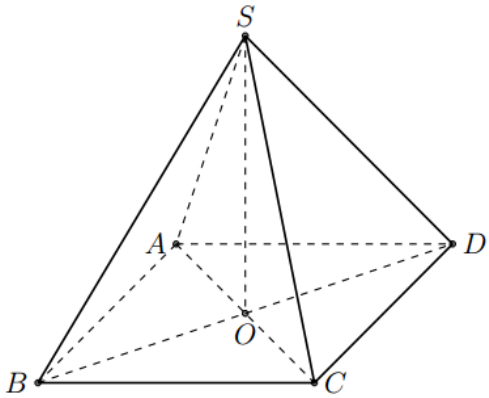
B. Góc giữa đường thẳng SB và AD bằng $90°$.

C. Góc giữa đường thẳng SC và AB bằng $90°$.

D. Góc giữa đường thẳng SD và BC bằng $90°$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD$. Do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD) \Rightarrow BD \perp SO$.

Mặt khác $BD \perp AC$.

Suy ra $DB \perp (SAC) \Rightarrow DB \perp SA$.

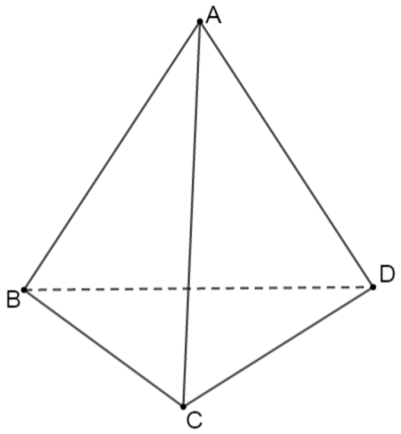
Vậy góc giữa đường thẳng SA và BD bằng $90°$.

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC và ABD là hai tam giác đều. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là:

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $120°$.

Lời giải

Chọn C



Ta có:

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}.\left(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}\right) = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

Vì $\triangle ABC$ và ΔABD là đều nên: $AB = AC = AD = a; \widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60°$.

Do đó: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = a.a.\cos 60 - a.a.\cos 60 = 0$.

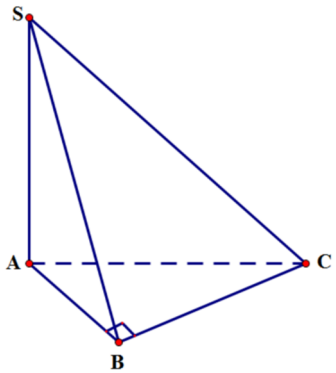
Vậy $\left(AB, CD\right) = 90°$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc với đáy. **Khẳng định nào sau đây đúng ?**

A. $BC \perp \left(SAB\right)$. **B.** $AC \perp \left(SBC\right)$. **C.** $AB \perp \left(SBC\right)$. **D.** $BC \perp \left(SAC\right)$.

Lời giải

Chọn A



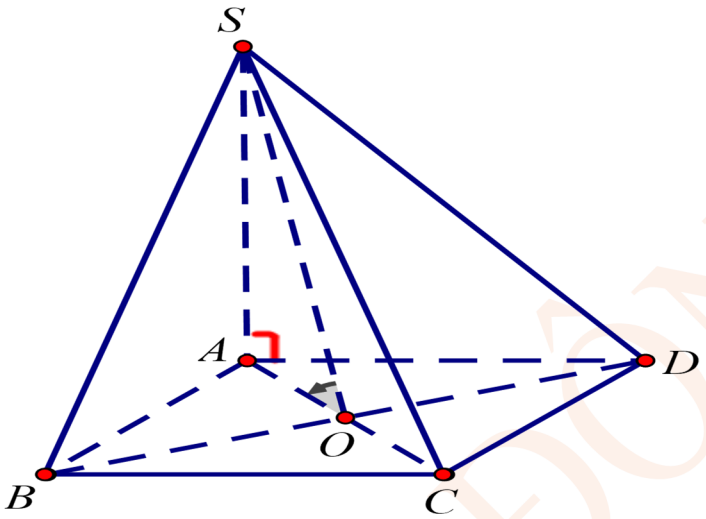
Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \ \left(SA \perp \left(ABC\right)\right) \end{cases} \Rightarrow BC \perp \left(SAB\right)$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a tâm O. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy $ABCD$. Gọi φ là góc giữa SO và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ thì

A. $\tan\varphi = 2\sqrt{2}$. **B.** $\tan\varphi = \sqrt{3}$. **C.** $\tan\varphi = 2$. **D.** $\tan\varphi = 1$.

Lời giải

Chọn A.



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của SO trên $(ABCD)$ là AO. Gọi φ là góc giữa SO và mặt phẳng $(ABCD)$ thì $\varphi = (\widehat{SO, OA}) = \widehat{SOA}$. Vì tam giác SAO vuông tại A nên

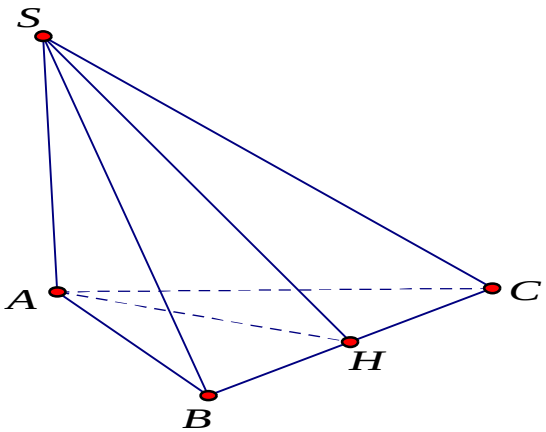
$$\tan\varphi = \frac{SA}{OA} = \frac{2a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Mặt bên (SBC) là tam giác cân tại S, đường cao $SH = a\sqrt{3}$ ($H \in BC$), $BC = 3a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy ABC. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\varphi = 60^0$. **B.** $\varphi = 45^0$. **C.** $cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\varphi = 30^0$.

Lời giải

Chọn D



Vì $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC.$

Ta có $\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp AH$.

Mà $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ BC \perp AH; AH \subset (ABC) \\ BC \perp SH; SH \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow \varphi = ((\widehat{SBC});(\widehat{ABC})) = (\widehat{SH;AH}) = \widehat{SHA}$.

Tam giác ABC vuông tại A nên $AH = \frac{1}{2}BC = \frac{3a}{2}$.

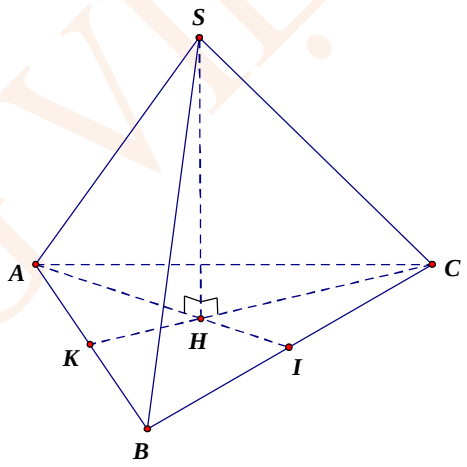
Tam giác SAH vuông tại A có $cos\varphi = \frac{AH}{SH} = \frac{\frac{3a}{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = 30^0$.

Câu 43. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$, có ABC là tam giác đều cạnh a, $SA = SB = SC = a\sqrt{3}$. Tính cos*in* góc giữa SA và (ABC).

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi AI, CK lần lượt các đường cao trong tam giác ABC, $H = AI \cap CK$.

Ta có $BC \perp AI; BC \perp SI \Rightarrow BC \perp SH$.

Tương tự, $AB \perp SH$.

Suy ra $SH \perp (ABC)$ nên AH là hình chiếu của SA lên (ABC)

$\Rightarrow (\widehat{SA;(ABC)}) = (\widehat{SA;AH}) = \widehat{SAH}$.

Xét tam giác SAH vuông tại H có $AH = \frac{2}{3}AI = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

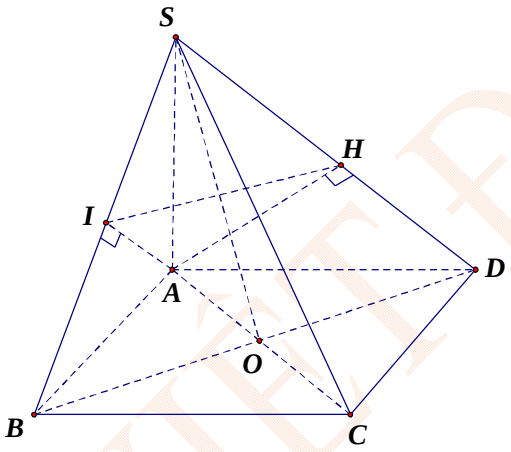
$$\cos\widehat{SAH}=\frac{AH}{SA}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{a\sqrt{3}}=\frac{1}{3}.$$

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a, BC=2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Tính góc giữa (SBC) và (SCD)

A. $\arcsin\left(\frac{\sqrt{10}}{5}\right)$. **B.** $\arcsin\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$. **C.** $\arccos\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$. **D.** $\arccos\left(\frac{\sqrt{10}}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn D



Dựng $AI\perp SB\Rightarrow AI\perp(SBC)$, dựng $AH\perp SD\Rightarrow AH\perp(SCD)$. Vậy góc giữa hai mặt phẳng ((SBC) và (SCD) là góc giữa AI và AH chính là góc $\widehat{IAH}$ hoặc 180^0 - $\widehat{IAH}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong hai tam giác vuông SAB và SAD có

$SB=\sqrt{SA^2+AB^2}=a\sqrt{2}$, $SD=\sqrt{SA^2+AD^2}=a\sqrt{5}$.

$AI.SB=AB.AS\Rightarrow AI=\frac{a.a}{a\sqrt{2}}=\frac{a}{\sqrt{2}}$, $AH.SD=AD.AS\Rightarrow AH=\frac{2a.a}{a\sqrt{5}}=\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

$SI=\frac{SA^2}{SB}=\frac{a^2}{a\sqrt{2}}=\frac{a}{\sqrt{2}}$, $SH=\frac{SA^2}{SD}=\frac{a^2}{a\sqrt{5}}=\frac{a}{\sqrt{5}}$.

Áp dụng định lý hàm số cos cho hai tam giác BSD và ISH có chung góc S

$$\cos\hat{S}=\frac{SB^2+SD^2-BD^2}{2.SB.SD}=\frac{2a^2+5a^2-5a^2}{2.a\sqrt{2}.a\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{10}.$$

$$IH^2=SI^2+SH^2-2.SI.SH.\cos\hat{S}=\frac{a^2}{2}+\frac{a^2}{5}-2.\frac{a}{\sqrt{2}}.\frac{a}{\sqrt{5}}.\frac{\sqrt{10}}{10}=\frac{a^2}{2}.$$

$$\cos\widehat{IAH}=\frac{AI^2+AH^2-IH^2}{2.AI.AH}=\frac{\frac{a^2}{2}+\frac{4a^2}{5}-\frac{a^2}{2}}{2.\frac{a}{\sqrt{2}}.\frac{2a}{\sqrt{5}}}=\frac{\sqrt{10}}{5}\Rightarrow\widehat{IAH}=\arccos\left(\frac{\sqrt{10}}{5}\right).$$

Câu 45. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai ?** Cho tứ diện đều $ABCD$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC) là:

A. Độ dài đoạn DG với G là trọng tâm tam giác ABC .

B. Độ dài đoạn DH với H là trực tâm tam giác ABC.

C. Độ dài đoạn DK với K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

D. Độ dài đoạn DI với I là trung điểm cạnh BC.

Lời giải

Chọn D

Do G, H, K trùng nhau và là hình chếu của D trên (ABC)

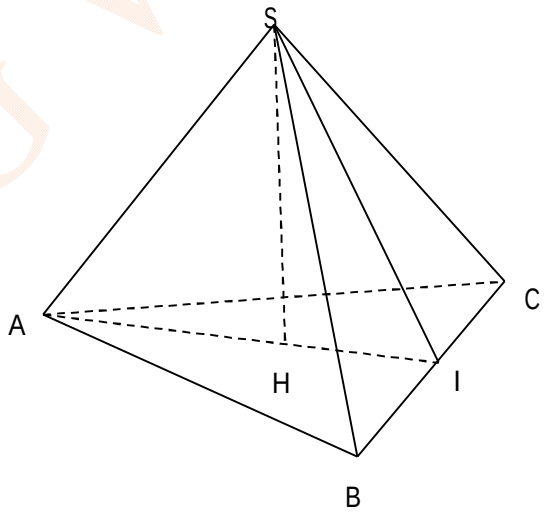
$d(D,(ABC))=DH=DG=DK$

Câu 46. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $3a$, cạnh bên bằng $2a$. Khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng (ABC) là:

A. $\frac{3}{2}a$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm BC, H là hình chiếu của S trên (ABC)

$\Rightarrow$ H thuộc AI , H là trọng tâm tam giác ABC

và tam giác SHA vuông tại H .

Ta có : $AI=\frac{\sqrt{3}}{2}BC=3a\frac{\sqrt{3}}{2}$; $AH=\frac{2}{3}AI=\frac{2}{3}3a\frac{\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$

Giả thiết cho $SA=2a$

$\Rightarrow SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{4a^2-3a^2}=\sqrt{a^2}=a$

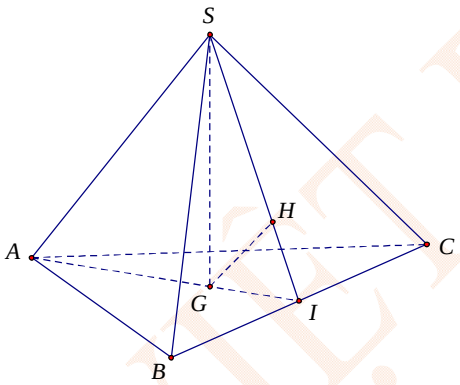
Hay khoảng cách từ S tới (ABC) là a .

Câu 47. Cho hình chóp tam giác đều *S.ABC* có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$. Góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng 60^0. Khoảng cách từ điểm *A* đến mặt phẳng *(SBC)* bằng

A. $\frac{3a}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a}{4}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi *G* là trọng tâm tam giác *ABC*, suy ra *G* là hình chiếu của *S* trên mặt phẳng *(ABC)*.

Gọi *I* là trung điểm của *BC*, suy ra góc giữa *(SBC)* với *(ABC)* là $\widehat{SIG}$.

Tam giác *ABC* đều cạnh bằng $a\sqrt{2}$ nên $GI=\frac{1}{3}\frac{a\sqrt{2}.\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Theo bài ra $\widehat{SIG}=60^0$, suy ra $GS=GI.\tan\widehat{SIG}=\frac{a\sqrt{6}}{6}\tan 60^0=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

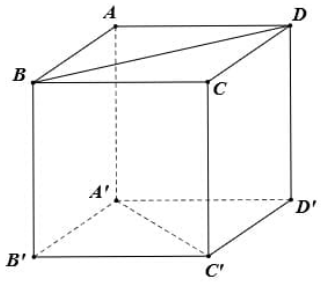
Vì $\begin{cases}AG\cap(SBC)=I\\ \frac{AI}{GI}=3\end{cases}$ nên $d(A,(SBC))=3.d(G,(SBC))$

Hạ $GH\perp SI$ *tại H*. Dễ thấy $\left.\begin{matrix}BC\perp SI\\ BC\perp AI\end{matrix}\right\}\Rightarrow BC\perp(SAI)\Rightarrow BC\perp GH$. Vậy $GH\perp(SBC)$.

Suy ra $d(G,(SBC))=GH=\sqrt{\frac{GS^2.GI^2}{GS^2+GI^2}}=\sqrt{\frac{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.\left(\frac{a\sqrt{6}}{6}\right)^2}{\frac{a^2}{2}+\frac{a^2}{6}}}=\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Vậy $d(A,(SBC))=3.d(G,(SBC))=\dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?



A. $d(AB,CC')=a$. **B.** $d(A'D',BC')=a\sqrt{2}$. **C.** $d(A'C',BD)=a$. **D.** $d(A'C',\mathrm{DD}')=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

A/ $d(AB,CC')=BC=a$. Vậy A đúng.

B/ Ta có: $\left.\begin{array}{l}D'C'\perp A'D'\\ D'C'\perp BC'\end{array}\right\}\Rightarrow D'C'=d\left(A'D',BC'\right)=a\neq a\sqrt{2}$. Vậy B sai.

C/ $d(A'C',BD)=d(A'C',(ABCD))=d(A',(ABCD))=AA'=a$. Vậy C đúng.

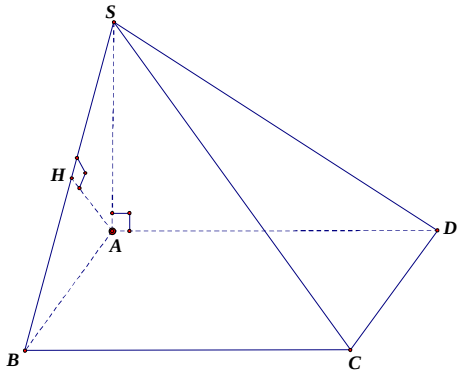
D/ $d(A'C',\mathrm{DD}')=d\left(\mathrm{DD}',(AA'C'C)\right)=d\left(\mathrm{D},(AA'C'C)\right)=\dfrac{BD}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Vậy D đúng.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA\perp\left(ABCD\right)$ và $SA=a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AD.

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: Kẻ $AH\perp SB$.

$\begin{cases} DA \perp SA \\ DA \perp AB \end{cases} \Rightarrow DA \perp (SAB) \Rightarrow DA \perp AH$

Vậy AH là đoạn vuông góc chung của AD và SB.

Tam giác SAB vuông cân nên: $AH = \frac{1}{2}SB = \frac{1}{2}a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

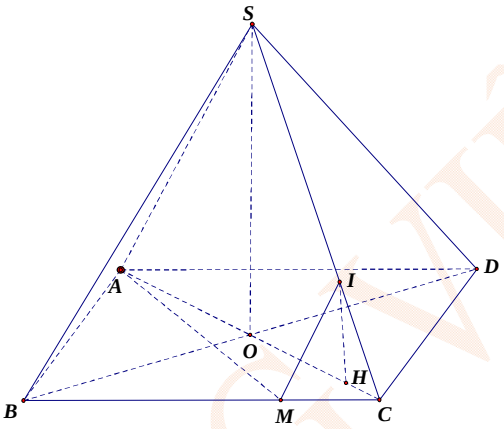
Vậy khoảng cách giữa SB và AD bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

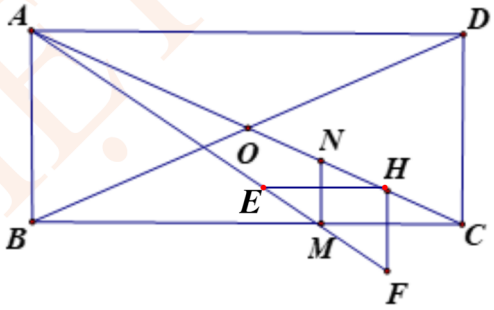
Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với đáy. Điểm I thuộc đoạn SC sao cho $SC = 3IC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AI và SB biết rằng AI vuông góc với SC.

A. $\frac{a}{\sqrt{33}}$. **B.** $\frac{4a}{\sqrt{33}}$. **C.** $\frac{7a}{\sqrt{33}}$. **D.** $\frac{a}{3\sqrt{33}}$.

Lời giải

Chọn B





Gọi O là tâm hình chữ nhật $ABCD$, $(SAC) \cap (SBD) = SO$ suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a \Rightarrow OC = a$.

Mà $AI \perp SC \Rightarrow \Delta SOC \sim \Delta AIC \Rightarrow \frac{CI}{CO} = \frac{CA}{CS} \Rightarrow SC = a\sqrt{6} \Rightarrow SO = a\sqrt{5}$.

Ta có: Kẻ $IM // SB (M \in BC) \Rightarrow SB // (AIM)$, suy ra

$d(SB, AI) = d(SB, (AIM)) = d(B, (AIM))$.

Kẻ $IH // SO (H \in OC) \Rightarrow IH \perp (ABCD)$ và $\frac{HC}{OC} = \frac{IC}{SC} = \frac{1}{3}$. Ta có

$d(B, (AIM)) = 2d(C, (AIM)) = 2.\frac{6}{5}d(H, (AIM)) = \frac{12}{5}h$.

Kẻ $HE // AD, , HF // DC \quad (E, F \in AM) \Rightarrow HE \perp HF$ mà $IH \perp (HEF)$ nên $H.IEF$ là tứ diện vuông tại H.

Ta có: $\frac{1}{h^2}=\frac{1}{HI^2}+\frac{1}{HE^2}+\frac{1}{HF^2}$ với $IH=\frac{1}{3}SO=\frac{a\sqrt{5}}{3}$; $HE=\frac{5}{6}MC=\frac{5}{6}.\frac{1}{3}BC=\frac{5a\sqrt{3}}{18}$;

$HF=\frac{5}{4}MN=\frac{5}{4}.\frac{1}{3}AB=\frac{5}{12}a$. Suy ra $\frac{1}{h^2}=\frac{1}{HI^2}+\frac{1}{HE^2}+\frac{1}{HF^2}=\frac{297}{25a^2}\Rightarrow h=\frac{5a}{3\sqrt{33}}$

Vậy ta có $d\left(AI,SB\right)=\frac{12}{5}.\frac{5a}{3\sqrt{33}}=\frac{4a}{\sqrt{33}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 30

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi

Câu 1. Tính $\lim\dfrac{2^n-3.5^n}{4.3^n-5^n}$.

A. $-\dfrac{3}{4}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $-\dfrac{2}{5}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ k & \text{khi } x=2\end{cases}$. Tìm k để hàm số liên tục trên tập $\mathbb{R}$.

A. $k=-2$. **B.** $k=0$. **C.** $k=2$. **D.** $k=4$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh $SA=2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích tam giác SBC bằng

A. $a^2\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{5}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y=\cos^4 x-\sin^4 x$ là

A. $y'=2\sin 2x$. **B.** $y'=4\cos^3 x-4\sin^3 x$.

C. $y'=-\sin 2x$. **D.** $y'=-2\sin 2x$.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$ có các tam giác ABC, ABD, ACD là các tam giác vuông tại A. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. BCD là tam giác nhọn. **B.** BCD là tam giác vuông.

C. $AB\perp(BCD)$. **D.** $AC\perp(BCD)$.

Câu 6. Tính đạo hàm của hàm số $y=x^3-2x^2+2$ tại điểm $x_0=2$.

A. $y'(x_0)=1$. **B.** $y'(x_0)=4$. **C.** $y'(x_0)=7$. **D.** $y'(x_0)=-2$.

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC=AD=BC=BD=a$ và $AB=x$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,CD. Biết rằng $(ACD)\perp(BCD)$ và $(ABC)\perp(ABD)$. Khi đó x bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a}{3}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{2a}{3}$.

Câu 8. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB=a$ và chiều cao của hình chóp bằng $\dfrac{a}{6}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp đã cho bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 9. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sin x+2\cos x$

A. $y'=\cos x+2\sin x$. **B.** $y'=-\cos x-2\sin x$.

C. $y'=\cos x-2\sin x$. **D.** $y'=-\cos x+2\sin x$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Biết $SA=SC$ và $SB=SD$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $SA\perp(ABCD)$. **B.** $SC\perp(ABCD)$. **C.** $SB\perp(ABCD)$. **D.** $SO\perp(ABCD)$.

Câu 11. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{3-2x}$.

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $-\infty$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)=4x^3-6\sqrt{6}x^2+3m^2x-5$. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm là

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 13. Cho $f(x)=(x-2)^5$. Tính $f''(3)$.

A. -20. **B.** 20. **C.** 27. **D.** -27.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a. Gọi M là trung điểm SA. Mặt phẳng (MBD) vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (SBC). **B.** (SAC). **C.** (SBD). **D.** $(ABCD)$.

Câu 15. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-3x}{2x+3}$.

A. -3. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** $-\infty$.

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của AC, BD, MN. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $\overrightarrow{AI}=\dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$. **B.** $\overrightarrow{AI}=\dfrac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

C. $\overrightarrow{AI}=\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AI}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)=2x+\dfrac{5}{x}-\dfrac{2}{3x^3}+2$. Phương trình $f'(x)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x(2-2x)}$. Tính $f''\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

A. 24. **B.** 16. **C.** 48. **D.** 32.

Câu 19. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các mặt bên là các hình chữ nhật. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AA'}$.

A. $(AA')^2$. **B.** $3(AA')^2$. **C.** $2(AA')^2$. **D.** 0.

Câu 20. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+2x+3}-x\right)$.

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A, $AB=a$ và $\widehat{ABC}=30°$. Biết $SA\perp(ABC)$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC.

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** a. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 22. Cho $f(x)=\cos 3x$. Tính $f'\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)+f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. 3. **B.** -3. **C.** 0. **D.** 6.

Câu 23. Tìm đạo hàm y' của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-2x}}{1+x}$.

A. $y'=\dfrac{x-2}{(1+x)^2\sqrt{1-2x}}$. **B.** $y'=\dfrac{-1+3x}{2(1+x)^2\sqrt{1-2x}}$.

C. $y'=\dfrac{x+2}{(1+x)^2\sqrt{1-2x}}$. **D.** $y'=\dfrac{x-2}{2(1+x)^2\sqrt{1-2x}}$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AB=3, BC=4$. Biết $(SBC)\perp(ABC)$ và $SB=2\sqrt{3}, \widehat{SBC}=30°$. Tính khoảng cách từ B đến (SAC).

A. $\dfrac{\sqrt{7}}{6}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{7}}{14}$. **C.** $\dfrac{6\sqrt{7}}{7}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{7}}{12}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{SO}$. **B.** $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SD}=\vec{0}$.

C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vecto $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{B'C}$ bằng

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 27. Tính $\lim\left(\dfrac{1}{n^2+4}+\dfrac{2}{n^2+4}+\dfrac{3}{n^2+4}+...+\dfrac{2n+4}{n^2+4}\right)$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 28. Tìm $\lim\dfrac{4n-1}{n+2}$.

A. 2. **B.** 4. **C.** -1. **D.** -4.

Câu 29. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol $(P): y=2x^2+3x-5$. Gọi d là tiếp tuyến của (P) tại giao điểm của (P) với trục Oy. Khi đó d có hệ số góc bằng

A. -1. **B.** -5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 30. Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong $y=2x^3$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y=6x+4$. **B.** $y=-6x-8$. **C.** $y=6x-4$. **D.** $y=6x-8$.

Câu 31. Cho $\lim u_n=5, \lim v_n=13$ và $\lim(u_n+kv_n)=2007$. Khi đó k bằng

A. $\dfrac{2002}{5}$. **B.** 398. **C.** $\dfrac{2007}{13}$. **D.** 154.

Câu 32. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^3+3x)=-\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^3+3x)=+\infty$.

C. $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^3+3x)=3$. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^3+3x)=1$.

Câu 33. Trong mặt phẳng Oxy, cho đồ thị $(C): y=\dfrac{1}{3}x^3+x+1$. Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm $(0;1)$. Góc giữa d và trục Ox bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $120°$. **D.** $135°$.

Câu 34. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm của CD. Tìm đẳng thức đúng trong các đẳng thức sau.

A. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=-3\overrightarrow{MG}$. **B.** $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MD}$.

C. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=-3\overrightarrow{MD}$. **D.** $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$.

Câu 35. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3\cos^2 3x}$. Tìm hệ thức đúng trong các hệ thức sau.

A. $y=3y'.\tan 3x$. **B.** $y'=6y.\cos 3x$. **C.** $y'=6y.\cot 3x$. **D.** $y'=6y.\tan 3x$.

Câu 36. Cho $\lim u_n=-3$; $\lim v_n=2$. Khi đó $\lim\left(u_n-v_n\right)$ bằng

A. -5. **B.** -1. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 37. Cho hàm số $y=\sin^2 x$. Phương trình $y'=0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2};\pi\right]$.

A. 6. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 38. Tính $\lim\limits_{x\to 3^+}\frac{2x+7}{x-3}$.

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 39. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đạo hàm là $y'=\frac{\sin 2x-2x}{2\sin^2 x}$ là.

A. $y=\frac{x+\cos x}{\sin x}$. **B.** $y=x.\cot x$. **C.** $y=x.\tan x$. **D.** $y=\frac{x}{\sin x}$.

Câu 40. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $\left(BCD'A'\right)$ vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

A. $\left(ADD'A'\right)$. **B.** $\left(ABB'A'\right)$. **C.** $\left(ABCD\right)$. **D.** $\left(BCC'B'\right)$.

Câu 41. Tìm đạo hàm cấp hai của hàm số $y=\frac{2}{x-1}$.

A. $y''=\frac{-2}{\left(x-1\right)^3}$. **B.** $y''=\frac{-4}{\left(x-1\right)^3}$. **C.** $y''=\frac{2}{\left(x-1\right)^3}$. **D.** $y''=\frac{4}{\left(x-1\right)^3}$.

Câu 42. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông là hình lăng trụ đều.

B. Hình lăng trụ đứng có các cạnh bên vuông góc với các mặt đáy.

C. Hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành là hình hộp đứng.

D. Độ dài cạnh bên là chiều cao của hình lăng trụ đứng.

Câu 43. Cho a,b là các số thực thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+ax+b}{x-2}=-1$ khi đó $a+b$ bằng

A. 5 . **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 44. Cho tứ diện $OABC$ có 3 cạnh OA,OB,OC đôi một vuông góc và $OA=a,OB=2a,OC=a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng $\left(ABC\right)$.

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{19}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{19}}{19}$. **D.** $\frac{a\sqrt{7}}{19}$.

Câu 45. Trong các dãy số sau, dãy số nào có giới hạn là $+\infty$?

A. $u_n=\left(\frac{3}{2}\right)^n$. **B.** $u_n=\left(-\frac{2}{3}\right)^n$. **C.** $u_n=\frac{2}{1+3n}$. **D.** $u_n=\frac{2n}{3+n^2}$.

Câu 46. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm trên tập $\mathbb{R}$. Đặt $g\left(x\right)=f\left(x\right)-f\left(3x\right)$. Biết $g'\left(1\right)=1$ và $g'\left(3\right)=3$. Tính đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)-f\left(9x\right)$ tại $x=1$.

A. -8 . **B.** 12. **C.** -15. **D.** 10.

Câu 47. Cho đồ thị $\left(C\right)$ $y=f\left(x\right)$, biết tiếp tuyến của $\left(C\right)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là đường thẳng $y=-2x+5$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3.f\left(x\right)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ có phương trình là

A. $y=3x-4$. **B.** $y=7x-10$. **C.** $y=7x-4$. **D.** $y=3x+1$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{2}$. Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của A trên SB và SD. Tính góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (AHK)

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Câu 49. Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{x^2+4x+5}$ là

A. $y'=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+5}}$. **B.** $y'=\dfrac{2x+4}{\sqrt{x^2+4x+5}}$.

C. $y'=\dfrac{x+2}{2\sqrt{x^2+4x+5}}$. **D.** $y'=\dfrac{x+5}{2\sqrt{x^2+4x+5}}$.

Câu 50. Cho đa thức $P(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{P(x)-2}{x-3}=2$. Tính $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{P(x)-2}{(x^2-9)\left(\sqrt{P(x)+2}+1\right)}$

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{12}$. **C.** $\dfrac{1}{9}$. **D.** $\dfrac{2}{9}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.C	4.D	5.A	6.B	7.C	8.A	9.C	10.D
11.D	12.B	13.B	14.B	15.C	16.C	17.D	18.B	19.D	20.C
21.A	22.A	23.A	24.C	25.C	26.A	27.D	28.B	29.D	30.C
31.D	32.B	33.A	34.D	35.D	36.A	37.A	38.A	39.B	40.B
41.D	42.A	41.B	44.B	45.A	46.D	47.C	48.A	49.A	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tính $\lim\dfrac{2^n-3.5^n}{4.3^n-5^n}$.

A. $-\dfrac{3}{4}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $-\dfrac{2}{5}$.

Lời giải

Ta có: $\lim\dfrac{2^n-3.5^n}{4.3^n-5^n}=\lim\dfrac{\left(\dfrac{2}{5}\right)^n-3}{4.\left(\dfrac{3}{5}\right)^n-1}=\dfrac{0-3}{4.0-1}=3$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ k & \text{khi } x=2\end{cases}$. Tìm k để hàm số liên tục trên tập $\mathbb{R}$.

A. $k=-2$. **B.** $k=0$. **C.** $k=2$. **D.** $k=4$.

Lời giải

TXĐ của hàm số: $D=\mathbb{R}$.

Nếu $x\neq 2$ thì hàm số liên tục trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Vậy để hàm số liên tục trên tập $\mathbb{R}$ thì hàm số phải liên tục tại $x=2$.

Ta có:

$f(2)=k$

$\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}(x+2)=4$.

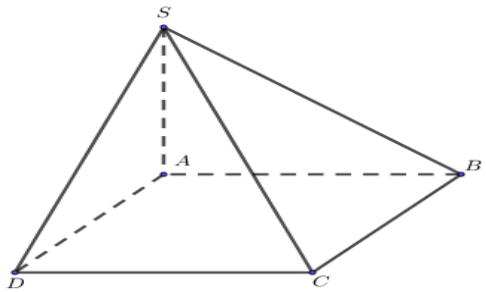
Để hàm số liên tục tại $x=2$ thì $f(2)=\lim\limits_{x\to 2} f(x)\Leftrightarrow k=4$.

Vậy với $k=4$ thì hàm số đã cho liên tục trên tập $\mathbb{R}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh $SA=2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích tam giác SBC bằng

A. $a^2\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{5}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB(\text{gt}) \\ BC \perp SA\left(SA \perp (ABCD)\right) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$

Mà $SB \subset (SAB)$ nên suy ra $BC \perp SB$, hay tam giác SBC vuông tại B.

Ta có: $S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2}SB.BC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AB^2}.BC = \frac{1}{2}\sqrt{(2a)^2 + a^2}.a = \frac{a^2\sqrt{5}}{2}.$

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y = \cos^4 x - \sin^4 x$ là

A. $y' = 2\sin 2x$.
B. $y' = 4\cos^3 x - 4\sin^3 x$.
C. $y' = -\sin 2x$.
D. $y' = -2\sin 2x$.

Lời giải

Cách 1:

Xét hàm số $y = \cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x - \sin^2 x).(\cos^2 x + \sin^2 x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$

$y' = -\sin 2x.(2x)' = -2\sin 2x.$

Cách 2:

Xét hàm số $y = \cos^4 x - \sin^4 x$

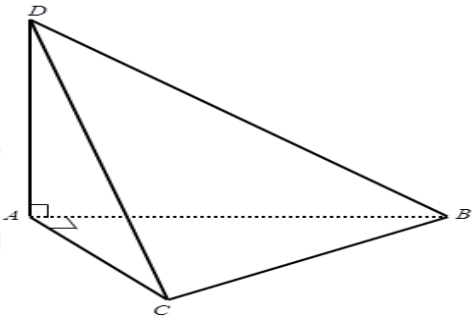
$y' = 4\cos^3 x.(\cos x)' - 4\sin^3 x.(\sin x)' = -4\cos^3 x.\sin x - 4\sin^3 x.\cos x$

$y' = -4\sin x\cos x.(\sin^2 x + \cos^2 x) = -2.(2\sin x\cos x) = -2\sin 2x$.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$ có các tam giác ABC, ABD, ACD là các tam giác vuông tại A. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. BCD là tam giác nhọn.
B. BCD là tam giác vuông.
C. $AB \perp (BCD)$.
D. $AC \perp (BCD)$.

Lời giải



Gọi độ dài các cạnh $AB = a$, $AC = b$, $AD = c$.

Xét tam giác ABC, ABD, ACD vuông tại A, theo định lý Py- ta- go ta có :

$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$, $CD = \sqrt{AC^2 + AD^2} = \sqrt{b^2 + c^2}$, $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + c^2}$.

Xét tam giác BCD, theo định lý cosin ta có :

$\cos D = \frac{BD^2 + CD^2 - BC^2}{2.BD.CD} = \frac{a^2 + c^2 + b^2 + c^2 - a^2 - b^2}{2.\sqrt{a^2 + c^2}.\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{c^2}{\sqrt{a^2 + c^2}.\sqrt{b^2 + c^2}} > 0,$

$\cos B = \frac{BD^2 + BC^2 - CD^2}{2.BD.BC} = \frac{a^2 + c^2 + a^2 + b^2 - b^2 - c^2}{2.\sqrt{a^2 + c^2}.\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + c^2}.\sqrt{a^2 + b^2}} > 0,$

$\cos C = \frac{BC^2 + CD^2 - BD^2}{2.BC.CD} = \frac{a^2 + b^2 + b^2 + c^2 - a^2 - c^2}{2.\sqrt{a^2 + b^2}.\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}.\sqrt{b^2 + c^2}} > 0$

Từ đó suy ra các góc B, C, D là các góc nhọn hay tam giác BCD là tam giác nhọn.

Câu 6. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2$ tại điểm $x_0 = 2$.

A. $y'(x_0) = 1$. **B.** $y'(x_0) = 4$. **C.** $y'(x_0) = 7$. **D.** $y'(x_0) = -2$.

Lời giải

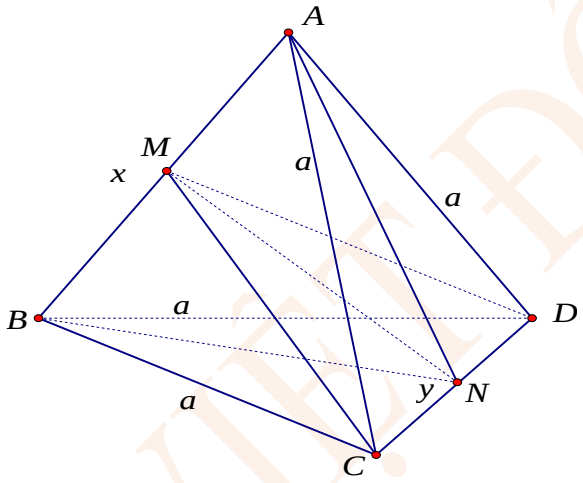
Xét hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2$

$y'(x_0) = 3x_0^{\,2} - 4x_0 \Rightarrow y'(2) = 3.2^2 - 4.2 = 4$.

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD = BC = BD = a$ và $AB = x$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Biết rằng $(ACD) \perp (BCD)$ và $(ABC) \perp (ABD)$. Khi đó x bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

Lời giải



Đặt $CD = y$.

Ta có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD.

Mà tam giác BCD cân tại $B \Rightarrow BN \perp CD$, tam giác ADB cân tại $A \Rightarrow DM \perp AB$.

$(ACD) \perp (BCD)$ và $(ABC) \perp (ABD)$

$(ACD) \cap (BCD) = CD, (ABC) \cap (ADB) = AB$

Suy ra $BN \perp (ACD) \Rightarrow BN \perp AN$, $DM \perp (ABC) \Rightarrow DM \perp CM$

Suy ra $\widehat{ANB} = \widehat{CMD} = 90°$.

Ta có các tam giác BNC vuông tại N, AND vuông tại N và tam giác DMB, tam giác CMB vuông tại M, suy ra : $AN^2 = BN^2 = a^2 - \frac{y^2}{4}$ và $CM^2 = DM^2 = a^2 - \frac{x^2}{4}$

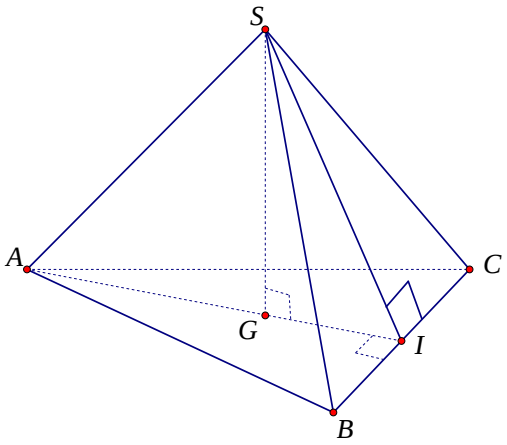
Mà $\widehat{ANB} = 90° \Rightarrow x^2 = 2\left(a^2 - \frac{y^2}{4}\right)$; $\widehat{CMD} = 90° \Rightarrow y^2 = 2\left(a^2 - \frac{x^2}{4}\right)$.

Suy ra $x^2 = y^2 = \frac{4a^2}{3} \Rightarrow x = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB = a$ và chiều cao của hình chóp bằng $\frac{a}{6}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp đã cho bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Vì hình chóp $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều suy ra SG là đường cao của hình chóp và $SG=\frac{a}{6}$.

$S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên góc giữa các mặt bên và mặt đáy đều bằng nhau.

Ta xét góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABC).

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow \left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right)=\widehat{SIA}$.

Xét tam giác SGI vuông tại G suy ra $\tan\widehat{SIG}=\frac{SG}{GI}$.

Mà $GI=\frac{1}{3}AI=\frac{1}{3}.\frac{a.\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{6}$, $SG=\frac{a}{6}\Rightarrow\tan\widehat{SIG}=\frac{\frac{a}{6}}{\frac{a\sqrt{3}}{6}}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\widehat{SIG}=30°$.

Câu 9. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sin x+2\cos x$

A. $y'=\cos x+2\sin x$.
B. $y'=-\cos x-2\sin x$.
C. $y'=\cos x-2\sin x$.
D. $y'=-\cos x+2\sin x$.

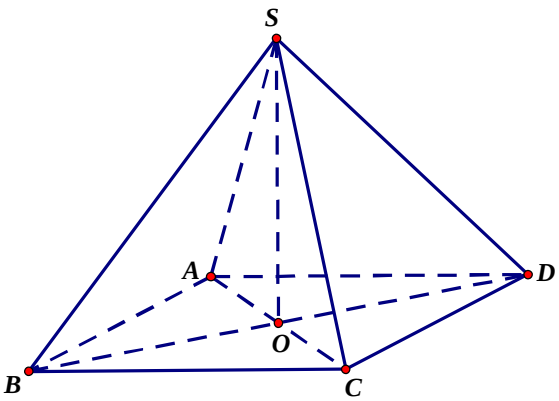
Lời giải

Ta có: $y'=(\sin x+2\cos x)'=\cos x-2\sin x$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Biết $SA=SC$ và $SB=SD$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $SA\perp(ABCD)$. **B.** $SC\perp(ABCD)$. **C.** $SB\perp(ABCD)$. **D.** $SO\perp(ABCD)$.

Lời giải



Do O là tâm của hình bình hành $ABCD$ nên O là trung điểm của AC và BD.

Do $SA=SC$ nên tam giác SAC cân tại $S \Rightarrow SO \perp AC$ (1)

Do $SB=SD$ nên tam giác SBD cân tại $S \Rightarrow SO \perp BD$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Câu 11. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{3-2x}$.

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $-\infty$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}}{3-2x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}}{3-2x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{3-2x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{3-2x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{\frac{3}{x}-2}=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}.$$

Câu 12. Cho hàm số $f(x)=4x^3-6\sqrt{6}x^2+3m^2x-5$. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm là

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Ta có:

$f'(x)=12x^2-12\sqrt{6}x+3m^2$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 12x^2-12\sqrt{6}x+3m^2=0 \Leftrightarrow 4x^2-4\sqrt{6}x+m^2=0$

$f'(x)=0$ có nghiệm khi $\Delta' \ge 0 \Leftrightarrow \left(-2\sqrt{6}\right)^2-4m^2 \ge 0 \Leftrightarrow 24-4m^2 \ge 0 \Leftrightarrow -\sqrt{6} \le m \le \sqrt{6}$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2,-1,0,1,2\}$.

Vậy có 5 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 13. Cho $f(x)=(x-2)^5$. Tính $f''(3)$.

A. –20. **B.** 20. **C.** 27. **D.** –27.

Lời giải

$f'(x)=5(x-2)^4.(x-2)'=5(x-2)^4$.

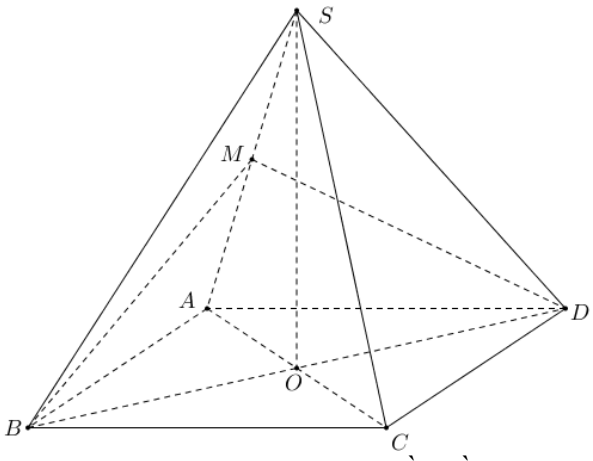
$f'''(x)=5.4(x-2)^3(x-2)'=20(x-2)^3$.

Vậy $f''(3)=20.1^3=20$

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a. Gọi M là trung điểm SA. Mặt phẳng (MBD) vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (SBC). **B.** (SAC). **C.** (SBD). **D.** $(ABCD)$.

Lời giải



Hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a suy ra $S.ABCD$ là hình chóp đều.

Gọi O là giao điểm của AC và BD suy ra O là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

$BD \perp AC$ (do $ABCD$ là hình vuông)

$BD \perp SO$ (do $SO \perp (ABCD)$)

$\Rightarrow BD \perp (SAC)$.

Mà $BD \subset (MBD) \Rightarrow (MBD) \perp (SAC)$.

Câu 15. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1-3x}{2x+3}$.

A. -3. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** $-\infty$.

Lời giải

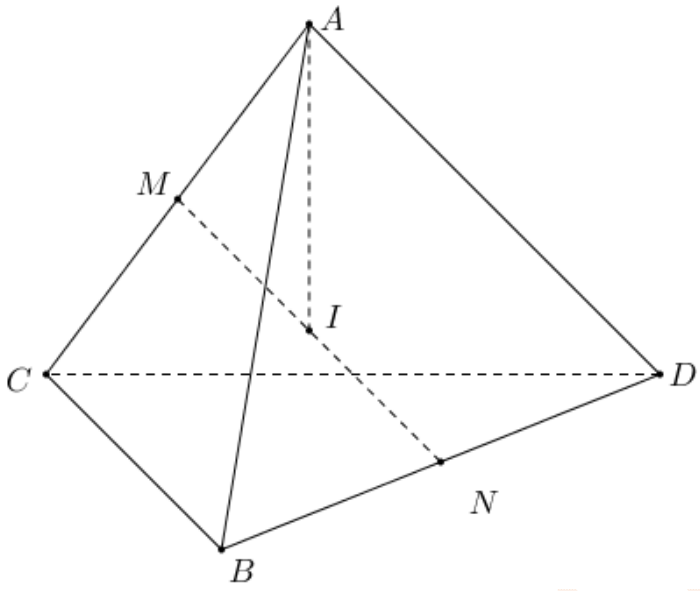
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1-3x}{2x+3} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{1}{x}-3}{2+\frac{3}{x}} = -\frac{3}{2}.$$

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của AC, BD, MN. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $\overrightarrow{AI} = \dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$. **B.** $\overrightarrow{AI} = \dfrac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

C. $\overrightarrow{AI} = \dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AI} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Lời giải



Vì I là trung điểm của $MN \Rightarrow \overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}\right)$.

Vì M là trung điểm của $AC \Rightarrow \overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Vì N là trung điểm của $BD \Rightarrow \overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Vậy $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)\right)=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Câu 17. Cho hàm số $f\left(x\right)=2x+\frac{5}{x}-\frac{2}{3x^3}+2$. Phương trình $f'\left(x\right)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Với $x\neq 0$, ta có: $f'\left(x\right)=2-\frac{5}{x^2}+\frac{2}{x^4}$, suy ra $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 2-\frac{5}{x^2}+\frac{2}{x^4}=0$.

Đặt $t=\frac{1}{x^2},\left(t>0\right)$, ta được phương trình $2t^2-5t+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\\t=\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

Với $t=2$, ta có: $\frac{1}{x^2}=2\Leftrightarrow x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Với $t=\frac{1}{2}$, ta có: $\frac{1}{x^2}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$.

Câu 18. Cho hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{x\left(2-2x\right)}$. Tính $f''\left(\frac{1}{2}\right)$.

A. 24. **B.** 16. **C.** 48. **D.** 32.

Lời giải

Với $x\neq 0, x\neq 1$, ta có: $f\left(x\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1-x}+\frac{1}{x}\right)$.

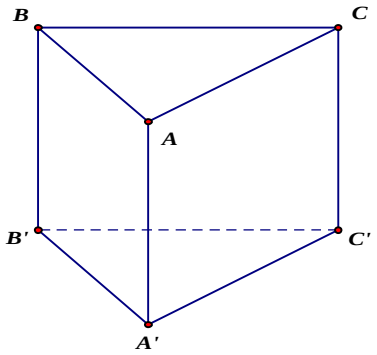
Suy ra $f'\left(x\right)=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{\left(1-x\right)^2}-\frac{1}{x^2}\right]$ và $f''\left(x\right)=\frac{1}{2}\left[\frac{2}{\left(1-x\right)^3}+\frac{2}{x^3}\right]=\frac{1}{\left(1-x\right)^3}+\frac{1}{x^3}$.

Do đó $f''\left(\frac{1}{2}\right)=16$.

Câu 19. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các mặt bên là các hình chữ nhật. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AA'}$.

A. $(AA')^2$. **B.** $3(AA')^2$. **C.** $2(AA')^2$. **D.** 0.

Lời giải



Vì các mặt bên của hình lăng trụ là hình chữ nhật nên đây là hình lăng trụ đứng.

Suy ra: $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{CC'}$, $\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BB'}$, $\overrightarrow{BC}\perp\overrightarrow{AA'}$.

Do đó: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AA'}=0$.

Câu 20. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+2x+3}-x\right)$.

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

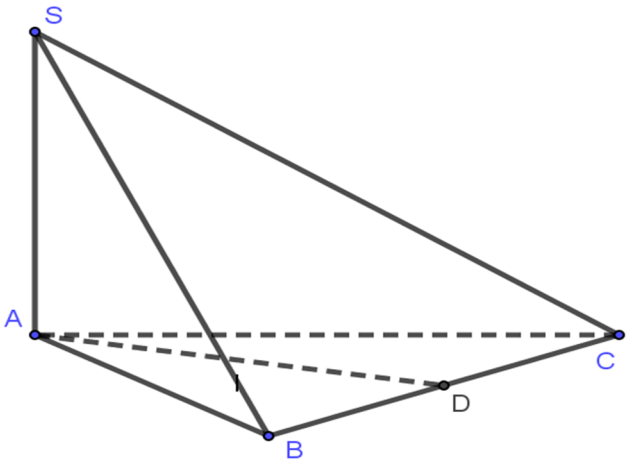
Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+2x+3}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+3}{\sqrt{x^2+2x+3}+x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2+\frac{3}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}+1}=1$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A, $AB=a$ và $\widehat{ABC}=30°$. Biết $SA\perp(ABC)$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC.

A. $\frac{a}{2}$. **B.** a. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi D là trung điểm của BC, vì tam giác ABC cân tại A suy ra $AD\perp BC$.

Mặt khác: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AD$

Khi đó: $\begin{cases} AD \perp SA \\ AD \perp BC \end{cases}$

Suy ra $d(SA, BC) = AD = AB.\sin 30° = a.\frac{1}{2} = \frac{a}{2}$.

Câu 22. Cho $f(x) = \cos 3x$. Tính $f'\left(-\frac{\pi}{3}\right) + f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

A. 3. **B.** -3. **C.** 0. **D.** 6.

Lời giải

Ta có $f'(x) = -3\sin 3x$. Suy ra $f'\left(-\frac{\pi}{3}\right) + f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3\sin(-\pi) - 3\sin\frac{3\pi}{2} = 3$.

Câu 23. Tìm đạo hàm y' của hàm số $y = \frac{\sqrt{1-2x}}{1+x}$.

A. $y' = \frac{x-2}{(1+x)^2\sqrt{1-2x}}$. **B.** $y' = \frac{-1+3x}{2(1+x)^2\sqrt{1-2x}}$.

C. $y' = \frac{x+2}{(1+x)^2\sqrt{1-2x}}$. **D.** $y' = \frac{x-2}{2(1+x)^2\sqrt{1-2x}}$.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{\left(\sqrt{1-2x}\right)'.(1+x) - \sqrt{1-2x}.(1+x)'}{(1+x)^2}$

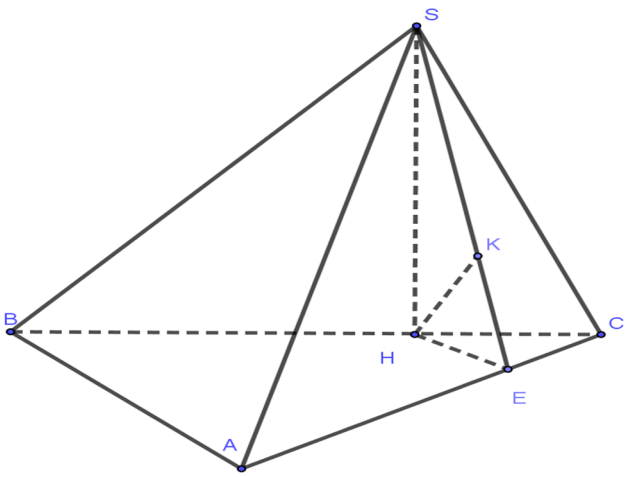
$y' = \frac{\frac{-(1+x)}{\sqrt{1-2x}} - \sqrt{1-2x}}{(1+x)^2}$

$y' = \frac{-1-x-1+2x}{(1+x)^2\sqrt{1-2x}}$. Vậy $y' = \frac{x-2}{(1+x)^2\sqrt{1-2x}}$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AB = 3, BC = 4$. Biết $(SBC) \perp (ABC)$ và $SB = 2\sqrt{3}, \widehat{SBC} = 30°$. Tính khoảng cách từ B đến (SAC).

A. $\frac{\sqrt{7}}{6}$. **B.** $\frac{3\sqrt{7}}{14}$. **C.** $\frac{6\sqrt{7}}{7}$. **D.** $\frac{5\sqrt{7}}{12}$.

Lời giải



Xét tam giác SBC có: $SC^2 = BS^2 + BC^2 - 2BS.BC.\cos 30°$

$SC^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 + 4^2 - 2.2\sqrt{3}.4.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 4 \Rightarrow SC = 2$.

Nhận thấy: $BC^2 = SB^2 + SC^2 \Rightarrow \Delta BSC$ vuông tại S.

Ta có $(SBC) \perp (ABC)$ theo giao tuyến là BC.

Kẻ $SH \perp BC$ suy ra $SH \perp (ABC)$.

Trong tam giác vuông BSC có: $HS = \dfrac{SB.SC}{BC} = \dfrac{2\sqrt{3}.2}{4} = \sqrt{3}$, $HB = \dfrac{BS^2}{BC} = \dfrac{\left(2\sqrt{3}\right)^2}{4} = 3$ và

$HC = \dfrac{SC^2}{BC} = \dfrac{2^2}{4} = 1$.

Khi đó: $d\left(B,(SAC)\right) = 4.d\left(H,(SAC)\right)$.

Kẻ $HE \perp AC$ và $HK \perp SE$.

Ta có: $\begin{cases} AC \perp HE \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SHE)$

Khi đó: $\begin{cases} HK \perp SE \\ HK \perp AC \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SAC)$, suy ra $d\left(H,(SAC)\right) = HK$.

Mà $\sin \widehat{ACB} = \dfrac{HE}{HC} = \dfrac{AB}{AC} \Rightarrow HE = \dfrac{HC.AB}{AC} = \dfrac{1.3}{\sqrt{3^2+4^2}} = \dfrac{3}{5}$.

Vậy $d\left(B,(SAC)\right) = 4.d\left(H,(SAC)\right) = 4HK = 4.\dfrac{HE.HS}{\sqrt{HE^2+HS^2}} = \dfrac{6\sqrt{7}}{7}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

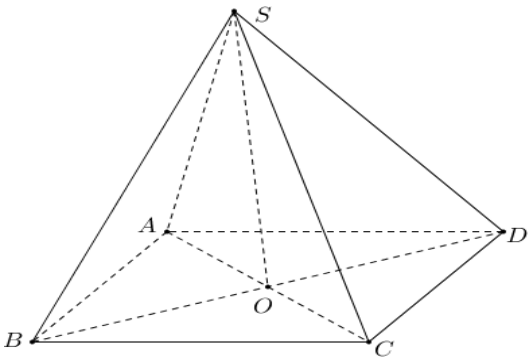
A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$.

B. $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SD} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

Lời giải



Ta có:

$\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{SO}+\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{SO}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{SO}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{SO}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{SO}+(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD})=\vec{0}$

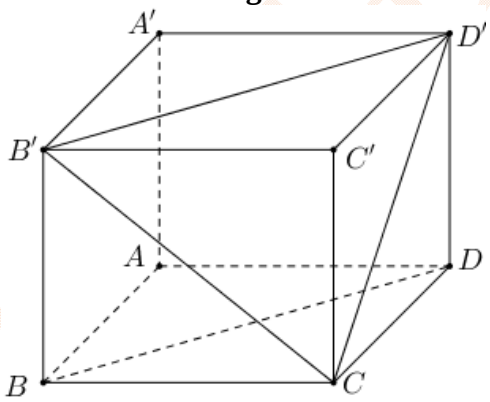
$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{SO}+\vec{0}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{SO}=\vec{0}$ (vô lí)

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{B'C}$ bằng

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải



Vì $BD//B'D' \Rightarrow \left(\widehat{B'C,BD}\right)=\left(\widehat{B'C,B'D'}\right)$.

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên tam giác $B'D'C$ là tam giác đều.

$\Rightarrow \left(\widehat{B'C,B'D'}\right)=\widehat{CB'D'}=60°$.

Vậy $\left(\widehat{B'C,BD}\right)=60°$.

Câu 27. Tính $\lim\left(\frac{1}{n^2+4}+\frac{2}{n^2+4}+\frac{3}{n^2+4}+...+\frac{2n+4}{n^2+4}\right)$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Ta có:

$\lim\left(\frac{1}{n^2+4}+\frac{2}{n^2+4}+\frac{3}{n^2+4}+...+\frac{2n+4}{n^2+4}\right)=\lim\left(\frac{1+2+3+....+2n+4}{n^2+4}\right)$

$=\lim\left(\frac{\frac{(1+2n+4).(2n+4)}{2}}{n^2+4}\right)=\lim\frac{(2n+5).(n+2)}{n^2+4}=\lim\frac{\left(2+\frac{5}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n}\right)}{1+\frac{4}{n^2}}=2.$

Câu 28. Tìm $\lim\dfrac{4n-1}{n+2}$

A. 2. **B.** 4. **C.** -1. **D.** -4.

Lời giải

Ta có: $\lim\dfrac{4n-1}{n+2}=\lim\dfrac{4-\dfrac{1}{n}}{1+\dfrac{2}{n}}=4$.

Câu 29. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol $(P):y=2x^2+3x-5$. Gọi d là tiếp tuyến của (P) tại giao điểm của (P) với trục Oy. Khi đó d có hệ số góc bằng

A. -1. **B.** -5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm.

Theo bài ra: $M=Oy\cap(P)\Rightarrow x_0=0$.

Ta có: $y'=4x+3$

$\Rightarrow$ hệ số góc của tiếp tuyến d là: $k=y'(0)=3$.

Câu 30. Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong $y=2x^3$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y=6x+4$. **B.** $y=-6x-8$. **C.** $y=6x-4$. **D.** $y=6x-8$.

Lời giải

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm.

Theo bài ra ta có: $x_0=1\Rightarrow y_0=2$

Mà: $y'=6x\Rightarrow y'(1)=6$

Phương trình tiếp tuyến của đường cong tại $M(1;2)$ là: $y=6(x-1)+2=6x-4$.

Câu 31. Cho $\lim u_n=5$, $\lim v_n=13$ và $\lim(u_n+kv_n)=2007$. Khi đó k bằng

A. $\dfrac{2002}{5}$. **B.** 398. **C.** $\dfrac{2007}{13}$. **D.** 154.

Lời giải

Ta có: $\lim(u_n+kv_n)=2007\Leftrightarrow\lim u_n+\lim kv_n=2017\Leftrightarrow k\lim v_n=2017-\lim u_n$

$\Leftrightarrow k=\dfrac{2007-\lim u_n}{\lim v_n}=\dfrac{2007-5}{13}=154$

Câu 32. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^3+3x)=-\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^3+3x)=+\infty$.

C. $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^3+3x)=3$. **D.** $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^3+3x)=1$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^3+3x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x^3\left(1+\dfrac{3}{x^2}\right)=+\infty$ (Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}x^3=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{3}{x^2}\right)=1$).

Câu 33. Trong mặt phẳng Oxy, cho đồ thị $(C):y=\dfrac{1}{3}x^3+x+1$. Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm $(0;1)$. Góc giữa d và trục Ox bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $120°$. **D.** $135°$.

Lời giải

$y=\frac{1}{3}x^3+x+1\Rightarrow y'=x^2+1\Rightarrow y'(0)=1.$

Góc giữa d và trục Ox bằng $\varphi=\arctan y'(0)=\arctan 1=45°$.

Câu 34. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm của CD. Tìm đẳng thức đúng trong các đẳng thức sau.

A. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=-3\overrightarrow{MG}$. **B.** $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MD}$.

C. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=-3\overrightarrow{MD}$. **D.** $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$.

Lời giải

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}(\forall M)$.

Câu 35. Cho hàm số $y=\frac{1}{3\cos^2 3x}$. Tìm hệ thức đúng trong các hệ thức sau.

A. $y=3y'.\tan 3x$. **B.** $y'=6y.\cos 3x$. **C.** $y'=6y.\cot 3x$. **D.** $y'=6y.\tan 3x$.

Lời giải

Ta có: $y=\frac{1}{3\cos^2 3x}=\frac{1}{3}\tan^2 3x$

$\Rightarrow y'=\frac{2\tan 3x}{\cos^2 3x}=6\tan 3x.\frac{1}{3\cos^2 3x}\Rightarrow y'=6y.\tan 3x.$

Câu 36. Cho $\lim u_n=-3$; $\lim v_n=2$. Khi đó $\lim(u_n-v_n)$ bằng

A. -5. **B.** -1. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

$\lim(u_n-v_n)=\lim u_n-\lim v_n=-3-2=-5$.

Câu 37. Cho hàm số $y=\sin^2 x$. Phương trình $y'=0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2};\pi\right]$.

A. 6. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $y=\sin^2 x=\frac{1}{2}(1-\cos 2x)\Rightarrow y'=\frac{1}{2}.(2\sin 2x)=\sin 2x.$

$y'=0\Rightarrow\sin 2x=0\Leftrightarrow 2x=k\pi\Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z}).$

Do $x\in\left[-\frac{3\pi}{2};\pi\right]$ nên $-\frac{3\pi}{2}\le k\frac{\pi}{2}\le\pi\Leftrightarrow -3\le k\le 2$. Suy ra: $k\in\{-3;-2;-1;0;1;2\}$.

Câu 38. Tính $\lim\limits_{x\to 3^+}\frac{2x+7}{x-3}$.

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to 3^+}(2x+7)=13>0$, $\lim\limits_{x\to 3^+}(x-3)=0$, $x\to 3^+\Rightarrow x-3>0$.

Vậy, $\lim\limits_{x\to 3^+}\frac{2x+7}{x-3}=+\infty$.

Câu 39. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đạo hàm là $y'=\frac{\sin 2x-2x}{2\sin^2 x}$ là.

A. $y=\frac{x+\cos x}{\sin x}$. **B.** $y=x.\cot x$. **C.** $y=x.\tan x$. **D.** $y=\frac{x}{\sin x}$.

Lời giải

A. $y=\dfrac{x+\cos x}{\sin x}$

$\Rightarrow y'=\dfrac{(1-\sin x).\sin x-(x+\cos x).\cos x}{\sin^2 x}=\dfrac{\sin x-\sin^2 x-x.\cos x-\cos^2 x}{\sin^2 x}=\dfrac{-1+\sin x-x.\cos x}{\sin^2 x}$.

B. $y=x.\cot x$

$\Rightarrow y'=\cot x+x.\left(-\dfrac{1}{\sin^2 x}\right)=\dfrac{\cos x}{\sin x}-\dfrac{x}{\sin^2 x}=\dfrac{\sin x.\cos x-x}{\sin^2 x}=\dfrac{\frac{1}{2}\sin 2x-x}{\sin^2 x}=\dfrac{\sin 2x-2x}{2\sin^2 x}$.

C. $y=x.\tan x$

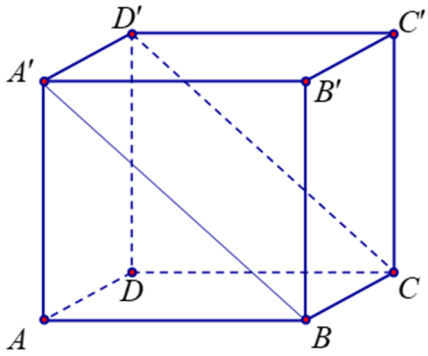
$\Rightarrow y'=\tan x+x.\left(\dfrac{1}{\cos^2 x}\right)=\dfrac{\sin x}{\cos x}+\dfrac{x}{\cos^2 x}=\dfrac{\sin x.\cos x+x}{\cos x^2 x}=\dfrac{\frac{1}{2}\sin 2x+x}{\cos^2 x}=\dfrac{\sin 2x+2x}{2\cos^2 x}$.

D. $y=\dfrac{x}{\sin x}\Rightarrow y'=\dfrac{\sin x-x.\cos x}{\sin^2 x}$.

Câu 40. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(BCD'A')$ vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

A. $(ADD'A')$. **B.** $(ABB'A')$. **C.** $(ABCD)$. **D.** $(BCC'B')$.

Lời giải



Ta có: $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật

$\Rightarrow\begin{cases}BC\perp AB\\BC\perp BB'\end{cases}\Rightarrow BC\perp(ABB'A')\Rightarrow(BCD'A')\perp(ABB'A')$.

Câu 41. Tìm đạo hàm cấp hai của hàm số $y=\dfrac{2}{x-1}$.

A. $y''=\dfrac{-2}{(x-1)^3}$. **B.** $y''=\dfrac{-4}{(x-1)^3}$. **C.** $y''=\dfrac{2}{(x-1)^3}$. **D.** $y''=\dfrac{4}{(x-1)^3}$.

Lời giải

Áp dụng công thức $\left(\dfrac{1}{u}\right)'=-\dfrac{u'}{u^2},\ (u\neq 0)$

Ta có: $y'=\dfrac{-2(x-1)'}{(x-1)^2}=\dfrac{-2}{(x-1)^2};y''=\dfrac{-2.\left[-2(x-1)(x-1)'\right]}{(x-1)^4}=\dfrac{4}{(x-1)^3}$.

Câu 42. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông là hình lăng trụ đều.

B. Hình lăng trụ đứng có các cạnh bên vuông góc với các mặt đáy.

C. Hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành là hình hộp đứng.
D. Độ dài cạnh bên là chiều cao của hình lăng trụ đứng.

Lời giải

Theo định nghĩa hình lăng trụ đều thì "Hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều là hình lăng trụ đều" nên đáp án A sai.

Câu 43. Cho a,b là các số thực thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+ax+b}{x-2}=-1$ khi đó $a+b$ bằng

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

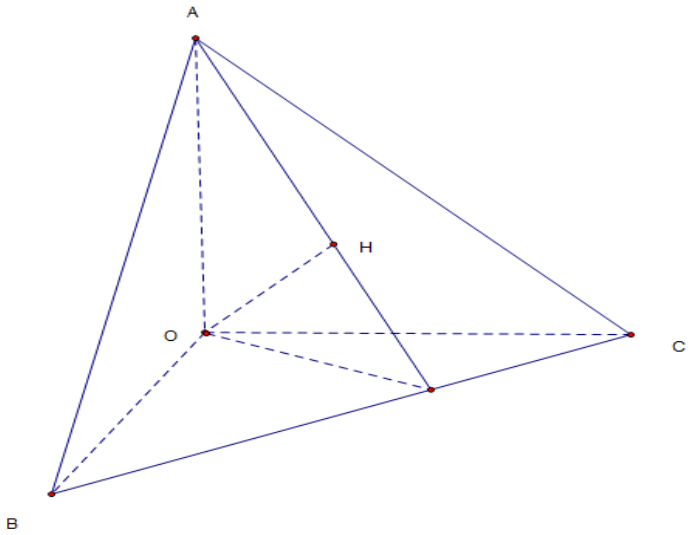
Ta có $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x-3)}{x-2}=-1$

$\Rightarrow x^2+ax+b=(x-2)(x-3)\Leftrightarrow x^2+ax+b=x^2-5x+6\Leftrightarrow a=-5;b=6\Rightarrow a+b=1.$

Câu 44. Cho tứ diện $OABC$ có 3 cạnh OA,OB,OC đôi một vuông góc và $OA=a,OB=2a,OC=a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC).

A. $\dfrac{2a\sqrt{3}}{19}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{57}}{19}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{19}}{19}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{7}}{19}$.

Lời giải



Do tứ diện $OABC$ là tứ diện vuông đỉnh O, gọi h là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC).

Ta có $\dfrac{1}{h^2}=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{4a^2}+\dfrac{1}{3a^2}=\dfrac{19}{12a^2}\Rightarrow h=\dfrac{2a\sqrt{57}}{19}$.

Câu 45. Trong các dãy số sau, dãy số nào có giới hạn là $+\infty$?

A. $u_n=\left(\dfrac{3}{2}\right)^n$. **B.** $u_n=\left(-\dfrac{2}{3}\right)^n$. **C.** $u_n=\dfrac{2}{1+3n}$. **D.** $u_n=\dfrac{2n}{3+n^2}$.

Lời giải

Ta có : $\lim\left(\dfrac{3}{2}\right)^n=+\infty$ (do dãy số có cơ số lớn hơn 1).

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên tập $\mathbb{R}$. Đặt $g(x)=f(x)-f(3x)$. Biết $g'(1)=1$ và $g'(3)=3$. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)-f(9x)$ tại $x=1$.

A. -8. **B.** 12. **C.** -15. **D.** 10.

Lời giải

Do $g(x)=f(x)-f(3x)\Rightarrow g'(x)=f'(x)-3f'(3x)$,

$g'(1)=1\Rightarrow 1=f'(1)-3f'(3)\ (1)$.

$g'(3)=3\Rightarrow 3=f'(3)-3f'(9)\Rightarrow 9=3f'(3)-9f'(9)\ (2)$.

Cộng vế với vế của (1) và (2) ta có $10=f'(1)-9f'(9)$.

Đặt $h(x)=f(x)-f(9x)\Rightarrow h'(x)=f'(x)-9f'(9x)$.

Suy ra $h'(1)=f'(1)-9f'(9)=10$.

Câu 47. Cho đồ thị (C) $y=f(x)$, biết tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=1$ là đường thẳng $y=-2x+5$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3.f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ có phương trình là

A. $y=3x-4$. **B.** $y=7x-10$. **C.** $y=7x-4$. **D.** $y=3x+1$.

Lời giải

Tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=1$ là đường thẳng $y=-2x+5$ nên suy ra:

$f'(1)=-2$ và $f(1)=3$.

Xét hàm số $y=x^3.f(x)$, ta có:

$y(1)=1^3.f(1)=3$

$y'=3x^2.f(x)+f'(x).x^3$ suy ra $y'(1)=3.f(1)+f'(1).1=7$.

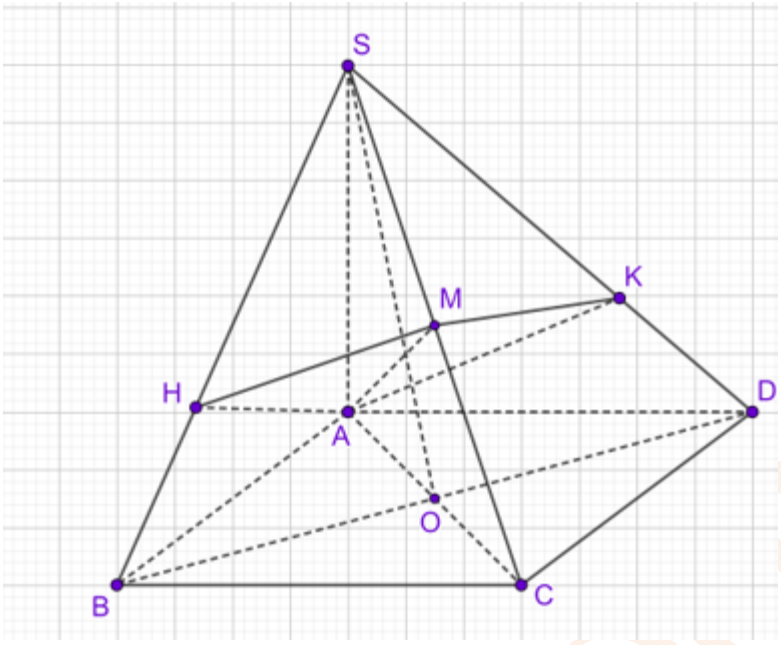
Phương trình tiếp tuyến tại điểm có $x=1$, $y=3$ và $y'(1)=7$ có dạng:

$y=7(x-1)+3=7x-4$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{2}$. Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của A trên SB và SD. Tính góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (AHK)

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Lời giải



Ta có $AK \perp SD \quad (1)$

Mặt khác $CD \perp SA; CD \perp AD$

$\Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $AK \perp (SCD)$ hay $AK \perp SC \quad (**)$

Tương tự

Lại có $AH \perp SB \quad (3)$

Mặt khác $CB \perp SA; CB \perp AB$

$\Rightarrow CB \perp (SBC) \Rightarrow CB \perp AH \quad (4)$

Từ (3) và (4) suy ra $AH \perp (SBC)$ hay $AH \perp SC \quad (**)$

Từ $(*)$ và $(**)$ ta có $SC \perp (AHK)$

Xét tam giác SAC vuông tại A có $SA = AC = a\sqrt{2} \Rightarrow SC = 2a$.

Gọi M là giao điểm của SC với (AHK) suy ra $AM \perp SC$ hay $SM = MC = a$

Khi đó hình chiếu của SD lên (AHK) là MK.

Suy ra $\widehat{(SD,(AHK))} = \widehat{(SK,(AHK))} = \widehat{SKM}$.

Xét tam giác SAD vuông tại A, ta có:

$SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$.

$AK = \dfrac{SA.AD}{SD} = \dfrac{a\sqrt{2}.a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Xét tam giác SAK vuông tại K, ta có:

$SK = \sqrt{SA^2 - AK^2} = \sqrt{2a^2 - \dfrac{2a^2}{3}} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác SMK vuông tại M, ta có:

$\sin\widehat{SKM} = \dfrac{SM}{SK} = \dfrac{a}{\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $\widehat{SKM}=60^\circ$.

Câu 49. Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{x^2+4x+5}$ là

A. $y'=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+5}}$.

B. $y'=\dfrac{2x+4}{\sqrt{x^2+4x+5}}$.

C. $y'=\dfrac{x+2}{2\sqrt{x^2+4x+5}}$.

D. $y'=\dfrac{x+5}{2\sqrt{x^2+4x+5}}$.

Lời giải

Ta có $y=\sqrt{x^2+4x+5}\Rightarrow y'=\dfrac{\left(x^2+4x+5\right)'}{2\sqrt{x^2+4x+5}}=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+5}}$.

Câu 50. Cho đa thức $P(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{P(x)-2}{x-3}=2$. Tính $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{P(x)-2}{\left(x^2-9\right)\left(\sqrt{P(x)+2}+1\right)}$

A. $\dfrac{1}{6}$.

B. $\dfrac{1}{12}$.

C. $\dfrac{1}{9}$.

D. $\dfrac{2}{9}$.

Lời giải

Cách 1: Vì $P(x)$ là đa thức và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{P(x)-2}{x-3}=2$, nên ta chọn

$P(x)-2=(x-3)(x-1)$.

Suy ra $P(x)-2=x^2-4x+3\Leftrightarrow P(x)=x^2-4x+5$. Khi đó

$$\lim_{x\to 3}\frac{P(x)-2}{\left(x^2-9\right)\left(\sqrt{P(x)+2}+1\right)}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x-1)}{\left(x^2-9\right)\left(\sqrt{x^2-4x+7}+1\right)}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{x-1}{(x+3)\left(\sqrt{x^2-4x+7}+1\right)}=\frac{1}{9}$$

Cách 2: Vì $P(x)$ là đa thức và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{P(x)-2}{x-3}=2$, nên

$\lim\limits_{x\to 3}\left(P(x)-2\right)=0\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 3}P(x)=2$.

Khi đó

$$\lim_{x\to 3}\frac{P(x)-2}{\left(x^2-9\right)\left(\sqrt{P(x)+2}+1\right)}=\lim_{x\to 3}\frac{P(x)-2}{(x-3)(x+3)\left(\sqrt{P(x)+2}+1\right)}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{P(x)-2}{x-3}.\lim_{x\to 3}\frac{1}{(x+3)\left(\sqrt{P(x)+2}+1\right)}$$

$$=2.\frac{1}{18}=\frac{1}{9}$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 31

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi

Câu 1. Nếu các dãy số $(u_n),(v_n)$ thỏa mãn $\lim u_n = 4$ và $\lim v_n = 3$ thì $\lim(u_n + v_n)$ bằng

A. 12. **B.** 7. **C.** 1 **D.** $\frac{4}{3}$

Câu 2. Biết $\lim u_n = 5$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $\lim\frac{5u_n - 1}{u_n - 1} = 5$. **B.** $\lim\frac{5u_n - 1}{u_n - 1} = 6$.

C. $\lim\frac{5u_n - 1}{u_n - 1} = 1$. **D.** $\lim\frac{5u_n - 1}{u_n - 1} = 24$.

Câu 3. Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 3$ thì $\lim\limits_{x\to 1} 3f(x)$ bằng

A. 3. **B.** -3 **C.** 9 **D.** 6

Câu 4. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x^3 + 3x - 1}{x^2 + 1}$ ta được kết quả bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

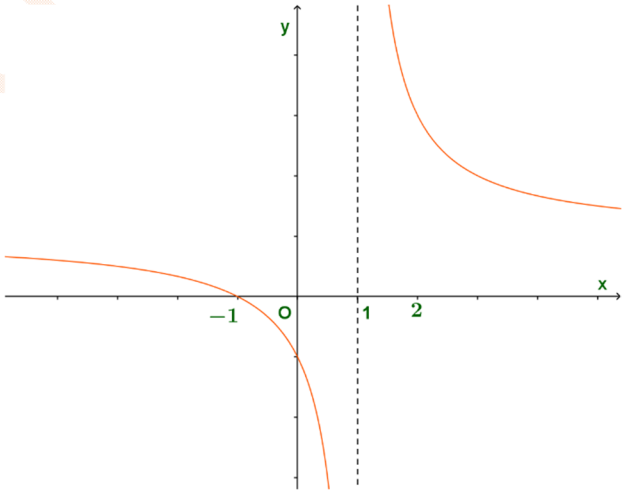
Câu 5. Tính $\lim\limits_{x\to +\infty}(2x^3 - 3x^2 + 10)$.

A. $+\infty$. **B.** 2. **C.** $-\infty$. **D.** 3.

Câu 6. Hàm số nào sau đây liên tục tại điểm $x = 2$?

A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. **B.** $y = \sqrt{x-3}$. **C.** $y = \frac{2x+1}{x^2-4}$. **D.** $y = 3x^3 + 2x - 1$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây:



Chọn khẳng định sai:

A. Hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số liên tục trên $(-\infty;4)$.

C. Hàm số liên tục trên $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số liên tục trên $(-\infty;1)$.

Câu 8. Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $(-\infty;1)$?

A. $y=\dfrac{x}{x^2-1}$. **B.** $y=\sqrt{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x}{x^2+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x+3}$.

Câu 9. Đạo hàm cấp một của hàm số $y=(1-x^3)^5$ là:

A. $y'=5(1-x^3)^4$. **B.** $y'=-3(1-x^3)^4$. **C.** $y'=-15x^2(1-x^3)^4$. **D.** $y'=-5(1-x^3)^4$.

Câu 10. Cho hàm số $y=x^3-3x+4$ có đồ thị (C). Tính hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -2.

A. 9. **B.** 2. **C.** -15. **D.** 18.

Câu 11. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)=2x^3+x^2-1$ tại điểm $x_o=-2$ là?

A. -13. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 28.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)=x^{2020}-x+2019$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 có phương trình

A. $y=2019x$. **B.** $y=2020x$. **C.** $y=2019x+1$. **D.** $y=2020x+1$.

Câu 13. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x=-1$.

A. $y=x+3$. **B.** $y=-x+3$. **C.** $y=x-3$ **D.** $y=-x-3$.

Câu 14. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Nếu đường thẳng b song song với đường thẳng c thì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c.

B. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.

C. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c.

D. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai véctơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.

Câu 15. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng.

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$ và ΔABC vuông ở B, AH là đường cao của ΔSAB. Khẳng định nào sau đây là khẳng định ***sai*** ?

A. $SA\perp BC$ **B.** $AH\perp BC$

C. $AH\perp AC$ **D.** $AH\perp SC$.

Câu 17. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề ***sai*** ?

A. Nếu một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau.

B. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.

C. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

D. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $SA=a\sqrt{3}$ và ΔABC vuông tại B có cạnh $BC=a$, $AC=a\sqrt{5}$. Tính theo a khoảng cách từ A đến (SBC).

A. $\dfrac{2a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $a\sqrt{3}$ **D.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{3}$.

Câu 19. Trong các mệnh đề sau,mệnh đề nào đúng?

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

D. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Câu 20. Gọi α là số đo góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q). Nếu (P) và (Q) song song nhau thì α bằng

A. $180°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $0°$.

Câu 21. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2}, n \ge 1 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = (-1).\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$. **B.** $u_n = (-1).\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$. **C.** $u_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$. **D.** $u_n = (-1).\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$.

Câu 22. Giới hạn $\lim \dfrac{5\sqrt{3n^2+n}}{2(3n+2)} = \dfrac{a\sqrt{3}}{b}$ (với a,b là các số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $T = a+b$.

A. $T = 21$. **B.** $T = 11$. **C.** $T = 7$. **D.** $T = 9$.

Câu 23. Cho $I = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\left(\sqrt{3x+1}-1\right)}{x}$ và $J = \lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^2-x-2}{x+1}$. Tính $I-J$.

A. $I-J=6$. **B.** $I-J=3$. **C.** $I-J=-6$. **D.** $I-J=0$.

Câu 24. Tính $I = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+2}-x\right)$

A. $I=-4$. **B.** $I=-2$. **C.** $I=4$. **D.** $I=2$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x^2-3x+1}{x-1} & \text{khi } x \ne 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số gián đoạn tại $x=1$. **B.** Hàm số liên tục tại $x=1$.
C. Hàm số liên tục tại $x=3$. **D.** Hàm số liên tục tại $x=-5$.

Câu 26. Tích các giá trị m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3+8}{x+2} & \text{khi } x \ne -2 \\ m^2 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ liên tục tại $x=-2$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 14. **D.** -12.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$. Bất phương trình $f''(x) > 0$ có tập nghiệm là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$

Câu 28. Cho hàm số $y = \sqrt{4x^2+1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' \le 0$ là

A. $\varnothing$ **B.** $(-\infty;0)$ **C.** $[0;+\infty)$ **D.** $(-\infty;0]$

Câu 29. Gọi (d) là tiếp tuyến của hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ bằng -3. Khi đó (d) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích là

A. $S = \dfrac{49}{6}$ **B.** $S = \dfrac{121}{6}$ **C.** $S = \dfrac{25}{6}$ **D.** $S = \dfrac{169}{6}$

Câu 30. Cho hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^2}{2} - 6x + 1$. Tìm số các tiếp tuyến với đồ thị hàm số song song với đường thẳng $24x + 6y - 13 = 0$.

A. 2 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 3

Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC=a$, $BD=3a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Biết AC vuông góc với BD. Tính MN.

A. $MN=\frac{a\sqrt{10}}{2}$. **B.** $MN=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $MN=\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $MN=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ với ABC không là tam giác cân. Góc giữa các đường thẳng SA,SB,SC và mặt phẳng (ABC) bằng nhau. Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng (ABC) là

A. Tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.
B. Trực tâm của tam giác ABC.
C. Trọng tâm của tam giác ABC.
D. Tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O. Biết rằng $SA=SC$, $SB=SD$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $AB\perp(SAC)$. **B.** $CD\perp AC$. **C.** $SO\perp(ABCD)$. **D.** $CD\perp(SBD)$.

Câu 34. Cho tứ diện $ABCD$, có tam giác CAD vuông tại A, tam giác BDC vuông tại **D.**Trong tam giác ABC có $AM\perp BC$ $(M\in BC)$. Biết $MD=3$, $AM=4$, $AD=5$. Kết luận nào sau đây là đúng?

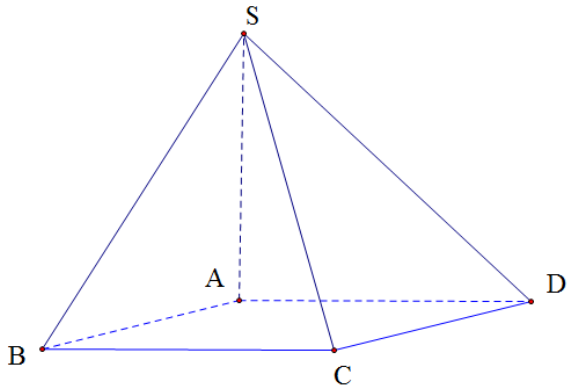
A. $MD\perp(ABC)$. **B.** $AM\perp(BCD)$.
C. $AD\perp(ABC)$. **D.** $BD\perp(ACD)$.

Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=a, AA'=b$. Gọi M là trung điểm của CC'. Tỉ số $\frac{a}{b}$ để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau là:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $SA\perp(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(SBC)\perp(SAB)$. **B.** $(SCD)\perp(SAD)$. **C.** $(SAC)\perp(SBD)$. **D.** $(SBC)\perp(SCD)$.



Câu 37. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng với chiều cao và bằng a. Tính góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy.

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Câu 38. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt phẳng $(AA'B'B)$ và mặt phẳng $(ACC'A')$ cùng vuông góc với mặt phẳng $(A'B'C')$, đáy là tam giác đều cạnh bằng a, các cạnh bên có độ dài bằng

$a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm cạnh $B'C'$, góc giữa đường thẳng AM và $(A'B'C')$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(15^0;20^0)$. **B.** $(20^0;40^0)$. **C.** $(45^0;50^0)$. **D.** $(50^0;60^0)$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng SC?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 40. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C', AB=a, A'A=a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'A$ và BC?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** a. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 41. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1=2020 \\ u_{n+1}=\frac{1}{2}(u_n+1),\ n\ge 1 \end{cases}$. Tìm $\lim u_n$.

A. 2020. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} \frac{2-\sqrt{4-x}}{x} & (0<x<4) \\ m & (x=0) \\ \frac{n}{x} & (x\ge 4) \end{cases}$. Biết $f(x)$ liên tục trên nửa khoảng $[0,+\infty)$, khi đó giá trị $m.n$ bằng

A. 2. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 4.

Câu 43. Gọi M là điểm tùy ý nằm trên đồ thị hàm số $y=\frac{4x-3}{2x+1}$ (C). Tiếp tuyến tại M của đồ thị (C) cắt hai đường tiệm cận của (C) tạo thành một tam giác có diện tích bằng

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 44. Cho hàm số $y=x^3-mx^2+2m$, có đồ thị (C) với m là tham số thực. Gọi A là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ bằng 1. Viết phương trình tiếp tuyến Δ với đồ thị (C) tại A biết tiếp tuyến cắt đường tròn $(\gamma):x^2+(y-1)^2=9$ theo một dây cung có độ dài nhỏ nhất.

A. $y=x+1$. **B.** $y=-x+1$. **C.** $y=-x+4$. **D.** $y=-x-4$.

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, $AB=AC=2a$, $\widehat{BAC}=120^0$; $CC'=2a$. Gọi I là trung điểm CC'. Tính côsin góc giữa hai mặt phẳng $(AB'I)$ và (ABC).

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\frac{\sqrt{30}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-16}{x-2}=12$. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt[3]{5f(x)-16}-4}{x^2+2x-8}$.

A. $\frac{5}{24}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{ax^2-(a-2)x-2}{\sqrt{x+3}-2} & \text{khi } x\neq 1\\ 8+a^2 & \text{khi } x=1\end{cases}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của a để hàm số liên tục tại $x=1$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 48. Cho hàm số $y=x^3+3mx^2+(m+1)x+1$. Gọi Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại hoành độ $x=-1$. Tìm m sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ O đến Δ là lớn nhất.

A. $m=\frac{3}{5}$. **B.** $m=-\frac{3}{5}$. **C.** $m=\frac{4}{5}$. **D.** $m=-\frac{4}{5}$

Câu 49. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a, điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM=2MC$. Mặt phẳng (P) chứa AM và song song với BD. Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (P).

A. $\frac{2\sqrt{26}a^2}{15}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^2}{5}$. **C.** 48. **D.** $\frac{4\sqrt{26}a^2}{15}$

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a, cạnh bên $SA=2a$ .Hình chiếu vuông góc với đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của đoạn AO .Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AB

A. $\frac{4a\sqrt{22}}{11}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{31}}{\sqrt{142}}$. **C.** $2a$. **D.** $4a$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.C	4.B	5.A	6.D	7.B	8.C	9.C	10.A
11.C	12.A	13.D	14.A	15.D	16.C	17.D	18.A	19.C	20.D
21.D	22.B	23.A	24.B	25.A	26.D	27.A	28.D	29.D	30.B
31.A	32.A	33.C	34.B	35.B	36.C	37.C	38.D	39.C	40.A
41.B	42.C	43.C	44.C	45.D	46.A	47.D	48.A	49.A	50.B

Câu 1. Nếu các dãy số $(u_n),(v_n)$ thỏa mãn $\lim u_n = 4$ và $\lim v_n = 3$ thì $\lim(u_n + v_n)$ bằng

A. 12. **B.** 7. **C.** 1 **D.** $\frac{4}{3}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim(u_n + v_n) = \lim u_n + \lim v_n = 7$.

Câu 2. Biết $\lim u_n = 5$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\lim\frac{5u_n - 1}{u_n - 1} = 5$. **B.** $\lim\frac{5u_n - 1}{u_n - 1} = 6$.

C. $\lim\frac{5u_n - 1}{u_n - 1} = 1$. **D.** $\lim\frac{5u_n - 1}{u_n - 1} = 24$.

Lời giải

Chọn B

Có $\lim\frac{5u_n - 1}{u_n - 1} = \frac{5\lim u_n - 1}{\lim u_n - 1} = \frac{5.5 - 1}{5 - 1} = 6$

Câu 3. Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 3$ thì $\lim\limits_{x\to 1} 3f(x)$ bằng

A. 3. **B.** -3 **C.** 9 **D.** 6

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to 1} 3f(x) = 3\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 9$

Câu 4. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x^3 + 3x - 1}{x^2 + 1}$ ta được kết quả bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x^3 + 3x - 1}{x^2 + 1} = \frac{2.1^3 + 3.1 - 1}{1^2 + 1} = \frac{4}{2} = 2$.

Câu 5. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x^3 - 3x^2 + 10)$.

A. $+\infty$. **B.** 2. **C.** $-\infty$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x^3 - 3x^2 + 10) = \lim\limits_{x\to+\infty} x^3\left(2 - \frac{3}{x} + \frac{10}{x^2}\right) = +\infty$

(vì $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2 - \frac{3}{x} + \frac{10}{x^2}\right) = 2$).

Câu 6. Hàm số nào sau đây liên tục tại điểm $x=2$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=\sqrt{x-3}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x^2-4}$. **D.** $y=3x^3+2x-1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

+ Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ có TXĐ $D_1=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

+ Hàm số $y=\sqrt{x-3}$ có TXĐ $D_2=[3;+\infty)$.

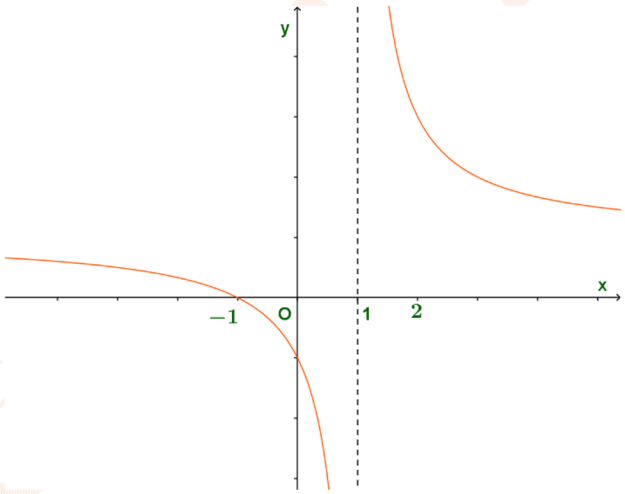
+ Hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x^2-4}$ có TXĐ $D_3=\mathbb{R}\setminus\{\pm 2\}$.

+ Hàm số $y=3x^3+2x-1$ có TXĐ $D_4=\mathbb{R}$.

Do $2\notin D_1;2\notin D_2;2\notin D_3$ nên 3 hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$; $y=\sqrt{x-3}$; $y=\dfrac{2x+1}{x^2-4}$ không liên tục tại $x=2$.

Hàm số $y=f(x)=3x^3+2x-1$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=f(2)$ nên hàm số liên tục tại $x=2$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây:



Chọn khẳng định sai:

A. Hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số liên tục trên $(-\infty;4)$.

C. Hàm số liên tục trên $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số liên tục trên $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số bị gián đoạn tại $x=1$ nên sẽ không liên tục trên $(-\infty;4)$

Câu 8. Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $(-\infty;1)$?

A. $y=\dfrac{x}{x^2-1}$. **B.** $y=\sqrt{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x}{x^2+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x+3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

Hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-1}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$ nên không liên tục trên $(-\infty;1)$.

Hàm số $y=\sqrt{x+1}$ có tập xác định là $D=[-1;+\infty)$ nên không liên tục trên $(-\infty;1)$.

Hàm số $y=\dfrac{x}{x^2+1}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$ nên liên tục trên $(-\infty;1)$.

Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+3}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$ nên không liên tục trên $(-\infty;1)$.

Câu 9. Đạo hàm cấp một của hàm số $y=(1-x^3)^5$ là:

A. $y'=5(1-x^3)^4$. **B.** $y'=-3(1-x^3)^4$. **C.** $y'=-15x^2(1-x^3)^4$. **D.** $y'=-5(1-x^3)^4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=5(1-x^3)^4.(1-x^3)'=-15x^2(1-x^3)^4$.

Câu 10. Cho hàm số $y=x^3-3x+4$ có đồ thị (C). Tính hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -2.

A. 9. **B.** 2. **C.** -15. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=3x^2-3$; $y'(-2)=3(-2)^2-3=9$.

Vậy hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -2 là 9.

Câu 11. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)=2x^3+x^2-1$ tại điểm $x_o=-2$ là?

A. -13. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 28.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$f'(x)=6x^2+2x$

$f'(-2)=6(-2)^2+2(-2)=20$

Vậy khi đó hệ số góc của phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)=2x^3+x^2-1$ tại điểm $x_o=-2$ là 20

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)=x^{2020}-x+2019$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 có phương trình

A. $y=2019x$. **B.** $y=2020x$. **C.** $y=2019x+1$. **D.** $y=2020x+1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=2020x^{2019}-1 \Rightarrow f'(1)=2020.1^{2019}-1=2019$.

$f(1)=2019$.

Tiếp tuyến cuả đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 có dạng:

$y=f'(1)(x-1)+f(1) \Leftrightarrow y=2019(x-1)+2019 \Leftrightarrow y=2019x$

Câu 13. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x=-1$.

A. $y=x+3$. **B.** $y=-x+3$. **C.** $y=x-3$ **D.** $y=-x-3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y(-1)=-2$ và $y'=\dfrac{-4}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(-1)=-1$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $A(-1;-2)$ là $y=-(x+1)-2=-x-3$.

Câu 14. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Nếu đường thẳng b song song với đường thẳng c thì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c.

B. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.

C. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c.

D. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai véctơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.

Lời giải

Chọn A

A. Đúng vì theo lý thuyết: góc giữa hai đường thẳng a và b là góc giữa hai đường thẳng c và d cùng đi qua một điểm và lần lượt song song hoặc trùng với a và b.

B. Sai vì góc giữa hai đường thẳng có thể là góc vuông.

C. Sai vì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b có thể song song hoặc trùng với c.

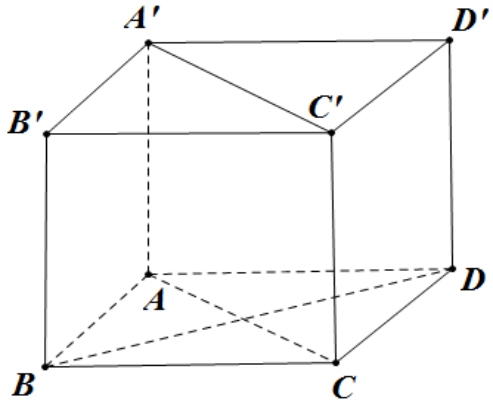
D. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai véctơ chỉ phương của hai đường thẳng đó chỉ khi góc giữa hai véctơ chỉ phương của hai đường thẳng đó không là góc tù.

Câu 15. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng.

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\left(\widehat{A'C';BD}\right)=\left(\widehat{AC;BD}\right)=90°$

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$ và ΔABC vuông ở B, AH là đường cao của ΔSAB. Khẳng định nào sau đây là khẳng định ***sai*** ?

A. $SA\perp BC$ **B.** $AH\perp BC$

C. $AH\perp AC$ **D.** $AH\perp SC$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $SA\perp(ABC)$ nên $SA\perp BC$.

Mà $\triangle ABC$ vuông tại B: $AB\perp BC$.

$\begin{cases}SA\perp BC\\AB\perp BC\end{cases}\Rightarrow BC\perp AH\subset(SAB)$; $\begin{cases}AH\perp BC\\AH\perp SB\end{cases}\Rightarrow AH\perp SC\subset(SBC)$.

Nếu $\begin{cases}AH\perp AC\\SA\perp AC\end{cases}\Rightarrow AC\perp AB\subset(SAB)$ thì ΔABC vuông tại A (Vô lý).

Vậy $AH\perp AC$ là **sai.**

Câu 17. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề ***sai*** ?

A. Nếu một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau**.**

B. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song**.**

C. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song**.**

D. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song**.**

Lời giải

Chọn D

Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song **nếu hai đường thẳng này đồng phẳng.** Trong trường hợp không đồng phẳng chúng có thể chéo nhau trong không gian**.**

Các đáp án khác đều đúng hiển nhiên.

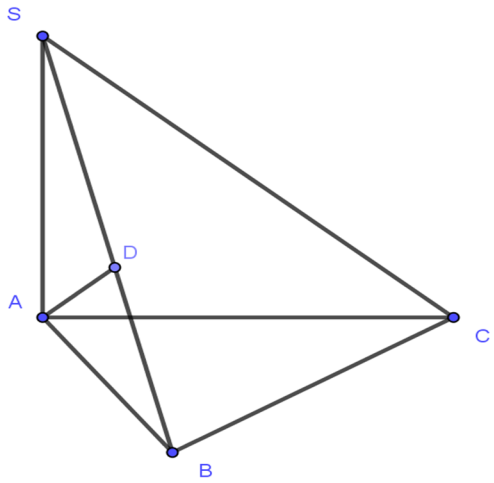
Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $SA=a\sqrt{3}$ và ΔABC vuông tại B có cạnh $BC=a$, $AC=a\sqrt{5}$. Tính theo a khoảng cách từ A đến (SBC).

A. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $a\sqrt{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi D là hình chiếu của A lên SB.

Ta có: $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BC$.

$\begin{cases}SA\perp BC\\AB\perp BC\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp AD.$.

$\begin{cases}AD\perp BC\\AD\perp SB\end{cases}\Rightarrow AD\perp(SBC)\Rightarrow d_{(A,(SBC))}=AD.$

Lại có: $AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=\sqrt{5a^2-a^2}=2a.$

Xét ΔSAB vuông tại A có AH là đường cao nên ta có:

$$AH=\frac{SA.AB}{\sqrt{SA^2+AB^2}}=\frac{a\sqrt{3}.2a}{\sqrt{3a^2+4a^2}}=\frac{2\sqrt{21}}{7}a.$$

Vậy khoảng cách từ A đến (SBC) là $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 19. Trong các mệnh đề sau,mệnh đề nào đúng?

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

D. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Lời giải

Chọn C

A sai. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau hoặc cắt nhau (giao tuyến vuông góc với mặt phẳng thứ 3).

B sai. Vì nếu hai đường thẳng này không vuông góc thì không thể có mặt phẳng nào thoả mãn.

D sai.Qua một điểm có vô số mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Câu 20. Gọi α là số đo góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q). Nếu (P) và (Q) song song nhau thì α bằng

A. $180°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $0°$.

Lời giải

Chọn D

Asai vì góc của hai mặt phẳng từ $0°$ đến $90°$.

B vì góc của hai mặt phẳng (P) và (Q) là $90°$ thì hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau .

C vì góc của hai mặt phẳng (P) và (Q) là $60°$ thì hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau.

Câu 21. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2}, n \ge 1 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = (-1).\left(\frac{1}{2}\right)^n$. **B.** $u_n = (-1).\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$. **C.** $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. **D.** $u_n = (-1).\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_2 = \frac{u_1}{2} \\ u_3 = \frac{u_2}{2} \\ \ldots \\ u_n = \frac{u_{n-1}}{2} \end{cases}$. Nhân hai vế ta được

$$u_1.u_2.u_3...u_n = (-1).\frac{u_1.u_2.u_3...u_{n-1}}{\underbrace{2.2.2...2}_{n-1 \text{ lần}}} \Leftrightarrow u_n = (-1).\frac{1}{2^{n-1}} = (-1).\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}.$$

Câu 22. Giới hạn $\lim \frac{5\sqrt{3n^2+n}}{2(3n+2)} = \frac{a\sqrt{3}}{b}$ (với a,b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $T = a+b$.

A. $T = 21$. **B.** $T = 11$. **C.** $T = 7$. **D.** $T = 9$.

Lời giải

Chọn B

$$\lim\frac{5\sqrt{3n^2+n}}{2(3n+2)}=\lim\frac{n\left(5\sqrt{3+\frac{1}{n}}\right)}{n\left(6+\frac{4}{n}\right)}=\frac{5\sqrt{3}}{6}\Rightarrow\begin{cases}a=5\\b=6\end{cases}$$

Khi đó $T=a+b=11$.

Câu 23. Cho $I=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2\left(\sqrt{3x+1}-1\right)}{x}$ và $J=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-x-2}{x+1}$. Tính $I-J$.

A. $I-J=6$. **B.** $I-J=3$. **C.** $I-J=-6$. **D.** $I-J=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$I=\lim_{x\to0}\frac{2\left(\sqrt{3x+1}-1\right)}{x}=\lim_{x\to0}\frac{6x}{x\left(\sqrt{3x+1}+1\right)}=\lim_{x\to0}\frac{6}{\sqrt{3x+1}+1}=3.$$

$$J=\lim_{x\to-1}\frac{x^2-x-2}{x+1}=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)(x-2)}{x+1}=\lim_{x\to-1}(x-2)=-3.$$

Khi đó $I-J=6$.

Câu 24. Tính $I=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+2}-x\right)$

A. $I=-4$. **B.** $I=-2$. **C.** $I=4$. **D.** $I=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+2}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-4x+2-x^2}{\sqrt{x^2-4x+2}+x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-4x+2}{\sqrt{x^2-4x+2}+x}$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{-4+\frac{2}{x}}{\sqrt{1-\frac{4}{x}+\frac{2}{x^2}}+1}=-2.$$

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2-3x+1}{x-1} & \text{khi } x\neq1\\ 1 & \text{khi } x=1\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số gián đoạn tại $x=1$. **B.** Hàm số liên tục tại $x=1$.
C. Hàm số liên tục tại $x=3$. **D.** Hàm số liên tục tại $x=-5$.

Lời giải

Chọn A

+) Hàm số đã cho có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

+) Với $x\neq1$ thì $f(x)=\dfrac{2x^2-3x+1}{x-1}$ liên tục trên từng khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. Do đó hàm số liên tục tại các điểm $x=-5$ và $x=3$ .Suy ra mệnh đề **C** và **D** đúng.

+) Mặt khác

$$\lim_{x\to1}f(x)=\lim_{x\to1}\frac{2x^2-3x+1}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{(2x-1)(x-1)}{x-1}=\lim_{x\to1}(2x-1)=1=f(1)$$

Do đó hàm số liên tục tại $x=1$. Suy ra mệnh đề **B** đúng.

Vậy mệnh đề **A sai**.

Câu 26. Tích các giá trị m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3+8}{x+2} & \text{khi } x\neq -2\\ m^2 & \text{khi } x=-2\end{cases}$ liên tục tại $x=-2$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 14. **D.** -12.

Lời giải

Chọn D

+) Hàm số đã cho có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

+) $\lim\limits_{x\to -2} f(x)=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+8}{x+2}=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{(x+2)(x^2-2x+4)}{x+2}=\lim\limits_{x\to -2}(x^2-2x+4)=12$.

+) $f(-2)=m^2$.

+) Hàm số đã cho liên tục tại $x=-2$ khi và chỉ khi $12=m^2\Leftrightarrow m=\pm 2\sqrt{3}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2x+1$. Bất phương trình $f''(x)>0$ có tập nghiệm là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

$f'(x)=3x^2-6x+2\Rightarrow f''(x)=6x-6$

$f''(x)>0\Leftrightarrow 6x-6>0\Leftrightarrow x>1$.

Câu 28. Cho hàm số $y=\sqrt{4x^2+1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $y'\le 0$ là

A. $\varnothing$ **B.** $(-\infty;0)$ **C.** $[0;+\infty)$ **D.** $(-\infty;0]$

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=\dfrac{4x}{\sqrt{4x^2+1}}\Rightarrow y'\le 0\Leftrightarrow x\le 0$

Câu 29. Gọi (d) là tiếp tuyến của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ bằng -3. Khi đó (d) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích là

A. $S=\dfrac{49}{6}$ **B.** $S=\dfrac{121}{6}$ **C.** $S=\dfrac{25}{6}$ **D.** $S=\dfrac{169}{6}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=\dfrac{3}{(x+2)^2}$

Với $x_o=-3\Rightarrow y_o=4$ Tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị là $M(-3;4)$.

$f'(-3)=3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(-3;4)$ là:

$y=3(x+3)+4$ hay $y=3x+13$.

Các giao điểm của tiếp tuyến này với các trục tọa độ là: $A(0;13)$, $B\left(-\dfrac{13}{3};0\right)$.

Tam giác OAB tạo thành có diện tích là:

$S=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{2}.13.\frac{13}{3}=\frac{169}{6}$.

Vậy $S=\frac{169}{6}$.

Câu 30. Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-6x+1$. Tìm số các tiếp tuyến với đồ thị hàm số song song với đường thẳng $24x+6y-13=0$.

A. 2 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 3

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=x^2-x-6$

Tiếp tuyến song song với đường thẳng $24x+6y-13=0$ nên hệ số góc $k=-4$ xét phương trình $y'(x)=-4\Leftrightarrow x^2-x-6=-4\Leftrightarrow x^2-x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$

*Với $x_0=-1\Rightarrow y_0=\frac{37}{6}$, phương trình tiếp tuyến là

$y=-4(x+1)+\frac{37}{6}=-4x+\frac{13}{6}\Leftrightarrow 24x+6y-13=0$ (loại)

*Với $x_0=2\Rightarrow y_o=-\frac{31}{3}$, phương trình tiếp tuyến là:

$y=-4(x-2)-\frac{31}{3}\Leftrightarrow y=-4x-\frac{7}{3}\Leftrightarrow 12x+3y+7=0$. (Thỏa mãn)

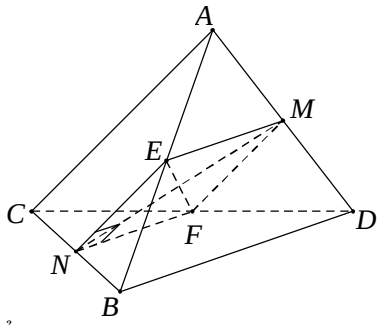
Vậy có một tiếp tuyến song song với đường thẳng $24x+6y-13=0$

Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC=a$, $BD=3a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Biết AC vuông góc với BD. Tính MN.

A. $MN=\frac{a\sqrt{10}}{2}$. **B.** $MN=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $MN=\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $MN=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



+) Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD.

+) Ta có: $\left\{\begin{array}{l}EN\ //\ AC\\NF\ //\ BD\end{array}\right.\Rightarrow(AC,BD)=(NE,NF)=90^\circ\Rightarrow NE\perp NF$ (1).

Mà: $\begin{cases} NE = FM = \dfrac{1}{2}AC \\ NF = ME = \dfrac{1}{2}BD \end{cases}$ (2).

Từ (1), (2) $\Rightarrow MENF$ là hình chữ nhật.

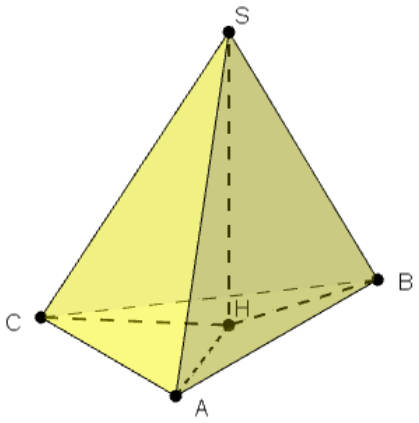
+) Từ đó ta có: $MN = \sqrt{NE^2 + NF^2} = \sqrt{\left(\dfrac{AC}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{BD}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{3a}{2}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{10}}{2}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ với ABC không là tam giác cân. Góc giữa các đường thẳng SA, SB, SC và mặt phẳng (ABC) bằng nhau. Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng (ABC) là

A. Tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.
B. Trực tâm của tam giác ABC.
C. Trọng tâm của tam giác ABC.
D. Tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng (ABC), ta có

$(SA,(ABC)) = \widehat{SAH}$

$(SB,(ABC)) = \widehat{SBH}$

$(SC,(ABC)) = \widehat{SCH}$

Từ giả thiết suy ra $\widehat{SAH} = \widehat{SBH} = \widehat{SCH} \Rightarrow \Delta SAH = \Delta SBH = \Delta SCH \Rightarrow HA = HB = HC$

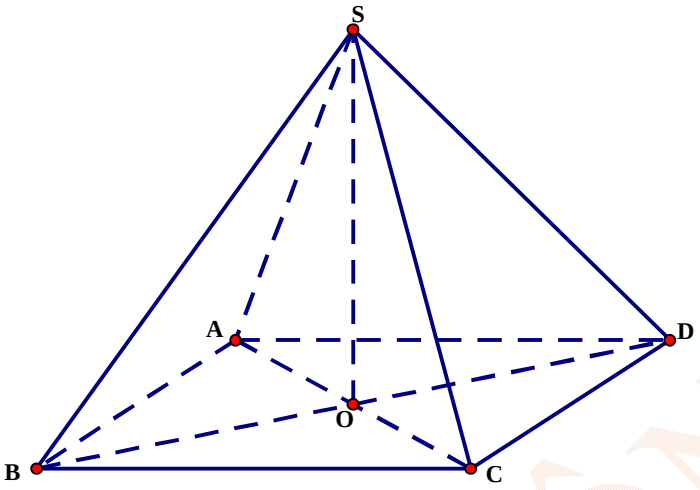
Do đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O. Biết rằng $SA = SC$, $SB = SD$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $AB \perp (SAC)$. **B.** $CD \perp AC$. **C.** $SO \perp (ABCD)$. **D.** $CD \perp (SBD)$.

Lời giải

Chọn C



Vì tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên O là trung điểm của AC và BD.
Xét tam giác SAC có: $SA = SC \Rightarrow \Delta SAC$ cân tại S.
Mặt khác: O là trung điểm của AC nên $SO \perp AC$ (1).

Tương tự ta cũng có: $SO \perp BD$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $SO \perp (ABCD)$.

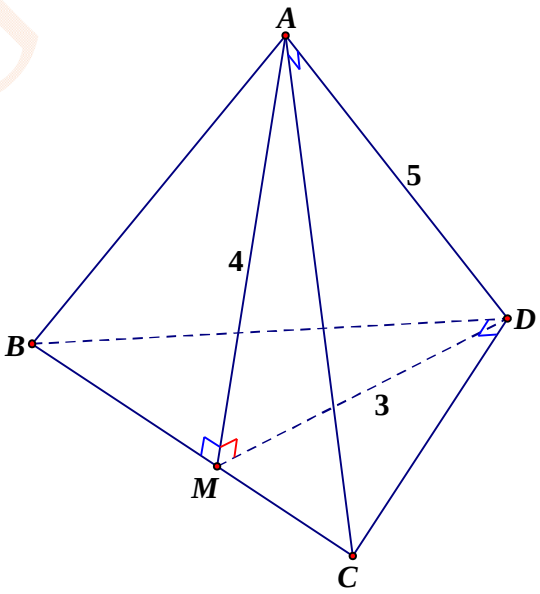
Câu 34. Cho tứ diện $ABCD$, có tam giác CAD vuông tại A, tam giác BDC vuông tại **D.**Trong tam giác ABC có $AM \perp BC$ $(M \in BC)$. Biết $MD = 3$, $AM = 4$, $AD = 5$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $MD \perp (ABC)$.
B. $AM \perp (BCD)$.
C. $AD \perp (ABC)$.
D. $BD \perp (ACD)$.

Lời giải

Chọn B

Xét ΔAMD, có: $AM^2 + MD^2 = 4^2 + 3^2 = 25 = 5^2 = AD^2$. Vậy $AM \perp MD$.
Ta có hình vẽ:



+ $\begin{cases} AM \perp BC \\ AM \perp MD \\ BC, MD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow AM \perp (BCD)$. Đáp án B đúng.

+ $MD \perp AM$, để $MD \perp (ABC)$ thì $MD \perp BC$, nhưng ta không có điều này. Vậy nói $MD \perp (ABC)$ là không đúng. Đáp án A sai.

+ $AD \perp AC$, để $AD \perp (ABC)$ thì $AD \perp AM$, nhưng $\widehat{MAD}$ là góc nhọn (vì ΔAMD vuông tại M). Vậy AD không thể vuông góc với (ABC). Đáp án C sai.

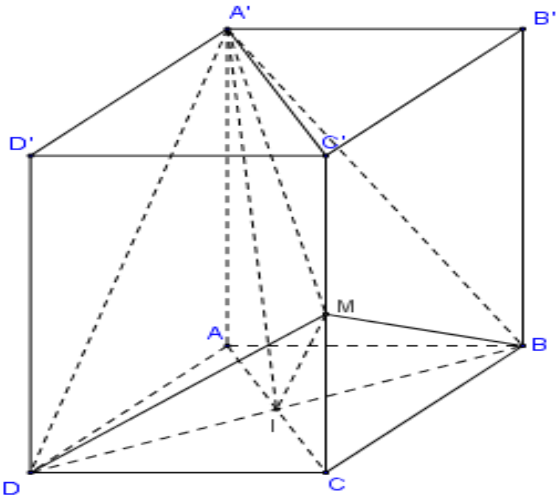
+ $BD \perp CD$, để $BD \perp (ACD)$ thì $BD \perp AD$, nhưng ta không có điều này. Vậy nói $BD \perp (ACD)$ là không đúng. Đáp án D sai.

Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = a, AA' = b$. Gọi M là trung điểm của CC'. Tỉ số $\frac{a}{b}$ để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau là:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B



+) Gọi I là giao điểm của AC và BD.

+) Ta có góc $\widehat{((A'BD),(MBD))} = \widehat{(IA', IM)}$.

Để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau thì $IA' \perp IM \Rightarrow \widehat{A'IM} = 90°$.

+) Xét $\Delta A'IM$ có: $A'I^2 = b^2 + \frac{a^2}{2}$; $A'M^2 = 2a^2 + \frac{b^2}{4}$; $IM^2 = \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{4}$.

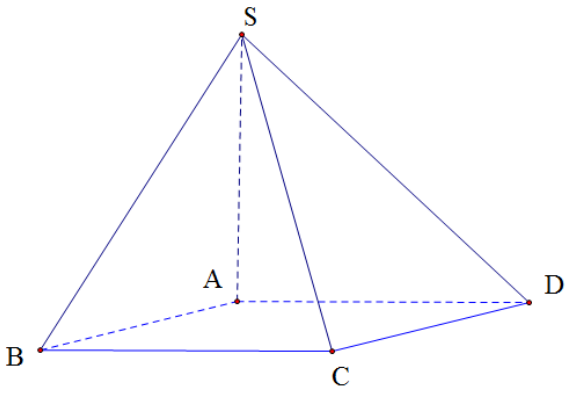
Ta có: $A'M^2 = A'I^2 + IM^2$

$\Leftrightarrow 2a^2 + \frac{b^2}{4} = b^2 + \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{4} \Leftrightarrow a^2 = b^2 \Rightarrow a = b$.

Vậy $\frac{a}{b} = 1$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(SBC)\perp(SAB)$. **B.** $(SCD)\perp(SAD)$. **C.** $(SAC)\perp(SBD)$. **D.** $(SBC)\perp(SCD)$.



Lời giải

Chọn C

Ta có: $SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA\perp BD$. (1)

Do tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên $AC\perp BD$. (2)

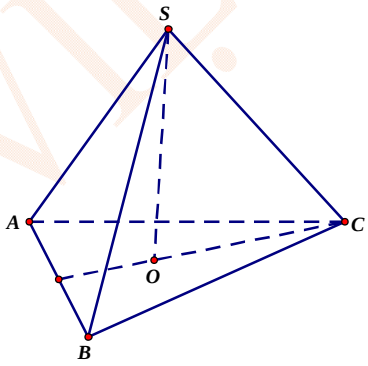
Từ (1) và (2) suy ra $BD\perp(SAC)\Rightarrow(SBD)\perp(SAC)$.

Câu 37. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng với chiều cao và bằng a. Tính góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy.

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm của tam giác đều ABC, hình chóp đã cho là chóp tam giác đều nên ta có: $SA=SB=SC$; $SO\perp(ABC)$ nên OC là hình chiếu của SC lên (ABC), do đó $\widehat{(SC;(ABC))}=\widehat{SCO}$. Ta có: $SO=AB=BC=CA=a$; $OC=\frac{2}{3}.\frac{\sqrt{3}a}{2}=\frac{\sqrt{3}a}{3}$

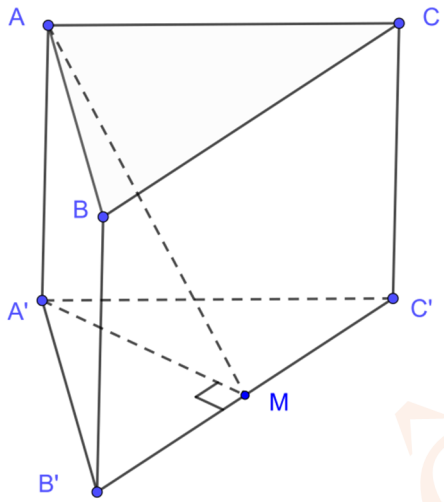
Xét tam giác SOC vuông tại O, ta có: $\tan\widehat{SCO}=\frac{OS}{OC}=\frac{a}{\frac{\sqrt{3}a}{3}}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SCO}=60°$.

Câu 38. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt phẳng $(AA'B'B)$ và mặt phẳng $(ACC'A')$ cùng vuông góc với mặt phẳng $(A'B'C')$, đáy là tam giác đều cạnh bằng a, các cạnh bên có độ dài bằng $a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm cạnh $B'C'$, góc giữa đường thẳng AM và $(A'B'C')$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(15^0;20^0)$. **B.** $(20^0;40^0)$. **C.** $(45^0;50^0)$. **D.** $(50^0;60^0)$.

Lời giải

Chọn D



+) Vì $\begin{cases}(ABB'A')\perp(A'B'C')\\(ACC'A')\perp(A'B'C')\\(ABB'A')\cap(ACC'A')=AA'\end{cases}\Rightarrow AA'\perp(A'B'C')$.

Vậy hình chiếu của đường thẳng AM trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là đường thẳng $A'M$.

$\Rightarrow\left(\widehat{AM;(A'B'C')}\right)=\left(\widehat{AM;A'M}\right)$.

+) Ta có tam giác ABC là tam giác đều nên $A'M=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông $AA'M$ có $AA'=a\sqrt{2}$; $AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ nên ta có:

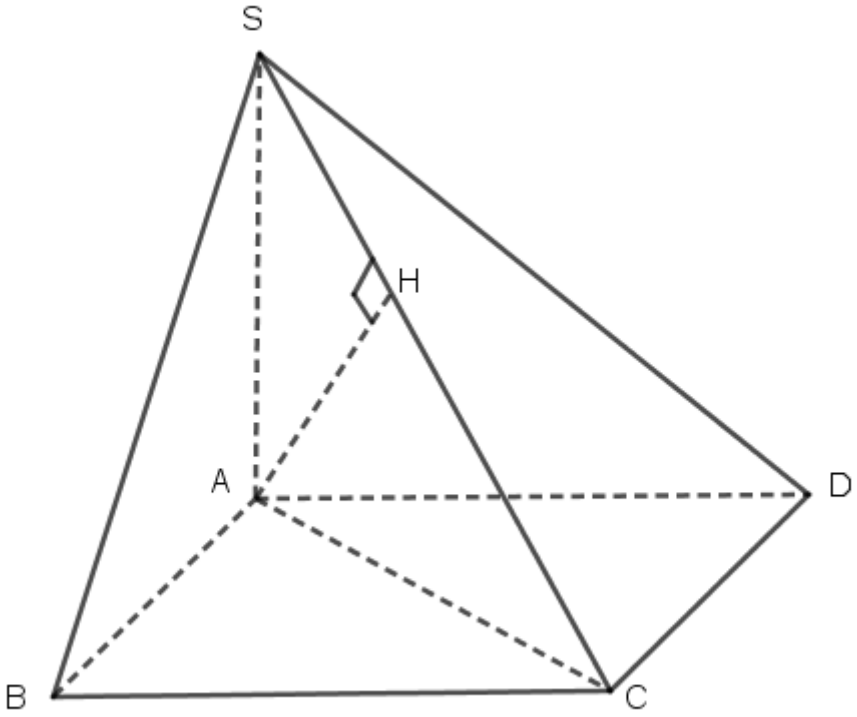
$\tan\widehat{AMA'}=\dfrac{AA'}{A'M}=\dfrac{a\sqrt{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}\Rightarrow\widehat{AMA'}\approx 58,5^0$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng SC?

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



+) Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$.

+) Kẻ $AH \perp SC$, suy ra $d(A;SC) = AH$.

+) Ta có tam giác ASC vuông tại A nên

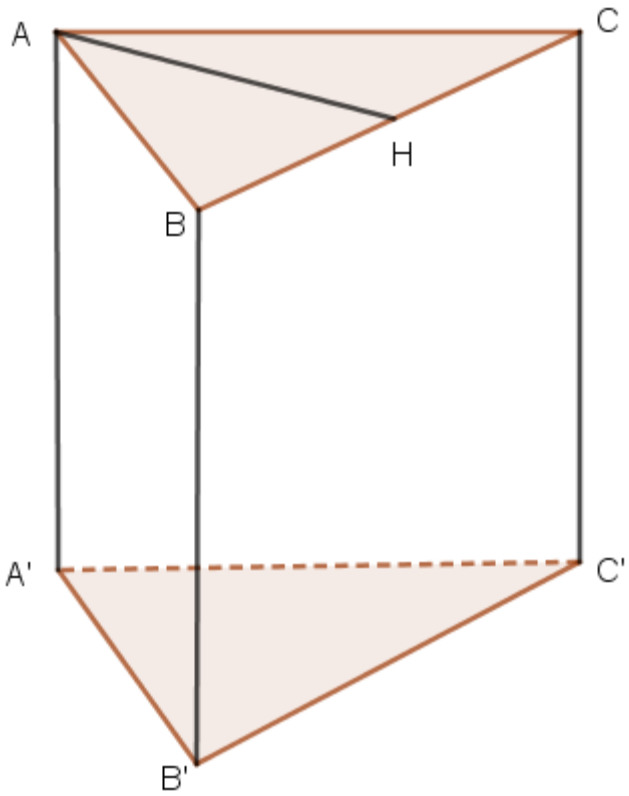
$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 40. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C', AB = a, A'A = a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'A$ và BC?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** a. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



+) Kẻ $AH \perp BC$.

+) Ta có $AH \perp A'A$, suy ra $d\left(AA';BC\right)=AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 41. Cho dãy số $\left(u_n\right)$ xác định bởi: $\begin{cases} u_1=2020 \\ u_{n+1}=\dfrac{1}{2}\left(u_n+1\right),\ n\geq 1 \end{cases}$. Tìm $\lim u_n$.

A. 2020. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_{n+1}=\dfrac{1}{2}\left(u_n+1\right)\Leftrightarrow u_{n+1}-1=\dfrac{1}{2}\left(u_n-1\right)$.

Đặt $v_n=u_n-1$, ta có $\begin{cases} v_1=2019 \\ v_{n+1}=\dfrac{1}{2}.v_n \end{cases}\left(n\geq 1\right)$.

Suy ra dãy $\left(v_n\right)$ là một cấp số nhân có số hạng đầu bằng 2019, công bội bằng $\dfrac{1}{2}$ nên $v_n=2019.\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}\left(n\geq 1\right)$.

Suy ra $u_n=2019.\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}+1\ \left(n\geq 1\right)$, do đó $\lim u_n=1$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2-\sqrt{4-x}}{x} & (0<x<4)\\ m & (x=0)\\ \dfrac{n}{x} & (x\ge 4)\end{cases}$. Biết $f(x)$ liên tục trên nửa khoảng $[0,+\infty)$, khi đó giá trị $m.n$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Xét tại $x_0=4$:

$$\begin{cases} f(4)=\dfrac{n}{4}\\ \lim\limits_{x\to 4^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{2-\sqrt{4-x}}{x}=\dfrac{1}{2}\\ \lim\limits_{x\to 4^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 4^+}\dfrac{n}{x}=\dfrac{n}{4}\end{cases}$$

Mà $f(x)$ liên tục trên nửa khoảng $[0,+\infty)$ nên $f(x)$ liên tục tại $x_0=4$.

Do đó $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 4^-} f(x)=f(4)\Leftrightarrow \dfrac{n}{4}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow n=2$.

Xét tại $x_0=0$:

Mà $f(x)$ liên tục trên nửa khoảng $[0,+\infty)$ nên $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=f(0)\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{4}$.

Vậy ta có $m.n=2.\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 43. Gọi M là điểm tùy ý nằm trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-3}{2x+1}$ (C). Tiếp tuyến tại M của đồ thị (C) cắt hai đường tiệm cận của (C) tạo thành một tam giác có diện tích bằng

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x_0;y_0)$ là điểm nằm trên đồ thị hàm số, $x_0\ne -\dfrac{1}{2}$. Ta có $y'=\dfrac{10}{(2x+1)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến tại M là $y=y'(x_0)(x-x_0)+y_0$.

$\Leftrightarrow y=\dfrac{10}{(2x_0+1)^2}(x-x_0)+\dfrac{4x_0-3}{2x_0+1}$.

Tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{1}{2}$, tiệm cận ngang là $y=2$.

Gọi A là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận đứng $\Rightarrow x_A=-\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow y_A=\dfrac{10}{(2x_0+1)^2}\left(-\dfrac{1}{2}-x_0\right)+\dfrac{4x_0-3}{2x_0+1}=\dfrac{4x_0-8}{2x_0+1}\Rightarrow A\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{4x_0-8}{2x_0+1}\right).$

Gọi B là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận ngang $\Rightarrow y_B=2$

$\Rightarrow 2=\dfrac{10}{(2x_0+1)^2}(x_B-x_0)+\dfrac{4x_0-3}{2x_0+1}\Rightarrow x_B=2x_0+\dfrac{1}{2}\Rightarrow B\left(\dfrac{4x_0+1}{2};2\right).$

Giao điểm của hai đường tiệm cận là $I\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{IA}=\left(0;-\dfrac{10}{2x_0+1}\right)\Rightarrow IA=\left|\dfrac{10}{2x_0+1}\right|$

$\overrightarrow{IB}=(2x_0+1;0)\Rightarrow IB=|2x_0+1|$

Tam giác IAB vuông tại I nên $S_{\Delta IAB}=\dfrac{1}{2}IA.IB=\dfrac{1}{2}\left|\dfrac{10}{2x_0+1}\right|.|2x_0+1|=5.$

Câu 44. Cho hàm số $y=x^3-mx^2+2m$, có đồ thị (C) với m là tham số thực. Gọi A là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ bằng 1. Viết phương trình tiếp tuyến Δ với đồ thị (C) tại A biết tiếp tuyến cắt đường tròn $(\gamma):x^2+(y-1)^2=9$ theo một dây cung có độ dài nhỏ nhất .

A. $y=x+1$. **B.** $y=-x+1$. **C.** $y=-x+4$. **D.** $y=-x-4$.

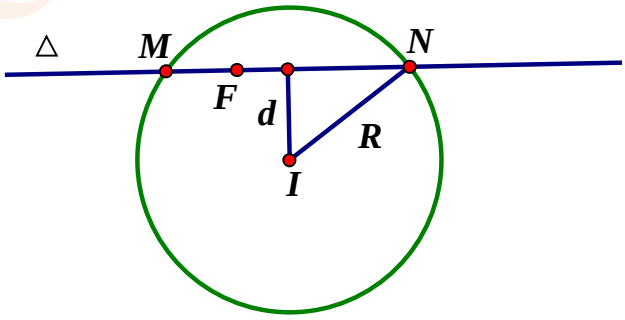
Lời giải

Chọn C

Đường tròn $(\gamma):x^2+(y-1)^2=4$ có tâm $I(0;1)$, $R=3$.

Ta có $A(1;1+m)$; $y'=3x^2-2mx\Rightarrow y'(1)=3-2m$.

Suy ra phương trình Δ: $y=(3-2m)(x-1)+1+m$. Dễ thấy Δ luôn đi qua điểm cố định $F\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{2}\right)$ và điểm F nằm trong đường tròn (γ)(do $IF=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}<R$).



Giả sử Δ cắt (γ) tại M, N. Thế thì ta có: $MN=2\sqrt{R^2-d^2(I;\Delta)}=2\sqrt{9-d^2(I;\Delta)}$.

Do đó MN nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I;\Delta)$ lớn nhất $\Leftrightarrow d(I;\Delta)=IF\Rightarrow\Delta\perp IF$.

Khi đó đường Δ có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}\perp\overrightarrow{IF}=\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2}\right)$; $\vec{u}=(1;3-2m)$ nên ta có:

$\vec{u}.\vec{n}=0\Leftrightarrow 1.\dfrac{3}{2}+(3-2m).\dfrac{3}{2}=0\Leftrightarrow m=2.$

Với $m=2$ ta có $A(1;3)$, $y'(1)=-1$.

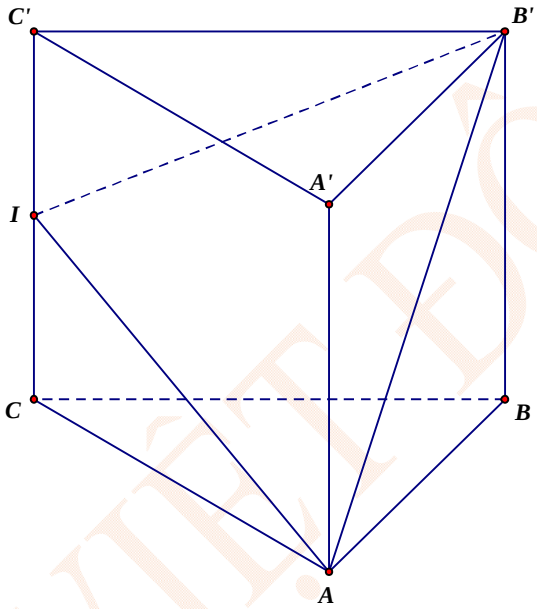
Phương trình tiếp tuyến là: $y=-1.(x-1)+3 \Leftrightarrow y=-x+4$.

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, $AB=AC=2a$, $\widehat{BAC}=120^0$; $CC'=2a$. Gọi I là trung điểm CC'. Tính côsin góc giữa hai mặt phẳng $(AB'I)$ và (ABC).

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\frac{\sqrt{30}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có tam giác ABC là hình chiếu của tam giác $AB'I$ lên mặt phẳng (ABC), nên gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(AB'I)$ và (ABC) thì $\cos\varphi=\frac{S_{ABC}}{S_{AB'I}}$.

$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin\widehat{BAC}=\frac{1}{2}2a.2a.\sin120^0=a^2\sqrt{3}$ (1).

Áp dụng định lý côsin cho tam giác ABC ta có:

$BC^2=AB^2+AC^2-2AB.AC.\cos\widehat{BAC}=12a^2\Rightarrow BC=2a\sqrt{3}$.

Áp dụng định lý Pitago cho tam giác $C'B'I$ ta có:

$B'I=\sqrt{C'I^2+C'B'^2}=a\sqrt{13}$.

Áp dụng định lý Pitago cho tam giác ACI ta có:

$AI=\sqrt{CI^2+AI^2}=a\sqrt{5}$.

Áp dụng định lý Pitago cho tam giác ABB' ta có:

$AB'=\sqrt{AB^2+BB'^2}=2a\sqrt{2}$.

Nhận thấy: $AI^2+AB'^2=B'I^2$ nên tam giác $AB'I$ vuông tại A. Do đó:

$S_{AB'I}=\frac{1}{2}AI.AB'=\frac{1}{2}a\sqrt{5}.2a\sqrt{2}=a^2\sqrt{10}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\cos\varphi=\frac{a^2\sqrt{3}}{a^2\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{30}}{10}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-16}{x-2}=12$. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{5f(x)-16}-4}{x^2+2x-8}$.

A. $\dfrac{5}{24}$. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** $\dfrac{5}{12}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết có $\lim\limits_{x\to 2}\left(f(x)-16\right)=0\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 2}f(x)-16=0\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 2}f(x)=16$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{5f(x)-16}-4}{x^2+2x-8}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\left(5f(x)-16\right)-64}{(x-2)(x+4)\left[\left(\sqrt[3]{5f(x)-16}\right)^2+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+4^2\right]}$

$=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5\left(f(x)-16\right)}{(x-2)(x+4)\left[\left(\sqrt[3]{5f(x)-16}\right)^2+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+4^2\right]}$

$=\lim\limits_{x\to 2}\left[\dfrac{f(x)-16}{x-2}.\dfrac{5}{(x+4)\left(\left(\sqrt[3]{5f(x)-16}\right)^2+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+4^2\right)}\right]$

$=12.\dfrac{5}{6\left[\left(\sqrt[3]{5.16-16}\right)^2+4\sqrt[3]{5.16-16}+16\right]}=\dfrac{5}{24}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{ax^2-(a-2)x-2}{\sqrt{x+3}-2} & \text{khi } x\neq 1\\ 8+a^2 & \text{khi } x=1\end{cases}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của a để hàm số liên tục tại $x=1$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=[-3;+\infty)$.

$\lim\limits_{x\to 1}f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{ax^2-(a-2)x-2}{\sqrt{x+3}-2}$.

$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(ax+2)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{x-1}$.

$=\lim\limits_{x\to 1}(ax+2)\left(\sqrt{x+3}+2\right)=4(a+2)$.

$f(1)=8+a^2$.

Hàm số đã cho liên tục tại $x=1$ khi $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=f(1)\Leftrightarrow 4(a+2)=8+a^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\ a=4\end{array}\right.$.

Vậy có 2 giá trị của a để hàm số đã cho liên tục tại $x=1$.

Câu 48. Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x + 1$. Gọi Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại hoành độ $x = -1$. Tìm m sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ O đến Δ là lớn nhất.

A. $m = \frac{3}{5}$. **B.** $m = -\frac{3}{5}$. **C.** $m = \frac{4}{5}$. **D.** $m = -\frac{4}{5}$

Lời giải

Chọn A

$x = -1 \Rightarrow y = 2m - 1$

$y' = 3x^2 + 6mx + m + 1 \Rightarrow y'(-1) = -5m + 4$

Phương trình tiếp tuyến là: $\Delta : y = (-5m+4)(x+1) + 2m - 1 \Leftrightarrow y = (-5m+4)x - 3m + 3$

Ta có $y = (-5m+4)x - 3m + 3 \Leftrightarrow m(-5x-3) + 4x - y + 3 = 0$

Tọa độ $M(x;y)$ cố định của Δ thỏa mãn $\begin{cases} -5x - 3 = 0 \\ 4x - y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = \frac{3}{5} \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu của O trên

$\Delta \Rightarrow OH \le OM \Rightarrow d(O,\Delta)_{\max} = OH \Leftrightarrow H \equiv M \Leftrightarrow OM \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{OM}.\overrightarrow{u_\Delta} = 0$

Với $\overrightarrow{OM} = \left(-\frac{3}{5};\frac{3}{5}\right)$, $\overrightarrow{u_\Delta} = (4-5m;-1)$

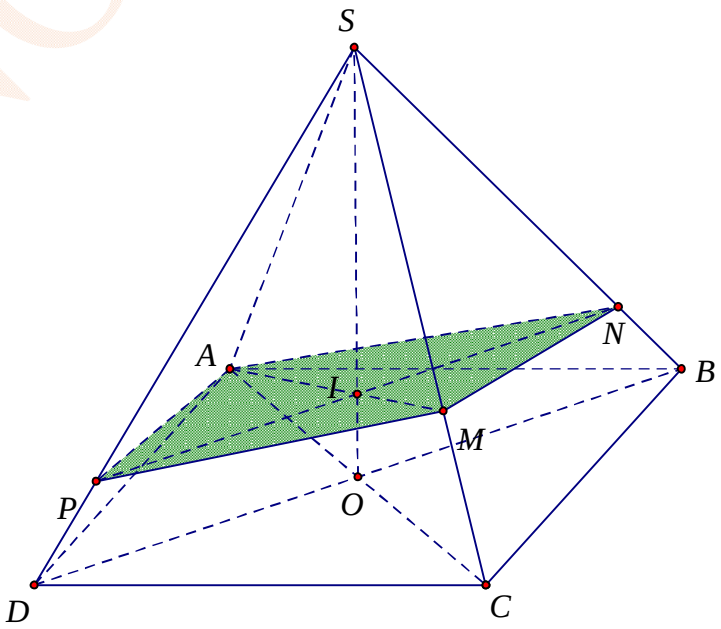
$\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{5}$.

Câu 49. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a, điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 2MC$. Mặt phẳng (P) chứa AM và song song với BD. Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (P).

A. $\frac{2\sqrt{26}a^2}{15}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^2}{5}$. **C.** 48. **D.** $\frac{4\sqrt{26}a^2}{15}$

Lời giải

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD$, $I = AM \cap SO$.

Trong (SBD) từ I kẻ đường thẳng Δ song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại N, P.

Suy ra thiết diện là tứ giác $ANMP$.

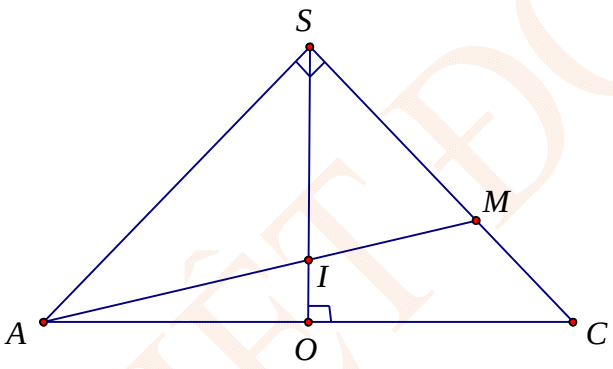
Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp AM$.

Mặt khác: $BD // NP \Rightarrow AM \perp NP \Rightarrow S_{ANMP} = \frac{1}{2} NP.AM$.

Ta có: $\begin{cases} SA = SC = a \\ AC = a\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \Delta SAC$ vuông cân tại $S \Rightarrow AM = \sqrt{SA^2 + SM^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{2}{3}a\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{3}$

.

Ta có: $NP // BD \Rightarrow \frac{NP}{BD} = \frac{SI}{SO} \Rightarrow NP = \frac{SI.BD}{SO}$.



Gọi $\frac{SI}{SO} = k$.

Cách 1: Ta có: $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SI} = -\overrightarrow{SA} + k\overrightarrow{SO}$ $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SM} = -\overrightarrow{SA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{SC}$.

A, I, M thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = l\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow -\overrightarrow{SA} + k\overrightarrow{SO} = -l\overrightarrow{SA} + \frac{2}{3}l\overrightarrow{SC}$

$\Leftrightarrow -\overrightarrow{SA} + \frac{k}{2}\left(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}\right) = -l\overrightarrow{SA} + \frac{2}{3}l\overrightarrow{SC} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}k + l = 1 \\ \frac{1}{2}k - \frac{2}{3}l = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{4}{5} \\ l = \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{4}{5}$

Cách 2: Do A, I, M thẳng hàng nên

$\frac{SI}{IO}.\frac{AO}{AC}.\frac{MC}{MS} = 1 \Leftrightarrow \frac{SI}{IO}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = 1 \Leftrightarrow SI = 4IO \Rightarrow SI = \frac{4}{5}SO$

$\Rightarrow NP = \frac{4}{5}BD = \frac{4a\sqrt{2}}{5}$.

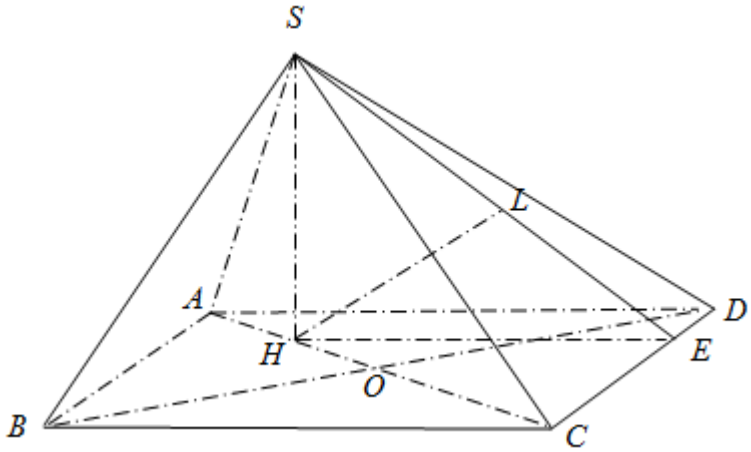
$\Rightarrow S_{ANMP} = \frac{1}{2}NP.AM = \frac{1}{2}.\frac{4a\sqrt{2}}{5}.\frac{a\sqrt{13}}{3} = \frac{2\sqrt{26}a^2}{15}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a, cạnh bên $SA = 2a$ .Hình chiếu vuông góc với đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của đoạn AO .Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AB

A. $\frac{4a\sqrt{22}}{11}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{31}}{\sqrt{142}}$. **C.** $2a$. **D.** $4a$.

Lời giải

Chọn B



Do AB // CD nên $d\left(AB,SD\right)=d\left(AB,\left(SCD\right)\right)=d\left(\mathrm{A},\left(\mathrm{SCD}\right)\right)=\frac{4}{3}d\left(H,\left(SCD\right)\right)$

Kẻ $HE\perp CD$,Kẻ $HL\perp SE$

$SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\frac{a\sqrt{62}}{4}$

$HE=\frac{3}{4}AD=\frac{3}{4}a$

ΔSHE vuông tại H , đường cao HL : $\frac{1}{HL^2}=\frac{1}{SH^2}+\frac{1}{HE^2}=\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{62}}{4}\right)^2}+\frac{1}{\left(\frac{3a}{4}\right)^2}=\frac{568}{279a^2}$

$\Rightarrow HL=\frac{3\sqrt{31}a}{2\sqrt{142}}$.

Khi đó $d\left(H,\left(SCD\right)\right)=HL=\frac{3\sqrt{31}a}{2\sqrt{142}}$.

Suy ra: $d\left(AB,SD\right)=\frac{4}{3}d\left(H,\left(SCD\right)\right)=\frac{4}{3}.\frac{3\sqrt{31}a}{2\sqrt{142}}=\frac{2a\sqrt{31}}{\sqrt{142}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 32

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:..... **Mã đề thi**

Câu 1. Cho cấp số nhân (U_n) có số hạng đầu $U_1=3$ và công bội $q=2$. Số hạng thứ năm của cấp số nhân bằng

A. 48. **B.** 11. **C.** 14. **D.** 6.

Câu 2. Cho cấp số nhân (U_n) biết số hạng thứ hai $U_2=10$ và tổng của ba số hạng đầu tiên $S_3=35$. Công bội q của cấp số nhân bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 2 hoặc $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 3. Giới hạn $\lim\frac{3n+1}{n+2}$ có kết quả là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4. Kết quả giới hạn $\lim\frac{1+2+3+...+n}{2-3n^2}$ có dạng $-\frac{a}{b}$, trong đó a,b là hai số nguyên tố cùng nhau. Khi đó, tổng $a+b$ bằng bao nhiêu?

A. 7. **B.** 16. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 5. Tính giới hạn $L=\lim\frac{2019n+2018n^2}{2020n^3+2019n-2018}$ bằng:

A. $\frac{2019}{2020}$. **B.** $\frac{1}{1010}$. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 6. Biết $\lim\frac{\sqrt{n^2-4n}-\sqrt{4n^2+1}}{\sqrt{3n^2+1}-n}=\frac{6-\sqrt{3}}{2}-\frac{a}{b}$, trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, a và b là các số nguyên dương. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $a=b$. **B.** $a+b=7$. **C.** $ab=14$. **D.** $\frac{b}{a}=\frac{7}{2}$.

Câu 7. Cho $\lim\limits_{x\to1}f(x)=3$, $\lim\limits_{x\to1}g(x)=-2$. Tính $\lim\limits_{x\to1}\left[f(x)+g(x)\right]$?

A. 5. **B.** -5. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 8. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt[3]{1+4x}-1}{x}$.

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 9. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x+3}{\sqrt{2x^2-3}}$.

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $-\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $-\sqrt{2}$.

Câu 10. Cho $L=\lim\limits_{x\to2}\frac{3x^2-ax+b}{x^2-4}=\frac{5}{2}$. Tính $S=a-b$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 11. Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$. **C.** $y=\sqrt{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x}+x^2$.

Câu 12. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn hàm số $y=\sqrt{x^2-2mx+9}$ liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** Vô số.

Câu 13. Tìm tham số thực m để hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+x-2}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ mx+4 & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

A. $m=4$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=5$. **D.** $m=-1$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$. **B.** $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)+f(x_0)}{x-x_0}$.

C. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x+x_0}$. **D.** $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)+f(x_0)}{x+x_0}$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+1$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ x_0 thỏa mãn $f''(x_0)=0$

A. $3x+y+2=0$. **B.** $3x+y-2=0$. **C.** $x+3y-2=0$. **D.** $-3x+y+2=0$.

Câu 16. Cho hàm số $y=\dfrac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị là (C), đường thẳng $d: y=x+m$. Với mọi m ta luôn có d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A,B. Gọi k_1,k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A,B. Tìm m để tổng k_1+k_2 đạt giá trị lớn nhất.

A. $m=-1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-5$.

Câu 17. Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+1}{x-2}$

A. $y'=\dfrac{x^2+4x+5}{x-2}$. **B.** $y'=\dfrac{x^2-4x-5}{(x-2)^2}$. **C.** $y'=\dfrac{x^2-4x-5}{x-2}$. **D.** $y'=\dfrac{x^2+4x-5}{(x-2)^2}$.

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y=x^5+3\sqrt{x}$ tại $x=1$ có giá trị bằng

A. $\dfrac{13}{2}$. **B.** 4. **C.** 6. **D.** $\dfrac{15}{2}$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin(x^2-3x+2)$ là

A. $(x^2-3x+2)\cos(x^2-3x+2)$. **B.** $(3-2x)\cos(x^2-3x+2)$.

C. $(2x-3)\cos(x^2-3x+2)$. **D.** $\cos(x^2-3x+2)$.

Câu 20. Hàm số $y=\sin x$ có đạo hàm là:

A. $y'=\cos x$. **B.** $y'=-\cos x$. **C.** $y'=-\sin x$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\cos x}$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)=\sin^3 5x.\cos^2\dfrac{x}{3}$. Giá trị đúng của $f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. $-\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **C.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3+3x^2-2020$.

A. $f''(x)=2x+6$. **B.** $f''(x)=x^2+6x$.

C. $f''(x)=x^2-3x-5$. **D.** $f''(x)=2x+3$.

Câu 23. Biết $\left(\frac{x^4}{4}+x^3-\frac{x^2}{2}+x-2019\right)''=ax^2+bx+c$. Tính $S=a+b+5c$.

A. 30. **B.** 4. **C.** 40. **D.** -4.

Câu 24. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$ tại điểm $M(2;3)$.

A. $x-2y+4=0$. **B.** $2x-y-1=0$. **C.** $2x+y-7=0$. **D.** $x+2y-8=0$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(1-x)+f^2(1+2x)=4f^2(1+3x)-7x-2$ và $f(x)>0\,\forall x\in\mathbb{R}$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x=1$ song song với đường thẳng nào sau đây

A. $y=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$. **B.** $y=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$. **C.** $y=-\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$. **D.** $y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$.

Câu 26. Tìm điều kiện của số thực a biết $\lim\limits_{x\to a}\frac{2x^2+(1-2a)x-a}{x-a}=2$.

A. $a\in(0;2)$. **B.** $a\in(2;4)$. **C.** $a\in(4;6)$. **D.** $a\in(6;8)$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;3]$ sao cho $f(-2)=-5$; $f(3)=-1$. Hỏi phương trình $f(x)=-3$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[-2;3]$?

A. Vô nghiệm. **B.** Có ít nhất một nghiệm.

C. Có ít nhất hai nghiệm. **D.** Có ít nhất ba nghiệm.

Câu 28. Một chất điểm chuyển động trong 20 giây đầu tiên có phương trình $s(t)=\frac{1}{12}t^4-t^3+6t^2+10t$, trong đó $t>0$ với t tính bằng giây (s) và $s(t)$ tính bằng mét (m). Hỏi tại thời điểm gia tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất thì vận tốc của vật bằng bao nhiêu?

A. $17(\text{m/s})$. **B.** $18(\text{m/s})$. **C.** $28(\text{m/s})$. **D.** $13(\text{m/s})$.

Câu 29. Đạo hàm của hàm số $y=\cos(3x+2)$ là

A. $y'=\sin(3x+2)$. **B.** $y'=-3\sin(3x+2)$. **C.** $y'=3\sin(3x+2)$. **D.** $y'=-\sin(3x+2)$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{2x+1}$. Giá trị $f'(4)$ là

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Biết luôn tồn tại số thực k thỏa mãn đẳng thức vecto $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=k.\overrightarrow{AG}$. Hỏi số thực đó bằng bao nhiêu ?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 32. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc $\frac{2\pi}{3}$. Biết $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=5$ thì $|\vec{a}-\vec{b}|$ bằng:

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 33. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề đúng là

A. Trong không gian, cho hai đường thẳng song song. Đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.
B. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
C. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.
D. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA=a$. SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC. Tính côsin của góc giữa hai đường thẳng SM,DN.

A. $\frac{\sqrt{10}}{8}$. **B.** $\frac{\sqrt{10}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $SA\perp(ABC)$, $BC=2SA=2a$, $AB=2\sqrt{2}a$. Gọi E là trung điểm AC. Khi đó, góc giữa hai đường thẳng SE và BC là:

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** Kết quả khác.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA\perp(ABCD)$, $AH\perp SB$ tại H. Khi đó AH vuông góc được với đường thẳng nào sau đây?

A. BD. **B.** CD. **C.** SD. **D.** SC.

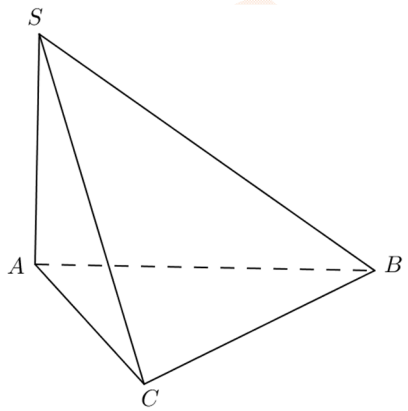
Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AE, AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $SC\perp(AFB)$. **B.** $SC\perp(AEF)$. **C.** $SC\perp(AED)$. **D.** $SC\perp(AEC)$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có cạnh $AB=a$, $BC=2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{15}$. Tính góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 90^0.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) là.

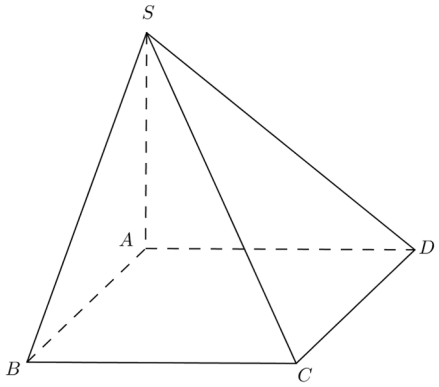


A. $\widehat{SBA}$. **B.** $\widehat{SAB}$. **C.** $\widehat{SBC}$. **D.** $\widehat{SCB}$.

Câu 40. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC. Cạnh bên hợp với mặt đáy một góc $60°$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng $(BCC'B')$. Tính $\sin\varphi$.

A. $\sin\varphi=\frac{3}{\sqrt{13}}$. **B.** $\sin\varphi=\frac{3}{2\sqrt{13}}$. **C.** $\sin\varphi=\frac{1}{\sqrt{13}}$. **D.** $\sin\varphi=\frac{2}{\sqrt{13}}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây sai.



A. $(SBC)\perp(ABCD)$. **B.** $(SAB)\perp(ABCD)$.

C. $(SAD)\perp(ABCD)$. **D.** $(SAC)\perp(ABCD)$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$. Xét hai mệnh đề sau:

(1) Nếu $ABCD$ là hình thoi thì $(SAC)\perp(SBD)$.

(2) Nếu $ABCD$ là hình chữ nhật thì $(SAB)\perp(SBC)$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Mệnh đề (1) đúng, mệnh đề (2) sai. **B.** Cả hai mệnh đề (1), (2) đều đúng.

C. Mệnh đề (1) sai, mệnh đề (2) đúng. **D.** Cả hai mệnh đề (1), (2) đều sai.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA\perp(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng góc nào sau đây?

A. $\widehat{ASD}$. **B.** $\widehat{BSC}$. **C.** $\widehat{ASC}$. **D.** $\widehat{BSD}$.

Câu 44. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm S tới mặt phẳng (ABC) là

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** a. **D.** $2a$.

Câu 45. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác vuông tại B. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=AB=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SBC) là

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $a\sqrt{6}$.

Câu 46. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $30°$. Hình chiếu H của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ thuộc đường thẳng $B'C'$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy là:

A. $\dfrac{a}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 47. Cho hình lẳng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC=\sqrt{5},AB=\sqrt{6},AA'=2$ và $\widehat{BAC}=90^o$. Hãy xác định khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau $A'B$ và AC'.

A. $\sqrt{\dfrac{60}{37}}$ **B.** $\dfrac{60}{37}$ **C.** $\sqrt{\dfrac{37}{60}}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 48. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a\sqrt{3}$, $AA'=a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **B.** $\dfrac{2a}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $2a$.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$, số đo góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 75^0.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{3},\ BC = a$ và $SA = SB = SC = SD = 2a$. Gọi K là hình chiếu vuông góc của B trên AC và H là hình chiếu vuông góc của K trên SA. Tính *cosin* của góc giữa hai mặt phẳng (BHK) và (SBD).

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.D	4.A	5.D	6.C	7.C	8.D	9.D	10.C
11.B	12.B	13.D	14.A	15.B	16.A	17.B	18.A	19.C	20.A
21.A	22.A	23.B	24.C	25.D	26.A	27.B	28.C	29.B	30.D
31.D	32.D	33.A	34.A	35.B	36.D	37.B	38.B	39.A	40.A
41.A	42.B	43.A	44.B	45.C	46.C	47.A	48.A	49.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho cấp số nhân (U_n) có số hạng đầu $U_1=3$ và công bội $q=2$. Số hạng thứ năm của cấp số nhân bằng

A. 48. **B.** 11. **C.** 14. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

$U_5=U_1.q^4=3.2^4=48$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (U_n) biết số hạng thứ hai $U_2=10$ và tổng của ba số hạng đầu tiên $S_3=35$. Công bội q của cấp số nhân bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 2 hoặc $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} U_2=U_1.q=10 \\ S_3=U_1+U_2+U_3=U_1\left(1+q+q^2\right)=35 \end{cases}$.

$\Rightarrow \frac{1+q+q^2}{q}=\frac{35}{10} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} q=2 \\ q=\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Câu 3. Giới hạn $\lim\frac{3n+1}{n+2}$ có kết quả là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\frac{3n+1}{n+2}=\lim\frac{3+\frac{1}{n}}{1+\frac{2}{n}}=3$.

Câu 4. Kết quả giới hạn $\lim\frac{1+2+3+...+n}{2-3n^2}$ có dạng $-\frac{a}{b}$, trong đó a,b là hai số nguyên tố cùng nhau.

Khi đó, tổng $a+b$ bằng bao nhiêu?

A. 7. **B.** 16. **C.** 5. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

$$\lim\frac{1+2+3+...+n}{2-3n^2}=\lim\frac{n(n+1)}{2\left(2-3n^2\right)}=\lim\frac{n^2+n}{4-6n^2}=\lim\frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{4}{n^2}-6}=-\frac{1}{6}$$

Suy ra $a=1;b=6\Rightarrow a+b=7$.

Câu 5. Tính giới hạn $L=\lim\dfrac{2019n+2018n^2}{2020n^3+2019n-2018}$ bằng:

A. $\dfrac{2019}{2020}$. **B.** $\dfrac{1}{1010}$. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Ta có $L=\lim\dfrac{2019n+2018n^2}{2020n^3+2019n-2020}=\lim\dfrac{\dfrac{2019}{n^2}+\dfrac{2018}{n}}{2020+\dfrac{2019}{n^2}-\dfrac{2020}{n^3}}=\dfrac{0}{2020}=0.$

Câu 6. Biết $\lim\dfrac{\sqrt{n^2-4n}-\sqrt{4n^2+1}}{\sqrt{3n^2+1}-n}=\dfrac{6-\sqrt{3}}{2}-\dfrac{a}{b}$, trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản, a và b là các số nguyên dương. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $a=b$. **B.** $a+b=7$. **C.** $ab=14$. **D.** $\dfrac{b}{a}=\dfrac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim\frac{\sqrt{n^2-4n}-\sqrt{4n^2+1}}{\sqrt{3n^2+1}-n}=\lim\frac{\sqrt{1-\dfrac{4}{n}}-\sqrt{4+\dfrac{1}{n^2}}}{\sqrt{3+\dfrac{1}{n^2}}-1}=\frac{-1-\sqrt{3}}{2}=\frac{6-\sqrt{3}}{2}-\frac{7}{2}.$$

Suy ra $\dfrac{a}{b}=\dfrac{7}{2}\Rightarrow a=7;b=2\Rightarrow a.b=14$.

Câu 7. Cho $\lim\limits_{x\to1}f(x)=3$, $\lim\limits_{x\to1}g(x)=-2$. Tính $\lim\limits_{x\to1}\left[f(x)+g(x)\right]$?

A. 5. **B.** -5. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Có $\lim\limits_{x\to1}\left[f(x)+g(x)\right]=\lim\limits_{x\to1}f(x)+\lim\limits_{x\to1}g(x)=3+(-2)=1.$

Câu 8. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt[3]{1+4x}-1}{x}$.

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x\to0}\left(\frac{\sqrt[3]{1+4x}-1}{x}\right)=\lim_{x\to0}\frac{4x}{x\left[\sqrt[3]{(1+4x)^2}+\sqrt[3]{1+4x}+1\right]}=\lim_{x\to0}\frac{4}{\left[\sqrt[3]{(1+4x)^2}+\sqrt[3]{1+4x}+1\right]}=\frac{4}{3}.$$

Câu 9. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+3}{\sqrt{2x^2-3}}$.

A. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $-\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+3}{\sqrt{2x^2-3}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\left(2+\dfrac{3}{x}\right)}{|x|\sqrt{2-\dfrac{3}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\left(2+\dfrac{3}{x}\right)}{-x\sqrt{2-\dfrac{3}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2+\dfrac{3}{x}}{-\sqrt{2-\dfrac{3}{x^2}}}=-\dfrac{2}{\sqrt{2}}=-\sqrt{2}$.

Câu 10. Cho $L=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3x^2-ax+b}{x^2-4}=\dfrac{5}{2}$. Tính $S=a-b$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Vì $L=\dfrac{5}{2}$ và $\lim\limits_{x\to2}\left(x^2-4\right)=0$ nên đa thức $3x^2-ax+b$ nhận $x=2$ làm một nghiệm.

Do đó $3.2^2-a.2+b=0\Leftrightarrow-2a+b+12=0\Leftrightarrow b=2a-12$. (1). Khi đó:

$$\frac{5}{2}=\lim_{x\to2}\frac{3x^2-ax+b}{x^2-4}=\lim_{x\to2}\frac{3x^2-ax+2a-12}{x^2-4}=\lim_{x\to2}\frac{3\left(x^2-4\right)-a\left(x-2\right)}{x^2-4}$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{\left(x-2\right)\left(3x+6-a\right)}{\left(x-2\right)\left(x+2\right)}=\lim_{x\to2}\frac{3x+6-a}{x+2}=\frac{12-a}{4}$$

$\Leftrightarrow\dfrac{5}{2}=\dfrac{12-a}{4}\Leftrightarrow12-a=10\Leftrightarrow a=2$.

Thay $a=2$ vào (1) ta được $-2.2+b+12=0\Leftrightarrow b=-8$.

Vậy $a-b=2-(-8)=10$.

Câu 11. Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$. **C.** $y=\sqrt{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x}+x^2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 12. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn hàm số $y=\sqrt{x^2-2mx+9}$ liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ khi và chỉ khi

$x^2-2mx+9\ge0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m^2-9\le0\Leftrightarrow-3\le m\le3$.

Vậy có 7 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 13. Tìm tham số thực m để hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+x-2}{x-1} & \text{khi } x\ne1\\ mx+4 & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

A. $m=4$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=5$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho xác định trên tập hợp $\mathbb{R}$.

Ta có: $f(1)=m+4$.

$\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}(x+2)=3.$

Hàm số đã cho liên tục tại điểm $x_0=1$ khi và chỉ khi $f(1)=\lim\limits_{x\to 1} f(x)\Leftrightarrow m+4=3\Leftrightarrow m=-1.$

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}.$ **B.** $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)+f(x_0)}{x-x_0}.$

C. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x+x_0}.$ **D.** $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)+f(x_0)}{x+x_0}.$

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa đạo hàm.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+1$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ x_0 thỏa mãn $f''(x_0)=0$

A. $3x+y+2=0.$ **B.** $3x+y-2=0.$ **C.** $x+3y-2=0.$ **D.** $-3x+y+2=0.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=3x^2-6x$ và $f''(x)=6x-6$ suy ra $f''(x)=0\Leftrightarrow x=1.$

Khi đó $f'(1)=-3$ và điểm $M(1;-1).$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M là: $y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$\Leftrightarrow y=-3(x-1)-1 \Leftrightarrow 3x+y-2=0$

Câu 16. Cho hàm số $y=\dfrac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị là (C), đường thẳng $d: y=x+m$. Với mọi m ta luôn có d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A,B. Gọi k_1,k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A,B. Tìm m để tổng k_1+k_2 đạt giá trị lớn nhất.

A. $m=-1.$ **B.** $m=-2.$ **C.** $m=3.$ **D.** $m=-5.$

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là

$$\frac{-x+1}{2x-1}=x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq \dfrac{1}{2} \\ g(x)=2x^2+2mx-m-1=0 \quad (*) \end{cases}.$$

Theo định lí Viet ta có $x_1+x_2=-m;\ \ x_1x_2=\dfrac{-m-1}{2}$. Giả sử $A(x_1;y_1),B(x_2;y_2).$

Ta có $y'=\dfrac{-1}{(2x-1)^2}$, nên tiếp tuyến của (C) tại A và B có hệ số góc lần lượt là $k_1=-\dfrac{1}{(2x_1-1)^2}$

và $k_2=-\dfrac{1}{(2x_2-1)^2}.$

Vậy $k_1+k_2=-\dfrac{1}{(2x_1-1)^2}-\dfrac{1}{(2x_2-1)^2}=-\dfrac{4(x_1^2+x_2^2)-4(x_1+x_2)+2}{\left[4x_1x_2-2(x_1+x_2)+1\right]^2}$

$=-(4m^2+8m+6)=-4(m+1)^2-2\le -2$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m=-1$.

Vậy k_1+k_2 đạt giá trị lớn nhất bằng -2 khi $m=-1$.

Câu 17. Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+1}{x-2}$

A. $y'=\dfrac{x^2+4x+5}{x-2}$. **B.** $y'=\dfrac{x^2-4x-5}{(x-2)^2}$. **C.** $y'=\dfrac{x^2-4x-5}{x-2}$. **D.** $y'=\dfrac{x^2+4x-5}{(x-2)^2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=\dfrac{(2x+2)(x-2)-x^2-2x-1}{(x-2)^2}=\dfrac{x^2-4x-5}{(x-2)^2}$.

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y=x^5+3\sqrt{x}$ tại $x=1$ có giá trị bằng

A. $\dfrac{13}{2}$. **B.** 4. **C.** 6. **D.** $\dfrac{15}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=5x^4+\dfrac{3}{2\sqrt{x}}\Rightarrow y'(1)=5+\dfrac{3}{2}=\dfrac{13}{2}$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin(x^2-3x+2)$ là

A. $(x^2-3x+2)\cos(x^2-3x+2)$. **B.** $(3-2x)\cos(x^2-3x+2)$.

C. $(2x-3)\cos(x^2-3x+2)$. **D.** $\cos(x^2-3x+2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=(x^2-3x+2)'.\cos(x^2-3x+2)=(2x-3)\cos(x^2-3x+2)$.

Câu 20. Hàm số $y=\sin x$ có đạo hàm là:

A. $y'=\cos x$. **B.** $y'=-\cos x$. **C.** $y'=-\sin x$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\cos x}$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức đạo hàm lượng giác sgk Đại số 11: $(\sin x)'=\cos x$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)=\sin^3 5x.\cos^2\dfrac{x}{3}$. Giá trị đúng của $f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. $-\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **C.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$f'(x)=3.5.\cos 5x.\sin^2 5x.\cos^2\dfrac{x}{3}-\sin^3 5x\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\sin\dfrac{x}{3}\cdot\cos\dfrac{x}{3}$

$f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0-1.\dfrac{\sqrt{3}}{2.3}=-\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 22. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+3x^2-2020$.

A. $f''(x)=2x+6$. **B.** $f''(x)=x^2+6x$.

C. $f''(x)=x^2-3x-5$. **D.** $f''(x)=2x+3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=\left(\frac{1}{3}x^3+3x^2-2020\right)'=x^2+6x$. Vậy $f''(x)=2x+6$.

Câu 23. Biết $\left(\frac{x^4}{4}+x^3-\frac{x^2}{2}+x-2019\right)''=ax^2+bx+c$. Tính $S=a+b+5c$.

A. 30. **B.** 4. **C.** 40. **D.** −4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(\frac{x^4}{4}+x^3-\frac{x^2}{2}+x-2019\right)'=x^3+3x^2-x+1.$

Suy ra $\left(\frac{x^4}{4}+x^3-\frac{x^2}{2}+x-2019\right)''=3x^2+6x-1.$

Nên $a=3;b=6;c=-1\Rightarrow S=3+6+5(-1)=4$.

Câu 24. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$ tại điểm $M(2;3)$.

A. $x-2y+4=0$. **B.** $2x-y-1=0$. **C.** $2x+y-7=0$. **D.** $x+2y-8=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=\frac{-2}{(x-1)^2}$ suy ra $f'(2)=-2$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$ tại điểm $M(2;3)$ là:

$y=-2(x-2)+3\Leftrightarrow 2x+y-7=0$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(1-x)+f^2(1+2x)=4f^2(1+3x)-7x-2$ và $f(x)>0\,\forall x\in\mathbb{R}$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x=1$ song song với đường thẳng nào sau đây

A. $y=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$. **B.** $y=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$. **C.** $y=-\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$. **D.** $y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Theo đề bài ta có $f(1-x)+f^2(1+2x)=4f^2(1+3x)-7x-2(*)$

Thay $x=0$ vào biểu thức $(*)$ ta có $f(1)+f^2(1)=4f^2(1)-2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(1)=1\\f(1)=-\frac{2}{3}\end{array}\right.$.

Vì $f(x)>0\,\forall x\in\mathbb{R}$ nên $f(1)=1$.

Lấy đạo hàm 2 vế theo biến x của biểu thức $(*)$ ta được:

$-f'(1-x)+4f(1+2x)f'(1+2x)=24f(1+3x)f'(1+3x)-7(**)$.

Thay $x=0$ và $f(1)=1$ vào biểu thức $(**)$ ta được $-f'(1)+4f'(1)=24f'(1)-7\Leftrightarrow f'(1)=\frac{1}{3}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến là $y=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$.

Câu 26. Tìm điều kiện của số thực a biết $\lim\limits_{x\to a}\frac{2x^2+(1-2a)x-a}{x-a}=2$.

A. $a\in(0;2)$. **B.** $a\in(2;4)$. **C.** $a\in(4;6)$. **D.** $a\in(6;8)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\lim_{x\to a}\frac{2x^2+(1-2a)x-a}{x-a}=2\Leftrightarrow\lim_{x\to a}\frac{(x-a)(2x+1)}{x-a}=2$$
$$\Leftrightarrow\lim_{x\to a}(2x+1)=2$$
$$\Leftrightarrow 2a+1=2\Leftrightarrow a=\frac{1}{2}.$$

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;3]$ sao cho $f(-2)=-5$; $f(3)=-1$. Hỏi phương trình $f(x)=-3$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[-2;3]$?

A. Vô nghiệm. **B.** Có ít nhất một nghiệm.
C. Có ít nhất hai nghiệm. **D.** Có ít nhất ba nghiệm.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x)=-3\Leftrightarrow f(x)+3=0$. Đặt $g(x)=f(x)+3$.

Khi đó $\begin{cases}g(-2)=f(-2)+3=-2\\ g(3)=f(3)+3=2\end{cases}\Rightarrow g(-2).g(3)=(-2).2=-4<0$

Vì $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;3]$ nên $g(x)$ liên tục trên $[-2;3]$.

Do đó phương trình $g(x)=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-2;3)$.

Vậy phương trình $f(x)=-3$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-2;3)$.

Câu 28. Một chất điểm chuyển động trong 20 giây đầu tiên có phương trình $s(t)=\frac{1}{12}t^4-t^3+6t^2+10t$, trong đó $t>0$ với t tính bằng giây (s) và $s(t)$ tính bằng mét (m). Hỏi tại thời điểm gia tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất thì vận tốc của vật bằng bao nhiêu?

A. $17(\text{m/s})$. **B.** $18(\text{m/s})$. **C.** $28(\text{m/s})$. **D.** $13(\text{m/s})$.

Lời giải

Chọn C

Vận tốc của chuyển động là $v(t)=s'(t)=\frac{1}{3}t^3-3t^2+12t+10$.

Gia tốc của chuyển động là $a(t)=v'(t)=t^2-6t+12=(t-3)^2+3$.

Vậy gia tốc đạt giá trị nhỏ nhất khi $t=3$. Khi đó vận tốc của vật bằng $v(3)=28(\text{m/s})$.

Câu 29. Đạo hàm của hàm số $y=\cos(3x+2)$ là

A. $y'=\sin(3x+2)$. **B.** $y'=-3\sin(3x+2)$. **C.** $y'=3\sin(3x+2)$. **D.** $y'=-\sin(3x+2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=\cos(3x+2)\Rightarrow y'=-3\sin(3x+2)$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{2x+1}$. Giá trị $f'(4)$ là

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

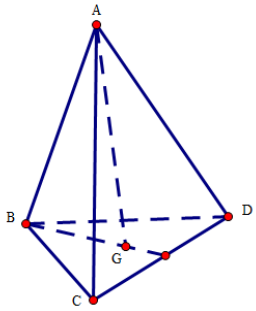
Ta có $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{2x+1}} \Rightarrow f'(4)=\frac{1}{3}$.

Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Biết luôn tồn tại số thực k thỏa mãn đẳng thức vecto $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=k.\overrightarrow{AG}$. Hỏi số thực đó bằng bao nhiêu ?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B



Vì G là trọng tâm ΔBCD nên $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=3\overrightarrow{AG}$.

Vậy $k=3$.

Câu 32. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc $\frac{2\pi}{3}$. Biết $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=5$ thì $|\vec{a}-\vec{b}|$ bằng:

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Vì: $(\vec{a}-\vec{b})^2=\vec{a}^2+\vec{b}^2-2\vec{a}\vec{b}=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a},\vec{b})=9+25-2.3.5.\cos\frac{2\pi}{3}$

$=34-30.(-\frac{1}{2})=34+15=49 \Rightarrow |\vec{a}-\vec{b}|=7.$

Câu 33. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề đúng là

A. Trong không gian, cho hai đường thẳng song song. Đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.

B. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

C. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.

D. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

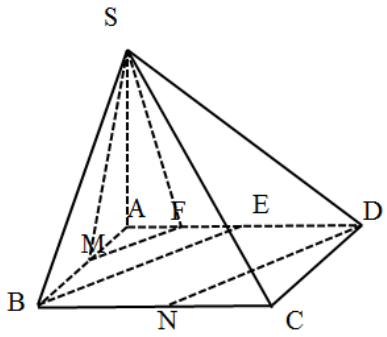
Lời giải

Chọn A

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA=a$. SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC. Tính côsin của góc giữa hai đường thẳng SM,DN.

A. $\frac{\sqrt{10}}{8}$. **B.** $\frac{\sqrt{10}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

Lời giải



Chọn A

Gọi E là trung điểm AD, F là trung điểm AE.

Ta có $MF // BE // ND \Rightarrow$ góc giữa SM và ND bằng góc giữa SM và MF.

Ta có $SM^2 = SA^2 + AM^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow SM = a\sqrt{2}$.

$SF = SM = a\sqrt{2}$.

$BE = \sqrt{AB^2 + AE^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow MF = \frac{BE}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Áp dụng định lí côsin trong ΔSMF:

$SF^2 = SM^2 + MF^2 - 2SM.MF\cos\widehat{SMF}$

$\Leftrightarrow \cos\widehat{SMF} = \frac{SM^2 + MF^2 - SF^2}{2.SM.MF} = \frac{2a^2 + \frac{5a^2}{4} - 2a^2}{2.a\sqrt{2}.\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{8}$.

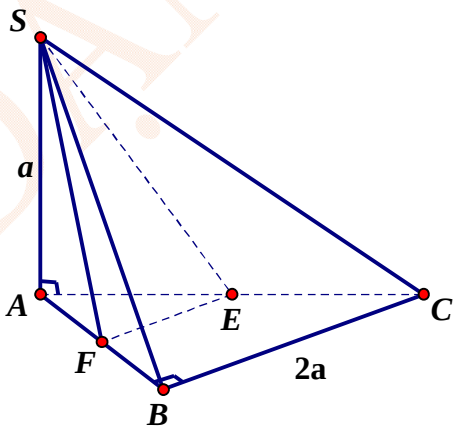
Vậy cosin của góc giữa SM và ND bằng $\frac{\sqrt{10}}{8}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $SA \perp (ABC)$, $BC = 2SA = 2a$, $AB = 2\sqrt{2}a$. Gọi E là trung điểm AC. Khi đó, góc giữa hai đường thẳng SE và BC là:

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** Kết quả khác.

Lời giải

Chọn B



Gọi F là trung điểm AB. Vậy EF là đường trung bình trong ΔABC nên EF // BC và $EF=\frac{1}{2}BC=a$.

Khi đó: $(SE,BC)=(SE,EF)=\widehat{SEF}$

Ta có $SA\perp(ABC)$, $EF\subset(SAB)$ nên $SA\perp EF$ (1).

Mà EF // BC, $BC\perp AB$ nên $AB\perp EF$ hay có nghĩa là $AF\perp EF$ (2).

$(1),(2)\Rightarrow SF\perp EF$.

Trong ΔSAF vuông tại A (do $SA\perp(ABC), AB\subset(ABC)\Rightarrow SA\perp AB$), ta có:

$$SF=\sqrt{SA^2+AF^2}=\sqrt{SA^2+\left(\frac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{a^2+\left(\frac{2\sqrt{2}a}{2}\right)^2}=\sqrt{3}a.$$

Trong ΔSFE vuông tại F: $\tan\widehat{SEF}=\frac{SF}{EF}=\frac{\sqrt{3}a}{a}=\sqrt{3}$.

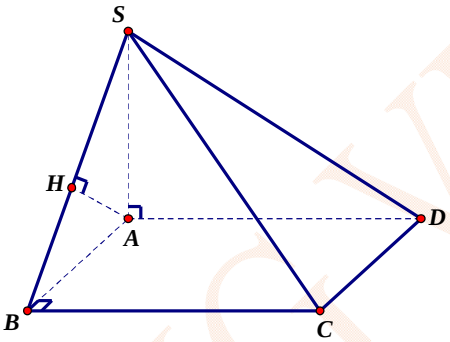
Vậy $\widehat{SEF}=60^\circ\Rightarrow(SE,BC)=60^\circ$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA\perp(ABCD)$, $AH\perp SB$ tại H. Khi đó AH vuông góc được với đường thẳng nào sau đây?

A. BD. **B.** CD. **C.** SD. **D.** SC.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\left.\begin{array}{l}SA\perp(ABCD)\\BC\subset(ABCD)\end{array}\right\}\Rightarrow SA\perp BC$.

Vậy $\left.\begin{array}{l}SA\perp BC\\AB\perp BC\\Trong\,(SAB):SA\cap AB=\{A\}\end{array}\right\}\Rightarrow BC\perp(SAB)$, mà $AH\subset(SAB)$ nên $BC\perp AH$.

Ta cũng có $SB\perp AH$.

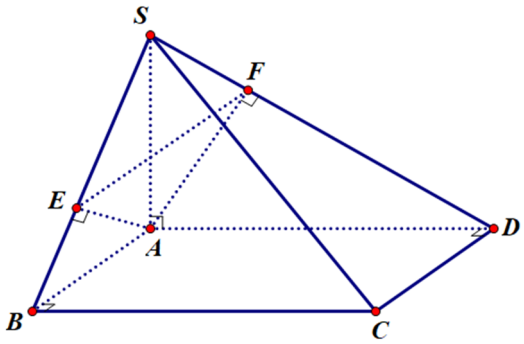
Do đó: $SC\perp AH$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AE, AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $SC\perp(AFB)$. **B.** $SC\perp(AEF)$. **C.** $SC\perp(AED)$. **D.** $SC\perp(AEC)$.

Lời giải

Chọn B



Vì SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$.

Mà $AB \perp BC$ nên suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE \subset (SAB)$.

Tam giác SAB có đường cao $AE \Rightarrow AE \perp SB$ mà $AE \perp BC \Rightarrow AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SC$.

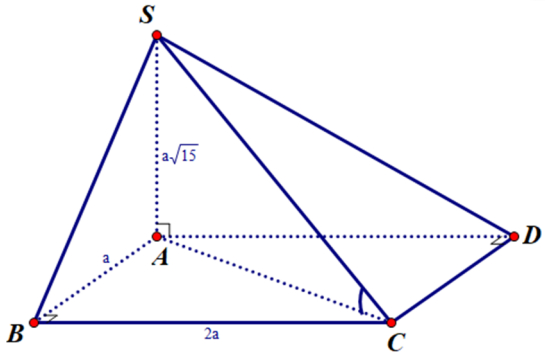
Tương tự, ta chứng minh được $AF \perp SC$. Do đó $SC \perp (AEF)$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có cạnh $AB = a$, $BC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{15}$. Tính góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 90^0.

Lời giải

Chọn B

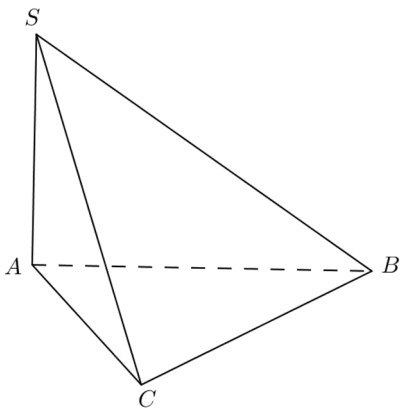


Do $SA \perp (ABCD)$ nên $\left(\widehat{SC,(ABCD)}\right) = \left(\widehat{SC,AC}\right) = \widehat{SCA}$.

Xét tam giác vuông SAC, ta có $\tan\widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{SA}{\sqrt{AB^2 + BC^2}} = \sqrt{3}$.

Suy ra $\widehat{SCA} = 60^0$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) là.



A. $\widehat{SBA}$. **B.** $\widehat{SAB}$. **C.** $\widehat{SBC}$. **D.** $\widehat{SCB}$.

Lời giải

Chọn A

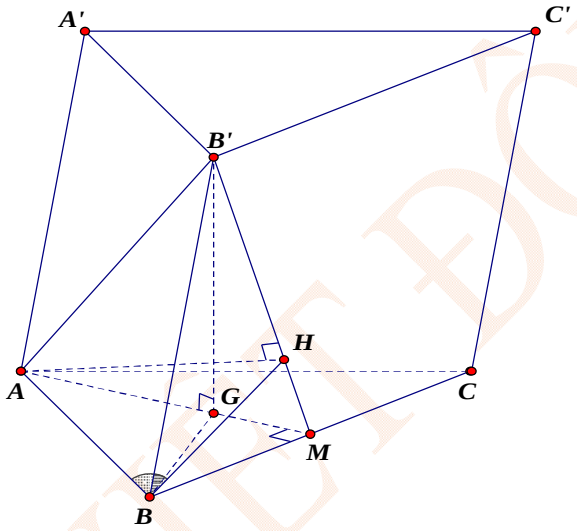
Vì $SA\perp(ABC)$ nên hình chiếu của SB lên (ABC) là $AB \Rightarrow (SB;(ABC)) = \widehat{SBA}$.

Câu 40. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC. Cạnh bên hợp với mặt đáy một góc $60°$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng $(BCC'B')$. Tính $\sin\varphi$.

A. $\sin\varphi = \dfrac{3}{\sqrt{13}}$. **B.** $\sin\varphi = \dfrac{3}{2\sqrt{13}}$. **C.** $\sin\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{13}}$. **D.** $\sin\varphi = \dfrac{2}{\sqrt{13}}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $B'G\perp(ABC)$ nên BG là hình chiếu vuông góc của BB' lên mặt phẳng (ABC).

$\Rightarrow \widehat{(BB',(ABC))} = \widehat{(BB',BG)} = \widehat{B'BG} = 60°$.

Gọi M là trung điểm BC và H là hình chiếu của A lên $B'M$, ta có

$\begin{cases} BC\perp AM \\ BC\perp B'G \end{cases} \Rightarrow BC\perp(AB'M) \Rightarrow BC\perp AH$.

Mà $AH\perp B'M$ nên $AH\perp(BCC'B')$.

Do đó HB là hình chiếu của AB lên mặt phẳng $(BCC'B')$, nên

$\widehat{(AB,(BCC'B'))} = \widehat{(AB,HB)} = \widehat{ABH}$.

Xét tam giác ABH vuông tại H có $\sin\widehat{ABH} = \dfrac{AH}{AB}$.

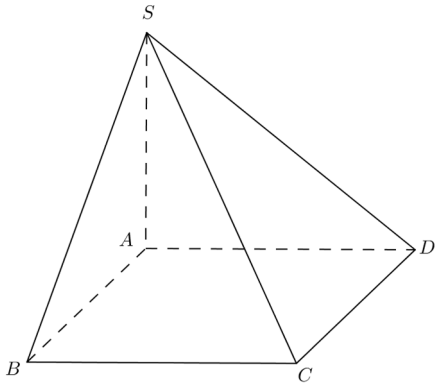
$B'G = BG.\tan 60° = a\dfrac{\sqrt{3}}{2}.\dfrac{2}{3}.\sqrt{3} = a$.

$B'M = \sqrt{B'G^2+GM^2} = \sqrt{a^2+\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{1}{3}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{39}}{6}$.

Ta có $\Delta AHM \sim \Delta B'GM \Rightarrow AH = \dfrac{AM.B'G}{B'M} = \dfrac{a.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}{\dfrac{a\sqrt{39}}{6}} = \dfrac{3a}{\sqrt{13}}$.

Vậy $\sin\widehat{ABH}=\dfrac{\dfrac{3a}{\sqrt{13}}}{a}=\dfrac{3}{\sqrt{13}}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây sai.



A. $(SBC)\perp(ABCD)$. **B.** $(SAB)\perp(ABCD)$.

C. $(SAD)\perp(ABCD)$. **D.** $(SAC)\perp(ABCD)$.

Lời giải

Chọn A

Vì $SA\perp(ABCD)$ nên $(SAB)\perp(ABCD);(SAD)\perp(ABCD);(SAC)\perp(ABCD)$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$. Xét hai mệnh đề sau:

(1) Nếu $ABCD$ là hình thoi thì $(SAC)\perp(SBD)$.

(2) Nếu $ABCD$ là hình chữ nhật thì $(SAB)\perp(SBC)$.

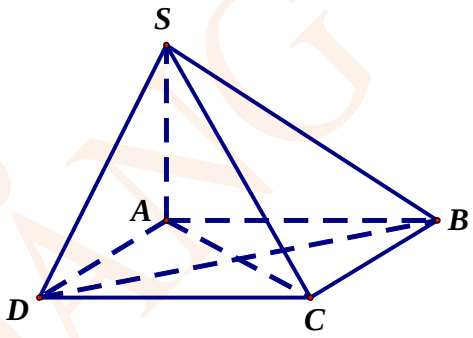
Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Mệnh đề (1) đúng, mệnh đề (2) sai. **B.** Cả hai mệnh đề (1), (2) đều đúng.

C. Mệnh đề (1) sai, mệnh đề (2) đúng. **D.** Cả hai mệnh đề (1), (2) đều sai.

Lời giải

Chọn B



* Nếu $ABCD$ là hình thoi thì $SA\perp BD$ và $AC\perp BD$. Do đó $BD\perp(SAC)$ hay $(SAC)\perp(SBD)$.

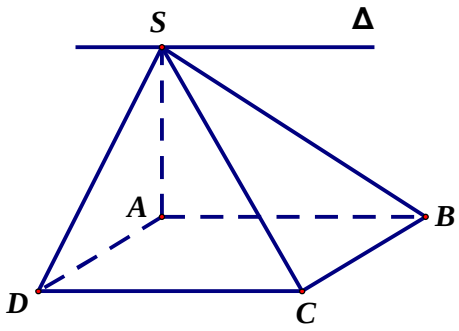
* Nếu $ABCD$ là hình chữ nhật thì $SA\perp BC$ và $AB\perp BC$. Do đó $BC\perp(SAB)$ hay $(SAB)\perp(SBC)$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA\perp(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng góc nào sau đây ?

A. $\widehat{ASD}$. **B.** $\widehat{BSC}$. **C.** $\widehat{ASC}$. **D.** $\widehat{BSD}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $\Delta = (SAB) \cap (SCD)$. Vì $AB // CD$ nên $AB // \Delta // CD$.
Vì $SA \perp AB$ nên $SA \perp \Delta$.
Vì $CD \perp (SAD)$ nên $CD \perp SD$ hay $SD \perp \Delta$.

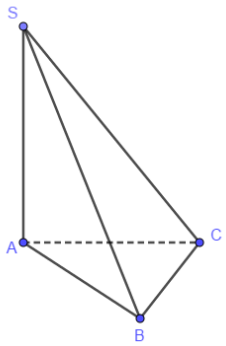
Do đó, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng $\widehat{ASD}$.

Câu 44. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm S tới mặt phẳng (ABC) là

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** a. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $SA \perp (ABC)$, suy ra khoảng cách từ S tới (ABC) là $d(S,(ABC)) = SA$.

$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow \Delta SAB$ vuông tại#A.

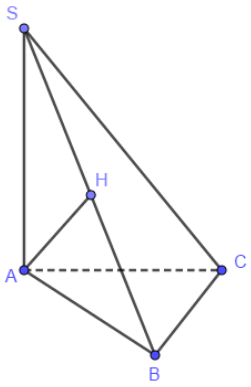
$\Rightarrow SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$ (Áp dụng định lí Pytago).

Câu 45. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác vuông tại B. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = AB = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SBC) là

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $a\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$. Mà ΔABC vuông tại $B \Rightarrow BC \perp AB$. Do đó: $BC \perp (SAB)$.

Trong (SAB), kẻ $AH \perp SB$. Mặt khác, $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$.

Như vậy: $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A,(SBC)) = AH$.

Xét ΔSAB vuông tại A, có đường cao AH. Ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{2}{3a^2}$.

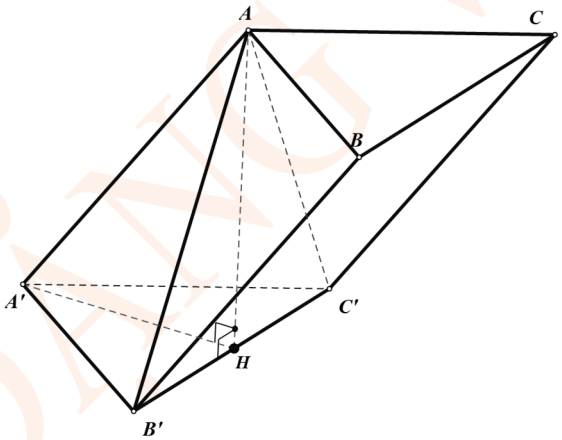
$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 46. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $30°$. Hình chiếu H của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ thuộc đường thẳng $B'C'$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy là:

A. $\frac{a}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Do hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a suy ra $AB' = AC'$. Do đó H là trung điểm của $B'C'$.

Ta có $A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $\widehat{AA'H} = 30^o$.

Do đó $AH = A'H.\tan\widehat{AA'H} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\tan 30^o = \frac{a}{2}$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = \sqrt{5}, AB = \sqrt{6}, AA' = 2$ và $\widehat{BAC} = 90^o$. Hãy xác định khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau $A'B$ và AC'.

A. $\sqrt{\frac{60}{37}}$ **B.** $\frac{60}{37}$ **C.** $\sqrt{\frac{37}{60}}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Trên các đường thẳng $A'B$ và AC' lấy các điểm M,Q. Khi đó, có các số $m,q\in\mathbb{R}$ sao cho

$\overrightarrow{AM}=m\overrightarrow{AA'}+(1-m)\overrightarrow{AB}$

$AQ=q\overrightarrow{AA'}+q\overrightarrow{AC}$

Suy ra

$\overrightarrow{QM}=(m-q)\overrightarrow{AA'}+(1-m)\overrightarrow{AB}-q\overrightarrow{AC}$.

Ta có

$QM=\sqrt{\overrightarrow{QM}^2}=\sqrt{(m-q)^2AA'^2+(1-m)^2AB^2+q^2AC^2}$

$=\sqrt{4(m-q)^2+6(1-m)^2+5q\wedge 2}$

$=\sqrt{10m^2+9q^2-12m-8mq+6}$

Gọi d là khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau $A'B$ và AC'. Ta luôn khẳng định được $d=\min\limits_{M\in A'B,Q\in AC'}QM$

Do $10m^2+9q^2-12m-8mq+6=\frac{2}{5}(5\mathrm{m}-2\mathrm{q}-3)^2+\frac{37}{5}\left(q-\frac{12}{37}\right)^2+\frac{60}{37}\ge\frac{60}{37}$

Suy ra $MQ^2\ge\frac{60}{37}$

Dấu "=" của BĐT xảy ra khi $5m-2q-3=0$ và $q=\frac{12}{37}$ hay $m=\frac{27}{37},q=\frac{12}{37}$

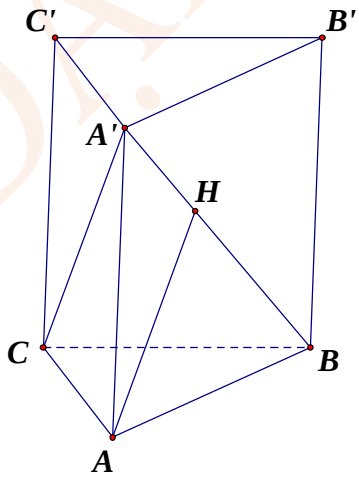
Vậy $d=\min\limits_{M\in A'B,Q\in AC'}QM=\sqrt{\frac{60}{37}}$

Câu 48. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a\sqrt{3}$, $AA'=a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn A



Trong mặt phẳng (ABA') dựng $AH \perp A'B$.

Theo giả thiết ta có $BC \perp AA'$ và $BC \perp AB$ suy ra $BC \perp AH$

Khi đó: $AH \perp (A'BC)$ hay $AH = d(A,(A'BC))$.

Xét tam giác ABA' vuông tại A ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2}$.

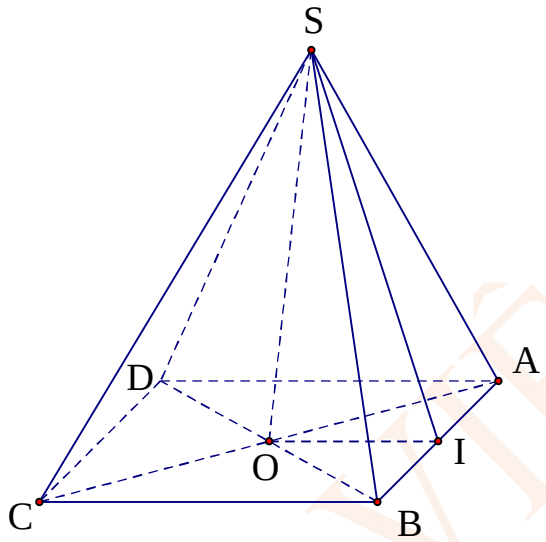
Suy ra $AH^2 = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$, số đo góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 75^0.

Lời giải

Chọn B



Hình chóp tứ giác đều có các mặt bên hợp với đáy các góc bằng nhau, do đó ta tính góc tạo bởi mặt bên (SAB) và mặt đáy.

Gọi O là tâm của đáy, suy ra $SO \perp (ABCD)$ và $SO = a\sqrt{3}$.

Gọi I là trung điểm của AB, ta có $SI \perp AB$ và $OI \perp AB$, do đó góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy bằng góc giữa hai đường thẳng SI và OI.

Xét tam giác SOI vuông tại O có $SO = a\sqrt{3}$ và $OI = a$ khi đó:

$\tan \widehat{SIO} = \frac{SO}{OI} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SIO} = 60^0$

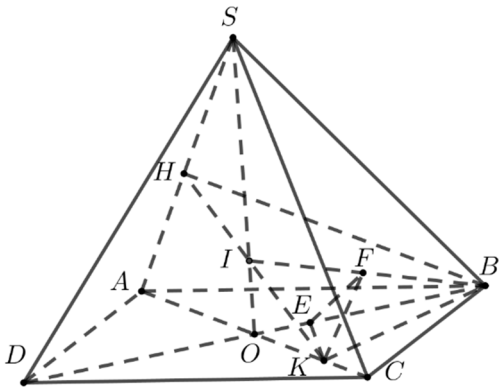
Vậy góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60^0.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{3}$, $BC = a$ và $SA = SB = SC = SD = 2a$. Gọi K là hình chiếu vuông góc của B trên AC và H là hình chiếu vuông góc của K trên SA. Tính *cosin* của góc giữa hai mặt phẳng (BHK) và (SBD).

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



+ Gọi $O = AC \cap BD$, ta có $\widehat{CAB} = 30^0, \widehat{ACB} = 60^0$

$\Rightarrow AK = AB.\cos 30^0 = \frac{3a}{2}, BK = BC.\cos 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

+ Gọi $I = SO \cap HK$, kẻ $KE \perp OB, KF \perp BI$ thì $\varphi = \left(\widehat{(BHK);(SBD)}\right) = \widehat{KFE}$.

+ ΔSAC đều $\Rightarrow \widehat{OKI} = 30^0$, $KO = \frac{a}{2}$ nên $KI = \frac{KO}{\cos 30^0} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

+ ΔBKI vuông nên $KF = \frac{KB.KI}{\sqrt{KB^2 + KI^2}} = \frac{a\sqrt{39}}{13}$; $KE = KB.\sin 30^0 = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

+ Trong ΔKFE vuông có $\sin\varphi = \frac{KE}{KF} = \frac{\sqrt{13}}{4} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ SỐ 33

KIỂM TRA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN - Lớp 11 - Chương trình chuẩn

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi

Câu 1. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?

A. $1, 0, 1, 0, 1.$ **B.** $1, 2, 4, 6, 8.$

C. $3, -3, 3, -3, 3.$ **D.** $1, 4, 9, 16, 25.$

Câu 2. Cho các dãy số (u_n), (v_n) và $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = +\infty$. Hãy chọn khẳng định đúng nhất?

A. $\lim \dfrac{u_n}{v_n} = 0.$ **B.** $\lim (u_n v_n) = +\infty.$ **C.** $\lim (u_n + v_n) = 0.$ **D.** $\lim (u_n - v_n) = a.$

Câu 3. $\lim \dfrac{-2n^3 + n - 5}{n^4 - 2n + 2}$ có giá trị bằng

A. $-\infty.$ **B.** $-2.$ **C.** $0.$ **D.** $-6.$

Câu 4. Tính $\lim \dfrac{5^n - 1}{3^n + 1}$

A. $\dfrac{3}{5}.$ **B.** $\dfrac{5}{3}.$ **C.** $+\infty.$ **D.** $-\infty.$

Câu 5. Giới hạn $\lim\limits_{x \to -1^-} \dfrac{x^2 + 3x + 2}{|1 - x^2|}$ bằng

A. $\lim\limits_{x \to -1^-} \dfrac{x^2 + 3x + 2}{1 - x^2}.$ **B.** $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}.$ **C.** $\lim\limits_{x \to -1^-} \dfrac{x + 2}{x - 1}.$ **D.** $\lim\limits_{x \to -1^-} \dfrac{x + 2}{1 - x}.$

Câu 6. Biết $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{ax^2 + 2x - 1}}{x - 3} = b$. Chọn khẳng định **sai**?

A. $b \geq 0.$ **B.** $a \geq 0.$ **C.** $b < 0.$ **D.** $a = b^2.$

Câu 7. Gọi S là tập các giá trị của tham số m để hàm số

$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & khi \quad x \neq 1 \\ m^2 + m - 8 & khi \quad x = 1 \end{cases}$ liên tục tại x=1. Số phần tử của tập S bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 8. Khẳng định nào sau đây là **đúng?**

A. $f'(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}.$ **B.** $f'(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}.$

C. $f'(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x_0) - f(x)}{x + x_0}.$ **D.** $f'(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$

Câu 9. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x - 1}{x + 2}$ song song với đường thẳng $x - 5y + 2020 = 0$ có phương trình là

A. $y = \dfrac{1}{5}x + \dfrac{2}{5}$ và $y = \dfrac{1}{5}x + \dfrac{22}{5}.$ **B.** $y = \dfrac{1}{5}x + \dfrac{2}{5}$ và $y = \dfrac{1}{5}x - \dfrac{22}{5}.$

C. $y = \dfrac{1}{5}x - \dfrac{2}{5}$ và $y = \dfrac{1}{5}x - \dfrac{22}{5}.$ **D.** $y = \dfrac{1}{5}x - \dfrac{2}{5}$ và $y = \dfrac{1}{5}x - \dfrac{22}{5}.$

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ $(x > 0)$ Tính $f''(1).$

A. $f''(1)=4$. **B.** $f''(1)=2$. **C.** $f''(1)=\frac{1}{2}$. **D.** $f''(1)=\frac{1}{4}$.

Câu 11. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos ax}{x^2}$:

A. $+\infty$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{a^2}{2}$. **D.** 0.

Câu 12. Cho hàm số $y=\frac{x^2+x+1}{x-1}$. Vi phân của hàm số là:

A. $\mathrm{d}y=-\frac{x^2-2x-2}{(x-1)^2}\mathrm{d}x$. **B.** $\mathrm{d}y=\frac{2x+1}{(x-1)^2}\mathrm{d}x$. **C.** $\mathrm{d}y=-\frac{2x+1}{(x-1)^2}\mathrm{d}x$. **D.** $\mathrm{d}y=\frac{x^2-2x-2}{(x-1)^2}\mathrm{d}x$.

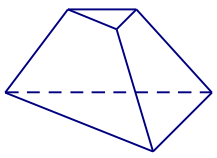
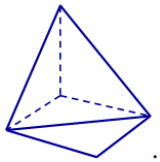
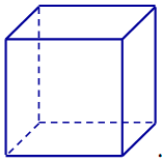
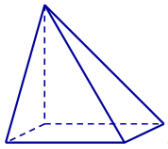
Câu 13. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2021$. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $y''>0$.

A. $[1;+\infty)$. **B.** $[0;2]$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của SA. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MCD) và (SAB).

A. MA. **B.** $Mx,(Mx\parallel AB)$. **C.** MO. **D.** $My,(My\parallel BC)$.

Câu 15. Hình nào dưới đây là hình biểu diễn của hình chóp tứ giác?

A.  **B.**  **C.**  **D.** 

Câu 16. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AD. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\vec{0}$. **B.** $2\overrightarrow{C'M}=\overrightarrow{C'A}+\overrightarrow{C'D}$.

C. $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{MD}=2\overrightarrow{AD}$.

Câu 17. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm của hình bình hành $ABFE$ và K là tâm của hình bình hành $BCGF$. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

A. Các vectơ $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{AK},\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng. **B.**Các vectơ $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{IK},\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

C. Các vectơ $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{EK},\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng. **D.** Các vectơ $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{IK},\overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.

Câu 18. Cho tứ diện $ABCD$ có M,N lần lượt là trung điểm các cạnh AC và BD. Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN. Hãy chọn khẳng định **sai**

A. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GM}$. **B.** $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. **D.** $2\overrightarrow{NM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$.

Câu 19. Tìm các mệnh đề **sai**:

(I) $\left.\begin{matrix}a//b\\(\alpha)\perp a\end{matrix}\right\}\Rightarrow(\alpha)\perp b$ (II) $\left.\begin{matrix}(\alpha)//(\beta)\\a\perp(\alpha)\end{matrix}\right\}\Rightarrow a\perp(\beta)$

(III) $\left.\begin{matrix}(\alpha)\perp a\\(\beta)\perp a\end{matrix}\right\}\Rightarrow(\alpha)\perp(\beta)$ (IV) $\left.\begin{matrix}a\perp(\alpha)\\b\perp(\alpha)\end{matrix}\right\}\Rightarrow a//b$

A. (I). **B.** (II). **C.** (III). **D.** (III), (IV).

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$ và đáy là hình vuông. Từ A kẻ $AM\perp SB$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $SB\perp(MAC)$. **B.** $AM\perp(SBC)$. **C.** $AM\perp(SAD)$. **D.** $AM\perp(SBD)$.

Câu 21. Một cấp số nhân hữu hạn có công bội $q=2$, số hạng thứ bốn bằng -24 và số hạng cuối bằng -1572864. Hỏi cấp số nhân đó có bao nhiêu số hạng.

A. 18. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 21.

Câu 22. Biết giới hạn $\lim\left[n\left(\sqrt{9n^2+3}-\sqrt{9n^2+2}\right)\right]=\frac{a}{b}$ với $a, b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó, giá trị a^2+b bằng

A. 31. **B.** 7. **C.** 84. **D.** 37.

Câu 23. Trong dịp hội trại hè 2021, bạn An thả một quả bóng cao su từ độ cao $6(\text{m})$ so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng ba phần tư độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa) khoảng:

A. $44(\text{m})$. **B.** $45(\text{m})$. **C.** $42(\text{m})$. **D.** $43(\text{m})$.

Câu 24. Tính giới hạn $I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}$

A. $I=\frac{1}{6}$. **B.** $I=\frac{5}{6}$. **C.** $I=-\frac{5}{6}$. **D.** Nếu $I=-\frac{1}{6}$. .

Câu 25. Biết $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{9x^2-18x+1}+3x\right)=a$ với $a\in\mathbb{N}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. a chia hết cho 6. **B.** a chia hết cho 2.
C. a là hợp số. **D.** a chia hết cho 3.

Câu 26. Cho $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-2}{1-x^2}=14$. Giới hạn của $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3f(x)-2}-2}{x-1}$ là:

A. $+\infty$. **B.** 21. **C.** -21. **D.** 0.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x} & khi\ \ x>0\\ \sqrt{x^2+1} & khi\ \ x\le 0\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng** ?

A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số liên tục trên khoảng $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$.
C. Hàm số liên tục trên đoạn $[0;2]$.
D. Hàm số liên tục tại $x=0$.

Câu 28. Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $(0;1)$

A. $x^2-3x-4=0$. **B.** $(x-1)^5-x^7-2=0$. **C.** $3x^4-4x^2+5=0$. **D.** $x^{2021}-8x^2+4=0$.

Câu 29. Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x}{x-2}$ .Tập nghiệm của bất phương trình $y'\le 0$ có chứa bao nhiêu phần tử là số nguyên ?

A. 4. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 30. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+mx+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $y'=0$ có hai nghiệm dươnng phân biệt ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 31. Cho đồ thị $(C): y=\dfrac{3x-2}{x-1}$ và $A(9;0)$. Có hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) đi qua điểm $A(9;0)$. Biết tổng hệ số góc của hai tiếp tuyến đó có dạng $-\dfrac{a}{b}$ (với a,b là các số nguyên dương, $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của $a+b$ là bao nhiêu?

A. 30. **B.** 29. **C.** 3. **D.** −29.

Câu 32. Cho hàm số $y=(m+1)\sin x+m\cos x-(m+2)x+1$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để $y'=0$ vô nghiệm

A. $S=2$. **B.** $S=3$. **C.** $S=4$. **D.** $S=5$.

Câu 33. Cho hàm số $y=\cos^4 x+\sin^4 x$. Biết $y'=\dfrac{a}{b}\sin 4x$, a,b là số nguyên và a,b nguyên tố cùng nhau. Tính a^2+b^2.

A. 17. **B.** 257. **C.** 5. **D.** 226.

Câu 34. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi N là điểm thỏa $\overrightarrow{C'N}=2\overrightarrow{NB'}$, M là trung điểm của $A'D'$, I là giao điểm của $A'N$ và $B'M$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AA'}+\dfrac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{5}\overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AA'}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{AA'}+\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{AI}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AA'}+\dfrac{1}{5}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AD}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $2a$, ΔSAD vuông tại A. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AB và BC. Biết $SM=SA=a$. Khi đó cô sin của góc giữa hai đường thẳng SM và DN bằng?

A. $\cos(\widehat{SM,\mathrm{DN}})=\dfrac{1}{5}$. **B.** $\cos(\widehat{SM,\mathrm{DN}})=\dfrac{1}{2}$.

C. $\cos(\widehat{SM,\mathrm{DN}})=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\cos(\widehat{SM,\mathrm{DN}})=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AE, AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $SC\perp(AFB)$. **B.** $SC\perp(AEF)$. **C.** $SC\perp(AEC)$. **D.** $SC\perp(AED)$.

Câu 37.[1H3-4.3-3] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB=2, AD=3, \mathrm{AA'}=4$. Góc giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ là α. Tính giá trị gần đúng của α?

A. $45,2°$. **B.** $38,1°$. **C.** $53,4°$. **D.** $61,6°$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA=a$ và vuông góc với đáy. Mặt phẳng (α) đi qua trung điểm E của SC và vuông góc với AB. Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi (α) với hình chóp đã cho.

A. $S=\dfrac{5a^2\sqrt{3}}{16}$. **B.** $S=\dfrac{a^2\sqrt{7}}{32}$. **C.** $S=\dfrac{5a^2\sqrt{3}}{32}$. **D.** $S=\dfrac{5a^2\sqrt{2}}{16}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$, $SA\perp(ABC)$, có đáy ABC là tam giác biết $AB=AC=a$, $\widehat{ACB}=60°$. Góc mặt phẳng (SBC) và đáy là $30°$. Tính diện tích tam giác SBC.

A. $\dfrac{a^2}{2}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác đều

và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SCD).

A. $h=\dfrac{2a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $h=2a$. **C.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $h=\dfrac{2a\sqrt{3}}{7}$.

Câu 41. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases}u_1=5\\ u_{n+1}=\dfrac{3u_n-2}{2u_n-1}\end{cases}(n\ge 1)$.

Tìm $\lim\dfrac{1}{n^2-6n+5}\left(\dfrac{1}{u_1-1}+\dfrac{1}{u_2-1}+\dfrac{1}{u_3-1}+...+\dfrac{1}{u_n-1}\right)$.

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** $\dfrac{7}{4}$. **D.** 1.

Câu 42. Cho $a,b\in\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{(a+5)x^2-2(a+2)x+2a+b+7}-\sqrt{6x+3}}{x^2-2x+1}=\dfrac{13}{12}$. Tính giá trị của a^2+b^2.

A. 2. **B.** $\dfrac{17}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** $\dfrac{2845}{72}$.

Câu 43: Cho các số thực a,b,c thỏa mãn $9a-27>3b-c$ và c là số âm. Khi đó số nghiệm thực phân biệt của phương trình $x^3+ax^2+bx+c=0$ bằng

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Câu 44. Biết đồ thị hàm số $(C):y=\dfrac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $d:y=2x+m$ giao nhau tại hai điểm phân biệt A,B sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau. Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây:

A. $[-2;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $[0;2)$. **D.** $[2;+\infty)$.

Câu 45. Tính $A=2021C_{2021}^{0}4^{2020}+2020C_{2021}^{1}4^{2019}+2019C_{2021}^{2}4^{2018}+...+2.C_{2021}^{2019}.4+C_{2021}^{2020}$.

A. $A=5^{2020}$. **B.** $A=2020.5^{2021}$.
C. $A=2020.5^{2020}$. **D.** $A=2021.5^{2020}$.

Câu 46. Giá trị của tổng $S=2.1C_{2021}^{2}+4.3C_{2021}^{4}+...2k(2k-1)C_{2021}^{2k}+...+2020.2019C_{2021}^{2020}$ bằng?

A. $2021.2020.2^{2018}$. **B.** $2021.2020.2^{2019}$. **C.** $2021.2020.2^{2020}$. **D.** $2021.2020.2^{2021}$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC. Biết tam giác SBC là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa SA và BC

A. $60°$ **B.** $90°$ **C.** $45°$ **D.** $30°$

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O ,các cạnh bên và cạnh đáy của hình chóp đều bằng a, E là trung điểm SB. Lấy I trên đoạn OD với $DI=x$. Gọi (α) là mặt phẳng qua I và song song mp (EAC). Giá trị x sao cho thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (α) có diện tích lớn nhất là $\dfrac{m}{n}a\sqrt{2}$ với $m,n\in\mathbb{N}^*$; $(m,n)=1$. Khi đó $m+n$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC đều cạnh a. Gọi I là trung điểm AB, hình chiếu của điểm S lên (ABC) là trung điểm H của đoạn CI, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SA và CI bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{7}}{4}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{77}}{22}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=BC=CA=a$, $SA=SB=SC=a\sqrt{3}$, M là điểm bất kì trong không gian. Gọi d là tổng khoảng cách từ M đến tất cả các đường thẳng AB, BC, CA, SA, SB, SC. Giá trị nhỏ nhất của d bằng

A. $2a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

PHẦN II: BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.C	4.C	5.C	6.C	7.C	8.D	9.A	10.D
11.C	12.D	13.D	14.B	15.D	16.B	17.B	18.D	19.D	20.B
21.C	22.D	23.C	24.C	25.D	26.C	27.B	28.D	29.D	30.B
31.B	32.B	33.B	34.A	35.C	36.B	37.D	38.C	39.A	40.A
41.D	42.C	43.C	44.A	45.D	46.A	47.B	48.C	49.D	50.C

PHẦN III: LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?

A. $1, 0, 1, 0, 1.$ **B.** $1, 2, 4, 6, 8.$

C. $3, -3, 3, -3, 3.$ **D.** $1, 4, 9, 16, 25.$

Lời giải

Xét dãy số $3, -3, 3, -3, 3$ ta có $u_2 = u_1.(-1)$, $u_3 = u_2.(-1)$, $u_4 = u_3.(-1)$, $u_5 = u_4.(-1)$.

Vậy dãy số $3, -3, 3, -3, 3$ là cấp số nhân với $u_1 = 3$ và $q = -1$.

Câu 2. Cho các dãy số (u_n), (v_n) và $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = +\infty$. Hãy chọn khẳng định đúng nhất?

A. $\lim \dfrac{u_n}{v_n} = 0$. **B.** $\lim (u_n v_n) = +\infty$. **C.** $\lim (u_n + v_n) = 0$. **D.** $\lim (u_n - v_n) = a$.

Lời giải

Dùng tính chất giới hạn: cho dãy số $(u_n), (v_n)$ và $\lim u_n = a, \lim v_n = +\infty$ trong đó a hữu hạn thì $\lim \dfrac{u_n}{v_n} = 0$.

Câu 3. $\lim \dfrac{-2n^3 + n - 5}{n^4 - 2n + 2}$ có giá trị bằng

A. $-\infty$. **B.** -2. **C.** 0. **D.** -6.

Lời giải

$$\lim \frac{-2n^3 + n - 5}{n^4 - 2n + 2} = \lim \frac{-\dfrac{2}{n} + \dfrac{1}{n^3} - \dfrac{5}{n^4}}{1 - \dfrac{2}{n^3} + \dfrac{2}{n^4}} = 0.$$

Câu 4. Tính $\lim \dfrac{5^n - 1}{3^n + 1}$

A. $\dfrac{3}{5}$. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim \dfrac{5^n - 1}{3^n + 1} = \lim \dfrac{1 - \left(\dfrac{1}{5}\right)^n}{\left(\dfrac{3}{5}\right)^n + \left(\dfrac{1}{5}\right)^n}$.

Vì $\lim \left(1 - \left(\dfrac{1}{5}\right)^n\right) = 1 > 0$, $\lim \left(\dfrac{3}{5}\right)^n + \left(\dfrac{1}{5}\right)^n = 0$ và $\left(\dfrac{3}{5}\right)^n + \left(\dfrac{1}{5}\right)^n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy $\lim \dfrac{5^n - 1}{3^n + 1} = +\infty$.

Câu 5. Giới hạn $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x^2+3x+2}{\left|1-x^2\right|}$ bằng

A. $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x^2+3x+2}{1-x^2}$. **B.** $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-1}$. **C.** $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x+2}{x-1}$. **D.** $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x+2}{1-x}$.

Lời giải

Vì $x\to -1^-$ nên $x<-1$. Khi đó biểu thức $1-x^2<0$

Ta có $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x^2+3x+2}{\left|1-x^2\right|}=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{(x+2)(x+1)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x+2}{x-1}$.

Câu 6. Biết $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt{ax^2+2x-1}}{x-3}=b$. Chọn khẳng định **sai**?

A. $b\ge 0$. **B.** $a\ge 0$. **C.** $b<0$. **D.** $a=b^2$.

Lời giải

Để tồn tại giới hạn thì: $a\ge 0$

Khi $a\ge 0$, $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt{ax^2+2x-1}}{x-3}=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x\left(\sqrt{a+\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{x^2}}\right)}{x\left(1-\dfrac{3}{x}\right)}=\sqrt{a}\Rightarrow b=\sqrt{a}$

Nên $b\ge 0$ và $a=b^2$.

Câu 7. Gọi S là tập các giá trị của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2-3x & khi \quad x\ne 1\\ m^2+m-8 & khi \quad x=1\end{cases}$ liên tục tại x=1. Số phần tử của tập S bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $f(1)=m^2+m-8$ và $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=\lim\limits_{x\to 1}(x^2-3x)=-2$.

Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x=1\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 1}f(x)=f(1)\Leftrightarrow m^2+m-8=-2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\ m=-3\end{array}\right.$.

Vậy $S=\{2;-3\}$. Số phần tử S là 2.

Câu 8. Khẳng định nào sau đây là **đúng?**

A. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)+f(x_0)}{x-x_0}$. **B.** $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)+f(x_0)}{x+x_0}$.

C. $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x_0)-f(x)}{x+x_0}$. **D.** $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.

Lời giải

Công thức đúng $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

Câu 9. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ song song với đường thẳng $x-5y+2020=0$ có phương trình là

A. $y=\dfrac{1}{5}x+\dfrac{2}{5}$ và $y=\dfrac{1}{5}x+\dfrac{22}{5}$. **B.** $y=\dfrac{1}{5}x+\dfrac{2}{5}$ và $y=\dfrac{1}{5}x-\dfrac{22}{5}$.

C. $y=\dfrac{1}{5}x-\dfrac{2}{5}$ và $y=\dfrac{1}{5}x-\dfrac{22}{5}$. **D.** $y=\dfrac{1}{5}x-\dfrac{2}{5}$ và $y=\dfrac{1}{5}x-\dfrac{22}{5}$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến cần tìm.

Ta có $y'=\dfrac{5}{(x+2)^2}$, vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $x-5y+2020=0$ hay $y=\dfrac{1}{5}x+404$ nên hệ số góc của tiếp tuyến bằng $\dfrac{1}{5}\Rightarrow\dfrac{5}{(x_0+2)^2}=\dfrac{1}{5}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=3\\x_0=-7\end{array}\right.$.

Vậy có hai tiếp tuyến thỏa mãn là $y=\dfrac{1}{5}x+\dfrac{2}{5}$ và $y=\dfrac{1}{5}x+\dfrac{22}{5}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x}\ (x>0)$ Tính $f''(1)$.

A. $f''(1)=4$. **B.** $f''(1)=2$. **C.** $f''(1)=\dfrac{1}{2}$. **D.** $f''(1)=\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\Rightarrow f''(x)=-\dfrac{1}{4x\sqrt{x}}$ nên $f''(1)=-\dfrac{1}{4}$.

Câu 11. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos ax}{x^2}$:

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $\dfrac{a^2}{2}$. **D.** 0.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2\sin^2\dfrac{ax}{2}}{x^2}=\dfrac{a^2}{2}\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{\sin\dfrac{ax}{2}}{\dfrac{ax}{2}}\right)^2=\dfrac{a^2}{2}$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$. Vi phân của hàm số là:

A. $\mathrm{d}y=-\dfrac{x^2-2x-2}{(x-1)^2}\mathrm{d}x$. **B.** $\mathrm{d}y=\dfrac{2x+1}{(x-1)^2}\mathrm{d}x$.

C. $\mathrm{d}y=-\dfrac{2x+1}{(x-1)^2}\mathrm{d}x$. **D.** $\mathrm{d}y=\dfrac{x^2-2x-2}{(x-1)^2}\mathrm{d}x$.

Lời giải

Ta có $\mathrm{d}y=\left(\dfrac{x^2+x+1}{x-1}\right)'\mathrm{d}x=\dfrac{(2x+1)(x-1)-(x^2+x+1)}{(x-1)^2}\mathrm{d}x=\dfrac{x^2-2x-2}{(x-1)^2}\mathrm{d}x$.

Câu 13. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2021$. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $y''>0$.

A. $[1;+\infty)$. **B.** $[0;2]$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

+)Ta có: $y'=3x^2-6x, y''=6x-6$ suy ra $y''>0\Leftrightarrow6x-6>0\Leftrightarrow x>1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $y''>0$ là $S=(1;+\infty)$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của SA. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MCD) và (SAB).

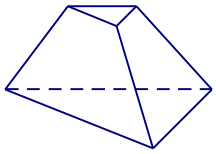
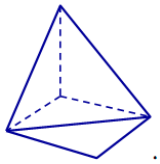
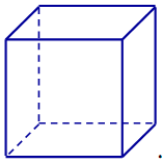
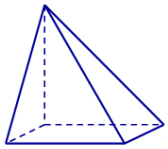
A. MA. **B.** $Mx,(Mx\ //\ AB)$. **C.** MO. **D.** $My,(My\ //\ BC)$.

Lời giải

Ta xét (MCD) và (SAB) có:

$$\left.\begin{array}{l}\{M\}\in(MCD)\cap(SAB)\\ CD\subset(MCD),AB\subset(SAB)\\ AB\ /\!/\ CD\end{array}\right\}\Rightarrow(MCD)\cap(SAB)=Mx,(Mx\ /\!/\ AB\ /\!/\ CD).$$

Câu 15. Hình nào dưới đây là hình biểu diễn của hình chóp tứ giác?

A.  **B.**  **C.**  **D.** 

Lời giải

Chọn đáp án D.

Câu 16. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AD. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

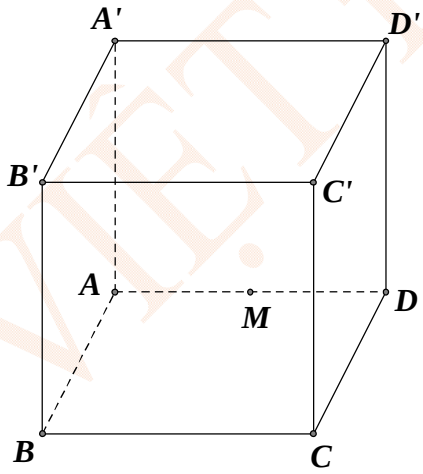
A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\vec{0}$.

B. $2\overrightarrow{C'M}=\overrightarrow{C'A}+\overrightarrow{C'D}$.

C. $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AC'}$.

D. $\overrightarrow{MD}=2\overrightarrow{AD}$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$ nên đáp án A sai.

$2\overrightarrow{C'M}=\overrightarrow{C'A}+\overrightarrow{C'D}$ đúng do M là trung điểm của AD nên chọn đáp án B.

$\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{CA'}$ nên đáp án C sai.

$\overrightarrow{MD}=2\overrightarrow{AD}$ sai do M là trung điểm của $AD\Rightarrow\overrightarrow{MD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ nên đáp án D sai.

Câu 17. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm của hình bình hành $ABFE$ và K là tâm của hình bình hành $BCGF$. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

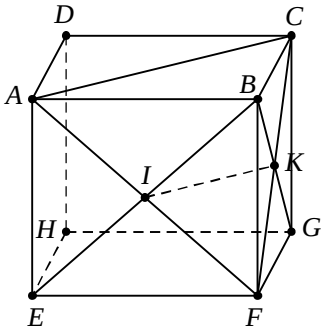
A. Các vectơ $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{AK},\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

B. Các vectơ $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{IK},\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

C. Các vectơ $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{EK},\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

D. Các vectơ $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{IK},\overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.

Lời giải



Vì I, K lần lượt là trung điểm của AF và CF.

Suy ra IK là đường trung bình của tam giác $AFC \Rightarrow IK // AC \Rightarrow IK // (ABCD)$.

Mà $GF // (ABCD)$ và $BD \subset (ABCD)$ suy ra ba vectơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

Câu 18. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC và BD. Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN. Hãy chọn khẳng định **sai**

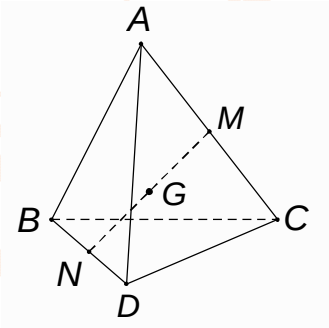
A. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GM}$.

B. $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

D. $2\overrightarrow{NM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$.

Lời giải



$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GM}$ đúng theo tính chất trung điểm đoạn thẳng

$\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{MN}$ đúng vì $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=2\overrightarrow{GN}=\overrightarrow{MN}$

$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ đúng vì $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=2\left(\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}\right)=\vec{0}$.

$2\overrightarrow{NM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$ sai vì :

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NB}\right)+\left(\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{ND}\right)$

$=2\overrightarrow{MN}+\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{CM}\right)+\left(\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{ND}\right)=2\overrightarrow{MN}+\vec{0}+\vec{0}=2\overrightarrow{MN}$.

Câu 19. Tìm các mệnh đề **sai**:

$(I)\ \left.\begin{matrix}a//b\\(\alpha)\perp a\end{matrix}\right\}\Rightarrow(\alpha)\perp b$ $(II)\ \left.\begin{matrix}(\alpha)//(\beta)\\a\perp(\alpha)\end{matrix}\right\}\Rightarrow a\perp(\beta)$

$(III)\ \left.\begin{matrix}(\alpha)\perp a\\(\beta)\perp a\end{matrix}\right\}\Rightarrow(\alpha)\perp(\beta)$ $(IV)\ \left.\begin{matrix}a\perp(\alpha)\\b\perp(\alpha)\end{matrix}\right\}\Rightarrow a//b$

A. (I). **B.** (II). **C.** (III). **D.** (III), (IV).

Lời giải

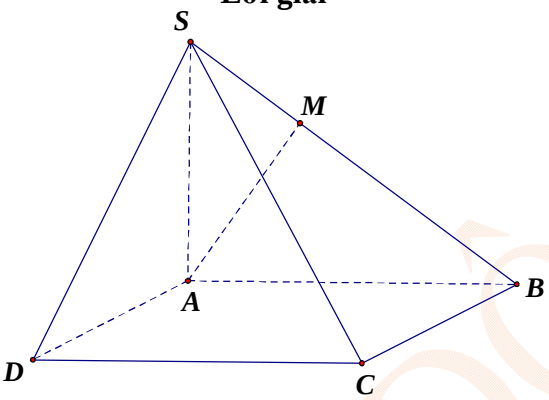
Mệnh đề $(III)\ \left.\begin{matrix}(\alpha)\perp a\\(\beta)\perp a\end{matrix}\right\}\Rightarrow(\alpha)\perp(\beta)$ sai vì $(\alpha), (\beta)$ sẽ song song hoặc trùng với nhau.

Mệnh đề (IV) $\left.\begin{array}{l} a\perp(\alpha) \\ b\perp(\alpha) \end{array}\right\}\Rightarrow a//b$ sai vì a, b có thể trùng nhau.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$ và đáy là hình vuông. Từ A kẻ $AM\perp SB$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $SB\perp(MAC)$. **B.** $AM\perp(SBC)$. **C.** $AM\perp(SAD)$. **D.** $AM\perp(SBD)$.

Lời giải



Ta có $BC\perp(SAB)$ nên $BC\perp AM$,

Mà $AM\perp SB$ (theo giả thiết)

Vậy $AM\perp(SBC)$

Câu 21. Một cấp số nhân hữu hạn có công bội $q=2$, số hạng thứ bốn bằng -24 và số hạng cuối bằng -1572864. Hỏi cấp số nhân đó có bao nhiêu số hạng.

A. 18. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 21.

Lời giải

Gọi cấp số nhân đó là: $u_1;u_2;u_3;.....;u_n$.

Ta có: $u_4=-24\Leftrightarrow u_1.q^3=-24\Leftrightarrow u_1.2^3=-24\Leftrightarrow u_1=-3$.

$u_n=-1572864\Leftrightarrow u_1.q^{n-1}=-15728643\Leftrightarrow(-3).2^{n-1}=-1572864\Rightarrow n-1=19\Rightarrow n=20$.

Vậy cấp số nhân có 20 số hạng.

Câu 22. Biết giới hạn $\lim\left[n\left(\sqrt{9n^2+3}-\sqrt{9n^2+2}\right)\right]=\frac{a}{b}$ với $a, b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó, giá trị a^2+b bằng

A. 31. **B.** 7. **C.** 84. **D.** 37.

Lời giải

Ta có: $\lim\left[n\left(\sqrt{9n^2+3}-\sqrt{9n^2+2}\right)\right]=\lim\frac{n}{\sqrt{9n^2+3}+\sqrt{9n^2+2}}=\lim\frac{1}{\sqrt{9+\frac{3}{n^2}}+\sqrt{9+\frac{2}{n^2}}}=\frac{1}{6}$.

Suy ra $a=1, b=6$. Ta có $a^2+b=1^2+6=7$.

Câu 23. Trong dịp hội trại hè 2021, bạn An thả một quả bóng cao su từ độ cao $6(\text{m})$ so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng ba phần tư độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa) khoảng:

A. $44(\text{m})$. **B.** $45(\text{m})$. **C.** $42(\text{m})$. **D.** $43(\text{m})$.

Lời giải

Ta có quãng đường bóng bay bằng tổng quảng đường bóng nảy lên và quãng đường bóng rơi xuống.

Vì mỗi lần bóng nảy lên bằng $\frac{3}{4}$ lần nảy trước nên ta có tổng quãng đường bóng nảy lên là

$S_1 = 6.\frac{3}{4} + 6.\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 6.\left(\frac{3}{4}\right)^3 + ... + 6.\left(\frac{3}{4}\right)^n + ...$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 6.\frac{3}{4} = \frac{9}{2}$ và công bội $q = \frac{3}{4}$.

Suy ra $S_1 = \frac{\frac{9}{2}}{1-\frac{3}{4}} = 18$.

Tổng quãng đường bóng rơi xuống bằng khoảng cách độ cao ban đầu và tổng quãng đường bóng nảy lên nên là $S_2 = 6 + 6.\left(\frac{3}{4}\right) + 6.\left(\frac{3}{4}\right)^2 + ... + 6.\left(\frac{3}{4}\right)^n + ...$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu $u_1 = 6$ và công bội $q = \frac{3}{4}$. Suy ra

$S_2 = \frac{6}{1-\frac{3}{4}} = 24$.

Vậy tổng quãng đường bóng bay là $S = S_1 + S_2 = 18 + 24 = 42$.

Câu 24. Tính giới hạn $I = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}$

A. $I = \frac{1}{6}$. **B.** $I = \frac{5}{6}$. **C.** $I = -\frac{5}{6}$. **D.** Nếu $I = -\frac{1}{6}$. .

Lời giải

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}} = \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1 + 1 - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}$$

$$= \lim_{x\to 0} \left[\frac{(1+x-1)\left(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}\right)}{(1-x-1-x)\left(\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{1+x} + 1\right)} + \frac{\left[1-(1-x)\right]\left(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}\right)}{(1-x-1-x)\left(1+\sqrt{1-x}\right)} \right]$$

$$= \lim_{x\to 0} \left[\frac{\left(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}\right)}{-2\left(\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{1+x} + 1\right)} + \frac{\left(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}\right)}{-2\left(1+\sqrt{1-x}\right)} \right] = -\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{5}{6}$$

Câu 25. Biết $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(\sqrt{9x^2 - 18x + 1} + 3x\right) = a$ với $a \in \mathbb{N}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. a chia hết cho 6. **B.** a chia hết cho 2.
C. a là hợp số. **D.** a chia hết cho 3.

Lời giải

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{9x^2-18x+1}+3x\right)=\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{\left(9x^2-18x+1\right)-9x^2}{\sqrt{9x^2-18x+1}-3x}\right]$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{-18x+1}{\sqrt{9x^2-18x+1}-3x}\right]=\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{x\left(-18+\frac{1}{x}\right)}{x\left(-\sqrt{9-\frac{18}{x}+\frac{1}{x^2}}-3\right)}\right]=\frac{-18}{-6}=3$$

Câu 26. Cho $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-2}{1-x^2}=14$. Giới hạn của $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{3f(x)-2}-2}{x-1}$ là:

A. $+\infty$. **B.** 21. **C.** -21. **D.** 0.

Lời giải

Ta có:

$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-2}{1-x^2}=14$ suy ra $f(1)=2$

Theo đề bài ta có:

$$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{3f(x)-2}-2}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{\left(3f(x)-2-4\right)(x+1)}{\left(x^2-1\right)\left(\sqrt{3f(x)-2}+2\right)}$$

$$=\lim_{x\to1}\left[\frac{f(x)-2}{1-x^2}.\frac{-3(x+1)}{\sqrt{3f(x)-2}+2}\right]$$

Ta có: $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-2}{1-x^2}=14$; $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{-3(x+1)}{\sqrt{3f(x)-2}+2}=\dfrac{-3.2}{\sqrt{3f(1)-2}+2}=\dfrac{-3.2}{2+2}=\dfrac{-3}{2}$

Suy ra: $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{3f(x)-2}-2}{x-1}=14.\left(\dfrac{-3}{2}\right)=-21$

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x} & khi\ \ x>0\\ \sqrt{x^2+1} & khi\ \ x\le0\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng** ?

A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số liên tục trên khoảng $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$.

C. Hàm số liên tục trên đoạn $[0;2]$.

D. Hàm số liên tục tại $x=0$.

Lời giải

$$\lim_{x\to0^+}f(x)=\lim_{x\to0^+}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}=\lim_{x\to0^+}\frac{x+1-1}{x\left(\sqrt{x+1}+1\right)}=\lim_{x\to0^+}\frac{1}{\left(\sqrt{x+1}+1\right)}=\frac{1}{2}$$

$\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\sqrt{x^2+1}=1$

Vì $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)\ne\lim\limits_{x\to0^-}f(x)$ nên hàm số $f(x)$ không liên tục tại $x=0$.

Với $x>0$, hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$.

Với $x<0$, hàm số $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ liên tục trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 28. Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $(0;1)$

A. $x^2-3x-4=0$. **B.** $(x-1)^5-x^7-2=0$.

C. $3x^4-4x^2+5=0$. **D.** $x^{2021}-8x^2+4=0$.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=x^{2021}-8x^2+4=0$.

Hàm số liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $f(0).f(1)=4.(-3)=-12<0$

Vậy phương trình $x^{2021}-8x^2+4=0$ có nghiệm trong khoảng $(0;1)$.

Câu 29. Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x}{x-2}$ .Tập nghiệm của bất phương trình $y'\le 0$ có chứa bao nhiêu phần tử là số nguyên ?

A. 4. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Ta có : $y=\dfrac{2x^2-3x}{x-2}$

Suy ra: $y'=\dfrac{(4x-3).(x-2)-(2x^2-3x)}{(x-2)^2}=\dfrac{4x^2-11x+6-2x^2+3x}{(x-2)^2}=\dfrac{2x^2-8x+6}{(x-2)^2}$

Khi đó $y'\le 0\Leftrightarrow \dfrac{2x^2-8x+6}{(x-2)^2}\le 0\Leftrightarrow \begin{cases}1\le x\le 3\\ x\ne 2\end{cases}$. Tập nghiệm của bất phương trình $y'\le 0$ có chứa 2 số nguyên.

Câu 30. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+mx+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $y'=0$ có hai nghiệm dươnng phân biệt ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Với $y=x^3-3x^2+mx+1$ ta có $y'=3x^2-6x+m$

Khi đó: $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x+m=0$. (1)

Phương trình (1) ó hai nghiệm dương phân biệt khi $\begin{cases}\Delta'=9-3m>0\\ S=2>0\\ P=\dfrac{m}{3}>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<3$

Vậy có hai giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 31. Cho đồ thị $(C):y=\dfrac{3x-2}{x-1}$ và $A(9;0)$. Có hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) đi qua điểm $A(9;0)$. Biết tổng hệ số góc của hai tiếp tuyến đó có dạng $-\dfrac{a}{b}$ (với a,b là các số nguyên dương, $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của $a+b$ là bao nhiêu?

A. 30. **B.** 29. **C.** 3. **D.** –29.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Ta có: $y' = \dfrac{-1}{(x-1)^2}$

Đường thẳng d đi qua điểm $A(9;0)$ với hệ số góc k có phương trình $y = k(x-9)$

Đường thẳng d tiếp xúc với đồ thị (C) khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} \dfrac{3x-2}{x-1} = k(x-9) & (1) \\ \dfrac{-1}{(x-1)^2} = k & (2) \end{cases}$$

Thế (2) vào (1), ta có:

$$\frac{3x-2}{x-1} = \frac{-1}{(x-1)^2}(x-9) \Leftrightarrow (x-1).(3x-2) = -(x-9) \Leftrightarrow 3x^2 - 4x - 7 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{7}{3} \end{array}\right.$$

Do đó tổng hệ số góc của hai tiếp tuyến đó bằng $y'(-1) + y'\left(\dfrac{7}{3}\right) = -\dfrac{1}{4} + \left(-\dfrac{9}{16}\right) = -\dfrac{13}{16}$

Khi đó $a+b = 13+16 = 29$

Câu 32. Cho hàm số $y = (m+1)\sin x + m\cos x - (m+2)x + 1$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để $y' = 0$ vô nghiệm

A. $S = 2$. **B.** $S = 3$. **C.** $S = 4$. **D.** $S = 5$.

Lời giải

Ta có: $y' = (m+1)\cos x - m\sin x - (m+2)$

Phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow (m+1)\cos x - m\sin x = (m+2)$

Điều kiện phương trình vô nghiệm là $a^2 + b^2 < c^2$

$\Leftrightarrow (m+1)^2 + m^2 < (m+2)^2 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 3$.

Vậy: $m \in \{0,1,2\} \Rightarrow S = 3$

Câu 33. Cho hàm số $y = \cos^4 x + \sin^4 x$. Biết $y' = \dfrac{a}{b}\sin 4x$, a, b là số nguyên và a, b nguyên tố cùng nhau.

Tính $a^2 + b^2$.

A. 17. **B.** 257. **C.** 5. **D.** 226.

Lời giải

$$y = \cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2\sin^2 x\cos^2 x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x = 1 - \frac{1}{4}(1 - \cos 4x) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\cos 4x$$

$\Rightarrow y' = -\dfrac{1}{16}\sin 4x$. Do đó: $a^2 + b^2 = 1 + 16^2 = 257$.

Câu 34. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi N là điểm thỏa $\overrightarrow{C'N} = 2\overrightarrow{NB'}$, M là trung điểm của $A'D'$, I là giao điểm của $A'N$ và $B'M$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AA'} + \dfrac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{5}\overrightarrow{AD}$.

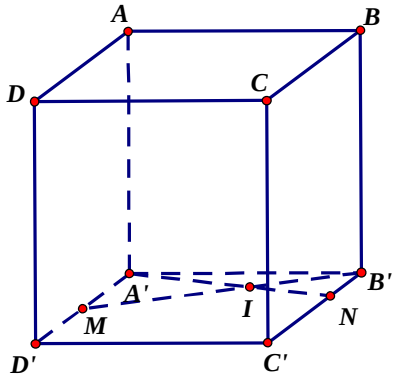
B. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AA'} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{6}\overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AA'} + \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{AI} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AA'} + \dfrac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{6}\overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: tam giác $IA'M$ đồng dạng với tam giác INB' nên suy ra:

$$\frac{IA'}{IN}=\frac{A'M}{B'N}=\frac{\frac{1}{2}A'D'}{\frac{1}{3}A'D'}=\frac{3}{2}\Rightarrow A'I=\frac{3}{5}A'N$$

$$\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{A'I}=\overrightarrow{AA'}+\frac{3}{5}\overrightarrow{A'N}=\overrightarrow{AA'}+\frac{3}{5}\left(\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{B'N}\right)=\overrightarrow{AA'}+\frac{3}{5}\left(\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\right)$$

$$=\overrightarrow{AA'}+\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $2a$, ΔSAD vuông tại A. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AB và BC. Biết $SM=SA=a$. Khi đó cô sin của góc giữa hai đường thẳng SM và DN bằng?

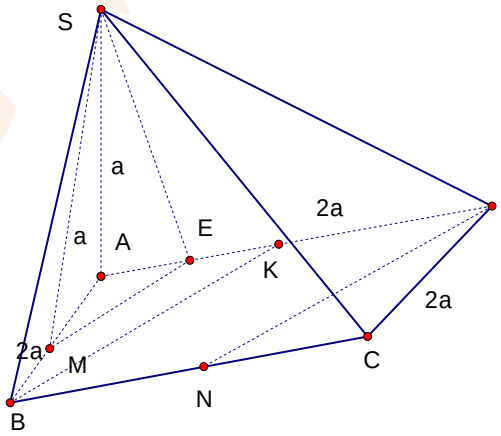
A. $\cos(\widehat{SM,\mathrm{DN}})=\frac{1}{5}$.

B. $\cos(\widehat{SM,\mathrm{DN}})=\frac{1}{2}$.

C. $\cos(\widehat{SM,\mathrm{DN}})=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

D. $\cos(\widehat{SM,\mathrm{DN}})=-\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải



Kẻ $\mathrm{BK}//\mathrm{DN},\mathrm{ME}//\mathrm{BK}$, suy ra $(\widehat{SM,\mathrm{DN}})=(\widehat{SM,AE})$.

Ta có K la trung điểm AD và E là trung điểm AK suy ra $AE=\frac{1}{2}AK=\frac{1}{4}AD=\frac{1}{2}a$.

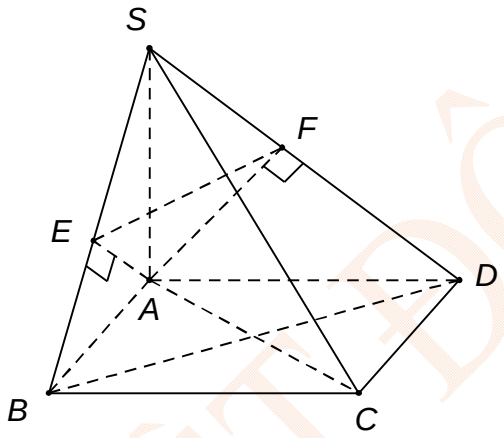
Xét tam giác vuông SEA có $SE=\sqrt{SA^2+AE^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$ và tam giác vuông AME có $ME=\sqrt{AM^2+AE^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Do đó $\cos\widehat{SME}=\dfrac{SM^2+ME^2-SE^2}{2.SM.\text{ME}}=\dfrac{a^2+\frac{5a^2}{4}-\frac{5a^2}{4}}{2.a.\frac{a\sqrt{5}}{2}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ suy ra $\cos(\widehat{SM,\text{DN}})=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AE, AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $SC\perp(AFB)$. **B.** $SC\perp(AEF)$. **C.** $SC\perp(AEC)$. **D.** $SC\perp(AED)$.

Lời giải



Vì SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)\Rightarrow SA\perp BC$.

Mà $AB\perp BC$ nên suy ra $BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp AE\subset(SAB)$.

Tam giác SAB có đường cao $AE\Rightarrow AE\perp SB$ mà $AE\perp BC\Rightarrow AE\perp(SBC)\Rightarrow AE\perp SC$.

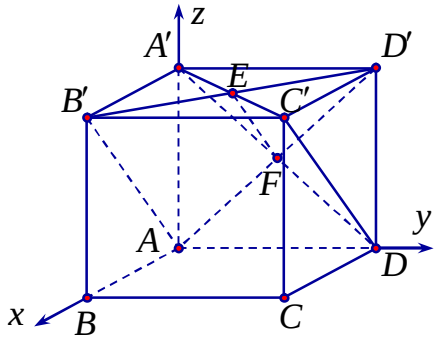
Tương tự, ta chứng minh được $AF\perp SC$. Do đó $SC\perp(AEF)$.

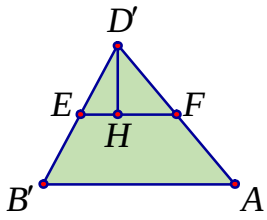
Câu 37.[1H3-4.3-3] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB=2, AD=3, \text{AA}'=4$. Góc giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ là α. Tính giá trị gần đúng của α?

A. $45,2°$. **B.** $38,1°$. **C.** $53,4°$. **D.** $61,6°$.

Lời giải

Hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ có giao tuyến là EF như hình vẽ. Từ A' và D' ta kẻ 2 đoạn vuông góc lên giao tuyến EF sẽ là chung một điểm H như hình vẽ. Khi đó, góc giữa hai mặt phẳng cần tìm chính là góc giữa hai đường thẳng $A'H$ và $D'H$.





Tam giác DEF lần lượt có $D'E=\dfrac{D'B'}{2}=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$, $D'F=\dfrac{D'A}{2}=\dfrac{5}{2}$, $EF=\dfrac{B'A}{2}=\sqrt{5}$.

Theo Hê rông ta có: $S_{DEF}=\frac{\sqrt{61}}{4}$. Suy ra $D'H=\frac{2S_{DEF}}{EF}=\frac{\sqrt{305}}{10}$.

Tam giác $D'A'H$ có: $\cos\widehat{A'HD'}=\frac{HA'^2+HD'^2-A'D'^2}{2HA'.HD'}=-\frac{29}{61}$.

Do đó $\widehat{A'HD'}\approx 118,4°$ hay $\left(\widehat{A'H,D'H}\right)\approx 180°-118,4°=61,6°$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA=a$ và vuông góc với đáy. Mặt phẳng (α) đi qua trung điểm E của SC và vuông góc với AB. Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi (α) với hình chóp đã cho.

A. $S=\frac{5a^2\sqrt{3}}{16}$. **B.** $S=\frac{a^2\sqrt{7}}{32}$. **C.** $S=\frac{5a^2\sqrt{3}}{32}$. **D.** $S=\frac{5a^2\sqrt{2}}{16}$.

Lời giải

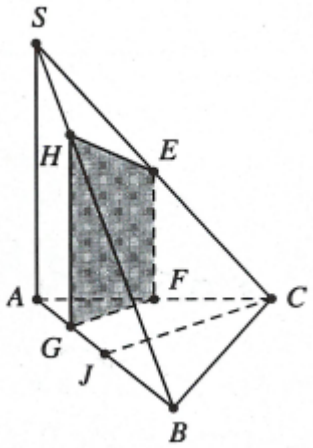
Gọi F là trung điểm AC EF $//SA$.

Do $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp AB$ nên EF $\perp AB$.

Gọi J, G lần lượt là trung điểm AB, AJ

Suy ra $CJ\perp AB; FG//CJ\Rightarrow FG\perp AB$.

Trong ΔSAB kẻ $GH//SA(H\in SB)\Rightarrow GH\perp AB$ Suy ra thiết diện cần tìm là hình thang vuông EFGH



$S_{EFGH}=\frac{1}{2}(EF+GH).FG$.

$EF=\frac{1}{2}SA=\frac{a}{2}; FG=\frac{1}{2}CJ=\frac{a\sqrt{3}}{4}$;

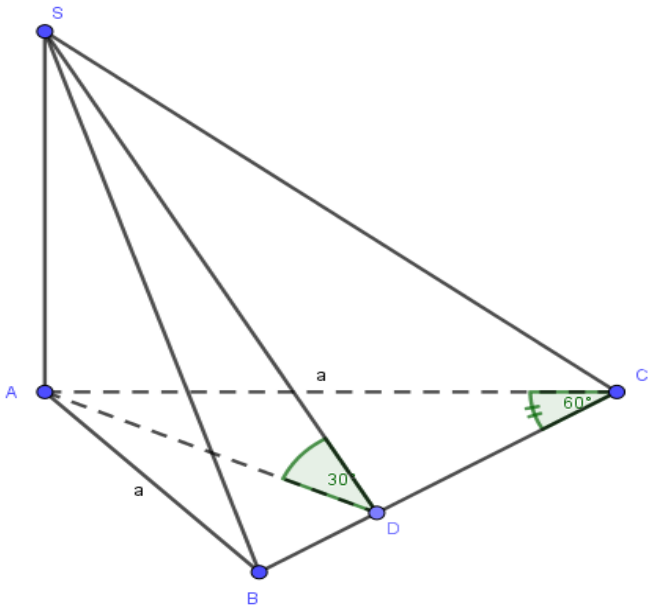
$\frac{GH}{SA}=\frac{BG}{BA}\to GH=BG=\frac{3a}{4}$.

$S_{EFGH}=\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}+\frac{3a}{4}\right).\frac{a\sqrt{3}}{4}=\frac{5a^2\sqrt{3}}{32}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$, $SA\perp(ABC)$, có đáy ABC là tam giác biết $AB=AC=a$, $\widehat{ACB}=60°$. Góc mặt phẳng (SBC) và đáy là $30°$. Tính diện tích tam giác SBC.

A. $\frac{a^2}{2}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Ta có: ΔABC cân tại A và $\widehat{ACB}=60^\circ \Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác đều

$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}AB^2=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Mặt khác ΔABC là hình chiếu của ΔSBC lên mặt phẳng (ABC).

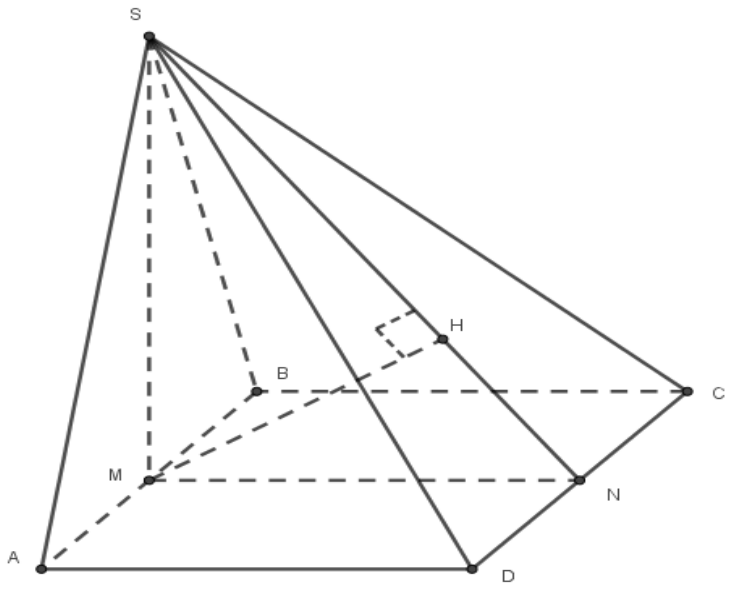
Do đó $S_{\Delta ABC}=S_{\Delta SBC}.\cos\left(\widehat{(SBC);(ABC)}\right)=S_{\Delta SBC}.\cos 30^\circ$

$\Rightarrow S_{\Delta SBC}=\dfrac{a^2}{2}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SCD).

A. $h=\dfrac{2a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $h=2a$. **C.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $h=\dfrac{2a\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD.

Vì ΔSAB đều nên $SM \perp AB$ mà

$$\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\end{cases}\Rightarrow SM\perp(ABCD).$$

Gọi H là hình chiếu của M lên SN, ta có

$$\begin{cases}CD\perp SM\ \ (do\ SM\perp(ABCD))\\CD\perp MN\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SMN)$$

$\Rightarrow CD\perp MH$ mà $SN\perp MH\Rightarrow MH\perp(SCD)$.

Vì $AB//CD\Rightarrow AB//(SCD)$

$\Rightarrow h=d\left(A,(SCD)\right)=d\left(AB,(SCD)\right)=d\left(M,(SCD)\right)=MH$ (vì $M\in AB$).

Mặt khác, ta có $MN=2a$; ΔSAB đều, cạnh bằng $2a$ nên đường cao $SM=a\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông ΔSMN ta có: $MH=\sqrt{\dfrac{SM^2.MN^2}{SM^2+MN^2}}=a\dfrac{2\sqrt{21}}{7}$.

Vậy $h=d\left(A,(SCD)\right)=\dfrac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 41. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases}u_1=5\\u_{n+1}=\dfrac{3u_n-2}{2u_n-1}\end{cases}(n\ge 1)$.

Tìm $\lim\dfrac{1}{n^2-6n+5}\left(\dfrac{1}{u_1-1}+\dfrac{1}{u_2-1}+\dfrac{1}{u_3-1}+...+\dfrac{1}{u_n-1}\right)$.

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** $\dfrac{7}{4}$. **D.** 1.

Lời giải

Với $n\ge 1$, ta có

$$u_{n+1}=\frac{3u_n-2}{2u_n-1}\Rightarrow u_{n+1}-1=\frac{3u_n-2}{2u_n-1}-1=\frac{u_n-1}{2u_n-1}=\frac{u_n-1}{2(u_n-1)+1}$$

Đặt $v_n=u_n-1\Rightarrow v_{n+1}=u_{n+1}-1=\dfrac{u_n-1}{2(u_n-1)+1}=\dfrac{v_n}{2v_n+1}$.

Ta có $v_1=u_1-1=5-1=4>0\Rightarrow v_{n+1}=\dfrac{v_n}{2v_n+1}>0,\forall n\ge 1$.

$\Rightarrow\dfrac{1}{v_{n+1}}=\dfrac{2v_n+1}{v_n}=\dfrac{1}{v_n}+2,\ n\ge 1$.

$\Rightarrow\left(\dfrac{1}{v_n}\right)$ là một cấp số cộng có số hạng đầu là $\dfrac{1}{v_1}=\dfrac{1}{u_1-1}=\dfrac{1}{4}$, công sai $d=2$.

Khi đó công thức số hạng tổng quát của $\left(\dfrac{1}{v_n}\right)$ là $\dfrac{1}{v_n}=\dfrac{1}{4}+2(n-1)=2n-\dfrac{7}{4},\ n\ge 1$

$\Rightarrow\dfrac{1}{u_n-1}=2n-\dfrac{7}{4},\ n\ge 1$.

$\Rightarrow\dfrac{1}{u_1-1}+\dfrac{1}{u_2-1}+\dfrac{1}{u_3-1}+...+\dfrac{1}{u_n-1}=2.1-\dfrac{7}{4}+2.2-\dfrac{7}{4}+2.3-\dfrac{7}{4}+...+2.n-\dfrac{7}{4}$

$$=2\left(1+2+3+...+n\right)-\frac{7n}{4}=2.\frac{n\left(n+1\right)}{2}-\frac{7n}{4}=n\left(n+1\right)-\frac{7n}{4}$$

Vậy $\lim\frac{1}{n^2-6n+5}\left(\frac{1}{u_1-1}+\frac{1}{u_2-1}+\frac{1}{u_3-1}+...+\frac{1}{u_n-1}\right)=\lim\frac{1}{n^2-6n+5}\left[n\left(n+1\right)-\frac{7n}{4}\right]=1.$

Câu 42. Cho $a,b\in\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt{\left(a+5\right)x^2-2\left(a+2\right)x+2a+b+7}-\sqrt{6x+3}}{x^2-2x+1}=\frac{13}{12}$. Tính giá trị của a^2+b^2.

A. 2. **B.** $\frac{17}{2}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{2845}{72}$.

Lời giải

Vì giới hạn đã cho tồn tại hữu hạn nên $\lim\limits_{x\to1}\left(\sqrt{\left(a+5\right)x^2-2\left(a+2\right)x+2a+b+7}-\sqrt{6x+3}\right)=0$

$\Rightarrow\sqrt{a+b+8}-3=0\Rightarrow b=1-a$

Khi đó $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt{\left(a+5\right)x^2-2\left(a+2\right)x+2a+b+7}-\sqrt{6x+3}}{x^2-2x+1}=\frac{13}{12}$

$\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt{\left(a+5\right)x^2-2\left(a+2\right)x+a+8}-\sqrt{6x+3}}{x^2-2x+1}=\frac{13}{12}$

$\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to1}\frac{\left(a+5\right)x^2-2\left(a+5\right)x+a+5}{\left(x^2-2x+1\right)\left(\sqrt{\left(a+5\right)x^2-2\left(a+2\right)x+a+8}+\sqrt{6x+3}\right)}=\frac{13}{12}$

$\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to1}\frac{a+5}{\sqrt{\left(a+5\right)x^2-2\left(a+2\right)x+a+8}+\sqrt{6x+3}}=\frac{13}{12}$

$\Leftrightarrow\frac{a+5}{6}=\frac{13}{12}\Leftrightarrow a=\frac{3}{2}\Rightarrow b=-\frac{1}{2}\Rightarrow a^2+b^2=\frac{5}{2}.$

Câu 43: Cho các số thực a,b,c thỏa mãn $9a-27>3b-c$ và c là số âm. Khi đó số nghiệm thực phân biệt của phương trình $x^3+ax^2+bx+c=0$ bằng

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Xét phương trình: $x^3+ax^2+bx+c=0$ (1)

Đặt: $f\left(x\right)=x^3+ax^2+bx+c$.

Từ giả thiết $\begin{cases}9a-27>3b-c\Rightarrow-27+9a-3b+c>0\Rightarrow f\left(-3\right)>0.\\c<0\Rightarrow f\left(0\right)<0.\end{cases}$

Do đó $f\left(0\right).f\left(-3\right)<0$ nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm trong $\left(-3;0\right)$.

Ta nhận thấy:

$\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-\infty$ mà $f\left(-3\right)>0$ nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm $\alpha\in\left(-\infty;-3\right)$.

Tương tự: $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=+\infty$ mà $f\left(0\right)<0$ nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm $\beta\in\left(0;+\infty\right)$.

Như vậy phương trình đã cho có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt, mặt khác phương trình bậc 3 có tối đa 3 nghiệm, vậy ta chọn đáp án **C.**

Câu 44. Biết đồ thị hàm số $\left(C\right):y=\frac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $d:y=2x+m$ giao nhau tại hai điểm phân biệt A,B sao cho tiếp tuyến của $\left(C\right)$ tại A và B song song với nhau. Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây:

A. $[-2;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $[0;2)$. **D.** $[2;+\infty)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

$\frac{x+1}{x-1}=2x+m \Leftrightarrow x+1=(x-1)(2x+m) \Leftrightarrow 2x^2+(m-3)x-m-1=0$ (1).

Để đồ thị (C) và đường thẳng d giao nhau tại hai điểm phân biệt A và B thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt, điều này xảy ra khi và chỉ khi

$\Delta>0 \Leftrightarrow (m-3)^2+8(m+1)>0 \Leftrightarrow (m+1)^2+16>0$ (luôn đúng $\forall m\in\mathbb{R}$)

Vậy d và (C) luôn giao nhau tại hai điểm phân biệt A và B.

Gọi x_1, x_2 $(x_1\neq x_2)$ lần lượt là hoành độ của A và B thì x_1, x_2 là hai nghiệm của (1).

Hệ số góc tiếp tuyến tại A và B lần lượt là $k_1=y'(x_1)=\frac{-2}{(x_1-1)^2}; k_2=y'(x_2)=\frac{-2}{(x_2-1)^2}$

Để hai tiếp tuyến này song song thì $k_1=k_2 \Leftrightarrow (x_1-1)^2=(x_2-1)^2\neq 0 \Leftrightarrow x_1-1=1-x_2$ (do $x_1\neq x_2$)

$\Leftrightarrow x_1+x_2=2.$

Theo định lý Vi-et: $x_1+x_2=\frac{3-m}{2}$ suy ra $\frac{3-m}{2}=2 \Leftrightarrow m=-1$. Vậy $m\in[-2;0)$.

Câu 45. Tính $A=2021C_{2021}^0 4^{2020}+2020C_{2021}^1 4^{2019}+2019C_{2021}^2 4^{2018}+...+2.C_{2021}^{2019}.4+C_{2021}^{2020}$.

A. $A=5^{2020}$. **B.** $A=2020.5^{2021}$.

C. $A=2020.5^{2020}$. **D.** $A=2021.5^{2020}$.

Lời giải

Xét khai triển $(x+1)^{2021}=C_{2021}^0x^{2021}+C_{2021}^1x^{2020}+C_{2021}^2x^{2019}+...+C_{2021}^{2019}x^2+C_{2021}^{2020}x+C_{2021}^{2021}$.

Đạo hàm hai vế ta có:

$2021(x+1)^{2020}=2021C_{2021}^0x^{2020}+2020C_{2021}^1x^{2019}+2019C_{2021}^2x^{2018}+...+2.C_{2021}^{2019}x+C_{2021}^{2020}$.

Thay $x=4$, ta được:

$2021.5^{2020}=2021C_{2021}^0 4^{2020}+2020C_{2021}^1 4^{2019}+2019C_{2021}^2 4^{2018}+...+2.C_{2021}^{2019}.4+C_{2021}^{2020}$.

Vậy $A=2021.5^{2020}$.

Câu 46. Giá trị của tổng $S=2.1C_{2021}^2+4.3C_{2021}^4+...2k(2k-1)C_{2021}^{2k}+...+2020.2019C_{2021}^{2020}$ bằng?

A. $2021.2020.2^{2018}$. **B.** $2021.2020.2^{2019}$. **C.** $2021.2020.2^{2020}$. **D.** $2021.2020.2^{2021}$.

Lời giải

Xét biểu thức: $f(x)=(1+x)^{2021}=C_{2021}^0+C_{2021}^1x+C_{2021}^2x^2+C_{2021}^3x^3+...+C_{20201}^{2020}x^{2020}+C_{2021}^{2021}x^{2021}$

$f'(x)=2021(1+x)^{2020}=C_{2021}^1+2C_{2021}^2x+3C_{2021}^3x^2+...+2020C_{20201}^{2020}x^{2019}+2021C_{2021}^{2021}x^{2020}$

$f''(x)=2021.2020(1+x)^{2019}=2.1C_{2021}^2+3.2C_{2021}^3x+...+2020.2019C_{20201}^{2020}x^{2018}+2021.2020C_{2021}^{2021}x^{2019}$

$f''(1)=2021.2020.2^{2019}=2.1C_{2021}^2+3.2C_{2021}^3+...+2020.2019C_{20201}^{2020}+2021.2020C_{2021}^{2021}$

$f''(-1)=0=2.1C_{2021}^2-3.2C_{2021}^3+...+2020.2019C_{20201}^{2020}-2021.2020C_{2021}^{2021}$

$f''(1)+f''(-1)=2021.2020.2^{2019}=2[2.1C_{2021}^2+4.3C_{2021}^4+...+2020.2019C_{20201}^{2020}]$

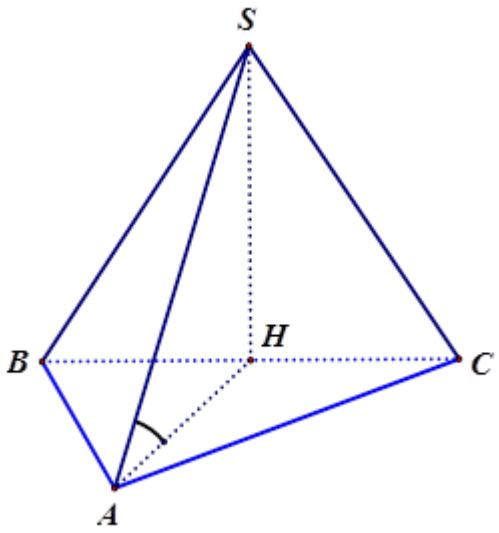
$\Leftrightarrow 2021.2020.2^{2018}=2.1C_{2021}^2+4.3C_{2021}^4+...+2020.2019C_{20201}^{2020}$

Vậy $S=2021.2020.2^{2018}$

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC. Biết tam giác SBC là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa SA và BC

A. 60° **B.** 90° **C.** 45° **D.** 30°

Lời giải



Do H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) nên $BC \perp SH$

Ta có: ABC là tam giác đều , H là trung điểm của cạnh BC nên $BC \perp AH$

Vậy có $\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SA.$

Vậy $(SA, BC) = 90^0$

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O ,các cạnh bên và cạnh đáy của hinh chóp đều bằng a, E là trung điểm SB. Lấy I trên đoạn OD với $DI = x$. Gọi (α) là mặt phẳng qua I và song song mp (EAC). Giá trị x sao cho thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (α) có diện tích lớn nhất là $\frac{m}{n}a\sqrt{2}$ với $m, n \in \mathbb{N}^*$; $(m,n)=1$. Khi đó $m+n$ bằng

A. 2 . **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

a) Ta có: mp(α)// mp(ACE).

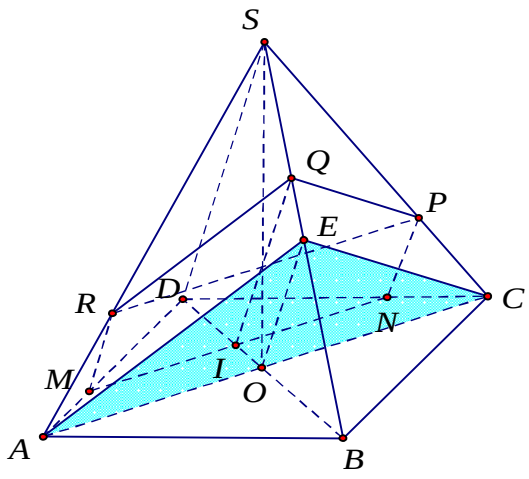
+ mp $(ABCD)$ cắt mặt phẳng (α)

$I \in (\alpha); I \in (ABCD) \Rightarrow I \in (\alpha) \cap (ABCD)$

$(\alpha) // (EAC)$

$(ABCD) \cap (EAC) = AC$

Suy ra $(\alpha) \cap (ABCD) = Ix, Ix // AC, Ix \cap AD = M, Ix \cap DC = N$



+ mp (SBD) cắt mặt phẳng (α)

$I \in (\alpha); I \in (SBD) \Rightarrow I \in (\alpha) \cap (SBD)$

$(\alpha) // (EAC)$

$(SBD)\cap(EAC)=EO$

Suy ra $(\alpha)\cap(SBD)=Iy, Iy//EO, Iy\cap SB=Q$

Dễ dàng có $IQ//SD$

+ mp (SAD) cắt mặt phẳng (α)

$M\in(\alpha); M\in(SAD)\Rightarrow M\in(\alpha)\cap(SAD)$

$(\alpha)\supset IQ$

$(SAD)\supset SD, IQ//SD$

Suy ra $(\alpha)\cap(SAD)=Mz, Mz//SD, Mz\cap SA=R$

+ Tương tự mp (SDC) cắt mặt phẳng (α)

$(SDC)\cap(\alpha)=Nt, Nt//SD, Nt\cap SC$

+ mp $(ABCD)$ cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến $MN//AC$ (2)

+ mp (SAD) cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến $MR//SD$ (5)

+ mp (SAB) cắt hai mặt phẳng (α) theo hai giao tuyến RQ (3)

+ mp (SBC) cắt mặt phẳng (α) theo hai giao tuyến QP (4)

+ mp (SCD) cắt hai mặt phẳng (α) theo hai giao tuyến $PN//SD$ (2)

Thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (α) là ngũ giác $MNPQR$

Ta có $MR//IQ//NP$

Hay tứ giác $RMNP$ là hình bình hành.

Mà ΔEAC cân do $EA=EC$ (hai trung tuyến của 2 tam giác đề cạnh a) $\Rightarrow OE\perp AC$

Do đó $MR\perp MN, IQ\perp MN$ nên $RMIQ, QINP$ là hai hình thang vuông bằng nhau

Do $MN//AC\Rightarrow\dfrac{MN}{AC}=\dfrac{DI}{DO}\Rightarrow MN=\dfrac{AC}{OD}.DI=2x\Rightarrow MI=x$

ΔAEC cân cạnh $AC=a\sqrt{2}$, $OE=\dfrac{SD}{2}=\dfrac{a}{2}$

Do $MI//AO\Rightarrow\dfrac{AM}{AD}=\dfrac{OI}{OD}$

Do $MR//SD\Rightarrow\dfrac{AM}{AD}=\dfrac{MR}{SD}$

Vậy $\dfrac{OI}{OD}=\dfrac{MR}{SD}\Rightarrow MR=\dfrac{OI}{OD}.SD=\dfrac{\frac{a\sqrt{2}}{2}-x}{\frac{a\sqrt{2}}{2}}.a=\dfrac{a\sqrt{2}-2x}{\sqrt{2}}=a-\sqrt{2}x$

Do $QI//SD\Rightarrow\dfrac{IB}{DB}=\dfrac{QI}{SD}\Rightarrow QI=\dfrac{IB.SD}{DB}=\dfrac{a\sqrt{2}-x}{a\sqrt{2}}.a=\dfrac{a\sqrt{2}-x}{\sqrt{2}}$

Do đó $S_{RQPNM}=2S_{MRQI}=2.\dfrac{a-\sqrt{2}x+a-\frac{x}{\sqrt{2}}}{2}.x=2ax-\dfrac{3}{\sqrt{2}}x^2$

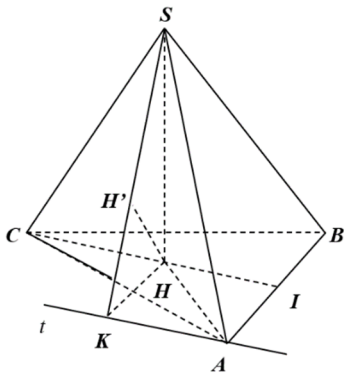
$=-\dfrac{3}{\sqrt{2}}\left[\left(x-\dfrac{\sqrt{2}}{3}a\right)^2-\dfrac{2}{9}a^2\right]=-\dfrac{3}{\sqrt{2}}\left(x-\dfrac{\sqrt{2}}{3}a\right)^2+\dfrac{\sqrt{2}}{3}a^2\le\dfrac{\sqrt{2}}{3}a^2$

Do đó $\max S_{RQPMN} = \frac{\sqrt{2}}{3}a^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{3} \Rightarrow m = 1, n = 3 \Rightarrow m + n = 4$

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC đều cạnh a. Gọi I là trung điểm AB, hình chiếu của điểm S lên (ABC) là trung điểm H của đoạn CI, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SA và CI bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{7}}{4}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{77}}{22}$.

Lời giải



Kẻ $At // CI$; $HK \perp At$ và $HH' \perp SK$.

Ta có $\begin{cases} AK \perp HK \\ AK \perp SH \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SHK) \Rightarrow AK \perp HH'$ (1)

Lại có $HH' \perp SK$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $HH' \perp (SAK)$

Mặt khác $d(CI;SA) = d(CI;(SAK)) = d(H;(SAK)) = HH'$.

Ta có $AIHK$ là hình chữ nhật và tam giác SAH vuông cân nên

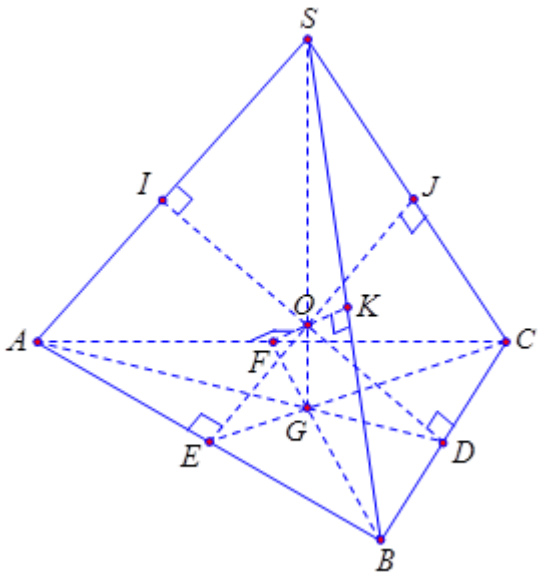
$HK = AI = \frac{a}{2}$ và $SH = HA = \sqrt{HI^2 + AI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{4}$.

Trong tam giác vuông SHK có $\frac{1}{HH'^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{44}{7a^2} \Rightarrow HH' = \frac{a\sqrt{77}}{22}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = BC = CA = a$, $SA = SB = SC = a\sqrt{3}$, M là điểm bất kì trong không gian. Gọi d là tổng khoảng cách từ M đến tất cả các đường thẳng AB, BC, CA, SA, SB, SC. Giá trị nhỏ nhất của d bằng

A. $2a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Ta có khối chóp $S.ABC$ là khối chóp tam giác đều.
Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó SG là chiều cao của khối chóp $S.ABC$.
Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của BC, AB, CA và I, J, K lần lượt là hình chiếu của D, E, F trên SA, SC, SB.
Khi đó DI, EJ, FK tương ứng là các đường vuông góc chung của các cặp cạnh SA và BC, SC và AB, SB và CA.
Ta có $DI = EJ = FK$. Do đó $\Delta SID = \Delta SJE$ nên $SI = SJ$.
Suy ra $ED \parallel IJ$ (cùng song song với AC). Do đó bốn điểm D, E, I, J đồng phẳng.
Tương tự ta có bộ bốn điểm D, F, I, K và E, F, J, K đồng phẳng.
Ba mặt phẳng $(DEIJ), (DFIK), (EFJK)$ đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến DI, EJ, FK.
Suy ra DI, EJ, FK đồng quy tại điểm O thuộc SG.
Xét điểm M bất kì trong không gian.

Ta có $\begin{cases} d(M,SA)+d(M,BC) \ge DI \\ d(M,SC)+d(M,AB) \ge EJ \\ d(M,SB)+d(M,AC) \ge FK \end{cases} \Rightarrow d \ge DI + EJ + FK$.

Do đó d nhỏ nhất bằng $DI + EJ + FK = 3DI$ khi $M \equiv O$.

Ta có $AD = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $AG = \dfrac{2}{3}AD = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$, $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$, $\sin\widehat{SAG} = \dfrac{SG}{SA} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Suy ra $DI = AD.\sin\widehat{SAD} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{2\sqrt{2}}{3} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là $3DI = 3\dfrac{a\sqrt{6}}{3} = a\sqrt{6}$.

HẾT